
Optimización de un algoritmo de inteligencia de enjambre enfocado en sincronización y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente para escenarios con obstáculos móviles

Gerardo Paz Fuentes



UNIVERSIDAD DEL VALLE DE GUATEMALA

Facultad de Ingeniería



**Optimización de un algoritmo de inteligencia de enjambre
enfocado en sincronización y control de formaciones de
sistemas robóticos multi-agente para escenarios con obstáculos
móviles**

Trabajo de graduación presentado por Gerardo Paz Fuentes para optar
al grado académico de Licenciado en Ingeniería Mecatrónica

Guatemala,

2024

Vo.Bo.:

(f) _____
Dr. Luis Alberto Rivera Estrada

Tribunal Examinador:

(f) _____
Dr. Luis Alberto Rivera Estrada

(f) _____
Examinador 1

(f) _____
Examinador 2

Fecha de aprobación: Guatemala, 5 de diciembre de 2024.

Prefacio

Quiero agradecer profundamente a mis padres, Leonel Paz y Lisbeth Fuentes por todo el amor y apoyo que me han brindado a lo largo de mi trayectoria académica.

A mi hermano, Esteban Paz, por ser un buen hermano y aliado en los proyectos en los que trabajamos juntos. A mi abuela, Graciela Mendoza, por todo su apoyo y los consejos que me ha brindado para cumplir mis objetivos. A mi perro, Moshy, que me brindó compañía y momentos bonitos de distracción. Que descanse en paz. A mi perro, Niko, que siempre me acompaña al llegar a mi casa y me comparte sus ladridos en las noches de trabajo.

También quiero agradecer a mi asesor, el Dr. Luis Rivera, quien me brindó su apoyo, seguimiento y asesoría para lograr que este proyecto culminara exitosamente.

Quiero agradecer a mis amigos más cercanos por siempre brindarme acompañamiento y

Por último, quiero agradecer a Dios por darme la oportunidad de culminar esta etapa de mi vida con todas las bendiciones que me rodean.

Prefacio	III
Lista de figuras	VIII
Lista de cuadros	IX
Resumen	X
Abstract	XI
1. Introducción	1
2. Antecedentes	3
2.1. Robótica de enjambre	3
2.1.1. Robótica de enjambre inspirada en peces	3
2.2. Robotarium de Georgia Tech	4
2.3. Robotat de la Universidad del Valle de Guatemala	4
2.4. Trabajos previos de robótica de enjambre en la UVG	5
2.4.1. Validación de algoritmos de algoritmos de <i>Particle Swarm Optimization</i> (PSO) y <i>Ant Colony Optimization</i> (ACO)	5
2.4.2. Algoritmo de sincronización y control de sistemas de robots multi-agente para misiones de búsqueda	6
2.4.3. Validación de un algoritmo de inteligencia de enjambre enfocado en sincronización y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente en un entorno físico	6
3. Justificación	7
4. Objetivos	8
4.1. Objetivo general	8
4.2. Objetivos específicos	8
5. Alcance	9

6. Marco teórico	10
6.1. Conceptos fundamentales en robótica de enjambre	10
6.1.1. Enjambre	10
6.1.2. Agente	11
6.1.3. Formaciones	11
6.1.4. Control centralizado y descentralizado	11
6.2. Conceptos básicos en teoría de grafos	12
6.2.1. Teoría de grafos	12
6.2.2. Vértices y aristas	13
6.2.3. Tipos de grafos	13
6.2.4. Matrices asociadas a un grafo	14
6.3. Control de la formación	15
6.3.1. Grafo de formación	15
6.3.2. Construcción de un grafo mínimamente rígido	16
6.3.3. Grafo para la red de comunicación	16
6.4. Teoría de control	17
6.4.1. Control de formación	17
6.5. Cinemática de robots diferenciales con ruedas	17
6.6. Otras ecuaciones matemáticas relevantes	18
6.6.1. Ecuación de consenso	18
6.6.2. Funciones racionales para hallar la tensión	19
6.7. Herramientas de software	20
6.7.1. Matlab	20
6.7.2. Entorno de simulación Webots	20
6.7.3. Paralelismo computacional	20
6.8. Ecosistema Robotat	21
6.8.1. Mesa de pruebas	21
6.8.2. Sistema de captura de movimiento OptiTrack	22
6.8.3. Comunicación del Robotat	22
6.9. Hardware	23
6.9.1. Plataforma móvil Pololu 3pi+ modificado	23
7. Algoritmo de sincronización y control de formaciones	24
7.1. Programa del supervisor	24
7.1.1. Adquisición de posiciones	24
7.1.2. Cálculo de velocidades de agentes	24
7.1.3. Evasión de obstáculos y colisiones	25
7.1.4. Control proporcional	25
7.2. Programa de los agentes	25
7.3. Funcionamiento del algoritmo	25
8. Verificación de funcionalidad del algoritmo desarrollado en fases previas	28
8.1. Réplica de simulaciones de Webots	28
8.1.1. Comunicación entre supervisor y agentes	29
8.1.2. Prueba del algoritmo con simulaciones basadas en escenarios previos .	29
8.2. Réplica del funcionamiento del algoritmo en el Robotat	33
8.2.1. Pruebas de conexión con el Pololu 3Pi+ y el Robotat	33
8.2.2. Calibración de marcadores	33

8.2.3. Selección de marcadores a utilizar	35
8.2.4. Ajuste de parámetros en el algoritmo	37
8.2.5. Configuraciones para el escenario	38
8.2.6. Prueba del algoritmo en físico con escenarios previos	39
9. Prueba de la naturaleza dinámica del algoritmo con obstáculos móviles	45
9.1. Naturaleza dinámica del algoritmo	45
9.2. Simulaciones utilizando obstáculos móviles	46
9.2.1. Primer escenario	46
9.2.2. Segundo escenario	47
9.2.3. Tercer escenario	48
9.3. Escenarios físicos utilizando obstáculos móviles	48
9.3.1. Primer escenario	49
9.3.2. Segundo escenario	50
9.3.3. Tercer escenario	51
9.3.4. Cuarto escenario	52
10.Optimización del algoritmo y su implementación	53
10.1. Lenguaje de programación y limpieza de código	53
10.2. Posición de cada agente según el grafo de formación	54
10.3. Mejora de la eficiencia computacional con NumPy	56
10.3.1. Aplicación de desfases a los marcadores	56
10.3.2. Cálculo de la distancia entre agentes	58
10.3.3. Cálculo del error de formación	59
10.4. Implementación de paralelismo computacional	61
10.4.1. Definición de funcionalidades que se ejecutarán en paralelo	61
10.4.2. Creación de hilos en paralelo	62
10.4.3. Ajuste de parámetros y mejora de funcionalidades	64
10.4.4. Verificación del rendimiento del algoritmo optimizado	65
11.Validación del algoritmo optimizado en escenarios físicos con obstáculos móviles	67
12.Conclusiones	68
13.Recomendaciones	69
14.Bibliografía	70

Lista de figuras

1.	Prototipo físico de Bluebot[3].	4
2.	Laboratorio Robotarium de Georgia Tech [4].	4
3.	Plataforma Robotat de la Universidad del Valle de Guatemala [6].	5
4.	Simulación en Webots implementando el algoritmo para evadir obstáculos [6].	6
5.	Ejemplo de enjambre de robots [10].	10
6.	Ejemplo de un control centralizado y descentralizado [12].	12
7.	Ejemplo de un grafo [8].	12
8.	Ejemplo de algunos tipos de grafos. a: completo, b: simple, c: árbol, d: dígrafo, e: estrella, f: no conexo, g: de celosía, h: de mundo pequeño [14].	14
9.	Grafos de formación en triángulo y hexágono [8].	16
10.	Sistema de control en lazo cerrado [19].	17
11.	Modelo de uniciclo [20].	18
12.	Entorno de simulación en Webots [22].	20
13.	Ejemplo de dependencia de tareas [23].	21
14.	Cámara de captura de movimiento Prime ^x 41 de OptiTrack [24].	22
15.	Sensores y componentes del Pololu 3pi+ 32U4 OLED Robot [25].	23
16.	Diagrama de flujo para el supervisor.	26
17.	Diagrama de flujo para el programa de los agentes.	27
18.	Ejecución de la primera simulación en Webots 2023b.	29
19.	Ejecución del algoritmo en la primera simulación	30
20.	Ejecución del algoritmo en la segunda simulación	31
21.	Ejecución del algoritmo en la tercera simulación	32
22.	Error de conexión con Pololu 3Pi+.	33
23.	Marcadores del OptiTrack disponibles para su uso.	34
24.	Marcadores alineados sobre el eje <i>y</i> de la mesa de pruebas del Robotat.	34
25.	Problema de funcionamiento en físico, agentes permanecen inmóviles.	36
26.	Selección de marcadores para cada agente. A la izquierda se observa como era la asignación anteriormente y a la derecha como es una selección arbitraria actualmente.	37

