

STATISTIQUES A UNE VARIABLE

EXERCICES CORRIGÉS

Exercice n°1

Les 33 élèves d'une classe ont obtenu les notes suivantes lors d'un devoir :

Note	2	4	5	8	10	11	12	14	15	18	20
Effectif	1	2	1	4	2	7	6	3	4	2	1

- 1) Déterminer l'étendue et le mode de cette série.
- 2) Calculer la moyenne de cette série.
- 3) Construire un tableau donnant les effectifs cumulés, les fréquences et les fréquences cumulées.
- 4) Déterminer la médiane de cette série.
- 5) Quel est le nombre d'élèves ayant une note strictement inférieure à 8 ?
- 6) Quel est le pourcentage d'élèves ayant une note supérieure ou égale à 10 ?

Exercice n°2

Répartition du nombre de supermarchés en France suivant la surface en m^2 :

Surface	[400 ; 800[[800 ; 1000[[1000 ; 2500]
Effectif	2613	928	3379

- 1) Déterminer la surface moyenne \bar{x} d'après ce regroupement par classe.
- 2) Sachant que la surface totale de vente est de $6739000 m^2$, calculer la surface moyenne d'un supermarché. Comparer avec la valeur obtenue à la question 1.

Exercice n°3

Une loterie a été organisée avec des gains en argent liquide.

Tous les billets n'ont pas été vendus.

Le tableau ci-dessous résume les gains effectivement perçus par les joueurs :

Gain (en €)	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
Effectif	2	1	1	3	2	2	3	5	0	1

Partie A : Analyse de la série statistique

- 1) Combien y a-t-il de gagnants à cette loterie ? (personne n'a gagné plus d'une fois)
- 2) Quel a été le gain moyen parmi les gagnants ?
- 3) a) Quelle est la médiane de cette série statistique ? Quels sont les quartiles ?
 - b) Déterminer l'écart interquartile.
- 4) Faire un diagramme en boîte à moustaches de la série.
- 5) Calculer l'écart type de la série

Partie B : Augmentation des gains

L'association qui organise la loterie envisage une augmentation des gains.

6) La première hypothèse envisagée consiste à augmenter tous les gains de 217 euros. Dans ce cas, comment varient :

- a) La moyenne ?
- b) L'écart type ?
- c) La médiane ?

7) La deuxième hypothèse envisagée consiste à multiplier tous les gains par 1,2. Dans ce cas, comment varient :

- a) La moyenne ?
- b) L'écart type ?
- c) La médiane ?

On donne : $2 \times 100 + 200 + 300 + 3 \times 400 + 2 \times 500 + 2 \times 600 + 3 \times 700 + 5 \times 800 + 1000 = 11200$

$2 \times 100^2 + 200^2 + 300^2 + 3 \times 400^2 + 2 \times 500^2 + 2 \times 600^2 + 3 \times 700^2 + 5 \times 800^2 + 1000^2 = 7520000$

$$560^2 = 313600$$

$$\sqrt{62400} \approx 250$$

Exercice n°4

On effectue un contrôle de la qualité pendant 100 heures de travail sur deux machines produisant des pièces mécaniques destinées à la fabrication de grues. Certaines pièces présentent un défaut qui les rend inutilisables. On a relevé le nombre de pièces inutilisables constatées durant chaque heure :

Machine A :

Nombre de pièces inutilisables	0	1	2	3	4	5	6	7
Nombres d'heures	13	42	38	2	2	1	1	1

Machine B :

Nombre de pièces inutilisables	0	1	2	3	4	5
Nombres d'heures	35	40	1	1	10	13

1) a) Calculer le nombre moyen m_A de pièces inutilisables pendant les 100 heures étudiées pour la machine A.

Calculer ensuite la variance V_A

b) Calculer le nombre moyen m_B de pièces inutilisables pendant les 100 heures étudiées pour la machine B.

Calculer ensuite la variance V_B

2) a) Déterminer la médiane, puis l'écart interquartile dans le cas de la machine A. Calculer l'étendue E_A .

b) Déterminer la médiane, puis l'écart interquartile dans le cas de la machine B. Calculer l'étendue E_B .

