

# 1 Rappel

Soit des variables aléatoires  $X, Y$  et les constants  $a, b > 0$

## 1.1 Espérance

- $\mathbb{E}[a + bX] = a + b \cdot \mathbb{E}[X]$
- $\mathbb{E}[aX + bY] = a \cdot \mathbb{E}[X] + b \cdot \mathbb{E}[Y]$

## 1.2 Variance

- $Var[X] = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2] = \mathbb{E}[X^2] - \mathbb{E}[X]^2$
- $Var[a + bX] = b^2 Var[X]$
- $Var[aX + bY] = a^2 \cdot Var[X] + 2ab \cdot Cov(X, Y) + b^2 \cdot Var[Y]$

## 1.3 Covariance-Corrélation

- $Cov(X, Y) = \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])(Y - \mathbb{E}[Y])] = \mathbb{E}[XY] - \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$
- $Cov(X, X) = Var(X)$
- $Cov(aX, bY) = ab \cdot Cov(X, Y)$
- $Cov(a + X, b + Y) = Cov(X, Y)$
- $Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{\sqrt{Var(X)} \cdot \sqrt{Var(Y)}}$

## 2 Exercises

**Ex1** Soit  $X, Y, Z, W$  variables aléatoires et  $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$  calculer:

1.  $Cov(X, Y)$  si  $X, Y$  sont indépendantes
2.  $Cov(aX + bY, cZ + dW)$

**Ex2** Soit  $\mathbb{E}[X] = 2$ ,  $Var(X) = 9$ ,  $\mathbb{E}[Y] = 0$ ,  $Var(Y) = 4$  et  $Corr(X, Y) = 0.25$ , Calculer:

1.  $Var(X + Y)$
2.  $Cov(X, X + Y)$
3.  $Corr(X + Y, X - Y)$

**Ex3** Si  $X$  et  $Y$  sont dépendants mais  $Var(X) = Var(Y)$  trouver  $Cov(X + Y, X - Y)$