27.	Problema de funcionamiento en físico, agentes divergen hacia posiciones iniciales.	37
28.	Problema de funcionamiento en físico, agentes divergen luego de colocarse en sus posiciones iniciales.	38
29.	Mesa de pruebas con 2 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.	40
30.	Trayectoria de los 2 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.	40
31.	Mesa de pruebas con 6 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.	41
32.	Trayectoria de los 6 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.	41
33.	Mesa de pruebas con 6 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.	42
34.	Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.	42
35.	Mesa de pruebas con 3 agentes en el escenario ACC, corrida 1, en físico.	43
36.	Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ACC, corrida 1, en físico.	43
37.	Mesa de pruebas con 3 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.	44
38.	Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.	44
39.	Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ADA, corrida 1, en simulación.	46
40.	Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ADA, corrida 2, en simulación.	47
41.	Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ADA, corrida 3, en simulación.	48
42.	Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADB, corrida 1, en físico.	49
43.	Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADC, corrida 1, en físico.	50
44.	Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADC, corrida 3, en físico.	51
45.	Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADC, corrida 2, en físico.	52
46.	Posiciones de agentes según el grafo de formación con la implementación original del algoritmo.	55
47.	Posiciones de agentes según el grafo de formación con la implementación nueva del algoritmo.	55
48.	Gráfica con medias de tiempo para aplicar desfases de marcadores con bucles y operaciones con NumPy.	58
49.	Gráfica con medias de tiempo para calcular la distancia entre agentes con bucles y operaciones con NumPy.	59
50.	Gráfica con medias de tiempo para calcular el error de formación con bucles y operaciones con NumPy.	61
51.	Funcionalidades del algoritmo que se ejecutan en paralelo.	62
52.	Funcionalidades del algoritmo que se ejecutan en paralelo.	63

Lista de cuadros

1.	Desfases para la calibración de marcadores del 1 al 22.	35
2.	Configuraciones para el escenario.	39
3.	Ventajas y desventajas de lenguajes de programación [26].	54
4.	Media de tiempo y desviación estándar para aplicar desfases de marcadores con bucles.	57
5.	Media de tiempo y desviación estándar para aplicar desfases de marcadores con NumPy.	57
6.	Media de tiempo y desviación estándar para calcular la distancia entre agentes con bucles.	59
7.	Media de tiempo y desviación estándar para calcular la distancia entre agentes con NumPy.	59
8.	Media de tiempo y desviación estándar para calcular el error de formación con bucles.	60
9.	Media de tiempo y desviación estándar para calcular el error de formación con NumPy.	60
10.	Tiempos de ejecución del algoritmo optimizado con 2, 3, 4 y 5 agentes. . . .	65
11.	Tiempos de ejecución del algoritmo no optimizado con 2, 3, 4 y 5 agentes. .	66

Resumen

Abstract

CAPÍTULO 1

Introducción

El objetivo de este proyecto fue continuar indagando en la robótica de enjambre al seguir con el desarrollo e implementación de un algoritmo de sincronización y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente. Durante las fases previas se llegó hasta la validación del algoritmo en un entorno real utilizando el ecosistema del Robotat de la Universidad del Valle de Guatemala (UVG), sin embargo, no se profundizó en su funcionamiento al utilizar escenarios con obstáculos móviles. A pesar de esto, se dejó una buena infraestructura en cuando a código y su implementación en el Robotat para seguir explorando el alcance del algoritmo con escenarios más complejos.

El propósito de este proyecto fue optimizar la implementación del algoritmo de inteligencia de enjambre desarrollado anteriormente, y validarla en escenarios con obstáculos móviles en el ecosistema del Robotat. Para cumplir con esto, se utilizó el sistema de captura de movimiento OptiTrack, la mesa de pruebas, los agentes robóticos Pololu 3Pi+ modificados y red de comunicación con el servidor del Robotat.

En primer lugar, se llevó a cabo el levantamiento de la fase preliminar del algoritmo, para lo cual se simularon escenarios en WebotsR2023b. Una vez que las simulaciones funcionaron correctamente, se buscó replicar el funcionamiento del algoritmo en el Robotat. Durante este proceso, se encontró con obstáculos como que se realizaron cambios en las conexiones de los Pololu 3Pi+, modificaciones en los marcadores disponibles y la necesidad de ajustar los parámetros de control. Todo este proceso se describe a detalle en el Capítulo 8.

Una vez replicado el funcionamiento del algoritmo en simulación y físico, se puso a prueba su naturaleza dinámica. En el Capítulo 9 se explica a detalle cómo funciona y se muestran los escenarios de prueba utilizados.

El siguiente paso fue optimizar la implementación del algoritmo. Para esto, se identificaron deficiencias y puntos de mejora en el código, lenguaje de programación y métodos de comunicación. En el Capítulo 10 se detalla el proceso realizado y se muestran los resultados de la optimización.

Finalmente, en el Capítulo 11 se muestra la validación del algoritmo optimizado utilizando escenarios con obstáculos móviles en el Robotat.

CAPÍTULO 2

Antecedentes

2.1. Robótica de enjambre

La robótica de enjambre consiste en el uso de robots relativamente sencillos que, al organizarse y funcionar en conjunto, pueden llevar a cabo tareas complejas que un solo robot no podría realizar. Esto proporciona soluciones flexibles, optimizadas y de un menor costo. Además, no se requiere un número específico de agentes robóticos ya que pueden ir desde las dos unidades hasta miles de ellas [1].

Algunas de las aplicaciones de la robótica de enjambre son el control de tráfico, realizar formaciones en movimiento, misiones de búsqueda y rescate, mapeo de entornos, simulación de comportamientos biológicos, exploración de zonas y comunicación de rutas.

Estas últimas dos han sido estudiadas a profundidad para su implementación en la cosecha de la fresa donde el enjambre realiza la exploración de una zona de cultivo, analiza el estado de los frutos por medio de imágenes computacionales para determinar el momento óptimo para su cosecha y comunica los datos procesados para realizar una cosecha automatizada [2].

2.1.1. Robótica de enjambre inspirada en peces

En 2021 un equipo de investigadores del instituto Wyss de Harvard y la Escuela de Ingeniería y Ciencias Aplicadas John A. Paulson (SEAS) desarrollaron un robot llamado Bluebot inspirado en un pez. Este cuenta con dos cámaras y tres luces LED para su sistema de visión guiado.

Los investigadores模拟aron una misión de búsqueda con una luz roja intermitente e implementaron un algoritmo de dispersión. Para iniciar, los Bluebots se dispersaron en el tanque y una vez que un robot detectó la luz roja, sus leds comenzaron a parpadear, lo que activó el algoritmo de agregación al resto de robots que lograron sincronizar sus movimientos

y agruparse al rededor del robot que detectó la luz, imitando a un banco de peces real [3].

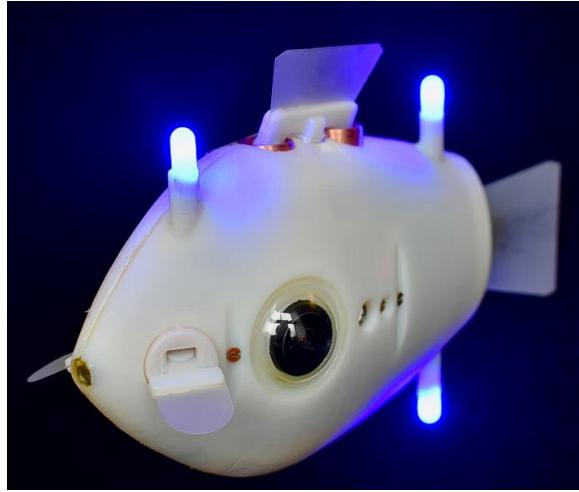


Figura 1: Prototipo físico de Bluebot[3].

