

Nom :

Prénom :

M1 IM - Séries temporelles - 2022-2023
<http://math.unice.fr/~rubentha/cours.html>

Contrôle terminal, sujet A (durée 2h)

Documents et calculatrices interdits (sauf polycopié). La plus grande importance sera accordée lors de la correction à la justification des réponses. Les exercices sont indépendants. Le sujet est à rendre avec la copie.

Exercice 1. On s'intéresse à une série temporelle x dont nous avons tracé les auto-corrélations et les auto-corrélations partielles dans la figure 0.1. Le processus est-il plutôt un *AR* ou un *AM*?

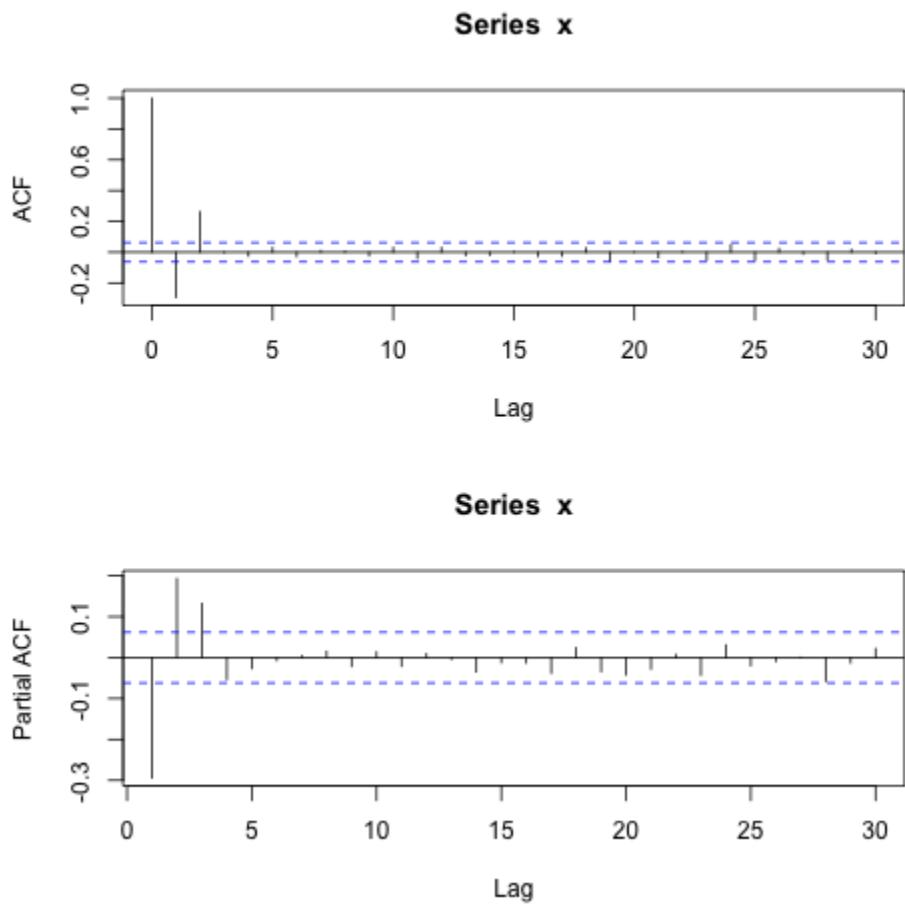


FIGURE 0.1. Auto-corrélations et auto-corrélations partielles

de quel ordre ? Répondre dans le cadre ci-dessous.

Exercice 2. Soit x une série temporelle de longueur 100. Pour α dans la liste $\{0, 1; 0, 2; 0, 3; \dots; 0, 9\}$, on note $\hat{x}_{t,1}^{(\alpha)}$ la prédiction en $t + 1$ obtenue avec le lissage de Holt-Winters sans saisonnalité de paramètres (α, α) . Pour α fixé et t allant de 50 à 99, on fait la somme des carrés des erreurs de prédiction et on la note SE_α . Écrire un programme R qui trouve α minimisant SE_α pour α dans la liste ci-dessus.

