

Datrysiadau i Daflen Problemau 6

1. Tybiwch fod y costau $c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6 > 0$ i gyd yn wahanol i'w gilydd. Esboniwch pam na all y datrysiad isod fod yn ddatrysiad gorau posib.

	X	Y	Z	
A	30_{c_1}	c_2	70_{c_3}	100
B	30_{c_4}	80_{c_5}	40_{c_6}	150
	60	80	110	250

Datrysiad 1 Gyda 2 tarddle a 3 cyrchfan, bydd gan ddatrysiad gorau posib $2+3-1=4$ newidyn sylfaenol. Ond mae gan y datrysiad hwn 5, felly ni all fod yn ddatrysiad gorau posib.

2. Ystyriwch y broblem cludiant canlynol, gyda phedwar tarddle A, B, C a D, a phedwar cyrchfan W, X, Y ac Z:

	W	X	Y	Z	
A	6	3	10	2	5
B	1	14	7	4	19
C	5	9	8	12	6
D	2	11	15	13	5
	7	13	11	4	35

- Faint o newidynnau sylfaenol ac ansylfaenol sydd i'r broblem hon?
- Canfyddwch ddatrysiad dichonadwy gan ddefnyddio'r dull cornel Gogledd-Orllewin. Beth fydd cost y datrysiad hwn?
- Canfyddwch ddatrysiad dichonadwy gan ddefnyddio'r dull cost leiaf. Beth fydd cost y datrysiad hwn?

Datrysiaid 2 (a) Mae 4 tarddle a 4 cyrchfan. Byddwn yn disgwyl $4+4-1=7$ newidyn sylfaeno, ac felly 9 newidyn ansylfaenol.

(b) Gan ddefnyddio'r dull cornel Gogledd-Orllewin:

	W	X	Y	Z	
A	5 6	3	10	2	5
B	2 1	13 14	4 7	4	19
C	5	9	6 8	12	6
D	2	11	1 15	4 13	5
	7	13	11	4	35

Mae hwn yn rhoi cost o: $(5 \times 6) + (2 \times 1) + (13 \times 14) + (4 \times 7) + (6 \times 8) + (1 \times 15) + (5 \times 13) = 357$.

(c) Gan ddefnyddio'r dull cost leiaf:

	W	X	Y	Z	
A	6	1 3	10	4 2	5
B	7 1	1 14	11 7	4	19
C	5	6 9	8	12	6
D	2	5 11	15	13	5
	7	13	11	4	35

Mae hwn yn rhoi cost o: $(1 \times 3) + (4 \times 2) + (7 \times 1) + (1 \times 14) + (6 \times 9) + (5 \times 11) = 218$.

3. Mae ToyAutos yn gynhyrchwr ceir wedi'i seilio yng Nghymru, yn cynhyrchu 100 o gerbydau pob blwyddyn. Mae ganddyn nhw tair ffatri, un yn Y Bari yn cynhyrchu 35 cerbyd y flwyddyn, yn ym Mhort Talbot yn cynhyrchu 45 cerbyd y flwyddyn, ac un arall yn Wrecsam yn cynhyrchu 20 cerbyd y flwyddyn. Mae ganddyn nhw tri delwriaeth, un ym Mangor yn gwerthu 15 car y flwyddyn, un yng Nghaerdydd yn gwerthu 70 car y flwyddyn, ac un arall yng Nghasnewydd yn gwerthu 15 can y flwyddyn.

Yn ôl Google Maps, y pellterau rhwng pob un o'r ffatrioedd a'r delwriaethau yw::

O	I	Milltiroedd
Y Bari	Bangor	188
Y Bari	Caerdydd	10
Y Bari	Casnewydd	25
Port Talbot	Bangor	165
Port Talbot	Caerdydd	36
Port Talbot	Casnewydd	42
Wrecsam	Bangor	64
Wrecsam	Caerdydd	140
Wrecsam	Casnewydd	126

Mae ToyAutos eisiau gwybod faint o geir i anfon i bob delwriaeth o bob ffatri, er mwyn bodloni'r cyflenwad a galw ym mhob lleoliad, ac i leiafswm y cyfanswm milltiroedd y teithiwyd.