3) a) Parmi la moyenne, l'écart type, la médiane, l'écart interquartile ou l'étendue, quels sont les paramètres qui mesurent la dispersion ?

b) Quel(s) paramètre(s) semble(nt) le(s) plus intéressant(s) à exploiter pour comparer ces deux machines ? Justifier.

On donne : $13 \times 0 + 42 \times 1 + 38 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 + 1 \times 6 + 1 \times 7 = 150$

$$35 \times 0 + 40 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 10 \times 4 + 13 \times 5 = 150$$

$$13 \times 0^2 + 42 \times 1^2 + 38 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + 2 \times 4^2 + 1 \times 5^2 + 1 \times 6^2 + 1 \times 7^2 = 354$$

$$35 \times 0^2 + 40 \times 1^2 + 1 \times 2^2 + 1 \times 3^2 + 10 \times 4^2 + 13 \times 5^2 = 538$$

Exercice n°5

On mesure les diamètres de troncs d'arbres d'une même espèce.

On étudie 400 spécimens. On obtient les résultats suivants :

Diamètre en cm	25	26	27	28	29	30
Pourcentage	10 %	15 %	30 %	35 %	5 %	5 %

1) a) Combien de spécimens ont un diamètre supérieur ou égal à 27 cm ?

b) Parmi les spécimens qui ont un diamètre supérieur ou égal à 26 cm, quel pourcentage présente un diamètre inférieur ou égal à 27 cm ?

2) Quel est le diamètre moyen de ces troncs ?

3) Déterminer la variance, arrondie à 0,01 près, puis l'écart type, arrondi à 0,01 près, de la série statistique résumée dans le tableau.

4) a) Déterminer l'intervalle interquartile et calculer l'écart interquartile de la série statistique

b) Représenter le diagramme en boîtes de la série en y faisant figurer les valeurs extrêmes et tous les quartiles.

5) Dans un autre pays, une autre étude a recensé les diamètres de 500 troncs d'arbres de la même espèce que précédemment.

Les quartiles obtenus sont : $Q_1 = 25,5$; $Q_2 = 27,5$; $Q_3 = 29$.

Les spécimens sont-ils plus homogènes (moins de dispersion) ou moins homogènes (plus de dispersion) que lors de la 1^{ère} étude ? Justifier.

On donne : $25 \times 10 + 26 \times 15 + 27 \times 30 + 28 \times 35 + 29 \times 5 + 30 \times 5 = 2725$

$$25^2 \times 10 + 26^2 \times 15 + 27^2 \times 30 + 28^2 \times 35 + 29^2 \times 5 + 30^2 \times 5 = 74405$$

$$25 \times 10^2 + 26 \times 15^2 + 27 \times 30^2 + 28 \times 35^2 + 29 \times 5^2 + 30 \times 5^2 = 68425$$

$$27,25^2 = 742,5625 \quad \sqrt{1,49} \approx 1,22 \quad 1,49^2 \approx 2,22$$

Exercice n°6

On a indiqué dans le tableau suivant la distance entre le bureau et le domicile (en km) d'un groupe d'employés parisiens.

Distance	0	1	2	3	4	5	8
Effectif	5	21	24	15	20	13	2

- 1) a) Combien d'employés comporte le groupe étudié ?
- b) Déterminer la distance moyenne entre le domicile et le lieu de travail.

- 2) Quel est l'écart-type σ de cette série (on arrondira au centième) ?

- 3) Quelle est la médiane de cette série ? Déterminer l'intervalle interquartile. Représenter le diagramme en boîtes de cette série.

- 4) On s'intéresse maintenant uniquement aux employés qui n'habitent pas dans les environs immédiats du bureau (ceux qui habitent à au moins 1 kilomètre). Quel est, parmi eux, le pourcentage des employés qui travaillent à cinq kilomètres ou plus de leur domicile (on arrondira au centième) ?

Exercice n°7

Le magasin SuperTech fait la liste des capacités des disques durs, en Go, des ordinateurs qu'il propose à la vente. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Capacité en Go	10	20	50	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	4	5	12	10	7	2	4	1	2	1

- 1) Combien d'ordinateurs sont proposés à la vente dans ce magasin ?
- 2) a) Déterminer la médiane Me de cette série
- b) Quel est le pourcentage d'ordinateurs dont la capacité en Go est inférieure à Me ?

