

## DEVOIR DE MAISON LICENCE 2 ECONOMIE CFC-2020-2021

Soit  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$  et  $f$  une application linéaire de  $\mathbb{R}^3$  vers  $\mathbb{R}^3$  définie par

$$f(x, y, z) = (2x + 3y + z; -x - 2y - z; x + 3y + 2z)$$

- 1) Justifier que  $f$  est un endomorphisme.
- 2) Montrer que  $A$  est la matrice de  $f$  par rapport à la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .
- 3) Déterminer le spectre de  $f$ .
- 4) Déterminer les sous-espaces vectoriels propres associés.
- 5) A partir des dimensions de ces sous-espaces vectoriels associés, proposer une réduction de  $A$ .
- 6) Calculer  $A^{2020}$ .