

Clustering de Données : Approches par Partitionnement et Hiérarchiques

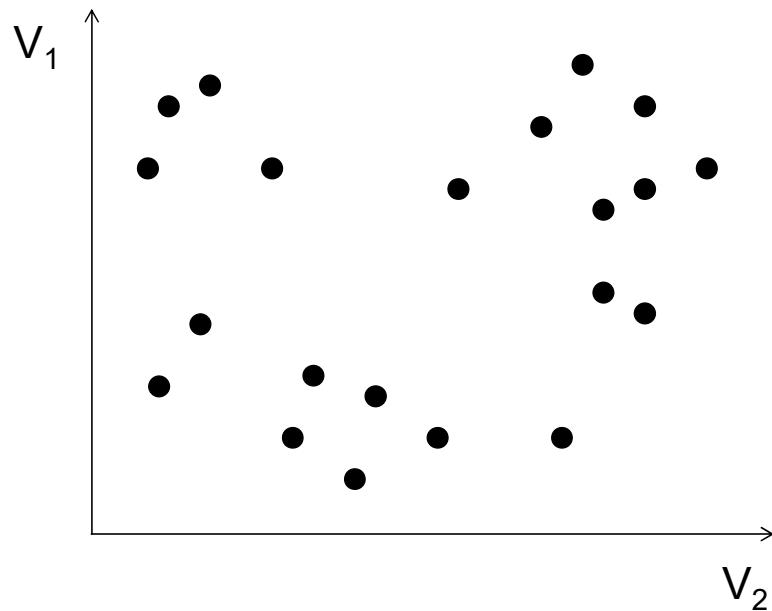
Nicolas PASQUIER
Laboratoire I3S (UMR-7271 UCA/CNRS)
Département Informatique
Université Côte d'Azur
<http://www.i3s.unice.fr/~pasquier>

Clustering par Partitionnement

- Principe : partitionner les instances de l'ensemble de données en K groupes où K est un paramètre défini par l'utilisateur
- Algorithme de référence : K-moyennes ou K-means (H. Steinhaus, 1957)
 1. Initialisation : choisir aléatoirement K instances en tant que centres initiaux des clusters, appelés centroïdes, (pour générer une partition initiale de l'ensemble de données)
 2. Boucle d'itérations :
 - a. Calculer la distance entre chaque instance et les centroïdes de chaque cluster
 - b. Si nécessaire, réaffectez chaque instance au cluster dont le centroïde est le plus proche
 - c. Recalculer le centroïde de chaque cluster comme le barycentre du cluster
 3. Répétez la boucle d'itération si certaines instances ont été réaffectées

