

Nom :

Prénom :

## Contrôle no 2, sujet B (durée 1h)

*Documents et calculatrices interdits. La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Le sujet est à rendre avec la copie. Si vous bénéficiez d'un tiers-temps, ne traitez que les quatre premières questions.*

On s'intéresse à l'intégrale

$$I = \int_0^{+\infty} x \times xe^{-x^2/2} dx .$$

- (1) Montrer que  $I$  est finie.
- (2) Soit  $f : x \in \mathbb{R} \mapsto \mathbb{1}_{[0;+\infty[}(x)xe^{-x^2/2}$ . Montrer que  $f$  est une densité de probabilité. Proposer une méthode de Monte-Carlo pour calculer  $I$ . On suppose dans toute la suite qu'on dispose d'une fonction `simu` dans R qui nous simule une variable de densité  $f$ .
- (3) Proposer une méthode d'échantillonage d'importance pour réduire la variance (on pourra remarquer que le produit  $x \times f(x)$  est surtout non nul autour de  $x = 1$ ).
- (4) Écrire (en R) le programme correspondant à la méthode de la question précédente dans le cadre ci-dessous.

- (5) Proposer une méthode de variable de contrôle pour réduire la variance.