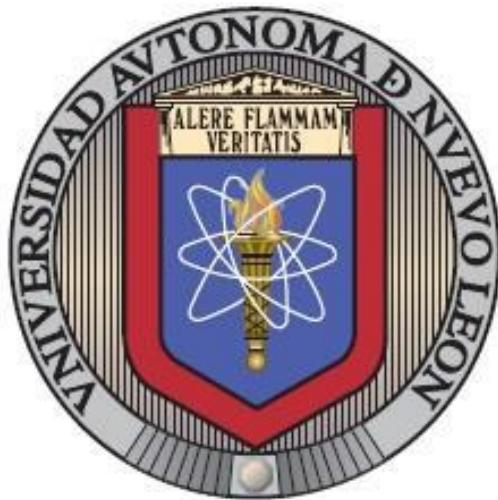


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



**DESARROLLO DE UN JUEGO SERIO PARA FORTALECER EL
RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO CON IMPLEMENTACIÓN
DE UN SISTEMA BASADO EN LÓGICA DIFUSA**

POR

ALICIA YESENIA LÓPEZ SÁNCHEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA CON
ORIENTACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN**

FEBRERO, 2020

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



**DESARROLLO DE UN JUEGO SERIO PARA FORTALECER EL
RAZONAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO CON IMPLEMENTACIÓN
DE UN SISTEMA BASADO EN LÓGICA DIFUSA**

POR
ALICIA YESENIA LÓPEZ SÁNCHEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA CON
ORIENTACIÓN EN TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN**

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN, MÉXICO

FEBRERO, 2020

UNIVERSIDAD AUTONOMA DE NUEVO LEON
FACULTAD DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "Desarrollo de un Juego Serio para fortalecer el razonamiento Lógico-Matemático con Implementación de un sistema basado en Lógica Difusa" realizada por la alumna Alicia Yesenia López Sánchez, con número de matrícula 1385261, sea aceptada para su defensa como opción al grado de Doctor en Ingeniería con orientación en Tecnologías de la Información

El Comité de Tesis

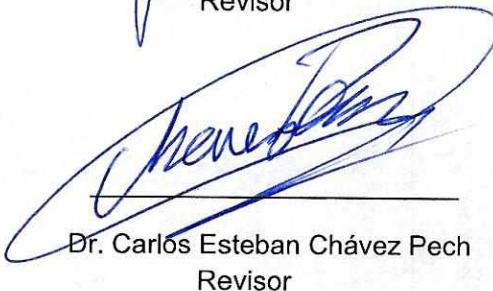


Dra. Aida Lucina González Lara
Asesor

Dr. Jaime Arturo Castillo Elizondo
Revisor



Dr. Carlos Esteban Chávez Pech
Revisor

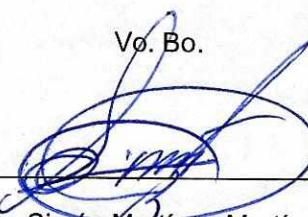


Dra. María Esther Grimaldo Reyna
Revisor



Dr. Cesar Guerra Torres
Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado **FIME**



AGRADECIMIENTOS

A mi asesora de tesis, la Dra. Aída Lucina González Lara que gracias a su supervisión, paciencia y buena disposición ha sido posible la realización de este trabajo.

A mis revisores de tesis, el Dr. Jaime Arturo Castillo Elizondo, la Dra. María Esther Grimaldo Reyna, el Dr. Cesar Guerra Torres y el Dr. Carlos Esteban Chávez Pech quienes dedicaron tiempo y esfuerzo en revisar la tesis.

A la Universidad Autónoma de Nuevo León y a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica por proporcionarme un lugar para aprender y mejorar.

A mi esposo Julio Alemán, que compartió sus conocimientos como desarrollador y me apoyó en esta investigación. A mi mamá Dora Sánchez, mi papá Martín López, mis hermanas Luisa Yadira y Martí Yudith, así como también a Iván Lara, Maribel Sánchez y Gerardo Rangel que siempre me apoyaron y estuvieron al pendiente todo este tiempo.

A los estudiantes Ramiro Chacón, Esmeralda Garza y Ángel Cruz por el apoyo para el desarrollo de este juego serio.

A mi familia

ÍNDICE GENERAL

RESUMEN	X
INTRODUCCIÓN	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Actualización del fenómeno de estudio	2
1.3. Justificación	5
1.4. Definición del Problema	6
1.5. Objetivos.....	7
1.5.1. Objetivo General	7
1.5.2. Objetivos Particulares	7
1.6. Hipótesis.....	8
1.7. Pregunta de investigación.....	9
1.8. Estructura de la tesis	9
MARCO TEÓRICO	10
2.1. Trabajos Relacionados	10
2.2. Lógica difusa	12
2.2.1. Variables Lingüísticas	13
2.2.2. Conjuntos Difusos	13
2.2.3. Funciones de membresía	14
2.2.4. Normalización	16
2.3. Sistema de Inferencia Difusa (SID)	17
2.2.1. Método de inferencia difusa de Mamdani	19
2.2.1.1. Fusificación.....	19

2.2.1.2. Base de Conocimiento.....	19
2.2.1.3. Unidad toma de decisión	20
2.2.1.4. Desfusificación.....	20
2.4. Juego Serio	22
2.5. Razonamiento Lógico Matemático.....	25
2.6. <i>Design Thinking</i>	26
2.7. Modelo Incremental	28
2.8. Pruebas t-test para las muestras de datos.....	30
2.9. Herramientas de análisis y desarrollo	31
2.9.1. R	31
2.9.1.1. Detección de valores atípicos	32
2.9.2. Mathematica.....	33
2.9.3. SQL Server	34
2.9.4. Netbeans.....	34
METODOLOGÍA	36
3.1. Descripción del estudio.....	36
3.2. Empatizar	36
3.2.1. Grupo de enfoque	37
3.2.2. Encuestas	38
3.3. Definir	40
3.3.1. Creación de perfiles de usuario (Personas).....	40
3.3.2. Diagrama de interacciones y modelo de casos de uso	41
3.4. Idear	41
3.4.1. Diagrama de afinidad	42
3.5. Prototipar	43
3.5.1. Prototipo de baja fidelidad.....	43
3.5.2. Estructura del juego serio.....	44
3.5.2.1. Propósito	44
3.5.2.2. Mecánica	44
3.5.2.3. Contenido	45
3.5.2.4. Estética y gráficos.....	45

3.5.2.5. Ficción y narrativa.....	45
3.5.2.6. Composición.....	49
3.5.3. Prototipo de software	50
3.5.3.1. Primer incremento (Inicio de la aplicación).....	50
3.5.3.2. Segundo incremento (Diseño de los Problemas)	52
3.5.3.3. Tercer incremento (Desarrollo del SID).....	54
3.5.3.4. Cuarto incremento (Recopilación y análisis de los datos para el SID).....	67
3.5.3.5. Quinto incremento (Final del juego serio).....	70
3.6. Evaluación	73
3.6.1. Evaluación de usabilidad.....	73
3.6.2. Evaluación de aprendizaje	74
3.7. Herramientas	74
RESULTADOS	76
4.1. Resultados de la etapa de Empatía	76
4.2. Resultados de la etapa Definir	79
4.3. Resultados de la etapa Idear	80
4.4. Resultados de la etapa Prototipar	82
4.4.1. Resultados del prototipo de baja fidelidad.	83
4.4.2. Resultados de la estructura del juego serio.	85
4.4.3. Resultados del primer incremento (Inicio de la aplicación)	88
4.4.4. Resultados del segundo incremento (Diseño de los problemas) ...	90
4.4.4.1. Reestructuración de los problemas.....	90
4.4.4.2. Conexión de la BD con el juego serio	92
4.4.5. Resultados del tercer incremento (Desarrollo del SID)	93
4.4.6. Resultados del cuarto incremento (Recopilación y análisis de datos para el SID)	96
4.4.6.1. Pruebas del sitio web.....	96
4.4.6.2. Tiempos obtenidos de la página web	99
4.4.7. Resultados del quinto incremento (Final del juego serio)	105
4.4.7.1. Primera iteración del juego serio.....	105

4.4.7.2. Segunda iteración del juego serio	107
4.5. Resultados de la etapa de Evaluación	108
4.5.1. Pruebas de Usabilidad	109
4.5.2. Pruebas de la evaluación de aprendizaje.	110
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	119
5.1. Conclusión de la metodología <i>Design Thinking</i> para el desarrollo del juego serio.....	119
5.2. Conclusión de la implementación del Sistema de Inferencia Difusa para el proceso de evaluación del juego serio.	122
5.3. Trabajo Futuro	124
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	125
ÍNDICE DE FIGURAS	147
ÍNDICE DE TABLAS	152
A. ESTRUCTURA DEL EXANI-II	154
B. GUÍA DE PREGUNTAS PARA EL GRUPO DE ENFOQUE	156
C. CUESTIONARIO PARA EL DESARROLLO DE UNA APLICACIÓN	159
D. DIAGRAMA DE AFINIDAD DEL JUEGO SERIO	164
E. PROBLEMAS POR MODIFICAR POR PARTE DEL EXPERTO	166
F. TIEMPOS OBTENIDOS DE LOS PROBLEMAS CONTESTADOS POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES	170
G. RESULTADOS DE LA PRUEBA GRUBBS EN R	179
H. TIEMPOS OBTENIDOS SIN LOS DATOS ATÍPICOS	190
I. PRUEBAS <i>T-TEST</i> PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES	199
J. RESULTADO PARA EL MÉTODO PENSANDO EN VOZ ALTA	209
K. EXAMENES APLICADOS	211
L. RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES	213

RESUMEN

Actualmente, contar con habilidades y métodos para la comprensión de información en el área de matemáticas es importante para la toma de decisiones, a pesar de que los estudiantes conocen los conceptos de las matemáticas, resulta ser que no saben cómo ni cuándo utilizarlos. Para resolver este problema, en este trabajo se presenta el desarrollo de un juego serio para fortalecer el razonamiento lógico-matemático con la implementación de un sistema basado en lógica difusa para el proceso de evaluación de los problemas, este desarrollo se realizó aplicando la metodología *Design Thinking*.

Para la primer etapa (Empatizar) se generó un grupo de enfoque y encuestas para conocer las necesidades de los estudiantes, en la segunda etapa (Definir) se definieron perfiles de usuario, un diagrama de interacción y de caso de uso, en la tercera etapa (Idear) se realizó una lluvia de ideas y un diagrama de afinidad, después en la cuarta etapa (Prototipar) se desarrolló la estructura del juego serio, un prototipo de baja fidelidad y uno de software dividido en el inicio de la aplicación, la creación de los problemas que conforman el juego con apoyo de expertos, el desarrollo del sistema de inferencia difusa y la recopilación de información para las variables con apoyo de un sitio web para finalmente implementarlo al juego, en la última etapa (Evaluar) se realizan pruebas de usabilidad y aprendizaje.

Como resultado se obtuvo la calificación y el tiempo en contestar de los usuarios con apoyo de dos evaluaciones (antes y después de usar el juego). Se llevó a cabo un análisis de los resultados obtenidos con base en el tiempo invertido en el juego serio, la cual indica que sí es posible fortalecer el razonamiento lógico-matemático por parte de los estudiantes que la utilizan.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

La lógica es una de las disciplinas más antiguas, tiene sus inicios en Grecia, en donde Aristóteles fue el primero en describir leyes de la forma en que los argumentos son tomados, conocida como lógica filosófica [1] [2]; no obstante, en el siglo XX, Peano, Frege y Russell reducen la matemática en lógica, la cual es dividida en varias subáreas y aplicaciones para el área de matemáticas, informática, lingüística y filosofía [1].

El impacto de cómo los individuos estructuran mentalmente el conocimiento matemático a través de sus experiencias y la manera de razonar para la solución de problemas, ha sido estudiado y discutido desde numerosas perspectivas [3] [4], de acuerdo con Ángel y Bautista [5], se deben establecer nuevas formas de enseñar y aprender matemáticas a través de programas de cómputo ligados a la enseñanza, orientados al fortalecimiento de conocimientos y valores fundamentales cuyo objetivo consiste en aprender, como los juegos con propósitos de aprender conocidos como juegos serios (*serious game*), los cuales en los últimos años han incrementado su cantidad en investigaciones para proporcionar nuevos métodos con el objetivo de apoyar el aprendizaje [6] [7].

Por otro lado, el término Conjunto Difuso (*Fuzzy Set*) y Lógica Difusa (LD, *Fuzzy Logic*) se utilizó por primera vez por Zadeh, quien publicó su primer

documento sobre conjuntos difusos en 1965 [8]; pero no se generó interés, sino hasta 1974 cuando Mamdani inventó un procedimiento de inferencia difusa, usando las bases para el desarrollo inicial de las aplicaciones de los sistemas difusos [9], el cual alcanzó su máximo desarrollo en 1994 [10].

Actualmente una gran cantidad de investigadores aplican lógica difusa en sus indagaciones. De acuerdo con Zadeh, existen 26 revistas de investigación sobre el impacto de lógica difusa, 89,356 publicaciones en la base de datos de investigación de Ingeniería (INSPEC), 22,657 publicaciones sobre teoría y aplicaciones, 16,898 solicitudes de patentes en EE.UU. y 7,149 en Japón, todas ellas aplicadas en diversas áreas tales como ciencias sociales, ciencias políticas, los sistemas de detección de fraude, evaluación de los sistemas de crédito y economía, entre otros [11].

1.2. Actualización del fenómeno de estudio

En la actualidad, contar con habilidades, estrategias y métodos para la comprensión de información matemática facilita la toma de decisiones, por lo que los estudiantes no ven una dificultad, sino una lista de pasos para la resolución de tareas, logrando enfrentar diversas actividades o situaciones en la vida diaria y así desenvolverse en áreas en donde la unión de las matemáticas con las ciencias se hace cada vez más amplia [12] [13].

El pensamiento es una actividad mental, la cual requiere esfuerzo y se impulsa cuando el individuo se encuentra en una situación que requiere planeación para alcanzar una meta; el pensamiento formal es desarrollado en los adolescentes y adultos, estableciendo las habilidades o capacidades para llevar a cabo actividades académicas, facilitando la resolución de problemas matemáticos, aunque este pensamiento es necesario, también se afirma que no es suficiente debido a que existe un gran número de personas que no han logrado mejorar su habilidad de razonamiento matemático, ya que solo saben resolver operaciones básicas sin saber cómo aplicarlas [14] [15].

Para resolver este problema Bragdon y Fellows [16] sugieren ejercicios mentales, cuya función principal consiste en desafiar algunas de las destrezas del cerebro en la vida real, tales como el razonamiento lógico-deductivo, la visualización creativa, manipulación de símbolos y reglas de cálculo matemático, así como también reglas de lógica gramatical, usando libros, ejercicios e incluso herramientas informáticas (aplicaciones web y móviles), cuyo objetivo consiste en apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje en el área del razonamiento matemático, facilitando la comprensión de los contenidos; algunas de las aplicaciones más importantes en el área son “La Isla de las Matemáticas” [17], “Prueba de lógica” [18], “El maestro lógico” [19] o los juegos serios, los cuales además de ayudar a aprender también son entretenidos, como [20] [21] *MathFraction* [22] y *Zeldenrust* [23].

Además, se han utilizado sistemas de software que manejan Inteligencia Artificial (IA), conocidos como Sistemas Tutores Inteligentes (STI, *Intelligent Tutorial System*) [24] [25], estos sistemas buscan emular un tutor humano con la finalidad de establecer una metodología para facilitar el aprendizaje, interactuar con los estudiantes y reforzar la enseñanza con base en sus necesidades, en donde la arquitectura más común en tutores inteligentes se puede apreciar en la Figura 1.1.

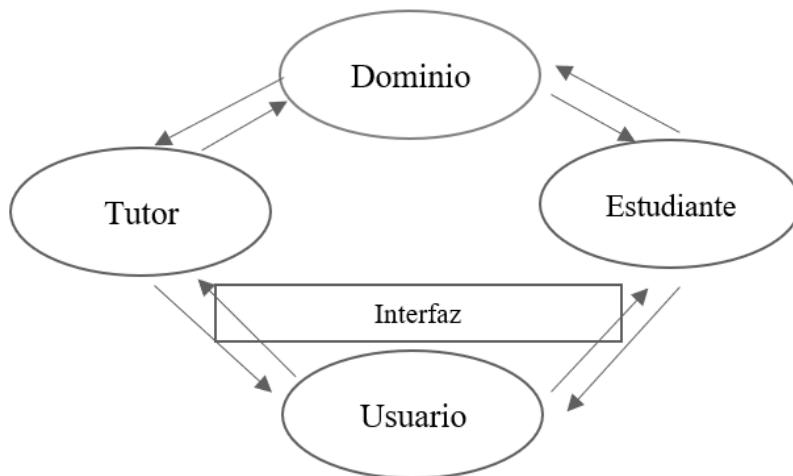


Figura 1.1. Arquitectura de los Sistemas Tutores Inteligentes [26].

Los conjuntos difusos han atraído la atención en diversas áreas como: procesos de producción, toma de decisiones, reconocimiento de patrones, diagnóstico y análisis de datos, por lo que la lógica difusa se encuentra en la solución a problemas que implican la manipulación de diferentes variables generando estructura de inferencia que asemeja las capacidades apropiadas de razonamiento humano [27] [28]. Sus aplicaciones se realizan en áreas multidisciplinarias desde el uso de sistemas de operación y maquinaria hasta programas computacionales para la toma de decisiones [29].

Los Sistemas de Inferencia Difusa (SID, *Fuzzy Inference System*) se basan en la LD, representa el conocimiento y datos imprecisos de forma similar al pensamiento humano, basándose en los conceptos de la teoría de conjuntos difusos, reglas *if-then* y razonamiento difuso, permitiendo el manejo de imprecisión e incertidumbre y entregando respuestas válidas aun cuando la información sea incompleta [30] [28].

Existen diversas aplicaciones que son utilizadas por los SID, principalmente en los campos de cadena de suministros, en donde su propósito consiste en la gestión de producción, calidad y análisis de costo-beneficio, así como también en el área médica debido a su capacidad para manipular registros médicos imprecisos para evaluar niveles de riesgo o diagnósticos en pacientes, apoyando en la decisión de los médicos, investigadores y profesionales de la salud [31] [32] [33].

En los últimos años, el SID ha sido aplicado en diferentes áreas como ingeniería industrial, finanzas e inclusive en medicina, siendo utilizado cuando el comportamiento de una evaluación no es entendible o en casos que se requiera una solución rápida y aproximada para diferentes diagnósticos, empleando métodos computacionales y matemáticos enfocados a las aplicaciones de procedimientos estadísticos [34] [35] [36] [37].

1.3. Justificación

El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (NCTM, *National Council of Teachers of Mathematics*), declara que el razonamiento matemático requiere los conocimientos de habilidades para construir conjeturas, desarrollar y evaluar argumentos, seleccionar y usar varios tipos de representaciones matemáticas [38].

El razonamiento matemático se emplea para hacer deducciones a partir de hipótesis en la vida diaria con base en reglas, leyes y principios morales, así como también en las disciplinas que subyacen de las matemáticas, la ciencia y la tecnología, por lo que se utilizan en la ingeniería inversa, programación y en tecnologías de la información [39] [40].

En 2015, 72 países, entre ellos México, participaron en el Programa para la evaluación internacional de alumnos (PISA, *Program for International Student Assessment*), en donde aproximadamente 540,000 estudiantes seleccionados de manera aleatoria realizaron dicho examen, estos representan cerca de 29 millones de jóvenes de 15 años de las diferentes escuelas del mundo, en el cual su área principal es el uso y la interpretación de las matemáticas en diferentes situaciones, desde el ámbito personal, social y laboral hasta el área científica, incluyendo razonamiento y aplicación de conocimiento [41]. El lugar que ocupó México en esta prueba fue el número 55 con un promedio de 408 puntos en matemáticas, dicho resultado se encuentra por debajo del promedio establecido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) de 490 puntos, una diferencia que equivale a dos años de escolaridad, es decir 1 de cada 100 estudiantes mexicanos obtienen un rendimiento de nivel superior [42].

En 2013 se analizaron los resultados del Examen de Habilidades y Conocimientos Básicos (EXHCOBA) aplicado en 2006 y 2007, está compuesto de sumas algebraicas, secuencias lógicas, solución de problemas y unidades de numeración decimal, este examen es utilizado en cinco universidades estatales públicas, en donde los resultados muestran que los estudiantes que egresan del

bachillerato no entienden los conceptos fundamentales de las matemáticas, por lo que se ubican en un nivel insuficiente ya que no poseen la habilidad para solucionar problemas de complejidad intermedia [15].

En 2015, 144,517 estudiantes de 3,529 escuelas participaron en el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) desarrollado por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), en el que el área de matemáticas se caracteriza por formular procedimientos para solucionar problemas, obteniendo resultados muy bajos, ya que dos terceras partes se encuentran en el nivel uno de los cuatro definidos, teniendo un logro insuficiente y carecen de los conocimientos para seguir aprendiendo [43].

Con base en lo anterior, los STI se utilizan para crear tutores inteligentes, los cuales apoyan a los estudiantes para conocer las operaciones en un área y/o subáreas específicas, sin embargo, en diversas ocasiones aunque las personas conozcan las operaciones no pueden definir cómo ni cuándo utilizarlas, teniendo como consecuencia los diferentes resultados de los exámenes aplicados en México, motivo por el cual se plantea desarrollar una aplicación, en donde su objetivo principal consiste en fortalecer el razonamiento matemático usando LD para la evaluación de los ejercicios presentados con base en el tiempo que transcurrió en contestar y la respuesta de cada problema, logrando reforzar los subtemas en donde se tarden demasiado o no se contesten de manera correcta, con ayuda del conocimiento de expertos en el área de matemáticas [15] [44] [38].

1.4. Definición del Problema

En México, el 45% de los estudiantes que terminan el nivel de bachillerato se ubican en un nivel insuficiente de competencias matemáticas, lo que implica que apenas son capaces de identificar información, desarrollar procedimientos con instrucciones directas y realizar acciones evidentes con base en deducción inmediata, el INEE establece que el 17% de los estudiantes de sexto de primaria y el 51% de los estudiantes de tercero de secundaria no logran obtener las habilidades y conocimientos requeridos en matemáticas, lo anterior tiene como

consecuencia que el problema se intensifica a medida que avanza el nivel escolar [15].

Para ayudar a solucionar este problema, una gran cantidad de estudiantes cursan tutorías, cuyo propósito es atender problemas relacionados con las dificultades de aprendizaje, habilidades de estudio, actitudes hacia la profesión, entre otros [45], también con el uso de nuevas tecnologías y el apoyo de plataformas virtuales como *WebCT* [46], *Moodle* [47] y *Structuralia* [48] se ha logrado desarrollar herramientas multimedia, interactivas y abiertas para potenciar fases del proceso educativo, relacionadas con la motivación y destreza para resolver distintos problemas matemáticos, impulsando la participación de los alumnos [49].

Sin embargo, en la mayoría de las aplicaciones los usuarios responden una serie de preguntas y con base en ello son evaluados, sin saber en qué problema se falla más, en donde tienen dificultades de comprensión o si la respuesta la buscaron por otro lugar (internet, libros), por lo que se plantea crear una aplicación con la implementación de lógica difusa para evaluar cada uno de los diferentes tipos de problemas matemáticos que se presenten, logrando identificar y reforzar los tipos de problemas que se les dificulten con base en su respuesta y el tiempo invertido para contestarlo.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo General

Desarrollar un juego serio cuyo propósito es fortalecer el razonamiento lógico matemático, implementando un sistema basado en lógica difusa en el proceso de evaluación.

1.5.2. Objetivos Particulares

- ❖ Recopilar, analizar y clasificar la información de problemas que ayuden a mejorar el razonamiento lógico matemático con base en los criterios del

grupo de expertos en el área, generando listas de ejercicios para cada nivel.

- ❖ Desarrollar y diseñar un juego serio de acuerdo con la metodología *Design Thinking*
- ❖ Implementar un sistema de lógica difusa para el proceso de evaluación de respuestas.
- ❖ Diseñar dos evaluaciones similares con una serie de problemas de diferentes niveles de razonamiento matemático, las cuales serán aplicadas a alumnos seleccionados pre y post uso del juego.
- ❖ Comparar los resultados de las evaluaciones anteriores considerando factores como el puntaje obtenido y el tiempo que tardaron en contestar.

1.6. Hipótesis

Se ha establecido una hipótesis general, así como también un conjunto de hipótesis derivadas, las cuales contribuyen a su demostración. La hipótesis general de esta investigación es la siguiente:

- Es posible la implementación de un sistema de lógica difusa para optimizar el proceso de evaluación de un juego serio cuyo objetivo es mejorar el razonamiento lógico matemático.

De la hipótesis anterior se derivan las siguientes hipótesis que también son demostradas en esta tesis:

- Es posible utilizar la metodología *Design Thinking* y el modelo incremental para el desarrollo de un juego serio.
- Es posible diseñar problemas y evaluaciones que ayuden a fortalecer el razonamiento lógico matemático con apoyo de un grupo de expertos.
- Es posible implementar un sistema de lógica difusa en un juego serio.
- Es posible desarrollar un sitio web para obtener información de una de las variables del sistema de lógica difusa, así como también identificar los datos atípicos y comparar si son estadísticamente similares.

- Es posible comparar las evaluaciones con base en el tiempo invertido y niveles avanzados en el juego serio.

1.7. Pregunta de investigación

¿Es posible utilizar lógica difusa en el proceso de evaluación para un juego serio, cuyo objetivo es mejorar el razonamiento lógico matemático?

¿Es posible utilizar la metodología de *Design Thinking* y el modelo incremental para desarrollar un juego serio que motive a los estudiantes a usarla?

¿Qué tipo de sistema de lógica difusa es adecuado para el proceso de evaluación?

¿Qué tipo de información es adecuado para las variables que conforman el sistema de lógica difusa?

¿Se pueden comparar los resultados de dos evaluaciones con base en el uso del juego serio?

1.8. Estructura de la tesis

Esta tesis se encuentra distribuida de la siguiente manera: en el capítulo 2 se muestra el Marco Teórico, en donde se exponen los conceptos, modelos, teóricas y trabajos relacionados con esta investigación; en el capítulo 3 se puede apreciar la Metodología que se utilizó para confirmar las hipótesis propuestas; en el capítulo 4 se muestran los resultados obtenidos tanto en tablas como representaciones gráficas; por último, en el capítulo 5 las conclusiones obtenidas en esta investigación, así como también el posible trabajo futuro.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describen los conceptos y teorías más relevantes para el desarrollo de esta tesis, primero se especifican los conceptos más importantes de las variables lingüísticas, los conjuntos difusos y las funciones de membresía de la LD, así como también el proceso para normalizar los datos; segundo, se determina que es el SID y los dos sistemas que existen (Mandani y Takagi-Sugeno) con el objetivo analizar y seleccionar un método de inferencia difusa, con el propósito de identificar cada una de sus etapas.

Una vez definidos los conceptos del SID, el siguiente paso es conocer la estructura y conceptos de un juego serio, el contenido del juego describiendo sobre el razonamiento lógico-matemático y como está conformado con base en la estructura de EXANI-II así como también la metodología para desarrollar este juego conocida como *Design Thinking* y el modelo incremental.

Por último las herramientas y los trabajos relacionados con el propósito de poder llevar a cabo y/o conocer lo que existe actualmente relacionado con esta investigación.

2.1. Trabajos Relacionados

Como se mencionó anteriormente, los juegos serios se utilizan para la educación en estudiantes en distintas áreas como eMedOffice, el cual enseña los

conceptos básicos de medicina, con base en situaciones de problemas reales [50], *PR:EPARe*, una aplicación para brindar educación sexual con apoyo de un grupo multidisciplinario en el Reino Unido [51] o incluso *EnerCities*, con el propósito de generar conciencia sobre el consumo y las formas sobre el ahorro de energía a los estudiantes de secundaria [52].

Asimismo, los juegos serios se han utilizado para el aprendizaje de las matemáticas, como *MathFraction*, el cual consiste en enseñar fracciones a niños de primaria, enfocado al contexto regional del lugar [22], *Zeldenrust*, en donde se resuelven problemas de valor faltante, de transformación y comparación, dividido en un juego principal y varios subjuegos con ayuda de un avatar [23], *MathBharata*, el cual está dirigido a niños con discapacidad intelectual y se compone de cinco preguntas por competencia con dos minutos para contestar cada uno de los problemas, compuestos principalmente por números en lugar de oraciones [53] o incluso un juego para aprender conceptos elementales de geometría usando videos, audios y un Kinect conectada a una PC con la plataforma *EyesWeb XMI* [54].

No solo se utilizan los juegos serios para el desarrollo de aplicaciones con un propósito serio, sino que también existen aplicaciones usando IA, las cuales ha obteniendo un enorme impacto y prácticos beneficios [55], como el uso de la lógica difusa, como sistemas para diagnósticos de fiebre tifoidea [33], enfermedades de la piel [35], riesgos cardiacos [56], cáncer de mama [57] o en educación como los sistemas de tutores inteligentes o sistema tutor inteligente multiagente [58], así como también modelos para evaluar el desempeño de docentes con base en exámenes (historial) o listas de problemas proporcionados por expertos [59] [60].

Por ejemplo, en *IBM Watson Education* en compañía de *Apple*, desarrollaron la aplicación de IA conocida como *Watson Element for Educators*, en donde el maestro ayuda a mejorar las necesidades del alumno de manera personalizada, empleando textos, audios o videos, logrando proporcionar una visión diferente para el estudiante con base en las habilidades, intereses, logros

y actividades de aprendizaje [61] [62]. De la misma manera, existen aplicaciones para mejorar el razonamiento lógico matemático, usando sistemas de gestión de aprendizaje (LMS), el cual consiste en un entorno virtual para la enseñanza usando actividades de capacitación y materiales didácticos de un tema en particular [63].

2.2. Lógica difusa

Zadeh define la lógica difusa como un intento de formalización o mecanización de dos capacidades importantes del ser humano, la primera consiste en la capacidad de conversar y razonar, tomando decisiones racionales en un ambiente carente de información, precisión e inteligencia, la segunda es la capacidad de generar una amplia variedad de tareas físicas y mentales sin elaborar mediciones ni cálculos [64].

Chen y Pham consideran la lógica difusa como un razonamiento, en donde su objetivo principal consiste en proporcionar fundamentos para realizar el raciocinio aproximado, utilizando proposiciones imprecisas basadas en la teoría de conjuntos difusos [65].

La LD representa un método alternativo a la inteligencia artificial, el cual proporciona un entorno o ambiente de trabajo (*framework*) para desarrollo, logrando imitar a una persona experta representar las capacidades del razonamiento humano para posteriormente ser aplicado a los sistemas basados en conocimientos, aproximándose a la solución de un problema en particular [66] [67].

Algunas características esenciales de la lógica difusa son [68]:

- ❖ En lógica difusa, el razonamiento exacto es visto como un caso específico del razonamiento aproximado.
- ❖ Cualquier sistema lógico puede ser *fusificado*.
- ❖ El conocimiento es interpretado como un conjunto equivalente de restricciones difusas sobre una colección de variables.

- ❖ La inferencia puede ser vista como un proceso de propagación de restricciones difusas.

2.2.1. Variables Lingüísticas

Son variables cuyos valores se expresan en términos lingüísticos, es decir los valores no son números sino palabras o enunciados en un lenguaje natural o artificial que proporciona un medio de caracterización aproximada de fenómenos que son demasiado complejos o imprecisos, para ser descritos en términos cuantitativos convencionales; por ejemplo “peso” es una variable lingüística, en donde sus valores se dividen en: muy bajo, bajo, medio, alto y muy alto los cuales se pueden representar por números difusos [69] [70].

Una variable lingüística se caracteriza por 5 elementos ($X, T(X), U, G, M$), en donde [71] [72]:

- ❖ X : se le conoce como el nombre de la variable.
- ❖ $T(X)$: conjunto de términos de X (conjunto de valores lingüísticos)
- ❖ U : consiste en el universo del discurso.
- ❖ G : son las reglas de la sintaxis para la generación del nombre de los términos ($T(X)$).
- ❖ M : regla semántica que asocia un número difuso a cada término lingüístico de X .

2.2.2. Conjuntos Difusos

En los conjuntos clásicos (nítidos o *crisp*) no existe incertidumbre involucrada en la ubicación de los límites, es decir son conjuntos en donde su pertenencia es exacta, a diferencia de los conjuntos difusos, los cuales contienen propiedades ambiguas por lo que sus límites son definidos de manera imprecisa [28].

Definición 2.1.- Sea X un conjunto clásico de objetos llamado *universo*, cuyos elementos genéricos son denotados por x , donde A es un subconjunto

clásico de pertenencia en X , es considerado como la función característica μ_A para $X \in \{0, 1\}$ tal que [73]:

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow x \in A \\ 0 & \Leftrightarrow x \notin A \end{cases} \quad (1)$$

Su función de pertenencia solo puede tomar dos valores, en otras palabras cuando $\mu_A = 1$ significa que x pertenece al conjunto A y cuando $\mu_A = 0$ significa que x no pertenece, en este caso $\mu_A(x)$ se reduce a una función característica familiar del conjunto A [74]; no obstante, surge la necesidad de trabajar con conceptos cuyos límites no son claros, por lo que se utilizan los conjuntos difusos, los cuales son una alternativa a las nociones de conjuntos de pertenencia y lógica [75].

Definición 2.2.- Sea $X = \{x\}$ una colección de objetos denotados por x , tal que el conjunto difuso de A en X es un conjunto de pares ordenados:

$$A = \{(x, \mu_A(x))\}, \quad x \in X \quad (2)$$

Donde $\mu_A(x)$ es considerado el **grado de pertenencia** de x en A y $\mu_A(x): X \rightarrow M$ es una función de X al espacio M conocido como espacio de pertenencia en el intervalo $[0,1]$ [76].

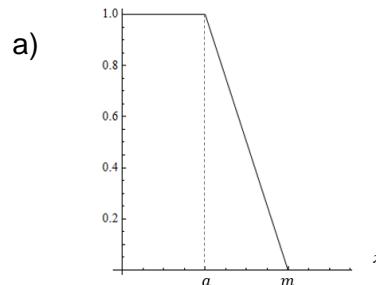
2.2.3. Funciones de membresía

Las funciones de membresía (FM, *membership function*) $\mu_A(x)$ se utilizan en el proceso de fusificación y se expresan como:

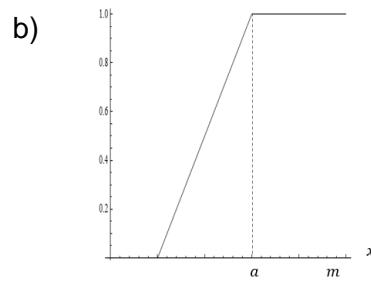
$$\mu_A(x) \rightarrow [0,1] \quad (3)$$

Esto es, para cada elemento de $x \in X$ existe un grado de pertenencia en $\mu_A(x) \in [0,1]$; es decir cuando $\mu_A(x) = 0$, afirma que x no corresponde al conjunto A , si $\mu_A(x) = 1$ significa que x está completamente en A y $0 < \mu_A(x) < 1$ representa que x contiene un cierto grado de pertenencia al conjunto A [75].

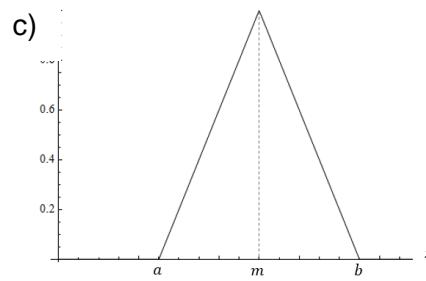
El objetivo de la FM es determinar el grado de membresía de cada variable de entrada usando la función triangular, trapezoidal, función-L y función-R, como se puede observar en la Figura 2.1.



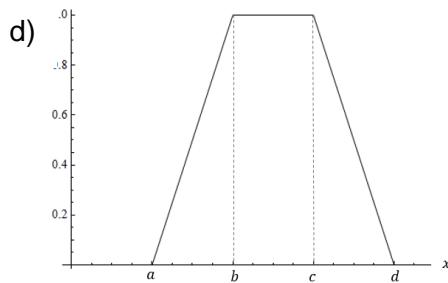
$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq a \\ \frac{m-x}{m-a} & \text{si } a < x \leq m \\ 0 & \text{si } x > m \end{cases}$$



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{si } a < x \leq m \\ 1 & \text{si } x > m \end{cases}$$



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{si } a < x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{si } m < x \leq b \\ 0 & \text{si } x > b \end{cases}$$



$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a < x \leq b \\ 1 & \text{si } b < x \leq c \\ \frac{d-x}{b-c} & \text{si } c < x \leq d \\ 0 & \text{si } x > d \end{cases}$$

Figura 2.1. Funciones de membresía. En a) se muestra la función L, en b) la función-R, en c) la función triangular y en d) la función trapezoidal con sus gráficas y ecuaciones respectivamente [33] [77] [78] [79].

En la Figura 2.1 se observan que m, a, b, c y d son los parámetros de las FM y μ_A es el grado de membresía de x en A [26].

2.2.4. Normalización

La normalización es una propiedad que requiere un rango de similitud que se encuentra entre [-1,1] o [0,1], se utiliza en lugar de los datos reales, con el objetivo de facilitar los cálculos difusos debido a su fácil interpretación y comparación entre distintas condiciones [80] [81].

El proceso de normalización es un paso importante y crucial en el desarrollo de algoritmos LD, ya que requiere del conocimiento de los valores extremos de las variables reales, es decir un conocimiento del proceso a utilizar. Existen diversos métodos para el desarrollo de este proceso, como la normalización Min-Max, como se muestra a continuación, con las siguientes variables [82].:

- \min_a : valor mínimo del atributo A.
- \max_a : valor máximo del atributo A.
- v : valor real del atributo A que se encuentra dentro del mínimo y máximo de la población de datos.
- v' : valor normalizado dentro del rango (0,1).

$$v' = \frac{v - \min_a}{(\max_a - \min_a)} \quad (4)$$

En este proyecto se utilizará el proceso de normalización para convertir los valores reales de las variables de tiempo, aciertos y niveles en valores entre (0,1), los cuales se pueden apreciar más adelante en la sección de metodología.

2.3. Sistema de Inferencia Difusa (SID)

El SID es un entorno o ambiente de trabajo para desarrollo computacional basado en los conceptos de teoría de conjuntos difusos, reglas difusas (*if-then*) y razonamiento difuso como se muestra en la Figura 2.2, con aplicaciones como el control automático, clasificación de datos, predicción de series de tiempo, reconocimiento de patrones, sistemas expertos y análisis de decisiones [83].

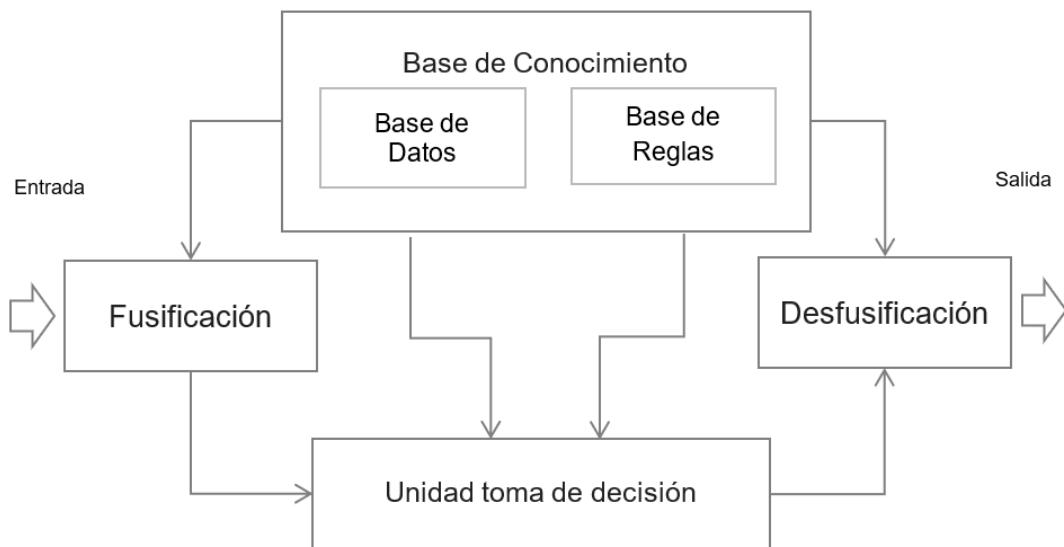


Figura 2.2. Sistema de Inferencia Difusa [28].

El proceso de la Figura 2.2 consiste en convertir las variables de entrada (cualitativas y cuantitativas) en variables lingüísticas a través de conjuntos difusos, en donde son evaluadas mediante una base de conocimientos, logrando que las variables obtengan valores concretos y sea posible analizar la información para la toma de decisiones, convirtiendo el valor difuso en valores del mundo real como salida [28] [84] [79].

Existen dos tipos de sistemas de inferencia difusa, los cuales son el sistema de Takagi-Sugeno (TS) y el sistema de Mamdani, el TS es implementado en sistemas difusos neuronales (ANFIS, *Adaptive Neuro-Based Fuzzy Inference System*) ya que sus parámetros consecuentes son una ecuación lineal conocida como SID tipo Takagi-Sugeno de primer orden (*first-order Takagi–Sugeno*) y para el sistema de Mamdani se utilizan conjuntos de reglas lingüísticas obtenidas por

personas con experiencia [85] [28]; las características de dichos sistemas se pueden apreciar en la Tabla 2.1 [86] [87].

Tabla 2.1. Características del sistema Mamdani y Takagi-Sugeno

Mamdani	Takagi-Sugeno
<ul style="list-style-type: none"> • Fácil interpretación • Resultados razonables con una estructura simple • Intuitivo y de naturaleza interpretable para la base de reglas, por lo que es utilizado para aplicaciones de soporte a la toma de decisiones • La salida puede ser difusa o nítida • Puede utilizarse en sistemas MISO (<i>Multiple Input Single Output</i>) o MIMO (<i>Multiple Input Multiple Output</i>). • Tiene funciones de pertenencia de salida 	<ul style="list-style-type: none"> • No hay defusificación ya que el resultado nítido se calcula utilizando la media ponderada • Existen algoritmos que se pueden utilizar para el método Sugeno, como la herramienta ANFIS (de Matlab) para optimizar las salidas • Más robusto en presencia de datos ruidosos como los sensores de datos • Es adecuado para el análisis funcional, debido a la estructura continua de la función de salida (mismas entradas no originan salidas sustancialmente diferentes) • No tiene funciones de pertenencia de salida

Se consideró utilizar el sistema de Mamdani debido a que se utiliza para aplicaciones de soporte a la toma de decisiones y su salida puede ser nítida o difusa a diferencia del TS, en donde su salida es una ecuación lineal de primer grado y son utilizados más en modelos ANFIS.

2.2.1. Método de inferencia difusa de Mamdani

Este método de inferencia difusa se encuentra dividido en cuatro etapas, las cuales se describen a continuación.

2.2.1.1. Fusificación

Es la entrada del sistema difuso, la cual consiste en transformar los valores nítidos en conjunto difusos [28] [88]:

$$x = \text{fuzzifier}(x_0) \quad (5)$$

Donde, x_0 es un valor de entrada nítido para el proceso de fusificación, x es un conjunto difuso y *fuzzifier* representa el operador.

2.2.1.2. Base de Conocimiento

Está compuesto de la base de reglas, las cuales contienen un número de reglas difusas del tipo *if-then* y una base de datos que define las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos usando dichas reglas [89], en algunos casos el conocimiento para la base de reglas es obtenido mediante información extraída a fondo por expertos y se le conoce como sistemas expertos difusos [90].

Base de Datos

Se define como funciones de pertenencia de un conjunto difuso usando reglas difusas [28], permitiendo variables y términos lingüísticos sobre tablas relacionales proporcionando columnas difusas, en el que las consultas difusas pueden ser desarrolladas sobre una base de datos nítida [91].

Base de Reglas

Involucran variables lingüísticas y se caracterizan por ser un conjunto de reglas de tipo *if-then*, con el antecedente (*if*) y el consecuente (*then*) [33], las cuales se componen de la siguiente manera:

$$R_k = \text{if } (x_1 \text{ is } A_{1k}) \text{ and/or } (x_2 \text{ is } A_{2k}) \text{ and/or } \dots \text{ and/or } (x_n \text{ is } A_{nk}) \text{ then } (y \text{ is } B_k) \quad (6)$$

Para $k = 1, \dots, N$, donde y es una variable de salida y x_1, \dots, x_n son las variables de entrada, tomando valores del conjunto en términos de valores lingüísticos con A_{1k}, \dots, A_{nk} y B_k son los elementos de dichos conjuntos y “and”, “or” e incluso “else” son conexiones lingüísticas [92] [28].

Existen varias metodologías para la adquisición de conocimientos, las cuales no son mutuamente excluyentes y la combinación de ellas es efectiva para determinar la base de reglas [93]:

- ❖ Análisis de datos históricos
- ❖ Análisis de fracaso
- ❖ Aplicación de conceptos
- ❖ Experiencia de expertos y análisis de conocimiento de ingeniería

2.2.1.3. Unidad toma de decisión

Es una parte importante del sistema, este proceso se divide en 2 etapas [94]:

- La primera etapa se le conoce como concordancia (*matching*) y consiste en determinar el grado en que cada regla es relevante a la situación actual caracterizada por las entradas.
- La segunda se le conoce como etapa de inferencia (*inference step*), se caracteriza en obtener las conclusiones usando las entradas actuales y la información de la base de reglas.

2.2.1.4. Desfusificación

La salida del proceso de inferencia es un conjunto difuso y se requiere una acción no difusa (nítida), por lo que se debe defusificar:

$$z_0 = \text{defuzzifier}(z) \quad (7)$$

Donde, z_0 es el control de salida nítida y *defuzzifier* es el operador de defusificación [88]. A continuación, se muestran las técnicas más comunes para este proceso [28] [95]:

Método de la Media del Máximo (MOM, *The Mean of Maximum Method*): este método toma los resultados de la distribución y encuentra la media de máximos logrando llegar a un número nítido:

$$z = \sum_{j=1}^l \frac{z_j}{l} \quad (8)$$

Donde, z es la media del máximo, z_j es el punto máximo de la función de pertenencia y l es el número de veces donde el resultado de la distribución alcanza el nivel máximo.

Método del Centro de la Masa: consisten en tomar los resultados de la distribución, encontrando su centro de masa para llegar a un número nítido [28]:

$$z = \frac{\sum_{j=1}^q z_j u_c(z_j)}{\sum_{j=1}^q u_c(z_j)} \quad (9)$$

Donde, z es el centro de la masa y u_c es la pertenencia de la clase c del valor z_j .

Método del Centroide del área (COA): para este método se toma el centroide geométrico (centro del área) del conjunto difuso consiguiente, en otras palabras, el centro del área de un conjunto A es dividido en n puntos representado de la siguiente forma [96] [97]:

$$z = \frac{\sum_{i=1}^n C_i A_i}{\sum_{i=1}^n A_i} \quad (10)$$

Donde, C_i es el centroide y A_i es el área para cada elemento i [96].

En este trabajo, se decidió determinar el centroide por el Método del Centroide del área, debido a que este método se utiliza comúnmente para el

proceso de defusificación con resultados muy precisos, por lo que primero se divide el resultado en diferentes partes, como se muestra en la Figura 2.3 [98] [99] [100].

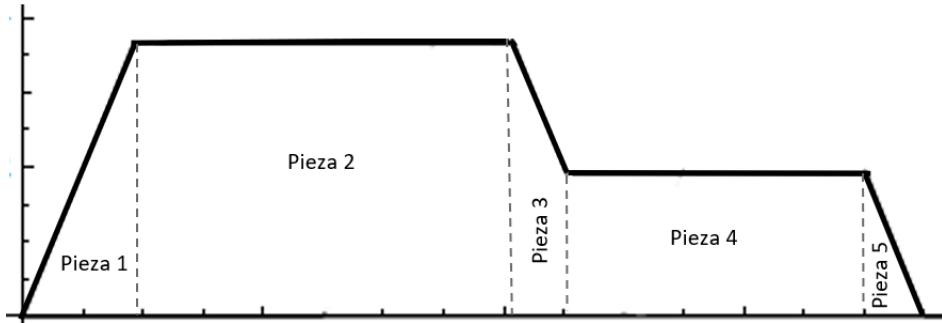


Figura 2.3. Descomposición del resultado del sistema difuso [100].

Una vez dividido el resultado, como se puede observar en la Figura 2.3, el siguiente paso es calcular cada una de las áreas y centroides de los elementos usando las ecuaciones definidas en la Figura 2.4.

2.4. Juego Serio

Un juego serio es un tipo de juego el cual está conformado por cuatro puntos importantes [20] [21]:

- La combinación de videojuegos con el objetivo de trasmitir un mensaje, ofrecer capacitación y facilitar el intercambio de datos.
- No solamente se utiliza para entretener, sino que también su propósito es educativo, de salud, defensa, entrenamiento, comercio, ecología o comunicación.
- No solamente porque estén destinados a un propósito significan que no deban ser entretenidos.
- Son aplicaciones compuestas de experiencia, entretenimiento y multimedia, como se muestra en la Figura 2.5.

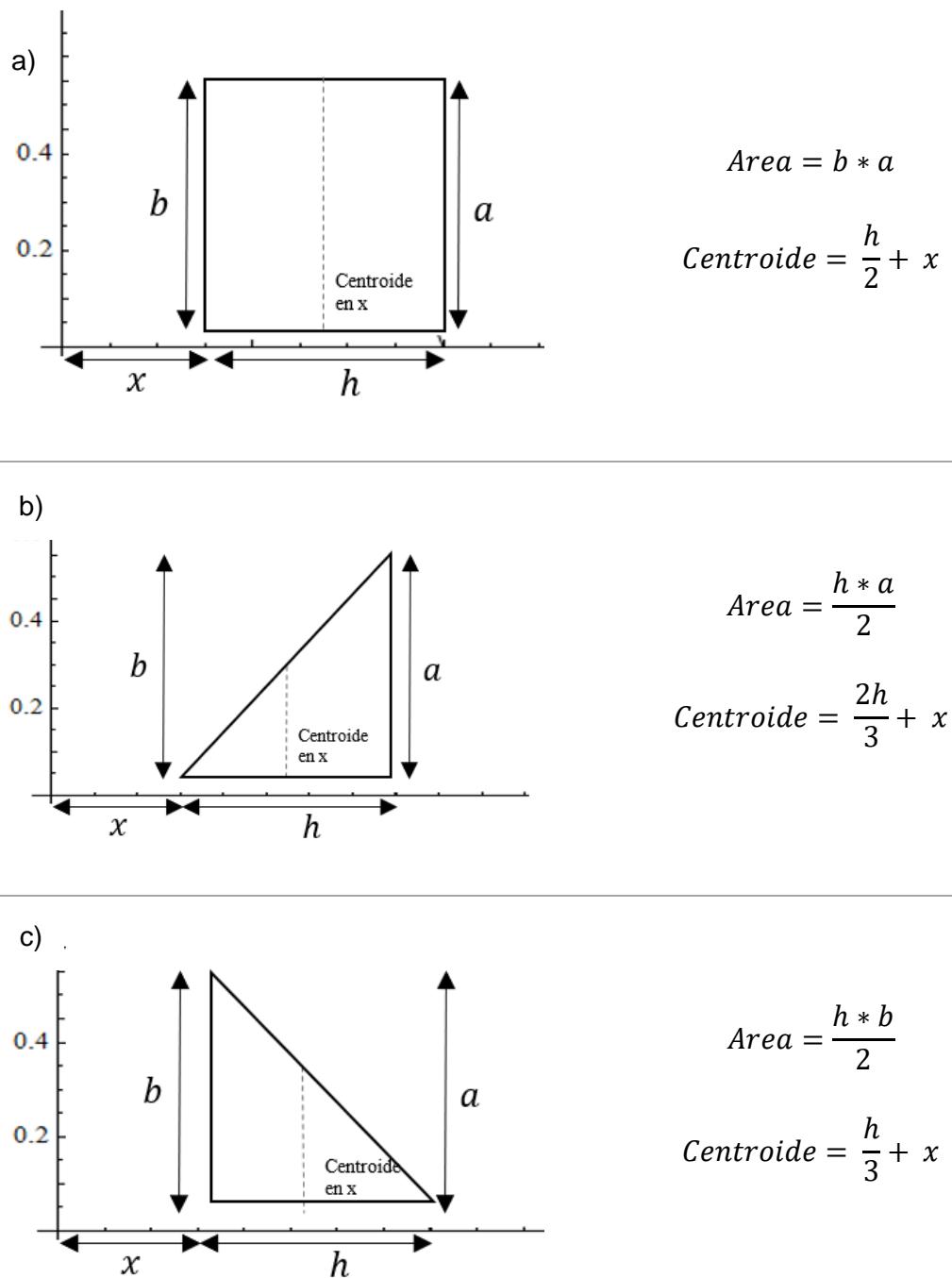


Figura 2.4. Ecuaciones para determinar el área y centroide de cada pieza del método COA. En a) se muestra la rectangular, en b) la R-Triangular y en c) la L-Triangular [96].

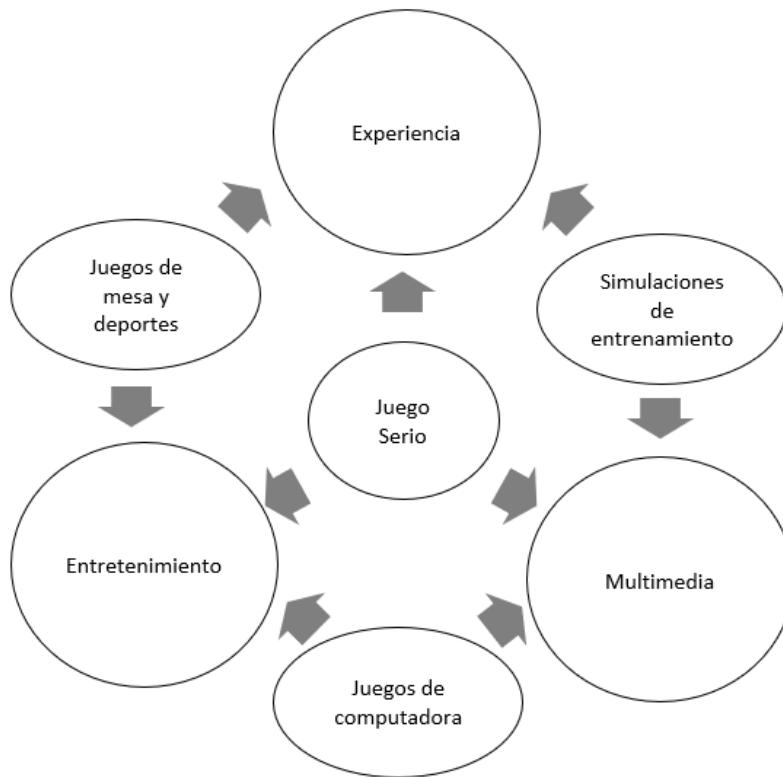


Figura 2.5. Definición de un juego serio [101].

Asimismo, la estructura básica para un juego serio se encuentra conformado de la siguiente manera [102]:

- **Propósito:** define el objetivo del videojuego, siguiendo uno o diferentes propósitos en específico (incluyendo el entretenimiento), como el aprendizaje, la salud, educación, entre otros [21].
- **Mecánica:** consiste en el mecanismo para interactuar con el juego, estableciendo las reglas de lo que se puede o no hacer, ofreciendo recompensas, desafíos o dificultades.
- **Contenido:** es la información, el tipo y la estructura del contenido que se utiliza en el juego serio [103].
- **Estética y gráficos:** está conformado por los medios audiovisuales y los lenguajes utilizados por parte de los diseñadores, es decir la estética y gráficos que conforman el juego con el objetivo de impactar al jugador.

- **Ficción y narrativa:** se muestra la historia relacionada con el propósito del juego, incluyendo escenarios, personajes, la situación del problema y como resolverlo, puede ser lineal o que el jugador cree su propia historia [103].
- **Composición:** radica en conocer o definir la enseñanza y los temas que estructuran el juego, como ofrecer un fácil acercamiento a los jugadores que carecen de experiencia

2.5. Razonamiento Lógico Matemático

En 1989, Gardner y Hatch [104] definen la inteligencia lógica matemática como una ciencia asociada al pensamiento científico y matemático, la cual consiste en la capacidad de resolver problemas, comprender patrones numéricos o lógicos y la habilidad de manejar largas cadenas de razonamiento.

En 2000, Alsina y Canals [105] consideran el razonamiento lógico matemático como la habilidad de solucionar situaciones donde no se conoce un método de solución.

En consecuencia, el razonamiento matemático consiste en la capacidad de comprender patrones y relaciones lógicas utilizando afirmaciones, proposiciones, así como también funciones en los procesos de categorización, distribución, deducción y pruebas de hipótesis [106], por lo que se emplea cuando una tarea no es rutinaria, siguiendo una serie de pasos [107]:

- Se cumple una situación problemática.
- Se define una estrategia que pueda resolver el problema.
- Se implementa la estrategia, pero en caso de no resolver el problema volver al punto anterior
- Se obtiene un resultado (Conclusión)

El Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (Ceneval) ha diseñado desde el año 1994 el examen de admisión para ingreso a diversas universidades entre ellas la UANL, conocido como el Examen Nacional de

Ingreso a la Educación Superior (EXANI-II), en donde la estructura del razonamiento matemático está dividida en 5 subáreas como se muestra en la Figura 2.6, en donde se puede apreciar en el Apéndice A la estructura completa [108]:

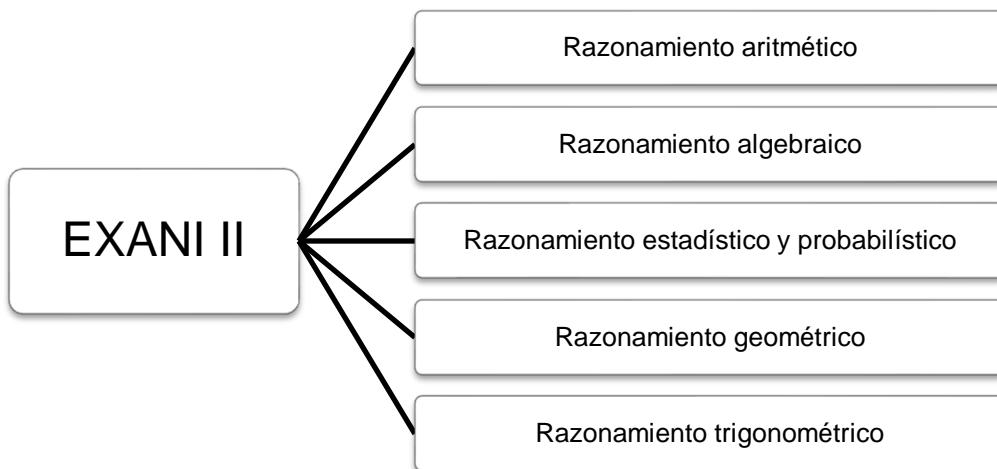


Figura 2.6. Estructura del razonamiento matemático [109].

Sin embargo, en esta investigación se decidió junto con el grupo de expertos seleccionar los tres temas que en su opinión experta son los más importantes, por lo que esta investigación abarcará el razonamiento aritmético, algebraico, estadístico y probabilístico.

2.6. *Design Thinking*

El propósito de esta metodología es resolver un problema desarrollando innovaciones basadas en las demandas, servicios, cuestiones tangibles o intangibles, logrando ser el puente entre la perspectiva de un diseñador para la creación orientada a problemas (pensamiento artístico creativo) y el enfoque analítico de un ingeniero para resolver dichos problemas (pensamiento analítico racional) [110]. En otros términos, consiste en utilizar la agilidad del diseñador y los métodos que se ajustan a las necesidades de las personas con tecnología factible y estrategias de negocios viables, alcanzando oportunidades de mercado [111].

El proceso *Design Thinking* cuenta con 5 pasos elementales como se puede apreciar en la Figura 2.7.

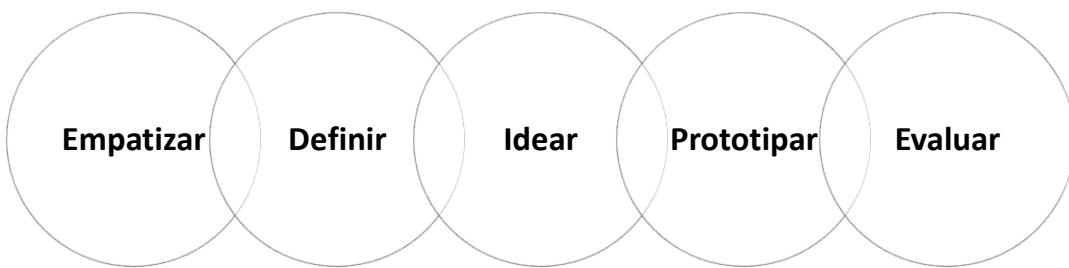


Figura 2.7. Fases en el proceso de *Design Thinking* [112].

Las fases del *Design Thinking* se definen de la siguiente manera:

Empatizar, consiste en observar, entrevistar e interactuar a los usuarios y su comportamiento en el entorno, con el objetivo de entender las necesidades de las personas a las que se diseña [113] [112].

Definir, en esta etapa se genera una explicación centrada en las ideas y necesidades de un usuario en particular o de carácter compuesto con base en la información obtenida anteriormente, conocido como punto de vista (POV, *Point of View*), el cual se caracteriza por [113] [112]:

- Proporcionar un enfoque y estructura del problema.
- Fortalecer a los miembros del equipo para la toma de decisiones en respuesta a los objetivos.
- Proporcionar un informe para evaluar ideas competitivas.
- Fomentar la lluvia de ideas, tomando de referencia “como podemos”.

Idear, es un proceso del diseño que se centra en la generación de ideas, aplicando una serie de métodos para la construcción de prototipos y soluciones innovadoras del problema principal [110] [113] [112].

Prototipar, es la generación de artefactos rápidos, de baja resolución y que se puedan experimentar, como las técnicas de dibujo, simulaciones y los prototipos físicos, destinados a responder preguntas que logren aproximarse a la solución final [113] [112] [114].

Evaluar, consiste en obtener retroalimentación de los prototipos creados de manera interactiva, con el objetivo de entender la perspectiva del usuario, el problema y la posible solución [110] [113].

2.7. Modelo Incremental

El modelo incremental es un modelo de procesos el cual se divide el proyecto en intervalos (incrementos) más pequeños e independientes, con el objetivo de reducir el tiempo de desarrollo [115] [116]. Se define como un modelo de software evolutivo en donde se va agregando nuevas funcionalidades conocidos como incrementos, como se puede apreciar en la Figura 2.8.



Figura 2.8. Fases del modelo incremental [117].

Las fases del modelo incremental se definen de la siguiente manera:

Análisis, es una de las etapas más importantes, se realiza por parte de las personas con mayor experiencia (*senior*) en la empresa, con base en las especificaciones de los clientes y los expertos de la investigación e industria, es utilizado para obtener una planeación básica y/o técnicas a partir de otros puntos de vista, logrando así proyectos con un mínimo riesgo [118].

Diseño, es un proceso interactivo dividido en [119]:

- **Diseño de datos**: se definen los datos que conforman el sistema, como los diagramas de entidad relación o diccionario de datos, este diseño se puede generar al mismo tiempo que la arquitectura del software.
- **Diseño arquitectónico**: consiste en la identificación de los componentes que estructuran el software y su interacción [120].
- **Diseño de la interfaz**: consiste en el diseño de como interactúa el usuario con la aplicación, logrando el flujo de datos y el comportamiento del sistema.
- **Diseño componente-nivel**: consiste en trasformar los elementos de la arquitectura de software en procedimientos de sus componentes con base en la información de las clases, diagramas de flujo y modelos de comportamiento.

Desarrollo, en esta etapa se genera código de manera organizada, logrando evitar complicaciones al momento de desarrollar el producto, usando herramientas y lenguajes de programación [118].

Pruebas, consiste en un conjunto de actividades que se pueden planear por adelantado o de manera sistemática, por lo que se debe especificar una plantilla (incluyendo técnicas de diseño y métodos de evaluación) para definir el proceso de software [121]. Las pruebas se dividen en revisar que se haya implementado correctamente un pequeño segmento del código (test de bajo nivel) y cuando se validan las funciones principales del sistema con base en los requerimientos del cliente (test de alto nivel) [119].