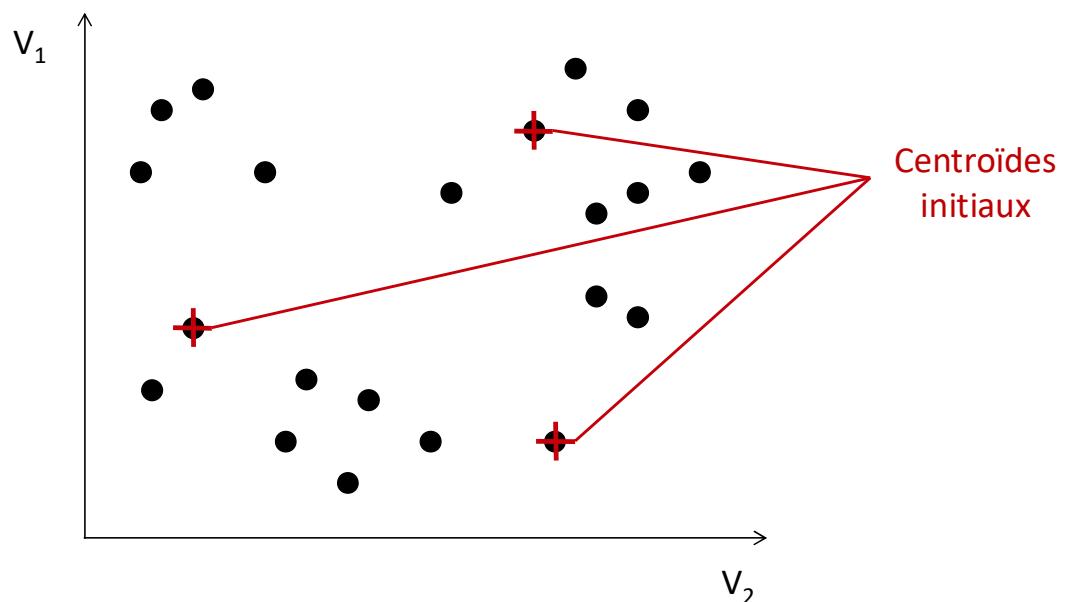
Algorithme des K-means : Exemple

- Espace des données bi-dimensionnel à partitionner en 3 clusters:
Paramètre K = 3



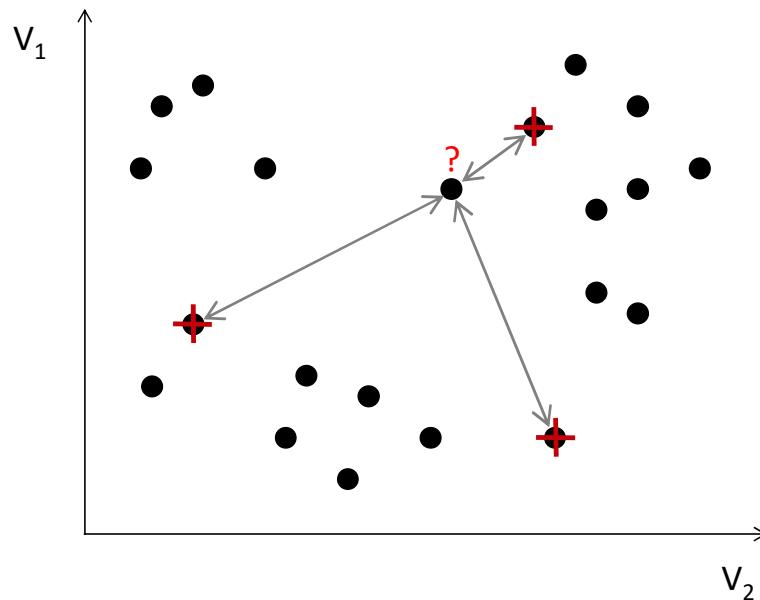
Algorithme des K-means : Exemple

- Initialisation aléatoire : 3 instances sont choisies aléatoirement comme centroïdes initiaux



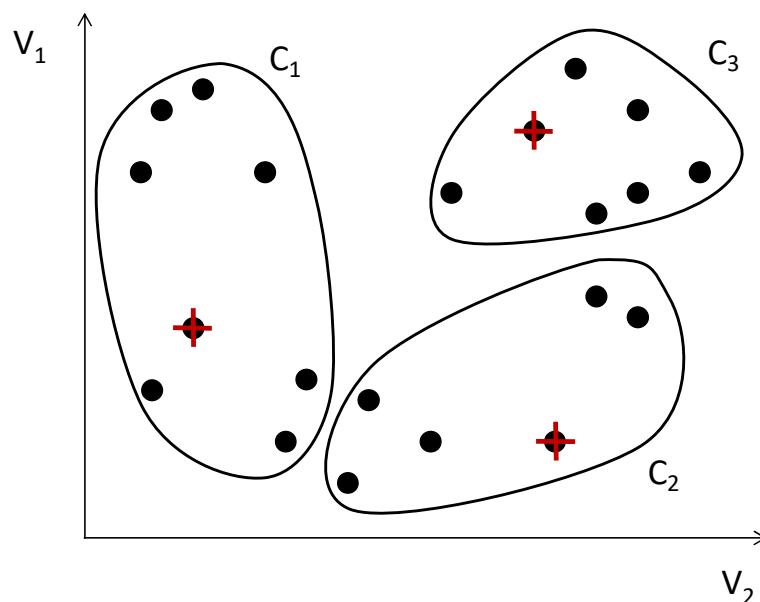
Algorithme des K-means : Exemple

- Calcul de mesure de distance : pour chaque instance non centroïde, sa distance par rapport à chaque centroïde est calculée