- 3) a) Déterminer le premier quartile Q_1 et le troisième quartile Q_3 .
- b) Déterminer l'écart interquartile

- 4) Faire un diagramme en boîte à moustaches sur lequel on précisera les valeurs extrêmes des capacités en Go, la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3 .

5) a) L'écart type vaut environ 260 Go. La moyenne vaut 225 Go.

Un autre magasin, HyperTech avec la même capacité moyenne de 225 Go pour les ordinateurs vendus présente un écart type de 90 Go.

Que peut-on en déduire pour les ordinateurs vendus dans le magasin HyperTech ?

b) Rappeler le lien entre écart type s et variance V .

Donner, sans faire les calculs, une formule permettant de calculer la variance V .

6) De manière à simplifier l'étude du stock, on regroupe les ordinateurs en 4 catégories :

« moins de 80 Go », « Entre 80 et 250 Go », « entre 250 et 500 Go », « Plus de 500 Go »

a) Recopier et compléter le tableau suivant en étant attentif aux bornes des différents intervalles :

Capacité en Go	[0 ; 80]	[80 ; 250]	[250 ; 500]	[500 ; 1150]
Effectif	23			

b) On considère, pour calculer la moyenne, le centre de chaque classe ; c'est-à-dire qu'on remplace l'intervalle par la valeur située au centre de l'intervalle. On remplace ainsi [0 ; 80] par 40.

Déterminer la moyenne obtenue par ce procédé. Pourquoi ne trouve-t-on pas 225 Go ?

Mathématiques - jgcuaZ

Mathématiques - jgcuaZ

Mathématiques - jgcuaZ

STATISTIQUES A UNE VARIABLE

CORRECTION

Exercice n°1

1) L'étendue de cette série est la différence entre les valeurs extrêmes de la série. Elle vaut ici $20 - 2 = \boxed{18}$

Le mode de cette série est la valeur du caractère correspondant à l'effectif maximum. Il vaut ici $\boxed{11}$

2) La moyenne de cette série statistique est égale à $\bar{x} = \frac{1 \times 2 + 2 \times 4 + \dots + 1 \times 20}{1+2+1+\dots+2+1} = \frac{374}{33} \approx \boxed{11,33}$ arrondi au centième.

3) Les fréquences sont égales au quotient entre les effectifs et l'effectif total.

Note	2	4	5	8	10	11	12	14	15	18	20
Effectif	1	2	1	4	2	7	6	3	4	2	1
Effectifs cumulés croissants	1	$1+2 = 3$	$3+1 = 4$	$4+4 = 8$	$8+2 = 10$	$10+7 = 17$	$17+6 = 23$	$23+3 = 26$	$26+4 = 30$	$30+2 = 32$	$32+1 = 33$
Fréquences	$\frac{1}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{1}{33}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{7}{33}$	$\frac{6}{33}$	$\frac{3}{33}$	$\frac{4}{33}$	$\frac{2}{33}$	$\frac{1}{33}$
Fréquences cumulées croissantes	$\frac{1}{33}$	$\frac{1}{33} + \frac{2}{33} = \frac{3}{33}$	$\frac{3}{33} + \frac{1}{33} = \frac{4}{33}$	$\frac{4}{33} + \frac{4}{33} = \frac{8}{33}$	$\frac{8}{33} + \frac{2}{33} = \frac{10}{33}$	$\frac{10}{33} + \frac{7}{33} = \frac{17}{33}$	$\frac{17}{33} + \frac{6}{33} = \frac{23}{33}$	$\frac{23}{33} + \frac{3}{33} = \frac{26}{33}$	$\frac{26}{33} + \frac{4}{33} = \frac{30}{33}$	$\frac{30}{33} + \frac{2}{33} = \frac{32}{33}$	$\frac{32}{33} + \frac{1}{33} = \frac{33}{33}$

(Remarque : la dernière ligne peut être obtenue par quotient des effectifs cumulés et de l'effectif total)

4) La médiane d'une série ordonnée de 33 valeurs est égale à 17^{ème} valeur

D'après le tableau dressé en question 2, 10 élèves ont une note inférieure ou égale à 10 tandis que 17 élèves ont une note inférieure ou égale à 11

La note du 17^{ème} élève se situe donc parmi les 7 notes égales à 11.