2.2. Robotarium de Georgia Tech

En el Instituto Tecnológico de Georgia se ha desarrollado el proyecto Robotarium [4]. Se realizó para proveer acceso gratuito a una plataforma de robótica de enjambre a la que pueda acceder cualquier persona del mundo. Lo único que se necesita para experimentar con la plataforma es descargar un simulador en Matlab o Python, registrarse en la página de Robotarium y esperar la aprobación por parte de un administrador para realizar el experimento.



Figura 2: Laboratorio Robotarium de Georgia Tech [4].

2.3. Robotat de la Universidad del Valle de Guatemala

En el Centro de Innovación y Tecnología de la Universidad del Valle de Guatemala, se encuentra una plataforma de robótica para experimentación llamada Robotat la cual está inspirada en el Robotarium del Instituto Tecnológico de Georgia. Esta se conforma de una plataforma de acero y pycem con un espacio útil de $5 \times 5 \times 3$ m, capaz de soportar cargas puntuales de hasta dos toneladas. También cuenta con un sistema de captura de

movimiento de OptiTrack, compuesto de seis cámaras Prime^x 41 de alta precisión y baja latencia para realizar experimentos en tiempo real. Además, el sistema funciona con una red local inalámbrica WiFi a través de la cual se realiza la comunicación entre robots [5].

Para el funcionamiento del sistema OptiTrack, se utilizan “marcadores” que son figuras plásticas con reflectivos. Estos permiten reflejar la luz infrarroja que emiten las cámaras para obtener, de manera precisa, la posición y el movimiento de objetos en un espacio tridimensional.

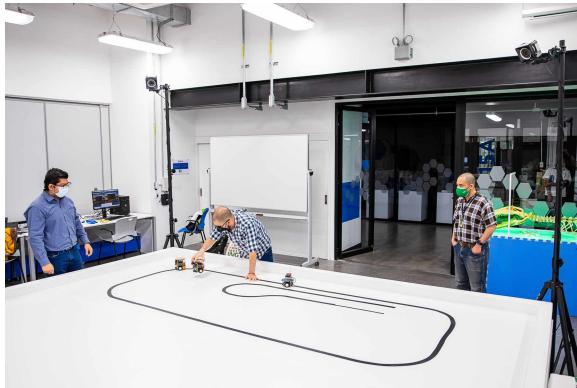


Figura 3: Plataforma Robotat de la Universidad del Valle de Guatemala [6].

2.4. Trabajos previos de robótica de enjambre en la UVG

A continuación se presentan algunos de los trabajos realizados en el área de robótica de enjambre.

2.4.1. Validación de algoritmos de algoritmos de *Particle Swarm Optimization* (PSO) y *Ant Colony Optimization* (ACO)

La tesis de Jonathan Menéndez [7] se enfocó en realizar pruebas físicas para validar los algoritmos de robótica de enjambre PSO y ACO utilizando los robots móviles Pololu 3pi+ en la plataforma de Robotat.

Luego de realizar múltiples pruebas físicas, se encontró que el algoritmo de ACO es capaz de generar trayectorias de manera satisfactoria en el ecosistema del Robotat, respetando las limitaciones físicas de espacio en la mesa para no colisionar y evitar que las cámaras de OptiTrack pierdan la detección de los agentes. Además, este algoritmo demostró tener una mayor eficiencia al corregir las diferencias entre el nodo de inicio y la posición inicial del robot al orientarlo hacia el punto de inicio.

Dichos estudios se limitaron al espacio disponible en la mesa de la plataforma del Robotat, a un espacio libre de obstáculos y a la implementación de solo diez Pololu 3pi+ debido a la disponibilidad de equipo.

2.4.2. Algoritmo de sincronización y control de sistemas de robots multi-agente para misiones de búsqueda

El trabajo de investigación de Andrea Maybell Peña [8] se basó en utilizar un sistema de robots multi-agente para realizar misiones de búsqueda. El algoritmo se basa en la teoría de grafos y el control moderno para tener formaciones específicas de los agentes que permiten su movilización a través de obstáculos que se limitaron a una geometría toroidal y la cantidad de agentes robóticos se limitó a diez unidades del modelo E-Puck de GCtronic.

Se realizó la implementación del algoritmo en el simulador Webots de Cyberbotics. Como resultado se obtuvo una tasa de éxito del 80 % utilizando el algoritmo completo para llegar a la meta.



Figura 4: Simulación en Webots implementando el algoritmo para evadir obstáculos [6].

2.4.3. Validación de un algoritmo de inteligencia de enjambre enfocado en sincronización y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente en un entorno físico

En el trabajo de investigación de Alejandro Rodríguez [9] se realizó una validación del algoritmo de inteligencia de enjambre enfocado a sincronización vertical y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente. La validación se realizó utilizando el ecosistema del Robotat de la Universidad del Valle de Guatemala y los robots Pololu 3pi+ modificados.

Para la validación física, se realizaron diversos experimentos donde se evaluó el desempeño de cada agente, la generación de trayectorias, el posicionamiento de los agentes, las distintas configuraciones de formación y los escenarios utilizando obstáculos.

Los experimentos realizados se limitaron a utilizar un máximo de nueve agentes robóticos debido a su disponibilidad en la universidad, el tiempo máximo por semana para realizar pruebas en el Robotat fue de seis horas y estas se realizaron utilizando obstáculos estáticos.

Los resultados de la experimentación demostraron que, el algoritmo evade los obstáculos satisfactoriamente y mantiene una distancia adecuada entre agentes. Sin embargo, el algoritmo en simulación es aproximadamente un 70 % más rápido que en físico. Esto se debe a que cada prueba física tomaba alrededor de 8 minutos debido a la latencia del servidor que aumentaba con el número de agentes conectados.

CAPÍTULO 3

Justificación

La inteligencia de enjambre es una rama del área de inteligencia artificial. Sus aplicaciones abarcan desde realizar tareas cotidianas hasta resolver problemas complejos. Uno de sus mayores beneficios es utilizar agentes robóticos de bajo costo para ejecutar acciones en conjunto en lugar de utilizar un solo robot complejo. Además, esto crea un sistema robótico robusto lo que resulta útil para diversas aplicaciones.

Se decidió estudiar la robótica de enjambre ya que en la Universidad del Valle de Guatemala, en trabajos anteriores, se han realizado pruebas implementando algoritmos de sincronización y control utilizando simuladores como Webots, así como agentes físicos Pololu 3Pi+. Estas pruebas tuvieron éxito, sin embargo, estuvieron limitadas a generar trayectorias en un ambiente con obstáculos fijos y los tiempos de ejecución eran muy largos. Por lo tanto, en este trabajo de graduación se deseaba optimizar el algoritmo desarrollado previamente y realizar nuevas pruebas para validar las trayectorias generadas en un ambiente controlado con obstáculos móviles.

Esto permitió conocer el alcance de los algoritmos de sincronización y control, además que abrió las puertas a su implementación en aplicaciones de la vida real como misiones de búsqueda y rescate o análisis de zonas de cultivos, donde en los escenarios se encontrarán obstáculos móviles como personas, animales o incluso cambios en el propio escenario debido a factores externos.

CAPÍTULO 4

Objetivos

4.1. Objetivo general

Optimizar la implementación del algoritmo de inteligencia de enjambre enfocado en sincronización y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente desarrollado anteriormente, y validarlo en escenarios con obstáculos móviles, en el ecosistema Robotat.

4.2. Objetivos específicos

- Evaluar la implementación del algoritmo de sincronización y control desarrollado anteriormente e identificar deficiencias y puntos de mejora en código, lenguaje de programación y métodos de comunicación.
- Optimizar el algoritmo tomando en cuenta los puntos de mejora identificados y evaluar su rendimiento en escenarios similares a los utilizados anteriormente.
- Adaptar el algoritmo para generar trayectorias en escenarios con obstáculos móviles.
- Validar el rendimiento del algoritmo optimizado con agentes robóticos como el Pololu 3Pi+ en el ecosistema Robotat.

CAPÍTULO 5

Alcance

La creación del algoritmo de sincronización y control de formaciones abrió la puerta a su experimentación en diferentes escenarios. Además, la adaptación previa del algoritmo para su uso, tanto en simulaciones como en entornos reales dentro del Robotat, proporcionó la infraestructura necesaria para continuar evaluando su alcance utilizando plataformas robóticas como el Pololu 3Pi+.

El algoritmo funciona adecuadamente en ambientes dinámicos gracias a la forma en que se planteó originalmente la ecuación de consenso y el cálculo del peso. En un entorno real, se evalúa constantemente la posición actual de cada agente y se compara con la ubicación de los obstáculos para ajustar la ecuación de consenso y evitar posibles colisiones.