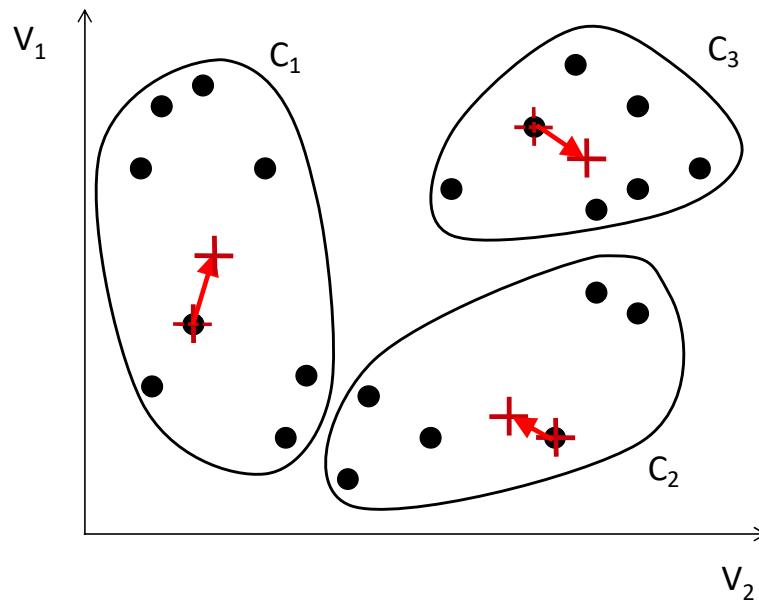
Algorithme des K-means : Exemple

- Affectation des instances : chaque instance non centroïde est assignée au cluster dont le centroïde est le plus proche



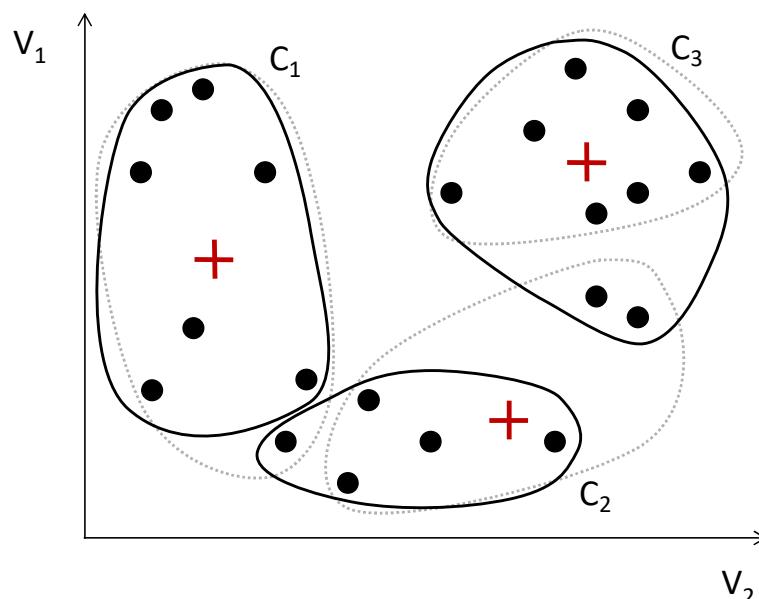
Algorithme des K-means : Exemple

- Mise à jour des centroïdes : le centroïde de chaque cluster est recalculé en tant que barycentre des instances du cluster