Exercice 3. Soit $(\epsilon_t)_{t \geq 0}$ une suite de bruits blancs centrés. Trouver b_1, b_2, b_3 dans \mathbb{R} tels que : $b_3 \neq 0$ et il existe un processus stationnaire $(X_t)_{t \geq 0}$ vérifiant la relation de récurrence

$$X_t = b_1 X_{t-1} + b_2 X_{t-2} + b_3 X_{t-3} + \epsilon_t, \text{ pour } t \geq 3.$$

Exercice 4. Soit $(\epsilon_t)_{t \geq 0}$ une suite de bruits blancs centrés, de variance 1. Soit $(X_t)_{t \geq 0}$ un processus stationnaire vérifiant la relation de récurrence

$$X_t = X_{t-1} - \frac{1}{2} X_{t-2} + \epsilon_t, \text{ pour } t \geq 2.$$

Soit σ la fonction d'auto-covariance de $(X_t)_{t \geq 0}$.

- (1) Calculer $\sigma(0), \sigma(1)$.
- (2) Calculer $\sigma(h)$ pour tout h dans \mathbb{N} .

Exercice 5. Soit une série temporelle $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ($n = 100$). Le graphe de cette série est visible dans la figure 0.2, en haut.

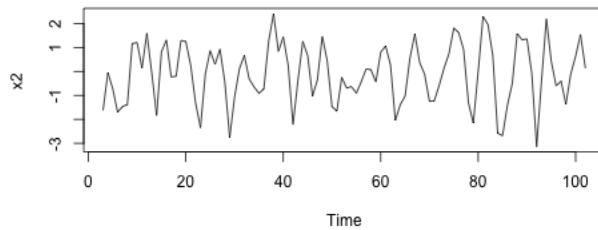
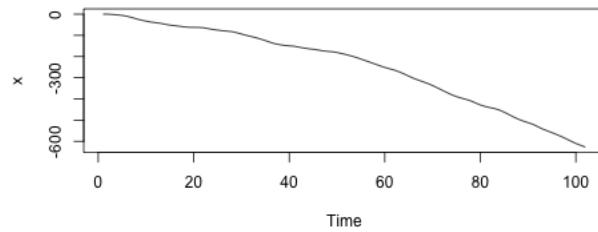


FIGURE 0.2. Graphe de x (en haut) et de $\Delta^2 x$ (en bas).

- (1) On suppose que $\Delta^2 x$ est un processus stationnaire (voir la figure 0.2, en bas pour le graphe de $\Delta^2 x$). Écrire les commandes R permettant de tracer les auto-corrélations (empiriques) et les auto-corrélations partielles (empiriques) de $\Delta^2 x$ (elles sont tracées dans la figure 0.3). Répondre dans la case ci-dessous.

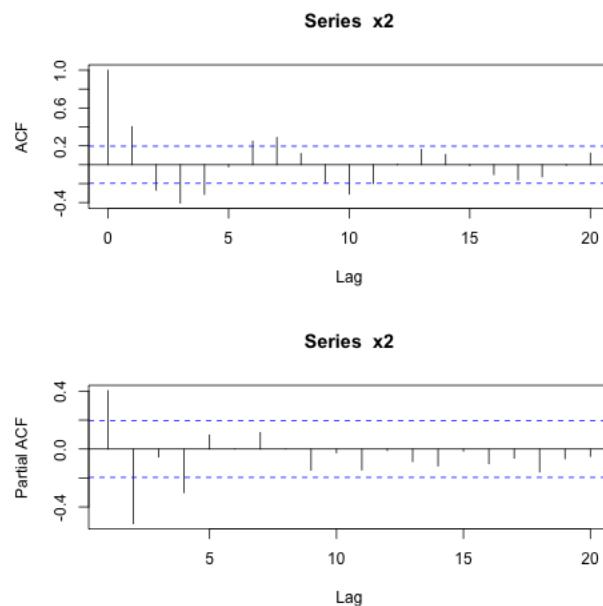


FIGURE 0.3. Auto-corrélations et auto-corrélations partielles de $\Delta^2 x$.

- (2) Le processus $\Delta^2 x$ ressemble-t-il plus à un $AR(p)$ ou un $MA(q)$? Pour quel p ou q ?
 (3) À quelle classe appartient le processus x ?