Es importante tomar en cuenta para el desarrollo del modelo incremental las siguientes consideraciones [116]:

- Se utiliza en proyectos de bajo riesgo
- Se maneja con proyectos de largo plazo en el desarrollo.
- Se define cuando es peligroso que se desarrolle todo el sistema a la vez.

2.8. Pruebas t-test para las muestras de datos

Estas pruebas se utilizan cuando se comparan dos grupos independientes de datos, con el propósito de diferenciar de manera estadística si los datos se distribuyen de manera normal y sus variaciones son iguales [122].

Para el caso de diferentes tamaños de muestra e iguales varianzas se utiliza la prueba *t* de *Student*, como se muestra a continuación, donde n_1 y n_2 son los tamaños de la muestra, así como también s_1^2 y s_2^2 son las varianzas estimadas para cada grupo independiente, con n_1+n_2-2 grados de libertad [123].

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{S_{x_1 x_2} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \quad (11)$$

donde

$$S_{x_1 x_2} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_{x_1}^2 + (n_2 - 1)s_{x_2}^2}{n_1 + n_2 - 2}} \quad (12)$$

En el caso de las varianzas y tamaños de muestra diferentes, se utiliza prueba de *Welch*, como se muestra a continuación, donde s_1^2 y s_2^2 son las varianzas estimadas, así como también n_1 y n_2 son los tamaños de la muestra para cada grupo independiente [122].

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2}}} \quad (13)$$

Para calcular los grados de libertad se utiliza lo siguiente:

$$GL = \frac{\left(\frac{s_{x_1}^2}{n_1} + \frac{s_{x_2}^2}{n_2} \right)^2}{\frac{\left(\frac{s_{x_1}^2}{n_1} \right)^2}{n_1 - 1} + \frac{\left(\frac{s_{x_2}^2}{n_2} \right)^2}{n_2 - 1}} \quad (14)$$

Sin embargo, en algunas ocasiones el resultado obtenido de la ecuación 14 no necesariamente es un entero, motivo por el que se considera el valor entero más cercano.

2.9. Herramientas de análisis y desarrollo

En esta sección se muestran las diferentes herramientas utilizadas para hacer esta investigación, tanto matemáticas para el análisis de información, como de programación para el desarrollo de la aplicación.

2.9.1. R

R es un proyecto Licencia Pública General (GNU, *General Public Licence*) y creado por Fundación para el Software Libre (*Free Software Foundation*), el cual es una versión libre (*OpenOffice*) que dispone de funciones básicas para el analizar datos, generar figuras o animaciones, así como también crear modelos complejos en el área de estadística, psicometría, economía, medicina e informática [124].

Esto es, R es un software que permite la manipulación de datos con el objetivo de calcular o visualizar la información, incluyendo [125]:

- Almacenamiento y manejo de datos de manera efectiva
- Operadores para calcular vectores y matrices
- Herramientas y graficas para el análisis y visualización de los datos

Para el desarrollo de la sintaxis R, existen varios editores de texto disponibles, proporcionando funcionalidad como el auto marcado y las utilidades de los códigos, los cuales son [126]:

- *Rguis* para editor de código básico.
- *Rstudio*, basado en un IDE para R.
- *Vim-R-Tmux*, herramienta basada en *Vim* y *Tmux*
- *gedit* y *Rgedit*
- *Tinn-R*

- *Notepad+*

2.9.1.1. Detección de valores atípicos

Con el propósito de eliminar los valores que se generan ya sea porque el usuario contestó solo por contestar o no se enfocó solamente en el problema se utilizó la detección de los valores atípicos, en donde un valor atípico es uno o más datos (grandes o pequeños) que se desvía del conjunto de datos. Hawkins define un valor atípico (*outlier*) como una observación que genera la sospecha de que fue generada por otro mecanismo diferente [127].

Barnett y Lewis lo define como el subconjunto de uno o más elementos observados, los cuales se desvían notablemente con el resto del conjunto de datos [128], en donde las causas de estos valores se dividen de dos maneras [129]:

- **Error:** se refiere a la medición relacionada con el problema del dispositivo.
- **Evento:** se define como un fenómeno en particular, como un incendio o la contaminación, usualmente duran un periodo de tiempo y alteran los datos históricos.

Existen muchos casos en donde se pueden aplicar métodos para la detección de estos valores, como los fraudes con tarjetas de crédito, ensayos clínicos, limpieza de datos, intrusión en la red, predicción del clima severo, entre otras tareas de extracción de datos [130].

R cuenta con un paquete para detectar los valores atípicos conocido como '*outliers*', en donde algunas de las funciones más relevantes se pueden observar en la Tabla 2.2 [131].

Tabla 2.2. Funciones del paquete ‘outlier’ [131].

Función	Descripción
chisq.out.test	Realiza una prueba Chi-cuadrada para detectar un valor atípico, asumiendo una varianza conocida en la población.
cochran.test	Se utiliza para verificar si rechazar la varianza más grande (externa) o pequeña (interna) de un grupo de datos.
dixon.test	Realiza una prueba de Dixon para detectar máximo 3 valores atípicos.
grubbs.test	Se utiliza para detectar uno o dos valores atípicos, ya sea en una cola o en colas opuesta.
Outlier	Encuentra el valor con mayor diferencia de la media, por lo que puede ser atípico.

En esta investigación se utilizará la prueba de *Grubbs*, la cual está basada en la distribución normal para pruebas *t-student* para la detección de datos atípicos en cuestión del tiempo dedicado en contestar los problemas por parte de los estudiantes, tomando como base dos hipótesis [132]:

- H_0 : No hay valores atípicos en los datos
- H_1 : Existe al menos un valor atípico en los datos.

2.9.2. Mathematica

Mathematica es programa que inicio en 1988, revolucionando la computación técnica con ayuda de algoritmos, es utilizado en áreas de ingeniería, matemáticas o computación por profesores y personal académico con el propósito de enseñar desde simple conceptos hasta crear funciones para ser analizadas con mayor precisión [133] [134].

Es un software de última generación e ideal para la investigación con las siguientes características [135]:

- Se puede importar los datos de manera simple y en un solo paso.
- Permite visualizar y analizar los resultados de manera precisa.
- Ayuda a realizar y probar conjeturas a través de simulaciones, logrando aceptar hipótesis con base en los resultados
- Permite documentar los resultados de forma práctica y clara.

2.9.3. SQL Server

SQL Server es un motor de base de datos (BD, *database*) profesional de Microsoft, la cual se puede utilizar para el desarrollo y la administración, con las funciones principales para almacenar, procesar y proteger los datos [136].

En donde, SQL Server cuenta con las siguientes características [137]:

- Cuenta con inteligencia en los datos (estructurados y no estructurados) a través de conocimiento en la integración.
- Se puede utilizar en cualquier lenguaje de programación o plataforma.
- Posee herramientas de seguridad avanzada.

2.9.4. Netbeans

Netbeans es una herramienta de desarrollo que inició en 1996 con base en el lenguaje *Delphi* de la compañía *Borland* [138], actualmente cuenta con una amplia gama de editores de texto o plantillas para crear aplicaciones en distintos idiomas, así como también es compatible en *Windows*, *Linux* *Mac OSX* y *BSD* [139]. Algunas de las categorías que maneja Netbeans son [140]:

- **Java con Maven:** es una herramienta de documentación que se usa para la gestión y comprensión de proyectos con base en el concepto de modelo de proyectos de objeto (POM, *project object model*) a partir de información central para fomentar las mejores prácticas [141].
- **Java con Gradle:** se emplea en proyectos específicos, usando múltiples lenguajes de programación (programación poliglota) como *JavaScript*, *Java*, *Groovy*, *Scala*, entre otras tantas herramientas de construcción moderna [142].
- **Java con Ant:** se utiliza para la compilación de aplicaciones de JAVA que dependen unos de otros, es decir, se utiliza navegar en cualquier proceso que se describa en términos de tareas y metas [143].
- **HTML5/JavaScript:** se usa en páginas web o aplicaciones móviles, usando HTML5 y CSS para el diseño, *JavaScript* e incluso *JQuery*

para su funcionalidad, también se puede crear una extensión para el navegador de *Chrome* [144].

Con el propósito de observar las diferentes aplicaciones y/o herramientas mencionadas anteriormente para el desarrollo del juego serio, se diseñó un diagrama de herramientas que se utilizan como se muestra en la Figura 2.9, la cual consiste en el flujo de datos para la evaluación del usuario.

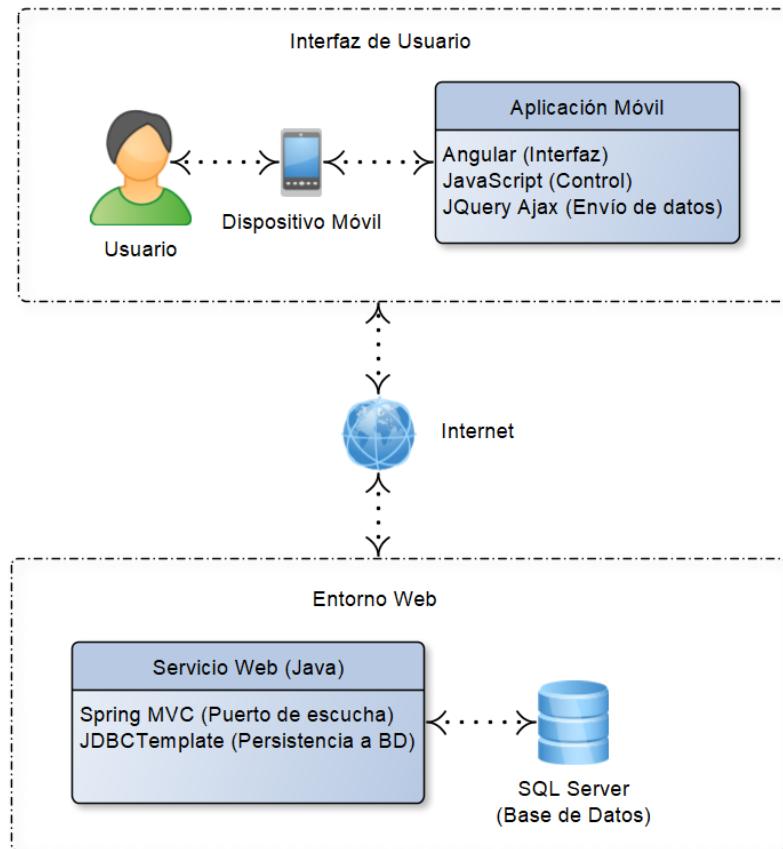


Figura 2.9. Diagrama de las herramientas que conforman el juego serio

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1. Descripción del estudio

En la presente investigación se genera un SID para la evaluación de los resultados de los ejercicios implementados en un juego serio. De los Sistemas de Inferencia Difusos analizados se seleccionó el sistema de Mamdani, debido a que se emplean conjuntos de reglas lingüísticas, el cual es utilizado ampliamente en aplicaciones que ayudan a la toma de decisiones.

Se utilizó la metodología *Design Thinking*, ya que es un procedimiento no lineal para generar ideas innovadoras, centrándose no solo en la creación del producto, sino que también para conocer y dar solución a las necesidades de los usuarios, así como también el modelo incremental para dividir el juego serio en pequeños incrementos e independientes, como se muestra en la Figura 3.1 las herramientas y los incrementos establecidos para esta investigación.

3.2. Empatizar

En esta sección se recopiló la información aplicando el método de grupo de enfoque y encuestas para el desarrollo de un juego serio que ayude a la solución del problema mencionado en la sección 1.3, el cual consiste en el nivel insuficiente de habilidades básicas para fortalecer el razonamiento lógico-matemático en la educación media superior y superior.

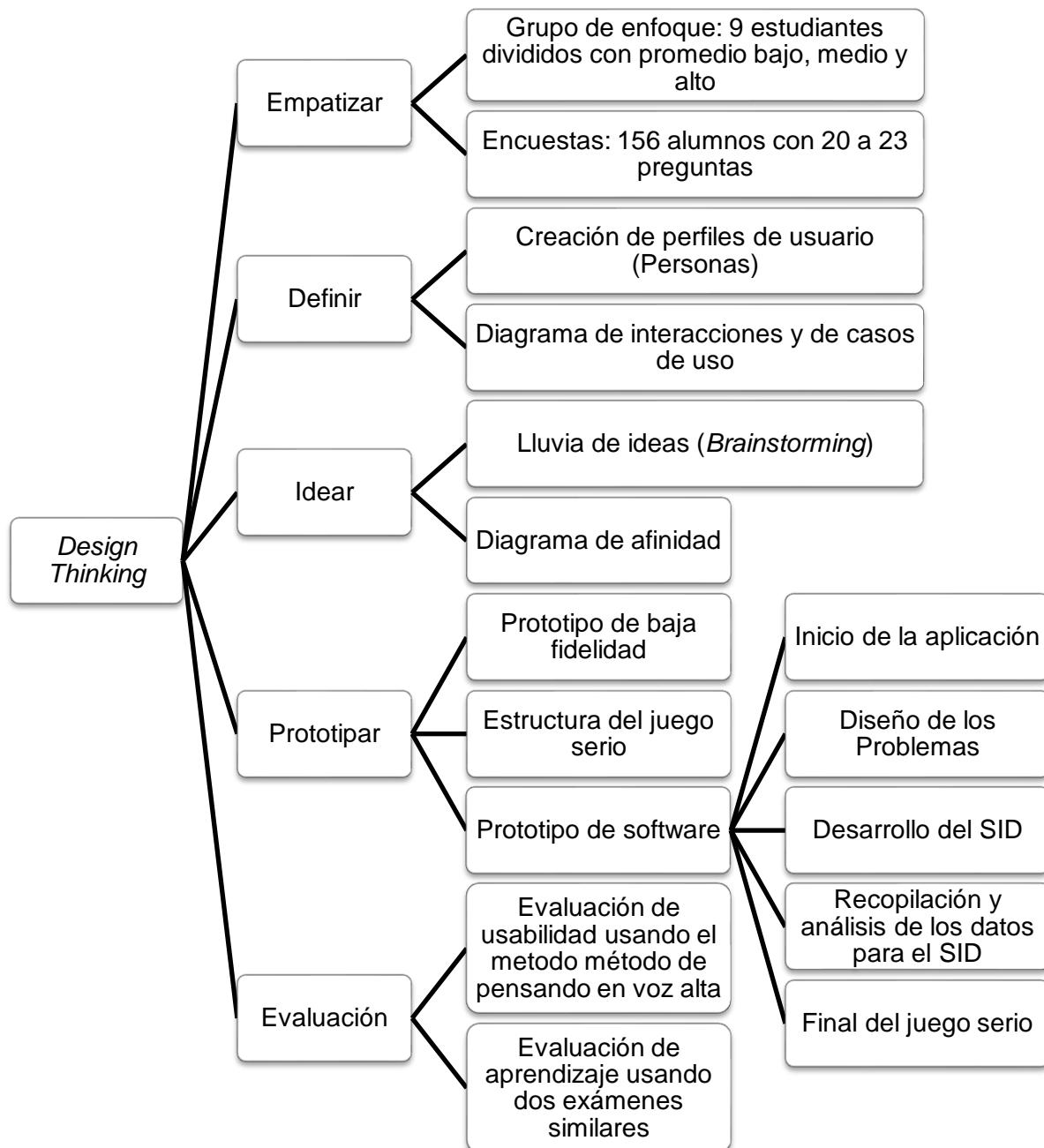


Figura 3.1. Fases y herramientas establecidos usando la metodología *Design Thinking* y el modelo incremental.

3.2.1. Grupo de enfoque

Se realizó un grupo de enfoque con la participación de un moderador, un observador y nueve estudiantes de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) con las siguientes carreras y características [145]:

- Tres estudiantes de la carrera Ingeniero Administrador de Sistemas de noveno y décimo semestre.
- Tres estudiantes de la carrera Ingeniero en Mecatrónica de sexto semestre.
- Tres estudiantes de la carrera Ingeniero en Tecnología de Software de tercer semestre.

Los tres grupos de estudiantes de cada carrera están divididos de acuerdo con su promedio en las materias que se encuentren relacionadas con el área de las matemáticas, como se puede apreciar a continuación.

- **Alumno con promedio bajo:** reprobó una o más materias más de dos veces y su promedio general se encuentra entre 70 y 80.
- **Alumno con promedio intermedio:** reprobó una o más materias máximo dos veces y su promedio general se encuentra entre 75 y 85.
- **Alumno con promedio alto:** no reprobó ninguna materia y su promedio general se encuentra entre 85 y 100

El grupo de enfoque se llevó a cabo con una duración de una hora, iniciando con una presentación sobre el procedimiento a seguir y una serie de preguntas generales, después se les pidió resolver de manera mental o escrita un problema de habilidad numérica para posteriormente comenzar con las preguntas específicamente para esta investigación.

Para realizar esta sesión, fue necesario desarrollar una guía de preguntas, la cual se puede consultar en el Apéndice B.

3.2.2. Encuestas

Se generó una encuesta en línea y se estableció un tamaño de muestra para la población total de 17,979 estudiantes de FIME, con un nivel de confianza del 95% y un error máximo del 3.4%.

La encuesta se aplicó a 156 alumnos de las diferentes carreras, los cuales fueron invitados con ayuda de los diferentes maestros de FIME, solicitando responder (dependiendo de su respuesta) entre 20 a 23 preguntas usando el formato del Apéndice C, asimismo en la Tabla 3.1, se muestran las preguntas realizadas y los objetivos de las mismas.

Tabla 3.1. Preguntas y objetivos de la encuesta.

Pregunta	Objetivo
Matrícula	Evitar las respuestas por el mismo usuario más de una vez.
Edad	Conocer el género y los rangos de edad que utilizarán más la aplicación.
Género	
Carrera	Identificar si están familiarizados con la habilidad numérica y con conocimiento en el área de matemáticas.
¿Cuál es tu promedio general en las materias de matemáticas?	Determinar los grupos de usuarios con base en su promedio, con el fin de estratificar los resultados de las encuestas.
Responde el siguiente problema, una vez realizado entonces contesta las siguientes preguntas	
¿Fue difícil resolver este problema?	
El problema anterior se utiliza para desarrollar el nivel de razonamiento lógico matemático ¿Utilizas algún método?	Saber que métodos utilizan los usuarios para resolver problemas que ayuden a incrementar el razonamiento lógico-matemático y porqué.
¿Qué método(s) utilizas para mejorarlo? (Puedes marcar más de uno)	
Con base en la respuesta anterior ¿Por qué te gusta utilizar ese(os) método(s)?	
Si utilizas aplicaciones de celular o juegos en la computadora ¿En qué aspectos consideras que te ayuda?	
Si pudieras crear una aplicación que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático ¿Cómo te gustaría que estuviera diseñada?	Definir la categoría de la aplicación y con ello realizar el diseño de las interfaces.
¿En qué dispositivo te gustaría utilizarla?	Establecer el dispositivo base para el cual se desarrollará.

¿Cómo te motivaría a seguir usando dicha aplicación? (Puedes marcar más de uno)	
¿Cómo te gustaría pasar de nivel en cada una de las etapas?	
¿Te gustaría tener la opción de regresarte a alguno de los niveles?	Identificar las características o propiedades que motiven al usuario a utilizar el sistema
Si la aplicación tuviera sonido ¿Cuándo te gustaría escucharlo?	
Si la aplicación manejara imágenes ¿En qué lugares te gustaría?	
¿Qué otras características te gustarían incluir en la aplicación?	
Si tuvieras acceso a la aplicación ¿En qué situaciones la usarías?	Determinar los motivos y con qué frecuencia se usaría la aplicación, previniendo fracasos.
¿Con qué frecuencia?	
¿Has utilizado alguna(s) herramienta(s) que ayuden a incrementar el razonamiento lógico-matemático?	Saber sobre las herramientas que se han utilizado para mejorar el aprendizaje y determinar si han sido efectivas, esto con el fin de conocer el mercado actual.
Si es así, ¿Cómo se llaman?	
¿Te han servido?	

3.3. Definir

Una vez que se recopiló la información mediante la técnica de grupo de enfoque y encuestas, el siguiente paso consiste en ordenar los datos, logrando crear perfiles de usuarios (personas) que nos ayuden a entender las necesidades, comportamientos y metas del usuario, así como también un diagrama de interacciones y un modelo de casos de uso para comprender el funcionamiento del sistema.

3.3.1. Creación de perfiles de usuario (Personas)

Para el desarrollo del perfil de usuario se utilizó el método de la creación de personas físicas, en donde su estructura se encuentra definida de la siguiente manera [146]:

- Una foto o boceto
- Pasatiempos

- Motivaciones
- Actividades
- Conocimientos

3.3.2. Diagrama de interacciones y modelo de casos de uso

Con el propósito de conocer la relación entre los estudiantes y las interfaces se diseñó un diagrama de interacciones, el cual consiste en definir las acciones que se pueden realizar con respecto a los problemas, niveles y etapas que conforman el juego serio [147].

También, se generó un modelo de casos de uso, el cual describe los requisitos funcionales del juego serio en términos de acciones que los alumnos pueden realizar, tomando en cuenta lo siguiente [148]:

- **Casos de uso:** especificaciones de acciones realizadas por el actor.
- **Actores:** son los roles que desempeñan los usuarios con respecto al sistema
- **Relaciones:** son las interacciones que se presentan entre los actores y casos de uso.

3.4. Idear

En esta sección se generaron diferentes opciones para la solución del problema mencionado anteriormente, tomando en cuenta el punto de vista (*point of view*) del usuario, por lo que se decidió utilizar el método de *brainstorm* para desarrollar una lluvia de ideas, con apoyo de estudiantes, jugadores de videojuegos y un experto (del grupo) en el área de Matemáticas, como se puede apreciar en la Tabla 3.2, con una formación académica de Licenciatura en Matemáticas egresados de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL).

Como se muestra en la Tabla 3.2, se consideró el apoyo de expertos con el propósito de conocer diferentes ideas de como los estudiantes les resultaba interesante visualizar los problemas de matemáticas. Una vez completada las lluvias

de ideas, se analizaron para posteriormente descartarlas o aceptarlas y agruparlas en un mismo tema usando un diagrama de afinidad.

Tabla 3.2. Áreas de conocimientos del grupo de expertos.

Experto	Experiencia
Experto 1	Tres años trabajando en la Dirección de Evaluación Institucional del TecMilenio, como especialista en evaluación y revisión de exámenes online de matemáticas para preparatoria, profesional y maestría, tres años en la evaluación de maestros para la elaboración de reactivos de la misma área y tres años impartiendo asesorías en la FCFM a nivel licenciatura.
Experto 2	Dos años como evaluador en actividades (Rally de Matemáticas) en el desarrollo de la creatividad y la capacidad para resolución de problemas a estudiantes de nivel medio superior (CBTAs), tres años y medio impartiendo asesorías para nivel superior en la FCFM, siete años en el desarrollo de soluciones basadas en modelos matemáticos.
Experto 3	Veinte años impartiendo clases para la FCFM en el área de matemáticas, con un doctorado en Ciencias con Orientación en Matemáticas y una línea de desarrollo de álgebras y las ecuaciones diferenciales, así como también integrante del Cuerpo Académico de Sistemas Complejos.

3.4.1. Diagrama de afinidad

En esta fase se agruparon los elementos que se encuentren relacionados entre sí, con el objetivo de hallar una solución sobre el diseño y desarrollo de la aplicación, utilizando la información del *brainstorming* y los siguientes pasos [149]:

- Separar en grupos las ideas que se relacionan.
- Asignar un título a cada grupo establecido, sin perder el significado de las notas.

- Pegar las notas y los títulos en un pizarrón para establecer el diagrama de afinidad.
- Analizar la agrupación de las ideas y su relación con el problema.

3.5. Prototipar

En esta etapa, se desarrolló un prototipo de baja fidelidad usando una herramienta para la creación de bocetos conocida como *Balsamiq*, también se creó la estructura que conforma el juego serio y un prototipo de software usando el modelo incremental.

Para el desarrollo de los prototipos se establecieron tres niveles de dificultad, como se muestra en la Tabla 3.3, los cuales se definieron por el grupo de expertos con apoyo de la guía titulada “Niveles de dominio en Habilidad matemática” [150].

Tabla 3.3. Niveles de los problemas definidos por el grupo de expertos.

Nivel	Características
1 (Bajo)	Su nivel de razonamiento se caracteriza por lograr resolver problemas utilizando una aplicación de conocimientos y procedimientos lineales expresados de manera directa y clara.
2 (Intermedio)	Se caracteriza por tener un nivel de razonamiento en el cual se logran ejecutar múltiples procedimientos, incluyendo decisiones secuenciales.
3 (Alto)	Consiste en poseer un nivel de razonamiento, logrando proponer y evaluar soluciones justificando su utilización y entender el lenguaje simbólico, logrando formar modelos y estrategias con base en observación y análisis.

3.5.1. Prototipo de baja fidelidad

Se desarrolló un prototipo de baja fidelidad para cada una de las pantallas que conforman el juego serio, con el objetivo de conocer su estructura y documentar el comportamiento del usuario al utilizarla, en donde los resultados generados nos ayudan a identificar mejoras al sistema o si cumple con las especificaciones requeridas [151].

Una vez establecida la estructura con base en el prototipo de baja fidelidad, el siguiente paso es generar la estructura que conforma el juego serio y el prototipo de software, como se puede apreciar más adelante

3.5.2. Estructura del juego serio

Se definió la estructura que conforma el juego serio, como se muestra a continuación, en donde se desarrolló tomando como base el diagrama de afinidad de la sección 3.5.2, usando un estilo *cel-shaded*, el cual consiste en un método de sombreado determinado, en donde los gráficos parecen caricaturescos con el uso de texturas coloreadas de manera específica y el uso de contornos simulando líneas de dibujo [152].

Propósito

El propósito del juego serio es fortalecer el razonamiento lógico-matemático de los usuarios a través de la solución de problemas de matemáticas mientras se divierten. El juego no aspira a “aprender conceptos” sino a pensar cómo resolver problemas con base en la información proporcionada, para diferentes temas y niveles de dificultad con ayuda de personajes de un mundo encantado.

El rol de cada personaje es guiar al usuario en su elemento (tema) en específico y proporcionarle el resultado de cada misión, así como también el final de todas misiones a través de un toque animado.

3.5.2.1. Mecánica

El juego es en primera persona, su trabajo es pasar todas las misiones con ayuda de tres personajes.

El jugador puede:

- Observar la historia que le proporciona cada personaje.
- Entrar a cualquiera de los elementos (temas) que conforma el juego.
- Seleccionar una de las misiones que se encuentren habilitadas

- Responder una de las cuatro soluciones proporcionadas
- Observar su resultado final
- Volver a intentar la misión o regresar al menú donde se encuentran las otras misiones.

3.5.2.2. Contenido

En esta parte, se pueden observar los datos que ofrece el juego serio a los usuarios, los cuales son los siguientes:

- Solamente por primera vez se puede observar el mensaje de auxilio de cada personaje.
- Las misiones que pueden acceder y las que les faltan por completar.
- El número de intentos que se han generado en cada elemento.
- El resultado final de la misión, incluyendo el número de errores y aciertos.
- Los elementos ya completados.

3.5.2.3. Estética y gráficos

El juego se definió con el nombre de “YuZhen” y se contextualiza a través de una colorida animación de estilo caricaturesco, en donde su desarrollo es un mundo encantado dividido por tres personajes basados en los elementos (agua, tierra y viento), así como también los guardianes conocidos como Yu (luna) y Zhen (sol). Los diálogos del lenguaje se representan a través de cuadros de dos colores que se proporcionan en la parte inferior y los dibujos son todos hechos de manera digital. Solamente cuando el jugador entra por primera vez aparecen estos mensajes solicitando su ayuda y empiezan las misiones.

3.5.2.4. Ficción y narrativa

En esta parte se describen los escenarios, las narrativas y la historia de cada uno de los personajes que conforma el juego serio, debido a que son tres niveles se establecieron cuatro personajes (uno para cada tema y el de bienvenida),

tomando como base los elementos de tierra, agua y viento, como se muestra más adelante.

Guardian del sol (Inicio del juego)

El paisaje principal es un fondo en donde se encuentren los tres elementos unidos, una vez ingresando aparece un fondo de noche y en él se encuentra el guardián de los elementos llamado Zhen, este personaje le da la bienvenida al usuario y tiene una apariencia relacionada al sol, pero se encuentra huyendo de su hermana malvada Yu y necesita la ayuda del jugador, por lo que al momento de entrar por primera vez te entrega el siguiente mensaje.

- **Zhen:** Hola, mi nombre es Zhen, hace mucho tiempo mi hermana y yo protegíamos a los guardianes del agua, tierra, fuego, aire y trueno. Había paz, armonía y equilibrio en el mundo.

Pero...mi hermana Yu quería más, deseaba ser ella y sólo ella la que controlara los cinco elementos. Furiosa... conjuró un hechizo, arrebatando la esencia de cada guardián.

Como no logró manejar los elementos, los encerró y dividió la llave en diferentes fragmentos, escondiendo las piezas en distintos lugares a donde ningún mortal se atrevería a ir.

Necesito tu ayuda para encontrar los fragmentos de las llaves liberar la esencia de los guardianes y recuperar el equilibrio en el mundo.
¿Me ayudarás?"

- Aparecerán dos opciones al jugador con el nombre de "Sí" o "Tal vez".
- **Zhen:** ¡Gracias joven viajero!, sabía que podía contar contigo para derrotar a mi hermana y devolver la estabilidad al mundo.

Al momento de terminar de describir Zhen su historia, aparecerá el fondo principal con un mapa y los tres elementos existentes. Las características de del personajes Zhen son: deben ser de piel blanca con cabello gris (sol apagado), ojos color ámbar, ropa oscura y una capa blanca, debido a que se encuentra huyendo.

Elemento tierra (razonamiento aritmético)

Cuando el usuario selecciona el tema de razonamiento aritmético, el cual se caracteriza por tener el elemento de tierra, aparecerá un personaje de nombre Dana y un fondo oscuro basado en la naturaleza, por lo que solicitará la ayuda del usuario para recuperar su poder por medio de este mensaje.

- **Dana:** Saludos viajero, mi nombre es Dana, guardiana de la tierra. Necesito tu ayuda para conseguir los seis fragmentos de la llave y recuperar mi poder, logrando así restaurar el equilibrio en mi reino. ¿Puedo contar contigo para esta peligrosa misión?
- Aparecerán dos opciones para que el jugador responda con el nombre de “Sí” o “Ya qué”.
- **Dana:** Gracias y que tengas mucho éxito en esta gran aventura.

Una vez que Dana terminó de describir su historia, aparecerá el menú con un paisaje de tierra y las seis misiones divididas en piezas para formar una roca con el sello de su elemento. Las características del personaje Dana son: de piel blanca, ojos color verde y cabello café (como el bosque), parecida a una ninfa del bosque con vestimenta relacionada a su elemento con una apariencia alegre y divertida.

Elemento agua (razonamiento algebraico)

Este elemento aparece cuando el usuario selecciona el tema de razonamiento algebraico, en donde el personaje con nombre Aoi y el paisaje son relacionados con el agua pero de forma trágica, por lo que pedirá ayuda a través del siguiente mensaje.

- **Aoi:** Saludos forastero, mi nombre es Aoi, guardián del agua. Debido a los problemas que han surgido no puedo divertirme, así que necesito tu ayuda para conseguir los 15 fragmentos de la llave y restaurar mi poder.
Si me ayudas te prometo que surfearemos como amos del mar, así que...
¿Podrás ayudarme?
- Aparecerán dos opciones al jugador con el nombre de “Por supuesto” o “Tal vez”.

- **Aoi:** Excelente pongámonos en marcha, espero que des tu mejor esfuerzo para resolver este problema y que se calme todo.

Al finalizar Aoi su historia, aparecerá un menú con el paisaje del mar y las 15 misiones divididas en piezas para formar una piedra con el sello del agua. Las características del personaje Aoi son: de piel blanca, ojos color azul y cabello café (agua y arena), parecido a un surfista con combinación de un tiburón y una apariencia de que siempre se encuentra relajado y tranquilo.

Elemento viento (razonamiento estadístico y probabilístico)

Esta estructura aparece cuando se selecciona el tema de razonamiento estadístico y probabilístico, para el diseño del personaje y el paisaje (oscuro) se tomaron como base el elemento viento, en donde solicitará la ayuda del jugador a través del siguiente mensaje.

- **Vash:** ¡Viajero!, yo me llamo Vash y espero que te encuentres bien. Necesito tu ayuda conseguir los 12 fragmentos de la llave y restaurar mi poder para derrotar a la protectora.
¿Puedes ayudarme?
- Aparecerán dos opciones para que el jugador responda como “Claro que sí” o “Por supuesto”.
- **Vash:** ¡Bien!, gracias por tu enorme entusiasmo y tu apoyo para esta peligrosa misión.

Una vez completado el relato de Vash, aparecerá el menú con el paisaje de las montañas y las nueve misiones divididas para formar una roca con el sello del viento. Las características de Vash son de piel blanca, ojos color plata y cabello blanco, parecido a un monje con una apariencia juguetona y traviesa.

Proceso cuando se selecciona una de las misiones

Al seleccionar alguna de las misiones, este aparecerá un fondo del color del elemento (verde para tierra, azul para agua y gris para viento), en donde su estructura está compuesta de la siguiente manera: en la parte de arriba se encuentra el sello del elemento y un temporizador (reloj), para el centro la

descripción del problema y en la sección inferior las cuatro respuestas (una verdadera y tres falsas), marcando con una esfera roja cuando se seleccionó una respuesta incorrecta, verde cuando es correcta y azul cuando se encuentra en ese problema.

La temática consiste en entrar en las misiones, resolver los cinco problemas y obtener el resultado de siguiente para pasar a la próxima misión, pero si el resultado obtenido dice regresa, la misión en la que el usuario se encuentra se deshabilitará y se tendrá que volver a pasar la misión anterior.

El usuario solo puede entrar a las misiones que se encuentren habilitadas, los cuales se identificaran cuando la pieza se encuentre a color y si esta deshabilitada la imagen de la pieza estará en blanco y negro.

Proceso cuando se terminan todas las misiones del mismo tema.

Una vez terminadas todas las misiones que conforma el tema (seis del elemento tierra, quince del agua y nueve del viento), aparecerá una animación en donde se muestre que las piezas se unen, la roca se rompe y se libera el elemento correspondiente, después el personaje te agradecerá con un mensaje volviendo al menú con la carita del personaje a color y el fondo de ese elemento alegre.

El jugador sabrá cuando haya ganado todo el juego, cuando al momento de completar todas las misiones aparecerá un cartel de felicitaciones.

3.5.2.5. Composición

Aunque la parte principal del juego son los problemas de matemáticas, se le dió un toque de mundo mágico para que el jugador se sienta motivado al jugarlo, debido a que los personajes le dan apoyo en la forma de que él es la persona elegida para lograr cada una de las misiones.

3.5.3. Prototipo de software

En esta sección, se desarrolló el prototipo de software con base en los temas y subtemas del EXANI-II y el modelo incremental, por lo que la estructura se encuentra dividido en los siguientes incrementos:

- Inicio de la aplicación
- Diseño de los problemas
- Desarrollo del SID
- Recopilación y análisis de los datos para el SID
- Final de la aplicación

3.5.3.1. Primer incremento (Inicio de la aplicación)

En este incremento, se define la estructura que se generó al iniciar y mostrar los temas, subtemas y niveles de los que encuentra conformado el juego serio.

Análisis

Con base en el diagrama de afinidad del Apéndice D y el prototipo de baja fidelidad de la Figura 4.13, se definieron los requerimientos para la introducción de la aplicación, como se muestra en la Figura 3.2.

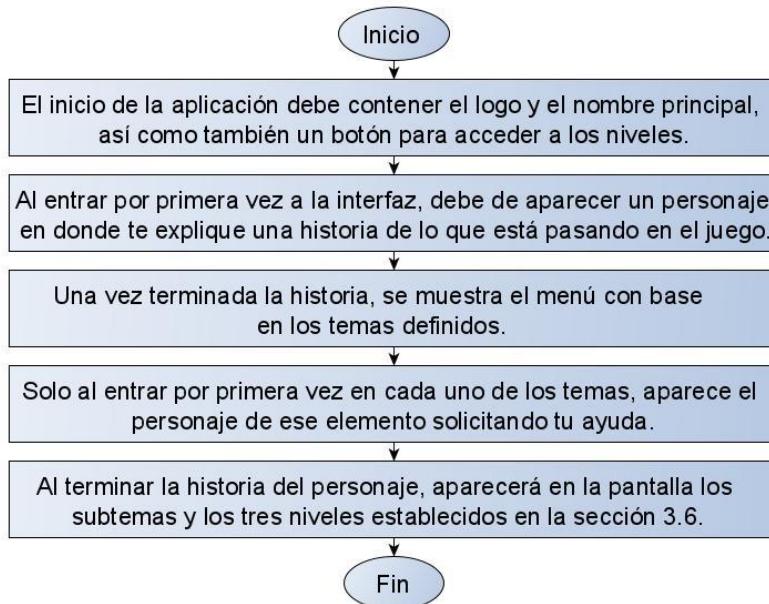


Figura 3.2. Análisis del primer incremento.

Diseño

Como se mencionó anteriormente, los dibujos de los personajes y paisajes son originales, hechos de manera digital para posteriormente agregarse en el diseño de las interfaces tomando como base los diseños del prototipo de baja fidelidad y la estructura del juego serio.

Desarrollo

Se definió un diagrama de navegación para conocer la estructura de la aplicación, como se aprecia en la Figura 3.3, en donde se muestra la estructura al iniciar la aplicación hasta llegar a la lista de problemas y el mensaje de los personajes al momento que el usuario entra por primera a cada uno de los temas.

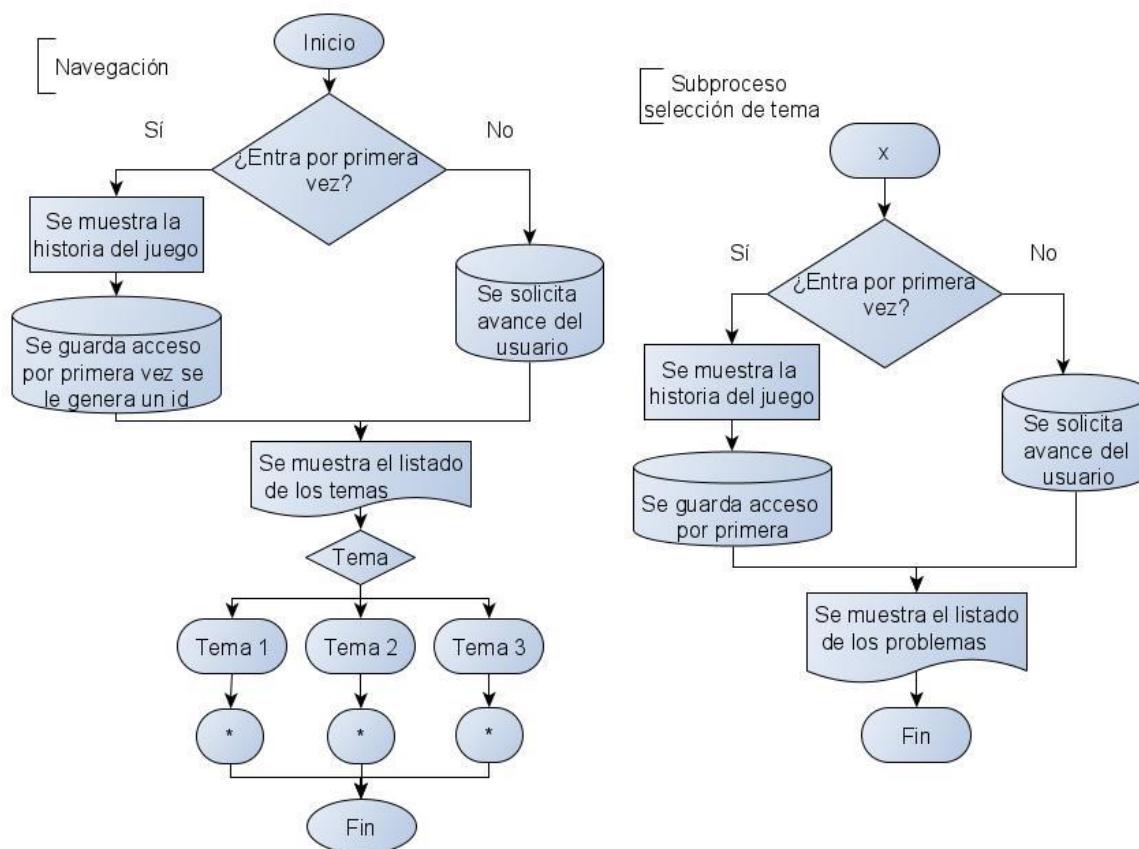


Figura 3.3. Diagrama de navegación del primer incremento.

Como se puede observar en la Figura 3.3, cada uno de los temas que conforma el juego serio se encuentra relacionado con la estructura del razonamiento matemático de la sección 2.3.

3.5.3.2. Segundo incremento (Diseño de los Problemas)

En este incremento se generó la recopilación, validación y clasificación de los problemas para fortalecer el razonamiento lógico-matemático de diferentes libros o páginas recomendadas por el grupo de expertos, así como también el almacenamiento y conexión a la BD.

Análisis

Se determinaron los diferentes requerimientos para generar la lista de problemas que conforman la aplicación, como se muestra en la Figura 3.4.

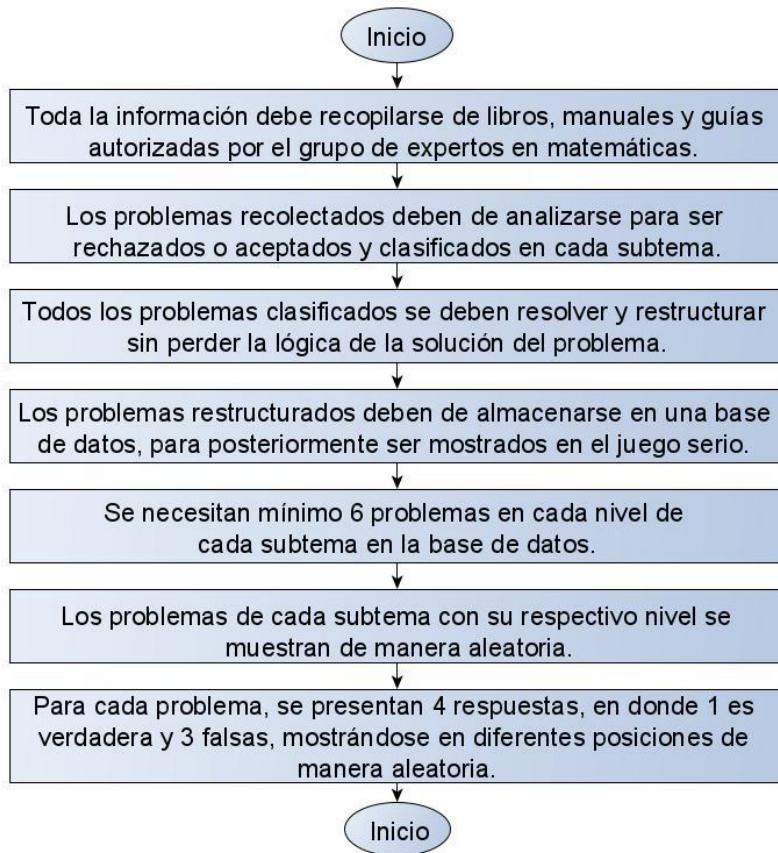


Figura 3.4. Análisis del segundo incremento.

Diseño

Se recopilaron todos los problemas de matemáticas de distintas fuentes de información (libros, guías, internet), todos validados por el grupo de expertos, para posteriormente ser analizados, rechazados o aceptados y clasificados en cada uno de los temas y subtemas.

También se diseñó el diagrama de entidad relación, como se muestra en la Figura 3.5, en donde se establecen tres tablas, la primera consiste en los temas, subtemas y niveles (Categoría), la segunda consiste en la descripción de los problemas y la tercera almacena sus soluciones con el valor de uno si es correcto o cero si es incorrecto.

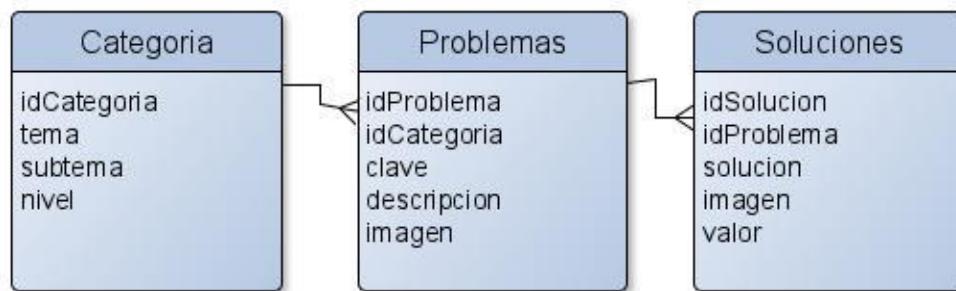


Figura 3.5. Diagrama de entidad relación de la lista de problemas.

Una vez definido el diagrama entidad-relación, se desarrolló la base de datos en *SQL Server*, para posteriormente insertar la lista de los problemas aceptados y reestructurados con sus cuatro soluciones.

Desarrollo

Para la conexión de la base de datos con los problemas del juego, se utilizan las peticiones *AJAX* en *JQuery* como se muestra en la Figura 3.6, en donde se puede observar la lógica al momento de mandar a llamar y mostrar un problema de un determinado subtema y nivel.

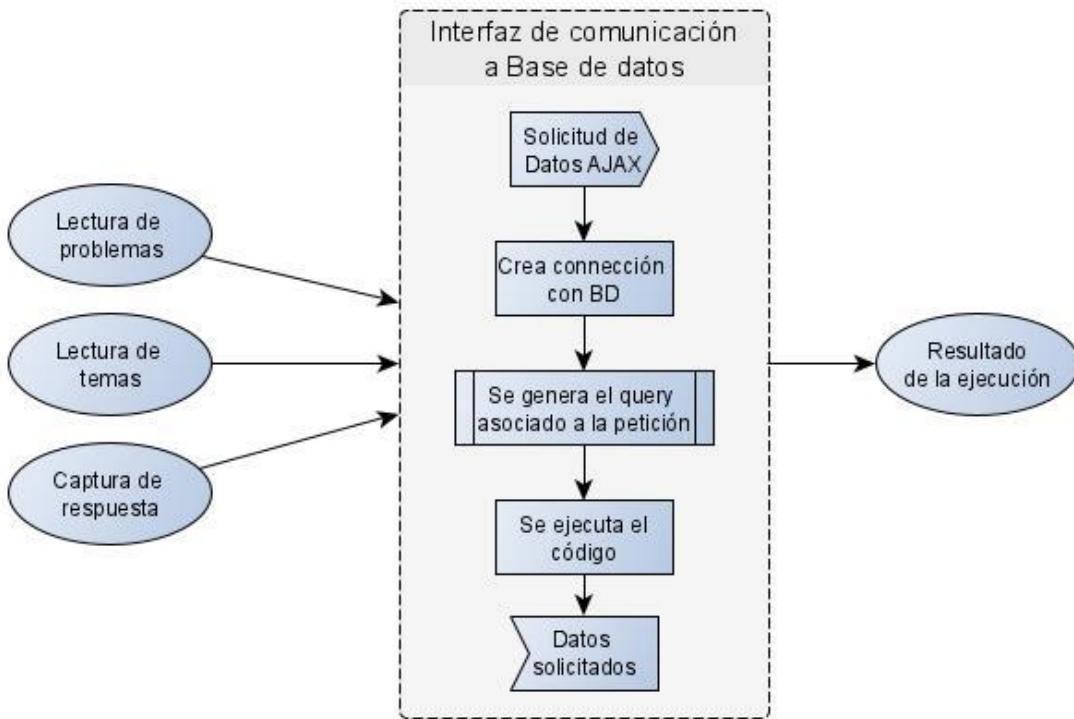


Figura 3.6. Subproceso de la base de datos.

Se definió un diagrama de navegación, como se aprecia en la Figura 3.6, en donde se muestra el resultado que se genera al momento de entrar al menú, seleccionar unos de los temas de la aplicación y responder una lista de problemas de uno de los niveles.

3.5.3.3. Tercer incremento (Desarrollo del SID)

Para el desarrollo del SID se utilizó el método de Mamdani [87], para determinar con base en el tiempo y las respuestas de los problemas por parte del alumno, si se regresa, se queda igual o pasa al siguiente nivel, como se puede apreciar en la Figura 3.7.

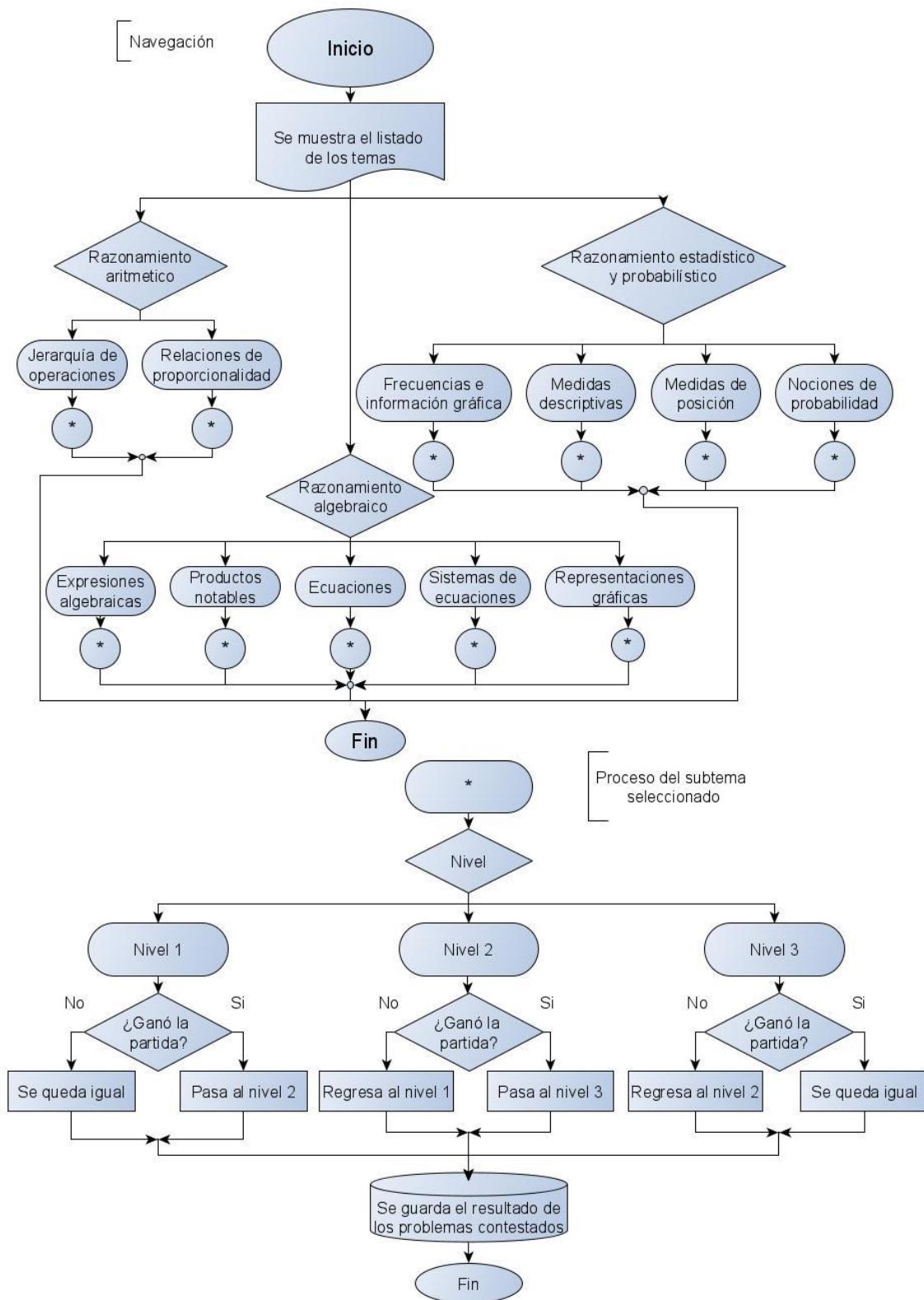


Figura 3.7. Diagrama de navegación del segundo incremento.

Análisis

Se generó una lista de los diferentes requerimientos para el desarrollo del SID, como se muestra a continuación en la Figura 3.8.

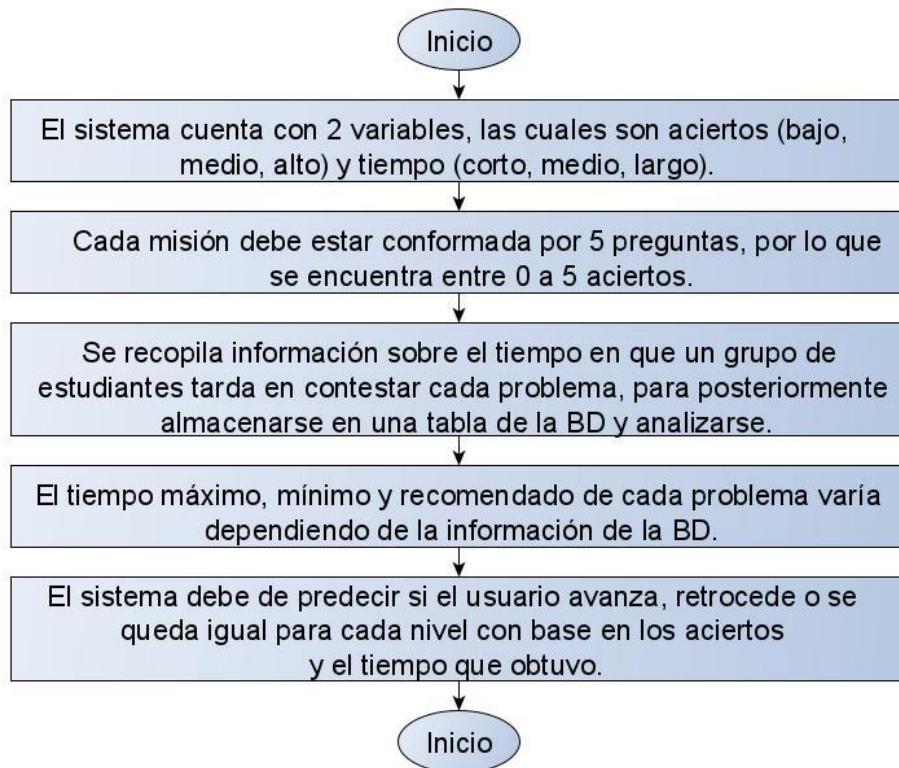


Figura 3.8. Análisis del tercer incremento.

Diseño

Se determinaron dos variables de entrada, una de salida y tres etiquetas lingüísticas para cada variable, como se muestra a continuación:

- **Entrada**
 - **Tiempo:** duración estimada para responder los cinco problemas con base en la información de la base de datos, un ejemplo es como se muestra en la Figura 3.9, en donde se tiene un tiempo mínimo de 30 segundos, un máximo de 6 minutos. Se estableció la función-L y la función-R en los extremos debido a que el estudiante puede tardar menos o más del tiempo establecido como mínimo y máximo de cada problema respectivamente,

así como también la función triangular fue seleccionada para representar el punto medio de entre esos extremos [153] [154].

- **Corto**, es considerado un tiempo corto para resolver los problemas.
- **Medio**, se estima un tiempo intermedio para terminar la misión.
- **Largo**, es catalogado como un tiempo largo para resolver los problemas.

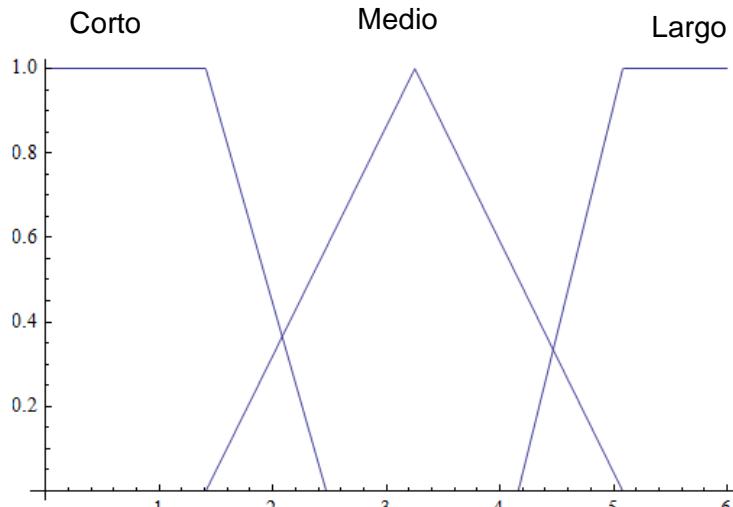


Figura 3.9. Representación del tiempo.

- **Aciertos**, cantidad de problemas en donde su respuesta es correcta, el cual se encuentra entre 0 a 5, como se puede apreciar en la Figura 3.10. Se estableció la función-L y la función-R en los extremos debido a que el estudiante puede responder todos los problemas de manera incorrecta o correcta (cinco problemas para cada misión) respectivamente, así como también la función trapezoidal fue seleccionada para representar el número de aciertos que se encuentran en el valor medio [155] [156].
 - **Bajo**, consiste en el número de aciertos que se encuentran entre cero y uno.
 - **Medio**, significa que el total de aciertos se encuentran entre dos y tres.
 - **Alto**, es el resultado cuando se responden cuatro o cinco de manera correcta.

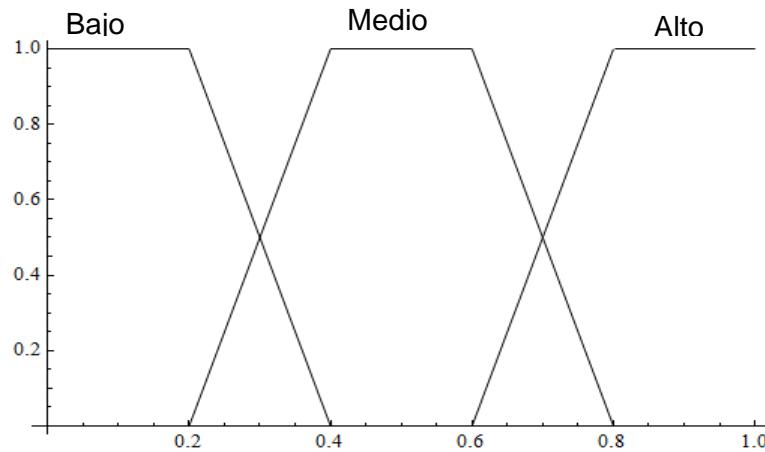


Figura 3.10. Representación de los aciertos.

- **Salida**
 - **Nivel**, resultado en donde se determina el seguimiento del juego, como se muestra en la Figura 3.11. Se determinó la función triangular para el proceso de desfusificación con base en el método COA [157] [158] [34].
 - **Regresa**, se regresa al nivel anterior del subtema seleccionado.
 - **Mismo**, se queda en el mismo nivel, es decir no genera ninguna acción.
 - **Siguiente**, significa que pasa al siguiente nivel de complejidad para el mismo subtema.

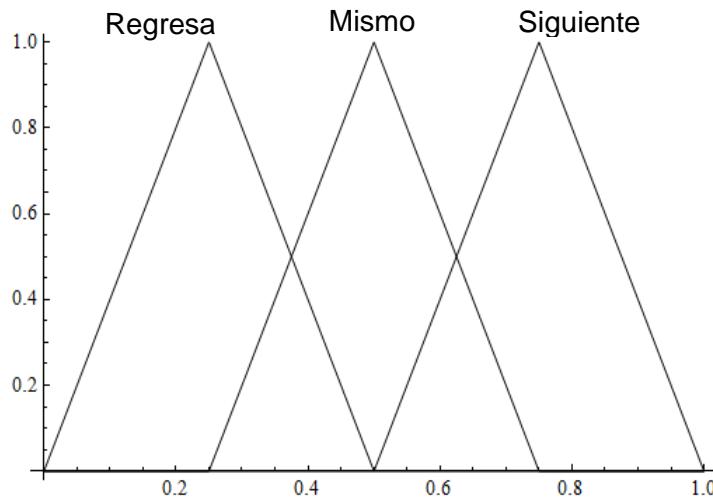


Figura 3.11. Representación de los datos de salida.

Una vez definidas las variables con sus etiquetas lingüísticas, el siguiente paso es definir las reglas difusas, con base en el tiempo y el número de aciertos para cada nivel del subtema, como se muestra a continuación:

- R_1 : Si Aciertos es Bajo \wedge Tiempo es Corto \rightarrow Regresa Nivel.
- R_2 : Si Aciertos es Bajo \wedge Tiempo es Medio \rightarrow Regresa Nivel.
- R_3 : Si Aciertos es Bajo \wedge Tiempo es Largo \rightarrow Regresa Nivel.
- R_4 : Si Aciertos es Medio \wedge Tiempo es Corto \rightarrow Siguiente Nivel.
- R_5 : Si Aciertos es Medio \wedge Tiempo es Medio \rightarrow Mismo Nivel.
- R_6 : Si Aciertos es Medio \wedge Tiempo es Largo \rightarrow Regresa Nivel.
- R_7 : Si Aciertos es Alto \wedge Tiempo es Corto \rightarrow Siguiente Nivel.
- R_8 : Si Aciertos es Alto \wedge Tiempo es Medio \rightarrow Siguiente Nivel.
- R_9 : Si Aciertos es Alto \wedge Tiempo es Largo \rightarrow Mismo Nivel.

También, se determinaron las fórmulas para el calcular el centroide, con base en las ecuaciones de la Figura 2.4, como se muestra en la Figura 3.12. la representación gráfica usando el método de COA.

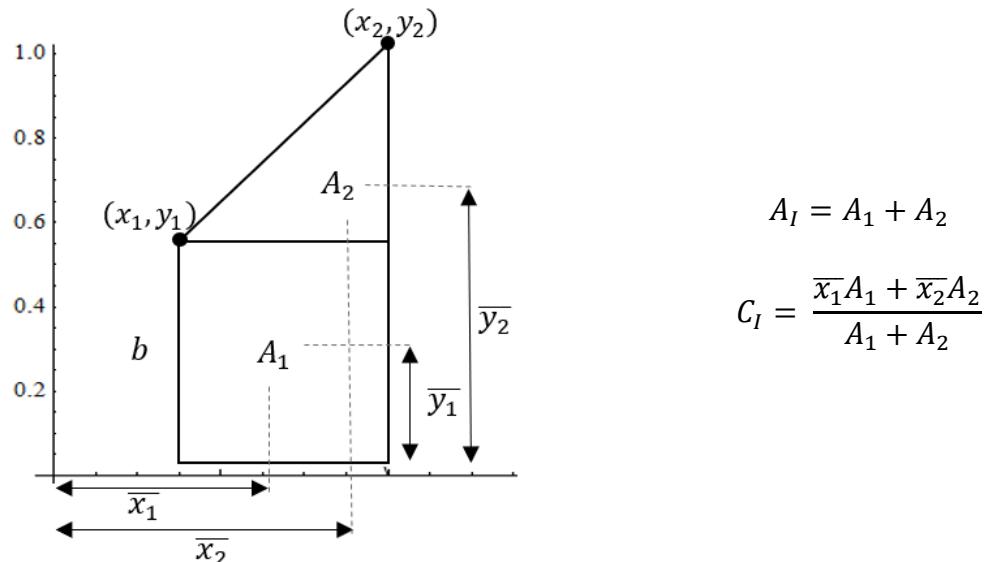


Figura 3.12. Representación gráfica para el desarrollo del COA.