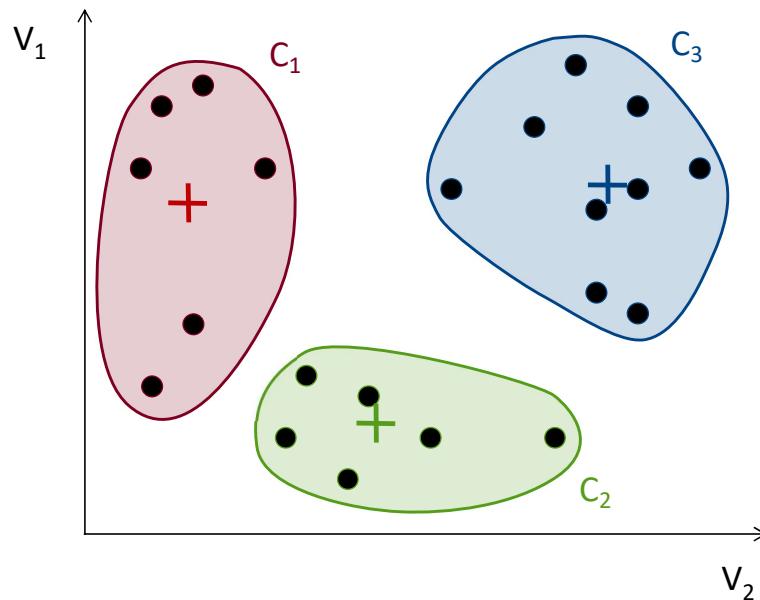
Algorithme des K-means : Exemple

- Mise à jour des clusters : les distances entre les instances et les centroïdes sont recalculées et une instance est réaffectée à un autre cluster si son centroïde est plus proche



Algorithme des K-means : Exemple

- Les itérations s'arrêtent lorsque la stabilité est atteinte, c'est-à-dire qu'aucune réaffectation d'instance n'est requise



Algorithme des K-means : Propriétés

- Forces
 - Efficace en terme de temps de calcul : complexité en temps $O(K.N.T)$ pour K clusters, N instances et T itérations (généralement $K \ll T \ll N$)
 - Bonnes propriétés de passage à l'échelle par rapport à la taille de l'ensemble de données
- Faiblesses
 - Sensible aux données bruitées et valeurs aberrantes
 - Peut générer uniquement des clusters convexes
 - Nécessite que l'utilisateur définit le nombre K de clusters
 - Peut traiter uniquement les variables pour lesquelles la moyenne est calculable (impossible de traiter les variables discrètes)
 - Non-déterministe : le résultat dépend du choix des centroïdes initiaux
 - Certaines implémentations tentent d'améliorer le choix des centres initiaux (hypothèses sur les distributions des valeurs)

Variantes de l'Algorithme des K-means

- Algorithme des K-medoides, ou *Partitioning Around Medoids* (L. Kaufman & P.J. Rousseeuw, 1987)
 - Le centre de chaque cluster est représenté par son instance la plus centrale, son médoïde, plutôt que par son barycentre
 - Permet le traitement de variables discrètes (catégorielles, binaires, etc.)
- Variante des Nuées dynamiques : chaque cluster est représentée par un noyau
 - Noyau : ensemble d'instances réelles les plus centrales
 - Plus robuste aux données bruitées et valeurs aberrantes
 - Approche plus coûteuse en temps car elle nécessite davantage de calculs, dépendamment de la taille du noyau

Clustering Hiérarchique

- Ces algorithmes créent une décomposition hiérarchique des différents clusters possibles
- Cette hiérarchie est représentée graphiquement dans une structure arborescente appelée dendrogramme
- Approches par agglomération (ex : AGNES, ROCK, UPGMA)
 - Initialisation : chaque instance est considérée comme un cluster
 - Itérations : regrouper successivement les clusters les plus proches
 - Arrêt : toutes les instances sont regroupées dans un unique cluster
- Approches par division (ex : DIANA, BIRCH, CURE)
 - Initialisation : un unique cluster regroupe toutes les instances
 - Itérations : divisions successives des clusters les moins compacts
 - Arrêt : condition d'arrêt atteinte (ex : mesure < seuil ou chaque instance constitue un cluster)