(Awgrym: dechreuwch trwy gynhyrchu datrysiad dichonadwy gan ddefnyddio'r dull cornel Gogledd-Orllewin, yna defnyddiwch yr algorithm Carreg-Lam)

Datrysiad 3 Yn gyntaf ysgrifennwch lawr y tabl, a'i llenwi gan ddefnyddio'r dull cornel Gogledd-Orllewin:

	Bangor (B)	Caerdydd (C)	Casnewydd (N)	
Y Bari (B)	15 188	20 10	25	35
Port Talbot (P)	165	45 36	42	45
Wrecsam (W)	64	5 140	15 126	20
	15	70	15	100

Datrysiaid 3 (continuing from p. 3) Rownd gyntaf yr algorithm carreg-lam:

<i>Llwybr</i>	<i>Cost</i>
$BN \rightarrow WN \rightarrow WC \rightarrow BC$	$+ 25 - 126 + 140 - 10 = 29$
$PB \rightarrow BB \rightarrow BC \rightarrow PC$	$+ 165 - 188 + 10 - 36 = -49$
$PN \rightarrow WN \rightarrow WC \rightarrow PC$	$+ 42 - 126 + 140 - 36 = 20$
$WB \rightarrow BB \rightarrow BC \rightarrow WC$	$+ 64 - 188 + 10 - 140 = -254$

Felly dewiswn i gynyddu WB gan 5:

	Bangor (B)	Caerdydd (C)	Casnewydd (N)	
Y Bari (B)	10 188	25 10	25	35
Port Talbot (P)	165	45 36	42	45
Wrecsam (W)	5 64	140	15 126	20
	15	70	15	100

Ail rownd yr algorithm carreg-lam:

<i>Llwybr</i>	<i>Cost</i>
$BN \rightarrow WN \rightarrow WB \rightarrow BB$	$+ 25 - 126 + 64 - 188 = -225$
$PB \rightarrow BB \rightarrow BC \rightarrow PC$	$+ 165 - 188 + 10 - 36 = -49$
$PN \rightarrow WN \rightarrow WB \rightarrow BB \rightarrow BC \rightarrow PC$	$+ 42 - 126 + 64 - 188 + 10 - 36 = -234$
$WC \rightarrow WB \rightarrow BB \rightarrow BC$	$+ 140 - 64 + 188 - 10 = 254$

Felly dewiswn i gynyddu PN gan 10:

	Bangor (B)	Caerdydd (C)	Casnewydd (N)	
Y Bari (B)	188	35 10	25	35
Port Talbot (P)	165	35 36	10 42	45
Wrecsam (W)	15 64	140	5 126	20
	15	70	15	100

Datrysiaid 3 (continuing from p. 4) *Trydedd rownd yr algorithm carreg-lam:*

<i>Llwybr</i>	<i>Cost</i>
$BB \rightarrow BC \rightarrow PC \rightarrow PN \rightarrow WN \rightarrow WB$	$+ 188 - 10 + 36 - 10 + 126 - 64 = 266$
$PN \rightarrow PN \rightarrow PC \rightarrow BC$	$+ 25 - 42 + 36 - 10 = 9$
$PB \rightarrow PN \rightarrow WN \rightarrow WB$	$+ 165 - 42 + 126 - 64 = 185$
$WC \rightarrow PC \rightarrow PN \rightarrow WN$	$+ 140 - 36 + 42 - 126 = 20$

A does dim mwy o gynyddiadau i'w wneud. Rydym wedi canfod y dyraniad gorau posib.

4. Ystyriwch y broblem cludiant canlynol:

	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>	
<i>A</i>	7	7	4	20
<i>B</i>	3	6	5	40
<i>C</i>	6	9	2	20
	30	10	40	80

- (a) Canfyddwch ddatrysiaid dichonadwy gan ddefnyddio'r dull cost leiaf.
- (b) Mae'r broblem yn ddirywiedig. Canfyddwch newidyn sylfaenol sydd wedi cael ei setio i sero.
- (c) Canfyddwch ddatrysiaid gorau posib gan ddefnyddio'r algorithm carreg-lam.