De acuerdo con la representación gráfica de la Figura 3.12, la ecuación 10 y la Figura 2.4, se determinaron las ecuaciones para las áreas, las \bar{x}_1 y \bar{x}_2 , las cuales se encuentran definidas de la siguiente manera:

$$A_1 = |(x_2 - x_1) * y_1| \quad (11) \qquad A_2 = \left| \frac{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)}{2} \right| \quad (12)$$

$$\bar{x}_1 = \frac{(x_1 + x_2)}{2} \quad (13) \qquad \bar{x}_2 = \begin{cases} x_1 + \frac{2(x_2 - x_1)}{3} & \text{si } y_2 > y_1 \\ x_1 + \frac{(x_2 - x_1)}{3} & \text{si } y_2 < y_1 \end{cases} \quad (14)$$

Donde A_1 y \bar{x}_1 son las ecuaciones para el área del rectángulo, A_2 y \bar{x}_2 es para el Triángulo L o R, así como también x_1, x_2 son los puntos de las coordenadas del eje x .

Desarrollo

Se definió un diagrama de navegación dividido en distintas secciones, como se muestra en la Figura 3.13 y 3.14 el proceso de fusificación del tiempo, en la Figura 3.15 el de los aciertos, por último en la Figura 3.16 el procedimiento para calcular el valor del centroide, encontrar los valores del eje x dado cada punto del eje y en el SID y el proceso de normalización.

El SID está dividido en dos partes, como se muestra en la Figura 3.17 el proceso de fusificación del tiempo, los aciertos y el Figura 3.18 el proceso de desfusificación para cada problema con base en el tiempo y respuesta por parte del usuario.

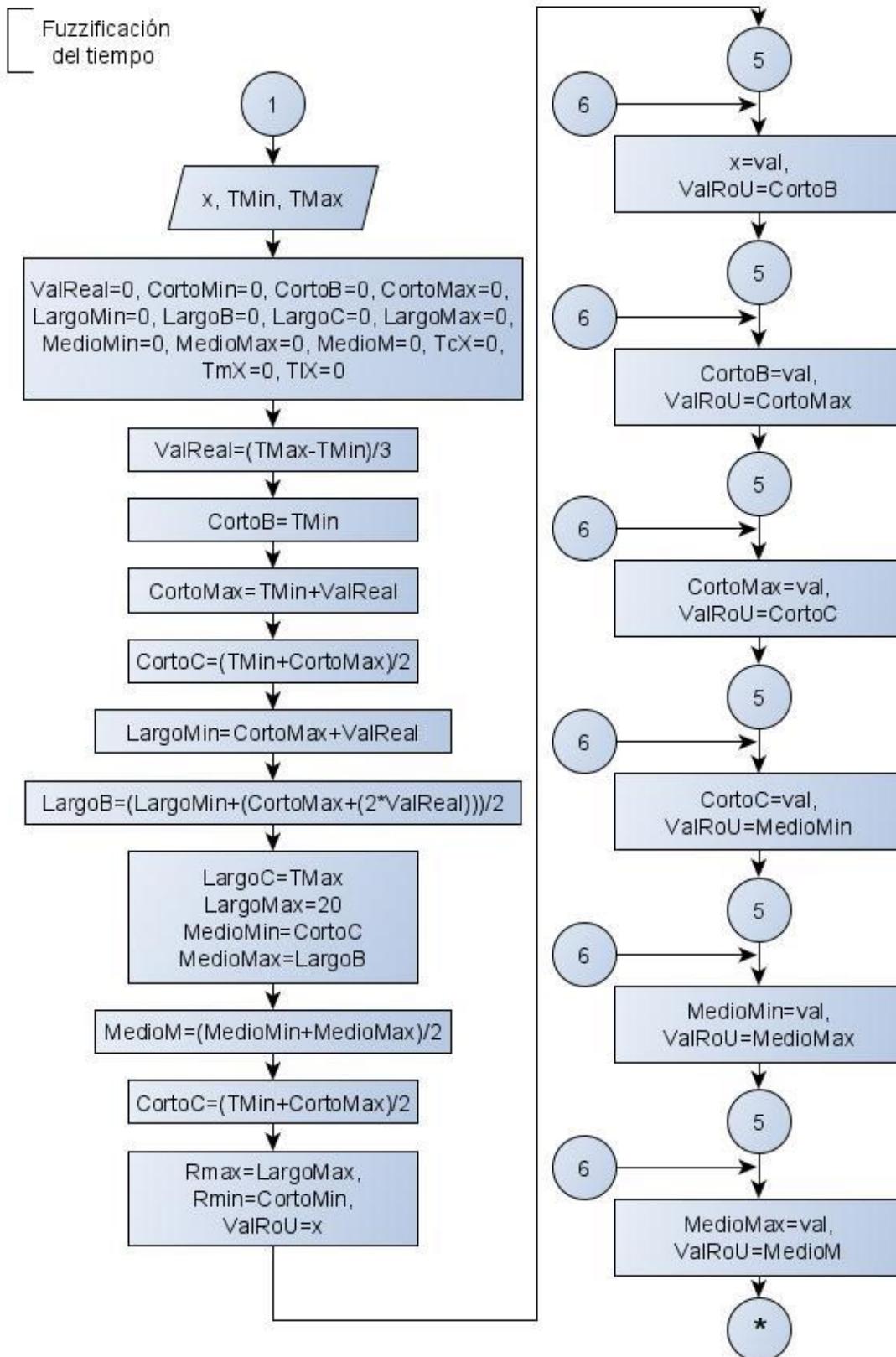


Figura 3.13. Primera parte de la sección de fusificación del tiempo.

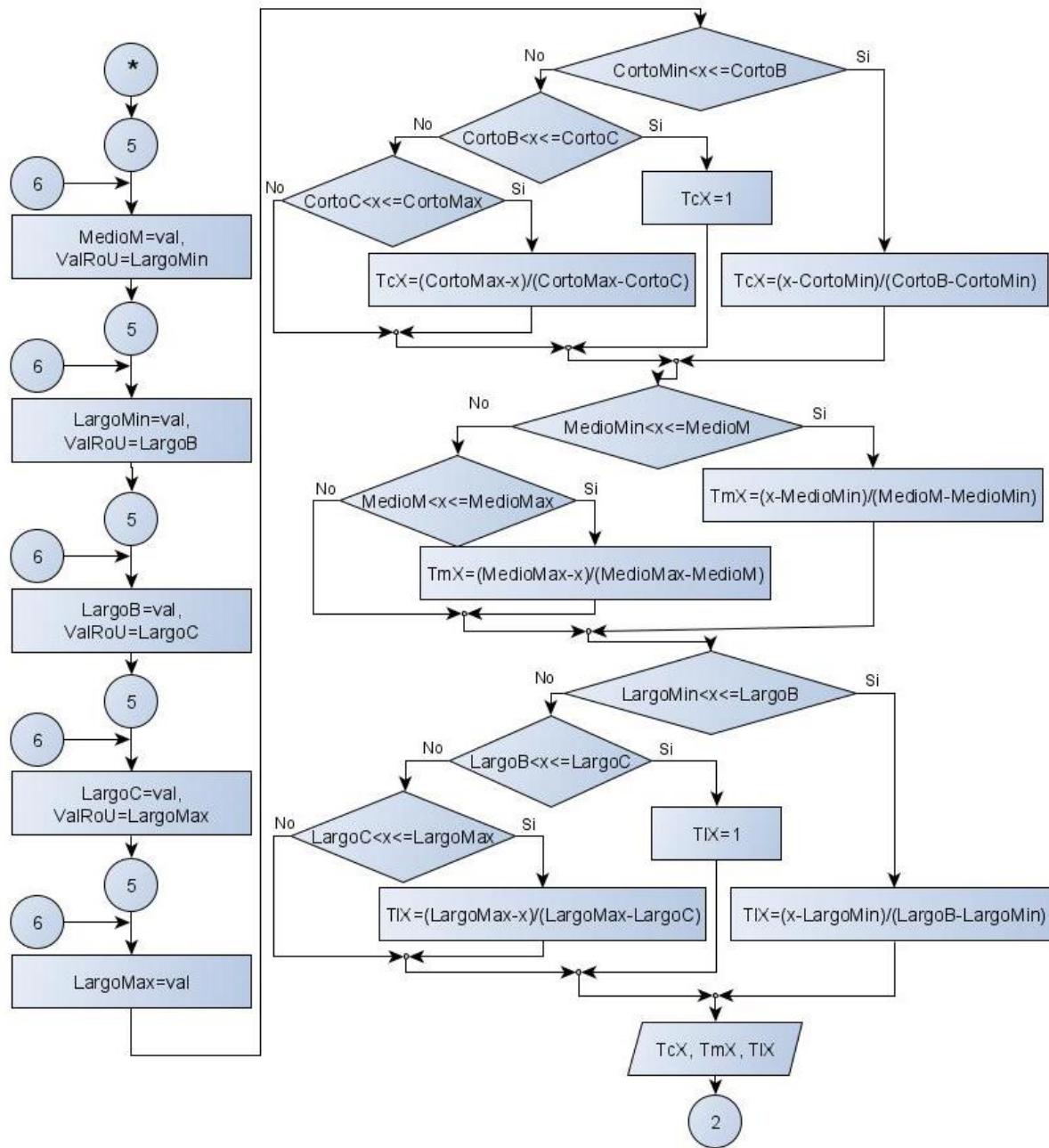


Figura 3.14. Segunda parte de la sección de fusificación del tiempo.

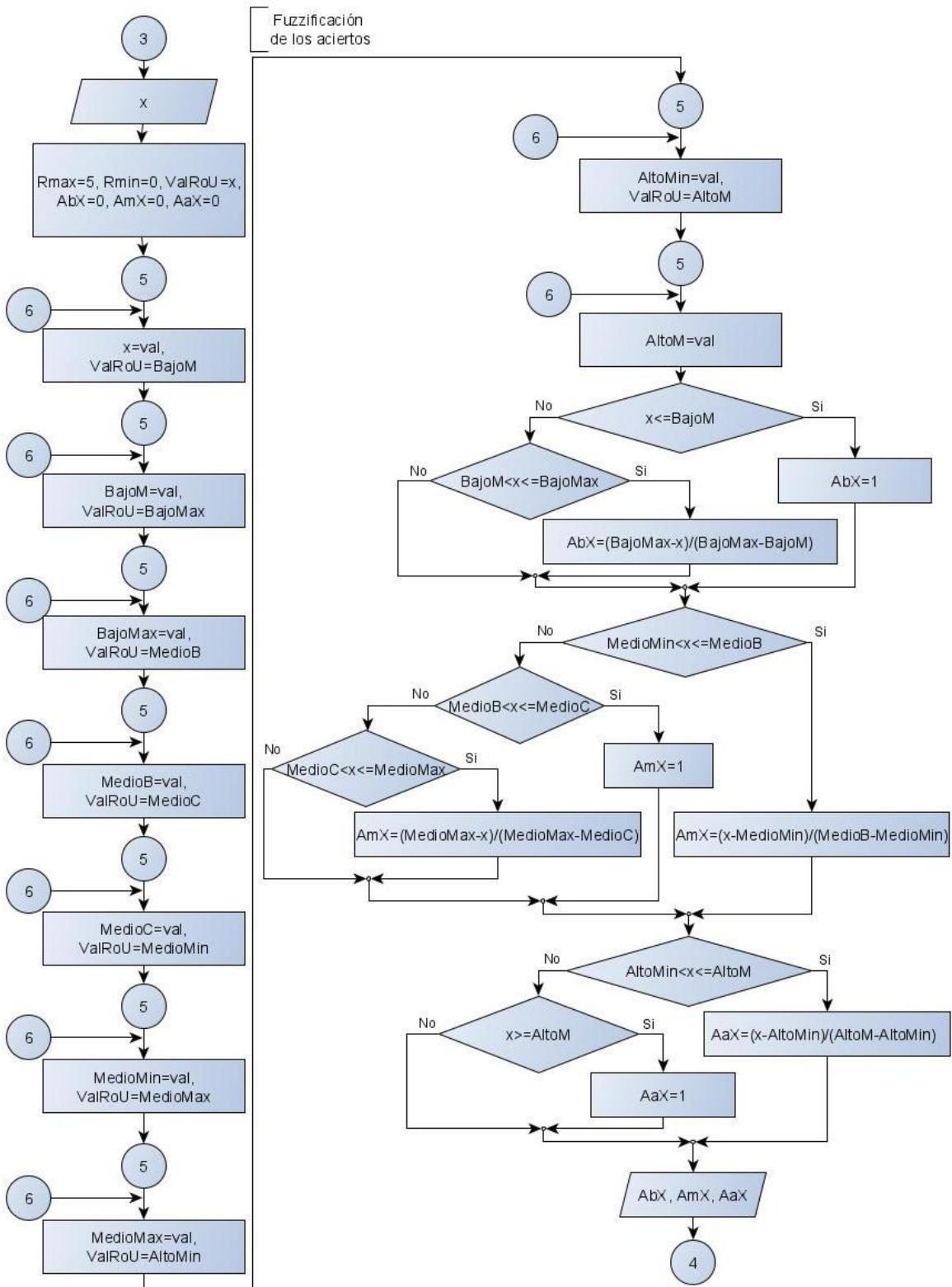


Figura 3.15. Sección de fusificación de los aciertos.

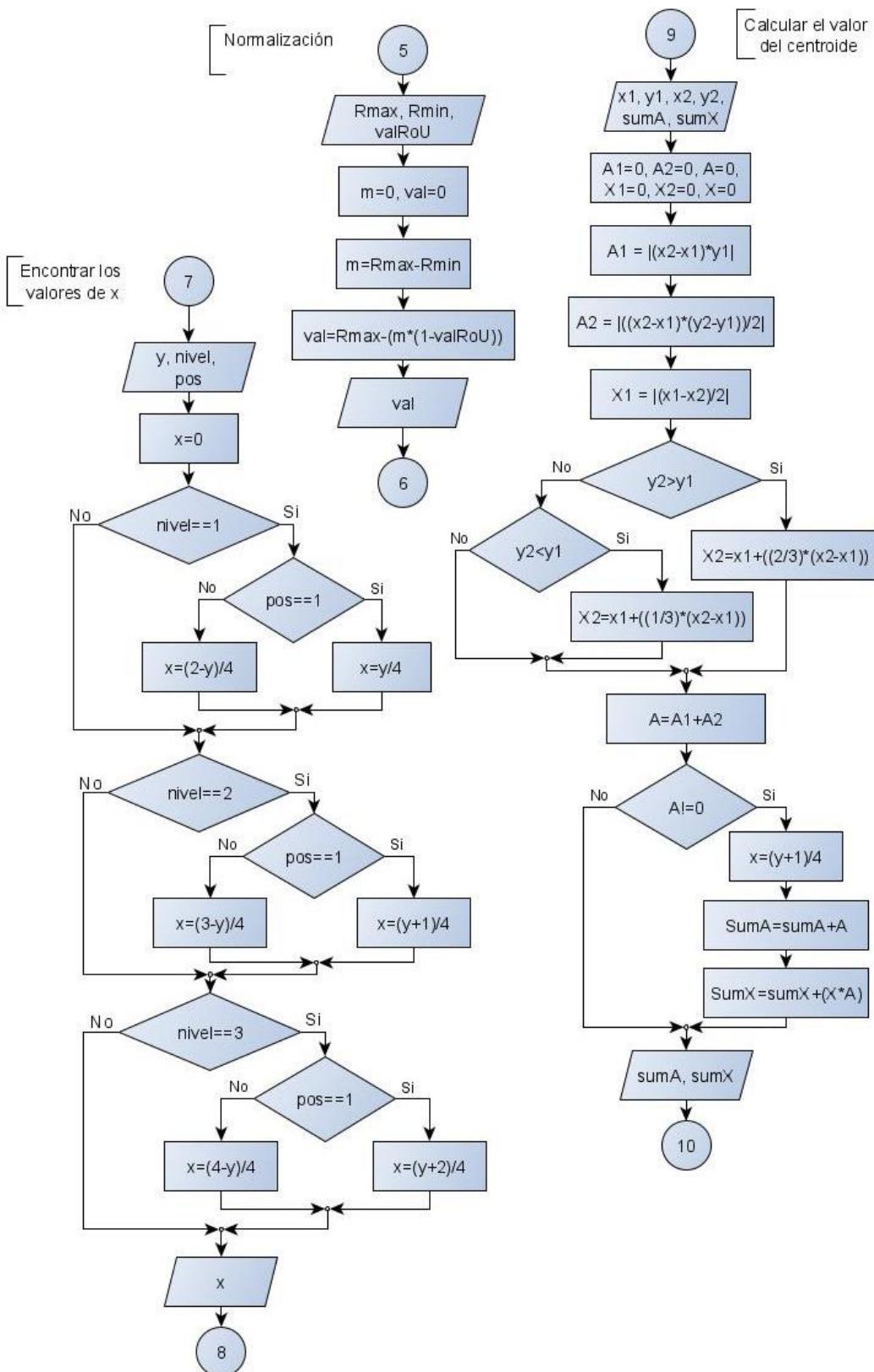


Figura 3.16. Proceso de normalización y sección para encontrar los valores del eje x para calcular el valor del centroide.

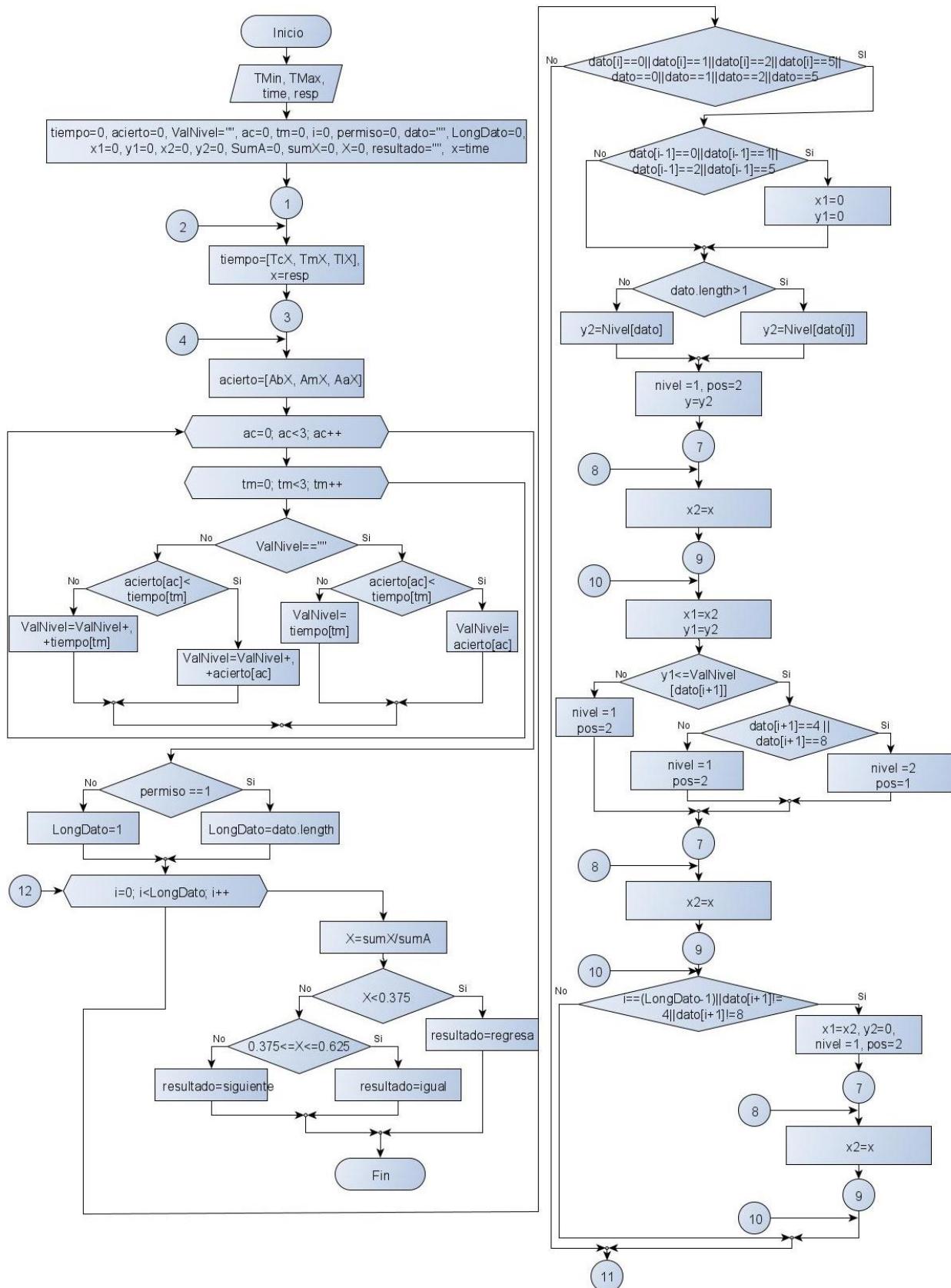


Figura 3.17. Primera parte del SID.

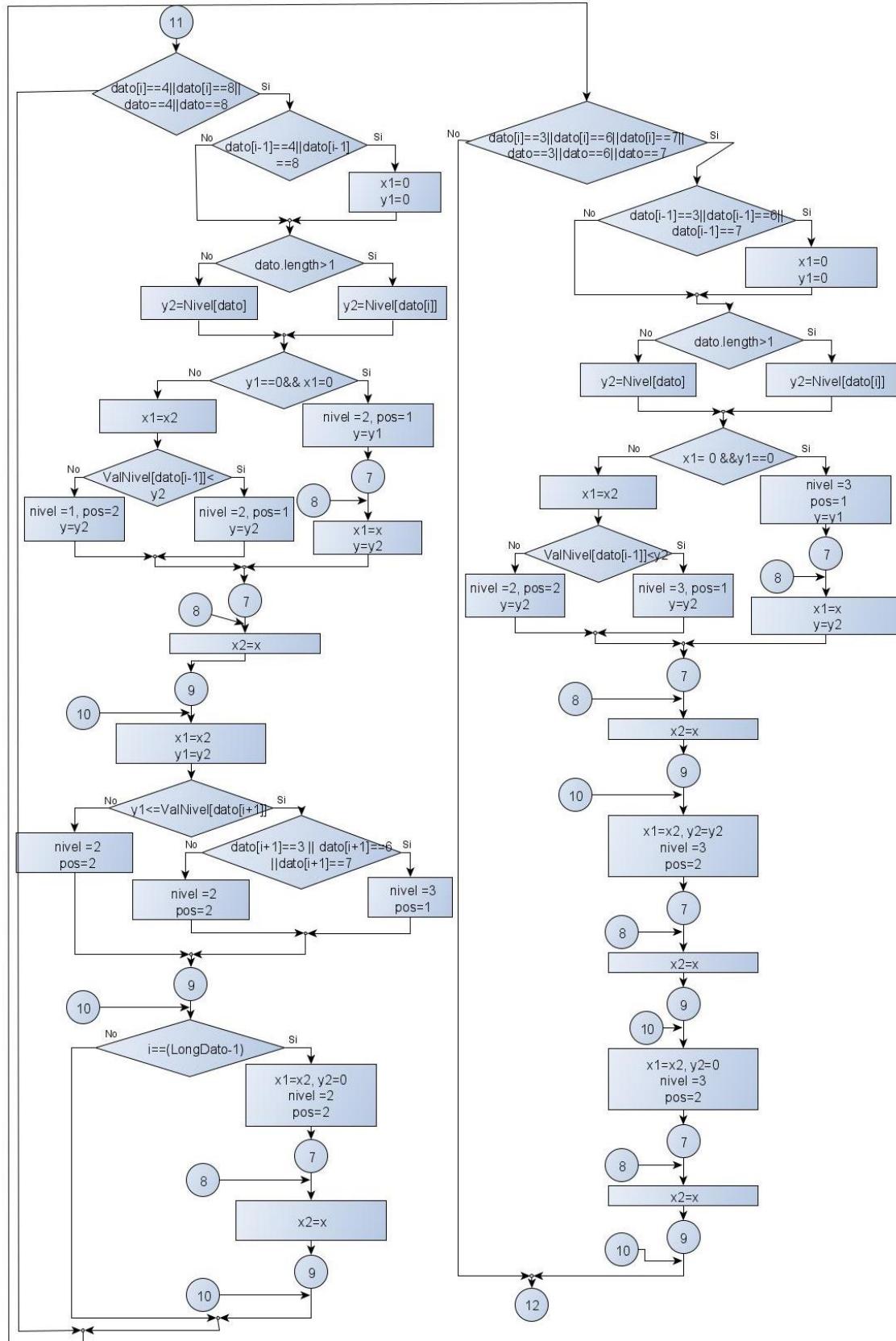


Figura 3.18. Segunda parte del SID.

3.5.3.4. Cuarto incremento (Recopilación y análisis de los datos para el SID)

Para completar la información de la variable del tiempo que conforma el SID, se desarrolló una página web con el objetivo de recopilar el tiempo que tardaban los estudiantes en contestar cada uno de los problemas, como se puede apreciar a continuación.

Análisis

Para el desarrollo de los requerimientos, como se muestra en la Figura 3.19 se tomó en cuenta que los participantes son estudiantes de preparatoria y tienen conocimientos del uso de la computadora de acuerdo con su nivel de educación.

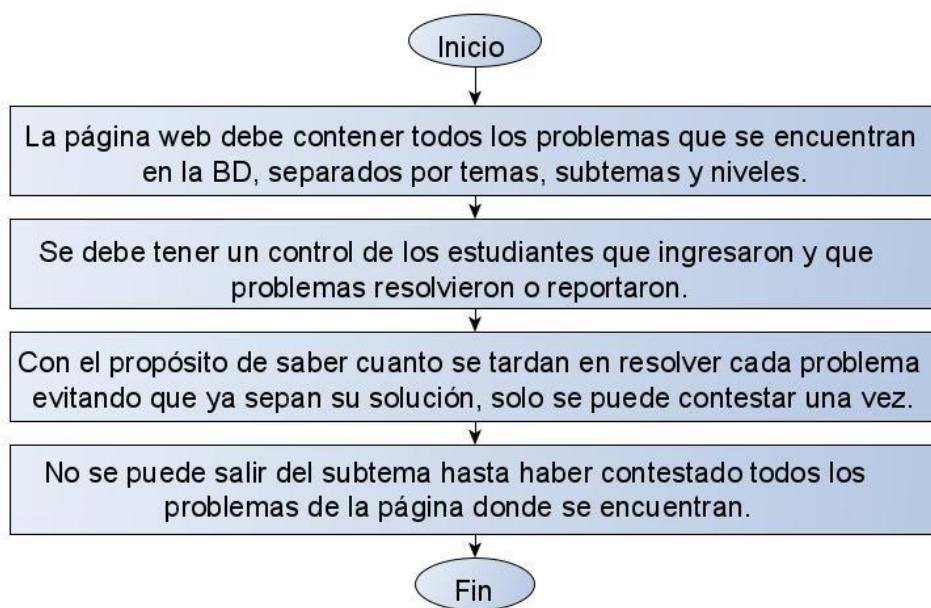


Figura 3.19. Análisis del cuarto incremento.

Diseño

Con base en la estructura y los problemas del diagrama de entidad-relación de la sección 3.5.3.2, se creó una BD con el objetivo de cumplir los requerimientos de la página web, por lo que se les agregó dos tablas más, como se muestra en Figura 3.20, en donde la primera consiste en la información personal del estudiante (RegUsuario) y la segunda (RespUsuario) almacena el tiempo que tardo en

contestar el problema, su respuesta, así como también lo que escribió en caso de reportar el problema (opcional).

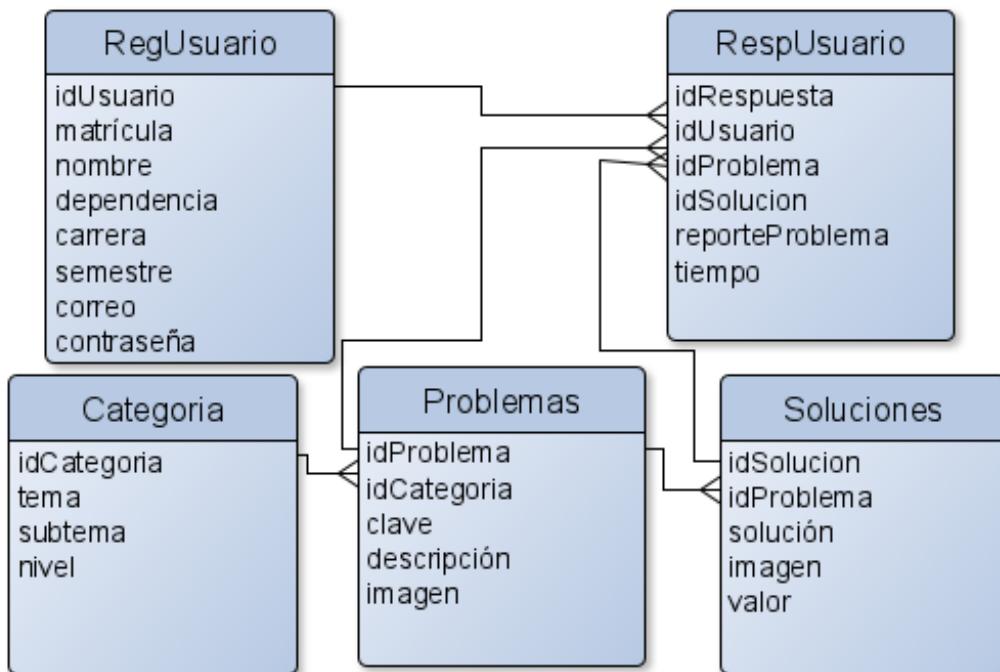


Figura 3.20. Diagrama entidad-relación de la página web.

Para el diseño de la página web, se usó el lenguaje de marcas de hipertexto (HTML) y hojas de estilo en cascada (CSS) para cada una de las interfaces de los subtemas de la guía EXANI-II, en donde para la revisión por parte de los expertos en el área de matemáticas se mostrarán las listas de problemas representados por claves, esto con el propósito de revisar cada uno de ellos y diferenciar los que se observen en el sitio web de manera incorrecta (imágenes grandes o no se muestre bien el problema) y para el caso de los estudiantes se utilizará solo la palabra “Resuelve”.

Con el propósito de conocer los problemas ya revisados o contestados, se diferenciará por dos tipos de colores, uno cuando el problema se encuentre habilitado y otro cuando este deshabilitado.

Desarrollo

Para definir la estructura de la página web, se creó un diagrama de navegación, como se muestra en la Figura 3.21, en donde el estudiante se registra, inicia sesión, consulta, resuelve o reporta los problemas.

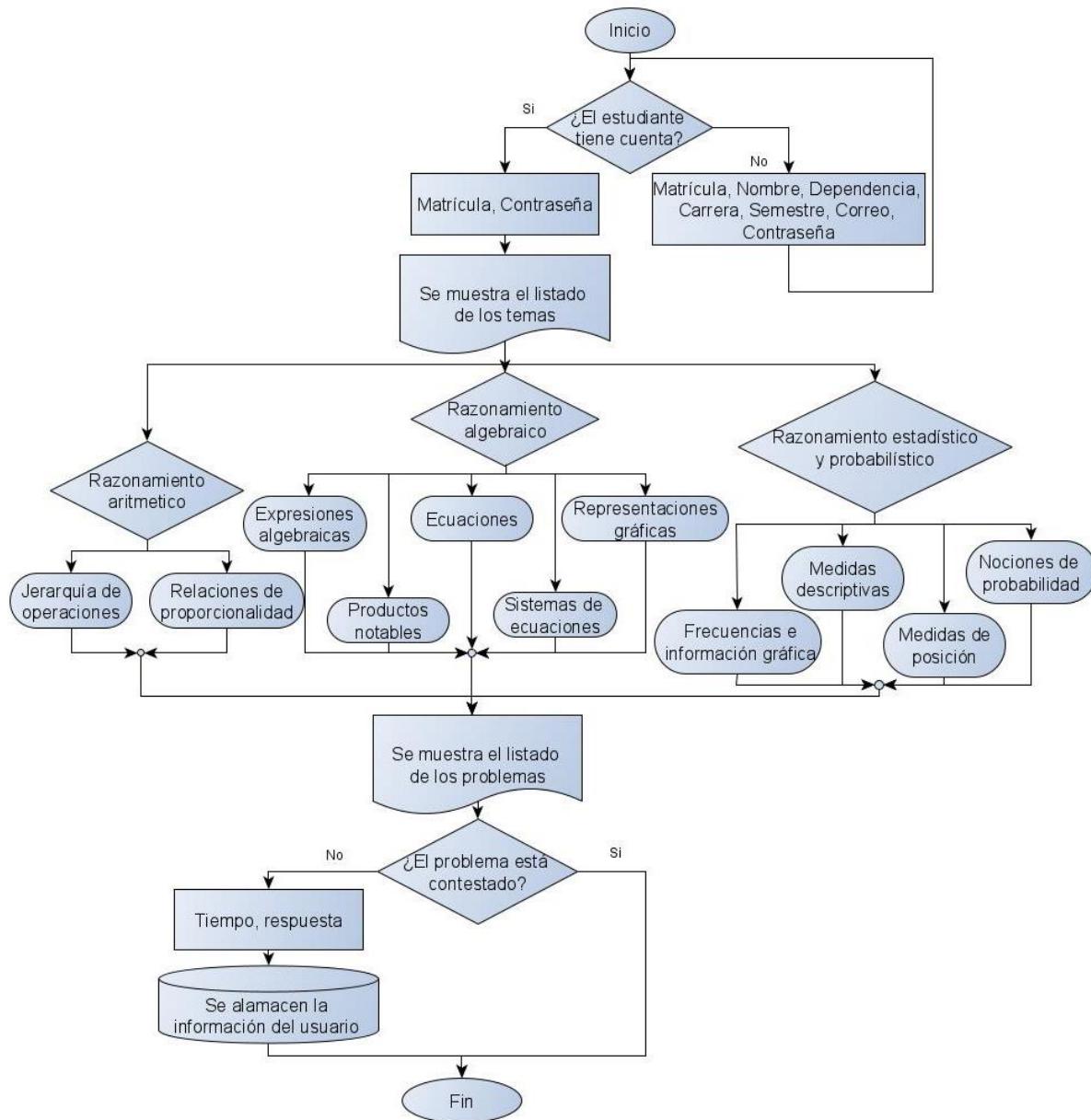


Figura 3.21. Diagrama de navegación de la página web.

3.5.3.5. Quinto incremento (Final del juego serio)

Una vez terminados los cuatro incrementos anteriores, el último incremento consiste en la unión de todos ellos, así como también las animaciones e imágenes cuando se avanza de nivel, se termina todo o todos los temas, como se muestra a continuación.

Análisis

Una vez concluidos cada uno de los incrementos mencionados anteriormente, el siguiente paso es integrarlos en el juego serio, estableciendo los siguientes requerimientos, como se muestra en la Figura 3.22.

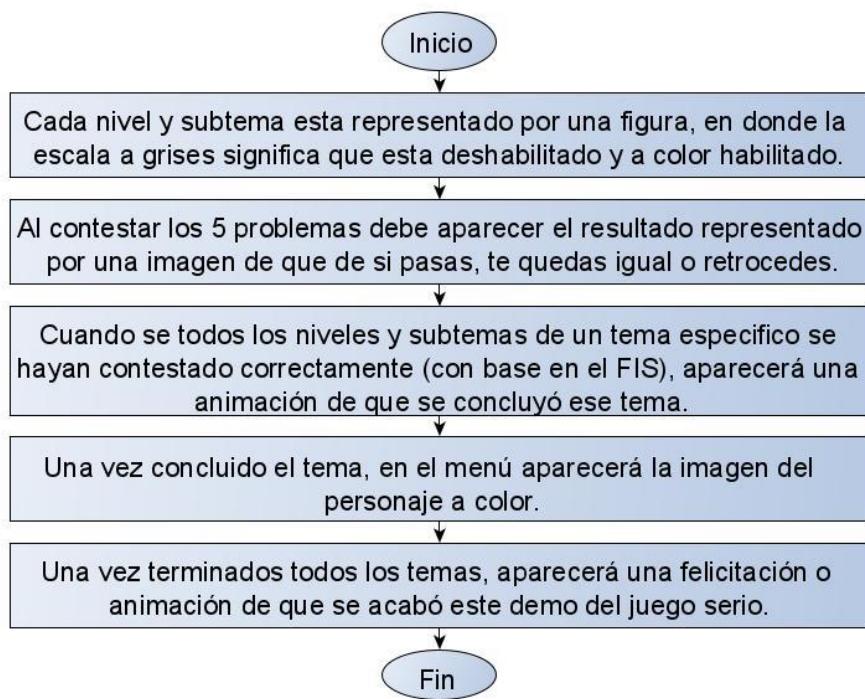


Figura 3.22. Análisis del ultimo incremento.

Diseño

Para el diagrama entidad relación que conforma el juego serio, como se muestra en la Figura 3.23, se tomó como referencia el diagrama de la Figura 3.4 (lista de problemas), en donde se modificó la tabla Problemas agregando los tiempos mínimos y máximos para el SID, así como también una tabla (RespJugador)

para capturar las respuestas y el tiempo de los problemas con base en la clave del dispositivo (UUID, *Get the device's Universally Unique Identifier*) [159].

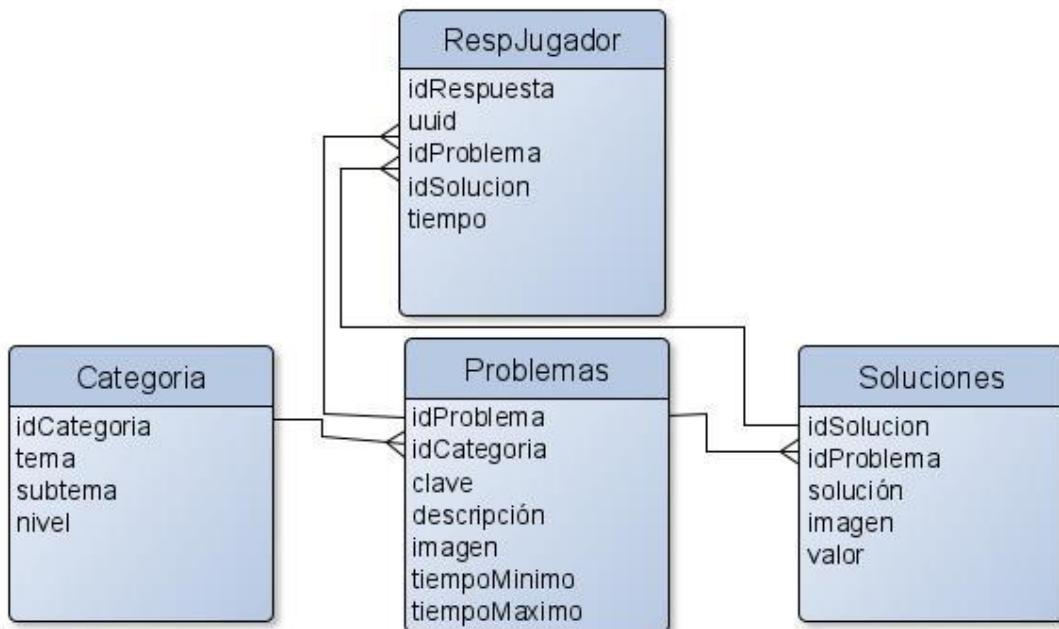


Figura 3.23. Diagrama entidad-relación del juego serio.

Como se muestra en la Figura 3.23, el objetivo de la tabla RespJugador es en conocer el tiempo que se utilizó la aplicación (tiempo), los niveles que han solucionado (idProblema) y sus repuestas (idSolucion), logrado así un enfoque en las áreas de oportunidad como el interés por los estudiantes al usar el juego serio, el tiempo que le dedican y en caso de ser necesario la reestructuración y revisión de los problemas.

Desarrollo

Se definió el diagrama de navegación del juego serio, como se puede apreciar en la Figura 3.24, en donde al seleccionar cualquier subtema aparecerán los tres niveles establecidos con en el primer nivel disponible, habilitándose o deshabilitándose conforme el resultado del SID. Al ingresar cualquiera de los niveles disponibles y contestar los problemas se mostrará el resultado del SID (sección 3.5.3.3) con base en el tiempo y la respuesta del alumno, para posteriormente ser almacenados en la BD.

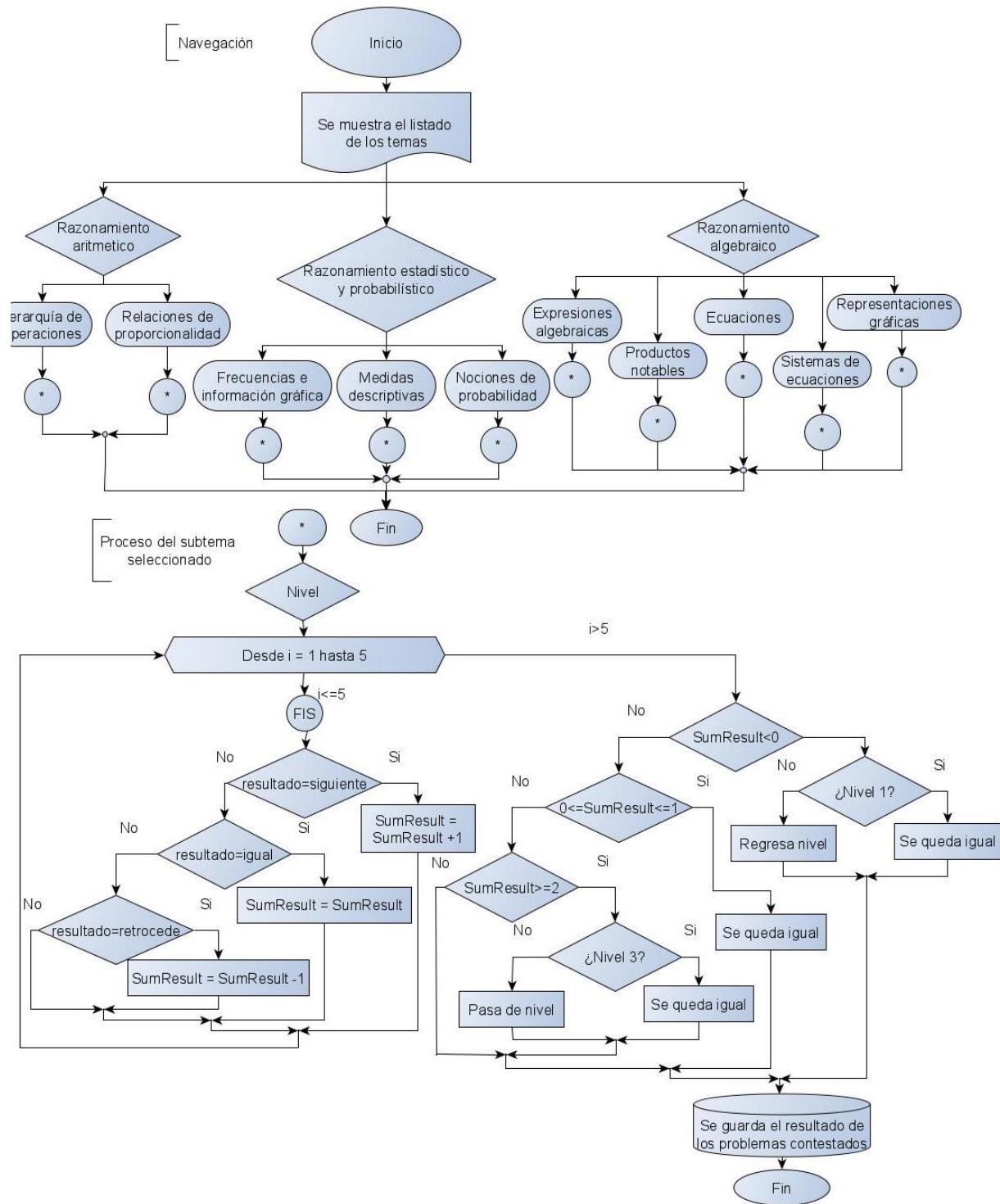


Figura 3.24. Diagrama de navegación del juego serio.

3.6. Evaluación

Esta es la última sección del *Design Thinking*, en donde se definieron las pruebas de usabilidad que se realizarán para el prototipo de baja fidelidad y el de software, así como también las pruebas que se realizarán a los estudiantes de nivel medio superior, con el objetivo de evaluar su aprendizaje antes y después de usar el juego serio.

3.6.1. Evaluación de usabilidad

Para la evaluación de usabilidad del prototipo de baja fidelidad y de software se decidió utilizar el método de pensando en voz alta (*Thinking aloud*), por lo que se realiza cada prueba de manera individual; se muestra en la Figura 3.25 el formato de la prueba con el objetivo de conocer lo que los estudiantes piensan de los prototipos [160].

Registro de prueba de usabilidad	
Fecha:	
Nombre del proyecto:	
Nombre del usuario:	
Tipo de usuario:	
Duración:	
Observaciones:	

Figura 3.25. Formato de la evaluación pensando en voz alta.

Para este método, se deben consideraron las siguientes reglas [161]:

- Cuando el usuario este en silencio por un periodo largo de tiempo, se tiene que recordar que debe seguir hablando.
- No se interfiere durante el proceso.
- Se debe capacitar (explicar) a los usuarios sobre el proceso antes de iniciar.

3.6.2. Evaluación de aprendizaje

Para el proceso de evaluación por parte de los estudiantes, se desarrollaron dos exámenes considerando el mismo tema, subtema, nivel y el tiempo máximo similar en contestar con base en los tiempos almacenados en la BD.

Una vez desarrollados los dos exámenes, se realiza la evaluación a un grupo de estudiantes, tomando como base la siguiente estructura:

- Se aplica la primera evaluación a los estudiantes sin estar preparados, es decir que no hayan estudiado previo al examen.
- Se instala el juego serio, revisando su correcto funcionamiento y monitoreando el tiempo y los problemas contestados por parte de los alumnos.
- Se aplica la segunda evaluación dos semanas después de la primera y la instalación del juego serio.

3.7. Herramientas

Todos los dibujos que conforman la aplicación son originales y creados con un programa para la creación de cómics e ilustración digital conocido como *Medibang Paint*.

Para el prototipo de software, se utilizó el entorno de desarrollo integrado (IDE) *NetBeans* y el lenguaje de programación de línea de comandos de *Cordova*, con una conexión a base de datos en *SQL Server*.

En el desarrollo de la página web se utilizó *Java Web* con el *framework* de *Spring* y el Contenedor de *servlets* *Apache Tomcat* montado a un servidor de *Amazon Web Services* con conexión a BD apuntando a una instancia de *Microsoft SQL Server*.

El desarrollo y el diseño, se realizó en dos máquinas de marca Acer, con un sistema operativo de *Windows 10 Home Single Language*, una memoria instalada (RAM) de 8.00 GB, un procesador *AMD A9-9410 RADEON R5, 5 COMPUTE CORES 2C+3G 2.90 GHz*.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1. Resultados de la etapa de Empatía

En esta sección se muestra la comparación de los resultados aplicando el grupo de enfoque y las encuestas en línea; para el primer método se reunieron dos moderadores y nueve participantes, entre ellos tres mujeres y seis hombres de una edad entre 18 a 27 años y para el segundo procedimiento se encuestaron a 156 estudiantes en total, entre 16 a 30 años, en donde 111 (71.2%) son hombres y 45 (28.8%) mujeres.

Una de las preguntas iniciales del grupo de enfoque es “¿Es para ustedes estresante solucionar situaciones o problemas en dónde su respuesta no tiene un proceso mecánico, es decir un problema razonado?”, por lo que todos contestaron que sí ya que están acostumbrados a resolver problemas en donde implique una fórmula establecida, para comprobar esto se les aplicó un problema de razonamiento lógico-matemático, en donde el 67% respondió bien el problema, de la misma manera en las encuestas se les aplicó un problema similar, mostrando que el 41% lo contestaron de manera correcta, como se muestra en la Figura 4.1.

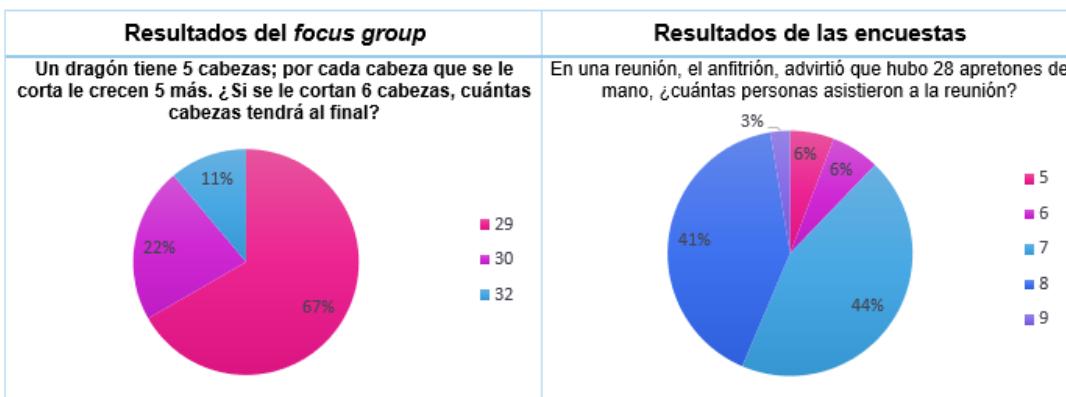


Figura 4.1. Resultado del problema razonado.

De la misma manera, se les preguntó si utilizaban algún método para fortalecer el razonamiento lógico matemático y de que tipo, por lo que el grupo de enfoque respondió que manejan aplicaciones de software (*app, application*), así como también lápiz y papel, apoyando el resultado de las encuestas, en donde el 31% y el 76% utiliza las mismas herramientas, como se puede apreciar en la Figura 4.2.



Figura 4.2. Resultado de las encuestas sobre el método que utilizan para mejorar el razonamiento.

Se determinó desarrollar la aplicación de tipo videojuego, tomando en cuenta las respuestas del grupo de enfoque y de las encuestas, como se muestra en la Figura 4.3, para las preguntas “Si pudieras crear una aplicación que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático ¿Cómo te gustaría que estuviera diseñada?” y “¿En qué dispositivo te gustaría utilizarla?”, en donde el 93.5%

respondió que sea como un juego y el 59.6% en cualquier dispositivo, así como también los participantes del primer método respondieron lo mismo.

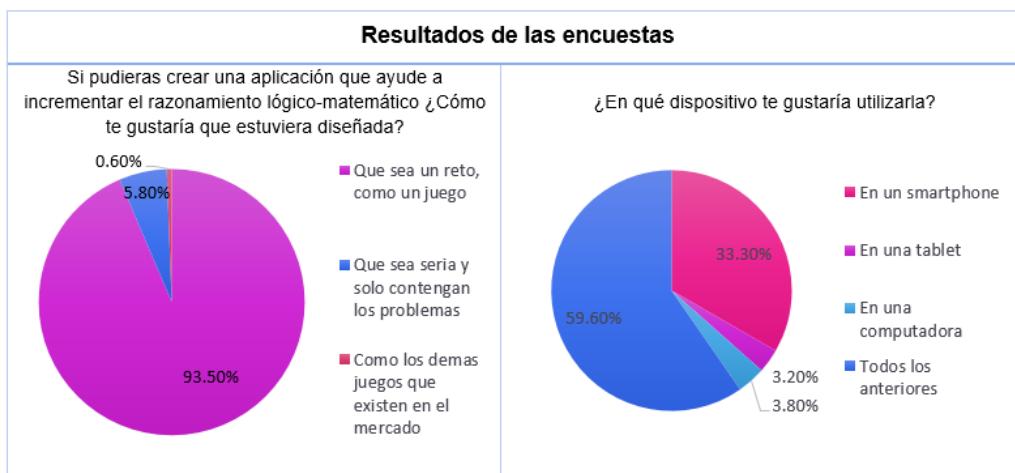


Figura 4.3. Resultado del diseño y para que dispositivos se desarrollará la aplicación.

Por último, se establecieron dos preguntas con el fin de saber si el juego se utilizará para su motivo principal y con qué frecuencia, como se puede apreciar en la Figura 4.4, en donde 63.5% declaró que sí la utilizaría diariamente o dos veces por semana para mejorar su nivel de razonamiento, de la misma manera, el grupo de enfoque declaró que sí la utilizaría por la misma razón, pero solamente en sus ratos libres.

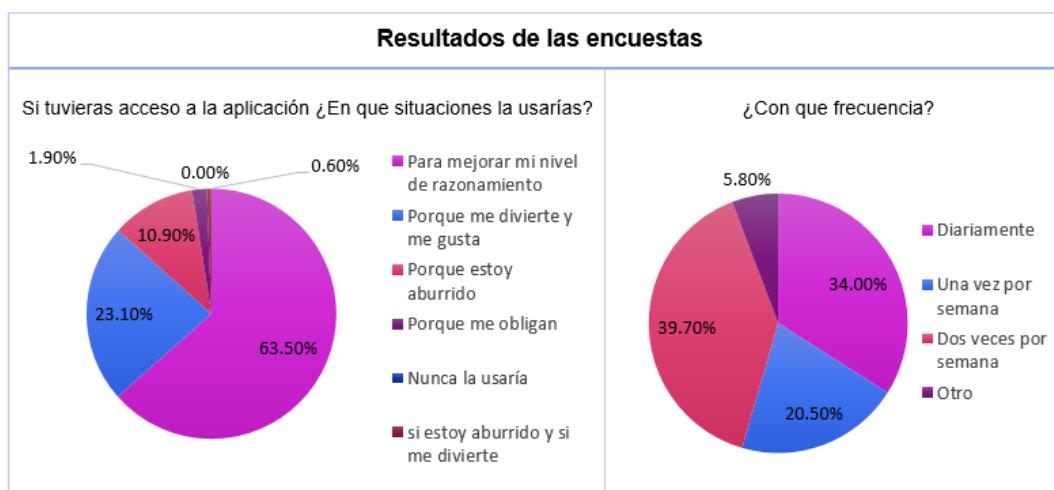


Figura 4.4. Respuesta ante que situaciones y la frecuencia con que se utilizaría la aplicación.

4.2. Resultados de la etapa Definir

El siguiente paso es generar dos perfiles de usuario (personas), como se puede apreciar en la Figura 4.5 a María López y en la Figura 4.6 a Iván Lara, dos estudiantes de distintas carreras y gustos, necesidades y pasatiempos en común.

	Ocupación: Estudiante de la carrera de Ingeniero en Tecnología de Software Uso de TI <ul style="list-style-type: none"> -Nivel alto en informática -Uso constante de laptop en la escuela y en casa, si no utiliza las plataformas móviles. -Grado medio de conocimiento en el diseño y desarrollo de software Pasatiempos <ul style="list-style-type: none"> -Le encanta estar al dia en las redes sociales -Le gusta ver imágenes, escuchar música, chatear con sus amigos en la computadora y el smartphone -Juega en la computadora o una plataforma móvil 	
María Sánchez Edad: 18 años Género: Femenino Estado Civil: Soltera		
Necesidades	Escenario	Acciones
Pasar el tiempo	Maria acaba de salir de clases y tiene que esperar 1 hora para la siguiente materia, no tiene pendientes y sus amigos están en otra clase.	Empieza a jugar "4 Fotos 1 Palabra" o "sudoku" en su celular.
Mejorar sus habilidades	En una semana tiene una entrevista de trabajo y uno de sus amigos le comentó que le pondrán un examen con problemas de lógica.	Busca libros o en internet problemas de razonamiento numérico y como resolverlos.
Diversión	Maria tuvo un día pesado, así que busca algo con que distraerse, está en su cuarto y no le gusta lo que hay en la televisión.	Se conecta en su celular y empieza a chatear con sus amigos por WhatsApp mientras escucha música.

Figura 4.5. Perfil de María Sánchez.

	Ocupación: Estudiante de la carrera de Ingeniero en Mecatrónica Uso de TI <ul style="list-style-type: none"> - Nivel medio-alto en informática. - Uso constante de plataformas móviles y equipos computacionales. - Grado medio de conocimiento en el uso de programas matemáticos o simuladores. Pasatiempos <ul style="list-style-type: none"> - Juega videojuegos en la computadora y en diferentes consolas. - Escucha música y ve videos de interés en los dispositivos móviles. - Utiliza aplicaciones para aprender nuevas cosas y de salud. 	
Iván Lara Edad: 20 años Género: Masculino Estado Civil: Soltero		
Necesidades	Escenario	Acciones
Pasar el tiempo	Iván se dirige solo en camión rumbo a la facultad, por el tráfico tardara 30 minutos en llegar.	Entra a la aplicación de "Hatcook" o "Sabías que - Curiosidades".
Mejorar sus habilidades	Empezará a llevar clases donde busque la manera de resolver problema usando lenguajes como Matlab.	Busca libros en internet o tutoriales que le ayuden a comprender la lógica de los problemas.
Divertirse	Al llegar a casa, Iván no tiene tarea ni pendientes y no quiere prender su computadora.	Prende su consola y empieza a jugar videojuegos hasta donde se había quedado la última vez.

Figura 4.6. Perfil de Iván Lara.

Asimismo, se desarrolló un diagrama de interacción y un modelo de caso de uso como se puede apreciar en la Figura 4.7 y 4.8, en donde se muestran el comportamiento del juego serio y la funcionalidad del sistema, a partir de las acciones generadas por parte del estudiante.

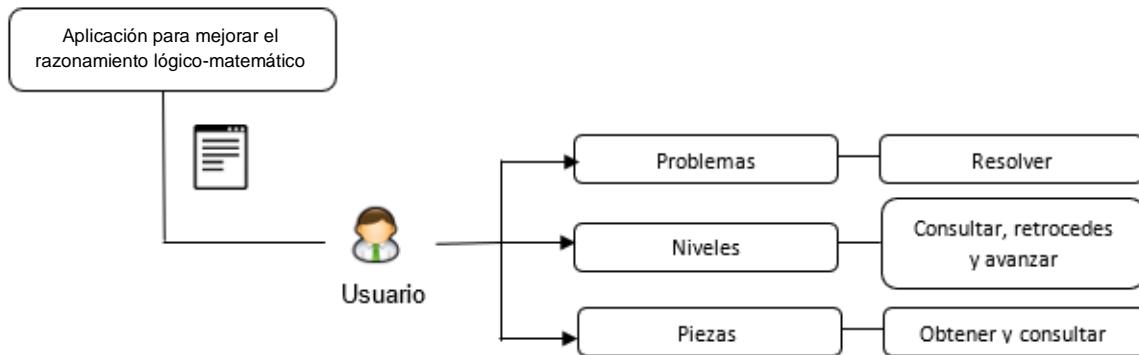


Figura 4.7. Diagrama de interacción del estudiante.

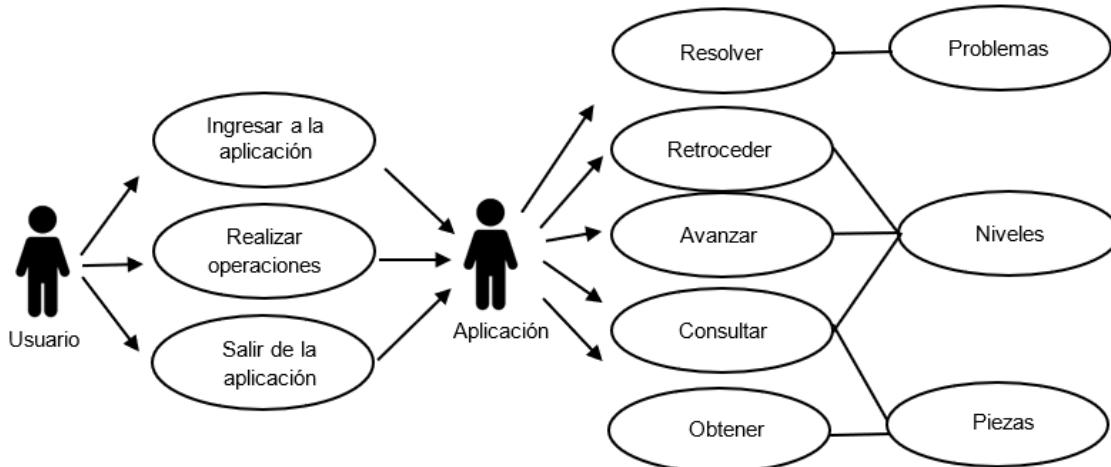


Figura 4.8. Modelo de caso de uso del perfil del estudiante

4.3. Resultados de la etapa Idear

Se realizó la lluvia de ideas, como se muestra en la Figura 4.9, desarrollado por un grupo de siete usuarios, conformado por dos mujeres, cuatro hombres y un

facilitador, tomando como referencia las preguntas realizadas de la sección 3.5.1.

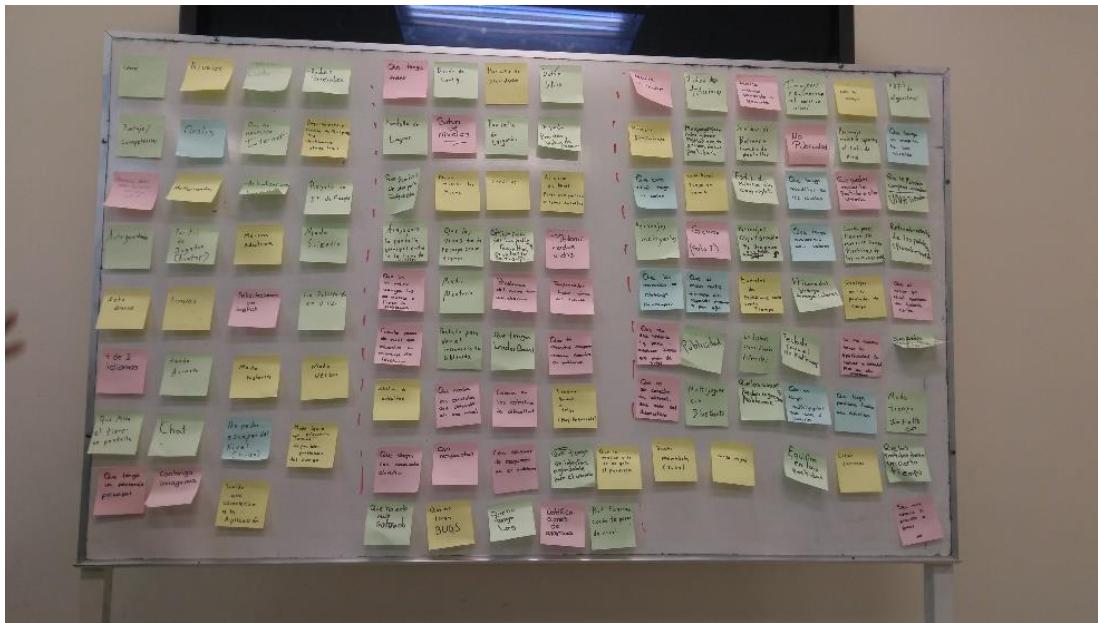


Figura 4.9. Resultados de la lluvia de ideas.

Una vez obtenida la información de la Figura 4.9, se revisaron y estratificaron cada una de las ideas generadas, para después descartar, aceptar y clasificar con base en el diseño y desarrollo del juego serio, logrando así establecer un diagrama de afinidad, como se muestra en la Figura 4.10, el modo de juego y una parte de su estructura. El diagrama de afinidad completo se puede encontrar en el Apéndice D.

En la Figura 4.10, se muestra una parte de las características que conforman el juego serio, en donde el modo del juego sea de un solo jugador con una historia e incentivos para seguir jugando, así como también la estructura de las pantallas, niveles, problemas y botones que lo conforman.