La médiane de cette série statistique est donc égale à 11.

5) D'après le tableau des effectifs cumulés croissants de la question 3), il y a $\boxed{4}$ élèves qui ont une note strictement inférieure à 8

6) Toujours d'après le tableau de la question 3), 8 élèves sur 33 ont une note strictement inférieure à 8, donc 33-

8=25 élèves ont une note supérieure ou égale à 10, soit un pourcentage égal à $\boxed{\frac{25}{33} \times 100 \approx 75,75\%}$

Exercice n°2

1) Pour déterminer la surface moyenne \bar{x} , il faut considérer le milieu de chaque intervalle.

On obtient le tableau :

Surface	600	900	1750
Effectif	2613	928	3379

On calcule : $\bar{x} = \frac{600 \times 2613 + 900 \times 928 + 1750 \times 3379}{2613 + 928 + 3379} \approx \boxed{1201,77 m^2}$ à 10^{-2} près.

2) Il y a au total $2613 + 928 + 3379 = 6920$ supermarchés.

Si la surface totale de vente est de $6739000 m^2$, la surface moyenne d'un supermarché est égale à $\frac{6739000}{6920} \approx \boxed{973,84 m^2}$ à 10^{-2} près.

Cette dernière valeur est bien inférieure à celle obtenue à la question 1.

Exercice n°3

Partie A : Analyse de la série statistique

1) Le nombre de gagnants à cette loterie est égal à $2+1+1+3+2+2+3+5+0+1=20$.

Il y a 20 gagnants à cette loterie.

2) Le gain moyen parmi les gagnants vaut :

$$\frac{2 \times 100 + 200 + 300 + 3 \times 400 + 2 \times 500 + 2 \times 600 + 3 \times 700 + 5 \times 800 + 1000}{20} = \frac{11200}{20} = 560 \text{ €}$$

3) a) La médiane d'une série statistique ordonnée de 20 valeurs est égale à la demi somme entre la 10^{ème} et la 11^{ème} valeur.

Puisque les 10^{ème} et 11^{ème} valeur valent toutes les deux 600 €, on en déduit que la médiane de cette série statistique vaut donc 600 €

Le quartile Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des valeurs de la série lui sont inférieures ou égales. 25 % des 20 valeurs de la série représentent 5 valeurs.

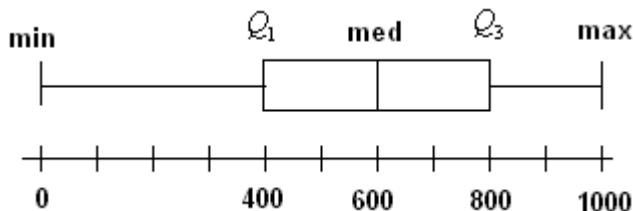
7 valeurs sur 20 sont inférieures ou égales à 400 € donc $Q_1 = 400$

Le quartile Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des valeurs de la série lui sont inférieures ou égales. 75 % des 20 valeurs de la série représentent 15 valeurs.

19 valeurs sur 20 sont inférieures ou égales à 800 €, donc $Q_3 = 800$

b) L'écart interquartile vaut $Q_3 - Q_1 = 800 - 400 = 400$

4) Le diagramme en boîte à moustaches de la série est donné ci-dessous :



5) D'après la formule Variance=moyenne des carrés-carré de la moyenne , on calcule :

$$V(x) = \frac{2 \times 100^2 + 200^2 + 300^2 + 3 \times 400^2 + 2 \times 500^2 + 2 \times 600^2 + 3 \times 700^2 + 5 \times 800^2 + 1000^2}{20} - 560^2$$

$$V(x) = \frac{7520000}{20} - 560^2 = 62400$$

On en déduit que l'écart-type de la série vaut $\sigma = \sqrt{62400} \approx 250$