Actualmente, el algoritmo permite utilizar formaciones con un máximo de 10 agentes. Esto se debe a que el grafo de formación fue diseñado para ser mínimamente rígido con ese número de gentes. Sin embargo, en futuras implementaciones podría modificarse el grafo de formación a manera que soporte formaciones más grandes.

El algoritmo está desarrollado completamente en Python, un lenguaje de código abierto *open source*, lo que facilita el desarrollo para futuros investigadores. Además, Python cuenta con librerías que permiten mejorar la eficiencia computacional.

En este proyecto, se optimizó el algoritmo mediante el uso de operaciones matriciales en lugar de bucles, lo que redujo el tiempo de procesamiento. Esta optimización es aún más notable a medida que aumenta el número de agentes en la formación. También, se modificó el código de procesamiento de datos para generar gráficas y trayectorias que muestren el comportamiento de los obstáculos móviles.

Una de las limitaciones al optimizar el algoritmo y realizar pruebas físicas fue la disponibilidad de solo 8 agentes robóticos, debido a la cantidad de robots disponibles en la universidad y al uso compartido con otros estudiantes. Además, el tiempo de pruebas en el Robotat fue limitado por la necesidad de compartir la mesa de pruebas y los agentes robóticos con otros estudiantes, requiriendo todo el espacio disponible.

CAPÍTULO 6

Marco teórico

6.1. Conceptos fundamentales en robótica de enjambre

6.1.1. Enjambre

En la robótica, un enjambre es el conjunto de individuos que colaboran entre sí para lograr un objetivo. En la Figura 5 se muestra un enjambre de robots.

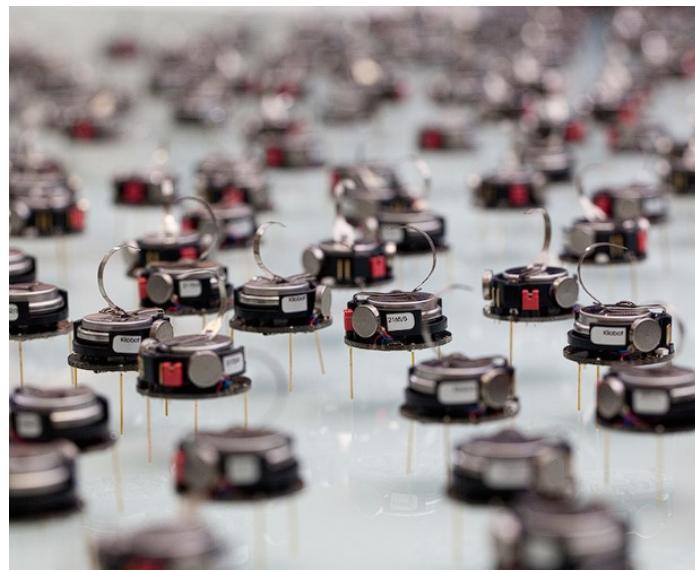


Figura 5: Ejemplo de enjambre de robots [10].

6.1.2. Agente

Se le conoce como agente a un individuo que forma parte del enjambre. Este es capaz de realizar acciones simples para lograr un objetivo de forma colaborativa con los demás individuos. En la robótica de enjambre, los agentes son robots [11].

6.1.3. Formaciones

Es común que en la naturaleza se observen enjambres que forman patrones. Esto es gracias a que los individuos realizan movimientos coordinados para crear formaciones. En la robótica de enjambre sucede lo mismo, se tiene un conjunto de agentes que se organizan y coordinan sus movimientos para lograr objetivos. Estos pueden ser evadir obstáculos, mapear un entorno, llegar a un objetivo siguiendo una trayectoria, entre otros. Para lograr la coordinación de formaciones, se requiere aplicar un control que puede ser centralizado o descentralizado [11].

6.1.4. Control centralizado y descentralizado

En la robótica de enjambre, el control centralizado consiste en una red de comunicación donde una unidad central de procesamiento (CPU) tiene comunicación con cada agente para transmitir y recibir información. Asimismo, cada agente se comunica únicamente con el CPU.

El control descentralizado, también llamado control distribuido, es donde cada agente tiene comunicación con los demás para transmitir información. Este tipo de control requiere un protocolo de comunicación más robusto y complejo, sin necesidad de un CPU [12].

En la Figura 6 se observa la diferencia entre ambos tipos de control.

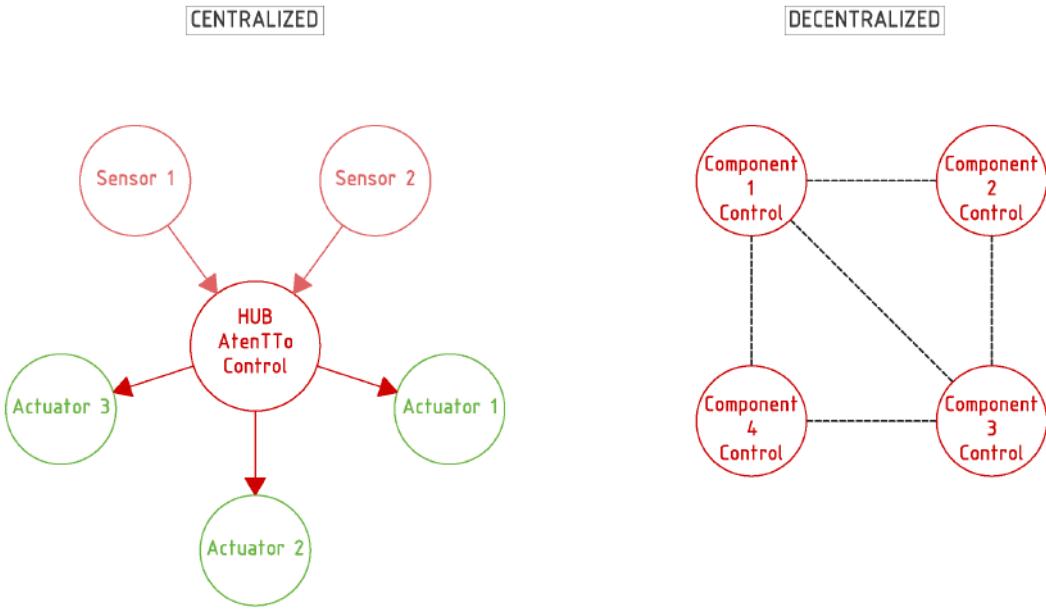


Figura 6: Ejemplo de un control centralizado y descentralizado [12].

6.2. Conceptos básicos en teoría de grafos

6.2.1. Teoría de grafos

La teoría de grafos es una rama de la matemática y ciencias de la computación que se dedica a estudiar los grafos [13]. El grafo es un conjunto de vértices conectados por aristas tal como se observa en la Figura 7. Esta teoría se utiliza en diversas aplicaciones como mapeo de entornos, generación de rutas, análisis de datos, telecomunicaciones, entre otras. En este trabajo de graduación, se utilizó la teoría de grafos para definir formaciones y la red de comunicación entre agentes.

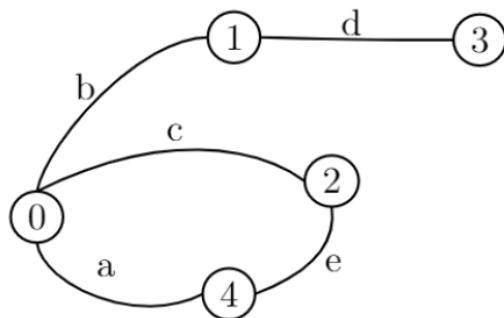


Figura 7: Ejemplo de un grafo [8].

6.2.2. Vértices y aristas

Los vértices, también llamados nodos, son los puntos donde se conectan las aristas de un grafo. El grado de un vértice será el número de aristas asociados a él [13].

Las aristas, también llamadas arcos o enlaces, son las líneas que conectan un par de vértices y se clasifican en [13]:

- Lazo: Es una arista que tiene en sus extremos el mismo vértice.
- Paralelas o múltiples: Es cuando dos o más aristas tienen en los extremos el mismo par de vértices.