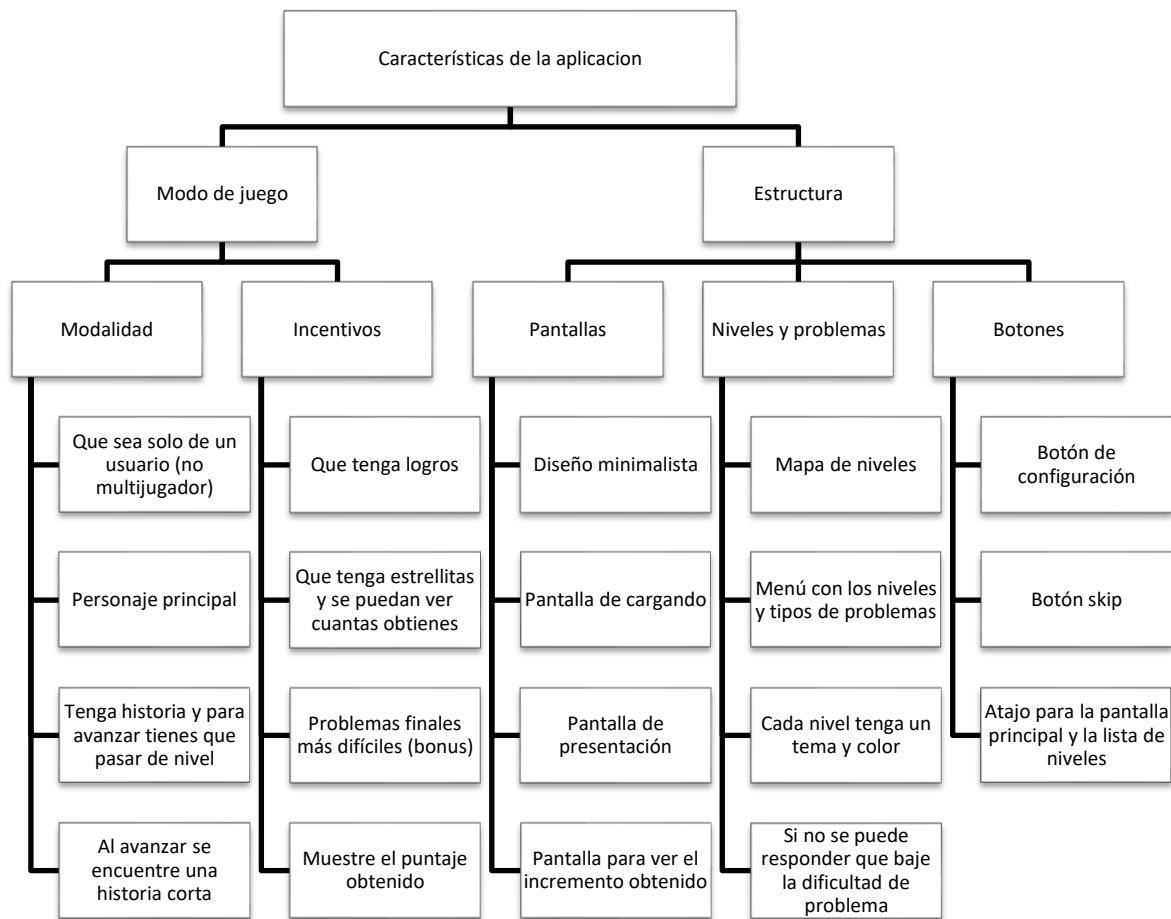


Figura 4.10. Diagrama de afinidad del modo de juego y parte de la estructura de la aplicación.

4.4. Resultados de la etapa Prototipar

En esta sección se muestran los resultados de las estructuras del juego serio, así como también el prototipo de baja fidelidad y de software para posteriormente generar pruebas con los usuarios mencionados anteriormente con el propósito de modificar y mejorar la aplicación.

4.4.1. Resultados del prototipo de baja fidelidad.

Se desarrolló el prototipo de baja fidelidad usando la herramienta *Balsamiq*, como se muestra en la Figura 4.11 la estructura de los niveles y el desglose de uno de los problemas de las subáreas definidas en la sección 2.3.

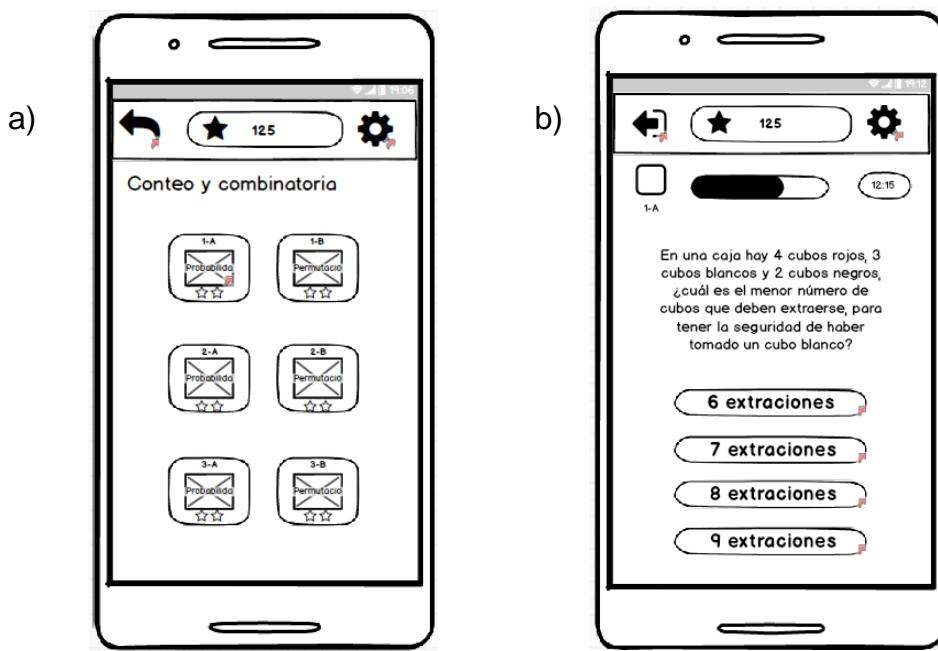


Figura 4.11. Diseño del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra los niveles de uno de los temas del razonamiento matemático y en b) se muestra la estructura de los problemas.

Se aplicó el prototipo desarrollado a los cuatro participantes, con el objetivo de expresar lo que piensan en voz alta al momento de entrar y responder dos problemas del área de sucesiones, obteniendo los siguientes resultados:

- Al comenzar en el botón de iniciar, la aplicación está de más debido a que no existe ninguna otra función.
- En la sección de menú, en la parte de arriba no se considera necesario regresarse al inicio, es mejor salir completamente de la aplicación.
- Para la parte donde se resuelve la lista de problemas, no me avisa si ya cambió de problema y tampoco si se encuentra bien o mal, solamente hasta el final.

- Al finalizar los problemas y observar el resultado, el botón “continuar” se entiende que continúa con la lista de problemas, no que te manda al menú, también te reenvía al menú principal en lugar de la lista del área que se seleccionó.
- En los problemas se encuentra de más la barra de regresar y configuración, ya que los problemas van a estar pasando uno por uno y se evalúan una vez finalizados.

Tomando en cuenta las observaciones generadas por los usuarios, se modificaron las diferentes pantallas del prototipo, como se muestra en la Figura 4.12, en donde se observa la pantalla de problemas y el mensaje si el problema es resuelto de manera correcta.

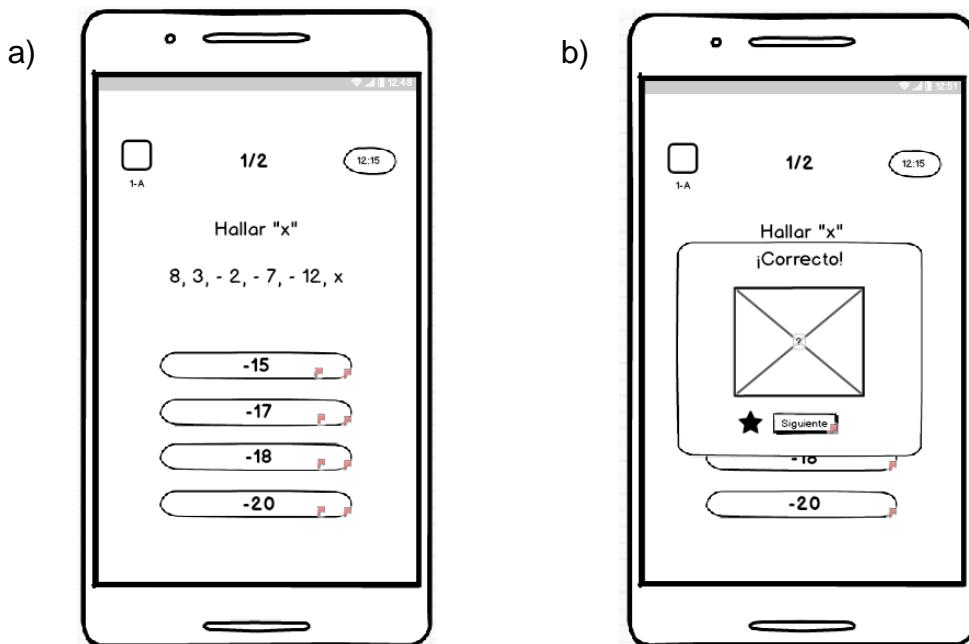


Figura 4.12. Primera modificación del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra la estructura de los problemas y en b) se muestra el mensaje si la respuesta es correcta.

Se aplicó el prototipo por segunda ocasión a cuatro participantes diferentes con conocimientos y experiencias similares, obteniendo nuevos resultados, como se puede apreciar a continuación:

- Falta que en el último problema se muestre si es correcto o no.

- Para el resumen final, te enseñe cuantas obtuviste bien o mal.

Se modificó el prototipo por segunda ocasión con base en las observaciones generadas, como se muestra en la Figura 4.13 el reporte de puntos y aciertos cuando se responden todas las preguntas de manera correcta e incorrecta.

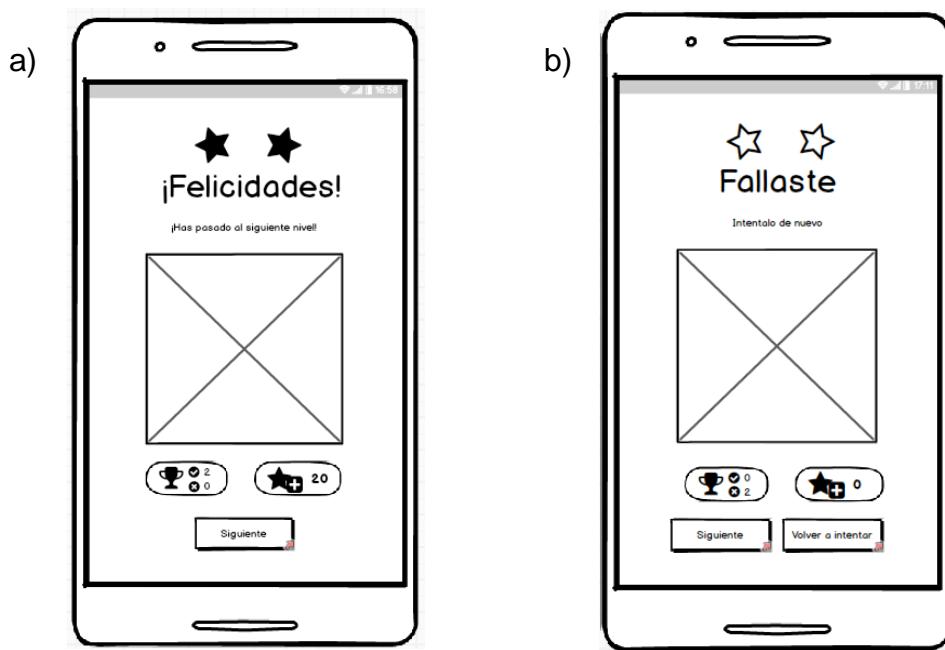


Figura 4.13. Segunda modificación del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra el resultado si todos los problemas son resueltos de manera correcta y en b) de manera incorrecta.

4.4.2. Resultados de la estructura del juego serio.

Se diseñaron cada uno de los personajes y paisajes, tomando como base las características definidas anteriormente y el elemento en el que se encuentran, por lo que primero se diseñaron en papel para posteriormente pasarse de manera digital usando la herramienta *Medibang Paint*, como se muestra en la Figura 4.14 el personaje del elemento tierra, en la Figura 4.15 su paisaje inicial y en la Figura 4.16 el paisaje cuando se terminan todas las misiones de ese elemento.



Figura 4.14. Personaje del elemento tierra. En a) se muestra el bosquejo a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.

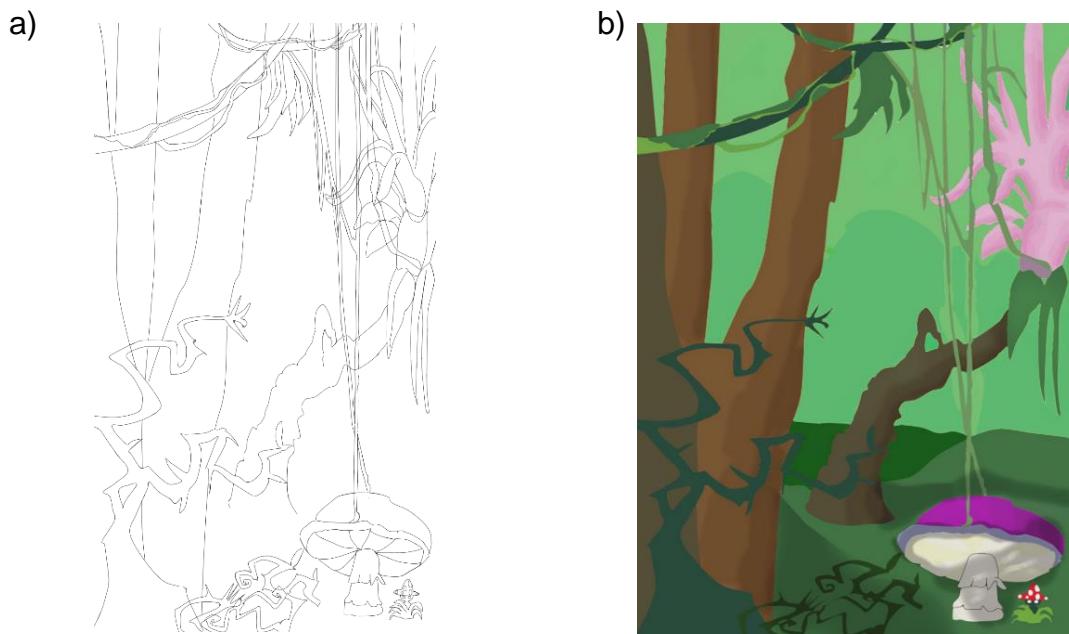


Figura 4.15. Paisaje del elemento tierra en caos. En a) se muestra el bosquejo a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.

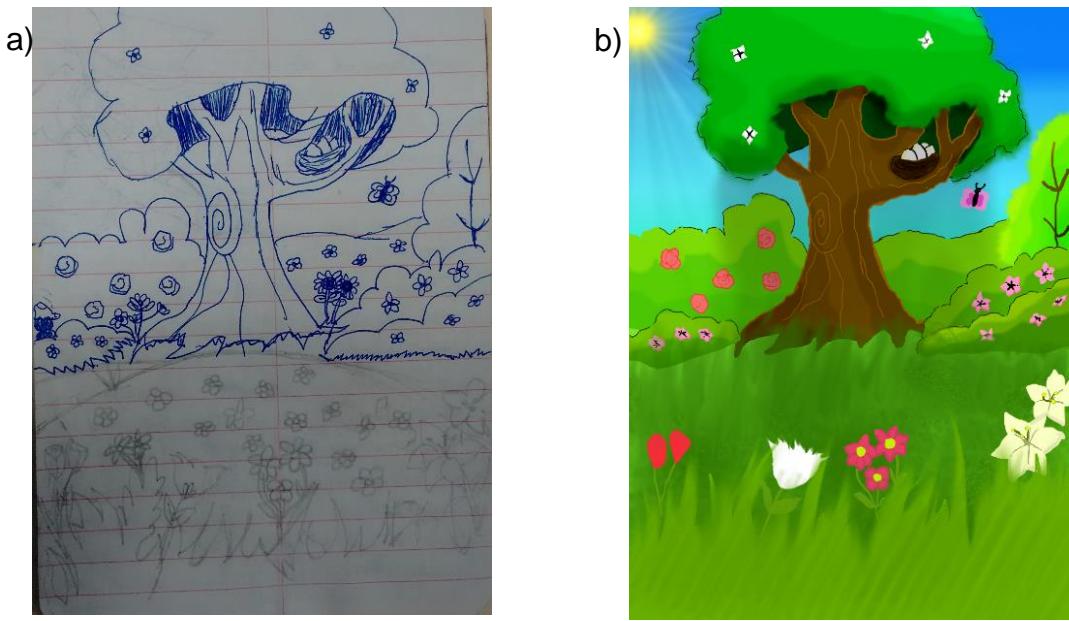


Figura 4.16. Paisaje del elemento tierra alegre. En a) se muestra el bosquejo a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.

En total se crearon 258 imágenes incluyendo las piezas, esferas, paisajes, personajes. Asimismo, para conocer la estructura que conforma el juego serio, se desarrollaron guiones gráficos (*Storyboard*) como se muestra en la Figura 4.17, al momento de iniciar en el juego y cuando entras al tema tierra por primera vez, intentas una misión, el jugador falla, vuelve a intentar y regresa al menú de nuevo.

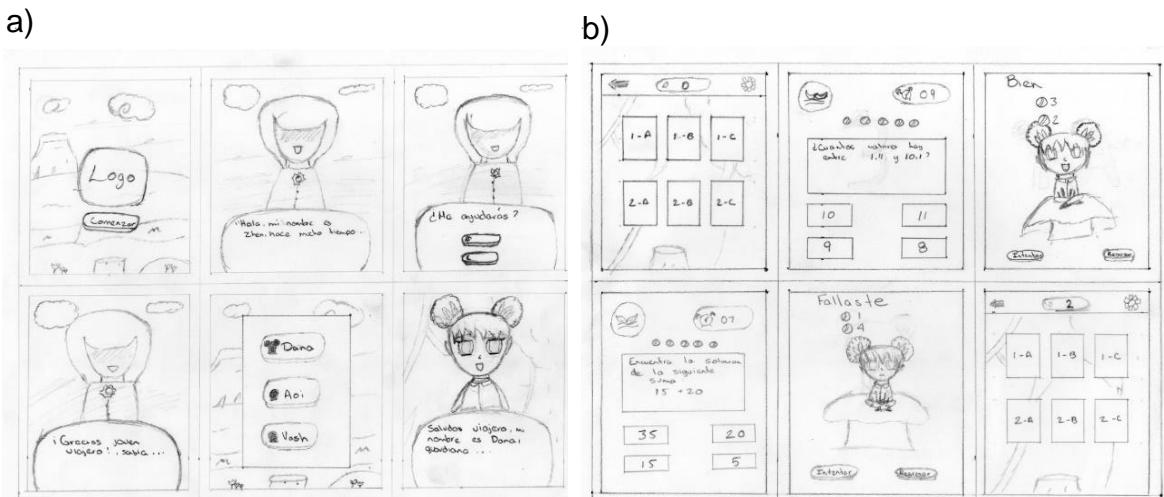


Figura 4.17. Guiones gráficos de la estructura del juego serio. En a) se muestra al iniciar por primera vez y en b) cuando se accede al mundo tierra, se intenta por dos ocasiones con diferentes resultados.

4.4.3. Resultados del primer incremento (Inicio de la aplicación)

En esta sección, se muestran las interfaces generadas para el inicio del juego serio, como se muestra en la Figura 4.18, la pantalla de inicio y el menú con los diferentes temas que conforman el juego.

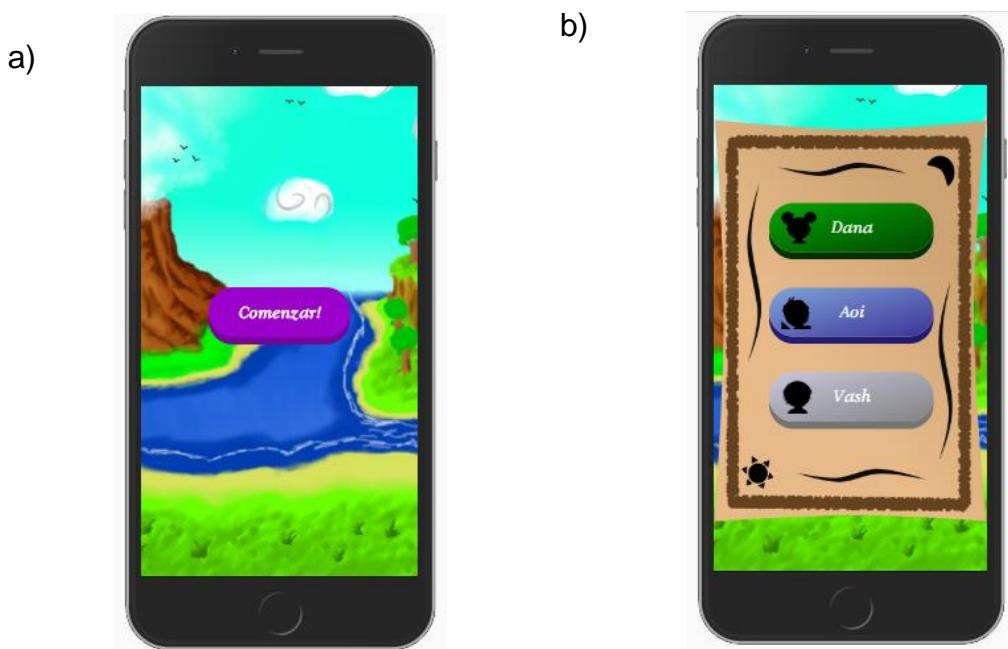


Figura 4.18. Diseño del inicio del juego serio. En a) se muestra el inicio y en b) el menú de los temas.

Se realizaron pruebas, en donde se evaluó en una tableta de marca Samsung, encontrando los siguientes errores:

- Las imágenes no se ajustan a la pantalla, se ven cortas y hacia arriba.
- Los tamaños de los cuadros se ven muy pequeños, cuando el dispositivo es más grande.
- La letra va muy rápido, así como también se dificulta leer por el tipo de letra.
- Se tardan en cargar las imágenes.
- Cambiar el nombre de los botones del menú, que sea algo relacionado al juego.
- Cambiar y ajustar el tamaño de los diálogos de los personajes.

Una vez completada la primera iteración, se modificaron los errores y se volvió a probar con la misma tableta de marca Samsung y también con un teléfono inteligente de marca Xiaomi redmi note 4x, encontrando los siguientes errores:

- La imagen del personaje principal en algunas ocasiones se distorsiona, ya sea presionando el botón para continuar o por sí sola.
- Cuando se volteo el teléfono inteligente o la tableta, solo se ve una parte de la imagen.
- El marcador de las piezas al entrar en un nivel no se ajusta.
- Al entrar a cualquier personaje, la imagen se tarda en cargar.

Para resolver estos problemas, se convirtieron todas las imágenes en base 64, así como también se agregó una animación de cargando, como se muestra en Figura 4.19.

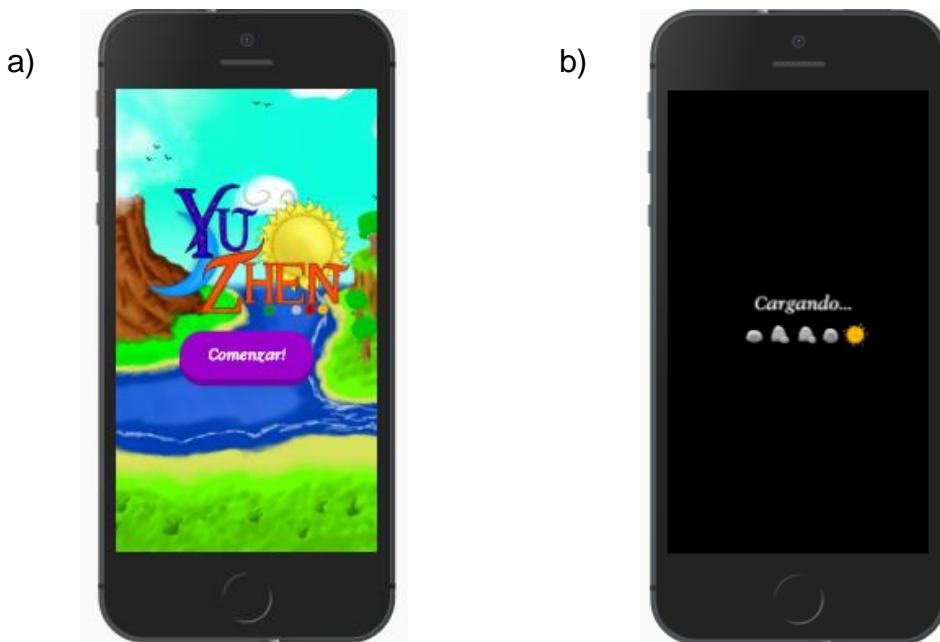


Figura 4.19. Modificaciones del primer incremento. En a) se muestra la imagen en base 64 y en b) la imagen de la animación de cargando.

Una vez corregido los errores, se volvió a realizar pruebas por tercera vez, con los mismos dos dispositivos, encontrando otros errores:

- Aparece el mensaje del personaje antes de terminar la animación de cargando.
- Algunos de los sonidos de la aplicación no cargan.
- Los botones se pueden editar al presionar (*click*) dos veces.

Se modificaron los errores encontrados y se volvieron a realizar pruebas, en los mismos dispositivos mencionados anteriormente, sin encontrar algún otro error, sin embargo, se realizarán pruebas de todo el funcionamiento del juego serio en el último incremento.

4.4.4. Resultados del segundo incremento (Diseño de los problemas)

En esta etapa de describen los resultados de las pruebas para el segundo incremento, los cuales están divididos en la revisión de los problemas reestructurados y la conexión del juego serio con la BD.

4.4.4.1. Reestructuración de los problemas

Se reestructuraron los problemas por parte del grupo de expertos para los tres temas diferentes, como se muestra en la Figura 4.20, un problema del tema de Razonamiento Aritmético y el subtema Jerarquía de operaciones, con el objetivo de definir el nivel al que pertenece y si se encuentra redactado de manera correcta sin perder la lógica del problema con apoyo por el grupo de expertos.

Clave: ExPM-12....2	
Problema Original	Problema BD
<p>En un grupo de 60 trabajadores, 12 juegan futbol. ¿Cuál es el porcentaje que no juega?</p> <p><input type="radio"/> A) 12 <input type="radio"/> B) 20 <input type="radio"/> C) 48 <input type="radio"/> D) 80</p> <p>B</p>	<p>En una empresa de 80 trabajadores, 24 son mujeres. ¿qué porcentaje son hombres?</p> <p>a) 50 b) 60 c) 70 d) 80</p>

Figura 4.20. Problema original y restructurado.

Como se muestra en la Figura 4.20, se definieron cuatro soluciones para cada problema (una verdadera y tres falsas) y una clave, logrando así saber la fuente en donde se encuentra dicho problema, como ExPM-12 significa que es el problema 12 de la guía interactiva del EXANI-II.

En total se reestructuraron 231 problemas para los diferentes temas, subtemas y niveles como se muestra en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Total de problemas en la DB.

Tema	Subtema	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Total
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	9	12	8	29
	Relaciones de proporcionalidad	7	8	7	22
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	11	8	8	27
	Productos notables	6	6	6	18
	Ecuaciones	10	8	7	25
	Sistemas de ecuaciones	6	10	7	23
	Representaciones gráficas	7	8	9	24
	Frecuencias e información grafica	6	7	7	20
Razonamiento estadístico y probabilístico	Medidas descriptivas	7	8	6	21
	Noción de probabilidad	9	7	6	22

En donde se revisaron por segunda ocasión por parte del experto con mayor experiencia (el tercer experto), encontrando 35 preguntas mal redactadas o con falta de información, entre otras cosas, como se muestra en la Tabla 4.2 el total de problemas reportados por el experto divididos por tema y subtema. Los comentarios de los problemas, el tema y subtema se encuentra en el Apéndice E.

Tabla 4.2. Total de problemas reportados por el experto.

Tema	Descripción	# de problemas
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	4
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	7
	Productos notables	9
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	9
	Medidas descriptivas	4
	Noción de probabilidad	2

Con base en los resultados de la Tabla 4.2, se modificaron los problemas con ayuda de los otros dos expertos con base en el reporte del tercero, logrando así volver a revisar los problemas sin encontrar algún otro inconveniente es las respuestas o su redacción.

4.4.4.2. Conexión de la BD con el juego serio

Se conectó la BD de los problemas con el juego serio de manera estática, mostrando los problemas y sus respuestas de manera aleatoria, como se muestra en la Figura 4.21, los problemas para el elemento de tierra (razonamiento aritmético) y del agua (razonamiento algebraico).

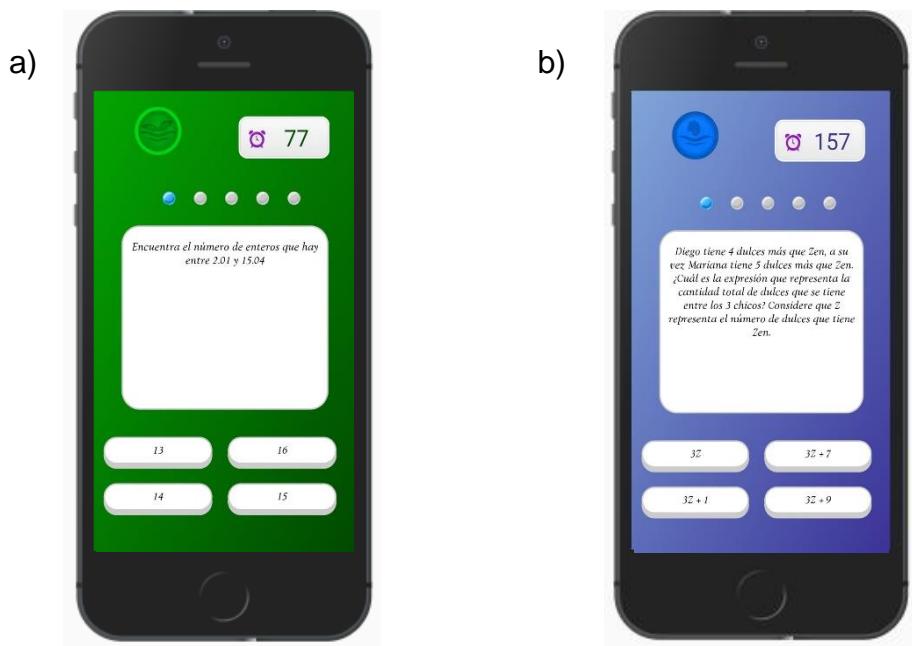


Figura 4.21. Resultado de los problemas cargados en la aplicación. En a) se muestra un problema del elemento tierra y en b) del elemento agua.

Aunque se realizaron pruebas con ayuda del navegador de Chrome, al momento de realizar la aplicación e instalarse en un teléfono inteligente o una tableta se encontró el inconveniente de que los problemas no estaban cargando ni las funciones de AJAX estaban respondiendo. Para solucionar este problema, se generó una página Web conectada a la BD de SQL Server con un servicio *REST*, ambos montados en la nube del servicio web de Amazon (*AWS, Amazon Web Services*) [162], con el objetivo de mandar a llamar los datos a la aplicación.

4.4.5. Resultados del tercer incremento (Desarrollo del SID)

Se realizaron varias pruebas con datos específicos en el SID, comparando los resultados con la biblioteca de control de lógica difusa conocida como *FuzzyLite* [163], la cual es gratuita, con código abierto, orientada a objetos, multiplataforma, fácil de usar y programada en C++, en donde incluye una aplicación llamada *qtfuzzylite* para diseñar sistemas difusos de manera visual e interactuar con ellos en tiempo real [164], como se muestra en la Figura 4.22 para un tiempo mínimo de 30 segundos y máximo de 6 minutos en ambos casos, con una diferencia de 2:05 minutos con un acierto para el caso a), asimismo para un tiempo 2:20 minutos con dos aciertos para el caso b).

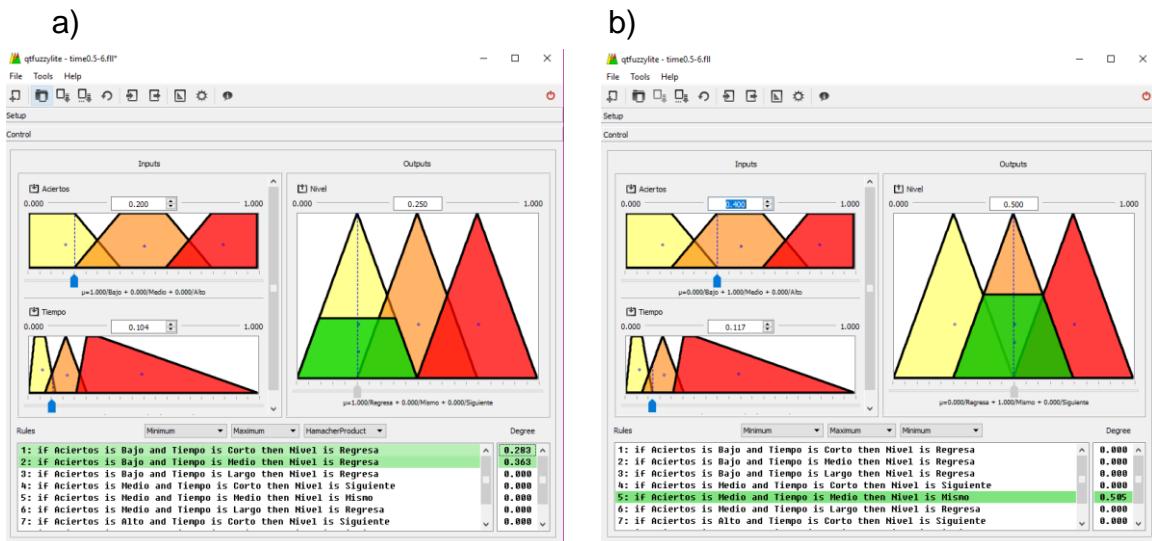
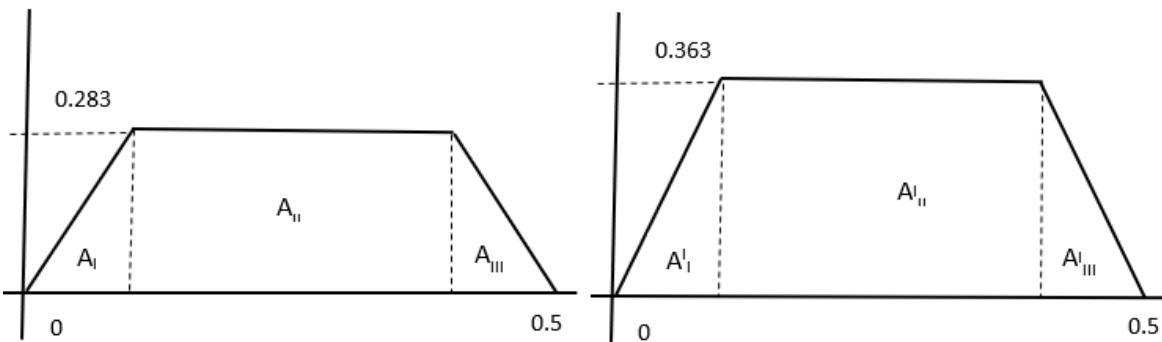


Figura 4.22. Resultado usando el *fuzzylite*. En a) se muestra para un tiempo de 2:05 minutos con un acierto, en b) para 2:20 minutos con dos aciertos.

También se realizaron pruebas de manera manual usando las fórmulas 11 a la 14 de la sección 3.5.2.3, con los valores mencionados anteriormente, como se puede apreciar en la Figuras 4.23 y 4.24.

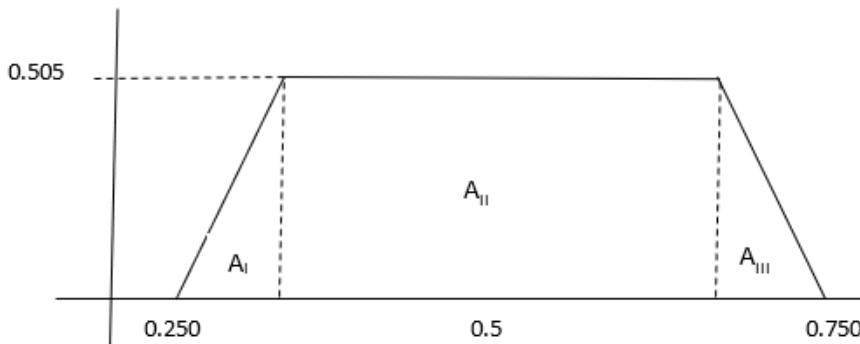


Para 0.283		
\$A_I\$	\$A_{II}\$	\$A_{III}\$
<ul style="list-style-type: none"> \$A_1 = 0\$ \$A_2 = 0.0099\$ \$\bar{x}_1 = 0.035326\$ \$\bar{x}_1 = 0.0471\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_1 = 0.1013\$ \$A_2 = 0\$ \$\bar{x}_1 = 0.25\$ \$\bar{x}_1 = 0\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_1 = 0.01996\$ \$A_2 = 0.00998\$ \$\bar{x}_1 = 0.4646\$ \$\bar{x}_1 = 0.4528\$
$\bar{x}_I = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.0471$	$\bar{x}_{II} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.25$	$\bar{x}_{III} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.46074$
<ul style="list-style-type: none"> \$A_I = 0.0049\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_{II} = 0.1013\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_{III} = 0.02995\$

Para 0.363		
\$A_I^I\$	\$A_{II}^I\$	\$A_{III}^I\$
<ul style="list-style-type: none"> \$A_1 = 0\$ \$A_2 = 0.01643\$ \$\bar{x}_1 = 0.0453\$ \$\bar{x}_1 = 0.06043\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_1 = 0.1155\$ \$A_2 = 0\$ \$\bar{x}_1 = 0.25\$ \$\bar{x}_1 = 0\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_1 = 0.0328\$ \$A_2 = 0.01643\$ \$\bar{x}_1 = 0.4546\$ \$\bar{x}_1 = 0.4395\$
$\bar{x}_I = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.06043$	$\bar{x}_{II} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.25$	$\bar{x}_{III} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.4496$
<ul style="list-style-type: none"> \$A_I^I = 0.01643\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_{II}^I = 0.1155\$ 	<ul style="list-style-type: none"> \$A_{III}^I = 0.04931\$

$\bar{x} = \frac{(0.0471)(0.0049) + (0.25)(0.1013) + (0.46074)(0.02995) + (0.06043)(0.01643) + (0.25)(0.1155) + (0.4496)(0.04931)}{(0.0049 + 0.1013 + 0.02995 + 0.01643 + 0.1155 + 0.04931)}$
 $= 0.28414$

Figura 4.23. Resultado con pruebas de manera manual para un tiempo de 2:20 minutos con dos aciertos.



A_I	A_{II}	A_{III}
<ul style="list-style-type: none"> $A_1 = 0$ $A_2 = 0.03186$ $\bar{x}_1 = 0.3131$ $\bar{x}_1 = 0.3342$ 	<ul style="list-style-type: none"> $A_1 = 0.1249$ $A_2 = 0$ $\bar{x}_1 = 0.5$ $\bar{x}_1 = 0$ 	<ul style="list-style-type: none"> $A_1 = 0.0638$ $A_2 = 0.0319$ $\bar{x}_1 = 0.6868$ $\bar{x}_1 = 0.6657$
$\bar{x}_I = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.3342$	$\bar{x}_{II} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.5$	$\bar{x}_{III} = \frac{\bar{x}_1 A_1 + \bar{x}_2 A_2}{A_1 + A_2} = 0.6797$
$A_I = 0.03186$	$A_{II} = 0.1249$	$A_{III} = 0.09582$
$\bar{x} = \frac{(0.03186)(0.3342) + (0.5)(0.1249) + (0.6797)(0.09582)}{(0.03186 + 0.1249 + 0.09582)} = 0.5472$		

Figura 4.24. Resultado con pruebas de manera manual para un tiempo de 2:05 minutos con un acierto.

Con base en los resultados obtenidos con el *fuzzyLite* y de manera manual, se compararon con el sistema desarrollado en código de *JavaScript*, encontrando los siguientes errores:

- Los valores reales no se convertían en unidad.
- Cuando el resultado se encontraba entre el primer o el segundo nivel, tomaba también del tercer nivel.
- No sabía qué hacer cuando solo se obtenía un valor (en lugar de una lista) para calcular el centroide.
- Cuando había más de 2 valores (se obtenía una lista tomando puntos de 2 o los 3 niveles), no sabía que punto de coordenada tomar.

Se modificaron los errores obtenidos y se realizaron pruebas por segunda ocasión, obteniendo resultados más satisfactorios con base en el resultado del *fuzzyLite* y de manera manual.

4.4.6. Resultados del cuarto incremento (Recopilación y análisis de datos para el SID)

Debido a que el tiempo del SID varía para cada problema con base en el tema y/o el nivel de complejidad, se desarrolló una página web para obtener los tiempos para cada uno de los 231 problemas reestructurados por el grupo de expertos, como se muestra en la subsección 4.4.3, por lo que en esta sección se divide en los errores encontrados y los resultados obtenidos al aplicar el sitio web.

4.4.6.1. Pruebas del sitio web

Se desarrolló el sitio web para revisar la recopilación y análisis de la variable de tiempo del SID, como se muestra en la Figura 4.25, la pantalla para que el estudiante ingrese con su matrícula y contraseña, así como también la lista de los problemas que conforma un subtema específico, dividido por niveles y en la Figura 4.26 con el propósito de visualizar los problemas y saber la clave de los que presenten algún error (las imágenes no se ven o la redacción está mal).

a)

MATILOGIC
HOJA BIENVENIDO
¿Nuevo usuario?

Inicia sesión

Matrícula: *

Contraseña: *

b)

MATILOGIC
Bienvenido.
RAZONAMIENTO
Aritmético
Algebraico
Estadístico y probabilístico

Razonamiento Algebraico

Ecuaciones

Nivel 1		Nivel 2		Nivel 3	
#	Problema	#	Problema	#	Problema
1	Resuelve	1	Resuelve	1	Resuelve
2	Resuelve	2	Resuelve	2	Resuelve
3	Resuelve	3	Resuelve	3	Resuelve
4	Resuelve	4	Resuelve	4	Resuelve
5	Resuelve	5	Resuelve	5	Resuelve
6	Resuelve	6	Resuelve	6	Resuelve
7	Resuelve	7	Resuelve	7	Resuelve

Figura 4.25. Diseño de la página web, en a) se encuentra la pantalla principal y en b) la lista de problemas de un tema y subtema específico.



Figura 4.26. Vista por parte del experto en el subtema Ecuaciones.

Como se muestra en la Figura 4.25 y 4.26, existen dos colores en la lista de problemas de cada nivel, en donde el color negro representa el problema se encuentra habilitado y se puede contestar, el color azul significa que no es posible contestarse, por lo que está deshabilitado.

Para las pruebas del funcionamiento del sitio web, se utilizaron dos laptops de marca Acer Aspire E15 con una capacidad de 8gb de RAM y una pantalla ancha de 15.6 pulgadas, asimismo una computadora de escritorio con 4gb de RAM, con una pantalla de 22 pulgadas, por lo que se encontraron los siguientes errores:

- Todas las imágenes de los problemas y soluciones se muestran de tamaños desiguales.
- Cuando se ingresa la matrícula o contraseña de manera equivocada no pasa nada.
- Al momento de inscribirse por primera vez, en la sección de contraseña y confirmar contraseña y si estas no coinciden no pasa nada.
- No pasa nada cuando ya estas registrado e intentas volverte a registrar, solo te marca un error en la página.

Se corrigieron los errores encontrados en la primera prueba y se cambiaron las imágenes de los problemas a texto, como se muestra en la Figura 4.27.

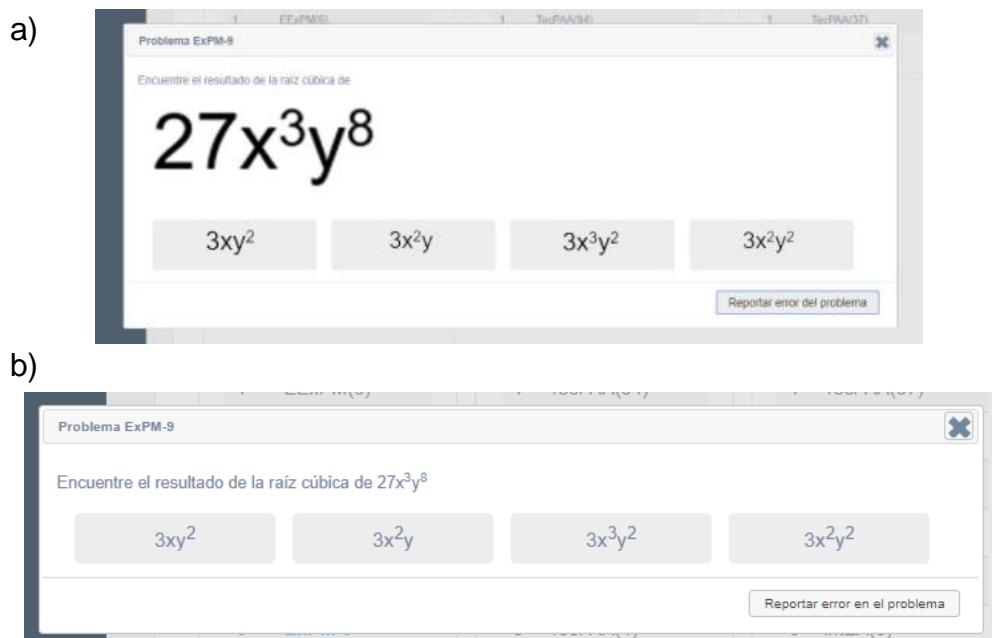


Figura 4.27. Imágenes de los problemas y soluciones convertidas en texto. En a) se muestra en imagen y en b) en texto usando HTML.

Una vez que se corrigieron los errores y se modificaron las imágenes, se realizó una segunda prueba en los mismos equipos, por lo que se encontró los siguientes errores:

- Solo te avisa que no puedes salir del subtema seleccionado si tienes las notificaciones de Windows habilitadas.
- En algunas ocasiones si se selecciona la respuesta de un problema no se sabe qué respuesta se marcó.
- En el botón de reportar el problema, el nombre da a entender que ninguna respuesta es correcta por lo que genera confusión.

Se corrigieron los errores encontrados y se agregó una barra al momento de responder el problema, con el objetivo de saber la respuesta seleccionada, en donde verde significa que respondió correctamente y rojo de manera incorrecta, como se muestra en la Figura 4.28.

The screenshot shows a web browser window titled 'Listado de Problemas' from the website 'mathlogicweb.us-east-2.elasticbeanstalk.com'. The main content area is titled 'Razonamiento Estadístico y probabilístico' and 'Medidas descriptivas'. A specific problem titled 'Problema EExPM(16)' is displayed, asking to determine the mode of final grades for a first-year group with scores 80, 85, 90, 92, 92, 70, 75. Below the question are four answer boxes: 85, 90, 70, and 92. A timer indicates 00:01. At the bottom, there are three rows of seven options each, labeled 3 through 9, all followed by 'Resuelve'.

Figura 4.28. Resultado de la segunda corrección de la página web.

4.4.6.2. Tiempos obtenidos de la página web

Para la recopilación de los tiempos, se obtuvo acceso a los estudiantes del último semestre (sexto) de la Escuela Industrial y Preparatoria Técnica Álvaro Obregón Unidad Tres Caminos gracias al Mtro. Julio S. Castro Martínez, el cual también facilitó el centro de cómputo de la institución.

En total se recopiló la información de 307 estudiantes de distintas carreras, como se muestra en la Tabla 4.3 y en la Figura 4.29, en donde se les asignó a cada grupo un subtema a contestar.

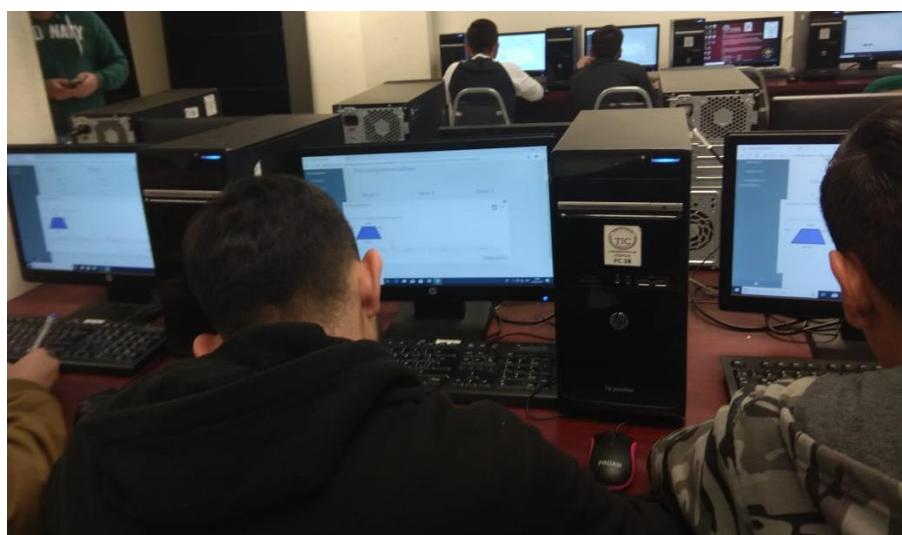


Figura 4.29. Estudiantes contestando los problemas para la recolección de los tiempos.

Tabla 4.3. Total de participantes para la recolección de los tiempos.

Tema	Subtema	Especialidad	# Participantes
Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	Bachiller Técnico en TIC	36
	Relaciones de proporcionalidad	Bachiller Técnico en Trabajo Social	26
Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	Bachiller Técnico Dibujante Industrial	30
	Productos notables	Bachiller Técnico en Mecánica automotriz y Autotrópica	33
	Ecuaciones	Bachiller Técnico en Turismo	37
	Sistemas de ecuaciones	Bachiller Técnico en Electrónica Industrial	29
	Representaciones gráficas	Bachiller Técnico en Mecánica automotriz y Autotrópica	20
Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información grafica	Bachiller Técnico en Turismo	28
	Medidas descriptivas	Bachiller Técnico en TIC	37
	Nociones de probabilidad	Bachiller Técnico en Trabajo Social	31

En total se obtuvieron 7,098 respuestas para los 231 problemas, en donde se dividieron los tiempos en los problemas contestados de manera correcta, incorrecta y los reportados, como se muestra en la Tabla 4.4, en donde:

- **TPC:** total de problemas.
- **TE:** total de errores obtenidos por parte de los estudiantes.
- **TE%:** porcentaje de errores obtenidos.
- **TA:** total de aciertos generados por parte de los estudiantes.
- **TA%:** porcentaje de aciertos obtenidos.
- **TR:** total de reportes obtenido.
- **TR%:** porcentaje de reportes.

Tabla 4.4. Problemas obtenidos por parte de los estudiantes.

#	Subtema	TE	TE%	TA	TA%	TR	TR%	TPC
1	Jerarquía de operaciones básicas	632	57%	478	43%	4	0.4%	1114
2	Relaciones de proporcionalidad	304	52%	282	48%	4	0.7%	590
3	Expresiones algebraicas	377	48%	407	52%	18	2.2%	802
4	Productos notables	307	52%	281	48%	19	3.1%	607
5	Ecuaciones	533	61%	339	39%	1	0.1%	873
6	Sistemas de ecuaciones	267	41%	381	59%	6	0.9%	654
7	Representaciones gráficas	230	49%	237	51%	6	1.3%	473
8	Frecuencias e información grafica	293	56%	229	44%	34	6.1%	556
9	Medidas descriptivas	368	49%	382	51%	8	1.1%	758
10	Nociones de probabilidad	380	57%	287	43%	5	0.7%	672

Las listas de los tiempos de cada problema se pueden observar en el Apéndice F. Como se puede observar en la Tabla 4.4, el total de reportes obtenidos (ya sean del mismo problema o no) son 105, divididos en 11 categorías como se muestra en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Total de problemas reportados por parte de los estudiantes.

#	Reporte	Total de reportes
1	No se encuentra la opción correcta	33
2	No se entendía el problema	22
3	El problema está mal redactado	14
4	No sabía cómo resolver el problema	7
5	Se desconoce uno o varios términos	7
6	No se puede responder	6
7	Muy difícil	5
8	Se requiere una formula	4
9	La persona es daltónica por lo que no puedo resolver el problema	4
10	El problema es confuso	2
11	No se pueden ver los números	1

Sin embargo, una vez analizados los tiempos de cada uno de los problemas se encontró a estudiantes que tardaron uno o dos segundos en responder como tiempo mínimo y con un máximo arriba de 480 (8 minutos), por lo que se utilizó la prueba *Grubbs* en R (herramienta mencionada en el capítulo anterior), como se muestra en la Figura 4.30, el procedimiento para detectar los datos atípicos en el problema 107 con base en las siguientes hipótesis.

- H_0 : No hay valores atípicos en los datos
- H_1 : Existe al menos un valor atípico en los datos.

a)

```
R Console
> D107Bien<-datos[1:14,213]
> D107Mal<-datos[1:15,214]
> D107Bien
[1] 8 28 39 41 41 43 59 73 92 106 110 134 199 328
> grubbs.test(D107Bien, type = 10)

  Grubbs test for one outlier

data: D107Bien
G = 2.78780, U = 0.35618, p-value = 0.003874
alternative hypothesis: highest value 328 is an outlier

> grubbs.test(D107Bien, type = 11)

  Grubbs test for two opposite outliers

data: D107Bien
G = 3.7950, U = 0.3038, p-value = 0.2064
alternative hypothesis: 8 and 328 are outliers

> grubbs.test(D107Bien, type = 20)

  Grubbs test for two outliers

data: D107Bien
U = 0.17551, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: highest values 199 , 328 are outliers
```

b)

```
R Console
> D107Bien<-D107Bien[-14]
> D107Bien<-D107Bien[-13]
> D107Bien
[1] 8 28 39 41 41 43 59 73 92 106 110 134
> grubbs.test(D107Bien, type = 10)

  Grubbs test for one outlier

data: D107Bien
G = 1.80970, U = 0.67518, p-value = 0.3182
alternative hypothesis: highest value 134 is an outlier

> grubbs.test(D107Bien, type = 11)

  Grubbs test for two opposite outliers

data: D107Bien
G = 3.28100, U = 0.50446, p-value = 0.7485
alternative hypothesis: 8 and 134 are outliers

> grubbs.test(D107Bien, type = 20)

  Grubbs test for two outliers

data: D107Bien
U = 0.49313, p-value = 0.3474
alternative hypothesis: highest values 110 , 134 are outliers
```

c)

```
R Console
> D107Mal
[1] 18 26 28 32 38 43 58 60 62 65 76 86 103 110 226
> grubbs.test(D107Mal, type = 10)

  Grubbs test for one outlier

data: D107Mal
G = 3.04980, U = 0.28817, p-value = 0.0005782
alternative hypothesis: highest value 226 is an outlier

> grubbs.test(D107Mal, type = 11)

  Grubbs test for two opposite outliers

data: D107Mal
G = 4.03370, U = 0.24303, p-value = 0.1001
alternative hypothesis: 18 and 226 are outliers

> grubbs.test(D107Mal, type = 20)

  Grubbs test for two outliers

data: D107Mal
U = 0.20843, p-value < 2.2e-16
alternative hypothesis: highest values 110 , 226 are outliers

> D107Mal<-D107Mal[-15]
> D107Mal
```

d)

```
R Console
> D107Mal<-D107Mal[-15]
> D107Mal
[1] 18 26 28 32 38 43 58 60 62 65 76 86 103 110
> grubbs.test(D107Mal, type = 10)

  Grubbs test for one outlier

data: D107Mal
G = 1.8276, U = 0.7233, p-value = 0.3734
alternative hypothesis: highest value 110 is an outlier

> grubbs.test(D107Mal, type = 11)

  Grubbs test for two opposite outliers

data: D107Mal
G = 3.20270, U = 0.59631, p-value = 1
alternative hypothesis: 18 and 110 are outliers

> grubbs.test(D107Mal, type = 20)

  Grubbs test for two outliers

data: D107Mal
U = 0.47548, p-value = 0.1972
alternative hypothesis: highest values 103 , 110 are outliers
```

Figura 4.30. Procedimiento para la detección de datos atípicos. En a) y b) se observar para la lista de problemas contestados correctamente, en c) y d) los contestados de manera incorrecta.

Se desarrolló el mismo procedimiento para los otros 230 problemas, como se puede apreciar más detalladamente en el Apéndice G, eliminando desde uno hasta nueve datos atípicos, como se muestra en la Tabla 4.6 el número de datos eliminados y el percentil de los problemas que se ajustaron tanto que se contestaron de manera correcta como incorrecta.

Tabla 4.6. Total de datos eliminados.

#	Problemas correctos	% Problemas correctos	Problemas incorrectos	% Problemas incorrectos
0	89	39%	83	36%
1	47	20%	34	15%
2	54	23%	64	28%
3	21	9%	18	8%
4	11	5%	19	8%
5	5	2%	5	2%
6	2	1%	6	3%
7	0	0%	1	0%
8	2	1%	0	0%
9	0	0%	1	0%

Una vez obtenidos los datos sin los valores atípicos, como se muestra en el Apéndice H, se contempló tomar el valor mínimo y máximo de las listas de los problemas que se contestaron correctamente para los tiempos que conforman el SID.

No obstante, con base en los resultados se observó que en algunos casos la lista de los tiempos contestados de manera incorrecta para un problema es similar a los tiempos contestados de manera correcta para el mismo problema, motivo por el se utilizó la prueba *t-test* para varianzas y tamaños diferentes con el propósito de comprobar si las listas de tiempos son estadísticamente similares o no.

En la Tabla 4.7 se puede apreciar la probabilidad de que sean distintas las listas de problemas para dos colas, así como también el total de problemas que se

encuentran en cada rango para la lista de datos originales y los modificados (sin valores atípicos).

En el Apéndice I se muestran los grados de libertad, el resultado de la prueba *t-test*, asimismo la probabilidad de que sean distintos para una y dos colas.

Tabla 4.7. Porcentaje de probabilidad de que sean distintos las listas de problemas con respuesta correcta e incorrecta.

% probabilidad	Original	Modificado
NA	11	11
x < 11%	29	72
10% < x < 21%	36	27
20% < x < 31%	23	17
30% < x < 41%	30	20
40% < x < 51%	22	14
50% < x < 61%	16	5
60% < x < 71%	18	21
70% < x < 81%	16	18
80% < x < 91%	15	5
X > 90%	15	21

Como se muestra en la Tabla 4.7, el NA significa que no aplica ya sea porque no hay o son muy pocos (máximo 3) los datos en alguna de las dos listas. Se consideraron los tiempos que contestaron de manera incorrecta cuando el *p-value* es menor a 5% (*p*<0.05) para una cola y 10% para dos (*p*<0.10), esto es debido a que las listas que se encuentran debajo de ese valor, por lo que significa que no existe evidencia estadística de que las muestras sean diferentes [165].

Una vez definidos y clasificados los valores máximos y mínimos que se encontrara en la BD del SID, el siguiente paso es agregarla al juego serio y observar su comportamiento.

4.4.7. Resultados del quinto incremento (Final del juego serio)

En este incremento se definen las iteraciones realizadas con el objetivo de detectar errores en todo el juego serio, logrando así modificar o reestructurar alguno de los incrementos generados anteriormente.

4.4.7.1. Primera iteración del juego serio.

Se realizaron pruebas de todo el juego serio en tres dispositivos, dos teléfonos inteligentes y una tableta, encontrando los siguientes errores:

- Las fórmulas de los problemas que se encuentran desarrolladas en HTML no se reflejan en la aplicación.
- Las imágenes del tema de viento no cargan
- Cuando se responden bien todos los problemas, pero si en un problema se tarda mucho en responder, te muestra un mensaje de que regresaste de nivel.
- En el mensaje de fallaste los botones no funcionan.
- El botón de atrás no funciona en el menú de cada tema.
- Las opciones del tema de agua en el menú se muestran mal alineadas.
- En los problemas cuando sacas dos iguales con el mismo resultado, la canción solo suena una vez.

Para la tercera incidencia reportada, se encontró que para el caso del SID los tiempos y aciertos estaban unidos para los cinco problemas, motivo por el cual los resultados obtenidos pueden ser que se queda en el mismo nivel o se regresa de nivel si el usuario tardó mucho en responder en uno o más problemas. Para resolver esta situación, se consideró dividir la evaluación de cada problema al entrar a responder un nivel en el juego serio, por lo que se modificó en la parte de los aciertos como se muestra en la Figura 4.31, con el propósito de que se evalúen los problemas de manera individual.

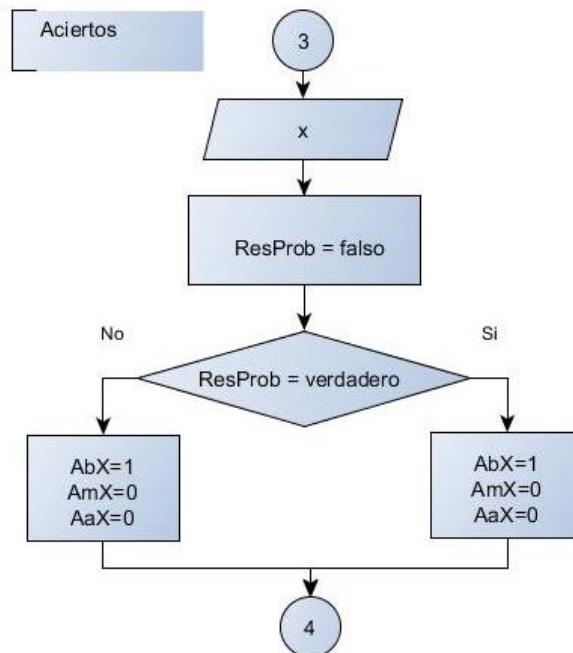


Figura 4.31. Sección de los aciertos modificado.

Sin embargo, debido a que los cinco problemas que conforman cada nivel se evalúan de manera independiente, se generó una estructura, como se muestra en la Tabla 4.8 para determinar si se regresa, sigue igual o avanza de nivel en el juego serio, en donde:

- **Resi**, resultado del SID para el i-esimo problema, $i=1$ hasta 5.
- **Siguiente**, número de veces que el resultado marcó que avanza de nivel en los cinco problemas, con un valor de uno.
- **Igual**, número de veces, en donde el resultado determinó que se queda igual en los cinco problemas, con un valor de cero.
- **Regresa**, número de veces que el resultado marcó que se regresa de nivel en los cinco problemas, con un valor de menos uno.
- **Resultado**, suma total de los cinco resultados de cada nivel.

Como se puede apreciar en la Tabla 4.8, la última columna (Resultado escrito) consiste en el resultado final de la evaluación de los cinco problemas sin importar el orden para cada respuesta, un ejemplo es si el usuario obtiene para el primer problema el resultado de “regresa”, pero para los otros cuatro resultados “siguiente”, esta categoría cae dentro de la fila dos de la tabla anterior, por lo que

se consideró que cuando el resultado es menor a cero se regresa, es cero o uno se queda igual y mayor a dos avanza de nivel.

Tabla 4.8. Estructura para la evaluación de los cinco problemas de cada nivel.

Res1	Res2	Res3	Res4	Res5	Siguiente	Regresa	Igual	Resultado	Resultado escrito
+	+	+	+	+	5	0	0	5	Siguiente
+	+	+	+	-	4	1	0	3	Siguiente
+	+	+	-	-	3	2	0	1	Igual
+	+	-	-	-	2	3	0	-1	Retrocede
+	-	-	-	-	1	4	0	-3	Retrocede
-	-	-	-	-	0	5	0	-5	Retrocede
+	+	+	+	=	4	0	0	4	Siguiente
+	+	+	=	=	3	0	0	3	Siguiente
+	+	=	=	=	2	0	0	2	Siguiente
+	=	=	=	=	1	0	0	1	Igual
=	=	=	=	=	0	0	0	0	Igual
=	=	=	=	-	0	1	0	-1	Retrocede
=	=	=	-	-	0	2	0	-2	Retrocede
=	=	-	-	-	0	3	0	-3	Retrocede
=	-	-	-	-	0	4	0	-4	Retrocede
+	=	-	-	-	1	3	0	-2	Retrocede
+	=	=	-	-	1	2	0	-1	Retrocede
+	=	=	=	-	1	1	0	0	Igual
+	+	=	=	-	2	1	0	1	Igual
+	+	+	=	-	3	1	0	2	Siguiente
+	+	-	-	=	2	2	0	0	Igual

4.4.7.2. Segunda iteración del juego serio.

Una vez modificadas las correcciones anteriores, se realizaron pruebas por segunda ocasión del juego serio en dos teléfonos inteligentes y una tableta, encontrando los siguientes nuevos errores:

- El contador de tiempo en segundos no funciona bien, tarda más de un segundo.
- En algunos problemas las imágenes no cargan.
- El contador de las piezas está equivocado, cuenta el número de intentos, no los logros ganados.