Partie B : Augmentation des gains

6) Si l'association augmente tous les gains de 217 euros, sans changer les effectifs :

a) La moyenne s'en trouve également augmentée de 217 euros, et devient donc égale à $560+217=777$ €

b) L'écart type est inchangé car la dispersion des notes autour de la moyenne n'est pas modifiée par cette augmentation

c) La médiane s'en trouve également augmentée de 217 euros, et devient donc égale à $600+217=817$ €

7) Si l'association multiplie tous les gains par 1,2, sans changer les effectifs :

a) La moyenne s'en trouve également multipliée par 1,2 et devient donc égale à $560 \times 1,2 = 672$

b) L'écart s'en trouve également multiplié par 1,2 et devient donc environ égal à $250 \times 1,2 = 300$

c) La médiane s'en trouve également multipliée par 1,2 , et devient donc égale à $600 \times 1,2 = 720$

Exercice n°4

1) a) On calcule pour la machine A :

$$m_A = \frac{13 \times 0 + 42 \times 1 + 38 \times 2 + 2 \times 3 + 2 \times 4 + 1 \times 5 + 1 \times 6 + 1 \times 7}{13 + 42 + 38 + \dots + 1 + 1} = \frac{150}{100} = 1,5$$
. Pendant les 100 heures étudiées pour la machine A, il y a en moyenne 1,5 pièce inutilisable.

On utilise la formule variance=moyenne des carrés-carré de la moyenne pour calculer :

$$V_A = \frac{13 \times 0^2 + 42 \times 1^2 + 38 \times 2^2 + 2 \times 3^2 + 2 \times 4^2 + 1 \times 5^2 + 1 \times 6^2 + 1 \times 7^2}{13 + 42 + 38 + \dots + 1 + 1} - (m_A)^2 = \frac{354}{100} - 1,5^2 = 3,54 - 2,25 = 1,29$$

b) On calcule de même pour la machine B :

$$m_B = \frac{35 \times 0 + 40 \times 1 + 1 \times 2 + 1 \times 3 + 10 \times 4 + 13 \times 5 = 150}{35 + 40 + \dots + 13} = \frac{150}{100} = 1,5$$
. Pendant les 100 heures étudiées pour la machine B, il y a en moyenne 1,5 pièce inutilisable.

On utilise la formule variance=moyenne des carrés-carré de la moyenne pour calculer :

$$V_B = \frac{35 \times 0^2 + 40 \times 1^2 + 1 \times 2^2 + 1 \times 3^2 + 10 \times 4^2 + 13 \times 5^2}{35 + 40 + \dots + 13} - (m_B)^2 = \frac{538}{100} - 1,5^2 = 5,38 - 2,25 = 3,13$$

2) a) La médiane de la série ordonnée de 100 valeurs relatives à la machine A est la demi-somme entre la 50^{ème} et la 51^{ème} valeur, soit ici $\frac{1+1}{2} = 1$

Le quartile Q_1 est la plus petite valeur pour laquelle au moins 25 % des valeurs de la série lui sont inférieures.

Ici $Q_1 = 1$

Le quartile Q_3 est la plus petite valeur pour laquelle au moins 75 % des valeurs de la série lui sont inférieures.

Ici $Q_3 = 2$

L'écart interquartile dans le cas de la machine A vaut $Q_3 - Q_1 = 2 - 1 = 1$.

L'étendue correspond à la différence entre les valeurs maximale et minimale donc $E_A = 7 - 0 = 7$

b) La médiane de la série ordonnée de 100 valeurs relatives à la machine B est la demi-somme entre la 50^{ème} et la 51^{ème} valeur, soit ici $\frac{1+1}{2} = 1$

Le quartile Q_1 est la plus petite valeur pour laquelle au moins 25 % des valeurs de la série lui sont inférieures.

Ici $Q_1 = 0$

Le quartile Q_3 est la plus petite valeur pour laquelle au moins 75 % des valeurs de la série lui sont inférieures.

Pendant 75 heures, le nombre de pièces défectueuses a été égal à 0 ou 1.

Pendant 76 heures, le nombre de pièces défectueuses a été égal à 0,1 ou 2.