Clustering Hiérarchique : Exemple

- Considérons la matrice de distance ci-dessous générée à partir d'un ensemble de données constitué de 5 instances $D = \{a, b, c, d, e\}$

Matrice de distance

	a	b	c	d	e
a	0.00				
b	0.18	0.00			
c	0.39	0.32	0.00		
d	0.43	0.34	0.25	0.00	
e	0.39	0.41	0.27	0.21	0.00

- Les clusters sont construits en utilisant l'approche par agglomération

Clustering Hiérarchique : Exemple

- Initialisation : chaque instance constitue un cluster

Matrice de distance

	a	b	c	d	e
a	0.00				
b	0.18	0.00			
c	0.39	0.32	0.00		
d	0.43	0.34	0.25	0.00	
e	0.39	0.41	0.27	0.21	0.00

a

b

c

d

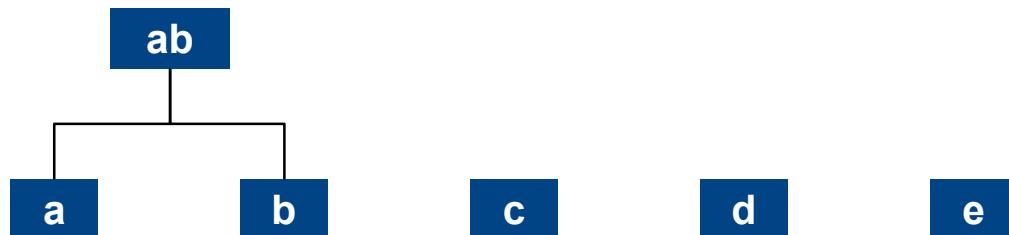
e

Clustering Hiérarchique : Exemple

- Itération : fusionner les deux clusters les plus proches
- Ils sont identifiés par la distance minimale dans la matrice de distances
- La hauteur de l'arc les reliant est proportionnelle à cette distance

Matrice de distance

	a	b	c	d	e
a	0.00				
b	0.18	0.00			
c	0.39	0.32	0.00		
d	0.43	0.34	0.25	0.00	
e	0.39	0.41	0.27	0.21	0.00



Clustering Hiérarchique : Exemple

- Itération : fusionner les deux clusters les plus proches
- Les distances $d(ab,c)$, $d(ab,d)$, $d(ab,e)$, $d(c,d)$, $d(c,e)$ et $d(d,e)$ sont comparées à partir de la matrice de distance

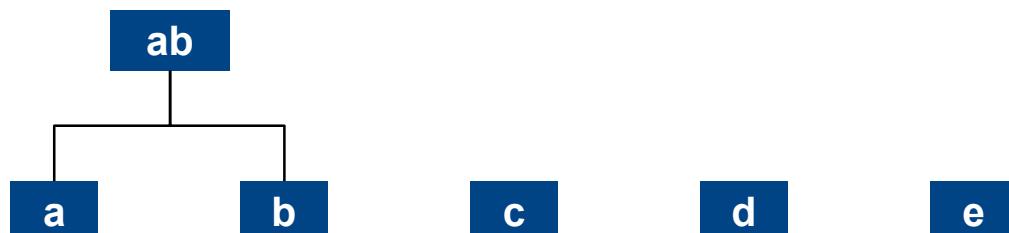
Matrice de distance

	a	b	c	d	e
a	0.00				
b	0.18	0.00			
c	0.39	0.32	0.00		
d	0.43	0.34	0.25	0.00	
e	0.39	0.41	0.27	0.21	0.00