- Si te encuentras en el nivel 1 y el resultado obtenido es regresar de nivel, este desaparece, logrando ser imposible volver a entrar al subtema.
- Cuando el número de intentos y de niveles es igual, marca que terminaste ese mundo, debido a que el programa interpreta que los intentos son las piezas obtenidas.
- Cuando se completó un mundo y vuelves a entrar, este no te permite debido a que aparece de nuevo la animación cuando lo terminaste.

Se resolvieron los errores encontrados en el juego serio, como se muestra en la Figura 4.32, un problema del tema de razonamiento algebraico antes y después de cargar las imágenes.

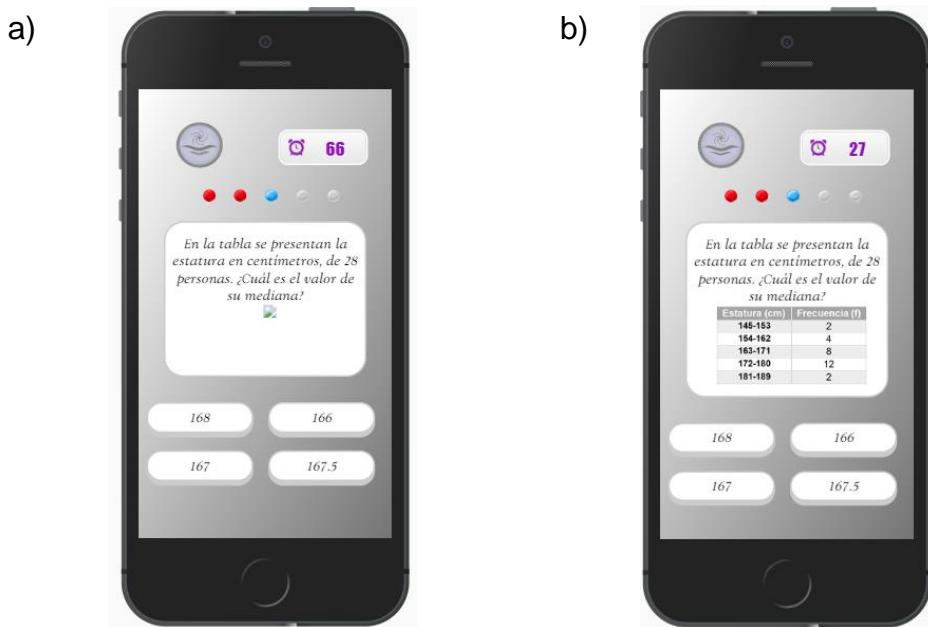


Figura 4.32. Problema compuesto con una imagen en la pregunta. En a) se muestra la pregunta sin poder visualizarse la imagen y en b) con la imagen visible.

Se realizaron pruebas por tercera ocasión sin encontrar un error en los tres dispositivos.

4.5. Resultados de la etapa de Evaluación

En esta etapa se analizarán los resultados obtenidos por medio de dos evaluaciones, la primera consiste en pruebas de usabilidad por parte de los usuarios

y en la segunda se define como pruebas de evaluación de aprendizaje a través de dos evaluaciones similares, como se muestra más adelante.

4.5.1. Pruebas de Usabilidad

Se aplicó el juego serio completo a 14 participantes, divididos en cuatro categorías: seis estudiantes de preparatoria, seis jugadores de aplicaciones de teléfonos inteligentes o en consolas (*gamers*), un experto en matemáticas y otro en usabilidad, como se puede apreciar en la Figura 4.33.

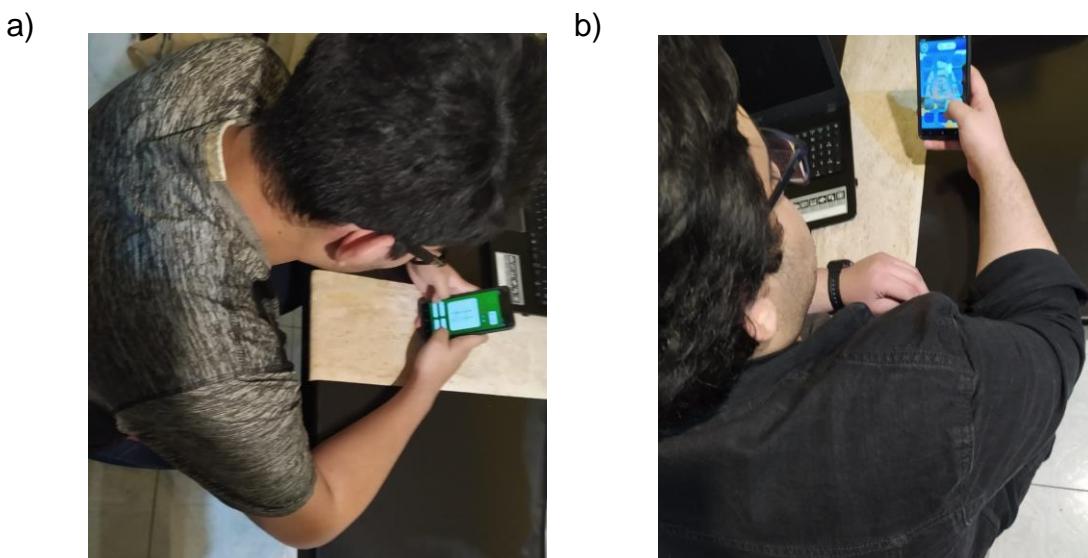


Figura 4.33. Participantes de la evaluación pensando en voz alta. En a) se muestra un jugador de aplicaciones y en b) una estudiante de nivel medio superior.

Para el proceso de evaluación se utilizó el método pensando en voz alta, en donde se les solicitó que entren a un tema y subtema en específico, con el objetivo de que comenten lo que piensan al realizar dicha acción, por lo que se obtuvo los resultados con algunos cambios como se muestra en el Apéndice J.

Se modificó el juego serio con base en los comentarios de los diferentes grupos de usuarios y la estructura del juego, para posteriormente aplicarse por segunda vez con tres estudiantes de preparatoria y tres *gamers* sin ninguna nueva observación por parte de los participantes mencionados anteriormente. También,

con base en los comentarios se modificó el nombre del juego a “MathLogic- La historia de YuZhen”.

4.5.2. Pruebas de la evaluación de aprendizaje.

Para el proceso de evaluación, se realizaron dos pruebas similares, como se muestra en la Tabla 4.9, las columnas “clave problema” para los dos exámenes consisten en las claves de los problemas que se encuentran almacenados en la base de datos y se consideraron para el contenido de los exámenes. Los tiempos de cada examen consisten en los tiempos máximos en responder cada problema, por lo que se estima que en total para contestar el primer y segundo examen es de 29:28 (1757 segundos) y 29:42 (1765 segundos) minutos respectivamente. Los exámenes aplicados se pueden observar en el Apéndice K.

En total participaron 33 estudiantes de sexto semestre de la Escuela Industrial y Preparatoria Técnica Álvaro Obregón Unidad Tres Caminos, en donde se les aplicó la primera y la segunda evaluación, con una diferencia de dos semanas de haber instalado y usado la aplicación.

Se obtuvieron y analizaron 8,870 respuestas por parte de los estudiantes, así como también las evaluaciones aplicadas antes y después del uso del juego serio, obteniendo los siguientes resultados, como se muestra en la Tabla 4.10 y 4.11, el número de estudiantes, el promedio de los resultados y el tiempo que tardaron en contestar las evaluaciones respectivamente con base en el tiempo invertido en dos semanas de uso del juego serio. Los resultados de las evaluaciones se pueden apreciar en el Apéndice L.

Tabla 4.9. Criterios para el desarrollo de los exámenes.

#	Categoría	Examen 1		Examen 2	
		Clave problema	Tiempo	Clave problema	Tiempo
1	1	70	58	72	82
2	2	76	46	82	25
3	3	186	58	217	91
4	4	133	100	136	66
5	5	189	64	192	140
6	6	195	119	194	33
7	7	15	62	11	76
8	8	101	88	20	60
9	9	201	19	197	41
10	10	203	73	204	54
11	11	88	80	87	59
12	12	206	127	108	131
13	13	118	26	126	51
14	14	125	29	111	31
15	15	116	13	120	25
16	16	22	84	52	23
17	17	34	33	26	43
18	18	55	47	38	70
19	19	18	41	47	48
20	20	4	50	49	71
21	21	42	59	63	37
22	22	164	42	210	29
23	23	215	37	159	59
24	24	220	66	157	72
25	25	168	45	169	46
26	26	177	78	173	70
27	27	225	52	219	55
28	31	153	29	147	56
29	32	148	85	154	75
30	33	223	47	222	46

Tabla 4.10. Resultado de las evaluaciones con base en el tiempo dedicado al juego.

Rango tiempo (minutos)	# Personas	Primera evaluación	Segunda evaluación
0	3	66	60
0-30	8	51	55
30-60	6	56	56
60-90	8	52	56
90-120	5	57	67
120-150	2	48	53
150-180	1	47	60

Como se puede apreciar en la Tabla 4.10, en los promedios de los exámenes por parte de los estudiantes que utilizaron el juego, se observó que de un promedio de 52 en la primera evaluación aumentaron a 58 para el segundo examen, a diferencia de los que no la utilizaron (tiempo 0), obteniendo un promedio de 66 a 60 respectivamente.

Tabla 4.11. Tiempos obtenidos al contestar las evaluaciones con base en el tiempo dedicado al juego.

Rango tiempo (minutos)	# Personas	Primera evaluación	Segunda evaluación
0	3	37	26
0-30	8	30	21
30-60	6	30	22
60-90	8	40	25
90-120	5	35	25
120-150	2	41	27
150-180	1	29	26

En la Tabla 4.11 se muestra la media con respecto al tiempo para contestar el examen con base en el tiempo de uso del juego serio, encontrando tiempos similares para los estudiantes que usaron y no el juego serio, es decir el promedio para los que sí usaron el juego disminuyó de 34 a 24 minutos (10 minutos de diferencia) con respecto a los que no la utilizaron con un tiempo de 37 a 26 minutos (11 minutos de diferencia).

Los estudiantes que usaron el juego serio no solo respondieron en menor tiempo sino que también mejoraron su promedio para la segunda evaluación, a diferencia de los que no la utilizaron ya que aunque el tiempo de respuesta fue más corto, la calificación en dicha prueba también disminuyó, por lo que se define que el juego serio si ayudó a mejorar su razonamiento lógico matemático en los estudiantes que la utilizaron.

Para obtener una mejor visualización de los datos, se realizó una gráfica de comparación de los resultados por parte de los estudiantes para el tiempo y los aciertos, como se muestra en la Figura 4.34 y 4.35 respectivamente.

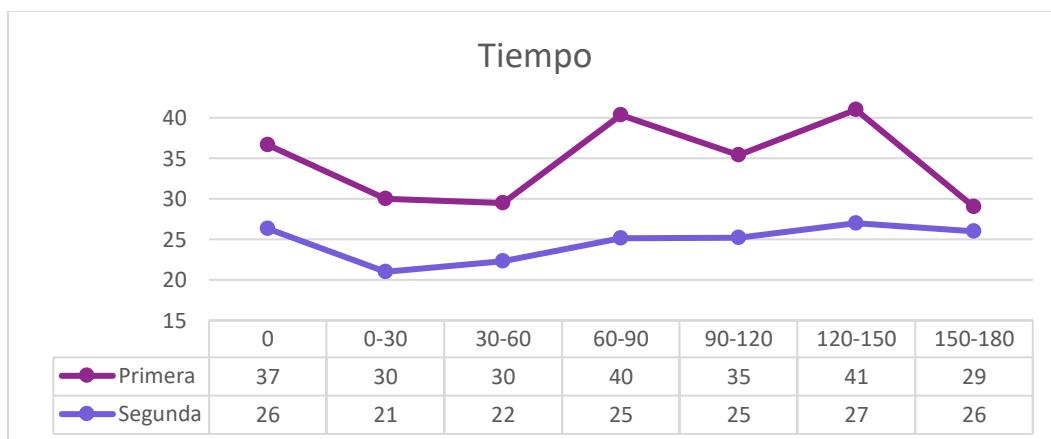


Figura 4.34. Promedio de los tiempos divididos por el total de uso del juego y las evaluaciones.

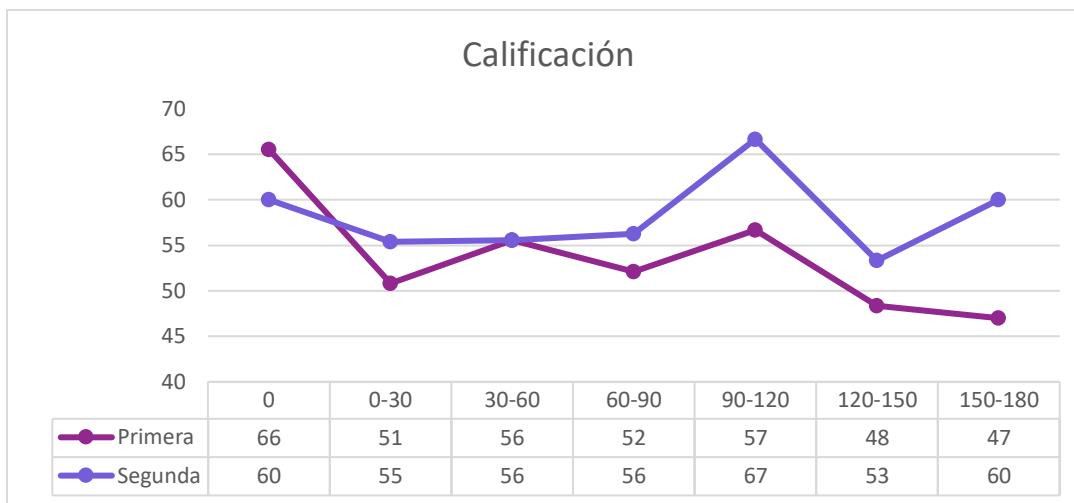


Figura 4.35. Promedio de las calificaciones divididos por el total de uso del juego y las evaluaciones.

En la Figura 4.34 y 4.35 se puede apreciar que aunque los estudiantes que usaron y no el juego serio contestaron más rápido en la segunda evaluación, se encontró un aumento en la calificación para los que sí utilizaron el juego con respecto a los que no, excepto para los alumnos que le dedicaron de 30 a 60 minutos, donde su promedio quedó igual.

Asimismo, se desglosó el total y el porcentaje de estudiantes que avanzaron de nivel con respecto al subtema, como se muestra en la Tabla 4.12.

En la Tabla 4.12 se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes entraron primero a los temas de razonamiento aritmético (jerarquía de operaciones básicas con 90% y relaciones de proporcionalidad con 80%), seguido con el razonamiento algebraico (expresiones algebraicas con 80% y productos notables con 67%), por último, el razonamiento estadístico y probabilístico (frecuencias e información gráfica con 70%). También se observó que conforme el grado de dificultad aumenta, el número de estudiantes que avanzan de nivel disminuye, es decir, que aunque la mayoría sabe hacer procedimientos lineales de manera directa (pasar al nivel 2) se les dificulta ejecutar múltiples procedimientos implicando decisiones encadenadas entre sí (pasar al nivel 3).

Tabla 4.12. Total de estudiantes que avanzaron de nivel.

Subtema	Nivel 1	% Nivel 1	Nivel 2	% Nivel 2	Nivel 3	% Nivel 3
Jerarquía de operaciones básicas	28	93%	27	90%	14	47%
Relaciones de proporcionalidad	24	80%	24	80%	21	70%
Expresiones algebraicas	24	80%	16	53%	10	33%
Productos notables	20	67%	15	50%	9	30%
Ecuaciones	14	47%	10	33%	4	13%
Sistemas de ecuaciones	11	37%	10	33%	6	20%
Representaciones gráficas	12	40%	8	27%	4	13%
Frecuencias e información grafica	21	70%	15	50%	7	23%
Medidas descriptivas	14	47%	12	40%	7	23%
Nociónes de probabilidad	13	43%	10	33%	7	23%

No obstante, pese a que los estudiantes llegaron al nivel tres, no significa que hayan completado el subtema, por lo que dividieron el número de subtemas que se terminaron por parte de los alumnos, como se muestra en la Tabla 4.13, con el propósito de saber cuántos estudiantes llegaron al nivel, lo completaron (con un resultado de siguiente en el SID) y el resultado (promedio) obtenido de la primera y segunda evaluación.

Tabla 4.13. Promedio de los estudiantes con base en los subtemas terminados.

Subtemas terminados	# Personas	% Personas	Primera evaluación	Segunda evaluación
0	13	39%	53	56
1-2	13	39%	52	58
3-4	2	6%	48	60
5-6	2	6%	67	59
7-8	3	9%	60	61
9-10	0	0%	NA	NA

Como se muestra en la Tabla 4.13, la mayoría de los estudiantes no completaron o terminaron solamente uno o dos subtemas, pero aún sin un subtema terminado mejoraron en las evaluaciones, excepto cuando se completaron cinco o seis subtemas, en donde los dos alumnos obtuvieron un promedio de 67 en la primera bajaron a 59 en la segunda evaluación.

Para resolver lo anterior mencionado, se analizó y se encontró que esto es debido a que uno de los dos estudiantes solamente contestó los subtemas hasta terminarlos y por consecuencia no entró en ninguna ocasión en los otros cuatro subtemas disponibles, por lo que se dividió por el número de estudiantes que entró en alguno de los niveles y avanzó por lo menos al nivel dos, como se muestra en la Tabla 4.14.

Tabla 4.14. Promedio de los estudiantes con base en si avanzó de nivel en los subtemas.

Avanzó Nivel	# Personas	% Personas	Primera evaluación	Segunda evaluación
0	4	12%	63	59
1-2	8	24%	45	52
3-4	5	15%	61	61
5-6	4	12%	57	62
7-8	7	21%	47	57
9-10	5	15%	60	61

Como se puede observar en la Tabla 4.14, los estudiantes que no avanzaron en ninguno de los subtemas obtuvieron un promedio de 63 en la primera evaluación y bajaron a 59 en la segunda, a diferencia de los alumnos que si la utilizaron y avanzaron de nivel logrando una mejoría en la segunda evaluación (excepto cuando se avanzaron tres o cuatro niveles, en ese caso los alumnos tuvieron el mismo promedio).

Asimismo, se realizaron pruebas de hipótesis con el propósito de identificar si existe una diferencia significativa entre los resultados de la primera y segunda evaluación, tomando como base las siguientes hipótesis:

- H_0 : Los alumnos mejoraron en la segunda evaluación.
- H_1 : Los alumnos no mejoraron en la segunda evaluación.

Se realizaron pruebas de hipótesis usando la prueba *t-student* para la Tabla 4.14, como se puede observar en la Tabla 4.15 (se determinó no realizar pruebas de hipótesis para las Tablas 4.10, 4.11 y 4.13 debido a que no se puede llegar a una conclusión por el tamaño de las muestras, en donde en algunos casos la comparación de las evaluaciones era de un tamaño de dos o tres valores).

Tabla 4.15. Pruebas de hipótesis de los estudiantes con base en si avanzó de nivel en los subtemas.

Avanzó Nivel	# datos	Grados Libertad	t_0	t_α
0	4	5	0.741941	2.015
1-2	8	12	-1.30926	1.782
3-4	5	7	-0.0282843	1.895
5-6	4	6	-0.874855	2.132
7-8	7	12	-1.41796	1.895
9-10	5	8	-0.151411	1.860

Como se muestra en la Tabla 4.15, existe evidencia estadística de que los estudiantes que utilizaron el juego serio mejoraron ($t_0 < -t_\alpha$) a diferencia de los estudiantes que no lo usaron ($t_0 > t_\alpha$), usando una probabilidad del 95%.

Con base en los resultados obtenidos anteriormente, se observó que de los 33 estudiantes, 15 alumnos que usaron el juego serio mejoraron su calificación y 7 quedaron igual, a diferencia de los tres estudiantes que no lo utilizaron, en donde todos disminuyeron su calificación para el segundo examen, por lo que se realizaron pruebas de hipótesis usando la prueba *t-student* como se muestra en la Tabla 4.16.

Tabla 4.16. Pruebas de hipótesis del resultado total de los estudiantes.

	# datos	Grados Libertad	t ₀	t _{α del 95%}
Mejoraron	15	27	-4.16856	2.132
Igual	7	NA	NA	NA
Empeoraron	11	17	2.74829	2.015

Como se puede apreciar en la Tabla 4.16, existe evidencia estadística de que de los 33 alumnos, 15 sí mejoraron y 11 empeoraron ya sea porque no usaron el juego serio, no le dedican tiempo o no avanzaban de nivel. Lo que se considera que el juego sí ayuda a mejorar tu razonamiento con base en la comparación de las dos evaluaciones.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En esta investigación se propuso implementar un sistema de inferencia difuso a un juego serio para fortalecer el razonamiento lógico-matemático, con el apoyo de estudiantes de la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, la Preparatoria Técnica Álvaro Obregón Unidad Tres Caminos y un grupo de expertos en el área de matemáticas, usando un sitio web para recolectar los tiempos del SID y revisar si existe algún inconveniente con los problemas que conforman el juego.

A continuación, se exponen las conclusiones obtenidas con respecto a las hipótesis y las preguntas de investigación mencionadas anteriormente.

5.1. Conclusión de la metodología *Design Thinking* para el desarrollo del juego serio.

Se desarrolló cada una de las etapas de la metodología *Design Thinking* con apoyo de distintos grupos de estudiantes, que cumplan con ciertas características definidas con base en la etapa en la que se encontraban, con el objetivo de conocer lo siguiente:

- Para la etapa de **Empatizar**, se definió que el proyecto sea una aplicación para mejorar el razonamiento lógico matemático de tipo juego serio para Andriod e iOS.
- En la fase de **Definir**, se determinó que los estudiantes usarían la aplicación ya sea para mejorar en la escuela o en trabajo a través de la solución de problemas y avanzar de nivel.
- Para la etapa de **Idear**, se determinó que tanto a los estudiantes como a los jugadores de aplicaciones sí les gusta la idea de que sea un juego serio con una historia, incentivo y paisajes para su estructura.
- Para la fase de **Prototipar**, se elaboró un prototipo de baja fidelidad, observando que a los usuarios les gustaría resolver de los problemas a través de misiones sin mencionar el nombre del tema o subtema.
Asimismo, se desarrolló un prototipo de software dividido en cinco incrementos, así como también la cooperación de un grupo de expertos de matemáticas, como se muestra en la subsección 3.2 para el diseño, la reestructuración de los problemas, el desarrollo y la implementación del SID al juego serio, por lo que sí es posible diseñar problemas que ayuden a fortalecer el razonamiento lógico matemático con ayuda de expertos.
- Finalmente, para la última etapa (**Evaluación**) se encontró que al evaluar el prototipo de baja fidelidad, a los 8 usuarios les pareció interesante la temática, pero querían más información sobre las respuestas que seleccionaban (estaban bien o mal), así como también un resultado final.
Para el caso del prototipo de software a los 20 participantes divididos en cuatro grupos de usuarios conformados por *gamers*, expertos en matemáticas, en usabilidad y estudiantes de preparatoria, les pareció interesante la historia, como los personajes la describían y la manera de responder los problemas, pero no les gustaron ciertos detalles como se muestran en la sección 4.5.1.

Se analizaron los resultados obtenidos para cada una de las etapas y se determinó que a los usuarios les pareció interesante un juego en primera persona

con un estilo caricaturesco y una temática no relacionada con matemáticas, como se muestra en la Figura 5.1 la secuencia lógica desde el comienzo hasta responder y obtener un resultado.



Figura 5.1. Secuencia lógica de la estructura del juego serio.

Asimismo, gracias a las pruebas de usabilidad por parte de los veinte participantes, se determinó que les pareció interesante la trama y la historia con

algunos cambios como se muestra en la sección 4.5.1, así como también volvían a intentar (aunque no se les solicitara) las misiones hasta haberla pasado (como se muestra en la Figura 4.33)

Por lo anterior se considera que sí es posible desarrollar un juego para los estudiantes de nivel medio superior con base en sus necesidades usando la metodología *Design Thinking*, así como también el modelo incremental para separar su desarrollo en incrementos, teniendo así una reducción de tiempo y un control para cada una de sus fases.

5.2. Conclusión de la implementación del Sistema de Inferencia Difusa para el proceso de evaluación del juego serio.

De los Sistemas de Inferencia Difusa analizados se determinó utilizar el sistema de Mamdani para el proceso de evaluación del juego serio, esto es debido a que el resultado puede ser nítido o difuso.

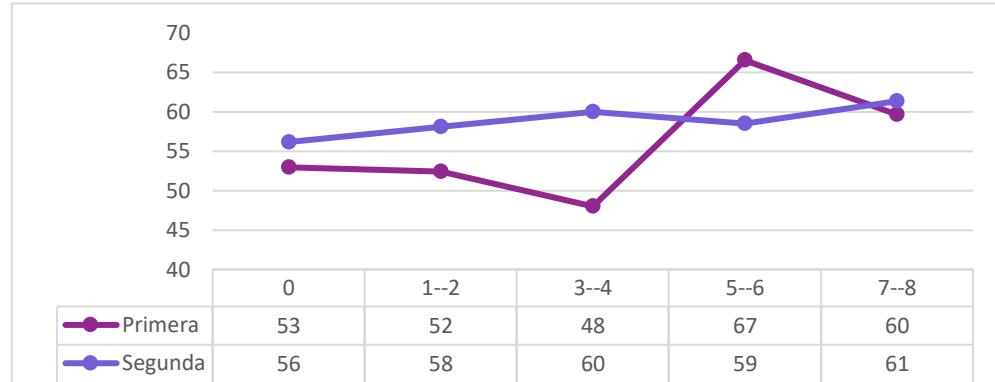
Para la variable de tiempo, se desarrolló una base de datos que conforman todos los problemas reestructurados por el grupo de expertos, en donde se contestaron por parte de estudiantes de preparatoria con ayuda de un sitio web, en donde de los 105 problemas reportados y analizados diez se reestructuraron debido a que estaban mal redactados o eran muy confusos, por lo que se determinó que 221 problemas (y los 10 modificados) si se pueden responder por parte de los alumnos, aunque algunos de los reportes dados decían que estaban difíciles o que se necesitaban formulas, por lo que sí es posible desarrollar un sitio web para obtener la información de una de las variables del SID.

También se dividieron los resultados en dos listas, los problemas contestados de manera correcta e incorrecta, con el propósito de analizar y eliminar los datos atípicos del tiempo invertido, para posteriormente ser almacenados en la BD, en donde se encontró que el 39% no se eliminó ningún dato y el 43% al menos uno o dos datos por lo que se consideró que los estudiantes no se distraían ni constataban por contestar debido a que los tiempos que tardaban no estaban muy

separados del conjunto, por lo que sí es posible identificar los datos atípicos y comparar si son estadísticamente similares.

Se analizaron los resultados obtenidos al implementar el SID para el proceso de evaluación de los problemas del juego serio, en donde se realizó una comparación de las dos evaluaciones implementadas antes y después del uso del juego, como se muestra en la Figura 5.2, donde en a) los resultados y el número de subtemas completados por parte de los estudiantes o en b) el número de subtemas que avanzaron de nivel (mínimo al nivel 2) con o sin terminar dicho subtema.

a)



b)

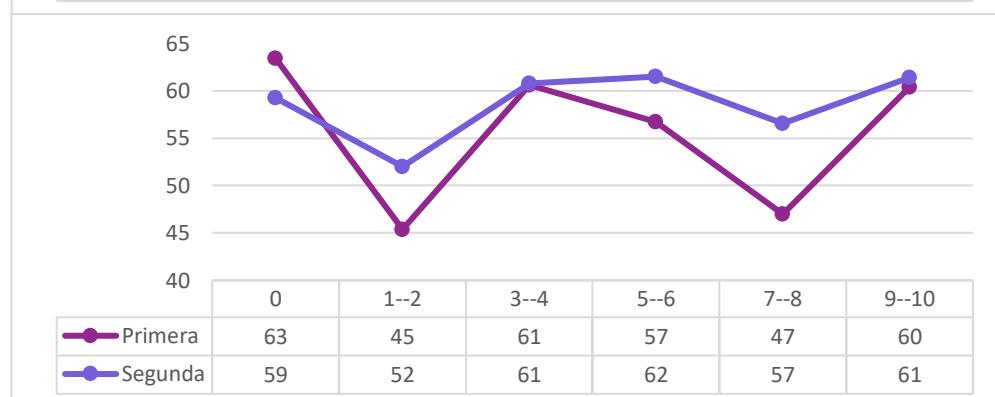


Figura 5.2. Promedio de las evaluaciones de los estudiantes. En a) se muestra con base en los subtemas terminados y el b) si avanza por lo menos en un nivel.

Por lo anterior se considera que sí es posible desarrollar un Sistema de Inferencia Difusa para el proceso de evaluación de un juego serio, pero sin la variable de los aciertos (solo verdadero o falso) y evaluar de manera independiente cada acierto, esto es debido a que si es evaluado de manera global (SID original)

sería mucho más complicado avanzar o quedarte en el mismo nivel, por lo que el juego sería más frustrante y difícil de completar.

Con respecto a los resultados anteriores y las Tablas 4.14, 4.15 y 4.16 se estima que conforme más tiempo le dedican y si avanzan los niveles, su razonamiento lógico matemático se fortalece, a diferencia de los que no la utilizan. Asimismo, se encontró que no todos los que entran a alguno de los subtemas avanza de nivel, como se muestra en la Tabla 4.12, por lo que se considera que el SID se implementó de manera correcta ya que no siempre se regresan de nivel pero tampoco pasan de manera automática como se muestra en la Figura 5.2 b) y la Tabla 4.14, en donde los estudiantes que avanzaron por lo menos un nivel si mejoraron en la segunda evaluación a diferencia de los que no la utilizaron o no avanzaron de nivel.

5.3. Trabajo Futuro

Como trabajo futuro se propone complementar el juego serio con los temas faltantes de la guía EXANI-II, los cuales consisten en puntos, segmentos, plano cartesiano y línea recta (razonamiento geométrico), así como también funciones trigonométricas y triángulos rectángulos u oblicuángulos (razonamiento trigonométrico), con el propósito de obtener un juego que conforme toda la guía completa del examen de ingreso al nivel superior.

Con respecto al uso del juego serio por parte de los estudiantes (dos semanas), se considera realizar dos evaluaciones similares a las anteriores, con el propósito de aplicarlas a más estudiantes que utilicen la aplicación con un periodo de tiempo más largo (mínimo 4 meses), logrando así analizar y conocer si entre más tiempo que usen el juego serio mejores resultados se obtienen con respecto a la calificación y el tiempo de respuesta de los exámenes.

Asimismo, comparar el juego serio con otras aplicaciones e incluso tutores inteligentes que ayuden a fortalecer el razonamiento lógico-matemático enfocado a estudiantes de nivel medio superior o incluso superior.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] W. Rautenberg, A Concise Introduction to Mathematical Logic, New York: Springer-Verlag New York. Inc., 2006.
- [2] A. Bundy, The computer modelling of mathematical reasoning., Orlando, FL: Academic Press, 1983.
- [3] L. D. English, Mathematical Reasoning: Analogies, Metaphors, and Images, Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., 1997.
- [4] H. Johansson, Mathematical Reasoning - In physics and real-life context (Tesis doctoral), Gothenburg: University of Gothenburg, 2015.
- [5] J. Ángel y G. Bautista, «Didáctica de las matemáticas en enseñanza superior: la utilización de software especializado,» Julio 2001. [En línea]. Available: <http://www.uoc.edu/web/esp/art/uoc/0107030/mates.html>. [Último acceso: 30 Diciembre 2016].
- [6] E. A. Boyle, T. Hainey, T. M. Connolly, G. Gray, J. Earp, M. Ott, T. Lim, M. Ninaus, C. Ribeiro y J. Pereira, «An update to the systematic literature review of empirical evidence of the impacts and outcomes of computer games and serious games,» *Computers & Education*, vol. 94, pp. 178-192, 2016.

- [7] L. Chittaro y F. Buttussi, «Assessing Knowledge Retention of an Immersive Serious Game vs. a Traditional Education Method in Aviation Safety,» *IEEE Trans Vis Comput Graph*, vol. 21, nº 4, pp. 529-538, 2015.
- [8] M. Nikravesh, «Evolution of fuzzy logic: from intelligent systems and computation to human mind.,» de *Soft Computing*, Heidelberg, Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 207-214.
- [9] M. Funabashi, A. Maeda, Y. Morooka y K. Mori, «Fuzzy and neural hybrid expert systems: synergetic AI.,» *IEEE Expert*, vol. 10, nº 4, pp. 32-40, 1995.
- [10] F. Mancera Olivares, Estructura de lógica difusa para filtrado adaptivo (Tesis de maestría), Ciudad de México: Instituto Politécnico Nacional, 2005.
- [11] H. Singh, M. M. Gupta, T. Meitzler, Z. G. Hou, K. K. Garg, A. M. Solo y L. A. Zadeh, «Real-Life Applications of Fuzzy Logic.,» *Advances in Fuzzy Systems*, vol. 2013, nº 3, pp. 1-3, 18 Abril 2013.
- [12] J. A. Baño Pazmiño, Estrategias metodológicas en el proceso lógico-matemático de los estudiantes (Tesis Maestría), Babahoyo: Universidad Regional Autónoma de los Andes, 2015.
- [13] M. L. Fernández Arteaga, «Importancia de la comprensión lectora en el abordaje de la primera etapa de resolución de problemas matemáticos con un enfoque crítico,» de *I Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe*, Santo Domingo, 2013.
- [14] L. Quintero Díaz, Y. Suárez Colorado, G. García Reyes y J. Vanegas Jiménez, «Niveles de pensamiento y resolución de problemas matemáticos en los estudiantes del programa psicología de una universidad pública de Santa Marta (Magdalena).,» *Duazary (Revista Internacional de Ciencias de la Salud)*, vol. 9, nº 2, pp. 123-131, 2012.

- [15] N. Larrazolo, E. Backhoff y F. Tirado, «Habilidades de razonamiento matemático de estudiantes de educación media superior en México.,» *Revista mexicana de investigación educativa*, vol. 18, nº 59, pp. 1137-1163, 2013.
- [16] A. Bragdon y L. Fellows, Juegos de mente, Ciudad de México: Selector , 2003.
- [17] A. Santos Carrazana y G. Carrazana Quintero, «Herramienta de ayuda al aprendizaje de la Matemática,» de *Desarrollo tecnológico para la innovación educativa*, Guadalajara, 2015.
- [18] DominoSoft, «Prueba de lógica,» GooglePlay, 7 Octubre 2016. [En línea]. Available: <https://play.google.com/store/apps/details?id=fr.testsintelligence>. [Último acceso: 31 Diciembre 2016].
- [19] Weez Beez, «El Maestro Lógico 1,» GooglePlay, 28 Noviembre 2016. [En línea]. Available: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.cd1.global>. [Último acceso: 31 Diciembre 2016].
- [20] D. Michael y S. Chen, Serious Games: games that educate, train and inform, Boston: Thomson, 2006.
- [21] J. Alvarez y D. Djaouti, «An introduction to Serious Game-Definitions and concepts,» *Serious Games & Simulation for Risks Management*, vol. 11, pp. 11-15, 2011.
- [22] M. J. Ibarra, W. Soto, P. Ataucusi y E. Ataucusi, «MathFraction: Educational Serious Game for Students Motivation for math learning,» de *2016 XI Latin American Conference on Learning Objects and Technology (LACLO)*, San Carlos, Costa Rica, 2016.

- [23] S. Vandercruyse, J. ter Vrugte, T. de Jong, P. Wouters, H. van Oostendorp, L. Verschaffel, W. Van Dooren y J. Elen, «“Zeldenrust”: A Mathematical Game-Based learning environment for prevocational students,» *Describing and Studying Domain-Specific Serious Games*, pp. 63-81, 2015.
- [24] N. Jyothi Ahuja y R. Sille, «A Critical Review of Development of Intelligent Tutoring Systems: Retrospect, Present and Prospect,» *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, vol. 10, nº 2, pp. 39-48, 2013.
- [25] T. Drummond Moreira y S. M. M. Augusta, «A FUZZY LOGIC APPLICATION IN VIRTUAL EDUCATION,» *Independent Journal of Management & Production*, vol. 6, nº 2, 2015.
- [26] J. A. Durango Hernández y Y. S. Pascuas Rengifo, «Los sistemas tutores inteligentes y su aplicabilidad en la educación,» *Horizontes Pedagógicos*, vol. 17, nº 2, pp. 104-116, 2015.
- [27] B. A. Ojokoh, M. O. Omisore, O. W. Samuel y T. O. Ogunniyi, «A Fuzzy Logic Based Personalized Recommender System,» *International Journal of Computer Science, Information Technology, & Security (IJCSITS)*, vol. 2, nº 5, pp. 1008-1015, 2012.
- [28] S. N. Sivanandam, S. Sumathi y S. N. Deepa, *Introduction to fuzzy logic using MATLAB*, Berlín: Springer, 2007.
- [29] P. Ponce Cruz, *Inteligencia Artificial con aplicaciones a la ingeniería*, Ciudad de México: Alfaomega Grupo Editor, S.A. de C.V., 2010.
- [30] M. D. Arango Serna, C. A. Serna Durán y P. O. Giovanni, «La gestión de indicadores empresariales con lógica difusa para la toma de decisiones,» *Lámpsakos*, vol. 1, nº 8, pp. 47-53, 2012.

- [31] D. Kumar, J. Singh y O. P. Singh, «A fuzzy logic based decision support system for evaluation of suppliers in supply chain management practices,» *Mathematical and Computer Modelling*, vol. 57, nº 11-12, p. 2945–2960, 2013.
- [32] P. Anooj, «Clinical decision support system: Risk level prediction of heart disease using weighted fuzzy rules,» *Journal of King Saud University - Computer and Information Sciences*, vol. 24, nº 1, p. 27–40, 2012.
- [33] O. Samuel, M. Omisore y B. Ojokoh, «A web based decision support system driven by fuzzy logic for the diagnosis of typhoid fever,» *Expert Systems with Applications*, vol. 40, nº 10, p. 4164–4171, 2013.
- [34] S. Thakur, S. N. Raw, R. Sharma y P. Mishra, «Detection of type of thalassemia disease in patients: A fuzzy logic approach,» *International Journal of Applied Pharmaceutical Sciences and Research*, vol. 1, nº 2, pp. 88-95, 2016.
- [35] A. A. Putra y R. Munir, «Implementation of fuzzy inference system in children skin disease diagnosis application.,» de *2015 International Conference on Electrical Engineering and Informatics (ICEEI)*, Bali, Indonesia, 2015.
- [36] N. Walia, S. K. Tiwari y R. Malhotra, «Design and Identification of Tuberculosis using Fuzzy Based Decision Support System.,» *Advances in Computer Science and Information Technology (ACSIT)*, vol. 2, nº 8, pp. 57-62, 2015.
- [37] H. Lara, C. Rodríguez y C. Mendoza-Buenrostro, «Fuzzy inference system applied to mechanical design of bone tissue engineering scaffolds.,» de *2015 Asia-Pacific Conference on Computer Aided System Engineering*, Quito, Ecuador, 2015.

- [38] B. Kramarski y Z. R. Mevarech, «Enhancing Mathematical Reasoning in the Classroom: The Effects of Cooperative Learning and Metacognitive Training,» *American Educational Research Journal*, vol. 40, nº 1, pp. 281-310, 2003.
- [39] P. Johnson-Laird, S. S. Khemlani y G. P. Goodwin, «Logic, probability, and human reasoning,» *Trends in Cognitive Sciences*, vol. 19, nº 4, pp. 201-214, 2015.
- [40] J. Holvikivi, «Logical Reasoning Ability in Engineering Students: A Case Study,» *IEEE Transactions on Education*, vol. 50, nº 4, pp. 367-372, 2007.
- [41] F. Martínez Rizo y M. A. Díaz Gutiérrez, México en PISA 2015, Distrito Federal: Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación, 2016.
- [42] OECD, «PISA 2015 Results EXCELLENCE AND EQUITY IN EDUCATION VOLUME I,» 2016. [En línea]. Available: file:///C:/Users/Alice/Downloads/PISA%202015%20Results%20Excellence%20and%20Equity%20in%20Education.%20Volume%20I.pdf. [Último acceso: 01 Febrero 2019].
- [43] INEE, «Informe de resultados-PLANEA 2015,» 2017. [En línea]. Available: <https://publicaciones.inee.edu.mx/buscarPub/P1/D/246/P1D246.pdf>. [Último acceso: 1 Febrero 2019].
- [44] A. Di Nuovo, S. Di Nuovo, S. Buono y V. Cutello, «Benefits of Fuzzy Logic in the Assessment of Intellectual Disability,» de *International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)* , Beijing, 2014.
- [45] R. I. García López, O. Cuevas Salazar, J. J. Vales García y I. R. Cruz Medina, «Impacto del Programa de Tutoría en el desempeño académico de

- los alumnos del Instituto Tecnológico de Sonora,» *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, vol. 14, nº 1, pp. 106-121, 2012.
- [46] UPR - Recinto Universitario de Mayagüez, «ECOURSES UPRM,» Moodle, [En línea]. Available: <https://ecourses.uprm.edu/?time=1472702400>. [Último acceso: 12 Septiembre 2016].
- [47] moodle, «moodle,» Moodle Project , 2006. [En línea]. Available: <https://moodle.org/>. [Último acceso: 07 Septiembre 2016].
- [48] Structuralia, «Structuralia formación especializada,» SOLUCIONES INTEGRALES DE FORMACIÓN Y GESTIÓN STRUCTURALIA, S.A., 2001. [En línea]. Available: <http://www.structuralia.com/es/>. [Último acceso: 07 Septiembre 2016].
- [49] R. Criado, R. García Rubio y A. Belén Moreno, «Aprendizaje activo y adquisición y evaluación de competencias matemáticas en un campus virtual.,» *Relada - Revista Electrónica de ADA*, vol. 4, nº 4, pp. 306-313, 2010.
- [50] A. Hannig, N. Kuth, M. Özman, S. Jonas y C. Spreckelsen, «eMedOffice: A web-based collaborative serious game for teaching optimal design of a medical practice,» Octubre 2012. [En línea]. Available: <https://bmcmemeduc.biomedcentral.com/articles/10.1186/1472-6920-12-104>. [Último acceso: 25 Enero 2019].
- [51] S. Arnab, K. Brown, S. Clarke, I. Dunwell, T. Lim, N. Suttie, S. Louchart, M. Hendrix y S. de Freitas, «The development approach of a pedagogically-driven serious game to support Relationship and Sex Education (RSE) within a classroom setting,» *Computers & Education*, vol. 69, pp. 15-30, 2013.

- [52] E. Knol y P. W. De Vries, «EnerCities, a Serious Game to stimulate sustainability and energy conservation: preliminary results,» *E-learning papers*, vol. 25, pp. 1-10, 2011.
- [53] R. G. Mangowal, U. Yuhana, E. Yuniarno y M. Purnomo, «MathBharata: A serious game for motivating disabled students to study mathematics,» de *2017 IEEE 5th International Conference on Serious Games and Applications for Health (SeGAH)*, Perth, WA, Australia, 2017.
- [54] E. Volta, P. Alborno, M. Gori y G. Volpe, «Designing a multisensory social serious-game for primary school mathematics learning.,» de *2018 IEEE Games, Entertainment, Media Conference (GEM)*, Galway, Ireland, 2018.
- [55] A. Pannu, «Artificial Intelligence and its Application in Different Areas,» *International Journal of Engineering and Innovative Technology (IJEIT)*, vol. 4, nº 10, pp. 79-84, 2015.
- [56] A. Adeli y M. Neshat, «A Fuzzy Expert System for Heart Disease Diagnosis,» de *Proceedings of International Multi Conference of Engineers and Computer Scientists (Vol I)*, Hong Kong, 2010.
- [57] M. Nilashi, O. Ibrahim, H. Ahmadi y L. Shahmoradi, «A knowledge-based system for breast cancer classification using fuzzy logic method,» *Telematics and Informatics*, vol. 34, nº 4, pp. 133-144, 2017.
- [58] M. A. Soares Machado, T. D. R. Gonçalves Moreira, L. F. A. Monteiro Gomes, A. Machado Caldeira y D. Jusan Santos, «A Fuzzy Logic Application in Virtual Education,» *Procedia Computer Science*, vol. 91, pp. 19-26, 2016.

- [59] J. Mago y P. S. Sandhu, «Model to Evaluate Education System in India using Fuzzy,» *Apeejay Journal of Computer Science and Applications*, vol. 1, pp. 21-26, 2013.
- [60] A. Rashid Khan, H. Ullah Amin y Z. Ur Rehman, «Application of Expert System with Fuzzy Logic in Teachers 'Performance Evaluation.,» (*IJACSA International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, vol. 2, nº 2, pp. 51-57, 2011.
- [61] IBM, «Do your best work,» IBM, [En línea]. Available: <https://www.ibm.com/watson/>. [Último acceso: 12 Junio 2017].
- [62] IBM, «First IBM Watson Education App for iPad Delivers Personalized Learning for K-12 Teachers and Students,» 19 Octubre 2016. [En línea]. Available: <http://www-03.ibm.com/press/us/en/pressrelease/50815.wss>. [Último acceso: 12 Junio 2017].
- [63] S. D. P. Hernández Castaño, Propuesta didáctica para el desarrollo de procesos de razonamiento lógico matemático, desde el pensamiento variacional, con los estudiantes del grado cuarto de básica primaria del Colegio Cooperativo San Antonio de Prado, por medio de estrategias(Tesis)., Medellín: Universidad Nacional de Colombia, 2014.
- [64] L. A. Zadeh, «Is there a need for fuzzy logic?,» *Information sciences*, vol. 178, nº 13, pp. 2751-2779, 2008.
- [65] G. Chen y T. T. Pham, *Introduction to fuzzy sets, fuzzy logic, and fuzzy control systems*, Boca Raton: CRC Press, 2000.
- [66] S. E. Haupt, P. Antonello y C. Marzban, *Artificial Intelligence Methods in the Environmental Sciences*, Dordrecht: Springer Netherlands, 2009.

- [67] C. Kahraman, N. Yasin Ates, S. Çevik, M. Gülbay y S. Ayça Erdogan, «Hierarchical fuzzy TOPSIS model for selection among logistics information technologies.,» *Journal of Enterprise Information Management*, vol. 20, nº 2, pp. 143 - 168, 2007.
- [68] L. A. Zadeh, «Knowledge Representation in Fuzzy Logic,» *IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering*, vol. 1, nº 1, pp. 89-100, 1989.
- [69] L. A. Zadeh, «The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning—I,» *Information sciences*, vol. 8, nº 3, pp. 199-249, 1975.
- [70] W. S. Tai y C. T. Chen, «A new evaluation model for intellectual capital based on computing with linguistic variable,» *Expert Systems with Applications*, vol. 36, nº 2, p. 3483–3488, 2009.
- [71] N. Werro, *Fuzzy Classification of Online Customers*, Cham: Springer International Publishing, 2015.
- [72] E. Cables, M. S. García Cascales y M. T. Lamata, «The LTOPSIS: An alternative to TOPSIS decision-making approach for linguistic variables,» *Expert Systems with Applications*, vol. 39, nº 2, p. 2119–2126, 2012.
- [73] D. J. Dubois, *Fuzzy sets and systems: theory and applications*, New York: Academic Press, Inc., 1980.
- [74] L. A. Zadeh, «Fuzzy sets,» *Information and control*, vol. 8, nº 3, pp. 338-353, 1965.

- [75] A. B. McBratney y I. O. Odeh, «Application of fuzzy sets in soil science: fuzzy logic, fuzzy measurements and fuzzy decisions.,» *Geoderma*, vol. 77, nº 2-4, pp. 85-113, 1997.
- [76] R. E. Bellman y L. A. Zadeh, «Decision-Making in a Fuzzy Environment,» *Management Science*, vol. 17, nº 4, pp. B-141-B-164, 1970.
- [77] G. Klir y B. Yuan, *Fuzzy sets and fuzzy logic. Theory and Applications*, New Jersey: Prentice Hall, 1995.
- [78] U. Straccia y F. Bobillo, «Mixed integer programming, general concept inclusions and fuzzy description logics.,» *Mathware & Soft Computing*, vol. 14, nº 3, pp. 247-259, 2007.
- [79] K. Crockett, A. Latham, D. Mclean y J. O'Shea, «A fuzzy model for predicting learning styles using behavioral cues in an conversational intelligent tutoring system,» de *2013 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*, Hyderabad, India, 2013.
- [80] N. X. Vinh, J. Epps y J. Bailey, «Information theoretic measures for clusterings comparison: Variants, properties, normalization and correction for chance.,» *Journal of Machine Learning Research*, vol. 11, pp. 2837-2854, 2010.
- [81] Y. A. Phllis y L. A. Andriantsetaholainaina, «Sustainability: an ill-defined concept and its assessment using fuzzy logic.,» *Ecological economics*, vol. 37, nº 3, pp. 435-456, 2001.
- [82] N. Karthikeyani Visalakshi y K. Thangavel, «Impact of Normalization in Distributed K-Means Clustering,» *International Journal of Soft Computing*, vol. 4, nº 4, pp. 168-172, 2009.

- [83] J. S. Roger Jang, C. T. Sun y E. Mizutani, Neuro-Fuzzy and Soft Computing, Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1997, pp. 73-91.
- [84] J. A. Restrepo Morales y J. G. Vanegas López, «Internacionalización de las pymes: análisis de recursos y capacidades internas mediante lógica difusa,» *Contaduría y Administración*, vol. 60, nº 4, pp. 836-863, 2015.
- [85] M. Firat, M. E. Turan y M. A. Yurdusev, «Comparative analysis of fuzzy inference systems for water consumption time series prediction,» *Journal of Hydrology*, vol. 374, nº 3-4, p. 235–241, 2009.
- [86] K. Arshdeep y K. Amrit, «Comparison of Mamdani-Type and Sugeno-Type Fuzzy Inference Systems for Air Conditioning System,» *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, vol. 2, nº 2, pp. 323-325, 2012.
- [87] A. Hamam y N. D. Georganas, «A comparison of Mamdani and Sugeno fuzzy inference systems for evaluating the quality of experience of Haptic-Audio-Visual applications,» de *2008 IEEE International Workshop on Haptic Audio visual Environments and Games*, Ottawa, 2008.
- [88] C. C. Lee, «Fuzzy Logic in Control Systems: Fuzzy Logic Controller-Part I,» *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, vol. 20, nº 2, pp. 404-418, 1990.
- [89] S. S. Mahapatra, S. K. Nanda y B. K. Panigrahy, «A Cascaded Fuzzy Inference System for Indian river water quality prediction,» *Advances in Engineering Software*, vol. 42, nº 10, pp. 787-796, 2011.
- [90] B. Vitoriano, J. Montero y D. Ruan, Decision aid models for disaster management and emergencies, París: Atlantis Press, 2013.

- [91] G. Xexéo, *Fuzzy logic*, Rio de Janeiro: Computing Science Department and Systems and Computing Engineering Program, Federal University of Rio de Janeiro., 2002.
- [92] D. Rutkowska, Neuro-fuzzy architectures and hybrid learning, Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2002.
- [93] M. An, W. Lin y A. Stirling, «Fuzzy-reasoning-based approach to qualitative railway risk assessment,» *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, vol. 220, nº 2, pp. 153-167, 2006.
- [94] K. M. Passino y S. Yurkovich, Fuzzy Control, Boston: Addison Wesley Longman, Inc, 1998.
- [95] C. C. Lee, «Fuzzy logic in control systems: fuzzy logic controller. II,» *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 20, nº 2, pp. 419 - 435, 1990.
- [96] K. Kaur, S. Kumar y J. Saxena, «IT2 Fuzzy System Design: A New Defuzzification Approach,» *International Journal of Electrical & Electronics Engineering | IJEEE*, vol. 2, nº 2, pp. 2012-2016, 2015.
- [97] S. Coupland y R. John, «Geometric Type-1 and Type-2 Fuzzy Logic Systems,» *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* , vol. 15, nº 1, pp. 3-15, 2007.
- [98] B. M. Gayathri y C. P. Sumathi, «Mamdani Fuzzy Inference system for Breast cancer,» de 2015 *IEEE International Conference on Computational Intelligence and Computing Research (ICCI/C)*, Madurai, India, 2015.
- [99] Y. Shi y P. Sen, «A new defuzzification method for fuzzy control of power converters,» de *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications*

- Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World Conference on Industrial Applications of Electrical Energy (Cat. No.00CH37129), Rome, Italy, Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Fifth IAS Annual Meeting and World 2000.*
- [100] C. G. Torres, Análisis y síntesis de mecanismos con aplicaciones, Azcapotzalco: Grupo Editorial Patria., 2015.
- [101] F. Laamarti, M. Eid y A. El Saddik, «An overview of Serious Games,» *International Journal of Computer Games Technology*, pp. 1-15, 2014.
- [102] K. Mitgutsch y N. Alvarado, «Purposeful by design?: a serious game design assessment framework,» *Association for Computing Machinery (ACM)*, pp. 121-128, 2012.
- [103] D. Charsky, «From Edutainment to Serious Games: A Change in the Use of Game Characteristics,» *Games and Culture*, vol. 5, nº 2, pp. 177-198, 2010.
- [104] H. Gardner y T. Hatch, «Multiple Intelligences Go to School: Educational Implications of the Theory of Multiple Intelligences,» *Educational Researcher*, vol. 18, nº 8, pp. 4-10, 1989.
- [105] A. Alsina y M. A. Canals, Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdicomanipulativos., Madrid : Narcea, S.A. de Ediciones. , 2000.
- [106] T. Armstrong, Inteligencias múltiples en el aula: Guía práctica para educadores., Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, S.A., 2006.
- [107] J. Lithner, «Mathematical Reasoning in School Tasks,» *Educational Studies in Mathematics*, vol. 41, nº 2, p. 165–190, 2000.
- [108] R. López Castañares, Origen y evolución del Ceneval, Ciudad de México: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior , 2017.

- [109] CENEVAL, «Guía EXANI II,» Sistema Nacional de Nivelación y Admisión (SNNA),, 2018. [En línea]. Available:
<http://www.ceneval.edu.mx/documents/20182/98406/Guia+EXANI-II+23a+ed.pdf/e1ff950b-2b89-4544-af4b-d5f456fa3ee8>. [Último acceso: 16 Abril 2018].
- [110] A. Lugmayr, B. Stockleben, Y. Zou, S. Anzenhofer y M. Jalonens, «Applying “Design Thinking” in the context of media management education management education,» *Multimedia Tools and Applications*, vol. 71, nº 1, pp. 119-157, 2014.
- [111] T. Brown, «Design Thinking,» *Harvard Business Review*, vol. 86, nº 6, pp. 84-92, 2008.
- [112] Stanford University, «Bootcamp Bootleg,» 2017. [En línea]. Available:
<https://dschool.stanford.edu/resources/the-bootcamp-bootleg>. [Último acceso: 22 Abril 2017].
- [113] Stanford University, «An Introduction to Design Thinking PROCESS GUIDE,» 2010. [En línea]. Available: <https://dschool-old.stanford.edu/sandbox/groups/designresources/wiki/36873/attachments/74b3d/ModeGuideBOOTCAMP2010L.pdf?sessionID=1b6a96f1e2a50a3b1b7c3f09e58c40a062d7d553>. [Último acceso: 22 Abril 2017].
- [114] I. Rauth, E. Köppen, B. Jobst y C. Meinel, «Design Thinking: An Educational Model towards Creative Confidence,» de *First International Conference on Design Creativity, ICDC*, Kōbe, 2010.
- [115] O. Tinoco Gómez, P. P. Rosales López y J. Salas Bacalla, «Criterios de selección de metodologías de desarrollo de software,» *Revista de la Facultad de Ingeniería Industrial*, vol. 13, nº 2, pp. 70-74, 2010.

- [116] A. Alshamrani y A. Bahattab, «A Comparison Between Three SDLC Models Waterfall,» *IJCSI International Journal of Computer Science Issues*, vol. 12, nº 1, pp. 106-111, 2015.
- [117] K. Venkataramani, «Analysis of Software Process Models and Applications,» *International Journal of Emerging Trends & Technology in Computer Science (IJETTCS)*, vol. 3, nº 3, pp. 203-207, 2014.
- [118] M. Stoica, M. Mircea y B. Ghilic-Micu, «Software Development: Agile vs. Traditional,» *Informatica Economică*, vol. 17, nº 4, pp. 64-76, 2013.
- [119] R. S. Pressman, Software Engineering - A practitioner's approach, New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, 2001.
- [120] S. Wang, G. S. Avrunin y L. A. Clarke, «Architectural Building Blocks for Plug-and-Play System Design,» de *Component-Based Software Engineering*, Heidelberg, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2006, 2006, p. 98–113.
- [121] R. S. Pressman, Software Engineering - A practitioner's approach, New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, 2010.
- [122] M. Delacre, D. Lakens y C. Leys, «Why Psychologists Should by Default Use Welch's t-test,» *International Review of*, vol. 30, nº 1, pp. 92-101, 2017.
- [123] D. W. Zimmerman, «Some properties of preliminary tests of equality of variances in the two-sample location problem.,» *Journal of General Psychology*, vol. 123, nº 3, pp. 217-231, 1996.
- [124] P. Elosua, Introducción al entorno R, Bilbao: Universidad del País Vasco, 2011.

- [125] The R Foundation, «What is R?,» The R Foundation, 2019. [En línea]. Available: <https://www.r-project.org/about.html>. [Último acceso: 10 Abril 2019].
- [126] T. Girke, «Programming in R,» UCR, Institute for Integrative Genome Biology, [En línea]. Available: <http://manuals.bioinformatics.ucr.edu/home/programming-in-r>. [Último acceso: 11 Abril 2019].
- [127] D. Hawkins, Identification of Outliers, London: Chapman and Hall, 1980.
- [128] V. Barnett y T. Lewis, Outliers in Statistical Data, Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [129] A. Fawzy, H. M. Mokhtar y O. Hegazy, «Outliers detection and classification in wireless,» *Egyptian Informatics Journal*, vol. 14, nº 2, p. 157–164, 2013.
- [130] O. Maimon y L. Rokach, Data mining and knowledge discovery handbook, New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005.
- [131] L. Komsta, «Package ‘outliers’,» 20 Febrero 2015. [En línea]. Available: <https://cran.r-project.org/web/packages/outliers/outliers.pdf>. [Último acceso: 12 Abril 2019].
- [132] M. Rahman Farazi y A. Rahmatullah Imon, «Detection of Outliers in Gene Expression Data Using Expressed Robust-t Test,» *Malaysian Journal of Mathematical Sciences*, vol. 10, nº 2, pp. 117-135, 2016.
- [133] Wolfram, «Mathematica de Wolfram,» Wolfram Computation Meets Knowledge, 2019. [En línea]. Available: <https://www.wolfram.com/solutions/education/higher-education/index.es.html?footer=lang>. [Último acceso: 12 Abril 2019].

- [134] Wolfram, «Soluciones para estudios universitarios,» Wolfram Computation Meets Knowledge, 2019. [En línea]. Available: <https://www.wolfram.com/solutions/education/higher-education/index.es.html?footer=lang>. [Último acceso: 12 Abril 2019].
- [135] Wolfram, «Soluciones para estudios universitarios,» Wolfram Computation Meets Knowledge, 2019. [En línea]. Available: <https://www.wolfram.com/solutions/education/higher-education/uses-for-research.html>. [Último acceso: 19 Abril 2019].
- [136] M. Pérez Marqués, SQL Server 2008 R2, Motor de base de datos y administración, Madrid: RC Libros, 2011.
- [137] Microsoft, «Presentación de SQL Server 2019,» Microsoft, 2020. [En línea]. Available: <https://www.microsoft.com/es-es/sql-server/sql-server-2019>. [Último acceso: 07 Enero 2020].
- [138] G. Mendoza González, «Herramienta de Desarrollo Netbeans,» Septiembre 2015. [En línea]. Available: https://www.consultorjava.com/wp/wp-content/uploads/2015/09/herramienta_desarrollo_netbeans.pdf. [Último acceso: 14 Abril 2015].
- [139] Apache NetBeans (incubating), «Fits the Pieces Together Development environment, tooling platform, application framework.,» The Apache Software Foundation., 2017. [En línea]. Available: <https://netbeans.apache.org/>. [Último acceso: 15 Abril 2019].
- [140] Apache NetBeans , «Apache NetBeans (incubating) 11.0 Features,» The Apache Software Foundation., 2017. [En línea]. Available: <https://netbeans.apache.org/download/nb110/index.html>. [Último acceso: 14 Abril 2019].

- [141] Maven, «Apache Maven Project,» The Apache Software Foundation., 2002. [En línea]. Available: <https://maven.apache.org/>. [Último acceso: 15 Abril 2019].
- [142] B. Muschko, *Gradle in Action*, Shelter Island: Manning Publications, 2014.
- [143] The Apache Software Foundation, «The Apache Ant Project,» The Apache Software Foundation, 17 Marzo 2019. [En línea]. Available: <https://ant.apache.org/index.html>. [Último acceso: 15 Abril 2019].
- [144] Apache NetBeans, «Getting Started with HTML5 Applications,» The Apache Software Foundation., 2017. [En línea]. Available: <https://netbeans.apache.org/kb/docs/webclient/html5-gettingstarted.html>. [Último acceso: 15 Abril 2019].
- [145] R. A. Powell y H. M. Single, «Focus Groups,» *International Journal for Quality in Health Care*, vol. 8, nº 5, pp. 499-504, 1996.
- [146] E. Saavedra, «LA HERRAMIENTA PERSONAS,» Designthinking.gal, 23 Mayo 2017. [En línea]. Available: <https://designthinking.gal/la-herramienta-personas/>. [Último acceso: 23 Agosto 2017].
- [147] E. Insfrán, E. Tejadillos, S. Martí y M. Burbano, «Transformación de Especificación de Requisitos en Esquemas Conceptuales usando Diagramas de Interacción,» de *Workshop em Engenharia de Requisitos*, Valencia, 2001.
- [148] C. Zapata, P. Tamayo y F. Arango, «Conversión de esquemas preconceptuales a diagrama de casos de uso empleando atom3,» *Dyna Ingeniería e Industria*, vol. 74, nº 153, pp. 237-251, 2007.

- [149] P. J. Verdoy, J. M. Mahiques y S. S. Pellicer, Manual de control estadístico de calidad: teoría y aplicaciones, Castellón de la Plana: Publicacions de la Universitat Jaume I, 2006.
- [150] S. Reyes Lüscher, A. Castillo Núñez, A. Zúñiga Bohigas y R. Llarena de Thierry, Niveles de dominio en Habilidad matemática: La estrategia de evaluación de ENLACE Media Superior Marcos de referencia 5, Ciudad de México: Centro Nacional de Evaluación para la Educación Superior (CENEVAL), 2012.
- [151] R. Dam y T. Siang, «Stage 4 in the Design Thinking Process: Prototype,» The Interaction Design Foundation, Agosto 2017. [En línea]. Available: <https://www.interaction-design.org/literature/article/stage-4-in-the-design-thinking-process-prototype>. [Último acceso: 27 Octubre 2017].
- [152] R. R. Luque, The Cel Shading Technique, 2012.
- [153] S. S. Jamsandekar y R. Mudholkar, «Performance Evaluation by Fuzzy Inference Technique,» *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*, vol. 3, nº 2, pp. 158-164, 2013.
- [154] M. Hassani Goodarzi y A. Amiri, «Evaluating Students' Learning Progress by Using Fuzzy Inference System,» de *2009 Sixth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, Tianjin, China, 2009.
- [155] A. Ed-dahhak, M. Guerbaoui, Y. ElAfou, M. Outanoute, A. Lachhab, L. Belkoura y B. Bouchikhi, «IMPLEMENTATION OF FUZZY CONTROLLER TO REDUCE WATER IRRIGATION IN GREENHOUSE USING LABVIEW,» *International Journal of Engineering and Advanced Technology Studies*, vol. 1, nº 2, pp. 12-22, 2013.