Le quartile Q_3 sera par convention la moyenne entre la 75^{ème} et la 76^{ème} valeur, soit $\frac{1+2}{2} = 1,5$

Ainsi $Q_3 = 1,5$

L'écart interquartile dans le cas de la machine B vaut $Q_3 - Q_1 = 1,5 - 0 = 1,5$.

L'étendue correspond à la différence entre les valeurs maximale et minimale donc $E_B = 5 - 0 = 5$

3) a) Les paramètres qui mesurent la dispersion sont l'écart type et l'écart interquartile. Plus ils sont petits, et plus la série est regroupée. Plus ils sont grands, et plus la série est dispersée.

b) Dans le cas des deux machines ci-dessus, puisque leurs moyennes sont identiques, les variances (et donc les écarts-type qui en sont leur racine carrée) nous indique que les valeurs de la machine B sont plus dispersées que celles de la machine A. Il en est de même de l'écart interquartile. La machine A semble donc plus « homogène » que la machine B.

Exercice n°5

1) a) Le pourcentage de spécimens ayant un diamètre supérieur ou égal à 27 cm est égal à $30+35+5+5=75\%$

Les 75 % de 400 spécimens représentent 300 spécimens.

Le nombre de spécimens ayant un diamètre supérieur ou égal à 27 cm est donc égal à 300.

b) Les spécimens ayant un diamètre supérieur ou égal à 26 cm représentent 90 % de la totalité, soit 360 spécimens. Les spécimens ayant un diamètre supérieur ou égal à 26 cm et inférieur ou égal à 27 cm représentent $15+30=45\%$ de la totalité, soit $400 \times \frac{45}{100} = 180$ spécimens.

La proportion de spécimens ayant un diamètre inférieur ou égal à 27 cm parmi ceux ayant un diamètre supérieur ou égal à 26 cm est donc égale à $\frac{180}{360} \times 100 = \frac{1}{2} \times 100 = 50\%$.

(on pouvait aussi calculer grâce aux pourcentages : $\frac{45}{90} \times 100 = 2 \times 100 = 50\%$).

2) Le diamètre moyen des troncs est égal à :

$$\frac{25 \times 10 + 26 \times 15 + 27 \times 30 + 28 \times 35 + 29 \times 5 + 30 \times 5}{100} = \frac{2725}{100} = [27,25 \text{ cm}]$$

3) La variance peut se calculer par la formule de Koenig : Variance=Moyenne des carrés-carré de la moyenne

$$V = \frac{25^2 \times 10 + 26^2 \times 15 + 27^2 \times 30 + 28^2 \times 35 + 29^2 \times 5 + 30^2 \times 5}{100} - 27,25^2$$

$$= \frac{74405}{100} - 742,5625 = 744,05 - 742,5625 \approx 1,49 \text{ à } 10^{-2} \text{ près}$$

On en conclut donc que l'écart-type vaut $\sigma = \sqrt{1,49} \approx 1,22$ à 10^{-2} près.

4) a) Pour déterminer l'intervalle interquartile, il nous faut connaître la valeur des quartiles Q_1 et Q_3 .

Le quartile Q_1 est la plus petite valeur telle qu'au moins 25 % des valeurs de la série statistique lui soit inférieure ou égale. Le tableau nous informe immédiatement que $10+15=25\%$ des spécimens ont un diamètre inférieur ou égal à 26 cm. Le quartile Q_1 vaut donc 26 cm.

Le quartile Q_3 est la plus petite valeur telle qu'au moins 75 % des valeurs de la série statistique lui soit inférieure ou égale. Le tableau nous informe que $10+15+30+35=90\%$ des spécimens ont un diamètre inférieur ou égal à 28 cm. Le quartile Q_3 vaut donc 28 cm.

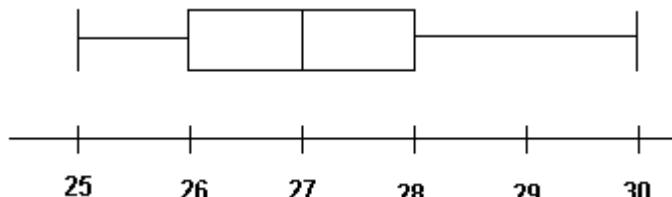
L'intervalle interquartile est donc [26 ; 28] et l'écart interquartile vaut donc $28-26=2$

b) Pour représenter le diagramme en boîtes de la série, il nous faut également la valeur de la médiane.