$$d(ab,c) = \text{avg}(0.39, 0.32) = 0.355$$

$$d(ab,d) = \text{avg}(0.43, 0.34) = 0.385$$

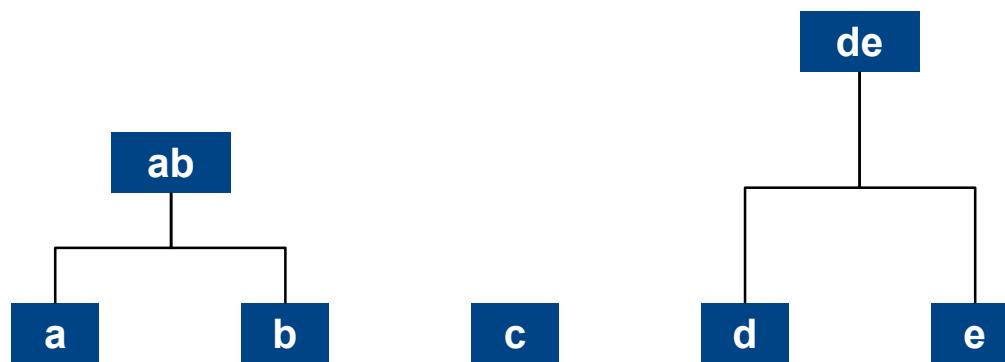
$$d(ab,e) = \text{avg}(0.39, 0.41) = 0.40$$



Clustering Hiérarchique : Exemple

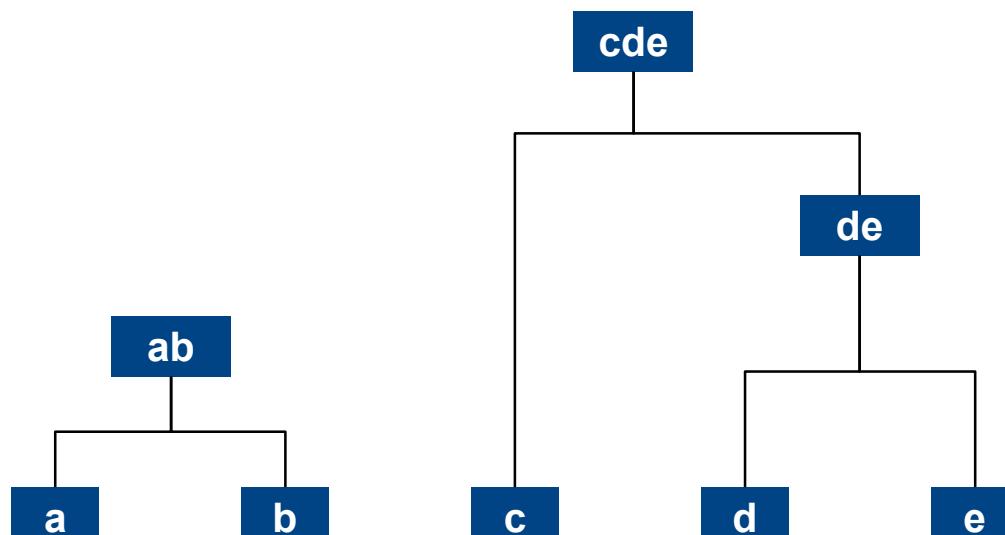
- Itération : fusionner les deux clusters les plus proches
- Les clusters {d} et {e} sont fusionnés car la distance $d(d,e)$ est la distance minimale

		Matrice de distance				
		a	b	c	d	e
a	a	0.00				
	b	0.18	0.00			
c	0.39	0.32	0.00			
d	0.43	0.34	0.25	0.00		
e	0.39	0.41	0.27	0.21	0.00	