- [156] V. Vema, K. Sudheer y I. Chaubey, «Fuzzy inference system for site suitability evaluation of water harvesting structures in rainfed regions,» *Agricultural Water Management*, vol. 218, nº 1, pp. 82-93, 2019.
- [157] R. Singh Yadav y V. Singh, «Modeling Academic Performance Evaluation Using Soft Computing Techniques: A Fuzzy Logic Approach,» *International Journal on Computer Science and Engineering*, vol. 3, nº 2, pp. 676-686, 2011.
- [158] K. Memmedova, «Fuzzy logic modelling of the impact of using technology on anxiety and aggression levels of students,» *Procedia Computer Science*, vol. 120, pp. 495-501, 2017.
- [159] Apache, «cordova-plugin-device,» The Apache Software Foundation, 2012. [En línea]. Available:
<https://cordova.apache.org/docs/en/9.x/reference/cordova-plugin-device/#deviceuuid>. [Último acceso: 2 Mayo 2019].
- [160] J. Nielsen, *Usability Engineering*, Mountain View: Academic Press, INC., 1994.
- [161] E. Krahmer y N. Ummelen, «Thinking About Thinking Aloud: A Comparison of Two Verbal Protocols for Usability Testing,» *IEEE Transactions on Professional Communication*, vol. 47, nº 2, pp. 105-117, 2004.
- [162] Amazon, «Comience a crear con AWS hoy mismo,» Amazon Web Services, Inc., 2019. [En línea]. Available: <https://aws.amazon.com/es/>. [Último acceso: 15 Abril 2019].
- [163] J. Rada-Vilela, «The FuzzyLite Libraries for Fuzzy Logic Control,» FuzzyLite Limited. , 2010. [En línea]. Available: <https://fuzzylite.com/>. [Último acceso: 15 Abril 2019].

- [164] J. Rada-Vilela, «fuzzylite a fuzzy logic control library in C++,» 2013. [En línea]. Available:
<http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download;jsessionid=78334DA61C0932F4242EAFA539C97CC6?doi=10.1.1.700.850&rep=rep1&type=pdf>. [Último acceso: 15 Abril 2019].
- [165] S. Pértega Díaz y P. F. S., «Métodos paramétricos para la comparación de dos medias. t de Student,» 23 Marzo 2001. [En línea]. Available:
https://www.fisterra.com/mbe/investiga/t_student/t_student2.pdf. [Último acceso: 8 Mayo 2019].

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Arquitectura de los Sistemas Tutores Inteligentes.....	3
2.1. Funciones de membresía. En a) se muestra la función L, en b) la función-R, en c) la función triangular y en d) la función trapezoidal con sus gráficas y ecuaciones respectivamente.....	15
2.2. Sistema de Inferencia Difusa.....	17
2.3. Descomposición del resultado del sistema difuso	22
2.4. Ecuaciones para determinar el área y centroide de cada pieza del método COA. En a) se muestra la rectangular, en b) la R-Triangular y en c) la L-Triangular.....	23
2.5. Definición de un juego serio	24
2.6. Estructura del razonamiento matemático	26
2.7. Fases en el proceso de Design Thinking.....	27
2.8. Fases del modelo incremental.....	28
2.9. Diagrama de las herramientas que conforman el juego serio	35
3.1. Fases y herramientas establecidos usando la metodología <i>Design Thinking</i> y el modelo incremental.....	37
3.2. Análisis del primer incremento.	50
3.3. Diagrama de navegación del primer incremento.	51
3.4. Análisis del segundo incremento.....	52

3.5. Diagrama de entidad relación de la lista de problemas.	53
3.6. Subproceso de la base de datos.	54
3.7. Diagrama de navegación del segundo incremento.	55
3.8. Análisis del tercer incremento.	56
3.9. Representación del tiempo.	57
3.10. Representación de los aciertos.	58
3.11. Representación de los datos de salida.	58
3.12. Representación gráfica para el desarrollo del COA.	59
3.13. Sección de fusificación del tiempo.	61
3.14. Sección de fusificación de los aciertos y el proceso de normalización. ...	63
3.15. Sección para encontrar los valores del eje x para calcular el valor del centroide.	64
3.16. Primera parte del SID.	65
3.17. Segunda parte del SID.	66
3.18. Análisis del cuarto incremento.	67
3.19. Diagrama entidad-relación de la página web.	68
3.20. Diagrama de navegación de la página web.	69
3.21. Análisis del ultimo incremento.	70
3.22. Análisis del ultimo incremento.	71
3.23. Diagrama de navegación del juego serio.	72
3.24. Formato de la evaluación pensando en voz alta.	73
4.1. Resultado del problema razonado.	77
4.2. Resultado de las encuestas sobre el método que utilizan para mejorar el razonamiento.	77

4.3. Resultado del diseño y para que dispositivos se desarrollará la aplicación.	78
4.4. Respuesta ante que situaciones y la frecuencia con que se utilizaría la aplicación.....	78
4.5. Perfil de María Sánchez.....	79
4.6. Perfil de Iván Lara.....	79
4.7. Diagrama de interacción del estudiante.	80
4.8. Modelo de caso de uso del perfil del estudiante	80
4.9. Resultados de la lluvia de ideas.	81
4.10. Diagrama de afinidad del modo de juego y parte de la estructura de la aplicación.....	82
4.11. Diseño del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra los niveles de uno de los temas del razonamiento matemático y en b) se muestra la estructura de los problemas.....	83
4.12. Primera modificación del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra la estructura de los problemas y en b) se muestra el mensaje si la respuesta es correcta.....	84
4.13. Segunda modificación del prototipo de baja fidelidad. En a) se muestra el resultado si todos los problemas son resueltos de manera correcta y en b) de manera incorrecta.	85
4.14. Personaje del elemento tierra. En a) se muestra el bosquejo a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.....	86
4.15. Paisaje del elemento tierra en caos. En a) se muestra el bosquejo a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.....	86
4.16. Paisaje del elemento tierra alegre. En a) se muestra el bosquejo a lápiz y papel y en b) el dibujo en digital.....	87

4.17. Guiones gráficos de la estructura del juego serio. En a) se muestra al iniciar por primera vez y en b) cuando se accede al mundo tierra, se intenta por dos ocasiones con diferentes resultados.	87
4.18. Diseño del inicio del juego serio. En a) se muestra el inicio y en b) el menú de los temas.....	88
4.19. Modificaciones del primer incremento. En a) se muestra la imagen en base 64 y en b) la imagen de la animación de cargando.	89
4.20. Problema original y restructurado.....	90
4.21. Resultado de los problemas cargados en la aplicación. En a) se muestra un problema del elemento tierra y en b) del elemento agua.	92
4.22. Resultado usando el <i>fuzzylite</i> . En a) se muestra para un tiempo de 2:05 minutos con un acierto, en b) para 2:20 minutos con dos aciertos.	93
4.23. Resultado con pruebas de manera manual para un tiempo de 2:20 minutos con dos aciertos.	94
4.24. Resultado con pruebas de manera manual para un tiempo de 2:05 minutos con un acierto.	95
4.25. Diseño de la página web, en a) se encuentra la pantalla principal y en b) la lista de problemas de un tema y subtema específico.	96
4.26. Vista por parte del experto en el subtema Ecuaciones.	97
4.27. Imágenes de los problemas y soluciones convertidas en texto. En a) se muestra en imagen y en b) en texto usando HTML.	98
4.28. Resultado de la segunda corrección de la página web.	99
4.29. Estudiantes contestando los problemas para la recolección de los tiempos.	99
4.30. Procedimiento para la detección de datos atípicos. En a) y b) se observar para la lista de problemas contestados correctamente, en c) y d) los contestados de manera incorrecta.	102

4.31. Sección de los aciertos modificado	106
4.32. Problema compuesto con una imagen en la pregunta. En a) se muestra la pregunta sin poder visualizarse la imagen y en b) con la imagen visible.	108
4.33. Participantes de la evaluación pensando en voz alta. En a) se muestra un jugador de aplicaciones y en b) una estudiante de nivel medio superior.	109
4.34. Promedio de los tiempos divididos por el total de uso del juego y las evaluaciones.	113
4.35. Promedio de las calificaciones divididos por el total de uso del juego y las evaluaciones.	114
5.1. Secuencia lógica de la estructura del juego serio.....	121
5.2. Promedio de las evaluaciones de los estudiantes. En a) se muestra con base en los subtemas terminados y el b) si avanza por lo menos en un nivel.	123
A.1. Primera parte del dominio de pensamiento matemático del EXANI-II.....	154
A.2. Segunda parte del dominio de pensamiento matemático del EXANI-II.....	155
D.1. Sección del modo y parte de la estructura del juego serio.....	164
D.2. Sección del de la estructura del juego serio.....	165
K.1. Primera evaluación aplicada a los estudiantes.....	211
K.2. Segunda evaluación aplicada a los estudiantes.....	212

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Características del sistema Mamdani y Takagi-Sugeno.....	18
2.2. Funciones del paquete ‘outlier’	33
3.1. Preguntas y objetivos de la encuesta.....	39
3.2. Áreas de conocimientos del grupo de expertos.....	42
3.3. Niveles de los problemas definidos por el grupo de expertos.	43
4.1. Total de problemas en la DB.....	91
4.2. Total de problemas reportados por el experto.	91
4.3. Total de participantes para la recolección de los tiempos.....	100
4.4. Problemas obtenidos por parte de los estudiantes.	101
4.5. Total de problemas reportados por parte de los estudiantes.	101
4.6. Total de datos eliminados.	103
4.7. Porcentaje de probabilidad de que sean distintos las listas de problemas con respuesta correcta e incorrecta.	104
4.8. Estructura para la evaluación de los cinco problemas de cada nivel.	107
4.9. Criterios para el desarrollo de los exámenes.....	111
4.10. Resultado de las evaluaciones con base en el tiempo dedicado al juego.	
.....	112
4.11. Tiempos obtenidos al contestar las evaluaciones con base en el tiempo dedicado al juego.	112

4.12. Total de estudiantes que avanzaron de nivel.	115
4.13. Promedio de los estudiantes con base en los subtemas terminados....	115
4.14. Promedio de los estudiantes con base en si avanzó de nivel en los subtemas.	116
4.15. Pruebas de hipótesis de los estudiantes con base en si avanzó de nivel en los subtemas.....	117
4.16. Pruebas de hipótesis del resultado total de los estudiantes.	118
E.1. Problemas reportados por uno de los integrantes del grupo de expertos con su respectivo, tema, subtema y cometario.....	166
F.1. Tiempos de los problemas contestados de manera correcta.....	170
F.2. Tiempos de los problemas contestados de manera incorrecta.....	174
G.1. Resultados de las pruebas <i>Grubbs</i> para tres iteraciones de los tres tipos.	179
H.1. Tiempos que se contestaron de manera correcta sin los datos atípicos.	190
H.2. Tiempos que se contestaron de manera incorrecta sin los datos atípicos.	194
I.1. Resultados de las pruebas <i>t-test</i> para los datos originales.....	199
I.2. Resultados de las pruebas <i>t-test</i> para los datos sin los valores atípicos....	203
L.1. Aciertos, errores y tiempos obtenidos al contestar las dos evaluaciones por parte de los estudiantes.....	213

APÉNDICE A

ESTRUCTURA DEL EXANI-II

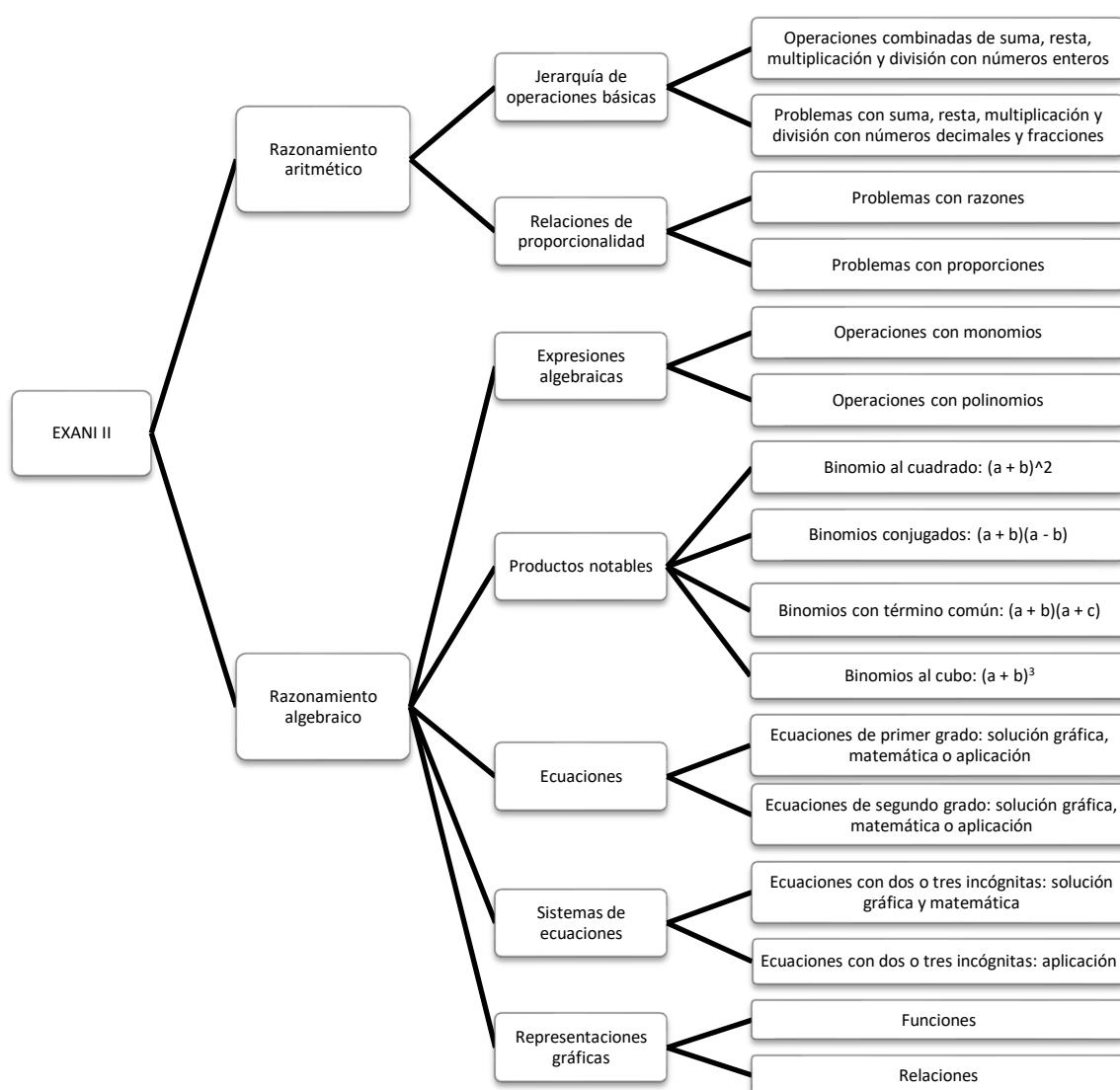


Figura A.1. Primera parte del dominio de pensamiento matemático del EXANI-II.

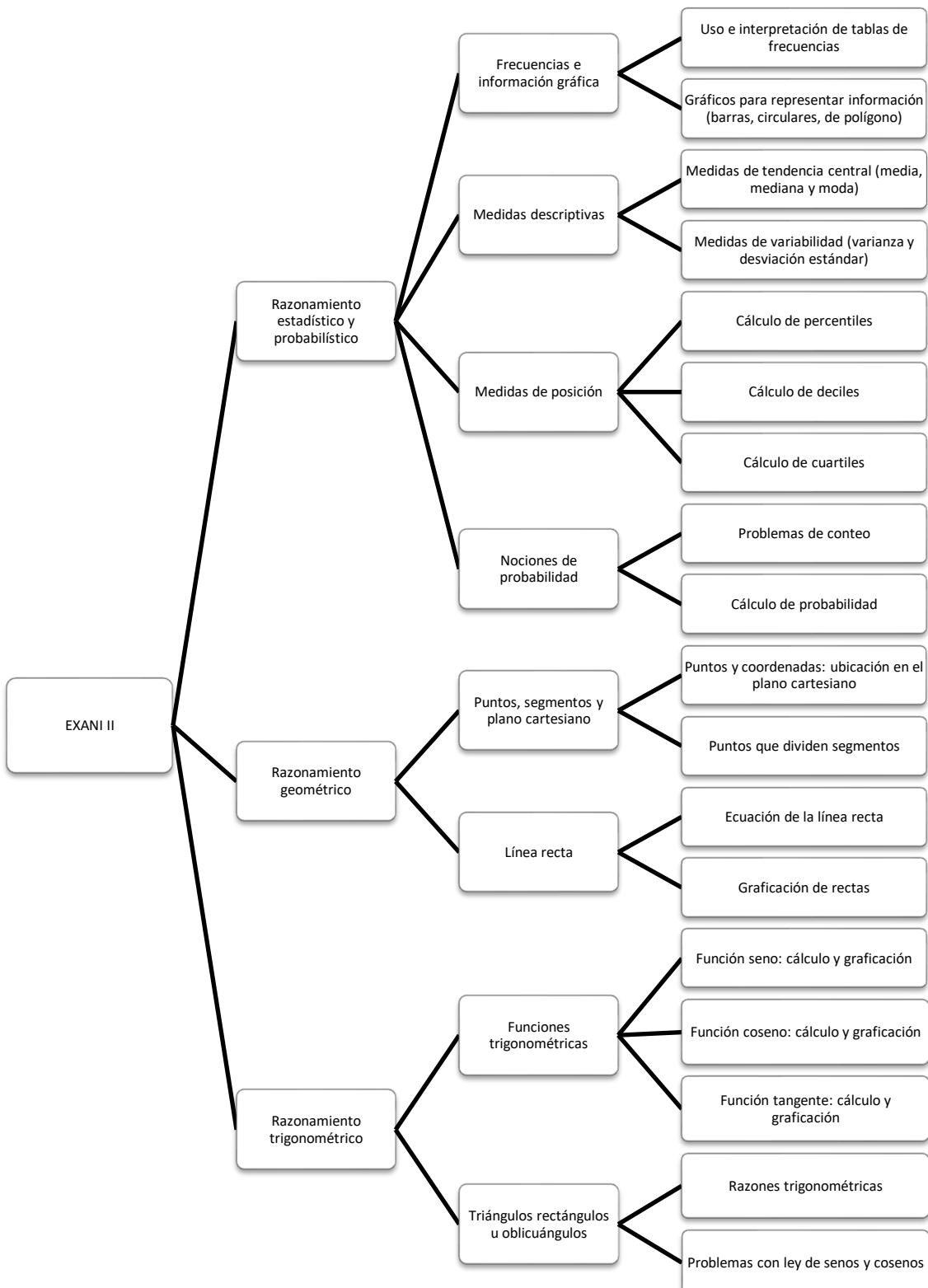


Figura A.2. Segunda parte del dominio de pensamiento matemático del EXANI-II.

APÉNDICE B

GUÍA DE PREGUNTAS PARA EL GRUPO DE ENFOQUE

Tema. Desarrollo una aplicación computacional que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático.

El propósito de este grupo de enfoque es cumplir los siguientes objetivos:

- Conocer los métodos que utilizan los estudiantes para aumentar el razonamiento lógico-matemático.
- Identificar las características, propiedades y tipo de aplicación que estimulen al estudiante a utilizarla de manera frecuente.
- Determinar para qué dispositivo se implementara dicha aplicación.

Guía de preguntas para el grupo de enfoque

La sesión iniciará con una presentación:

“Buen día, antes de que nada gracias por asistir a este grupo de enfoque organizado por la encargada del proyecto y moderadora Alicia López y el observador Julio Alemán”.

“El motivo de esta reunión es determinar las características de una nueva aplicación divertida e interesante para ustedes, con el objetivo de que mejoren su nivel de razonamiento lógico matemático”.

“El equipo está conformado por los estudiantes: Grecia Gómez, Martí López, David Álvarez, Damián González, Cesar Castro, Estefanía Salisbury, Enrique Salas, Oscar Rodríguez y Daniel López, todos estudiantes de FIME de diferentes semestres y de las carreras ITS, IAS y Mecatrónica”.

“Esperemos que el evento dure aproximadamente 1 hora y media, sin más que decir podemos comenzar”.

Pregunta de apertura

- ¿Es para ustedes estresante solucionar situaciones o problemas en que su respuesta no tiene un proceso mecánico, es decir un problema razonado?
- ¿En qué nivel de estrés?
- ¿Por qué?

Preguntas de Transición

Para poder generar dichas preguntas se mostró un problema de habilidad numérica, solicitando que lo resuelvan de manera mental o escrita, con la finalidad de responder las siguientes preguntas:

- ¿Tuvieron dificultad por resolver este problema?
- ¿Cuánta dificultad?
- ¿Cuál fue esa dificultad?

Se le explica que tipo de problemas son, para que sirven y la solución del mismo, seguido por una serie de preguntas:

- ¿Utilizan algún método para para mejorarlo?
- ¿Por qué les gusta utilizar ese(os) método(s)?

Preguntas Específicas

- Si pudieras crear una aplicación que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático ¿Cómo te gustaría que estuviera diseñada?
- ¿En qué dispositivo les gustaría utilizarla?
- ¿Qué los motivaría a seguir usando esa aplicación?
- La aplicación está dividida en niveles, cuando pasen al siguiente nivel ¿Qué les gustaría que les mostrara?
- ¿Te interesaría tener la opción de regresar a alguno de los niveles con la opción de volver al nivel donde te quedaste?
- ¿Les agradaría la aplicación con sonido?, Si es así ¿En qué partes de la aplicación la escucharías?
- ¿Les agradaría la aplicación con imágenes?, Si es así ¿Dónde se encontrarían?
- Además de todas las características ya mencionadas ¿Incluirían otras?

Preguntas de Cierre

- Si tuvieran acceso a la aplicación ¿En qué situaciones la usarían?
- ¿Con qué frecuencia?
- ¿Han utilizado herramientas que les ayuden a incrementar el razonamiento matemático para algún dispositivo?
- ¿Cómo se llaman?, se pregunta para cada aplicación que mencionen ¿Te ha servido?

Cierre

Por último, se les da las gracias y un mensaje de despedida:

“Sin más que decir agradecemos de su tiempo, experiencias, opiniones y estamos seguros de que su información nos será muy útil para nuestra investigación, por lo que se va a tomar en cuenta al momento de diseñar y generar la aplicación”.

APÉNDICE C

CUESTIONARIO PARA EL DESARROLLO DE UNA APLICACIÓN

Buenos días/tardes, solicito tu apoyo para que contestes la siguiente encuesta, las repuestas serán valiosas para el desarrollo de una aplicación computacional que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático.

Este cuestionario contiene 20 a 23 preguntas y te tomará aproximadamente 15 minutos en responder. La información recopilada solamente será utilizada para fines de este estudio y será confidencial.

De antemano agradezco tu valiosa participación.

Matrícula *

Edad *

Género *

- Masculino
- Femenino

Carrera *

- Ingeniero Administrador de Sistemas
- Ingeniero en Aeronáutica
- Ingeniero en Electrónica y Automatización

- Ingeniero en Electrónica y Comunicaciones
- Ingeniero en Manufactura
- Ingeniero en Materiales
- Ingeniero Mecánico Administrador
- Ingeniero Mecánico Electricista
- Ingeniero en Mecatrónica
- Ingeniero en Tecnología de Software

¿Cuál es tu promedio general en las materias de matemáticas? *

- Menos de 70
- 71-80
- 81-90
- 91-100

Responde el siguiente problema, una vez realizado entonces contesta las siguientes preguntas

En una reunión, el anfitrión, advirtió que hubo 28 apretones de mano, ¿cuántas personas asistieron a la reunión? *

- 5
- 6
- 7
- 8
- 9

¿Fue difícil resolver este problema? *

- Sí
- No

El problema anterior se utiliza para desarrollar el nivel de razonamiento lógico matemático ¿Utilizas algún método? *

- Sí
- No

¿Qué método utilizas para mejorarlo? (Puedes marcar más de uno) *

- Utilizo aplicaciones de celular (Sudoku Fun, Prueba de lógica, etc.)
- Utilizo juegos en la computadora
- Asistí(o) a asesorías o cursos
- Resuelvo problemas con lápiz y papel
- Otros: _____

Con base en la respuesta anterior ¿Por qué te gusta utilizar ese(os) método(s)? *

- Es el único que conozco
- Se me facilita mas
- Se ajusta más a mi presupuesto
- Me lo recomendaron
- Otros: _____

Si utilizas aplicaciones de celular o juegos en la computadora ¿En qué aspectos consideras que te ayuda? *

- Refuerza en los problemas donde tengo más dificultades
- Me ayuda a reforzar todo, aunque algunos problemas ya los domino
- No me ayudan en nada porque están muy fáciles.
- Otros: _____

Si pudieras crear una aplicación que ayude a incrementar el razonamiento lógico-matemático ¿Cómo te gustaría que estuviera diseñada? *

- Que sea un reto, como un juego
- Que sea seria y solo contengan los problemas
- Otros: _____

¿En qué dispositivo te gustaría utilizarla? *

- En un smartphone
- En una tablet
- En una computadora
- Todos los anteriores

¿Cómo te motivaría a seguir usando dicha aplicación? (Puedes marcar más de uno) *

- Que me feliciten cada vez que gano
- Que me marquen estrellitas o puntos si resolví bien el problema
- Si saco mal un problema, tener oportunidad de volver a intentarlo con otro similar
- Solo me marque si está bien o mal
- De ninguna manera, solo pasen al siguiente problema y al final me diga mi puntaje
- Otros: _____

¿Cómo te gustaría pasar de nivel en cada una de las etapas? *

- Que me felicite y me aparezca el nombre de nivel que conseguí
- Que solo me felicite
- De ninguna manera, solo pasen al siguiente nivel

¿Te gustaría tener la opción de regresarte a alguno de los niveles? *

- Si y empezar desde ahí
- Sí y escoger un nivel que me gustaría volver a practicar, logrando volver al nivel donde me quede.
- No y continuar donde me quede

Si la aplicación tuviera sonido ¿Cuándo te gustaría escucharlo? *

- Al iniciar y cuando me encuentre en la sección de niveles
- Solo cuando gane o pierda el problema
- Ambos
- En ningún lugar
- Otros: _____

Si la aplicación manejara imágenes ¿En qué lugares te gustaría? (Puede seleccionar más de uno) *

- Al iniciar en la aplicación
- Al terminar un problema, no importa si gano o pierdo

- En cada problema
- En la sección de niveles
- En ninguna parte

¿Qué otras características te gustarían incluir en la aplicación?

Si tuvieras acceso a la aplicación ¿En que situaciones la usarías? *

- Para mejorar mi nivel de razonamiento
- Porque me divierte y me gusta
- Porque estoy aburrido
- Porque me obligan
- Nunca la usaría
- Otros: _____

¿Con que frecuencia? *

- Diariamente
- Una vez por semana
- Dos veces por semana
- Una vez al mes
- Otros: _____

¿Has utilizado alguna(s) herramienta(s) que ayuden a incrementar el razonamiento lógico-matemático? *

- Sí
- No

¿Cómo se llaman? *

¿Te han servido? *

Enlace de la encuesta: <https://goo.gl/forms/tQQTfDSGjL1LJpMQ>

APÉNDICE D

DIAGRAMA DE AFINIDAD DEL JUEGO SERIO

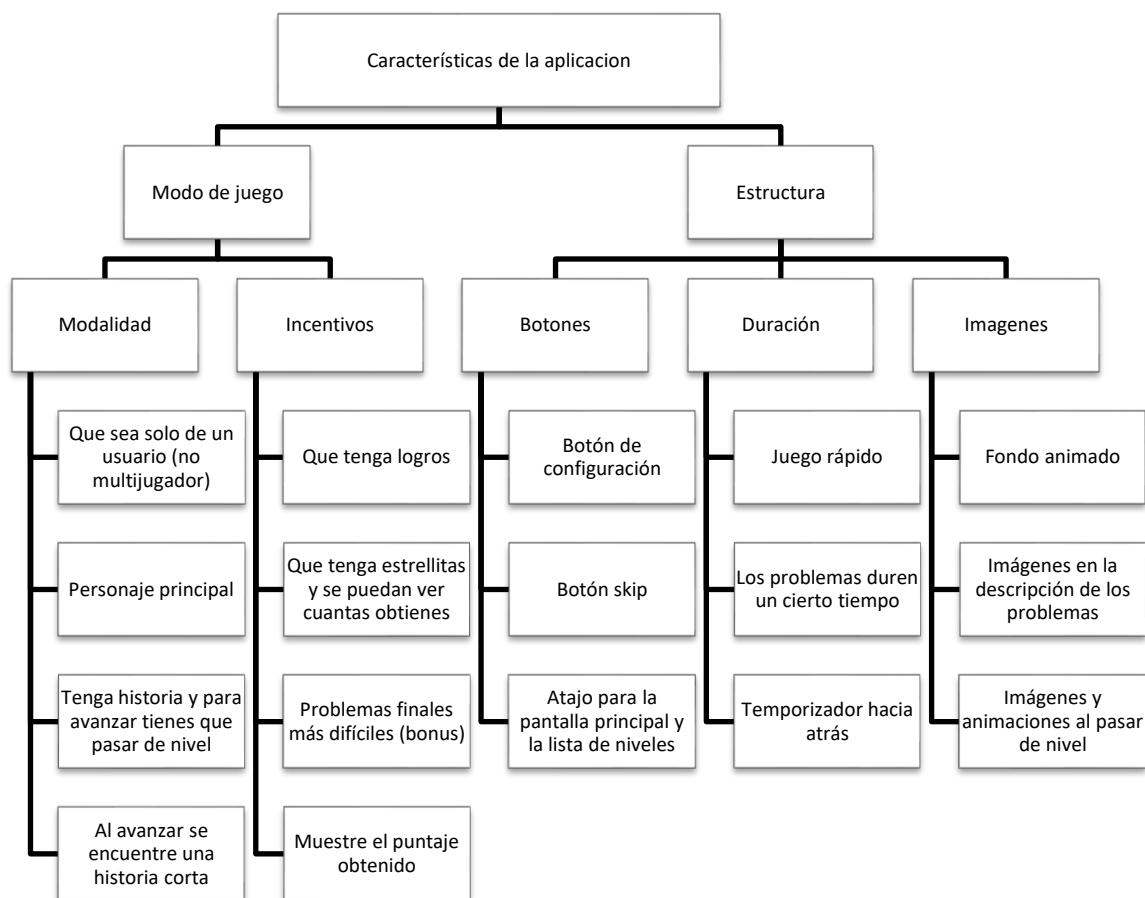


Figura D.1. Sección del modo y parte de la estructura del juego serio.

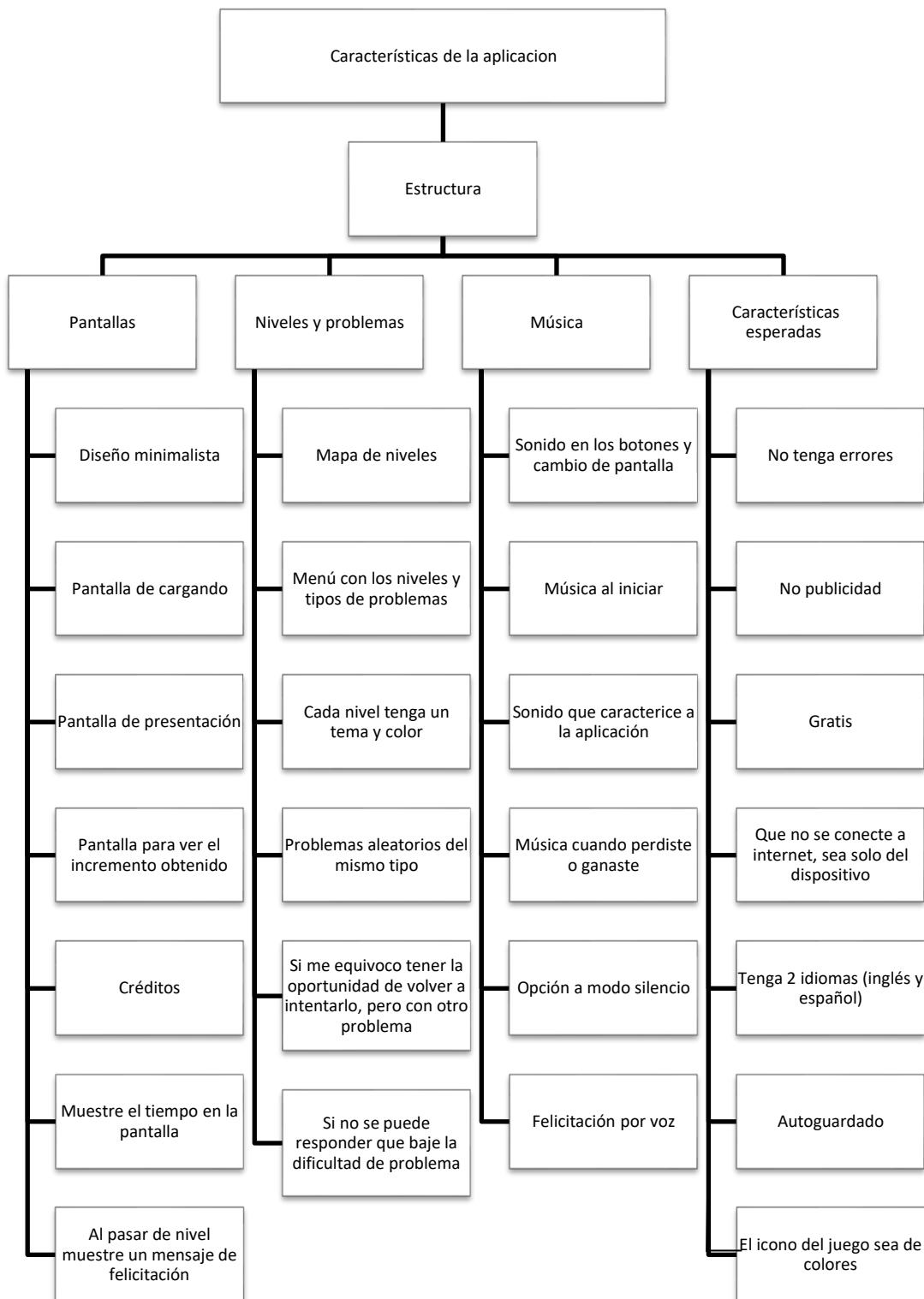


Figura D.2. Sección del de la estructura del juego serio.

APÉNDICE E

PROBLEMAS POR MODIFICAR POR PARTE DEL EXPERTO

Tabla E.1. Problemas reportados por uno de los integrantes del grupo de expertos con su respectivo, tema, subtema y comentario.

#	Tema	Subtema	Clave	Comentario
1	Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	ExPM-18	Debe decir: "Encuentra el valor de la siguiente expresión"
2	Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	PMR(46)	Sería bueno definir que es un apretón de manos, subrayando que son saludos entre diferentes personas (sin repetición).
3	Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	TecPAA(8a)	Aquí hay 3 variables involucradas: x , y, n. Quizá sería bueno que en la tabla que se da, que la x, se cambiara por n y por otro lado, a cada expresión dada (los 4 posibles resultados), asignarles el valor de y.
4	Razonamiento aritmético	Jerarquía de operaciones básicas	Ex4CB2013(2)	Debería decir: "dónde para el primer de x se obtiene el valor de 2, para el segundo valor de x, se obtiene el valor de 10 y para el cuarto valor de x se obtiene el valor de 26.
5	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	ExPM-26	Será mejor escribir: la expresión equivalente a:
6	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	ExPM-27	Encuentre los valores de x "que satisfacen" la siguiente ecuación: $x+3 = \sqrt{2x + 14}$
7	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	ProbPRM(1)	En una escuela, llegaron 16 niños, luego entraron 5 más. Si en la lista de alumnos hay x alumnos. ¿Cuál de las expresiones representa el número de alumnos que faltaron a clases? ¿Quité unas palabras? ¿Qué te parece?
8	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	TecPAA(37)	Carolina compra x gomitas por y pesos. Tulio compra y-2 gomitas por x pesos. Determina el promedio del costo de las gomitas compradas entre Carolina y Tulio.

9	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	intEA(2)	Determine la ecuación que se obtiene al buscar 3 números (¿Cómo deben ser esos números??) cuya suma es "a" y la diferencia de cada uno (????) es 3.
10	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	intEA(3)	Para rentar un carro, Juan cobra el 5% del valor del carro más 10 pesos por cada km recorrido. Si m es el valor del carro y n representa los km recorridos. Determine la ecuación que representa lo que debe pagar Juan al rentar dicho carro.
11	Razonamiento algebraico	Expresiones algebraicas	intEA(4)	María les prestó a Zen 30 pesos. Por cada día que pasa, María le cobra a Zen el 10% sobre lo que le prestó. Determine la ecuación que representa lo que tiene que pagar Zen pasando x días.
12	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	EExPM(14)	No se ve la gráfica.
13	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	TecPAA(65)	No se ve la gráfica.
14	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	TecPAA(61)	No se ve la gráfica.
15	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	Ex4CB2013(3)	En la siguiente figura, se muestra la distribución de personas que hablan uno o dos idiomas. Determine la cantidad de alumnos en total que NO hablan Inglés
16	Razonamiento algebraico	Productos notables	ExPM-13	Está así: Determine los lados de un rectángulo, cuya área es (x^2-64) .
17	Razonamiento algebraico	Productos notables	TecPAA(90)	Está así: Para qué valor de x, la siguiente expresión es válida $x^2+x+2=4$ Con acentos escribir así: Para qué valor de x, la siguiente expresión es válida $x^2+x+2=4$
18	Razonamiento algebraico	Productos notables	ExCB2013(15)	Está así: Determine el valor de $(c-d)$, si se sabe que: $c^2-d^2=c+d$ Se puede escribir así: Determine el valor de la expresión $(c-d)$, si se sabe que: $c^2-d^2=c+d$
19	Razonamiento algebraico	Productos notables	TecPAA(91)	Está así: Se modificó un cuadrado de lado x, con el objetivo de hacerlo rectángulo, para el largo se le agrego 3 y su ancho se le quito 4. ¿Cuál es el área del rectángulo? Se puede escribir así: Se modificaron las medidas de un cuadrado de lado x unidades, con el objetivo de obtener un rectángulo. Para obtener el largo del rectángulo, a uno de los lados, se le aumentó 3 unidades y a su ancho se le disminuyó 4 unidades. ¿Cuál es el área del rectángulo?
20	Razonamiento algebraico	Productos notables	intEA(5)	Está así: Encuentra el valor de a^2+b^2 , sabiendo que $a+b=3$ y $ab=1$. Se puede escribir así: Encuentra el valor de la expresión a^2+b^2 , sabiendo que $a+b=3$ y $ab=1$.
21	Razonamiento algebraico	Productos notables	intEA(6)	Está así: ¿Cuál de las siguientes opciones se puede escribir la expresión a^9-b^9 ? Se puede escribir así: ¿Con cuál de las siguientes opciones se obtiene la expresión a^9-b^9 ?

22	Razonamiento algebraico	Productos notables	UFA(2)	Está así: A los lados de un cuadrado C, se le sumó 3 cm de un lado y 2 cm del otro, si su área de C era x^2 . Determine la fórmula para calcular el área de la nueva figura. Se puede escribir así: Se modificaron los lados de un cuadrado C. A uno de los lados, se le sumó 3 cm y al otro, se le sumó 2 cm. Si el área de C era x^2 , determine la fórmula para calcular el área de la nueva figura.
23	Razonamiento algebraico	Productos notables	UFA(3)	Se puede escribir así: Una compañía fabrica piezas en forma de cubo, con un volumen de 8 centímetros cúbicos. Para generar ganancias, la empresa aumenta el tamaño de cada arista de la pieza original a "n" unidades. Determine la ecuación que permita conocer el volumen de la nueva pieza.
24	Razonamiento algebraico	Productos notables	UFA(4)	Se puede escribir así: Una compañía fabrica piezas en forma de cubo, con un volumen de 8 centímetros cúbicos. Para reducir costos, se redujo el tamaño del envase restando "n" unidades a la arista de la pieza original. Determine la ecuación que permita conocer el volumen de la nueva pieza.
25	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	TecPAA(66)	Puede quedar así: Se realizaron votaciones para candidatos a jefe en el grupo A2 y los porcentajes quedaron como se ve en la gráfica. Si el grupo está formado por 200 personas ¿Cuántos votos obtuvo Armando?
26	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	TecPAA(34)	Puede quedar así: En base a los resultados de las encuestas de preferencia de programas que se le hizo a 100 niños, encuentra el porcentaje de probabilidad de elegir un niño que le gusten solamente las caricaturas.
27	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	intEA(25)	Puede quedar así: En la siguiente tabla se muestra el número de personas que les gustan los gatos (G) y los perros (P). Determina el porcentaje de personas que prefieren por lo menos una de las dos mascotas.
28	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	intEA(24)	Puede quedar así: En la siguiente tabla se muestra el número de personas que les gustan los gatos (G) y los perros (P). Determina el porcentaje de personas que prefieren los 2 animales.
29	Razonamiento estadístico y probabilístico	Frecuencias e información gráfica	intEA(23)	Puede quedar así: En una vinoteca se tienen diferentes tamaños de botellas. Si un revendedor compra todas las botellas cuya cantidad sea menor a 9 litros a un precio de 15 pesos c/u, de acuerdo con la siguiente tabla ¿Cuánto ganó la vinoteca?
30	Razonamiento estadístico y probabilístico	Medidas descriptivas	TecPAA(71)	Puede decir así: La siguiente tabla muestra la preferencia de personas para 7 lugares turísticos alrededor de México, ¿Cuál es el valor que falta en el destino de Real de 14 para que la moda sea 5?
31	Razonamiento estadístico y probabilístico	Medidas descriptivas	TecPAA(81)	Puede decir así: En la boleta de Raymond se muestran las siguientes calificaciones, ¿Qué calificaciones debe de tener en Física y Matemáticas para que su promedio sea de 9.4?
32	Razonamiento estadístico y probabilístico	Medidas descriptivas	intEA(34)	Puede decir así: Para aprobar la materia de estadística, el porcentaje de exámenes es del 80% y el resto de las tareas. Si cumplió con la mitad de las tareas y las calificaciones que obtuvo en los exámenes fueron un 50, 70 y 90,

				¿Cuánto debe sacar por lo menos en el último examen (x) para pasar (el pase es 70)?
33	Razonamiento estadístico y probabilístico	Medidas descriptivas	intEA(35)	Puede decir así: Dos grupos compiten en una carrera. Si en el primer grupo, las edades de los competidores son de 20, 16 y 18 años y para el segundo grupo, las edades son de 17 y x años ¿Cuál es el valor de x , dado que las medias de las edades de ambos equipos son iguales?
34	Razonamiento estadístico y probabilístico	Nociones de probabilidad	ProbPRM(53)	Puede escribirse así: Si dentro de un recipiente de dulces para Halloween, se sabe que hay 20 dulces picantes, 14 paletas, 36 chicles, 30 bolsas de gomitas. ¿Cuál es la probabilidad de extraer una paleta del recipiente?
35	Razonamiento estadístico y probabilístico	Nociones de probabilidad	intEA(29)	Puede escribirse así: Laura está haciendo canastas para sus amigos, con diferentes tipos de chocolates (c), de dulces (d) y de gomitas (g). Determine la ecuación que calcule el número de arreglos que se pueden formar en el mismo orden que los tiene Laura.

APÉNDICE F

TIEMPOS OBTENIDOS DE LOS PROBLEMAS CONTESTADOS POR PARTE DE LOS ESTUDIANTES

Tabla F.1. Tiempos de los problemas contestados de manera correcta.

#	Tiempos obtenidos
1	[8,25,48,77,112,136,168,503]
2	[18,33,33,34,50,64,68,88,133,165,266,285]
3	[26,43,66,77,77,98,114,139,142,178]
4	[16,18,20,21,22,24,25,29,29,30,32,34,38,40,42,46,47,50,72,95]
5	[13,21,21,33,49,51,85]
6	[36,48,62,70,70,76,77,184]
7	[25,34,34,38,43,54,73,92,102,105,116,152,154,158,158,162,181,226,231,246,295,296,311,317,343]
8	[4,17,21,21,25,31,38,47,52,56,58,60,69,69,73,100,241]
9	[1,5,5,7,11,12,13,13,17,17,18,21,22,23,24,25,25,28,37,38,50,77,97]
10	[24,48,57,59,60,63,63,77,81,103,116,116,121,158]
11	[6,10,20,21,23,25,29,30,35,42,47,63,76,168,173]
12	[2,7,12,14,22,24,26,30,37,40,46,61,62,67,76,79,80,92,127,131,142,149,184,235]
13	[17,18,20,31,32,33,40,58,69,83,86,100,103,147,173,241,301,561]
14	[6,16,24,69,69,71,88,90,217,394,527]
15	[40,55,58,61,62,78,144]
16	[5,10,12,17,24,26,34,34,47,48,80,82,84,123,156]
17	[2,19,43,97,114,131]
18	[7,8,12,12,13,13,14,16,16,17,19,19,19,21,24,24,24,26,27,28,29,32,36,38,67,104]
19	[4,10,14,34,34,38,38,42,46,47,48,52,58,62,71,108,110,121,123,136,147,178,213]
20	[11,12,12,15,15,16,16,17,18,18,19,25,27,29,30,36,44,46,48,56,60,109,138]
21	[1,2,8,9,10,15,15,21,26,27,31,31,36,39,48,56,57,60,83,87,93,103,107,129,184,301]
22	[12,13,14,14,15,16,17,19,19,20,21,21,21,22,24,28,28,28,31,33,40,44,51,51,51,56,58,59,63,66,73,82,84]
23	[29,43,45,68,80,80,84,84,88,89,91,99,100,109,147,174,191,209]
24	[9,27,36,40,41,55,61,73,80,99,100,107,109,111,113,114,116,119,123,135,136,137,145,151,164,174,356,410]
25	[1,19,21,31,52,55,80,100,109,633]
26	[9,11,22,26,26,35,35,38,40,41,43,73,75,103,153,174,206,257,266]
27	[13,22,30,34,58,73,134]
28	[5,13,23,26,91,98]
29	[9,67,71,84,98,128,289]
30	[23,41,42,50,62,91,123,127]
31	[16,24,33,38,39,45,51,52,53,54,59,83,96,105,126,134]

32	[19,24,28,32,38,45,56,63,66,92,102,109,110,115,119,125,130,134,134,155,161,181,564,690]
33	[7,9,12,13,13,13,13,14,15,15,20,21,22,23,24,28,30,33,35,37,43,43,44,45,51,56,59,61,64,69,85,107,285]
34	[24,31,33,229,387]
35	[10,27,31,31,34,37,40,45,50,50,51,54,56,57,62,63,63,68,71,77,77,99,104,109,122,123,143]
36	[1,4,11,12,12,12,14,14,29,30,31,36,44,59,62,62,77,80,92,121,145,180,331,332]
37	[7,8,12,32,44,55,165]
38	[21,26,27,33,44,46,70,164,1665]
39	[1,37,43,63,66,66,72,168]
40	[20,37,42,45,50,57,61,64,108,108,139,146,167,177,224,255,562]
41	[20,28,30,34,36,43,43,49,58,59,62,65,68,72,81,82,91,97,159,267]
42	[10,17,18,19,20,23,33,43,50,51,54,59,105,114,190,267]
43	[18,24,25,34,43,45,51,55,58,61,68,74,96,112,113,123,126,128,255]
44	[15,15,17,18,21,25,25,25,27,30,33,37,41,42,45,53,57,64,67,78,87,101,115,265]
45	[11,14,16,17,18,19,20,21,26,30,32,33,37,38,45,46,46,51,55,58,73,114,125]
46	[68,68,75,79,105,123,132,327]
47	[4,5,6,7,7,8,9,10,11,13,14,14,14,14,15,15,16,16,22,30,33,36,39,48,48,68,153]
48	[1,7]
49	[32,48,71]
50	[41,46,60,63,92,131,183]
51	[10,11,13,17,18,19,19,20,23,23,24,26,27,28,28,30,31,31,32,33,35,36,43,43,44,53,59,59,74,80,87,94,121]
52	[8,9,12,16,17,22,23,274]
53	[8,14,16,21,22,30,33,35,36,37,38,40,41,42,43,46,49,54,56,62,63,65,68,70,71,72,88,90,92,93,122,125,567]
54	[19,28,43,47,59,79,84,108,184]
55	[5,13,15,17,31,32]
56	[7,19,20,23,42,63,92]
57	[1,3,25,30,32,44,47,70,72,73,81,82,87,131,149,214]
58	[1,4,16,20,22,28,33,36,47,54,66,74,79,99,174]
59	[2,9,13,20,20,29,31,38,39,46,59,67,81,239]
60	[1,13,18,37,45,60,61,96,113,123,178,255]
61	[16]
62	[13,13,22,23,33,43,43,69]
63	[24,36,37,71,128]
64	[21,22,36,39,52,53,74,77,107]
65	[20,27,28,37,52,56,56,67,83,87,88,97,131]
66	[12,26,26,28,30,31,34,40,43,43,43,44,45,48,48,52,56,69,75,76,97,131,195,226]
67	[17,27,37,37,40,43,47,52,65,67,71,73,74,84,92,94,123,124,124,129,139,163,336,1001]
68	[8,8,16,17,19,19,21,24,28,30,30,32,32,37,38,44,54,60,77,92,96,106,146,147,157,166]
69	[27,115,130,175,235,238,320,354,497]
70	[9,10,10,12,15,18,21,21,22,24,26,26,27,27,31,32,33,33,34,39,40,43,46,54,57,58]
71	[24,30,61,63,91,103,121,124,296]
72	[5,10,11,17,21,28,29,35,39,39,49,58,60,79,82,156,203]
73	[14,15,22,26,26,26,27,28,29,30,30,30,32,37,40,44,45,47,48,61,76,108,122,145,180,192,224,580]
74	[13,23,29,64,93,255]
75	[43,48,76,124,130,136,141,147,188,218,358,964]
76	[17,26,29,34,44,46,46,108,179]
77	[8,10,13,15,18,20,23,30,31,31,32,32,37,38,40,41,46,49,56,57,62,72,81,86,94,122]
78	[6,13,23,24,26,31,36,36,38,45,47,48,48,60,63,96,100,111,132,137,144,166,186,824]
79	[22,22,28,34,45,47,69,70,73,97,106,110]
80	[31,37,44,55,83,104,111,154,300]
81	[19,21,24,31,34,37,41,42,42,43,44,46,47,56,56,61,62,74,79,81,88,91,109,122,157,173,691]
82	[12,17,21,21,23,25,41,65,215,300]
83	[13,18,22,23,27,28,29,37,42,45,48,49,69,75,104,118,220,267,459,575]
84	[3,38,42,52,56,64,73,87,89,92,96,104,119,123,169,194,215,226,247,277,290,290,387]
85	[21,40,53,58,63,72,75,80,81,84,92,94,100,117,132,204,290]
86	[5,26,35,44,44,46,47,48,54,56,65,69,75,81,124,208]
87	[12,24,26,30,36,36,38,46,46,48,51,59,151]
88	[2,8,12,13,16,21,23,26,28,30,30,31,34,42,44,49,53,55,63,67,80,128]

89	[2,9,12,16,19,19,26,27,28,30,32,34,36,42,43,45,53,56,66,67,77,87,100,106,111]
90	[1,17,20,21,27,38,38,39,40,45,45,53,58,61,71,74,84,124,134,153,159,277]
91	[42,48,53,54,55,75,86,87,91,101,118,137,162,172,185]
92	[13,16,17,49,49,50,50,57,62,71,75,79,93,100,130,145,145]
93	[48,71,98,106,116,123,136,166,178,206,807]
94	[22,29,33,36,39,42,45,51,58,62,72,86,96,104,117,120,122,122,136,155,299,369]
95	[8,36,41,50,53,58,62,72,75,76,78,88,100,110,116,122,181,187,204,349]
96	[8,8,9,55,123,157,236,292,298]
97	[3,8,33,39,51,67,75,83,88,98,165,200,208,211]
98	[8,23,25,27,28,30,32,37,41,41,42,57,59,71,86,87,89,106,141,170,172,215,260]
99	[20,22,27,29,36,44,70,76,99,117,126,170]
100	[19,32,73,145,162,169,180,237,256,336]
101	[1,20,21,35,49,58,88,158,210]
102	[5,11,24,42,43,64,67,110]
103	[16,28,32,46,50,74,92]
104	[21,48,94,368]
105	[1,3,6,26,48,90,116,291]
106	[40,44,84,112,125,128,137,143,145,159,169,174,185,212]
107	[8,28,39,41,41,43,59,73,92,106,110,134,199,328]
108	[2,3,8,14,15,23,31,57,110,116,131,373]
109	[19,21,27,45,58]
110	[41,42,108]
111	[4,5,6,8,9,10,11,13,15,22,22,31,41,65]
112	[1,7,25,36,40,55,56,57,60,142]
113	[3,47,92,132,137,137,179]
114	[4,46]
115	[7,9,63,73,146]
116	[8,9,11,12,13,20,33,396]
117	[7,8,14,21,30,31,54,59,76,83,132,217,440]
118	[2,3,5,5,6,6,10,12,17,18,18,20,25,26,66,76,95,105,193]
119	[6,9,12,16,21,31,42,64,76,87,108]
120	[2,6,9,14,14,23,25,80]
121	[56,59,90,118,120,140,214]
122	[28,30,34,36,57,62,67,109,115]
123	[20,26,46,52,57,58,87,88,101,166]
124	[17,19,19,62,78,81,86,90,95,96,96,98,145]
125	[12,13,29,64]
126	[2,16,16,26,31,40,51,94]
127	[6,6,7,7,9,13,16,19,21,28,30,31,45,59,61,138]
128	[3,6,40,65,69,74,100,118,125,145,180,210,226,293,323]
129	[17,36,36,37,39,71,74,110,124,125,154,267,295]
130	[70,79,105,105,111,111,213,1168]
131	[29,39,40,40,47,61,65,66,75,76,80,89,104,113,328]
132	[4,8,9,12,12,16,18,25,29,31,51,52,89,103]
133	[9,9,15,17,28,28,36,40,44,45,46,49,58,61,66,72,82,86,98,141,144,240,268,286]
134	[1,10,16,21,21,30,32,34,35,35,61,67,82,93,99,103,103,107,108,120,132,137]
135	[26,27,31,38,39,55,58,71,82,84,89,93,101,107,138,145,160,193,259,273,285,431]
136	[4,6,11,13,15,17,18,19,20,21,21,23,25,27,29,34,34,35,39,43,44,45,50,66,79,88,95,113]
137	[81,144,805]
138	[4,11,13,17,25,27,31,36,42,45,50,50,51,60,66,84,105,167,173,178,199,246,268,292]
139	[23,40,42,42,46,51,70,79,91,115,135,147,200,244,324,406]
140	[11,22,54,57,79,111,119,128,157,187,188,239,261,276,414]
141	[10,13,14,19,20,20,21,26,34,37,38,50,51,55,55,60,108]
142	[42,82,93,121,136,142]
143	[10,22,28,30,31,33,35,37,37,41,45,45,49,54,66,69,78,79,80,84,99,155,162,273]
144	[14,15,20,26,27,28,29,30,31,32,32,33,35,38,38,42,42,45,49,51,53,66,68,70,74,78,88]
145	[10,11,28,28,60,68,112]

146	[13,13,27,30,33,35,38,41,48,52,56,63,64,68,73,80,82,91,94,96,116,144,203]
147	[26,43,56]
148	[25,34,37,84,85]
149	[31,31,41,45,46,47,54,62,66,68,73,76,90,100,101,115,160,243]
150	[20,21,23,29,36,52,57]
151	[15,21,32,43,43,68,73,77,108,218]
152	[10,16,18,22,24,32,36,40,41,42,43,44,49,61,67,82,101,102,144]
153	[8,16,22,29,96,121]
154	[16,20,26,29,31,33,38,38,40,43,43,47,48,55,60,61,74,75,106,214]
155	[10,12,14,29,33,35,37,38,47,48,50,73,87,154]
156	[16,28,33,37,37,49,66,108,135,156,185,192]
157	[0]
158	[23,31,34,35,47,56,62,66,67,79,80,80,106,106]
159	[40,59]
160	[20,20,33,43,44,45,48,52,66]
161	[17,28,30,34,51,59,62,71,76,77,83,104,104,110,112]
162	[29,33,36,42,43,48,55,70,71,92,126,133]
163	[15,22,24,31,32,34,37,43,47,55,58,58,67,76,87,92,104,137,192,455]
164	[9,9,10,11,11,12,13,13,17,19,19,19,20,23,23,23,23,24,25,28,31,38,41,42,55,123,319]
165	[19,20,21,30,30,35,37,40,40,43,48,50,52,57,80,98,104,113,211,214]
166	[7,8,9,9,11,12,12,13,13,14,15,15,16,19,20,21,24,26,34,39,42,50,56,56,99,100,112,120,145]
167	[4,5,10,12,21,25,29,33,34,40,48,55,56,69,70,99,105,112,173,312]
168	[8,8,11,11,13,16,17,19,20,22,24,24,33,38,45,54,64,75,110,120,148]
169	[8,9,12,12,13,13,15,16,19,20,21,21,22,22,23,23,27,28,29,31,32,33,33,35,36,43,44,46,72,123,164]
170	[10,11,12,15,15,16,16,17,19,20,21,21,24,24,24,25,30,31,33,42,43,50,57,57,80,87,94]
171	[3,18,20,35,39,39,48,52,84,85,88,98,202]
172	[8,13,15,15,23,27,30,32,36,38,40,40,40,55,55,58,61,67,71,72,75,82,83,120,121,173,186,187,194]
173	[7,9,14,16,17,18,21,22,23,26,27,28,30,31,34,37,38,39,43,47,53,54,64,66,70,116,128,137]
174	[4,22,28,61,63,68,102,135]
175	[14,17,22,39,41,42,43,46,56,60,70,74,74,83,105,109,112,120,121,121,121,123,161,285]
176	[14,15,25,26,39,47,48,61,68,71,72,81,85,94,110,121,129,156,171,179,190,222,239]
177	[8,15,15,18,20,21,22,22,22,22,28,35,36,38,40,44,44,46,50,52,54,56,68,78,92,122,213,290]
178	[28,54,57,58,58,59,60,63,65,65,73,78,79,87,91,94,95,100,100,101,104,114,123,132,154,162,172]
179	[8,18,21,32,40,66,78,94,104,112,135,138,141,148,150,190,382]
180	[6,23,36,156,186,187]
181	[476,947]
182	[14,19,24,26,29,32,52,67,70,77,82,114,127,131,216,268,486]
183	[1,23,37,41,52,58,67,71,76,78,79,94,112,198,200,256,282,486]
184	[2,41,48,71,117]
185	[28,35,40,44,58,61,65,68,84,108,1271]
186	[15,15,50,58,289]
187	[2,3,7,14,28,92,96,113,114,147,160,188,251]
188	[40,42,56,77,78,167,238,264]
189	[1,11,13,15,23,24,29,39,51,64,119,161,198]
190	[4,5,13,23,28,41,98,201,250,354]
191	[1,1,1,2,3,4,4,13,15,18,30,37,38,69,75,89,115,148,195,201,241]
192	[34,40,49,65,78,87,90,96,102,105,108,140]
193	[12,13,15,25,30,32,77,79,111,159,217,232,479]
194	[1,1,2,11,19,22,23,28,29,33,62]
195	[1,6,9,11,12,23,34,40,62,66,82,119,161,188,244]
196	[1,4,12,18,20,28,32,50,63,91,95]
197	[15,28,31,36,37,41,74,76,205]
198	[6,31,41,53,64,103,110]
199	[2,3,4,14,17,31,40,45,45,53]
200	[2,19,52,103,162,177]
201	[1,1,1,5,9,10,10,14,19,31,42,57,113]
202	[1,2,3,7,17,18,23,26,26,30,36,43,49,49,53,57,69,104,121,150]

203	[12,13,15,15,15,16,16,16,17,17,18,22,22,31,36,38,39,40,41,51,54,55,62,64,73]
204	[6,7,10,13,13,17,18,20,21,22,23,34,35,36,37,40,54,158]
205	[9,9,10,11,11,11,12,12,12,13,15,17,20,30,32,34,34,36,37,37,43,57,63,67,77]
206	[33]
207	[1,6,55,80,82,100,105,112,176,202,216,220]
208	[70,74,81,155,213]
209	[14,37,39,47,49]
210	[7,11,12,12,14,15,15,16,17,17,19,19,19,20,20,21,21,21,21,22,22,23,24,29,42,146]
211	[44,51,57,59,66,66,70,80,130,131,199,212,235]
212	[16,62,242]
213	[70,78,90,108,111,122,140,152,208,213,234,260,406]
214	[11,19,21,29,30,77,107,126,185,215]
215	[19,21,22,25,31,37,56,92,702]
216	[9,19,28,47,59,64,90,113,154,221,299,391]
217	[20,20,39,45,50,50,52,70,71,79,82,91,863]
218	[32,38,54,78,106,126,129,239,417]
219	[8,12,13,14,16,16,23,33,34,44,46,55,83,111]
220	[37,44,66,214]
221	[15,15,16,16,21,22,24,31,31,33,34,35,36,36,43,46,49,49,50,62,83,99,100]
222	[16,17,20,20,22,25,26,31,32,36,46,70,97,114]
223	[22,23,47,112]
224	[11,24,46,68,79,123,150,664]
225	[9,21,46,52]
226	[6,29,34,38,51,63,73,91,102,103,121,132,136,166,245,342,360,436]
227	[15,35,35,39,66,67,68]
228	[5,37,78,82,160]
229	[22,35,62]
230	[25,26,28,34,34,39,52,54,57,70,84,93,96,171]
231	[19,28,52,85,125]

Tabla F.2. Tiempos de los problemas contestados de manera incorrecta

#	Tiempos obtenidos
1	[1,9,10,17,20,24,27,31,36,45,45,63,64,70,75,88,91,94,95,106,108,135,140,158,161,186,234]
2	[1,3,7,8,8,11,12,28,28,29,44,51,55,57,59,60,60,61,91,92,116,182,242]
3	[13,16,18,20,24,42,42,45,49,60,65,72,79,89,108,127,141]
4	[17,17,30,33,40,43,53]
5	[23,25,37,45,45,45,47,49,51,54,67,77,93,102,110,114,116,126,146,367]
6	[29,29,31,32,35,40,47,49,50,53,59,68,69,74,87,94,95,98,122]
7	[11,30,47,65,75,91,101,118,165,171,334]
8	[3,5,7,18,22,27,33,35,37,38,40,45,51,57,63,88,88,94,143,210,226]
9	[8,19,24,32,39,43,69,78,82,86,266]
10	[40,40,43,47,50,56,59,71,93,105,109,121,202]
11	[4,9,11,14,17,21,22,26,26,33,33,38,52,71,77,89,90,95,100,123]
12	[6,11,11,23,42,49,56,58,123,323]
13	[4,19,22,24,34,35,42,46,57,64,76,107,110,114,117,163,222,302]
14	[3,31,35,40,41,49,51,52,54,63,65,67,73,88,97,98,111,134,137,146,156,173,241,317,352]
15	[1,1,4,4,14,16,16,26,38,41,42,48,55,61,64,65,76,84,87,95,96,102,113,116,124,145,151,167,362]
16	[3,4,9,19,19,23,23,24,26,27,30,31,34,35,44,48,53,76,82]
17	[1,1,7,8,13,16,19,21,27,28,31,31,32,35,36,38,41,41,45,58,64,76,82,92,99,103,116,130,181,192]
18	[41]
19	[15,26,33,42,45,51,51,70,84,106,132,183,278]
20	[16,16,19,21,25,31,33,34,47,59,66,77]
21	[15,33,46,51,78,78,80,80,96,133]
22	[9,13,19,31,45]
23	[7,11,42,52,53,60,74,84,88,90,91,98,128,128,135,148,162,172,180,246,355]