6.2.3. Tipos de grafos

En un grafo, los vértices se puede conectar de distintas maneras según la aplicación que se requiera tal como se observa en la Figura 8. Algunas de sus clasificaciones son [14]:

- Simple o anillo: Cada par de nodos se conecta por una sola arista.
- Multigrafo: En cada par de nodos puede haber más de un enlace.
- Árbol: Es un grafo que no tiene ciclos.
- Dirigidos o dígrafos: Las aristas entre los nodos tienen dirección.
- Estrella: Tiene un nodo central que conecta con los demás nodos.
- No conexos: Hay uno o más nodos que no conectan con el resto.
- Completo: Cada nodo está conectado con los demás.
- Regular: Todos los nodos tienen el mismo número de aristas.
- De celosía y mundo pequeño: Estos grafos se utilizan para entender el comportamiento y estructura de ciertos fenómenos en la naturaleza.

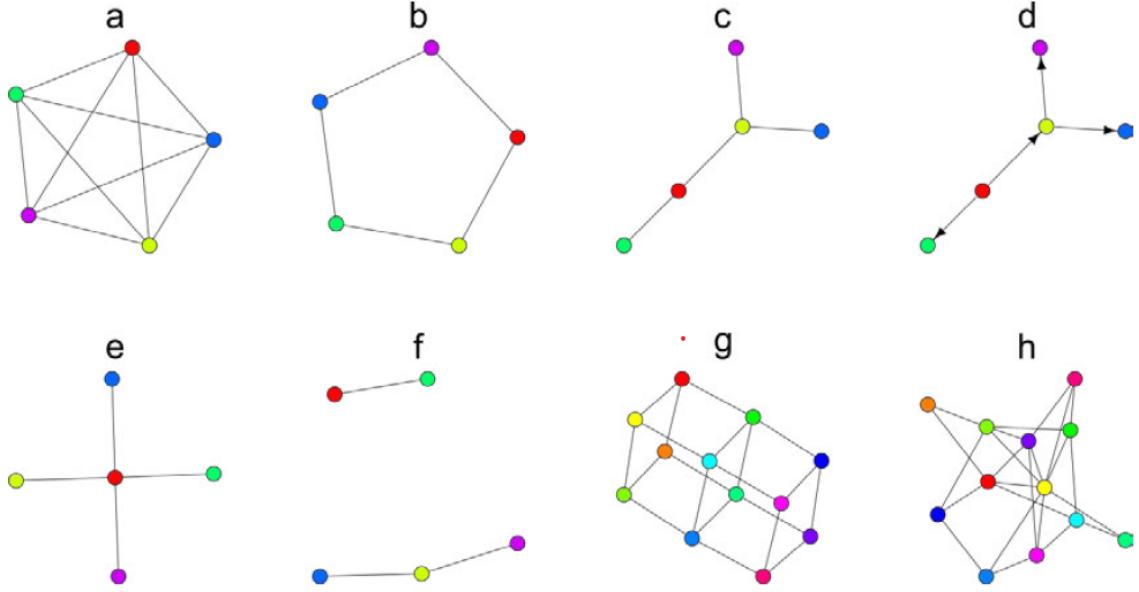


Figura 8: Ejemplo de algunos tipos de grafos. a: completo, b: simple, c: árbol, d: dígrafo, e: estrella, f: no conexo, g: de celosía, h: de mundo pequeño [14].

6.2.4. Matrices asociadas a un grafo

La representación gráfica de un grafo es poco práctica para su análisis, por esto es mejor utilizar su representación matricial [15]. A continuación, se mencionan algunas matrices útiles y su implementación para el grafo de la Figura 7.

- Matriz de incidencia (I): Se tiene una matriz de v vértices por e aristas. El elemento $a_{ve} = 1$ si la arista conecta con el vértice, de lo contrario $a_{ve} = 0$.

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Matriz de adyacencia (A): El grafo se representa con una matriz cuadrada de tamaño $v \times v$. Si hay una arista entre el vértice v_1 y v_2 , el elemento $a_{v_1 v_2} = 1$.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Matriz de grados (D): Se tiene una matriz diagonal de tamaño $v \times v$ que contiene los grados de cada vértice.

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Matriz laplaciana (L): Esta matriz es resultado de operar otras matrices asociadas al grafo. Para grafos no dirigidos, esta se calcula como $L = D - A$. Para grafos dirigidos se calcula como $L = II^T$.

$$l = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

- Matriz de rigidez (K): Esta matriz surge de qué tanto es posible deformar el grafo sin doblar ni modificar la longitud de las aristas [16]. A continuación se muestra la matriz de adyacencia totalmente rígida.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Esta corresponde a la matriz de adyacencia del grafo completo.

6.3. Control de la formación

Para resolver el problema de control de formaciones se utilizan dos grafos asociados. El primero es el grafo de formación. Este es un grafo no dirigido que contiene la configuración deseada. Además, se utiliza un grafo ponderado donde las longitudes de las aristas representan la distancia entre los agentes. El segundo grafo es el que representa la red de comunicación entre agentes. Este es un grafo dirigido donde las aristas están definidas por la dinámica de lazo cerrado del sistema multi-agente [8].

6.3.1. Grafo de formación

Para definir un grafo de formación se debe entender el concepto de rigidez. Una estructura es rígida cuando todas las distancias entre los vértices están definidas y se mantienen constantes. Para evaluar la rigidez de un grafo se debe cumplir $e = 2v - 3$, donde v es el número de vértices y e el número de aristas. Si un grafo tiene menos aristas que vértices, este ya no se considera rígido [17].

Con esto, se introduce el término de un grafo mínimamente rígido. Para que un grafo se considere mínimamente rígido, debe tener un estado donde si se elimina cualquier arista, el grafo deja de ser rígido.

La ventaja de trabajar con grafos mínimamente rígidos es que no tienen restricciones innecesarias a la hora de mantener la formación.

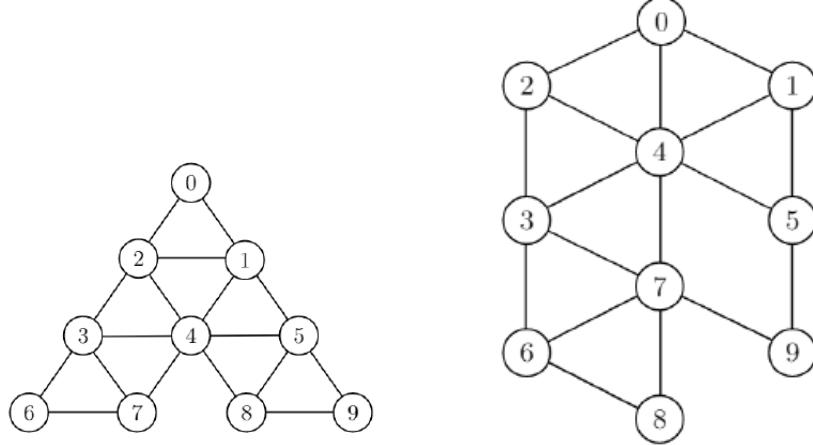


Figura 9: Grafos de formación en triángulo y hexágono [8].

6.3.2. Construcción de un grafo mínimamente rígido

El método de Henneberg es utilizado para construir grafos mínimamente rígidos donde cada vértice mantiene dos grados de libertad [17]. Los pasos para realizar el método son:

1. Numerar todos los vértices.
2. Agregar una arista entre el vértice 1 y el vértice 2.
3. Agregar los demás vértices a la estructura utilizando dos aristas.
4. Verificar que se cumple la condición de $e = \frac{v^2-v}{2}$

6.3.3. Grafo para la red de comunicación

La comunicación entre agentes se representa por un grafo de comunicación. Este es un dígrafo que indica cuáles agentes tienen comunicación entre ellos y hacia qué dirección se comunican [18]. A continuación se muestran tres tipos de redes.

- Red estática: Las aristas se mantienen invariantes en el tiempo.
- Red dinámica o dependiente del estado: Las aristas son variantes en el tiempo y pueden desaparecer o aparecer según el estado de la red de agentes.

- Red aleatoria: La existencia de una arista se da mediante una distribución de probabilidad.

6.4. Teoría de control

En la robótica, se utilizan sistemas de control que integran varios subsistemas y procesos para estabilizar una respuesta inestable. Esto se logra mediante la implementación de un controlador que manipula las entradas del sistema para obtener la salida deseada [19]. En la Figura 10 se muestra el sistema de control más utilizado.

