

TRAVAUX DIRIGES
L1 Analyse 2
FICHE 2

EXERCICE 1

Considérons la fonction $f(x) = x^2$ définie sur l'intervalle $[-1; 1]$ et la suite de subdivisions

$$X_n = \left(-1 + \frac{i}{n} \right)_{0 \leq i \leq 2n}$$

1. Calculer $s(f, X_n)$ et $S(f, X_n)$
2. Montrer que f est Riemann-intégrable sur $[-1; 1]$

EXERCICE 2

Déterminer la limite des suites suivantes :

$$u_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k^2} \quad v_n = \sum_{k=1}^{2n} \frac{k}{n^2 + k^2} \quad w_n = \frac{1}{n^2} \prod_{k=1}^{2n} (n^2 + k^2)^{\frac{1}{n}} \quad u_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=0}^n \frac{1}{\sqrt{n+k}}$$

EXERCICE 3

Calculer les intégrales suivantes :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2(t)}{1 + \cos^2(t)} dt; & I_2 &= \int \frac{dx}{x + \sqrt{x^2 + x + 1}} dx; \\ I_3 &= \int_0^\pi \sin^5(x) \cos^2(x) dx; & I_4 &= \int_0^1 \frac{e^x}{e^{-x} + 1} dx; & I_5 &= \int_0^1 x(\arctan x)^2 dx \end{aligned}$$