24	[2,23,50,69,93,102,116,124,128,136,225]
25	[9,19,24,28,31,34,45,45,46,55,64,65,67,69,70,72,77,79,94,98,106,110,111,125,219,316,411]
26	[4,21,22,28,36,37,38,45,47,49,52,64,65,66,80,92,102,135,163]
27	[2,13,17,20,25,28,32,35,38,40,41,41,42,47,49,50,51,54,59,59,59,63,67,82,95,98,120,175,176,363,734]
28	[6,17,17,23,23,27,30,33,34,38,41,50,52,56,57,59,61,63,66,67,70,70,73,80,90,99,106,154,156,206,206,288,627]
29	[4,8,10,13,15,15,17,20,28,43,45,45,52,56,60,67,70,76,79,80,88,96,97,100,109,120,150,155,186,212,274]
30	[1,4,9,12,13,14,20,20,21,22,22,42,43,45,48,50,51,52,54,55,59,60,61,67,68,85,86,108,181,222]
31	[11,19,20,26,28,29,34,37,41,46,47,53,55,55,60,71,83,86,96,114,172,194]
32	[4,4,9,30,74,78,82,93,103,104,115,163,222,243]
33	[4,16,20,28,38,55]
34	[4,10,18,19,22,26,27,35,40,43,49,58,70,93,94,123,139,148,151,173,177,196,201,233,235,245,245,251,303,455,484,503,634,1114]
35	[9,13,19,25,33,42,60,78,86,104,464]
36	[2,7,16,20,27,35,37,37,52,55,64,88,135,161]
37	[4,7,10,11,13,15,18,23,25,27,28,32,34,35,38,40,44,44,45,48,81,93,94,100,103,105,115,163,170,226,346]
38	[1,6,9,10,14,14,16,28,29,30,32,32,38,40,41,57,59,73,75,82,94,95,102,102,125,155,170,174,181]
39	[13,16,17,20,24,24,30,34,35,43,51,73,76,97,124,138,148,180,186]
40	[27,34,35,40,40,46,53,62,221,223]
41	[18,27,37,59,62,88,100]
42	[24,33,51,59,61,75,89,123,147,308,359]
43	[21,25,28,43,66,150]
44	[19,22,34,59]
45	[44,45,105]
46	[27,36,44,49,55,66,69,76,82,91,99,107,124,147,215,249]
47	[45]
48	[5,10,12,12,14,14,15,17,21,21,24,25,25,31,32,34,48,52,55,57,62,101,112,137,183]
49	[31,35,40,41,42,44,46,46,46,57,57,58,59,59,60,63,77,85,86,89,162,192,208]
50	[16,16,29,42,43,46,46,53,65,67,70,73,79,125,129,132,150,155]
51	[1,27,49,55,74,96]
52	[1,5,9,10,11,14,14,14,14,15,20,20,22,23,25,25,28,29,30,35,35,38,48,55,59,60,65,79,84,98,115]
53	[70,72,74,140,164,243]
54	[8,19,24,39,46,48,51,53,53,57,62,62,64,65,65,67,68,76,82,97,98,125,128,133,134,149,183,186,246,613]
55	[3,4,8,10,10,12,13,15,16,17,18,19,23,27,28,29,31,34,34,35,36,40,40,41,46,47,85,88,94,160,231,278]
56	[2,7,10,12,12,13,13,14,14,17,18,21,22,24,25,27,29,33,35,40,41,48,53,54,59,81,81,144,216,247,397]
57	[2,10,18,18,24,27,29,30,35,37,43,46,56,62,64,83,85,156,158,162,175,339]
58	[1,1,11,12,24,25,29,40,43,44,45,56,61,65,71,77,77,79,82,131,144,203,236,254]
59	[2,8,11,15,16,17,24,26,27,28,32,35,37,40,44,56,57,68,71,80,85,218,271]
60	[1,1,5,7,10,11,16,29,36,43,53,58,61,67,70,71,72,77,79,98,102,120,138,162,172,333,559]
61	[11,11,11,13,14,15,23,29,30,32,34,36,38,43,45,49,56,57,68,72,74,75,78,105,109]
62	[11,12,13,14,18,18,22,22,23,24,30,34,37,46,62,74,124,131,148]
63	[12,14,17,18,19,20,21,22,26,27,28,36,38,42,42,42,62,62,62,72,75,99]
64	[9,18,19,29,31,35,38,39,41,46,58,67,70,70,76,78,89,106]
65	[18,30,32,42,48,56,67,73,90,114,114,130,153,171]
66	[27,27,42,83]
67	[20,22,87,92,95]
68	[25,28,50,87]
69	[1,29,40,51,67,71,84,95,110,137,139,139,150,156,156,162,220,224,244,828]
70	[25,29,31,42,43]
71	[31,32,34,35,38,42,53,64,81,93,93,93,102,108,109,112,121,165,193,432]
72	[8,17,24,50,52,54,67,68,167,442]
73	[103]
74	[9,19,23,25,27,31,38,41,46,49,55,56,58,65,72,76,88,123,130,131,142,260,296]
75	[15,38,54,55,56,59,85,87,118,118,166,171,174,190,214,299]
76	[3,6,10,11,13,24,24,24,30,34,42,63,67,80,87,88,118,122,183,272]
77	[2,18,109]
78	[2,30,34,56,73,74]
79	[2,4,14,18,26,31,33,34,36,53,60,86,88,115,141,192,247]

80	[4,8,8,9,9,14,19,27,34,35,49,52,70,79,86,93,98,134,338]
81	[36,206,252]
82	[15,20,26,28,28,31,34,39,40,40,50,53,61,68,119,124,129,137,153]
83	[11,27,30,34,43,58,92,138]
84	[66,97,114,120,123,219]
85	[1,1,1,20,21,25,25,41,41,44,50,52,64,70,99,101,109,132,166]
86	[5,16,28,45,45,61,64,83,106,106,202,591]
87	[6,7,23,28,30,48,53,77,83,93,104,115,122,155,306]
88	[2,8,9,46,60,78,316]
89	[3,23,73,97]
90	[7,12,14,15,16,51,55]
91	[17,51,73,73,73,76,80,86,92,93,95,109,110,111,117,125,136,226]
92	[27,30,43,55,56,62,66,83,87,88,169]
93	[9,10,20,23,36,40,44,58,65,69,71,81,93,106,116,318,384]
94	[23,58,61,69,174]
95	[3,27,29,32,51,117,288,307]
96	[5,15,20,23,23,29,32,33,33,33,34,40,45,58,59,59,66,93,100,123]
97	[1,1,9,21,23,27,31,45,50,63,94,104,106,280]
98	[8,22,55,63,65,70]
99	[1,3,17,21,25,28,51,51,58,76,97,100,145,169,360,465]
100	[16,32,34,65,69,72,96,98,104,119,120,122,136,154,170,273,370,399]
101	[1,1,2,6,8,11,22,27,32,45,46,52,66,70,72,78,82,96,99,102,107,151,160,164,172,387]
102	[1,2,2,5,11,18,18,21,24,26,27,30,30,35,39,41,47,58,59,72,72,72,76,103,104,120,139]
103	[1,1,5,5,6,6,8,10,11,14,15,15,23,24,27,32,37,38,40,43,43,48,78,80,89,106]
104	[17,19,22,24,27,28,33,57,59,61,63,66,69,78,110,115,121,121,122,169,172,198,322,347]
105	[1,1,1,4,9,9,10,10,12,13,15,16,17,21,26,27,28,32,33,35,39,46,53,54,56,66,67]
106	[64,69,83,99,108,129,138,166,170,230,278,367,382,414]
107	[18,26,28,32,38,43,58,60,62,65,76,86,103,110,226]
108	[1,2,2,14,18,18,47,63,70,92,95,135,150,216]
109	[3,24,27,28,34,36,37,48,94,97,105,110]
110	[1,18,18,25,26,44,64,71,95,114,142,192,198,200,245,277,546,775]
111	[5,6,8,17,30]
112	[6,24,25,46,48,50,51,63,98]
113	[39,40,52,60,67,84,94,108,134,165,179]
114	[9,14,18,18,20,24,25,26,34,40,51,51,58,68,86,94,134,208]
115	[6,8,8,10,12,19,21,23,35,46,57,58,78,101,109]
116	[6,8,9,11,40,42,59,74,89,157,158]
117	[10,14,14,14,23,24,49]
118	[4,6]
119	[8,8,8,10,11,33,136,152]
120	[2,3,15,18,20,28,30,35,40,61,480]
121	[20,43,44,46,57,59,66,80,83,150,173]
122	[20,22,29,34,37,42,44,45,62,90,580]
123	[11,12,26,34,40,47,48,74,722]
124	[21,21,24,33,48,206]
125	[8,9,10,11,12,13,13,17,26,29,34,37,48,64,96,324]
126	[6,7,13,14,16,18,23,25,50,90,107,163]
127	[2,8,13,13]
128	[29,42,98,104,246]
129	[44,50,58,125,143,482]
130	[4,14,15,16,27,33,37,38,48,57,96,166]
131	[35,40,76,183,419]
132	[12,12,14,29,48,171]
133	[5,15,27,46,50,50,55,67,100]
134	[9,13,22,33,63,135,170,193]
135	[12,20,25,36,47,49,60,63,88,117,125,352]
136	[38]

137	[17,24,30,31,39,44,51,58,72,73,80,83,94,94,105,110,121,122,136,141,154,298,355]
138	[1,10,15,17,44,50,61,102,105,130]
139	[1,3,6,18,24,28,38,42,42,46,51,53,57,80,82,96,129,197,275]
140	[34,35,42,43,56,58,58,60,73,76,131,166,179,180,213,245,259,260,330]
141	[9,14,16,17,20,21,22,27,33,49,65,137,182]
142	[14,20,25,30,32,37,38,40,44,48,54,57,60,74,80,80,81,83,93,105,113,139,175,189,219]
143	[19,27,35,79,91,112,582]
144	[17,21,36,44]
145	[5,6,6,7,9,10,11,12,12,14,18,21,28,32,32,41,47,51,53,59,67,134,165,288]
146	[33,36,49,56,60,68,88,110]
147	[19,20,23,23,25,27,31,32,32,33,34,34,37,38,39,45,47,51,53,57,66,70,73,83,85,88,111]
148	[13,14,15,21,24,25,26,27,33,34,40,41,45,46,54,54,57,61,63,75,78,81,81,90,432]
149	[27,64,67,72,82,99,122,147,155]
150	[6,9,10,11,11,12,12,13,15,15,19,20,25,26,28,31,34,52,66,117,188,193,300]
151	[8,10,10,17,18,21,22,24,25,27,28,29,29,31,38,45,48,61,61,116,133]
152	[12,17,18,19,41,44,47,54,64,65,129,160]
153	[8,9,11,13,15,19,20,21,26,28,29,33,36,38,41,45,46,51,54,70,73,91,206,450]
154	[30,35,36,46,49,62,75,102,123,140]
155	[11,13,14,17,18,22,27,29,30,35,39,50,67,79,83,196]
156	[21,23,31,33,42,43,50,55,69,87,105,106,111,128,131,158,159]
157	[8,10,12,16,26,29,30,32,33,36,40,43,57,67,71,72,128,164,222,249,395,598,652]
158	[29,32,42,58,58,60,68,74,87,95,124,150,375]
159	[11,19,21,26,33,35,36,36,42,45,50,59,64,65,70,72,77,87,95,121,123,154,182,212]
160	[12,25,28,31,31,33,34,38,39,49,51,62,68,73,93,105,169,228]
161	[23,54,59,63,85,89,91,99,106,127,243]
162	[18,29,33,34,48,56,83,83,98,104,104,113,228,274]
163	[7,11,38,41,41,50,61]
164	[11]
165	[11,23,25,45,79,139,190]
166	[18,24,41,63,66,90,160,221]
167	[4,10,15,16,21,26,27,33,36,44,49,54,83,87,109]
168	[11,15,15,18,20,21,24,29,36,40,45,48,78,109,169,199]
169	[9,18,23,46,46,141]
170	[19,21,32,37,38,45,46,59,85]
171	[11,17,27,27,28,31,35,40,41,42,47,56,58,66,75,76,89,94,95,118,162,216,238,392]
172	[4,15,19,27,27,33,40,80]
173	[1,10,11,11,14,23,53,55]
174	[1,15,16,17,17,21,34,34,34,36,39,41,50,59,67,68,76,77,82,103,121,126,132,139,143,190,234,267,487]
175	[2,31,33,34,37,40,45,66,76,87,115,129]
176	[7,16,17,20,22,24,32,40,43,93,155,162]
177	[16,23,29,30,51,59,60,117]
178	[61,114,122,137,152,178]
179	[7,11,12,15,26,33,40,44,48,49,55,56,69,81,81,83,109,124,140,149]
180	[4,11,14,15,15,15,16,30,30,34,37,44,50,56,56,57,59,62,63,97,107,134,136,183,195,255,266,272,279,312,595]
181	[11,15,22,23,25,27,29,32,34,35,45,46,51,53,53,55,56,58,65,71,73,76,83,103,135,143,348,518]
182	[7,33,34,41,41,43,47,48,49,58,105,115,124]
183	[14,16,34,49,60,67,71,85,86,86,96,159]
184	[1,5,7,8,9,10,10,11,13,13,15,16,19,21,24,27,53,54,57,72,97,270]
185	[17,21,27,31,31,32,34,38,47,47,56,58,75,86,99,103,118,126,480]
186	[6,13,13,14,16,19,21,24,27,27,29,37,38,40,42,42,47,61,67,70,74,75,79,84,172]
187	[1,1,1,2,3,5,11,11,21,29,30,32,32,34,40,50,95,118,120,122,255,488]
188	[9,18,28,31,33,33,37,47,55,59,61,65,108,113,117,126,127,139,145,147,174,295,365,409]
189	[4,4,6,12,19,23,26,28,33,34,37,61,65,67,68,95,107,188,189,341,407]
190	[4,4,4,7,10,11,12,20,26,31,33,37,62,70,87,88,107,127,145,173,185,223,277,295,488]
191	[7,13,14,16,18,22,33,60,68,81,84,122,183]
192	[7,10,11,14,14,18,21,24,30,32,49,51,52,53,60,69,73,88,121,190,250]

193	[11,12,14,17,31,40,42,45,52,52,54,55,66,88,88,100,106,113,136,144,167,187]
194	[5,6,14,15,15,16,17,18,19,19,26,26,27,35,53,53,54,81,94,447]
195	[3,4,4,5,6,18,18,18,53,58,58,59,65,74,89,92,161]
196	[1,7,16,16,17,22,27,28,28,28,37,40,74,112,113,128,130,145,177,213,260]
197	[1,1,1,3,4,9,9,9,12,12,13,15,17,20,23,31,35,40,43,43,44,53,56,57,90]
198	[1,1,3,5,7,11,11,14,15,16,16,16,18,28,28,31,37,47,51,51,59,64,88,88,90,94,94,100]
199	[1,1,1,2,2,3,4,6,8,9,11,14,17,22,23,26,26,32,49,49,56,60,77,86,112]
200	[1,1,1,3,3,4,5,6,6,7,7,13,18,22,27,27,29,34,34,35,44,47,49,59,65,111,112]
201	[1,1,1,2,2,3,4,6,7,14,17,17,25,33,40,41,60,70,71,80,105]
202	[1,1,1,2,4,4,5,7,8,10,12,21,23,38,44]
203	[19]
204	[9,9,11,14,18,18,22,29,30,41,87]
205	[9,10,30,37]
206	[1,2,15,20,22,22,25,26,32,37,40,41,45,53,60,61,66,80,85,95,109,127,191,214,250,259,408]
207	[1,1,2,9,12,13,22,28,37,40,60,122,210,216,551]
208	[15,22,30,34,37,39,41,42,43,46,46,51,52,53,53,56,56,77,118,135,137,149]
209	[7,9,13,13,14,16,17,18,20,26,33,35,35,41,44,53,58,59,60,87,99,168]
210	[9]
211	[31,31,38,44,62,70,78,85,108,132,138,159,241,278]
212	[25,28,31,31,37,39,45,65,68,69,78,80,87,92,94,100,107,107,130,135,139,151,225,271]
213	[69,101,103,104,179,213,270,278,397,536]
214	[35,37,45,58,59,81,82,87,91,117,189,246,306,320,320,340,483]
215	[5,10,10,11,12,15,21,22,24,27,28,39,42,54,55,70]
216	[19,34,34,36,39,41,45,48,49,61,103,113,116,160,336]
217	[2,3,7,7,10,10,20,25,33,36,41,44,56,76,151,212,217]
218	[9,11,16,29,37,38,46,48,50,53,60,81,114,114,128,133,316]
219	[6,6,9,15,17,18,22,25,27,29,30,31,31,32,55,56,58,69]
220	[25,39,45,46,48,50,53,62,71,81,89,101,116,142,180,259,319]
221	[15,15,29,33,35,47,47,60]
222	[10,18,22,23,30,33,49,54,61,69,70,89,123,126,138]
223	[6,8,10,11,11,12,14,15,15,18,20,23,23,23,24,26,26,27,30,33,35,40,44,59,76,159]
224	[9,22,23,23,26,27,30,30,30,33,41,42,45,51,70,74,75,110,146,172,184,190,198]
225	[6,6,7,7,7,11,13,13,15,15,15,16,16,17,17,19,20,21,22,22,36,38,49,54,54,80,169,198,663]
226	[12,14,15,27,28,37,40,41,51,59,70,89,108,112,115,141,295,572]
227	[1,3,7,11,12,13,13,18,18,18,21,28,37,41,44,50,50,55,57,59,60,60,63,71,82,89,104,124,174]
228	[4,7,9,9,11,12,16,21,23,24,27,27,35,41,46,52,52,56,58,64,76,86,102,108,109,193,207,218,826]
229	[6,8,8,9,10,10,12,15,17,19,20,20,21,21,23,24,25,25,25,30,33,33,34,35,36,47,48,56,60,64,97,28,27]
230	[11,14,19,19,19,26,27,32,38,47,74,87,95,96,104,122,185]
231	[9, 13, 14, 15, 16, 16, 17, 18, 18, 19, 19, 20, 25, 27, 30, 31, 32, 39, 50, 51, 66, 67, 69, 77, 83]

APÉNDICE G

RESULTADOS DE LA PRUEBA GRUBBS EN R

Tabla G.1. Resultados de las pruebas *Grubbs* para tres iteraciones de los tres tipos.

Problema	1-10	p-valor(10)	1-11	p-valor(11)	1-20	p-valor(20)	2-10	p-valor(10)	2-11	p-valor(11)	2-20	p-valor(20)	3-10	p-valor(10)	3-11	p-valor(11)	3-20	p-valor(20)
1-Bien	503	0.0023	8, 503	0.282 4	168, 503	0.0082	136	0.43 66	8, 136	0.7617	112, 136	0.3162						
1-Mal	234	0.0780	1, 234	1.000 0	186, 234	0.0705												
2-Bien	285	0.1758	18, 285	1.000 0	266, 285	0.0144	165	0.10 7	18, 165	0.7807	133, 165	0.2468						
2-Mal	242	0.0027	1, 242	0.433 8	182, 242	0.0000	116	0.15 17			92, 116	0.1632						
3-Bien	178	0.3167	26, 178	0.533 4	142, 178	0.4234												
3-Mal	141	0.2227	13, 141	1.000 0	127, 141	0.1068												
4-Bien	95	0.0041	16, 95	0.264 3	72, 95	0.0000	50	0.59 07	16, 50	1.0000	47, 50	0.4826						
4-Mal	53	0.3960	17, 53	0.824 0	43, 53	0.5253												
5-Bien	85	0.8976	13, 85	0.408 9	51, 85	0.1908												
5-Mal	367	0.0000	23, 367	0.034 1	146, 367	0.0000	126	0.66 88	23, 126	1.0000	116, 126	0.5706						
6-Bien	184	0.0013	36, 184	0.122 8	77, 184	0.0126	36	0.20 86	36, 76	0.6588	36, 48	0.0878						
6-Mal	122	0.1760	29, 122	1.000 0	98, 122	0.2581												
7-Bien	343	0.7471	25, 343	1.000 0	317, 343	0.5992												
7-Mal	334	0.0093	11, 334	0.159 7	171, 334	0.0246	165	0.17 72	11, 165	0.2622	118, 165	0.2687						
8-Bien	241	0.0000	4, 241	0.024 8	100, 241	0.0000	4	0.47 68	4, 73	1.0000	4, 17	0.5670						
8-Mal	226	0.0385	3, 226	1.000 0	210, 226	0.0000	143	0.02 39	3, 143	0.4064	94, 143	0.0398	88	0.34 21	3, 88	1. 00 00	88, 88	0.08 50
9-Bien	97	0.0035	1, 97	0.279 5	77, 97	0.0000	50	0.06 34	1, 50	0.3459	38, 50	0.0745						
9-Mal	266	0.0003	8, 266	0.133 0	86, 266	0.0000	82	0.61 50	8, 82	1.0000	78, 82	0.3741						
10-Bien	158	0.1497	24, 158	0.289 2	121, 158	0.2510												
10-Mal	202	0.0082	40, 202	0.490 3	121, 202	0.0171	109	0.38 98	40, 109	1.0000	105, 109	0.1389						
11-Bien	173	0.0656	6, 173	1.000 0	168, 173	0.0000	76	0.10 66	6, 76	0.4675	63, 76	0.0433	47	0.40 85	6, 47	0. 49 71	42, 47	0.32 56
11-Mal	123	0.2930	4, 123	1.000 0	100, 123	0.3380												
12-Bien	235	0.0446	2, 235	1.000 0	184, 235	0.0269	149	0.45 01	2, 149	1.0000	142, 149	0.2542						
12-Mal	323	0.0004	6, 323	0.324 6	123, 323	0.0000	58	0.89 12	6, 58	1.0000	56, 58	0.6498						
13-Bien	561	0.0004	17, 561	0.262 9	301, 561	0.0000	241	0.02 81	12, 241	0.8530	173, 241	0.0162	147	0.10 19	17, 14 7	1. 00 00	103, 147	0.17 51
13-Mal	302	0.0138	4, 302	0.478 7	222, 302	0.0000	163	0.15 03	4, 163	0.9002	117, 163	0.2605						

14-Bien	527	0.0417	6, 527	1.000 0	394, 527	0.0000	217	0.01 13	6,217	0.1596	90, 217	0.0591	6	0.52 35					
14-Mal	352	0.0259	3, 352	0.734 7	317, 352	0.0000	241	0.02 86	3, 241	0.2445	173, 241	0.0386	156	0.48 63	3, 15 6	1. 00 00	146, 156	0.34 30	
15-Bien	144	0.0048	40, 144	0.179 2	78, 144	0.0109	40	0.03 15	40, 62	0.5436	40, 55	0.0733	55	0.31 35					
15-Mal	362	0.0000	1, 362	0.035 5	167, 362	0.0000	151	0.58 12	1, 151	1.0000	145, 151	0.3654							
16-Bien	156	0.0672	5, 156	1.000 0	123, 156	0.0264	84	0.59 13	5, 84	1.0000	82, 4	0.3138							
16-Mal	82	0.1021	3, 82	0.767 4	76, 82	0.0139	53	0.40 82	3, 53	0.8992	48, 53	0.3213							
17-Bien	2	0.6200	2, 131	1.000 0	2, 19	0.4928													
17-Mal	192	0.0497	1, 192	1.000 0	181, 192	0.0000	130	0.20 00	1, 130	1.0000	116, 130	0.1186							
18-Bien	104	0.0000	7, 104	0.038 9	67, 104	0.0000	38	0.36 25	7, 38	1.0000	36, 38	0.2182							
18-Mal	NA	NA	NA	NA															
19-Bien	213	0.0958	4, 213	1.000 0	178, 213	0.0570													
19-Mal	278	0.0120	15, 278	0.424 2	183, 278	0.0000	132	0.12 15	15, 132	0.5300	106, 132	0.0658							
20-Bien	138	0.0019	11, 138	0.566 7	109, 138	0.0000	60	0.24 61	11, 60	1.0000	56, 60	0.1101							
20-Mal	77	0.2113	16, 77	1.000 0	66, 77	0.1291													
21-Bien	301	0.0002	1, 301	0.140 6	184, 301	0.0000	129	0.21 12	1, 129	1.0000	107, 129	0.2034							
21-Mal	133	0.1796	15, 133	0.157 2	96, 133	0.3447													
22-Bien	84	0.3340	12, 84	1.000 0	NA	NA													
22-Mal	45	0.2159	9, 45	0.561 4	31, 45	0.1524													
23-Bien	209	0.1740	29, 20	0.900 9	191, 209	0.0669													
23-Mal	355	0.0066	7, 355	0.135 0	246, 355	0.0000	7	0.73 36	7, 180	1.0000	7, 11	0.4597							
24-Bien	410	0.0018	9, 410	0.112 7	356, 410	0.0000	9	0.46 42	9, 174	1.0000	9, 27	0.4318							
24-Mal	225	0.0996	2, 225	0.125 0	136, 225	0.2926													
25-Bien	633	0.0000	1, 633	0.264 7	109, 633	0.0000	100	0.28 09	1, 100	0.5248	80, 100	0.2091							
25-Mal	411	0.0005	9, 411	0.195 2	316, 411	0.0000	219	0.00 11	9, 219	0.0417	125, 219	0.0000	9	0.80 61	9, 11 1 00 00	1. 00 00	9, 19	0.69 35	
26-Bien	266	0.2056	9, 266	1.000 0	257, 266	0.0399	206	0.07 74	9, 206	1.0000	174, 206	0.0184	153	0.00 87	9, 15 3 31 08	0. 00 00	103, 153	0.00 00	
26-Mal	163	0.0426	4, 163	0.340 5	135, 163	0.0107	102	0.28 71	4, 102	0.4756	92, 102	0.1874							
27-Bien	134	0.0401	13, 134	0.391 0	73, 134	0.0573	73	0.26 40	13, 73	0.5829	58, 73	0.1120							
27-Mal	734	0.0000	2, 734	0.009 1	NA	NA	363	0.00 00	2, 363	0.0125	176, 363	0.0000	175	0.00 13	2, 17 5 04 53	0. 00 00	120, 175	0.00 00	
28-Bien	98	0.4539	5, 98	1.000 0	91, 98	0.0232	5	0.36 89	5, 26	0.6444	5, 13	0.2164							
28-Mal	627	0.0000	6, 627	0.007 6	NA	NA	206	0.06 31	6, 206	1.0000	206, 206	0.0000	156	0.06 77	6, 15 6 0.81 38	154, 156	0.00 00		
29-Bien	289	0.0147	9, 289	0.077 8	128, 289	0.0473	9	0.05 04	9, 98	0.2409	9, 67	0.2022							
29-Mal	274	0.0139	4, 274	0.795 4	212, 274	0.0000	186	0.11 44	4, 186	1.0000	155, 186	0.0929							
30-Bien	127	0.5019	23, 127	1.000 0	123, 127	0.1655													
30-Mal	222	0.0011	1, 222	0.201 6	181, 222	0.0000	108	0.15 81	1, 108	1.0000	86, 108	0.2132							
31-Bien	134	0.2660	16, 134	1.000 0	126, 134	0.0983													
31-Mal	194	0.0219	11, 194	0.751 6	172, 194	0.0000	114	0.14 27	11, 114	0.9344	96, 114	0.1149							
32-Bien	690	0.0004	19, 690	0.323 3	564, 690	0.0000	181	0.68 90	19, 181	1.0000	161, 181	0.6545							
32-Mal	243	0.2257	4, 243	1.000 0	222, 243	0.0710													
33-Bien	285	0.0000	7, 285	0.002 9	107, 285	0.0000	85	0.11 69	7, 85	1.0000	69, 85	0.1149							
33-Mal	55	0.2194	4, 55	0.216 6	38, 55	0.2627													
34-Bien	387	0.1761	24, 387	1.000 0	229, 387	0.0016	24	0.20 36	24, 33	0.5928	NA	NA							
34-Mal	1114	0.0000	4, 1114	0.086 9	NA	NA	455	0.01 72	4, 455	0.8194	303, 455	0.0306	303	0.53 78	4, 30 3	1. 00 00	251, 303	0.61 46	
35-Bien	143	0.1682	10, 143	0.822 5	123, 143	0.1532													
35-Mal	464	0.0000	9, 464	0.233 2	104, 464	0.0000	86	0.38 21	9, 86	1.0000	78, 86	0.1729							
36-Bien	332	0.0241	1, 332	1.000 0	331, 332	0.0000	180	0.03 86	1, 180	1.0000	145, 180	0.0115	121	0.08 85	1, 12 1	1. 00 00	92, 121	0.09 15	
36-Mal	161	0.0638	2, 161	0.836 1	135, 161	0.0041	88	0.13 54	2, 88	0.4232	64, 88	0.1842							
37-Bien	165	0.0052	7, 165	0.501 8	55, 165	0.0176	55	0.39 17	7, 55	1.0000	44, 55	0.2826							

37-Mal	346	0.0003	4, 346	0.202 6	226, 346	0.0000	170	0.10 24	4, 170	1.0000	163 , 170	0.0146	115	0.51 23	4, 11 5	1. 00 00	105 , 115	0.40 36	
38-Bien	1665	0.0000	21, 1665	0.606 0	164, 1665	0.0000	70	0.06 90	21, 70	0.3802	46, 70	0.1448							
38-Mal	181	0.3864	1, 181	1.000 0	174, 181	0.1929													
39-Bien	168	0.0182	1, 168	0.020 2	72, 168	0.1006	1	0.04 93	1, 72	0.5276	1, 37	0.0796	37	0.32	37, 72	1. 00 00	37, 43	0.03 28	
39-Mal	186	0.3427	13, 186	1.000 0	180, 186	0.1281													
40-Bien	562	0.0002	20, 562	0.107 2	255, 562	0.0000	224	0.19 29	20, 224	1.0000	177 , 224	0.2251							
40-Mal	62	0.1847	27, 62	0.286 9	53 , 62	0.1530													
41-Bien	97	0.5801	20, 97	1.000 0	91, 97	0.4565													
41-Mal	100	0.4411	18, 100	0.887 8	88, 100	0.2872													
42-Bien	267	0.0066	10, 267	0.651 7	190, 267	0.0000	114	0.11 24	10, 114	1.0000	105, 114	0.0061	59	0.73 40	10, 59	1. 00 00	54, 59	0.63 69	
42-Mal	359	0.0827	24, 359	1.000 0	308, 359	0.0000	147	0.19 41	24, 147	0.6196	123 , 147	0.0883							
43-Bien	255	0.0016	18, 255	0.127 2	128, 255	0.0061	126	0.70 72	18, 126	1.0000	123 , 126	0.4406							
43-Mal	150	0.0148	21, 150	0.612 3	66, 150	0.0136	43	0.09 12	21, 43	0.3893	28 , 43	0.2403							
44-Bien	265	0.0000	15, 265	0.041 2	115, 265	0.0000	101	0.11 13	15, 101	1.0000	87 , 101	0.0603							
44-Mal	59	0.1312	19, 59	0.614 6	34 , 59	0.1224													
45-Bien	125	0.0192	11, 125	0.925 3	114, 125	0.0000	73	0.13 48	11, 73	1.0000	58 , 73	0.1867							
45-Mal	105	0.0137	44, 105	0.972 7	NA	NA													
46-Bien	327	0.0007	68, 327	0.474 1	132, 327	0.0000	123	0.17 48	68, 123	1.0000	105 , 123	0.2504							
46-Mal	249	0.0475	27, 249	0.767 4	215, 249	0.0000	147	0.18 84	27, 147	0.6461	124 , 147	0.1671							
47-Bien	153	0.0000	4, 153	0.026 4	68, 153	0.0000	48	0.20 50	4, 48	1.0000	48, 48	0.3571							
47-Mal	NA	NA	NA	NA	NA	NA													
48-Bien	NA	NA	NA	NA	NA	NA													
48-Mal	183	0.0056	5, 183	0.723 1	137, 183	0.0000	112	0.02 79	5, 112	1.0000	101 , 112	0.0000	62	0.41 02	5, 62	1. 00 00	57, 62	0.29 31	
49-Bien	71	0.4014	32, 71	0.197 2	NA	NA													
49-Mal	208	0.0246	31, 208	1.000 0	192, 208	0.0000	162	0.00 01	31, 162	0.0398	89 , 162	0.0000	86	0.31 33	31, 86	1. 00 00	85 , 86	0.09 35	
50-Bien	183	0.1020	41, 183	0.749 0	131, 183	0.0461	92	0.11 30	41, 92	0.3485	63 , 92	0.3020							
50-Mal	155	0.5535	16, 155	1.000 0	150, 155	0.3190													
51-Bien	121	0.0114	10, 121	0.817 1	NA	NA	94	0.09 63	10, 94	1.0000									
51-Mal	1	0.3218	1, 96	0.244 3	1, 27	0.3639													
52-Bien	274	0.0000	8, 274	0.662 0	23, 274	0.0000	23	0.62 54	8, 23	1.0000	22, 23	0.3672							
52-Mal	115	0.0461	1, 115	1.000 0	NA	NA	98	0.08 32	1, 98	1.0000	84 , 98	0.0409	79	0.10 14	1, 79	1. 00 00	65 , 79	0.08 53	
53-Bien	567	0.0000	8, 567	0.000 3	NA	NA	125	0.19 06	8, 125	1.0000	NA	NA							
53-Mal	243	0.1404	70, 243	0.936 6	164, 243	0.1847													
54-Bien	184	0.0258	19, 184	0.260 3	108, 184	0.0391	108	0.29 02	19, 108	0.5681	84 , 108	0.3739							
54-Mal	613	0.0000	8, 613	0.003 2	246, 613	0.0000	186	0.23 11	8, 186	1.0000	183 , 186	0.0603							
55-Bien	5	0.5196	5, 32	0.813 3	5, 13	0.7238													
55-Mal	278	0.0006	3, 278	0.485 2	NA	NA	231	0.00 00	3, 231	0.1074	NA	NA	160	0.00 02	3, 16 0	0. 10 04	94 , 160	0.00 00	
56-Bien	92	0.1186	7, 92	0.530 4	63, 92	0.0655													
56-Mal	397	0.0000	2, 397	0.163 8	NA	NA	247	0.00 15	2, 247	0.6429	216 , 247	0.0000	144	0.00 02	2, 14 4	0. 08 12	81 , 144	0.00 00	
57-Bien	214	0.0292	1, 214	0.326 5	149, 214	0.0254	131	0.15 88	1, 131	0.4256	87 , 131	0.3728							
57-Mal	339	0.0008	2, 339	0.206 3	175, 339	0.0000	162	0.23 59	2, 162	1.0000	158 , 162	0.0536							
58-Bien	174	0.0061	1, 174	0.194 3	99, 174	0.0084	99	0.25 88	1, 99	1.0000	79, 99	0.2887							
58-Mal	254	0.0750	1, 254	1.000 0	236, 254	0.0075	203	0.01 13	1, 203	0.3390	144, 203	0.0036	603 6	0.0 000	131. 0	1. 13 1	0. 41 69	82 , 131	0.18 83
59-Bien	239	0.0000	2, 239	0.075 2	81, 239	0.0000	81	0.22 03	2, 81	0.7404	67, 81	0.1796							
59-Mal	271	0.0009	2, 271	0.334 2	218, 271	0.0000	85	0.40 30	2, 85	1.0000	80, 85	0.2357							
60-Bien	255	0.0482	1, 255	0.519 9	178, 255	0.0287	123	0.49 94	1, 123	1.0000	113, 123	0.3127							

108-Bien	373	0.0005	2, 373	0.323 3	131, 373	0.0000	131	0.37 14	2, 131	1.0000	116, 131	0.2054						
108-Mal	216	0.0732	1, 216	1.000 0	150, 216	0.0773												
109-Bien	58	0.2704	19, 58	0.915 2	45, 58	0.0817												
109-Mal	110	0.6913	3, 110	1.000 0	105, 110	0.4669												
110-Bien	108	0.0124	41, 108	0.975 1	NA	NA												
110-Mal	775	0.0030	1, 775	0.448 5	546, 775	0.0000	277	0.38 26	1, 277	1.0000	245, 277	0.2870						
111-Bien	65	0.0066	4, 65	0.461 8	41, 65	0.0000	31	0.07 58	4, 31	0.7129	22, 31	0.0968						
111-Mal	30	0.1039	5, 30	0.749 0	17, 30	0.0292	17	0.05 25	5, 17	0.6334	8, 17	0.1352						
112-Bien	142	0.0106	1, 142	0.085 6	60, 142	0.0614	1	0.35 33	1, 60	1.0000	1, 7	0.1293						
112-Mal	98	0.0965	6, 98	0.077 7	63, 98	0.2160												
113-Bien	3	0.2160	3, 179	0.403 6	3, 47	0.1295												
113-Mal	179	0.3198	39, 179	1.000 0	165, 179	0.1345												
114-Bien	NA	NA	NA	NA	NA	NA												
114-Mal	208	0.0024	9, 208	0.324 0	134, 208	0.0000	94	0.19 87	9, 94	1.0000	86, 94	0.0669						
115-Bien	146	0.1741	7, 146	0.598 6	73, 146	0.3726												
115-Mal	109	0.2255	6, 109	1.000 0	101, 109	0.0633												
116-Bien	396	0.0000	8, 396	0.722 9	33, 396	0.0000	20	0.04 32	8, 20	0.2608	13, 20	0.1276	8	0.46 82	8, 13	0. 66 48	8, 9	0.28 91
116-Mal	158	0.3261	6, 158	1.000 0	157, 158	0.0395	89	0.34 85	6, 89	1.0000	74, 89	0.2604						
117-Bien	440	0.0006	7, 440	0.335 8	217, 440	0.0000	132	0.05 93	7, 132	0.6658	83, 132	0.0965						
117-Mal	49	0.0109	10, 49	0.349 8	24, 49	0.0365	24	0.48 55	10, 24	0.9755	23, 24	0.0752						
118-Bien	193	0.0014	2, 193	0.506 1	105, 193	0.0000	95	0.03 40	2, 95	1.0000	76, 95	0.0000	26	0.58 97	2, 26	1. 00 00	25, 26	0.35
118-Mal	NA	NA	NA	NA	NA	NA												
119-Bien	108	0.2551	6, 108	1.000 0	87, 108	0.2130												
119-Mal	152	0.2136	8, 152	1.000 0	136, 152	0.0000	33	0.00 03	8, 33	0.8381	11, 33	0.0000	11	0.27 84	8, 11	1. 00 00	0.05 445	10, 11
120-Bien	80	0.0013	2, 80	0.259 9	25, 80	0.0048	25	0.51 28	2, 25	0.7841	23, 25	0.2598						
120-Mal	480	0.0000	2, 480	0.286 7	61, 480	0.0000	61	0.10 99	2, 61	0.3350	40, 61	0.2021						
121-Bien	214	0.0914	56, 214	0.378 6	140, 214	0.1954												
121-Mal	173	0.0927	20, 173	0.571 7	150, 173	0.0003	20	0.21 55	20, 83	0.3609	20, 43	0.4612						
122-Bien	115	0.3123	28, 115	1.000 0	109, 115	0.0483	67	0.56 53	28, 67	1.0000	62, 67	0.4115						
122-Mal	580	0.0000	20, 580	0.322 8	90, 580	0.0000	62	0.13 61	20, 62	0.3008	45, 62	0.3306						
123-Bien	166	0.0337	20, 166	0.222 5	101, 166	0.0739	101	0.53 00	20, 101	0.9619	88, 101	0.5336						
123-Mal	722	0.0000	11, 722	0.509 2	74,	0.0000	74	0.16 15	11, 74	0.4171	48, 74	0.3661						
124-Bien	145	0.3149	17, 145	0.640 7	98, 145	0.7006												
124-Mal	206	0.0005	21, 206	0.813 4	48, 206	0.0000	48	0.08 80	21, 48	0.8202	33, 48	0.3133						
125-Bien	64	0.1057	12, 64	0.754 6	29, 64	0.0303	NA	NA	NA	NA	NA	NA						
125-Mal	324	0.0000	8, 324	0.117 9	96, 324	0.0000	64	0.04 92	8, 64	1.0000	48, 64	0.0266	48	0.12 12	8, 48	1. 00 00	37, 48	0.11 92
126-Bien	94	0.0331	2, 94	0.158 3	51, 94	0.0580	51	0.34 75	2, 51	0.2724	40, 51	0.3632						
126-Mal	163	0.0291	6, 163	1.000 0	107, 163	0.0131	90	0.00 47	6, 90	0.3998	50, 90	0.0000	25	0.52 87	6, 25	0. 92 97	23, 25	0.37 22
127-Bien	138	0.0003	6, 138	0.219 8	61, 138	0.0000	61	0.23 97	6, 61	1.0000	59, 61	0.0438	45	0.09 62	6, 45	1. 00 00	31, 45	0.16 96
127-Mal	2	0.2148	2, 13	0.846 3	2, 8	0.0092	NA	NA	NA	NA	NA	NA						
128-Bien	323	0.2800	3, 323	1.000 0	293, 323	0.1379												
128-Mal	246	0.0634	29, 246	0.425 8	104, 246	0.2314												
129-Bien	295	0.1197	17, 295	1.000 0	267, 295	0.0088	154	0.38 24	17, 154	1.0000	125, 154	0.4437						
129-Mal	482	0.0043	44, 482	0.641 8	143, 482	0.0203	143	0.44 42	44, 143	1.0000	125, 143	0.0317	58	0.42 14	44, 58	0. 15 72	NA	NA
130-Bien	1168	0.0000	70, 1168	0.613 4	213, 1168	0.0000	70	0.27 54	70, 111	1.0000	70, 79	0.0136	111	0.84 53	10, 11 1	1. 00 00	NA	NA
130-Mal	166	0.0039	4, 166	0.241 2	96, 166	0.0000	57	0.36 45	4, 57	0.5966	48, 57	0.3486						

131-Bien	328	0.0000	29, 328	0.054 7	113, 328	0.0000	113	0.35 04	29, 113	1.0000	104, 113	0.2315				
131-Mal	419	0.0557	35, 419	0.742 9	183, 419	0.0266	76	0.10 70	35, 76	0.7861	NA	NA				
132-Bien	103	0.0731	4, 103	1.000 0	89, 103	0.0011	52	0.27 40	4, 52	1.0000	51, 52	0.0334	31	0.47 60	4, 31	1. 00 00
132-Mal	171	0.0030	12, 171	0.756 1	48, 171	0.0026	29	0.05 32	12, 29	0.9347	NA	NA				
133-Bien	286	0.0664	9, 286	1.000 0	268, 286	0.0009	240	0.00 14	9, 240	0.1933	144, 240	0.0000	144	0.14 02	9, 14 4	1. 00 00
133-Mal	100	0.1438	5, 100	0.183 5	67, 100	0.2747										
134-Bien	137	1.0000	1, 137	1.000 0	132, 137	0.7071										
134-Mal	193	0.4308	9, 193	1.000 0	170, 193	0.2326										
135-Bien	431	0.0109	26, 431	0.727	285, 431	0.0121	285	0.25 28	26, 285	1.0000	273, 285	0.0816				
135-Mal	352	0.0001	12, 352	0.156 7	125, 352	0.0000	125	0.32 04	12, 125	1.0000	117, 125	0.1014				
136-Bien	113	0.0457	4, 113	1.000 0	95, 113	0.0166	88	0.05 04	4, 88	0.8391	79, 88	0.0058	66	0.06 78	4, 66	0. 43 42
136-Mal	NA	NA	NA	NA	NA	NA										
137-Bien	805	0.0751	81, 805	0.849 8	NA	NA										
137-Mal	355	0.0045	17, 355	0.370 9	298, 355	0.0000	154	0.67 59	17, 154	1.0000	141, 154	0.5830				
138-Bien	292	0.2135	4, 292	1.000 0	268, 292	0.0902										
138-Mal	130	0.3533	1, 130	1.000 0	105, 130	0.3407										
139-Bien	406	0.0427	23, 406	1.000 0	324, 406	0.0079	244	0.08 39	23, 244	1.0000	200, 244	0.0283	200	0.07 97	23, 20 0	0. 71 34
139-Mal	275	0.0038	1, 275	0.362	197, 275	0.0000	129	0.07 73	1, 129	0.6049	96, 129	0.0835				
140-Bien	414	0.0615	11, 414	0.455 2	276, 414	0.1160										
140-Mal	330	0.2458	34, 330	1.000 0	260, 330	0.3232										
141-Bien	108	0.0070	10, 108	0.220 3	60, 108	0.0291	60	1.00 00	10, 60	1.0000	55, 60	0.8459				
141-Mal	182	0.0150	9, 182	1.000 0	137, 182	0.0000	65	0.03 51	9, 65	0.4309	49, 65	0.0011	33	0.17 66	9, 33	0. 15 41
142-Bien	42	0.1958	42, 142	0.588 4	42, 82	0.2863										
142-Mal	219	0.0599	14, 219	1.000	189, 219	0.0187	175	0.03 15	14, 175	0.5180	139, 175	0.0163	139	0.12 35	14, 13 9	0. 92 05
143-Bien	273	0.0002	10, 273	0.088 0	162, 273	0.0000	169	0.04 41	10, 162	0.7188	155, 162	0.0000	99	0.32 78	NA	N A
143-Mal	582	0.0002	19, 582	0.559 0	112, 582	0.0000	91	0.46 85	19, 91	1.0000	79, 91	0.0812				0.39 44
144-Bien	88	0.2236	14, 88	1.000 0	78, 88	0.1898										
144-Mal	44	0.4732	17, 44	0.776 9	36, 44	0.2179										
145-Bien	112	0.1132	10, 112	0.673 6	68, 112	0.1707										
145-Mal	134	0.0004	5, 134	0.187 3	67, 134	0.0000	67	0.30 39	5, 67	1.0000	59, 67	0.2305				
146-Bien	203	0.0055	13, 203	0.195 2	144, 203	0.0000	144	0.08 89	13, 144	0.6719	116, 144	0.0868				
146-Mal	110	0.1470	33, 110	0.544 3	88, 110	1.0000										
147-Bien	26	0.4266	26, 56	0.146 7	NA	NA										
147-Mal	111	0.0657	19, 111	1.000 0	88, 111	0.0781										
148-Bien	85	0.6744	25, 85	1.000 0	84, 85	0.0625										
148-Mal	432	0.0000	13, 432	0.004 7	90, 432	0.0000	90	0.63 37	13, 90	1.0000	81, 90	0.5856				
149-Bien	243	0.0013	31, 243	0.202 3	160, 243	0.0000	115	0.33 33	31, 115	1.0000	101, 115	0.3379				
149-Mal	27	0.4309	27, 155	0.603 8	27, 64	0.6830										
150-Bien	57	0.3446	20, 57	1.000 0	52, 57	0.0797										
150-Mal	300	0.0015	6, 300	0.828 8	193, 300	0.0000	188	0.00 01	6, 188	0.2241	117, 188	0.0000	66	0.01 03	6, 66	0. 48 84
151-Bien	218	0.0043	15, 218	0.220 2	108, 218	0.0046	108	0.20 32	15, 108	0.5643	77, 108	0.3488				
151-Mal	133	0.0091	8, 133	0.691 8	116, 133	0.0000	61	0.28 37	8, 61	1.0000	61, 61	0.0586				
152-Bien	144	0.0258	10, 144	0.498 1	102, 144	0.0278	102	0.26 46	10, 102	1.0000	101, 102	0.0537				
152-Mal	160	0.0519	12, 160	0.860 9	129, 160	0.0000	65	0.86 07	12, 65	1.0000	64, 65	0.5690				
153-Bien	121	0.2664	8, 121	1.000 0	96, 121	0.0121	8	0.39 33	8, 29	0.2339	8, 16	0.5385				
153-Mal	450	0.0000	8, 450	0.034 3	206, 450	0.0000	91	0.07 54	8, 91	1.0000	73, 91	0.0602				
154-Bien	214	0.0000	16, 214	0.030 3	106, 214	0.0000	75	0.43 46	16, 75	1.0000	74, 75	0.1804				

APÉNDICE H

TIEMPOS OBTENIDOS SIN LOS DATOS ATÍPICOS

Tabla H.1. Tiempos que se contestaron de manera correcta sin los datos atípicos.

#	Tiempos obtenidos sin los datos atípicos
1	[8,25,48,77,112,136]
2	[18,33,33,34,50,64,68,88,133,165]
3	[26,43,66,77,77,98,114,139,142,178]
4	[16,18,20,21,22,24,25,29,29,30,32,34,38,40,42,46,47,50]
5	[13,21,21,33,49,51,85]
6	[36,48,62,70,70,76]
7	[25,34,34,38,43,54,73,92,102,105,116,152,154,158,158,162,181,226,231,246,295,296,311,317,343]
8	[4,17,21,21,25,31,38,47,52,56,58,60,69,69,73]
9	[1,5,5,7,11,12,13,13,17,17,18,21,22,23,24,25,25,28,37,38,50]
10	[24,48,57,59,60,63,63,77,81,103,116,116,121,158]
11	[6,10,20,21,23,25,29,30,35,42,47,63,76]
12	[2,7,12,14,22,24,26,30,37,40,46,61,62,67,76,79,80,92,127,131,142,149]
13	[17,18,20,31,32,33,40,58,69,83,86,100,103,147]
14	[6,16,24,69,69,71,88,90]
15	[55,58,61,62]
16	[5,10,12,17,24,26,34,34,47,48,80,82,84]
17	[2,19,43,97,114,131]
18	[7,8,12,12,13,13,14,16,16,17,19,19,19,21,24,24,24,26,27,28,29,32,36,38]
19	[4,10,14,34,34,38,38,42,46,47,48,52,58,62,71,108,110,121,123,136,147,178,213]
20	[11,12,12,15,15,16,16,17,18,18,19,25,27,29,30,36,44,46,48,56,60]
21	[1,2,8,9,10,15,15,21,26,27,31,31,36,39,48,56,57,60,83,87,93,103,107,129]
22	[12,13,14,14,15,16,17,19,19,20,21,21,22,24,28,28,28,31,33,40,44,51,51,51,56,58,59,63,66,73,82,84]
23	[29,43,45,68,80,80,84,84,88,89,91,99,100,109,147,174,191,209]
24	[9,27,36,40,41,55,61,73,80,99,100,107,109,111,113,114,116,119,123,135,136,137,145,151,164,174]
25	[1,19,21,31,52,55,80,100]
26	[9,11,22,26,26,35,35,38,40,41,43]
27	[13,22,30,34,58,73]
28	[5,13,23,26]
29	[9,67,71,84,98]
30	[23,41,42,50,62,91,123,127]
31	[16,24,33,38,39,45,51,52,53,54,59,83,96,105,126,134]
32	[19,24,28,32,38,45,56,63,66,92,102,109,110,115,119,125,130,134,134,155,161,181]

33	[7,9,12,13,13,13,13,14,15,15,20,21,22,23,24,28,30,33,35,37,43,43,44,45,51,56,59,61,64,69,85]
34	[24,31,33]
35	[10,27,31,31,34,37,40,45,50,50,51,54,56,57,62,63,63,68,71,77,77,99,104,109,122,123,143]
36	[1,4,11,12,12,12,14,14,29,30,31,36,44,59,62,62,77,80,92,121]
37	[7,8,12,32,44,55]
38	[21,26,27,33,44,46,70]
39	[63,66,66,72]
40	[20,37,42,45,50,57,61,64,108,108,139,146,167,177,224]
41	[20,28,30,34,36,43,43,49,58,59,62,65,68,72,81,82,91,97,159,267]
42	[10,17,18,19,20,23,33,43,50,51,54,59]
43	[18,24,25,34,43,45,51,55,58,61,68,74,96,112,113,123,126]
44	[15,15,17,18,21,25,25,25,27,30,33,37,41,42,45,53,57,64,67,78,87,101]
45	[11,14,16,17,18,19,20,21,26,30,32,33,37,38,45,46,46,51,55,58,73]
46	[68,68,75,79,105,123]
47	[4,5,6,7,7,8,9,10,11,13,14,14,14,14,15,15,16,16,22,30,33,36,39,48,48]
48	[1,7]
49	[32,48,71]
50	[41,46,60,63,92]
51	[10,11,13,17,18,19,19,20,23,23,24,26,27,28,28,30,31,31,32,33,35,36,43,43,44,53,59,59,74,80,87,94]
52	[8,9,12,16,17,22,23]
53	[8,14,16,21,22,30,33,35,36,37,38,40,41,42,43,46,49,54,56,62,63,65,68,70,71,72,88,90,92,93,122,125]
54	[19,28,43,47,59,79,84,108]
55	[5,13,15,17,31,32]
56	[7,19,20,23,42,63,92]
57	[1,3,25,30,32,44,47,70,72,73,81,82,87,131]
58	[1,4,16,20,22,28,33,36,47,54,66,74,79,99]
59	[2,9,13,20,20,29,31,38,39,46,59,67,81]
60	[1,13,18,37,45,60,61,96,113,123]
61	[16]
62	[13,13,22,23,33,43,43,69]
63	[24,36,37]
64	[21,22,36,39,52,53,74,77,107]
65	[20,27,28,37,52,56,56,67,83,87,88,97,131]
66	[12,26,26,28,30,31,34,40,43,43,43,44,45,48,48,52,56,69,75,76,97]
67	[17,27,37,37,40,43,47,52,65,67,71,73,74,84,92,94,123,124,124,124,129,139,163]
68	[8,8,16,17,19,19,21,24,28,30,30,30,32,32,37,38,44,54,60,77,92,96,106,146,147,157,166]
69	[27,115,130,175,235,238,320,354,497]
70	[9,10,10,12,15,18,21,21,22,24,26,26,27,27,31,32,33,33,34,39,40,43,46,54,57,58]
71	[24,30,61,63,91,103,121,124]
72	[5,10,11,17,21,28,29,35,39,39,49,58,60,79,82]
73	[14,15,22,26,26,26,27,28,29,30,30,30,32,37,40,44,45,47,48,61]
74	[13,23,29,64,93]
75	[43,48,76,124,130,136,141,147,188,218]
76	[17,26,29,34,44,46,46]
77	[8,10,13,15,18,20,23,30,31,31,32,32,37,38,40,41,46,49,56,57,62,72,81,86,94]
78	[6,13,23,24,26,31,36,36,38,45,47,48,48,60,63,96,100,111,132,137,144,166,186]
79	[22,22,28,34,45,47,69,70,73,97,106,110]
80	[31,37,44,55,83,104,111,154]
81	[19,21,24,31,34,37,41,42,42,43,44,46,47,56,56,61,62,74,79,81,88,91,109,122]
82	[12,17,21,21,23,25]
83	[13,18,22,23,27,28,29,37,42,45,48,49,69,75]
84	[3,38,42,52,56,64,73,87,89,92,96,104,119,123,169,194,215,226,247,277,290,290,387]
85	[21,40,53,58,63,72,75,80,81,84,92,94,100,117,132]
86	[5,26,35,44,44,46,47,48,54,56,65,69,75,81]
87	[12,24,26,30,36,36,38,46,46,48,51,59]
88	[2,8,12,13,16,21,23,26,28,30,30,31,34,42,44,49,53,55,63,67,80]
89	[2,9,12,16,19,19,26,27,28,30,32,34,36,42,43,45,53,56,66,67,77,87,100,106,111]

90	[1,17,20,21,27,38,38,39,40,45,45,53,58,61,71,74,84,124,134,153,159]
91	[42,48,53,54,55,75,86,87,91,101,118,137,162,172,185]
92	[13,16,17,49,49,50,50,57,62,71,75,79,93,100,130,145,145]
93	[48,71,98,106,116,123,136,166,178,206]
94	[22,29,33,36,39,42,45,51,58,62,72,86,96,104,117,120,122,122,136,155]
95	[8,36,41,50,53,58,62,72,75,76,78,88,100,110,116,122,181,187,204]
96	[8,8,9,55,123,157,236,292,298]
97	[3,8,33,39,51,67,75,83,88,98,165,200,208,211]
98	[8,23,25,27,28,30,32,37,41,41,42,57,59,71,86,87,89,106]
99	[20,22,27,29,36,44,70,76,99,117,126,170]
100	[19,32,73,145,162,169,180,237,256,336]
101	[1,20,21,35,49,58,88]
102	[5,11,24,42,43,64,67,110]
103	[16,28,32,46,50,74,92]
104	[21,48,94]
105	[1,3,6,26,48,90,116]
106	[40,44,84,112,125,128,137,143,145,159,169,174,185,212]
107	[8,28,39,41,41,43,59,73,92,106,110,134]
108	[2,3,8,14,15,23,31,57,110,116,131]
109	[19,21,27,45,58]
110	[41,42,108]
111	[4,5,6,8,9,10,11,13,15,22,22,31]
112	[1,7,25,36,40,55,56,57,60]
113	[3,47,92,132,137,137,179]
114	[4,46]
115	[7,9,63,73,146]
116	[8,9,11,12,13]
117	[7,8,14,21,30,31,54,59,76,83,132]
118	[2,3,5,5,6,6,10,12,17,18,18,20,25,26]
119	[6,9,12,16,21,31,42,64,76,87,108]
120	[2,6,9,14,14,23,25]
121	[56,59,90,118,120,140,214]
122	[28,30,34,36,57,62,67]
123	[20,26,46,52,57,58,87,88,101]
124	[17,19,19,62,78,81,86,90,95,96,96,98,145]
125	[12,13,29]
126	[2,16,16,26,31,40,51]
127	[6,6,7,7,9,13,16,19,21,28,30,31,45]
128	[3,6,40,65,69,74,100,118,125,145,180,210,226,293,323]
129	[17,36,36,37,39,71,74,110,124,125,154]
130	[105,105,111,111]
131	[29,39,40,40,47,61,65,66,75,76,80,89,104,113]
132	[4,8,9,12,12,16,18,25,29,31]
133	[9,9,15,17,28,28,36,40,44,45,46,49,58,61,66,72,82,86,98]
134	[1,10,16,21,21,30,32,34,35,35,61,67,82,93,99,103,103,107,108,120,132,137]
135	[26,27,31,38,39,55,58,71,82,84,89,93,101,107,138,145,160,193,259,273,285]
136	[4,6,11,13,15,17,18,19,20,21,21,23,25,27,29,34,34,35,39,43,44,45,50,66]
137	[81,144,805]
138	[4,11,13,17,25,27,31,36,42,45,50,50,51,60,66,84,105,167,173,178,199,246,268,292]
139	[23,40,42,42,46,51,70,79,91,115,135,147,200]
140	[11,22,54,57,79,111,119,128,157,187,188,239,261,276,414]
141	[10,13,14,19,20,20,21,26,34,37,38,50,51,55,55,55,60]
142	[42,82,93,121,136,142]
143	[10,22,28,30,31,33,35,37,37,41,45,45,49,54,66,69,78,79,80,84,99]
144	[14,15,20,26,27,28,29,30,31,32,32,33,35,38,38,42,42,45,49,51,53,66,68,70,74,78,88]
145	[10,11,28,28,60,68,112]
146	[13,13,27,30,33,35,38,41,48,52,56,63,64,68,73,80,82,91,94,96,116,144]

147	[26,43,56]
148	[25,34,37,84,85]
149	[31,31,41,45,46,47,54,62,66,68,73,76,90,100,101,115]
150	[20,21,23,29,36,52,57]
151	[15,21,32,43,43,68,73,77,108]
152	[10,16,18,22,24,32,36,40,41,42,43,44,49,61,67,82,101,102]
153	[8,16,22,29]
154	[16,20,26,29,31,33,38,38,40,43,43,47,48,55,60,61,74,75]
155	[10,12,14,29,33,35,37,38,47,48,50,73,87]
156	[16,28,33,37,37,49,66,108,135,156,185,192]
157	[0]
158	[23,31,34,35,47,56,62,66,67,79,80,80,106,106]
159	[40,59]
160	[20,20,33,43,44,45,48,52,66]
161	[17,28,30,34,51,59,62,71,76,77,83,104,104,110,112]
162	[29,33,36,42,43,48,55,70,71,92]
163	[15,22,24,31,32,34,37,43,47,55,58,58,67,76,87,92,104,137]
164	[9,9,10,11,11,12,13,13,17,19,19,19,20,23,23,23,23,24,25,28,31,38,41,42]
165	[19,20,21,30,30,35,37,40,40,43,48,50,52,57,80,98,104,113]
166	[7,8,9,9,11,12,12,13,13,14,15,15,16,19,20,21,24,26,34,39,42,50,56,56]
167	[4,5,10,12,21,25,29,33,34,40,48,55,56,69,70,99,105,112]
168	[8,8,11,11,13,16,17,19,20,22,24,24,33,38,45]
169	[8,9,12,12,13,13,15,16,19,20,21,21,22,22,23,23,27,28,29,31,32,33,33,35,36,43,44,46]
170	[10,11,12,15,15,16,16,17,19,20,21,21,24,24,24,25,30,31,33,42,43,50,57,57]
171	[3,18,20,35,39,39,48,52,84,85,88,98]
172	[8,13,15,15,23,27,30,32,36,38,40,40,40,55,55,58,61,67,71,72,75,82,83,120,121,173,186,187,194]
173	[7,9,14,16,17,18,21,22,23,26,27,28,30,31,34,37,38,39,43,47,53,54,64,66,70]
174	[4,22,28,61,63,68,102,135]
175	[14,17,22,39,41,42,43,46,56,60,70,74,74,83,105,109,112,120,121,121,121,123,161]
176	[14,15,25,26,39,47,48,61,68,71,72,81,85,94,110,121,129,156,171,179,190,222,239]
177	[8,15,15,18,20,21,22,22,22,22,28,35,36,38,40,44,44,46,50,52,54,56,68,78]
178	[28,54,57,58,58,59,60,63,65,65,73,78,79,87,91,94,95,100,100,101,104,114,123,132,154,162,172]
179	[8,18,21,32,40,66,78,94,104,112,135,138,141,148,150,190]
180	[6,23,36,156,186,187]
181	[476,947]
182	[14,19,24,26,29,32,52,67,70,77,82,114,127,131]
183	[1,23,37,41,52,58,67,71,76,78,79,94,112]
184	[2,41,48,71,117]
185	[28,35,40,44,58,61,65,68,84,108]
186	[15,15,50,58]
187	[2,3,7,14,28,92,96,113,114,147,160,188,251]
188	[40,42,56,77,78,167,238,264]
189	[1,11,13,15,23,24,29,39,51,64]
190	[4,5,13,23,28,41,98,201,250,354]
191	[1,1,1,2,3,4,4,13,15,18,30,37,38,69,75,89,115,148,195,201,241]
192	[34,40,49,65,78,87,90,96,102,105,108,140]
193	[12,13,15,25,30,32,77,79,111,159,217,232]
194	[1,1,2,11,19,22,23,28,29,33]
195	[1,6,9,11,12,23,34,40,62,66,82,119]
196	[1,4,12,18,20,28,32,50,63,91,95]
197	[15,28,31,36,37,41]
198	[6,31,41,53,64,103,110]
199	[2,3,4,14,17,31,40,45,45,53]
200	[2,19,52,103,162,177]
201	[1,1,1,5,9,10,10,14,19]
202	[1,2,3,7,17,18,23,26,26,30,36,43,49,49,53,57,69]
203	[12,13,15,15,15,16,16,16,17,17,18,22,22,31,36,38,39,40,41,51,54,55,62,64,73]

204	[6,7,10,13,13,17,18,20,21,22,23,34,35,36,37,40,54]
205	[9,9,10,11,11,11,12,12,12,13,15,17,20,30,32,34,34,36,37,37,43,57,63,67,77]
206	[33]
207	[1,6,55,80,82,100,105,112,176,202,216,220]
208	[70,74,81]
209	[14,37,39,47,49]
210	[7,11,12,12,14,15,15,16,17,17,17,19,19,19,20,20,21,21,21,21,22,22,23,24,29]
211	[44,51,57,59,66,66,70,80,130,131,199,212,235]
212	[16,62,242]
213	[70,78,90,108,111,122,140,152,208,213,234,260]
214	[11,19,21,29,30,77,107,126,185,215]
215	[19,21,22,25,31,37]
216	[9,19,28,47,59,64,90,113,154]
217	[20,20,39,45,50,50,52,70,71,79,82,91]
218	[32,38,54,78,106,126,129]
219	[8,12,13,14,16,16,23,33,34,44,46,55]
220	[37,44,66]
221	[15,15,16,16,21,22,24,31,31,33,34,35,36,36,43,46,49,49,50,62]
222	[16,17,20,20,22,25,26,31,32,36,46]
223	[22,23,47]
224	[11,24,46,68,79,123,150]
225	[9,21,46,52]
226	[6,29,34,38,51,63,73,91,102,103,121,132,136,166]
227	[15,35,35,39,66,67,68]
228	[5,37,78,82,160]
229	[22,35,62]
230	[25,26,28,34,34,39,52,54,57,70,84,93,96]
231	[19,28,52,85,125]

Tabla H.2. Tiempos que se contestaron de manera incorrecta sin los datos atípicos.