La médiane d'une série ordonnée de 400 valeurs est égale à la moyenne entre la 200^{ème} et la 201^{ème} valeur.

Ces deux valeurs étant égales à 27 cm, la médiane de la série statistique vaut donc 27 cm

Le diagramme en boîte de la série statistique est donc :



5) Pour la deuxième série, l'intervalle interquartile est [25,5;29] et l'écart interquartile vaut donc $29-25,5=3,5$. Le deuxième écart interquartile étant supérieur à celui de la 1^{ère} étude, les spécimens sont moins homogènes (plus de dispersion).

Exercice n°6

1) a) L'effectif total du groupe s'élève à $5+21+24+15+20+13+2 = 100$ employés

b) La distance moyenne entre le domicile et le lieu de travail vaut :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i}{100} = \frac{0 \times 5 + 1 \times 21 + 2 \times 24 + 3 \times 15 + 4 \times 20 + 5 \times 13 + 8 \times 2}{100} = \frac{275}{100} = [2,75]$$

La distance moyenne entre le domicile et le lieu de travail vaut donc 2,75 km

2) Pour calculer σ , on va d'abord calculer la variance de la série statistique, grâce à la formule de Koenig :

$$V(x) = \frac{\sum_{i=1}^7 n_i x_i^2}{100} - (\bar{x})^2 = \frac{0^2 \times 5 + 1^2 \times 21 + 2^2 \times 24 + 3^2 \times 15 + 4^2 \times 20 + 5^2 \times 13 + 8^2 \times 2}{100} - (2,75)^2 \\ = \frac{1025}{100} - 2,75^2 = 2,6875$$

Ainsi $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{2,6875} \approx 1,64$ à 10^{-2} près

3) La médiane d'une série statistique comportant 100 valeurs rangées dans l'ordre croissant est égale à la demi- somme de la 50^{ème} et de la 51^{ème} valeur.

On peut dresser un tableau des effectifs cumulés croissants de la série statistique :

Distance	0	1	2	3	4	5	8
Effectif cumulé croissant	5	21+5=26	26+24=50	50+15=65	65+20=85	85+13=98	98+2=100

On lit sur ce tableau que la 50^{ème} valeur de la série vaut 2 et que la 51^{ème} valeur vaut 3

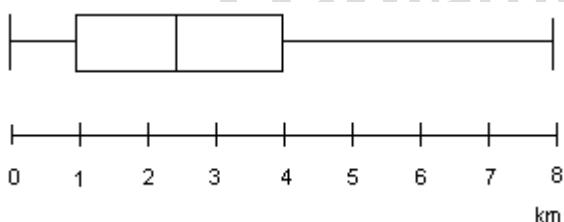
La médiane vaut alors $\frac{2+3}{2} = 2,5$ km

Le quartile Q_1 est la plus petite valeur telle qu'au moins 25 % des valeurs de la série statistique lui soit inférieure ou égale. 25 % des valeur de la série représentant ici 25 valeurs, le quartile Q_1 correspondra à la 25^{ème} valeur, c'est-à-dire $Q_1 = 1$ km

Le quartile Q_3 est la plus petite valeur telle qu'au moins 75 % des valeurs de la série statistique lui soit inférieure ou égale. 75 % des valeur de la série représentant ici 75 valeurs, le quartile Q_3 correspondra à la 75^{ème} valeur, c'est-à-dire $Q_3 = 4$ km

L'intervalle interquartile est donc $[Q_1; Q_3] = [1; 4]$

On construit le diagramme en boîtes de la série statistique en y faisant figurer les valeurs minimales, maximales, la médiane, et les quartiles Q_1 et Q_3



4) Les ouvriers qui habitent à au moins 1 kilomètre sont au nombre de $100-95=5$

Parmi eux, les employés qui travaillent à cinq kilomètres ou plus de leur domicile sont au nombre de $13+2=15$,

soit un pourcentage égal à $\frac{15}{95} \times 100 \approx 15,79\%$ à 10^{-2} près

Exercice n°7

1) Le nombre d'ordinateurs proposés à la vente dans ce magasin est égal à $2+4+5+\dots+1=50$

2) a) La médiane d'une série ordonnée de 50 valeurs est égale à la moyenne entre la 25^{ème} et la 26^{ème} valeur.

