

Sont $n \in \mathbb{N}$. On définit
sur $[0, \pi]$ la fonction f_n
par :

$$f_n(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x(1+nx)} & \text{si } x \in]0, \pi] \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

- ① Montrer que la suite de fonctions $(f_n)_n$ converge vers une fonction f que l'on déterminera.
- ② Etudier la convergence uniforme sur $[0, \pi]$.
- ③ Soit $a \in]0, \pi]$.
Montrer que la suite de fonctions $(f_n)_n$ converge uniformément sur $[a, \pi]$.