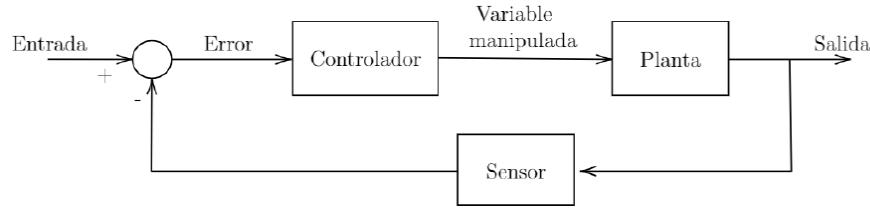


Figura 10: Sistema de control en lazo cerrado [19].

6.4.1. Control de formación

Para realizar el control de formaciones se requieren dos niveles de control, uno superior y otro inferior. El control de capa superior maneja el comportamiento de los agentes y sus posiciones. El control de capa inferior controla la velocidad de las ruedas en cada agente [8].

6.5. Cinemática de robots diferenciales con ruedas

Para la implementación física en la robótica de enjambre se requiere un modelo de movimiento que contemple las dimensiones y características físicas del robot como se observa en la Figura 11. Para esto se tienen las ecuaciones (1) y (2). Donde ℓ es la distancia del motor hasta su centro, φ es el ángulo de orientación del uniciclo dentro del plano XY , v es la velocidad lineal del robot, w es la velocidad angular de las ruedas y r es el radio de las ruedas [20].

$$v = \frac{r(\dot{\varphi}_R + \dot{\varphi}_L)}{2} \quad (1)$$

$$w = \frac{r(\dot{\varphi}_R - \dot{\varphi}_L)}{2\ell} \quad (2)$$

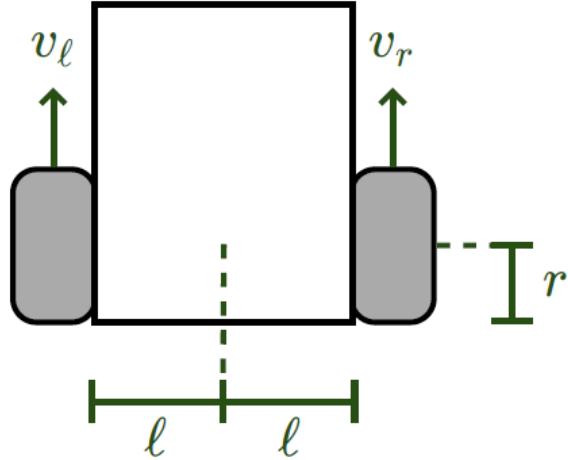


Figura 11: Modelo de uniciclo [20].

Adicional a esto, se puede calcular la velocidad controlada de la rueda derecha y la rueda izquierda con las ecuaciones (3) y (4), respectivamente.

$$\dot{\varphi}_{R,crtl} = \frac{v_{ctrl} + \ell w_{ctrl}}{r} \quad (3)$$

$$\dot{\varphi}_{L,crtl} = \frac{v_{ctrl} - \ell w_{ctrl}}{r} \quad (4)$$

6.6. Otras ecuaciones matemáticas relevantes

Para mantener una correcta formación y distribución del enjambre, se necesitan herramientas como la ecuación de consenso y la función de tensión.

6.6.1. Ecuación de consenso

La ecuación (5) se utiliza para mantener la formación de los agentes en la posición asignada. Esta toma en cuenta el centro de masa de la formación y calcula la velocidad de cada agente para mantener la forma del grafo [8].

$$v_i(t) = \sum_{j \in N(i)} (x_j(t) - x_i(t)), i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

Donde $N(i)$ es el conjunto de unidades adyacentes de la unidad i en la red multi-agente.

Luego de añadir los pesos, se obtiene la ecuación (6):

$$\frac{\partial \varepsilon_{i,j}}{\partial x_i} = w_{i,j}(\|x_i - x_j\|)(x_i - x_j) \quad (6)$$

Donde de puede despejar el peso $w_{i,j}$.

6.6.2. Funciones racionales para hallar la tensión

Para modificar la ecuación de consenso es necesario hallar la tensión utilizando funciones racionales que toman en cuenta las distancias deseadas y las distancias restringidas [8].

- Modelo 1: Combinación aditiva del control de formación y evasión de obstáculos.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\|x_i - x_j\| - d_{ij})^2 + \frac{\|x_i - x_j\|^2}{\|x_i - x_j\| - r} \quad (7)$$

Donde, d_{ij} es la distancia entre los agentes i y j , y r es el radio de los agentes.

- Modelo 2: Combinación de control de formación, evasión de obstáculos y mantenimiento de la conectividad.

$$\epsilon_{ij} = \frac{(\|x_i - x_j\| - d_{ij})^2}{(\|x_i - x_j\| - r)(\|x_i - x_j\| - R)} \quad (8)$$

Donde, R es la distancia máxima que se pueden alejar los agentes sin salirse del rango del radar de los otros.

- Modelo 3: Combinación de control de formación y evasión de obstáculos.

$$\epsilon_{ij} = \frac{2(\|x_i - x_j\| - d_{ij})^2}{\|x_i - x_j\| - r} \quad (9)$$

- Modelo 4: Modelo dinámico con control de formación y evasión de obstáculos.

Se utiliza un modelo dinámico que al inicio, cuando los agentes comienzan en posiciones aleatorias, se utiliza únicamente el control para evitar colisiones. Luego, cuando los agentes están lo suficientemente cerca sin chocarse, se cambia al modelo de la ecuación (9) que toma en cuenta el control de la formación

- Modelo 5: Modelo dinámico con control de formación usando coseno hiperbólico y evasión de obstáculos.

$$\epsilon_{ij} = 0.01 \cosh(1.8\|x_i - x_j\| - 8.4) \quad (10)$$

Se utilizó el coseno hiperbólico ya que es una función “plana” que permite que el control de formación sea el que decida dónde deben posicionarse los agentes en caso de tener un mínimo erróneo en una distancia de 0.

- Modelo 6: Modelo dinámico con control de formación usando coseno hiperbólico y evasión de obstáculos incluyendo límites de velocidad.

Esta modificación no afecta directamente a la ecuación. Se realiza después de esta y consiste en incluir un límite de velocidad al modelo de la ecuación (10). Por lo tanto, si la velocidad obtenida con el modelo es mayor al límite establecido, solo se tomará en cuenta la dirección.

6.7. Herramientas de software

Para realizar los cálculos, el control y las pruebas con los agentes robóticos, se necesita utilizar software especializado como los siguientes:

6.7.1. Matlab

Matlab es una plataforma de programación desarrollada por MathWorks con su propio lenguaje especializado para aplicaciones de ingeniería, análisis de datos, generación de algoritmos, entre otras [21].

Para el presente trabajo, se utiliza Matlab como la fuente de procesamiento de datos y generación de trayectorias para el algoritmo de sincronización y control de formaciones.

6.7.2. Entorno de simulación Webots

Webots es un software de código abierto creado por Cyberbotics [22]. Esta plataforma se centra en la simulación de escenarios que permiten replicar situaciones reales con distintos tipos de robots y objetos tal como se muestra en la Figura 12. Varios de los modelos disponibles en Webots están calibrados para comportarse como el modelo real y el usuario puede modificar los parámetros para garantizar una simulación realista.

Webots también cuenta con la implementación de controladores en lenguajes como C, C++, Matlab, Python, Java, ROS, o con API.

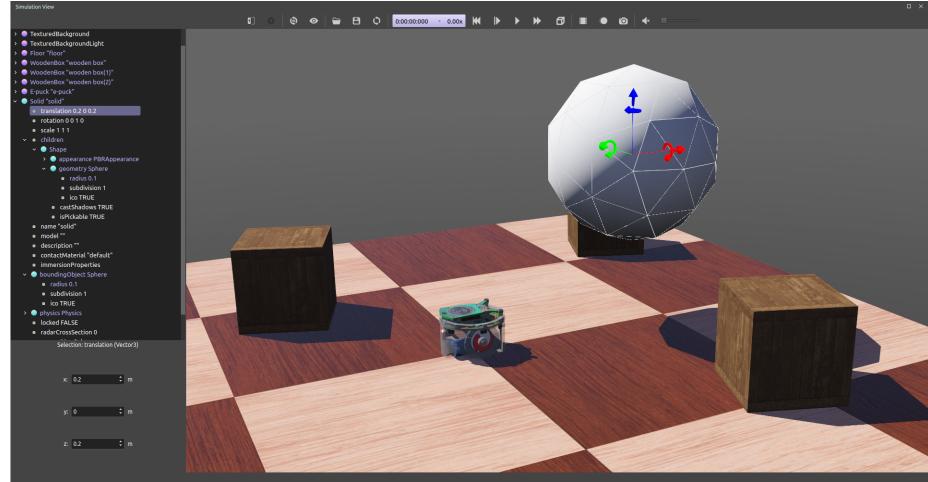


Figura 12: Entorno de simulación en Webots [22].