#	Tiempos obtenidos sin los datos atípicos
1	[1,9,10,17,20,24,27,31,36,45,45,63,64,70,75,88,91,94,95,106,108,135,140,158,161,186,234]
2	[1,3,7,8,8,8,11,12,28,28,29,44,51,55,57,59,60,60,61,91,92,116]
3	[13,16,18,20,24,42,42,45,49,60,65,72,79,89,108,127,141]
4	[17,17,30,33,40,43,53]
5	[23,25,37,45,45,45,47,49,51,54,67,77,93,102,110,114,116,126]
6	[29,29,31,32,35,40,47,49,50,53,59,68,69,74,87,94,95,98,122]
7	[11,30,47,65,75,91,101,118,165]
8	[3,5,7,18,22,27,33,35,37,38,40,45,51,57,63,88,88]
9	[8,19,24,32,39,43,69,78,82]
10	[40,40,43,47,50,56,59,71,93,105,109]
11	[4,9,11,14,17,21,22,26,26,33,33,38,52,71,77,89,90,95,100,123]
12	[6,11,11,23,42,49,56,58]
13	[4,19,22,24,34,35,42,46,57,64,76,107,110,114,117,163]
14	[3,31,35,40,41,49,51,52,54,63,65,67,73,88,97,98,111,134,137,146,156]
15	[1,1,4,4,14,16,16,26,38,41,42,48,55,61,64,65,76,84,87,95,96,102,113,116,124,145,151]
16	[3,4,9,19,19,23,23,24,26,27,30,31,34,35,44,48,53]
17	[1,1,7,8,13,16,19,21,27,28,31,31,32,35,36,38,41,41,45,58,64,76,82,92,99,103,116,130]
18	[41]
19	[15,26,33,42,45,51,51,70,84,106,132]
20	[16,16,19,21,25,31,33,34,47,59,66,77]
21	[15,33,46,51,78,78,80,80,96,133]
22	[9,13,19,31,45]

23	[7,11,42,52,53,60,74,84,88,90,91,98,128,128,135,148,162,172,180]
24	[2,23,50,69,93,102,116,124,128,136,225]
25	[9,19,24,28,31,34,45,45,46,55,64,65,67,69,70,72,77,79,94,98,106,110,111]
26	[4,21,22,28,36,37,38,45,47,49,52,64,65,66,80,92,102]
27	[2,13,17,20,25,28,32,35,38,40,41,41,42,47,49,50,51,54,59,59,59,63,67,82,95,98]
28	[6,17,17,23,23,27,30,33,34,38,41,50,52,56,57,59,61,63,66,67,70,70,73,80,90,99,106]
29	[4,8,10,13,15,15,17,20,28,43,45,45,52,56,60,67,70,76,79,80,88,96,97,100,109,120,150,155,186]
30	[1,4,9,12,13,14,20,20,21,22,22,42,43,45,48,50,51,52,54,55,59,60,61,67,68,85,86,108]
31	[11,19,20,26,28,29,34,37,41,46,47,53,55,55,60,71,83,86,96,114]
32	[4,4,9,30,74,78,82,93,103,104,115,163,222,243]
33	[4,16,20,28,38,55]
34	[4,10,18,19,22,26,27,35,40,43,49,58,70,93,94,123,139,148,151,173,177,196,201,233,235,245,245,251,303]
35	[9,13,19,25,33,42,60,78,86]
36	[2,7,16,20,27,35,37,37,52,55,64,88]
37	[4,7,10,11,13,15,18,23,25,27,28,32,34,35,38,40,44,44,45,48,81,93,94,100,103,105,115]
38	[1,6,9,10,14,14,16,28,29,30,32,32,38,40,41,57,59,73,75,82,94,95,102,102,125,155,170,174,181]
39	[13,16,17,20,24,24,30,34,35,43,51,73,76,97,124,138,148,180,186]
40	[27,34,35,40,40,46,53,62,221,223]
41	[18,27,37,59,62,88,100]
42	[24,33,51,59,61,75,89,123,147]
43	[21,25,28,43]
44	[19,22,34,59]
45	[44,45,105]
46	[27,36,44,49,55,66,69,76,82,91,99,107,124,147]
47	[45]
48	[5,10,12,12,14,14,15,17,21,21,24,25,25,31,32,34,48,52,55,57,62]
49	[31,35,40,41,42,44,46,46,46,57,57,58,59,59,60,63,77,85,86]
50	[16,16,29,42,43,46,46,53,65,67,70,73,79,125,129,132,150,155]
51	[1,27,49,55,74,96]
52	[1,5,9,10,11,14,14,14,14,15,20,20,22,23,25,25,28,29,30,35,35,38,48,55,59,60,65,79]
53	[70,72,74,140,164,243]
54	[8,19,24,39,46,48,51,53,53,57,62,62,64,65,65,67,68,76,82,97,98,125,128,133,134,149,183,186]
55	[3,4,8,10,10,12,13,15,16,17,18,19,23,27,28,29,31,34,34,35,36,40,40,41,46,47]
56	[2,7,10,12,12,13,13,14,14,17,18,21,22,24,25,27,29,33,35,40,41,48,53,54,59]
57	[2,10,18,18,24,27,29,30,35,37,43,46,56,62,64,83,85,156,158,162]
58	[1,1,11,12,24,25,29,40,43,44,45,56,61,65,71,77,77,79,82,131]
59	[2,8,11,15,16,17,24,26,27,28,32,35,37,40,44,56,57,68,71,80,85]
60	[1,1,5,7,10,11,16,29,36,43,53,58,61,67,70,71,72,77,79,98,102,120,138,162,172]
61	[11,11,11,13,14,15,23,29,30,32,34,36,38,43,45,49,56,57,68,72,74,75,78,105,109]
62	[11,12,13,14,18,18,22,22,23,24,30,34,37,46]
63	[12,14,17,18,19,20,21,22,26,27,28,36,38,42,42,42,62,62,62,72,75,99]
64	[9,18,19,29,31,35,38,39,41,46,58,67,70,70,76,78,89,106]
65	[18,30,32,42,48,56,67,73,90,114,114,130,153,171]
66	[27,27,42,83]
67	[87,92,95]
68	[25,28,50,87]
69	[1,29,40,51,67,71,84,95,110,137,139,139,150,156,156,162,220,224,244]
70	[25,29,31,42,43]
71	[31,32,34,35,38,42,53,64,81,93,93,93,102,108,109,112,121,165]
72	[8,17,24,50,52,54,67,68]
73	[103]
74	[9,19,23,25,27,31,38,41,46,49,55,56,58,65,72,76,88,123,130,131,142]
75	[15,38,54,55,56,59,85,87,118,118,166,171,174,190,214,299]
76	[3,6,10,11,13,24,24,30,34,42,63,67,80,87,88,118,122]
77	[2,18,109]
78	[2,30,34,56,73,74]
79	[2,4,14,18,26,31,33,34,36,53,60,86,88,115,141]

80	[4,8,8,9,9,14,19,27,34,35,49,52,70,79,86,93,98,134]
81	[36,206,252]
82	[15,20,26,28,28,31,34,39,40,40,50,53,61,68,119,124,129,137,153]
83	[11,27,30,34,43,58]
84	[66,97,114,120,123]
85	[1,1,1,20,21,25,25,41,41,44,50,52,64,70,99,101,109,132,166]
86	[5,16,28,45,45,61,64,83,106,106]
87	[6,7,23,28,30,48,53,77,83,93,104,115,122,155]
88	[2,8,9,46,60,78]
89	[3,23,73,97]
90	[7,12,14,15,16]
91	[51,73,73,73,76,80,86,92,93,95,109,110,111,117,125,136]
92	[27,30,43,55,56,62,66,83,87,88]
93	[9,10,20,23,36,40,44,58,65,69,71,81,93,106,116]
94	[23,58,61,69]
95	[27,29,32]
96	[5,15,20,23,23,29,32,33,33,33,34,40,45,58,59,59,66]
97	[1,1,9,21,23,27,31,45,50,63,94,104,106]
98	[55,63,65,70]
99	[1,3,17,21,25,28,51,51,58,76,97,100,145,169]
100	[16,32,34,65,69,72,96,98,104,119,120,122,136,154,170]
101	[1,1,2,6,8,11,22,27,32,45,46,52,66,70,72,78,82,96,99,102,107,151,160,164,172]
102	[1,2,2,5,11,18,18,21,24,26,27,30,30,35,39,41,47,58,59,72,72,72,76,103,104,120,139]
103	[1,1,5,5,6,6,8,10,11,14,15,15,23,24,27,32,37,38,40,43,43,48]
104	[17,19,22,24,27,28,33,57,59,61,63,66,69,78,110,115,121,121,122,169,172,198]
105	[1,1,1,4,9,9,10,10,12,13,15,16,17,21,26,27,28,32,33,35,39,46,53,54,56,66,67]
106	[64,69,83,99,108,129,138,166,170,230,278,367,382,414]
107	[18,26,28,32,38,43,58,60,62,65,76,86,103,110]
108	[1,2,2,14,18,18,47,63,70,92,95,135,150,216]
109	[3,24,27,28,34,36,37,48,94,97,105,110]
110	[1,18,18,25,26,44,64,71,95,114,142,192,198,200,245,277]
111	[5,6,8,17]
112	[6,24,25,46,48,50,51,63,98]
113	[39,40,52,60,67,84,94,108,134,165,179]
114	[9,14,18,18,20,24,25,26,34,40,51,51,58,68,86,94]
115	[6,8,8,10,12,19,21,23,35,46,57,58,78,101,109]
116	[6,8,9,11,40,42,59,74,89]
117	[10,14,14,14,23,24]
118	[4,6]
119	[8,8,8,10,11]
120	[2,3,15,18,20,28,30,35,40,61]
121	[20,43,44,46,57,59,66,80,83]
122	[20,22,29,34,37,42,44,45,62]
123	[11,12,26,34,40,47,48,74]
124	[21,21,24,33,48]
125	[8,9,10,11,12,13,13,17,26,29,34,37,48]
126	[6,7,13,14,16,18,23,25]
127	[2,8,13,13]
128	[29,42,98,104,246]
129	[44,50,58]
130	[4,14,15,16,27,33,37,38,48,57]
131	[35,40,76]
132	[12,12,14,29]
133	[5,15,27,46,50,50,55,67,100]
134	[9,13,22,33,63,135,170,193]
135	[12,20,25,36,47,49,60,63,88,117,125]
136	[38]

137	[17,24,30,31,39,44,51,58,72,73,80,83,94,94,105,110,121,122,136,141,154]
138	[1,10,15,17,44,50,61,102,105,130]
139	[1,3,6,18,24,28,38,42,42,46,51,53,57,80,82,96,129]
140	[34,35,42,43,56,58,58,60,73,76,131,166,179,180,213,245,259,260,330]
141	[9,14,16,17,20,21,22,27,33]
142	[14,20,25,30,32,37,38,40,44,48,54,57,60,74,80,80,81,83,93,105,113,139]
143	[19,27,35,79,91]
144	[17,21,36,44]
145	[5,6,6,7,9,10,11,12,12,14,18,21,28,32,32,41,47,51,53,59,67]
146	[33,36,49,56,60,68,88,110]
147	[19,20,23,23,25,27,31,32,32,33,34,34,37,38,39,45,47,51,53,57,66,70,73,83,85,88,111]
148	[13,14,15,21,24,25,26,27,33,34,40,41,45,46,54,54,57,61,63,75,78,81,81,90]
149	[27,64,67,72,82,99,122,147,155]
150	[6,9,10,11,11,12,12,13,15,15,19,20,25,26,28,31,34]
151	[8,10,10,17,18,21,22,24,25,27,28,29,29,31,38,45,48,61,61]
152	[12,17,18,19,41,44,47,54,64,65]
153	[8,9,11,13,15,19,20,21,26,28,29,33,36,38,41,45,46,51,54,70,73,91]
154	[30,35,36,46,49,62,75,102,123,140]
155	[11,13,14,17,18,22,27,29,30,35,39,50,67,79,83]
156	[21,23,31,33,42,43,50,55,69,87,105,106,111,128,131,158,159]
157	[8,10,12,16,26,29,30,32,33,36,40,43,57,67,71,72]
158	[29,32,42,58,58,60,68,74,87,95]
159	[11,19,21,26,33,35,36,36,42,45,50,59,64,65,70,72,77,87,95,121,123,154]
160	[12,25,28,31,31,33,34,38,39,49,51,62,68,73,93]
161	[23,54,59,63,85,89,91,99,106,127]
162	[18,29,33,34,48,56,83,83,98,104,104,113]
163	[7,11,38,41,41,50,61]
164	[11]
165	[11,23,25,45,79,139,190]
166	[18,24,41,63,66,90]
167	[4,10,15,16,21,26,27,33,36,44,49,54,83,87,109]
168	[11,15,15,18,20,21,24,29,36,40,45,48]
169	[9,18,23,46,46]
170	[19,21,32,37,38,45,46,59,85]
171	[11,17,27,27,28,31,35,40,41,42,47,56,58,66,75,76,89,94,95,118]
172	[4,15,19,27,27,33,40]
173	[10,11,11,14]
174	[1,15,16,17,17,21,34,34,34,36,39,41,50,59,67,68,76,77,82,103,121,126,132,139,143]
175	[2,31,33,34,37,40,45,66,76,87,115,129]
176	[7,16,17,20,22,24,32,40,43]
177	[16,23,29,30,51,59,60]
178	[61,114,122,137,152,178]
179	[7,11,12,15,26,33,40,44,48,49,55,56,69,81,81,83,109,124,140,149]
180	[4,11,14,15,15,15,16,30,30,34,37,44,45,50,56,56,57,59,62,63,97,107,134,136,183,195,255,266,272,279,312,595]
181	[11,15,22,23,25,27,29,32,34,35,45,46,51,53,53,55,56,58,65,71,73,76,83,103]
182	[7,33,34,41,41,43,47,48,49,58,105,115,124]
183	[14,16,34,49,60,67,71,85,86,96]
184	[1,5,7,8,9,10,11,13,13,15,16,19,21,24,27]
185	[17,21,27,31,31,32,34,38,47,47,56,58,75,86,99,103,118,126]
186	[6,13,13,14,16,19,21,24,27,27,29,37,38,40,42,42,47,61,67,70,74,75,79,84]
187	[1,1,1,2,3,5,11,11,21,29,30,32,32,34,40,50,95,118,120,122]
188	[9,18,28,31,33,33,37,47,55,59,61,65,108,113,117,126,127,139,145,147,174]
189	[4,4,6,12,19,23,26,28,33,34,37,61,65,67,68,95,107]
190	[4,4,4,7,10,11,12,20,26,31,33,37,62,70,87,88,107,127,145,173,185,223]
191	[7,13,14,16,18,22,33,60,68,81,84]
192	[7,10,11,14,14,18,21,24,30,32,49,51,52,53,60,69,73,88]

193	[11,12,14,17,31,40,42,45,52,52,54,55,66,88,88,100,106,113,136,144,167,187]
194	[5,6,14,15,15,16,17,18,19,19,26,26,27,35,53,53,54]
195	[3,4,4,5,6,18,18,18,53,58,58,59,65,74,89,92]
196	[1,7,16,16,17,22,27,28,28,28,37,40,74,112,113,128,130,145,177,213]
197	[1,1,1,3,4,9,9,9,12,12,13,15,17,20,23,31,35,40,43,43,44,53,56,57]
198	[1,1,3,5,7,11,11,14,15,16,16,18,28,28,31,37,47,51,51,59,64,88,88,90,94,94,100]
199	[1,1,1,2,2,3,4,6,8,9,11,14,17,22,23,26,26,32,49,49,56,60,77]
200	[1,1,1,3,3,4,5,6,6,7,7,13,18,22,27,27,29,34,34,35,44,47,49,59,65]
201	[1,1,1,2,2,3,4,6,7,14,17,17,25,33,40,41,60,70,71,80,105]
202	[1,1,1,2,4,4,5,7,8,10,12]
203	[19]
204	[9,9,11,14,18,18,22,29,30,41]
205	[9,10,30,37]
206	[1,2,15,20,22,22,25,26,32,37,40,41,45,53,60,61,66,80,85,95,109,127]
207	[1,1,2,9,12,13,22,28,37,40,60]
208	[22,30,34,37,39,41,42,43,46,46,51,52,53,53,56,56]
209	[7,9,13,13,14,16,17,18,20,26,33,35,35,41,44,53,58,59,60,87]
210	[9]
211	[31,31,38,44,62,70,78,85,108,132,138,159]
212	[25,28,31,31,37,39,45,65,68,69,78,80,87,92,94,100,107,107,130,135,139,151]
213	[69,101,103,104,179,213,270,278,397,536]
214	[35,37,45,58,59,81,82,87,91,117,189,246,306,320,320,340,483]
215	[5,10,10,11,12,15,21,22,24,27,28,39,42,54,55,70]
216	[19,34,34,36,39,41,45,48,49,61,103,113,116,160]
217	[2,3,7,7,10,10,20,25,33,36,41,44,56,76]
218	[9,11,16,29,37,38,46,48,50,53,60,81,114,114,128,133]
219	[6,6,9,15,17,18,22,25,27,29,30,31,31,32,55,56,58,69]
220	[25,39,45,46,48,50,53,62,71,81,89,101,116,142]
221	[15,15,29,33,35,47,47,60]
222	[10,18,22,23,30,33,49,54,61,69,70,89,123,126,138]
223	[6,8,10,11,11,12,14,15,15,18,20,23,23,23,24,26,26,27,30,33,35,40,44]
224	[9,22,23,23,26,27,30,30,30,33,41,42,45,51,70,74,75,110,146,172,184,190,198]
225	[6,6,7,7,7,11,13,13,15,15,15,16,17,17,19,20,21,22,22]
226	[12,14,15,27,28,37,40,41,51,59,70,89,108,112,115,141]
227	[1,3,7,11,12,13,13,18,18,18,21,28,37,41,44,50,50,55,57,59,60,60,63,71,82,89,104,124]
228	[4,7,9,9,11,12,16,21,23,24,27,27,35,41,46,52,52,56,58,64,76,86,102,108,109]
229	[6,8,8,9,10,10,12,15,17,19,20,20,21,21,23,24,25,25,25,30,33,33,34,35,36,47,48,56,60,64,28,27]
230	[11,14,19,19,19,26,27,32,38,47,74,87,95,96,104,122]
231	[9, 13, 14, 15, 16, 16, 17, 18, 18, 18, 19, 19, 20, 25, 27, 30, 31, 32, 39, 50, 51, 66, 67, 69, 77, 83]

APÉNDICE I

PRUEBAS *T-TEST* PARA DOS MUESTRAS INDEPENDIENTES

Tabla I.1. Resultados de las pruebas *t-test* para los datos originales.

#	Grados Libertad	t ₀	1 cola	% 1 cola	2 colas	% 2 colas
1	8	0.9713	0.1799	18%	0.3598	36%
2	16	1.6704	0.0571	6%	0.1143	11%
3	16	2.0575	0.0282	3%	0.0563	6%
4	15	0.4843	0.3176	32%	0.6352	64%
5	25	-2.4886	0.0099	1%	0.0198	2%
6	9	0.9759	0.1773	18%	0.3546	35%
7	21	1.4200	0.0851	9%	0.1703	17%
8	36	-0.2986	0.3835	38%	0.7670	77%
9	11	-1.9289	0.0400	4%	0.0799	8%
10	23	0.1345	0.4471	45%	0.8941	89%
11	24	0.2329	0.4089	41%	0.8178	82%
12	12	0.0770	0.4699	47%	0.9399	94%
13	27	0.8334	0.2060	21%	0.4119	41%
14	12	0.6645	0.2595	26%	0.5189	52%
15	21	-0.2790	0.3915	39%	0.7830	78%
16	19	1.6107	0.0619	6%	0.1237	12%
17	7	0.5159	0.3109	31%	0.6218	62%
18	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
19	20	-0.4407	0.3321	33%	0.6641	66%
20	31	-0.1662	0.4345	43%	0.8691	87%
21	31	-0.4911	0.3134	31%	0.6268	63%
22	7	1.6710	0.0693	7%	0.1386	14%
23	34	-0.6592	0.2571	26%	0.5142	51%
24	26	0.9030	0.1874	19%	0.3748	37%
25	11	0.2905	0.3884	39%	0.7768	78%
26	26	1.2079	0.1190	12%	0.2379	24%
27	32	-1.2802	0.1048	10%	0.2097	21%
28	22	-1.9087	0.0347	3%	0.0694	7%
29	8	0.8351	0.2139	21%	0.4279	43%
30	13	1.0151	0.1643	16%	0.3286	33%

31	36	0.0305	0.4879	49%	0.9758	98%
32	35	1.1182	0.1355	14%	0.2711	27%
33	22	1.4026	0.0873	9%	0.1747	17%
34	7	-0.6535	0.2672	27%	0.5343	53%
35	11	-0.5013	0.3130	31%	0.6260	63%
36	36	0.9805	0.1667	17%	0.3334	33%
37	11	-0.9149	0.1899	19%	0.3799	38%
38	8	0.9334	0.1890	19%	0.3779	38%
39	16	-0.2528	0.4018	40%	0.8036	80%
40	25	1.3798	0.0899	9%	0.1799	18%
41	20	0.9616	0.1739	17%	0.3478	35%
42	16	-1.4108	0.0887	9%	0.1775	18%
43	9	1.0041	0.1708	17%	0.3416	34%
44	14	1.4741	0.0813	8%	0.1626	16%
45	2	-1.1180	0.1899	19%	0.3798	38%
46	11	0.7615	0.2312	23%	0.4624	46%
47	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
48	23	-4.3528	0.0001	0%	0.0002	0%
49	6	-1.5058	0.0914	9%	0.1828	18%
50	10	0.6166	0.2756	28%	0.5513	55%
51	6	-0.7754	0.2338	23%	0.4676	47%
52	7	0.3701	0.3611	36%	0.7222	72%
53	9	-1.7493	0.0571	6%	0.1142	11%
54	30	-1.1821	0.1232	12%	0.2464	25%
55	36	-2.5368	0.0078	1%	0.0157	2%
56	29	-1.0703	0.1467	15%	0.2933	29%
57	36	-0.1871	0.4263	43%	0.8527	85%
58	37	-1.3745	0.0888	9%	0.1776	18%
59	30	-0.2716	0.3939	39%	0.7878	79%
60	32	-0.2384	0.4065	41%	0.8131	81%
61	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
62	25	-1.0921	0.1426	14%	0.2852	29%
63	5	1.0376	0.1735	17%	0.3470	35%
64	15	0.2102	0.4182	42%	0.8363	84%
65	23	-1.1119	0.1388	14%	0.2777	28%
66	8	1.0890	0.1539	15%	0.3079	31%
67	27	1.4669	0.0770	8%	0.1540	15%
68	6	0.5444	0.3029	30%	0.6058	61%
69	19	1.2643	0.1107	11%	0.2214	22%
70	10	-0.9817	0.1747	17%	0.3494	35%
71	17	-0.0031	0.4988	50%	0.9975	100%
72	11	-0.9477	0.1818	18%	0.3637	36%
73	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
74	7	-0.0341	0.4869	49%	0.9737	97%
75	13	1.2783	0.1117	11%	0.2235	22%
76	20	-0.2717	0.3943	39%	0.7887	79%
77	2	0.0296	0.4895	49%	0.9791	98%
78	27	1.6223	0.0582	6%	0.1164	12%
79	24	-0.4786	0.3183	32%	0.6365	64%
80	15	1.2252	0.1197	12%	0.2394	24%
81	3	-1.0969	0.1764	18%	0.3529	35%
82	11	0.3341	0.3723	37%	0.7446	74%
83	24	1.5792	0.0637	6%	0.1274	13%
84	17	0.7283	0.2382	24%	0.4763	48%

85	29	2.1977	0.0181	2%	0.0361	4%
86	12	-1.0206	0.1638	16%	0.3276	33%
87	20	-1.6945	0.0528	5%	0.1057	11%
88	6	-0.8356	0.2177	22%	0.4354	44%
89	4	-0.1451	0.4458	45%	0.8917	89%
90	27	3.0657	0.0024	0%	0.0049	0%
91	29	0.0569	0.4775	48%	0.9551	96%
92	22	0.0654	0.4742	47%	0.9485	95%
93	13	1.4055	0.0917	9%	0.1833	18%
94	9	0.7548	0.2348	23%	0.4697	47%
95	9	-0.0740	0.4713	47%	0.9426	94%
96	8	2.0992	0.0345	3%	0.0690	7%
97	26	1.2350	0.1139	11%	0.2279	23%
98	23	1.8819	0.0363	4%	0.0726	7%
99	20	-0.9674	0.1724	17%	0.3449	34%
100	20	0.6107	0.2741	27%	0.5483	55%
101	16	-0.2851	0.3896	39%	0.7792	78%
102	12	-0.0438	0.4829	48%	0.9658	97%
103	10	1.4924	0.0832	8%	0.1664	17%
104	3	0.3898	0.3614	36%	0.7227	72%
105	7	1.3399	0.1111	11%	0.2221	22%
106	17	-1.7089	0.0528	5%	0.1057	11%
107	21	0.9244	0.1829	18%	0.3658	37%
108	18	0.2180	0.4149	41%	0.8298	83%
109	15	-1.4946	0.0779	8%	0.1558	16%
110	18	-2.0200	0.0293	3%	0.0585	6%
111	12	0.8424	0.2080	21%	0.4160	42%
112	16	0.1471	0.4425	44%	0.8849	88%
113	11	0.4014	0.3479	35%	0.6958	70%
114	2	-1.2148	0.1742	17%	0.3484	35%
115	5	0.7486	0.2439	24%	0.4878	49%
116	9	0.0669	0.4741	47%	0.9481	95%
117	13	2.0425	0.0310	3%	0.0619	6%
118	18	2.8313	0.0055	1%	0.0111	1%
119	10	-0.1175	0.4544	45%	0.9088	91%
120	11	-1.0551	0.1570	16%	0.3140	31%
121	11	1.5755	0.0717	7%	0.1434	14%
122	11	-0.6263	0.2719	27%	0.5439	54%
123	9	-0.5483	0.2984	30%	0.5968	60%
124	6	0.5303	0.3075	31%	0.6149	61%
125	16	-0.7613	0.2288	23%	0.4575	46%
126	18	-0.5609	0.2909	29%	0.5818	58%
127	17	2.4951	0.0116	1%	0.0232	2%
128	8	0.6080	0.2800	28%	0.5601	56%
129	6	-0.6022	0.2845	28%	0.5691	57%
130	7	1.4949	0.0893	9%	0.1786	18%
131	5	-0.9005	0.2046	20%	0.4091	41%
132	6	-0.5591	0.2982	30%	0.5964	60%
133	31	1.9141	0.0324	3%	0.0649	6%
134	9	-0.4980	0.3152	32%	0.6305	63%
135	25	1.2634	0.1090	11%	0.2181	22%
136	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
137	2	1.0421	0.2034	20%	0.4068	41%
138	30	1.7301	0.0469	5%	0.0939	9%

139	24	1.9163	0.0337	3%	0.0673	7%
140	28	0.6170	0.2711	27%	0.5423	54%
141	16	-0.5687	0.2887	29%	0.5775	58%
142	11	1.3476	0.1024	10%	0.2049	20%
143	6	-0.8694	0.2090	21%	0.4181	42%
144	5	1.7920	0.0666	7%	0.1331	13%
145	18	-0.0890	0.4650	47%	0.9300	93%
146	21	0.4099	0.3430	34%	0.6861	69%
147	3	-0.5673	0.3051	31%	0.6102	61%
148	18	-0.3958	0.3485	35%	0.6969	70%
149	20	-0.6593	0.2586	26%	0.5172	52%
150	26	-1.1179	0.1369	14%	0.2738	27%
151	12	1.5778	0.0703	7%	0.1406	14%
152	19	-0.2965	0.3850	39%	0.7701	77%
153	16	-0.4077	0.3445	34%	0.6889	69%
154	20	-0.9527	0.1761	18%	0.3521	35%
155	28	0.1320	0.4480	45%	0.8959	90%
156	19	0.3327	0.3715	37%	0.7430	74%
157	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
158	14	-1.3028	0.1068	11%	0.2136	21%
159	5	-1.5919	0.0861	9%	0.1723	17%
160	21	-1.7040	0.0516	5%	0.1031	10%
161	14	-1.4001	0.0916	9%	0.1833	18%
162	19	-1.2697	0.1098	11%	0.2195	22%
163	23	2.0713	0.0249	2%	0.0497	5%
164	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
165	9	-0.2115	0.4186	42%	0.8372	84%
166	8	-1.7975	0.0550	5%	0.1100	11%
167	27	1.3723	0.0906	9%	0.1813	18%
168	26	-0.7735	0.2231	22%	0.4462	45%
169	6	-0.6534	0.2689	27%	0.5377	54%
170	16	-1.1495	0.1336	13%	0.2672	27%
171	35	-1.0621	0.1477	15%	0.2955	30%
172	29	2.9942	0.0028	0%	0.0056	1%
173	19	2.1829	0.0209	2%	0.0418	4%
174	28	-1.3920	0.0874	9%	0.1749	17%
175	32	1.7278	0.0468	5%	0.0937	9%
176	27	2.1895	0.0187	2%	0.0374	4%
177	23	0.4882	0.3150	32%	0.6300	63%
178	7	-2.1321	0.0352	4%	0.0705	7%
179	22	2.0176	0.0280	3%	0.0560	6%
180	10	-0.3294	0.3743	37%	0.7487	75%
181	1	2.6649	0.1143	11%	0.2285	23%
182	19	1.6447	0.0582	6%	0.1165	12%
183	22	1.7701	0.0453	5%	0.0906	9%
184	8	0.8373	0.2134	21%	0.4267	43%
185	11	0.7882	0.2236	22%	0.4473	45%
186	4	0.7656	0.2433	24%	0.4866	49%
187	32	0.7754	0.2219	22%	0.4438	44%
188	14	0.1566	0.4389	44%	0.8778	88%
189	32	-0.9766	0.1681	17%	0.3361	34%
190	16	0.0144	0.4943	49%	0.9887	99%
191	31	0.2936	0.3855	39%	0.7710	77%
192	31	1.4764	0.0750	7%	0.1499	15%

193	14	1.0422	0.1575	16%	0.3150	31%
194	21	-1.3999	0.0881	9%	0.1761	18%
195	22	1.1053	0.1405	14%	0.2810	28%
196	29	-2.0638	0.0240	2%	0.0481	5%
197	9	1.7491	0.0571	6%	0.1142	11%
198	9	1.2572	0.1202	12%	0.2403	24%
199	26	-0.2851	0.3889	39%	0.7778	78%
200	5	1.8734	0.0599	6%	0.1199	12%
201	25	-0.4031	0.3452	35%	0.6903	69%
202	24	3.3111	0.0015	0%	0.0029	0%
203	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
204	27	0.4893	0.3143	31%	0.6286	63%
205	5	0.8419	0.2191	22%	0.4383	44%
206	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
207	22	0.5636	0.2894	29%	0.5788	58%
208	5	1.9720	0.0528	5%	0.1057	11%
209	19	-0.4770	0.3194	32%	0.6388	64%
210	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
211	25	0.0327	0.4871	49%	0.9742	97%
212	2	0.1939	0.4321	43%	0.8642	86%
213	14	-1.0405	0.1579	16%	0.3158	32%
214	25	-2.1650	0.0201	2%	0.0401	4%
215	8	1.1278	0.1461	15%	0.2921	29%
216	18	1.0388	0.1563	16%	0.3127	31%
217	14	0.9583	0.1771	18%	0.3542	35%
218	11	1.3402	0.1036	10%	0.2072	21%
219	20	0.7124	0.2422	24%	0.4844	48%
220	4	-0.2442	0.4095	41%	0.8191	82%
221	19	0.7909	0.2194	22%	0.4388	44%
222	26	-1.4846	0.0748	7%	0.1497	15%
223	4	0.9414	0.1999	20%	0.3998	40%
224	7	0.9592	0.1847	18%	0.3694	37%
225	30	-0.9489	0.1751	18%	0.3503	35%
226	34	0.8986	0.1876	19%	0.3752	38%
227	18	-0.1174	0.4539	45%	0.9079	91%
228	16	-0.3739	0.3567	36%	0.7134	71%
229	2	0.8976	0.2321	23%	0.4641	46%
230	29	0.1217	0.4520	45%	0.9040	90%
231	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA

Tabla I.2. Resultados de las pruebas *t-test* para los datos sin los valores atípicos.

#	Grados Libertad	t0	1 cola	%1 cola	2 colas	%2 colas
1	9	-0.4835	0.3201	32%	0.6403	64%
2	13	1.6968	0.0568	6%	0.1135	11%
3	16	2.0575	0.0282	3%	0.0563	6%
4	9	-0.3569	0.3647	36%	0.7294	73%
5	15	-2.3686	0.0159	2%	0.0317	3%
6	16	-0.0866	0.4660	47%	0.9321	93%
7	29	3.1132	0.0021	0%	0.0041	0%

8	30	0.4895	0.3140	31%	0.6280	63%
9	9	-2.6008	0.0144	1%	0.0287	3%
10	23	1.3705	0.0919	9%	0.1838	18%
11	30	-1.4922	0.0730	7%	0.1461	15%
12	25	2.2995	0.0151	2%	0.0301	3%
13	28	-0.3126	0.3785	38%	0.7569	76%
14	16	-1.4477	0.0835	8%	0.1670	17%
15	27	-0.3858	0.3513	35%	0.7026	70%
16	17	1.4315	0.0852	9%	0.1704	17%
17	6	0.9428	0.1911	19%	0.3822	38%
18	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
19	29	1.0012	0.1625	16%	0.3250	33%
20	18	-1.4426	0.0832	8%	0.1663	17%
21	18	-1.7883	0.0453	5%	0.0906	9%
22	7	1.6710	0.0693	7%	0.1386	14%
23	35	0.3411	0.3675	37%	0.7351	74%
24	15	0.0954	0.4626	46%	0.9253	93%
25	11	-1.2584	0.1171	12%	0.2343	23%
26	24	-2.7941	0.0050	1%	0.0101	1%
27	8	-0.7820	0.2284	23%	0.4567	46%
28	11	-5.1084	0.0002	0%	0.0003	0%
29	7	0.0082	0.4968	50%	0.9937	99%
30	9	1.8442	0.0491	5%	0.0983	10%
31	28	1.1505	0.1298	13%	0.2597	26%
32	20	-0.0860	0.4662	47%	0.9323	93%
33	8	0.7289	0.2434	24%	0.4869	49%
34	29	-5.1700	7.90E-08	7.90E-08	0.0000	0%
35	16	2.1533	0.0234	2%	0.0469	5%
36	28	0.3356	0.3698	37%	0.7397	74%
37	12	-1.8108	0.0476	5%	0.0953	10%
38	31	-2.2504	0.0158	2%	0.0317	3%
39	19	-0.2373	0.4075	41%	0.8150	81%
40	17	0.6296	0.2687	27%	0.5373	54%
41	20	0.9616	0.1739	17%	0.3478	35%
42	10	-2.8171	0.0091	1%	0.0183	2%
43	18	3.7406	0.0007	0%	0.0015	0%
44	5	0.8052	0.2286	23%	0.4573	46%
45	2	-1.5142	0.1346	13%	0.2692	27%
46	14	0.7493	0.2330	23%	0.4661	47%
47	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
48	6	-4.9686	0.0013	0%	0.0025	0%
49	2	-0.3354	0.3846	38%	0.7692	77%
50	16	-0.9992	0.1663	17%	0.3326	33%
51	6	-0.9654	0.1858	19%	0.3716	37%
52	32	-3.0611	0.0022	0%	0.0044	0%
53	5	-2.5253	0.0264	3%	0.0528	5%
54	17	-1.5728	0.0671	7%	0.1342	13%
55	9	-1.1130	0.1473	15%	0.2945	29%
56	7	1.0404	0.1664	17%	0.3328	33%
57	32	-0.1151	0.4545	45%	0.9091	91%
58	30	-0.6812	0.2505	25%	0.5010	50%
59	26	-0.2594	0.3987	40%	0.7974	80%
60	19	-0.3402	0.3687	37%	0.7375	74%
61	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA

62	9	1.2736	0.1174	12%	0.2347	23%
63	10	-1.0056	0.1692	17%	0.3383	34%
64	15	0.2102	0.4182	42%	0.8363	84%
65	23	-1.1119	0.1388	14%	0.2777	28%
66	4	0.0897	0.4664	47%	0.9328	93%
67	23	-1.4560	0.0795	8%	0.1589	16%
68	6	0.5444	0.3029	30%	0.6058	61%
69	10	2.2532	0.0240	2%	0.0479	5%
70	10	-0.9817	0.1747	17%	0.3494	35%
71	14	-0.0599	0.4765	48%	0.9531	95%
72	15	-0.4911	0.3152	32%	0.6305	63%
73	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
74	7	-1.0268	0.1693	17%	0.3387	34%
75	23	0.2438	0.4048	40%	0.8095	81%
76	22	-1.2395	0.1141	11%	0.2282	23%
77	2	-0.0630	0.4778	48%	0.9555	96%
78	15	1.6054	0.0646	6%	0.1293	13%
79	25	0.7693	0.2245	22%	0.4489	45%
80	12	1.7575	0.0521	5%	0.1043	10%
81	2	-1.6445	0.1209	12%	0.2418	24%
82	19	-4.0960	0.0003	0%	0.0006	0%
83	11	0.4514	0.3302	33%	0.6605	66%
84	26	1.7273	0.0480	5%	0.0960	10%
85	30	1.6588	0.0538	5%	0.1076	11%
86	13	-0.5092	0.3096	31%	0.6192	62%
87	15	-2.2867	0.0186	2%	0.0372	4%
88	6	0.0570	0.4782	48%	0.9564	96%
89	4	-0.1451	0.4458	45%	0.8917	89%
90	21	4.9347	0.0000	0%	0.0001	0%
91	20	0.2955	0.3853	39%	0.7707	77%
92	25	0.8964	0.1893	19%	0.3786	38%
93	15	3.8910	0.0007	0%	0.0014	0%
94	9	1.7924	0.0533	5%	0.1067	11%
95	18	4.9827	0.0000	0%	0.0001	0%
96	8	2.3760	0.0224	2%	0.0448	4%
97	20	2.3061	0.0160	2%	0.0319	3%
98	20	-1.9101	0.0353	4%	0.0706	7%
99	24	0.4814	0.3173	32%	0.6346	63%
100	11	1.9834	0.0364	4%	0.0728	7%
101	19	-1.8215	0.0422	4%	0.0843	8%
102	12	-0.0438	0.4829	48%	0.9658	97%
103	7	2.6064	0.0175	2%	0.0351	4%
104	3	-1.0425	0.1869	19%	0.3738	37%
105	7	0.8724	0.2060	21%	0.4119	41%
106	17	-1.7089	0.0528	5%	0.1057	11%
107	20	0.5191	0.3047	30%	0.6094	61%
108	23	-0.8511	0.2017	20%	0.4035	40%
109	15	-1.4946	0.0779	8%	0.1558	16%
110	7	-1.4091	0.1008	10%	0.2017	20%
111	8	1.1055	0.1505	15%	0.3011	30%
112	16	-0.7149	0.2425	24%	0.4850	48%
113	11	0.4014	0.3479	35%	0.6958	70%
114	1	-0.6711	0.3119	31%	0.6237	62%
115	5	0.7486	0.2439	24%	0.4878	49%

116	8	-2.5714	0.0165	2%	0.0331	3%
117	11	2.5483	0.0135	1%	0.0271	3%
118	12	3.0468	0.0051	1%	0.0101	1%
119	10	3.1710	0.0050	0%	0.0100	1%
120	14	-1.8418	0.0434	4%	0.0868	9%
121	7	2.7152	0.0150	1%	0.0300	3%
122	11	1.0058	0.1681	17%	0.3361	34%
123	15	1.9360	0.0360	4%	0.0719	7%
124	16	3.9737	0.0005	0%	0.0011	0%
125	4	-0.3864	0.3594	36%	0.7188	72%
126	8	1.6134	0.0727	7%	0.1453	15%
127	13	2.1750	0.0243	2%	0.0487	5%
128	8	0.6080	0.2800	28%	0.5601	56%
129	11	1.6581	0.0628	6%	0.1255	13%
130	11	14.1943	1.07E-08	1.07E-08	2.03E-08	2.03E-08
131	3	1.0737	0.1808	18%	0.3616	36%
132	6	-0.0694	0.4735	47%	0.9469	95%
133	15	0.0604	0.4763	48%	0.9526	95%
134	9	-0.4980	0.3152	32%	0.6305	63%
135	30	2.5603	0.0079	1%	0.0157	2%
136	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
137	2	1.1366	0.1868	19%	0.3735	37%
138	30	1.7301	0.0469	5%	0.0939	9%
139	20	2.1640	0.0214	2%	0.0427	4%
140	28	0.6170	0.2711	27%	0.5423	54%
141	23	2.9169	0.0039	0%	0.0078	1%
142	7	2.4388	0.0224	2%	0.0448	4%
143	5	-0.0068	0.4974	50%	0.9949	99%
144	5	1.7920	0.0666	7%	0.1331	13%
145	7	1.3346	0.1119	11%	0.2238	22%
146	16	-0.0703	0.4724	47%	0.9448	94%
147	3	-0.5673	0.3051	31%	0.6102	61%
148	5	0.5226	0.3118	31%	0.6236	62%
149	11	-1.7805	0.0513	5%	0.1026	10%
150	8	2.7261	0.0130	1%	0.0260	3%
151	10	2.2687	0.0233	2%	0.0467	5%
152	24	0.8860	0.1922	19%	0.3844	38%
153	12	-2.5443	0.0129	1%	0.0257	3%
154	11	-2.0467	0.0327	3%	0.0653	7%
155	26	0.4412	0.3314	33%	0.6627	66%
156	19	0.3327	0.3715	37%	0.7430	74%
157	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
158	21	0.2009	0.4214	42%	0.8427	84%
159	3	-0.9263	0.2113	21%	0.4226	42%
160	21	-0.4359	0.3337	33%	0.6674	67%
161	20	-0.9383	0.1796	18%	0.3593	36%
162	18	-1.2777	0.1088	11%	0.2176	22%
163	18	1.9715	0.0321	3%	0.0642	6%
164	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
165	7	-0.8380	0.2149	21%	0.4297	43%
166	6	-2.3777	0.0275	3%	0.0549	5%
167	31	0.4445	0.3299	33%	0.6598	66%
168	22	-1.3559	0.0944	9%	0.1889	19%
169	5	-0.5006	0.3190	32%	0.6379	64%

170	11	-2.1958	0.0252	3%	0.0505	5%
171	22	-0.2597	0.3987	40%	0.7975	80%
172	34	4.1228	0.0001	0%	0.0002	0%
173	26	6.0047	1.21E-06	1.21E-06	2.43E-06	2.43E-06
174	12	-0.0879	0.4657	47%	0.9314	93%
175	24	1.3887	0.0888	9%	0.1777	18%
176	25	5.1128	0.0000	0%	0.0000	0%
177	10	-0.3489	0.3672	37%	0.7344	73%
178	7	-2.1321	0.0352	4%	0.0705	7%
179	27	1.7955	0.0419	4%	0.0838	8%
180	10	-0.3294	0.3743	37%	0.7487	75%
181	1	2.8188	0.1085	11%	0.2170	22%
182	25	0.3028	0.3823	38%	0.7646	76%
183	22	0.0273	0.4892	49%	0.9784	98%
184	4	2.2506	0.0438	4%	0.0876	9%
185	24	0.0884	0.4651	47%	0.9303	93%
186	4	-0.4606	0.3345	33%	0.6690	67%
187	16	2.3114	0.0172	2%	0.0345	3%
188	9	1.2024	0.1299	13%	0.2599	26%
189	25	-1.3830	0.0894	9%	0.1789	18%
190	11	0.8425	0.2087	21%	0.4174	42%
191	29	1.2872	0.1041	10%	0.2082	21%
192	20	4.2149	0.0002	0%	0.0004	0%
193	16	0.3868	0.3520	35%	0.7040	70%
194	23	-1.4206	0.0844	8%	0.1689	17%
195	22	-0.0188	0.4926	49%	0.9852	99%
196	29	-1.7468	0.0456	5%	0.0913	9%
197	17	1.5575	0.0689	7%	0.1378	14%
198	9	1.2572	0.1202	12%	0.2403	24%
199	19	0.4777	0.3192	32%	0.6383	64%
200	5	2.1118	0.0442	4%	0.0884	9%
201	23	-2.9003	0.0040	0%	0.0081	1%
202	18	4.7999	0.0001	0%	0.0001	0%
203	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
204	23	0.8151	0.2117	21%	0.4234	42%
205	5	0.8419	0.2191	22%	0.4383	44%
206	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
207	12	4.0752	0.0008	0%	0.0015	0%
208	5	7.7184	0.0003	0%	0.0006	0%
209	10	0.5445	0.2990	30%	0.5980	60%
210	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA
211	21	1.1668	0.1282	13%	0.2564	26%
212	2	0.3983	0.3644	36%	0.7289	73%
213	12	-1.4941	0.0805	8%	0.1610	16%
214	25	-2.1650	0.0201	2%	0.0401	4%
215	20	-0.3571	0.3624	36%	0.7248	72%
216	16	0.0330	0.4871	49%	0.9741	97%
217	23	3.2668	0.0017	0%	0.0034	0%
218	12	1.0787	0.1510	15%	0.3019	30%
219	26	-0.5732	0.2857	29%	0.5715	57%
220	7	-1.6225	0.0744	7%	0.1487	15%
221	11	-0.3023	0.3840	38%	0.7681	77%
222	16	-3.1129	0.0033	0%	0.0067	1%
223	2	1.0874	0.1952	20%	0.3905	39%

224	12	-0.0091	0.4964	50%	0.9929	99%
225	3	1.7299	0.0910	9%	0.1821	18%
226	26	1.3390	0.0961	10%	0.1922	19%
227	14	0.3289	0.3735	37%	0.7471	75%
228	5	1.0938	0.1620	16%	0.3239	32%
229	2	1.0869	0.1953	20%	0.3906	39%
230	26	0.1150	0.4547	45%	0.9093	91%
231	NaN	NaN	NA	NA	NA	NA

APÉNDICE J

RESULTADO PARA EL MÉTODO PENSANDO EN VOZ ALTA

Estudiantes de preparatoria:

- Que tenga la opción de completar el texto al momento de presionar el cuadro de diálogo, cuando alguno de los personajes explique la trama.
- En lugar de que el contador de tiempo avance hacia adelante, se considera mejor que retroceda y si termina el tiempo marque equivocado, para que sea más emocionante.
- Al momento de que el resultado te muestre que estás bien (resultado del SID es “igual”), aparezcan tres botones una para regresarte al menú, otro para volver a intentarlo y el último para avanzar de nivel.
- La música se considera muy relajante por lo que está bien para el tipo de problemas.
- Al momento de estar contestando problemas, agregar una música de fondo (tenue).
- Agregar un fondo más colorido y relacionado al tema en la animación del 3,2,1, Ya.
- Al presionar cualquier botón sale un cuadro azul claro alrededor de dicho botón, lo que me genera conflicto.
- Marcar con un color más fuerte cuando los botones están deshabilitados.
- Voltear cada índice del menú de los temas, primero la letra y después el número, es decir en la primera fila debe de estar A-1, B-1 y C-1.

- Que se encuentre un botón de regresar al inicio del juego serio.
- Las imágenes de las gráficas se pueden ampliar ya que se encuentran muy pequeñas.
- Se ve muy animado por lo que se ve interesante.

Gamers:

- La historia se encuentra interesante.
- Que se remarque cuando se presione a cualquiera de los botones que conforma el juego serio.
- La música es de tipo batalla por lo que motiva a ser competitivo.
- Cuando alguno de los personajes este contando su historia, que exista un botón para continuar y no se tenga que esperar a cambiar el dialogo de manera automática.
- Las imágenes donde hay graficas son muy pequeñas, por lo que no se alcanza a distinguir bien.

Experto en matemáticas:

- Cambiar el nombre del resultado del juego, consideró que regresar y volver a intentar significan lo mismo.
- Hacer que se note más cuando un botón se encuentra deshabilitado.
- La página se oscurece de repente cuando pasa un tiempo sin usarse.

Experto en usabilidad:

- Cambiar el botón del inicio del juego a un color blanco.
- El mapa se encuentra muy oscuro, cambiarlo a un color más claro.
- El contorno de los botones de las misiones de cada elemento no es muy visible, se necesita marcar más.
- Cambiar la letra a color blanco en los botones de las misiones.
- Cuando una misión ya esta pasada, marcar el contorno en color verde.

APÉNDICE K

EXAMENES APLICADOS

Examen de Razonamiento Matemático

Primera evaluación

Nombre: _____ Matrícula: _____

Instrucciones:
Resuelve los siguientes problemas, encerrando el inicio de la respuesta correcta.

1. Determina la expresión que representa la resta de una variable cualquiera con otra dividida entre y .

- $(m-n)/y$
- $m-n/y$
- $m-y/n$
- $(m-y)/n$

2. ¿Cuánto vale x^4 si $x^3 = -27$?

- 81
- 9
- 9
- 81

3. Carlos le prestó a Laura 50 pesos, por cada semana que pasa Carlos le cobra el 8%. Si x es el número de semanas, determina la ecuación para saber cuánto tiene que pagar Laura.

- 50 + 4x
- 50 + 40x
- 50 + 0.8x
- $x(50 + 0.8)$

4. Determina el valor de $(a + b)$, sabiendo que $a^2 \cdot b^2 = a(a - b) y a \neq b$.

- 2a
- 2a
- a
- b

5. Determina la expresión para obtener como resultado $(c^2 \cdot d)^3$.

- $(c \cdot d)^6$
- $(c/c \cdot d)(c \cdot d)^2$
- $(c^2 + d^2)(c \cdot d)^2$
- $(c \cdot d)^2(c \cdot d)^2$

6. Grimaldo dibujó un cuadrado con un área de 9 cm^2 , pero Julio modificó la figura agregando $p \text{ cm}$ en cada lado. Determina el área de la nueva figura.

- $p^2 + 6p + 9$
- $p^2 + 8p + 81$
- $p^2 + 3p + 9$
- $p^2 + 3p + 6$

7. Calcula el valor de x , si $\frac{4x+18}{-2} = -3$

- 1
- 1
- 2
- 2

8. Mario ajusta dos relojes a las 12 de la madrugada. Cada dos horas, el primer reloj se acelera 3 minutos y el segundo se atasca un minuto. Si Mario se levanta a las 8 de la mañana ¿Cuánta diferencia nro? en cada reloj?

- 74 minutos
- 32 minutos
- 8 minutos
- 16 minutos

9. Alicia recorre un tercio de un terreno, después de descansar recorrió la mitad de lo que le quedó. Si en total a Alicia le quedan x metros por recorrer, ¿Cuál es la ecuación para saber la longitud total del terreno?

- 3x
- $\frac{x}{2}$
- $\frac{5x}{3}$
- $\frac{x}{3}$

10. Julio necesita 3 hojas de triplay para hacer una mesa. Si le solicitaron un pedazo de un tercio de quincena de mesas y si momento solo cuenta con 4 hojas. ¿Cuántas hojas le faltan para completar el pedido?

- 15
- 11
- 45
- 41

11. ¿Cuál es el área de un rectángulo, cuya base es igual a $\frac{1}{3}$ del lado de un cuadrado y su altura es $\frac{1}{2}$ del lado del mismo cuadrado? Nota: el perímetro del cuadrado es de 24 cm.

- 18
- 3
- 6
- 9

12. Luisa compró las calorías de sus 4 verduras favoritas. ¿Cuál debería comer más si quiere bajar de peso?

Verdura	Calorías
Papa	45
Tomate	25
Lchuga	35
Pepino	30

13. Se realizó un estudio de los animales que prefieren el alimento G y el alimento P . ¿Cuál es el porcentaje de los animales que prefieren los dos alimentos?

14. Grimaldo dibujó un cuadrado con un área de 9 cm^2 , pero Julio modificó la figura agregando $p \text{ cm}$ en cada lado. Determina el área de la nueva figura.

- $p^2 + 6p + 9$
- $p^2 + 8p + 81$
- $p^2 + 3p + 9$
- $p^2 + 3p + 6$

15. Encuentra los números primos cuya suma sea 8 y la suma de sus cuadrados sea 50.

- 5 y 3
- 4 y 4
- 5 y 5
- 7 y 1

16. Encuentra la ecuación de la recta con base en la siguiente gráfica.

17. Marcos realizó apuestas en 20 partidos de fútbol, por cada juego ganado recuperaba 10 pesos y por cada partido lo que perdió 5. Si Marcos solo ganó 140 pesos. ¿Cuántos juegos ganó?

- 14
- 16
- 6
- 4

18. Determina el resultado de la siguiente expresión:

$$\frac{12 \cdot 24 \cdot 48 \cdot 60}{24 \cdot 48 \cdot 60 \cdot 72}$$

- 1/12
- 1/12
- 24/48
- 1/75

19. Encuentra la expresión que representa la cuarta parte de seis veces x .

- $3x/2$
- $2x/3$
- $x/24$
- $24x$

20. Aida quiere preparar 250ml de agua de sabor, si por cada litro de agua se necesitan 300gr de saborizante. ¿Cuántos gr necesita Aida para preparar su bebida?

- 75gr
- 25gr
- 50gr
- 100gr

21. Encuentra la expresión que representa la cuarta parte de seis veces x .

- $3x/2$
- $1/12$
- $24/48$
- $1/75$

22. Encuentra la expresión que representa la cuarta parte de seis veces x .

- $3x/2$
- $1/12$
- $24/48$
- $1/75$

23. En un parque de diversiones, se capturó el número de bebidas que se consumen al día. ¿Cuál es el valor que falta en los referidos para decir que la moda es un número menor que 107?

Refresco	x^2
Jugo	20
Lleche	10
Ajua	9
Lanudos	11

- 9
- 10
- 11
- 20

24. En una muestra de datos, se encontró que su media es 10 y su desviación estándar es 2. Si el valor de los datos se duplica. ¿Cuál es la nueva variancia?

- 4
- 16
- 20
- 40

25. En un consultorio se tomó el tiempo que tarda en consultar un paciente. Determina la media si cada consulta dura los siguientes tiempos: 8, 10, 13, 8, 10, 12, 10, 6, 9, 4.

- 10
- 8
- 12
- 9

26. En una muestra de datos, se encontró que su media es 10 y su desviación estándar es 2. Si el valor de los datos se duplica. ¿Cuál es la nueva variancia?

- 4
- 16
- 20
- 40

27. En una muestra de datos, se encontró que su media es 10 y su desviación estándar es 2. Si el valor de los datos se duplica. ¿Cuál es la nueva variancia?

- 4
- 16
- 20
- 40

28. María participa en una tómbola donde hay 50 pelotas de 3 colores con 50 premios: 25 negras que te regalan una consola, 10 blancas que regalan un perfume, 15 azules que te regalan unos zapatos. ¿Cuál es la probabilidad de que María se gane un perfume?

- 1/5
- 1/2
- 1/50
- 1/3

Figura K.1. Primera evaluación aplicada a los estudiantes.

Examen de Razonamiento Matemático
Segunda evaluación

Nombre: _____ Matrícula: _____

Instrucciones:
Resuelve los siguientes problemas, encerrando el inciso de la respuesta correcta.

1. Determina el resultado de la raíz cuarta de $16x^{16}y^8$.
 a) $4x^4y^2$
 b) $4x^2y^4$
 c) $2x^4y^2$
 d) $2x^2y^4$

2. Sean M y N números negativos. ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el menor valor?
 a) $M - N$
 b) $-M + N$
 c) $-M - N$
 d) $M + N$

3. Determina el valor de un monomio, que al multiplicarlo por $2x^2$ genera como resultado 10 por x elevado a la 9.
 a) $5x^4$
 b) $3x^4$
 c) $5x^6$
 d) $3x^6$

4. Encuentra las medidas de un rectángulo, si su área es de $(x^2 - 8x)$.
 a) $(x - 9)(x + 9)$
 b) $(x - 9)(x - 9)$
 c) $(x - 9)(x + 9)$
 d) $(x - 8)(x + 8)$

5. Lupita dibujó un cuadrado de n centímetros de lado, si modificó la figura quitándole cuatro cm al ancho y los agregó al largo. ¿Cuánto mide el área de la nueva figura de Lupita?
 a) $n^2 - 16$
 b) $n^2 - 16$
 c) $n^2 + 8n - 16$
 d) $n^2 - 8n + 16$

6. Martí disolvió un cubo de 64cm^3 , si modificó la figura reduciendo el ancho a la mitad y le agregó x cm a cada lado. ¿Cuál es el volumen de la nueva figura?
 a) $x^3 + 12x^2 + 48x + 64$
 b) $x^3 + 4x^2 + 16x + 64$
 c) $x^3 + 16x^2 + 32x + 64$
 d) $x^3 + 10x^2 + 32x + 32$

7. Determina el menor valor de m , para que $\sqrt{\frac{m}{7}}$ sea un número entero.
 a) 14
 b) 56
 c) 7
 d) 1

8. Determina la expresión que representa el siguiente conocimiento: la potencia cúbica de un número entre el quintuplico de otro.
 a) x^2/y
 b) $3x^2/y$
 c) $3x/y^2$
 d) x^2/y^2

9. Julio y Paco pasaron toda la tarde en las maquinistas y ambos gastaron el mismo dinero. Si Julio tenía 30 pesos y Paco 20 pesos. ¿Cuánto dinero gastaron, si a Paco le sobró un tercio de lo que le sobró a Julio?
 a) 5
 b) 20
 c) 15
 d) 10

10. Encuentra las medidas de un rectángulo, si su área es de $(x^2 - 8x)$.
 a) $(x - 9)(x + 9)$
 b) $(x - 9)(x - 9)$
 c) $(x - 9)(x + 9)$
 d) $(x - 8)(x + 8)$

11. Determina el promedio de 4 números si se sabe que uno tiene un valor de 28 y la suma de los otros tres es de 72.
 a) 23
 b) 25
 c) 20
 d) 18

12. En una pastelería, para determinar la proyección de pasteles que se venderán en el día, se utiliza la función $t(p) = \frac{210(1-2m)}{10}$, donde p es el precio del pastel y m es una constante. Si anteriormente se vendieron 5 pasteles a 20 pesos. ¿Cuántos pasteles venderán si le aumentan al precio 2 pesos?
 a) 15
 b) 15
 c) 10
 d) 5

13. ¿Cuál de las siguientes cantidades es más cercana al valor de cero?
 a) 10^{40}
 b) 10^4
 c) 10^{-10}
 d) 10^{100}

14. Determina la gráfica que representa la función $\sec(x)/\cos(x)$.

15. Determina la ecuación de una recta que pasa por los puntos (3,5) y (2,3).
 a) $2x + y - 1 = 0$
 b) $2x - y + 1 = 0$
 c) $2x - y - 1 = 0$
 d) $2x + y + 1 = 0$

16. Determina el número primo en común de los siguientes números: 33, 21 y 15.
 a) 11
 b) 7
 c) 5
 d) 3

17. En una tómbola hay esferas rojas excepto 3, esferas azules excepto 5, esferas amarillas excepto 5 y esferas verdes excepto 4. ¿Cuántas esferas hay, si también hay una rosa?
 a) 5
 b) 4
 c) 4
 d) 3

18. Determina la ecuación que satisface la siguiente sucesión.

X	Y
1	-2
2	3
3	-4
4	5

a) $(-1)^{x+1}(x+1)$
 b) $(-1)^x(x+1)$
 c) $(-1)^x(x-1)$
 d) $(-1)^{x-1}(x+1)$

19. Todos los días, Laura aborda dos camiones para visitar a su tía, si el camión cuesta \$7.50 y cuenta con 69 pesos. ¿Cuántos días puede ir a visitar a su tía?
 a) 2
 b) 4
 c) 6
 d) 8

20. Dos camiones salieron de la central, el camión A recorre 20 km/hr y el camión B 30km/hr. Si el camión B tarda en arreciar 5 minutos, entonces en media hora los camiones:
 a) Empatan
 b) A va adelante
 c) B va adelante
 d) No se puede saber

21. En una dulcería venden a 36 pesos la docena de chocolates más 3 pesos por la bolsa. ¿Qué expresión debería usar Karla si quiere comprar x chocolates?
 a) $3x$
 b) $(x + 1) / 12$
 c) $\frac{3}{12}(x - 1)$
 d) $3(x + 1)$

22. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa los siguientes datos?

23. Determina la cantidad de personas que dominan solamente uno de los dos idiomas con base en la siguiente figura.

24. En un salón de clase, se determinó la mediana(m), la calificación más frecuente(f) y el promedio (\bar{x}). ¿Cuál resultado se debe escoger si se desea demostrar que al grupo le va mal en sus calificaciones?
 a) p
 b) f
 c) m
 d) Cualesquier

Matrícula	Calificación
Jesabel	9
Jenny	7
Isabel	10
Jorge	9
Jacobo	7

25. Hugo, Paco y Luis son hermanos, si Hugo nació 2 años antes que Paco y Luis es el mayor por 4 años que Hugo. ¿Cuál es la media de los tres hermanos si Paco tiene 10 años?
 a) 10
 b) $32/3$
 c) 12
 d) $38/3$

26. Pablo trabaja en una óptica y al final del día anotó las diferentes dioptrías identificadas ese día, las cuales fueron

Dioptría	Frecuencia
0.5	1
0.5	2
0.5	2
1	2
1	2
1	2.5

¿Cuál es la mediana correspondiente?
 a) 1
 b) 1.5
 c) 2
 d) 2.5

27. Al duplicarse la varianza de una muestra poblacional resultó el número 32. ¿Cuál es su desviación típica original?
 a) 5
 b) 4
 c) 3
 d) 2

28. En la estadística discreta (con N números de posibilidades igualmente probables). ¿Cuál de las siguientes frases con verdaderas?
 a) La probabilidad de todas las posibilidades es 1.
 b) La probabilidad de un evento individual es $1/N$.
 c) La probabilidad de que ocurran todos los eventos menos uno es $(N - 1) / N$.
 d) Todas las anteriores.

29. Durante el sorteo del servicio militar se tienen 200 bolas blancas, 200 bolas azules y 200 bolas negras. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola no sea negra?
 a) $2/3$
 b) 1
 c) $1/3$
 d) $1/2$

30. De cuántas maneras puede seleccionar Tony 2 portátiles azules(a), 3 verdes(v) y un amarillo(y) de un paquete nuevo de portátiles?
 a) 1
 b) avv
 c) av^2y
 d) $2^33^11^1$

Figura K.2. Segunda evaluación aplicada a los estudiantes.

APÉNDICE L

RESULTADOS DE LAS EVALUACIONES

Tabla L.1. Aciertos, errores y tiempos obtenidos al contestar las dos evaluaciones por parte de los estudiantes

#	Primera evaluación				Segunda evaluación			
	Errores	Aciertos	Calificación	Tiempo	Errores	Aciertos	Calificación	Tiempo
1	19	11	37	19	17	13	43	24
2	12	18	60	32	11	19	63	23
3	16	14	47	35	13	17	57	22
4	16	14	47	29	12	18	60	26
5	10	20	67	31	9	21	70	27
6	17	13	43	29	12	18	60	26
7	20	10	33	32	20	10	33	19
8	9	21	70	27	9	21	70	29
9	11	19	63	48	16	14	47	33
10	11	19	63	27	8	22	73	19
11	14	16	53	29	10	20	67	21
12	12	18	60	36	14	16	53	26
13	9	21	70	23	10	20	67	20
14	16	14	47	30	11	19	63	18
15	20	10	33	43	12	18	60	34
16	14	16	53	48	11	19	63	16
17	14	16	53	46	14	16	53	28
18	9	21	70	47	16	14	47	29
19	8	22	73	56	9	21	70	26
20	14	16	53	31	14	16	53	19

21	13	17	57	31	13	17	57	15
22	16	14	47	25	8	22	73	20
23	11	19	63	23	12	18	60	26
24	24	6	20	14	13	17	57	22
25	17	13	43	22	15	15	50	20
26	12	18	60	46	6	24	80	32
27	13	17	57	34	12	18	60	18
28	16	14	47	50	12	18	60	24
29	14	16	53	45	14	16	53	26
30	11	19	63	35	16	14	47	27