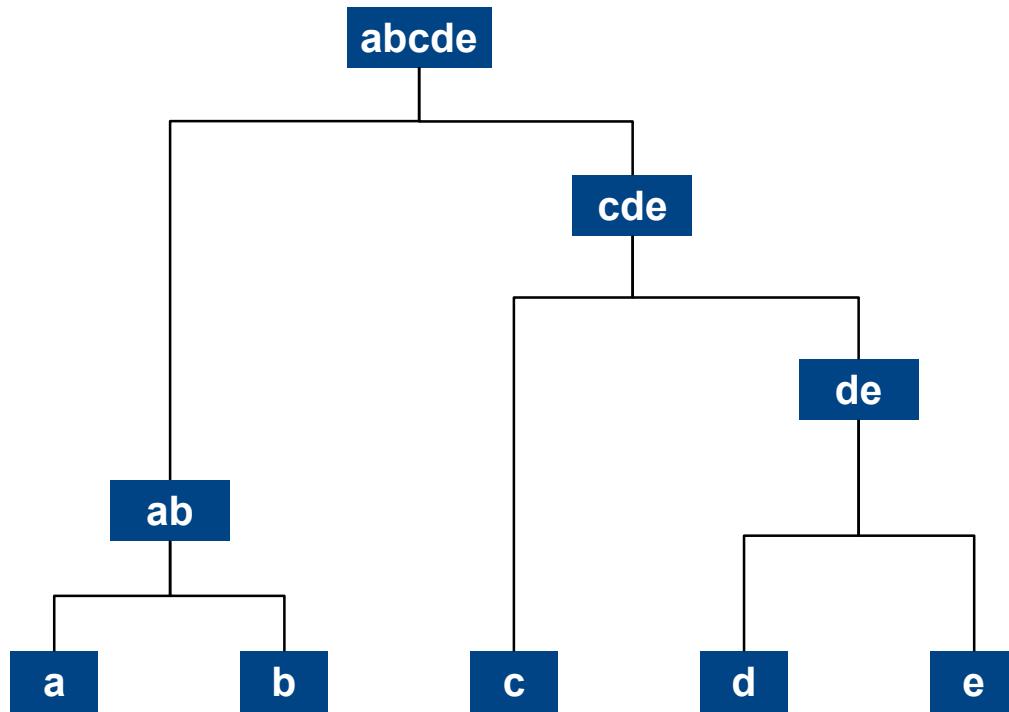
Clustering Hiérarchique : Exemple

- Itération : fusionner les deux clusters les plus proches
- Les distances $d(ab,c)$, $d(ab,de)$ et $d(c,de)$ sont comparées à partir de la matrice de distance : les clusters {c} et {de} sont fusionnés



