

# Université Côte d'Azur

SEMESTRE I Contrôle Partiel 2 2021-2022

## M1 IM – Séries Temporelles

10 Decembre

Durée: 75 min

---

(NOM, PRÉNOM )

### INSTRUCTIONS

1. **Documents et calculatrices autorisés, accès à internet aussi.**  
La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants.
2. Répondre à toutes les questions. La distribution des points est écrit au début de chaque question
3. Pour les exercices dirigés vous utiliserez le papiers qui sont distribués.  
Expliquer tous les pas suffisamment et précisément.
4. Créer un fichier texte dans lequel vous répondrez clairement aux questions de la partie pratique, en incluant vos codes R, les résultats obtenus sous R (graphiques y compris), vos interprétations, remarques
5. À la fin de l'épreuve, vous enverrez ce fichier à **vasileiadis@unice.fr**  
ET vous rendrez ce sujet. Il faut que vous vérifiez la réception de votre courriel avant de partir.

**Exercices sur papier**

(3 + 4 + 3 = 10 points)

On suppose que  $\{e_t\}$  est un bruit blanc qui satisfait les hypothèses classiques.

1. Soit deux modèles:

A  $Y_t = 0,9Y_{t-1} + 0,09Y_{t-2} + e_t$

B  $Y_t = Y_{t-1} + e_t - 0,1e_{t-1}$

- (a) Identifier chacun comme un modèle de processus ARIMA, c'est-à-dire donner les  $p, d, q$  et également les  $\phi$  et  $\theta$  ou  $a, b$  (comme écrit dans le poly)
- (b) Qui sont les différences entre les deux modèles?
- (c) Qui sont les similarités? (Mettez-les à la forme rétroactif)

2. Soit un processus AR(2):

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t$$

- (a) Énoncer les conditions pour qu'il existe un processus stationnaire vérifiant l'équation ci-dessus (pour le reste des questions, on suppose que le processus est stationnaire)
- (b) Calculer  $\mathbb{E}(Y_t)$  et  $\text{Var}(Y_t)$
- (c) Calculer  $\text{Cov}(Y_t, Y_{t-1})$  et  $\text{Cov}(Y_t, Y_{t-2})$
- (d) Calculer  $\text{Corr}(Y_t, Y_{t+h})$  où  $h > 1$

3. Soit un processus qui satisfait l'équation

$$Y_t = \frac{1}{2}Y_{t-1} + e_t$$

- (a) Montrer que

$$Y_t = 10\left(\frac{1}{2}\right)^t + e_t + \left(\frac{1}{2}\right)e_{t-1} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 e_{t-2} + \dots$$

est une solution de cette équation.

- (b) Est-ce que la solution de la question a) est stationnaire ?

**R**

(2 \* 5 = 10 points)

Pour toutes les questions il est impérativement d'interpréter vos résultats et les commandes de R sinon vous perdrez les points. Les données sont disponibles sur Moodle. Il est préférable que vous utilisiez la commande `read.csv("...","col.name='nom de la variable'")` Attention le nom est différent pour chaque fichier.

1. Le fichier de données nommé « `deere1` » contient 82 valeurs consécutives pour l'écart (en unités de 0,000025 pouce) par rapport à une valeur cible spécifiée d'un processus d'usinage industriel chez Deere & Co., produit dans certaines conditions de fonctionnement spécifiées.
  - (a) Afficher le graphique de la série chronologique de cette série et commenter les points inhabituels
  - (b) Calculez les ACF et PACF pour cette série et commentez les résultats
  - (c) Est-ce que la série stationnaire? Pourquoi ?
  - (d) Estimer les paramètres de votre modèle.
  - (e) En utilisant le premier 72 valeurs de la série faites un prévision des 10 dernier valeurs. Tracez les prévisions et les limites de prévision à 95% et interprétez les résultats.
  - (f) Comparez votre prévisions avec les valeurs correspondant de la série.
2. Le fichier de données nommé « `robot` » contient une série chronologique obtenue à partir d'un robot industriel. Le robot a été soumis à une séquence de manœuvres et la distance à partir d'un point d'arrivée souhaité a été enregistrée en pouces. Cela a été répété 324 fois pour former la série chronologique.
  - (a) Afficher le graphique de la série chronologique de cette série et commenter les points inhabituels
  - (b) Calculez les ACF et PACF pour cette série et commentez les résultats
  - (c) Est-ce que la série stationnaire? Pourquoi ?

- (d) Quel modèle décrit mieux ces données ? Pourquoi ?
- (e) Estimer les paramètres d'un modèle AR (1) pour ces données
- (f) Estimer les paramètres d'un modèle IMA (1,1) pour ces données, comparez avec question E
- (g) Utilisez un modèle IMA (2) pour prévoir les dix prochaines valeurs de cette série modifiée.
- (h) Tracer les prévisions et les limites de prévision à 95% et interpréter les résultats Utilisez maintenant un modèle ARMA (1,1) pour prévoir cinq valeurs à l'avance et obtenir des limites de prévision à 95%
- (i) Comparez ces résultats avec ceux obtenus en partie (g)

**Bonus sujet** Si vous répondez correctement à ce sujet vous gagnez 1 point pour votre note final sur le contrôle partiel; si votre réponse est faux vous également perdre 1 point sur le note final. Ce bonus est additive à votre note final.

1. Soit un processus stationnaire  $Y_t$ . Montrez que si l'auto-correlation  $\rho(1) < \frac{1}{2}$  alors  $\Delta Y_t$  a une variance supérieure à  $Y_t$

**Fin du contrôle**