6.7.3. Paralelismo computacional

Al momento de trabajar con algoritmos y problemas complejos, se requiere utilizar métodos de optimización de software para agilizar el procesamiento de cálculos y la ejecución de

tareas. Para esto, se utilizan herramientas como el paralelismo computacional. Consiste en dividir las tareas y asignarlas a cada núcleo del procesador para ejecutarlas simultáneamente [23]. Esto reduce considerablemente el tiempo de procesamiento. Además es importante considerar las dependencias entre las tareas como:

- Dependencia de control de secuencia: Es el orden secuencial clásico de los algoritmos secuenciales.
- Dependencia de comunicación: Es cuando una tarea depende de la información que envíe otra tarea.

En la Figura 13 se observa un ejemplo donde puede existir tiempos muertos ya que la tarea 3 depende de la información enviada por la tarea 1 y la tarea 4 depende de la información enviada por la tarea 3.

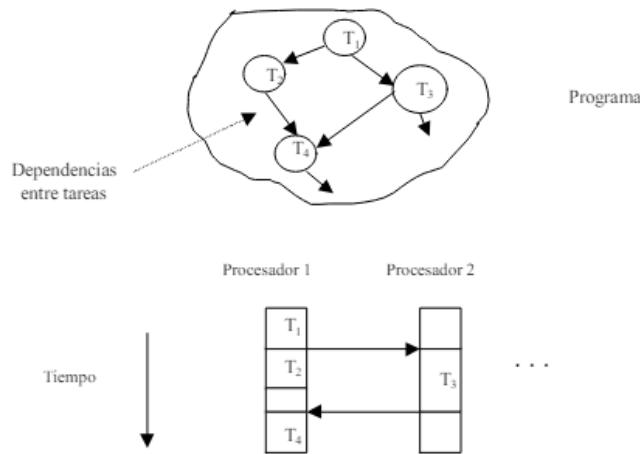


Figura 13: Ejemplo de dependencia de tareas [23].

6.8. Ecosistema Robotat

El Robotat es una plataforma que cuenta con herramientas y sistemas de captura de movimiento útiles para experimentar con la robótica de enjambre. A continuación se describen las herramientas más importantes.

6.8.1. Mesa de pruebas

Es una plataforma de acero y plycem con un espacio útil de $5 \times 5 \times 3$ m, capaz de soportar cargas puntuales de hasta dos toneladas.

6.8.2. Sistema de captura de movimiento OptiTrack

Es un sistema de captura de movimiento que consta de 6 cámaras OptiTrack Prime^x 41 al rededor de la mesa de pruebas. Estas son cámaras de alta precisión y baja latencia que permiten realizar experimentos en tiempo real. En la Figura 14 se muestra el modelo disponible en la Universidad del Valle de Guatemala que tiene las siguientes características [24]:

- Resolución de 4.1 mega píxeles (MP).
- Precisión de ± 0.10 mm.
- Errores rotacionales menores a 0.5 grados.
- Lentes de 12 mm.
- Tasa de refresco nativa de 180 FPS con un máximo de hasta 250 FPS.
- Distancia de captura de hasta 100 pies desde la cámara al marcador.
- Rango de captura de hasta 290,000 pies cúbicos por cámara para marcadores pasivos
- Rango de captura de hasta 1,000,000 pies cúbicos por cámara para marcadores activos.



Figura 14: Cámara de captura de movimiento Prime^x 41 de OptiTrack [24].

6.8.3. Comunicación del Robotat

La plataforma del Robotat utiliza un protocolo de comunicación TCP para transmitir la información de las cámaras OptiTrack al servidor principal del laboratorio. Este servidor de Python envía los datos a través de Wi-Fi en una red local. A esta red local, se puede acceder con una computadora para extraer la información que se necesite, además las plataformas robóticas también se pueden conectar a la red local para recibir instrucciones.

6.9. Hardware

Para poner a prueba el algoritmo de sincronización y control de formaciones en un ambiente físico, se necesita de una plataforma robótica móvil que en este proyecto será el Pololu 3pi+.

6.9.1. Plataforma móvil Pololu 3pi+ modificado

La plataforma móvil a utilizar es una modificación basada en el Pololu 3pi+ 32U4 OLED Robot [25]. Tiene un diámetro de 97 mm y altura de 36 mm, además, cuenta con lo siguiente:

- Procesador ATmega32U4 MCU @ 16 MHz.
- Sensores de línea y de choque frontales.
- Encoders de doble cuadratura para control de posición y velocidad en lazo cerrado.
- IMU (acelerómetro de 3 ejes, magnetómetro y giroscopio).
- Pantalla OLED integrada.

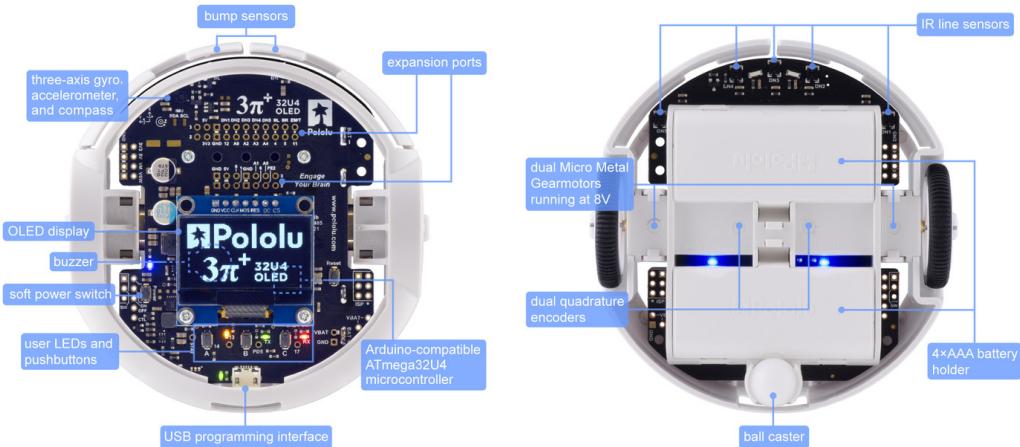


Figura 15: Sensores y componentes del Pololu 3pi+ 32U4 OLED Robot [25].

A esta plataforma móvil se le adaptó un ESP32 ya que el microcontrolador original tiene poca capacidad de procesamiento. Esto permitió tener control de capa superior e inferior, además de incorporar una red de comunicación WiFi con el Robotat para controlar los agentes.

CAPÍTULO 7

Algoritmo de sincronización y control de formaciones

El algoritmo de sincronización y control de formaciones funciona con dos programas principales. El primero es el algoritmo de sincronización y control centralizado llamado “supervisor” y el segundo es el algoritmo de control de uniciclo para los agentes. En este capítulo se explicará el funcionamiento de cada uno y la lógica detrás de ellos para cumplir con las tareas de formación, evasión de colisiones y movilización hacia un objetivo.

7.1. Programa del supervisor

El programa del supervisor tiene como tarea coordinar a los agentes, realizar procesamiento de datos y generar trayectorias para movilizarlos hacia un objetivo, evadiendo colisiones entre ellos y con los obstáculos. Para esto, el algoritmo cuenta con diferentes segmentos.

7.1.1. Adquisición de posiciones

La primera parte del algoritmo consiste en la toma de las posiciones actuales X y Y de los agentes, obstáculos y el objetivo.

7.1.2. Cálculo de velocidades de agentes

Luego, se calculan las velocidades de los agentes para desplazarlos tanto hacia su posición en la formación como hacia el objetivo de interés. Este cálculo se realiza por medio de la ecuación de consenso con un factor de peso ω el cual depende de las ecuaciones de tensión

y evasión de obstáculos.

7.1.3. Evasión de obstáculos y colisiones

Seguido a esto, se implementa la evasión de obstáculos y colisiones, comparando la posición actual de cada agente con la de sus vecinos y los obstáculos.