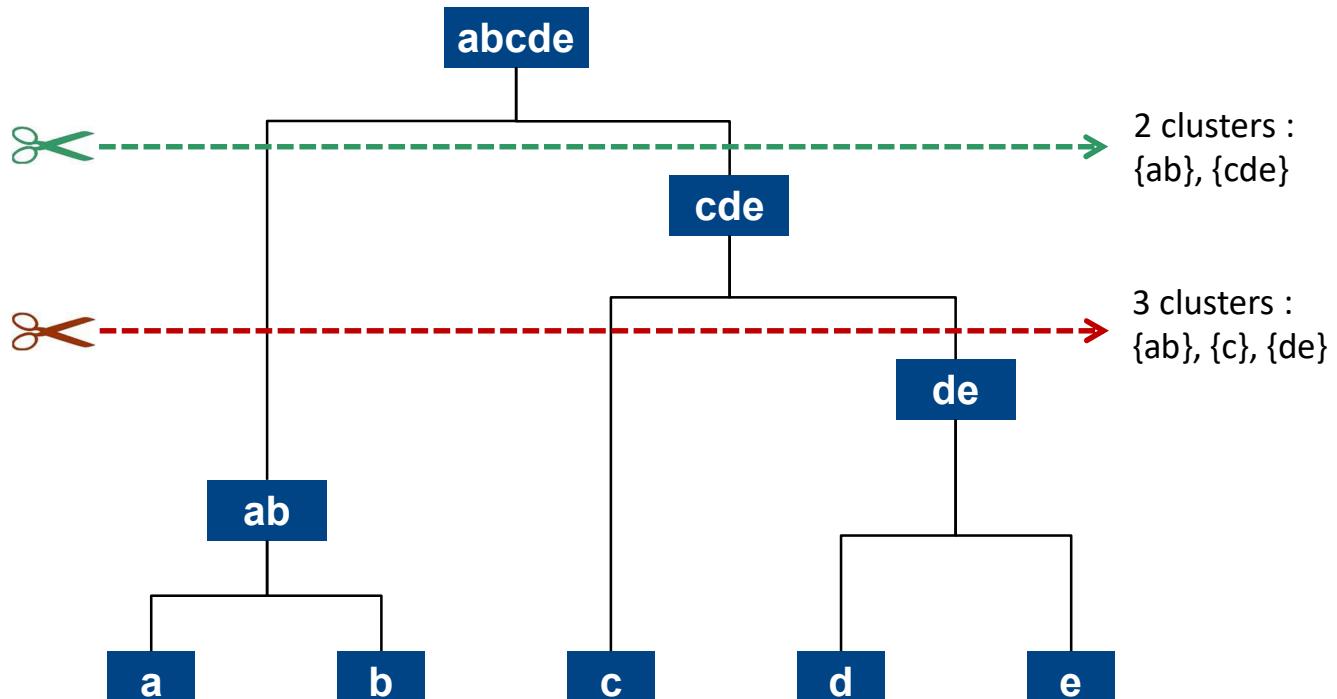
Clustering Hiérarchique : Exemple

- Arrêt : les clusters {ab} et {cde} sont fusionnés dans un unique cluster {abcde}



Clustering Hiérarchique : Exemple

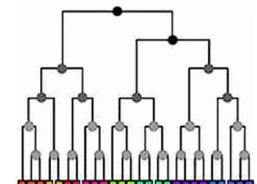
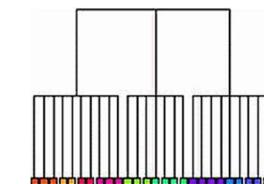
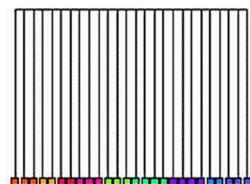
- Le nombre de clusters générés dépend de la hauteur à laquelle on « coupe » le dendrogramme



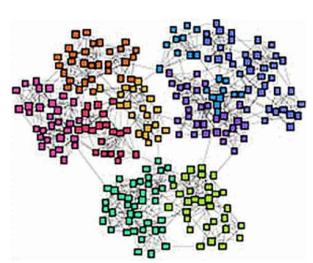
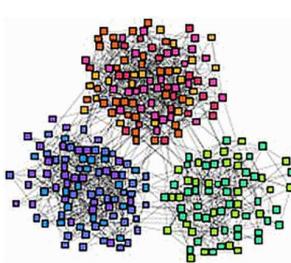
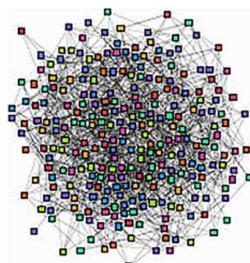
Interprétation du Dendrogramme

- Le dendrogramme peut identifier des regroupements (clusters) à différent niveaux de granularité (précision)
- Ex : clustering de groupes d'utilisateurs de réseaux sociaux

Dendrogramme



Graphes des utilisateurs et leurs relations



- Les niveaux représentent différents types de relations (proximité)

Clustering Hiérarchique : Propriétés

- Forces
 - Ne nécessite pas de définir a priori le nombre K de clusters
 - Fournit une décomposition hiérarchique des clusters
 - Fournit une représentation graphique arborescente qui représente également les distances entre clusters
- Faiblesses
 - Complexité en temps de $O(N^2 \cdot \log(N))$ pour N instances
 - Mauvaises propriétés de mise à l'échelle par rapport à la taille de l'ensemble de données
 - Le regroupement d'instances dans les clusters est définitif : les décisions erronées sont impossibles à corriger plus tard
 - Les clusters ont tendance à être de même taille