Datrysiaid 4 (a) *Gan ddefnyddio'r dull cost leiaf, cawn:*

	X	Y	Z	
A	$\begin{smallmatrix} 7 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 7 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 20 \\ 4 \end{smallmatrix}$	20
B	$\begin{smallmatrix} 30 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 10 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 5 \\ 5 \end{smallmatrix}$	40
C	$\begin{smallmatrix} 6 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 9 \\ 9 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 20 \\ 2 \end{smallmatrix}$	20
	30	10	40	80

(b) *Yn dibynnu ar os cafodd y rhes neu'r golofn ei dicio'n gyntaf, gallwn naill ai dewis x_{AY} neu x_{BZ} fel y newidyn sylfaenol sydd wedi cael ei setio i sero.*

(c) *Gan ddewis $x_{BZ} = 0$ fel y newidyn sylfaenol, cawn:*

	X	Y	Z	
A	$\begin{smallmatrix} 7 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 7 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 20 \\ 4 \end{smallmatrix}$	20
B	$\begin{smallmatrix} 30 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 10 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 0 \\ 5 \end{smallmatrix}$	40
C	$\begin{smallmatrix} 6 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 9 \\ 9 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 20 \\ 2 \end{smallmatrix}$	20
	30	10	40	80

Rownd gyntaf yr algorithm carreg-lam:

<i>Llwybr</i>	<i>Cost</i>
$AX \rightarrow AZ \rightarrow BZ \rightarrow BX$	$+ 7 - 4 + 5 - 3 = 5$
$AY \rightarrow AZ \rightarrow BZ \rightarrow BY$	$+ 7 - 4 + 5 - 6 = 2$
$CX \rightarrow BX \rightarrow BZ \rightarrow CZ$	$+ 6 - 3 + 5 - 2 = 6$
$CY \rightarrow BY \rightarrow BZ \rightarrow CZ$	$+ 9 - 6 + 5 - 2 = 6$

Rydym wedi cyrraedd y datrysiaid gorau posib yn barod.

5. Mae gwasanaeth tân bach yng nghefn gwlad Galisia yn rhedeg pum gorsaf tân F_1 , F_2 , F_3 , F_4 ac F_5 . Mae gan y gorsafoedd tân hyn 3, 3, 1, 10 a 5 injan dân yn ôl eu trefn. Mae dau alwad yn dod i mewn ar yr un pryd: mae dau drychineb tân difrifol wedi digwydd D_1 a D_2 . Mae'r gwasanaeth yn brasamcanu y bydd D_1 angen 14 injan dân, a bydd D_2 angen 8 injan dân. Yr amser (mewn munudau) o bob gorsaf dân i leoliad pob trychineb yw:

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
D_1	8	6	3	10	5
D_2	3	9	2	7	4

Gan ddefnyddio'r dull cost leiaf yn gyntaf, ac yna'r algorithm carreg-lam, dyfeisiwch gynllun i benderfynu pa injans tân caiff eu hanfon i bob trychineb.

Datrysiaid 5 *Gan ddefnyddio'r dull cost leiaf cawn:*

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	
D_1	$\begin{smallmatrix} 8 \\ 8 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 10 \\ 10 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 5 \end{smallmatrix}$	14
D_2	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 9 \\ 9 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 7 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 4 \\ 4 \end{smallmatrix}$	8
	3	3	1	10	5	22

Rown cyntaf yr algorithm carreg-lam:

Llwybr	Cost
$D_1F_1 \rightarrow D_1F_5 \rightarrow D_2F_5 \rightarrow D_2F_1$	$+ 8 - 5 + 4 - 3 = 4$
$D_1F_3 \rightarrow D_1F_5 \rightarrow D_2F_5 \rightarrow D_2F_3$	$+ 3 - 5 + 4 - 2 = 0$
$D_2F_2 \rightarrow D_1F_2 \rightarrow D_1F_5 \rightarrow D_2F_5$	$+ 9 - 6 + 5 - 4 = 4$
$D_2F_4 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_1F_5 \rightarrow D_2F_5$	$+ 7 - 10 + 5 - 4 = -2$

Felly dewiswn i gynyddu D_2F_4 gan 4:

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	
D_1	$\begin{smallmatrix} 8 \\ 8 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 6 \\ 10 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 5 \\ 5 \end{smallmatrix}$	14
D_2	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 9 \\ 9 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 2 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 4 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 4 \\ 4 \end{smallmatrix}$	8
	3	3	1	10	5	22