En complétant le tableau ci-dessus par le calcul des effectifs cumulés croissants, on obtient :

Capacité en Go	10	20	50	80	160	250	320	500	800	1000	1150
Effectif	2	4	5	12	10	7	2	4	1	2	1
Effectifs cumulés croissants	2	2+4=6	6+5=11	11+12=23	23+10=33	33+7=40	40+2=42	42+4=46	46+1=47	47+2=49	49+1=50

On y lit que la 25^{ème} valeur et la 26^{ème} valeur de cette série statistique sont toutes les deux égales à 160 (elles

font partie des 10 disques à 160 Go). Ainsi $Me = \frac{160+160}{2} = 160$

b) Le nombre d'ordinateurs dont la capacité en Go est inférieure ou égale à M_e est égal à 33, soit un pourcentage égal à $\frac{33}{50} \times 100 = 66\%$

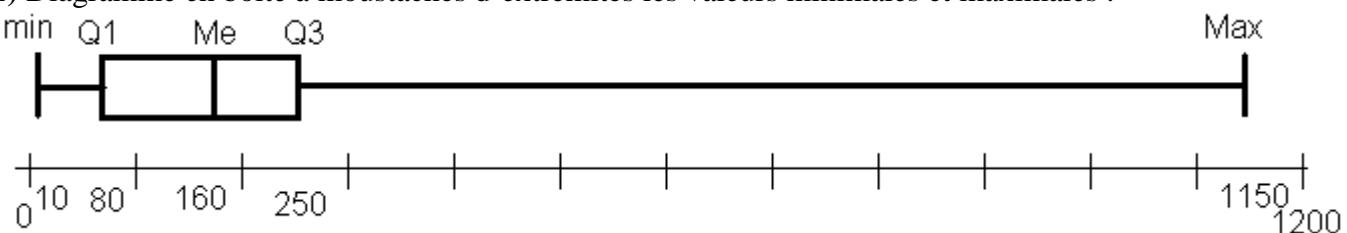
3) a) Le premier quartile Q_1 est la plus petite valeur de la série statistique pour laquelle au moins 25 % des valeurs de la série lui sont inférieures ou égales. Puisque $50 \times \frac{1}{4} = 12,5$, il suffit de prendre pour Q_1 la 13^{ème} valeur, soit $Q_1 = 80$

Le troisième quartile Q_3 est la plus petite valeur de la série statistique pour laquelle au moins 75 % des valeurs de la série lui sont inférieures ou égales. Puisque $50 \times \frac{3}{4} = 37,5$, il suffit de prendre pour Q_3 la 38^{ème} valeur, soit

$$Q_3 = 250$$

b) L'écart interquartile vaut $|Q_3 - Q_1| = 250 - 80 = 170$

4) Diagramme en boîte à moustaches d'extrémités les valeurs minimales et maximales :



5) a) Des informations relatives aux écart-types, on peut déduire que les disques durs des ordinateurs vendus dans le magasin HyperTech ont des capacités plus homogènes, plus « regroupées » autour de leur moyenne.

b) Puisque $s = \sqrt{V}$, on a donc $V = s^2$

6) a) On complète le tableau par addition :

Capacité en Go	[0 ; 80]	[80 ; 250]	[250 ; 500]	[500 ; 1150]
Effectif	23	17	6	4

b) La moyenne obtenue en substituant son milieu à chaque intervalle est égale à :

$$\bar{x} = \frac{23 \times 40 + 17 \times 165 + 6 \times 375 + 4 \times 825}{50} = 185,5$$

Le regroupement des 23 premières capacités au sein d'une seule catégorie aux quelles on affecte « arbitrairement » la valeur 40 donne une répartition moins précise que dans le premier cas, ce qui explique cette différence de moyenne.