Établissement : Année
Université des Lagunes 2020-2021

TRAVAUX DIRIGES
L1 Analyse 2
FICHE 2

EXERCICE 1

Considérons la fonction $f(x) = x^2$ définie sur l'intervalle $[-1;\ 1]$ et la suite de subdivisions

$$X_{n,i} = \left(-1 + \frac{i}{n}\right)_{0 \leq i \leq 2n}$$

1. Calculer $s(f, X_n)$ et $S(f, X_n)$
2. Montrer que f est Riemann-integrable sur $[-1;\ 1]$

EXERCICE 2

Déterminer la limite des suites suivantes :

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2} \qquad v_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{n^2 + k^2} \qquad w_n = \frac{1}{n^2} \prod_{k=1}^{n} \left(n^2 + k^2\right)^{\frac{1}{n}} \qquad z_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{\sqrt{n+k}}$$

EXERCICE 3

1. Calculer l'intégrale suivante en utilisant la somme de Darboux inférieure et en utilisant la somme de Riemann
$$\int_3^{10} (2 + x)dx$$
2. Soit f une fonction définie sur $[0, 2]$ par :
$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \in [0, 1[\\ 2 - x & \text{si } x \in [1, 2] \end{cases}$$
   (a) Montrer que f est intégrable sur $[0, 2]$
   (b) Calculer $\displaystyle\int_0^2 f(x)dx$

EXERCICE 4

Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin t}{1 + \cos^2(t)} dt; \quad I_2 = \int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 + x + 1}} dx;$$

$$I_3 = \int_0^{\pi} \sin^5(x) \cos^2(x)\, dx; \quad I_4 = \int_0^1 \frac{e^x}{e^{-x} + 1} dx; \quad I_5 = \int_0^1 x(\arctan x)^2 dx$$