Datrysiaid 5 (continuing from p. 7) Ail rownd yr algorithm carreg-lam:

Llwybr	Cost
$D_1F_1 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_2F_4 \rightarrow D_2F_1$	$+ 8 - 5 + 7 - 3 = 2$
$D_1F_3 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_2F_4 \rightarrow D_2F_3$	$+ 3 - 10 + 7 - 2 = -2$
$D_2F_2 \rightarrow D_1F_2 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_2F_4$	$+ 9 - 6 + 10 - 7 = 6$
$D_2F_5 \rightarrow D_2F_4 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_1F_5$	$+ 4 - 7 + 10 - 5 = 2$

Felly dewiswn i gynyddu D_1F_3 gan 1:

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	
D_1	$\begin{smallmatrix} 8 \\ 8 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 6 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 5 \\ 10 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 5 \\ 5 \end{smallmatrix}$	14
D_2	$\begin{smallmatrix} 3 \\ 3 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 9 \\ 9 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 5 \\ 7 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} 4 \\ 4 \end{smallmatrix}$	8
	3	3	1	10	5	22

Trydedd rownd yr algorithm carreg-lam:

Llwybr	Cost
$D_1F_1 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_2F_4 \rightarrow D_2F_1$	$+ 8 - 5 + 7 - 3 = 2$
$D_2F_2 \rightarrow D_1F_2 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_2F_4$	$+ 9 - 6 + 10 - 7 = 6$
$D_2F_3 \rightarrow D_1F_3 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_2F_4$	$+ 2 - 3 + 10 - 7 = 2$
$D_2F_5 \rightarrow D_2F_4 \rightarrow D_1F_4 \rightarrow D_1F_5$	$+ 4 - 7 + 10 - 5 = 2$

A does dim mwy o gynyddiadau i'w wneud. Rydym wedi canfod y dyraniad gorau posib.

6. Ystyriwch y broblem cludiant isod, gyda chyrchfannau A, B ac C, a tharddleuedd X, Y ac Z. Yn gyntaf defnyddiwch y dull cost leiaf er mwyn canfod dyraniad sylfaenol, gyna defnyddiwch yr algorithm carreg-lam er mwyn dangos fod hwn yn ddyraniad gorau posib. Pa gyrchfannau sydd heb ei bodloni?

	X	Y	Z	
A	5	9	2	35
B	11	8	3	15
C	15	3	5	5
	5	10	20	

Datrysiaid 6 *Fan hyn nid yw'r cyflenwad a'r galw yn hafal, felly mae angen cyflwyno ffug-golofn. Unwaith caiff hwn ei gyflwyno, gallwn ddefnyddio'r dull cost leiaf (yn anwybyddu'r ffug-golofn) er mwyn canfod datrysiaid sylfaenol dichonadwy:*

	X	Y	Z	D	
A	5 ₅	₉	20 ₂	10 ₀	35
B	₁₁	5 ₈	₃	10 ₀	15
C	₁₅	5 ₃	₅	₀	5
	5	10	20	20	

Rownd gyntaf yr algorithm carreg-lam:

Llwybr	Cost
$AY \rightarrow AD \rightarrow BD \rightarrow BY$	$+ 9 - 0 + 0 - 8 = 1$
$BX \rightarrow AX \rightarrow AD \rightarrow BD$	$+ 11 - 5 + 0 - 0 = 6$
$BZ \rightarrow AZ \rightarrow AD \rightarrow BD$	$+ 3 - 2 + 0 - 0 = 1$
$CX \rightarrow AX \rightarrow AD \rightarrow BD \rightarrow BY \rightarrow CY$	$+ 15 - 5 + 0 - 0 + 8 - 3 = 15$
$CZ \rightarrow AZ \rightarrow AD \rightarrow BD \rightarrow BY \rightarrow CY$	$+ 5 - 2 + 0 - 0 + 8 - 3 = 8$
$CD \rightarrow CY \rightarrow BY \rightarrow BD$	$+ 0 - 3 + 8 - 0 = 5$

A does dim mwy o gynyddiadau i'w wneud. Rydym wedi canfod y dyraniad gorau posib. Mae cyrchfannau A a B heb ei bodloni gan 10 yr un.