7.1.4. Control proporcional

El siguiente segmento implementa el control proporcional de la Ecuación (11) para movilizar a los agentes hacia un punto de interés.

$$v_{n+1} = v_n + k(x_{objetivo} - x_{agente}) \quad (11)$$

Donde v es la velocidad del agente y k es la ganancia o constante de proporcionalidad que multiplica a la distancia entre el punto de interés y la posición del agente evaluado. Una vez se obtienen las componentes de velocidad en X y Y , se calcula la norma de velocidad, la cual se utiliza para la toma de decisiones dentro del algoritmo.

En la Figura 16 se muestra el diagrama de flujo que representa el programa del supervisor.

7.2. Programa de los agentes

El programa del los agentes recibe las velocidades calculadas por el supervisor. Luego, se encarga de convertirlas en sus componentes lineal y angular para calcular la velocidad de cada rueda de los Pololu 3Pi+, utilizando el modelo del uniciclo. Este programa es individual para cada agente y solo procesa los datos correspondientes a su propio funcionamiento.

En la Figura 17 se muestra el diagrama de flujo que representa el control de los agentes.

7.3. Funcionamiento del algoritmo

El algoritmo consta de las siguientes etapas para su ejecución:

- Etapa 0: los agentes se movilizan hacia sus posiciones iniciales para iniciar el experimento.
- Etapa 1: comienza el acercamiento de agentes hasta que la norma de velocidad esté por debajo de un valor seleccionado.
- Etapa 2: los agentes se colocan en sus posiciones de la formación hasta que el error cuadrático medio entre la formación actual y la deseada esté por debajo de un valor seleccionado.

- Etapa 3: el líder se mueve hacia el objetivo y los agentes de la formación lo siguen.

Cabe mencionar que durante toda la ejecución del algoritmo, se realiza la evasión de obstáculos y colisiones.

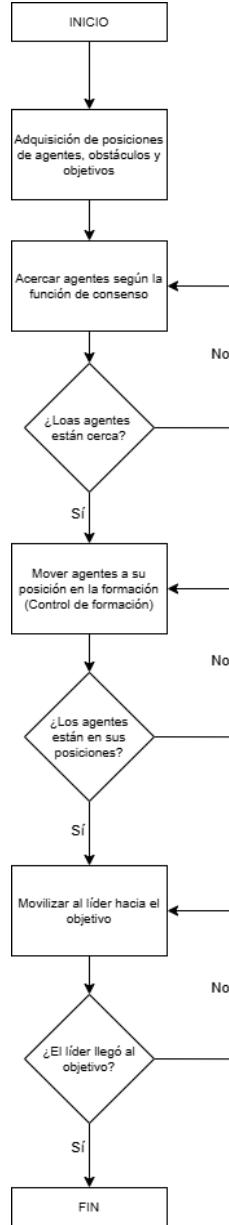


Figura 16: Diagrama de flujo para el supervisor.

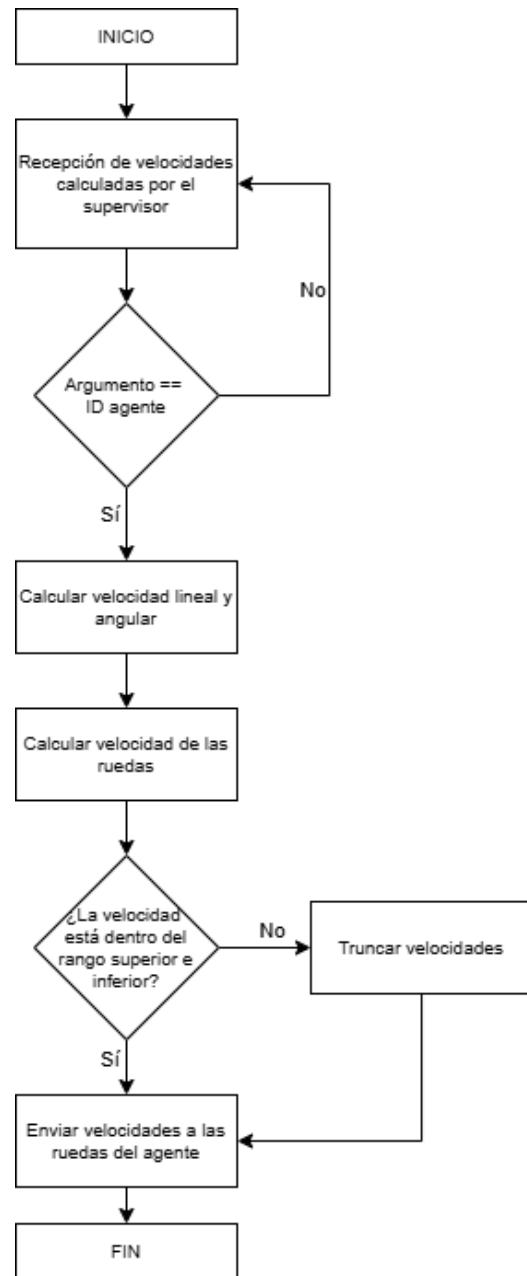


Figura 17: Diagrama de flujo para el programa de los agentes.

CAPÍTULO 8

Verificación de funcionalidad del algoritmo desarrollado en fases previas

La implementación en físico del algoritmo de sincronización y control de formaciones realizada por José Alejandro Rodríguez [9], se llevó a cabo en Webots, versión R2023b, la misma que se utiliza en la fase actual del proyecto. Para el desarrollo del controlador del supervisor y los agentes, se optó por utilizar Python 3.10 como lenguaje de programación ya que es una de las versiones más recientes y es la misma empleada en la fase anterior. Asimismo, el servidor del Robotat ha experimentado cambios en su infraestructura, lo que ha afectado la conexión con los Pololu 3Pi+. Como resultado, ha sido necesario un reajuste de parámetros y configuraciones en el algoritmo para adaptarlo a las nuevas condiciones de conexión.

En este capítulo se detallan las modificaciones necesarias para ejecutar el algoritmo y garantizar su correcto funcionamiento tanto en simulaciones de Webots como en un entorno físico en el Robotat. Además, se valida la naturaleza del algoritmo en escenarios con obstáculos móviles.

8.1. Réplica de simulaciones de Webots

El primer paso de la verificación, fue recrear algunas simulaciones en Webots. Para esto, fue necesario instalar las siguientes librerías que no se encuentran dentro de las librerías estándar de Python:

- Keyboard - versión 0.13.5
- NumPy - versión 1.23.2

Luego, se realizó la prueba del código para el controlador del supervisor y los agentes

incluyendo sus respectivas funciones:

- Supervisor: Supervisor_simulacion_y_fisico_v4.py
- Agentes: pruebaMatrizDifeomorfismo.py
- Funciones algoritmo: funciones.py, funVel.py

8.1.1. Comunicación entre supervisor y agentes

Al ejecutar la primera simulación, se encontró que dos agentes permanecían inmóviles durante la ejecución del programa, tal como se muestra en la Figura 18.



Figura 18: Ejecución de la primera simulación en Webots 2023b.

Esto se debe a que actualmente se está utilizando una computadora con mayor capacidad de procesamiento que la utilizada en la fase anterior y esto se ve reflejado en la velocidad de ejecución de los programas.

Dado que la comunicación entre el supervisor y los agentes se realiza por medio de una memoria compartida, al tener mayor velocidad de procesamiento, el controlador de los dos primeros agentes se ejecuta antes de que el espacio de memoria compartida se haya inicializado correctamente. Para solucionar esto, en el programa de los agentes, se agregó un tiempo de espera de 3 segundos antes de inicializar y acceder a la memoria compartida. Esto permite que se inicialice correctamente en el programa del supervisor.

8.1.2. Prueba del algoritmo con simulaciones basadas en escenarios previos

Una vez solucionado el problema de comunicación, se realizó las primeras simulaciones para replicar algunos de los escenarios realizados en la fase previa y comprobar el funcionamiento correcto del algoritmo.

El código del supervisor ya cuenta con un modo de simulación en el que se ejecuta el algoritmo basado en condiciones iniciales tomadas de un escenario físico. Para esto, se debe

cargar un archivo .npz que cuenta con la información necesaria para configurar la simulación según el escenario real en que se ejecutó el algoritmo.

Primer escenario

Para la primera simulación, se utilizó el archivo “finaltrial_6A_AAA_f_1.npz” que consiste en la siguiente configuración:

- Cantidad de agentes: 6
- Posición inicial de agentes: línea
- Obstáculos: ninguno
- Objetivo: ubicado en la esquina

En la Figura 19, las imágenes en el orden de izquierda a derecha y luego de arriba hacia abajo muestran la secuencia de ejecución del algoritmo.

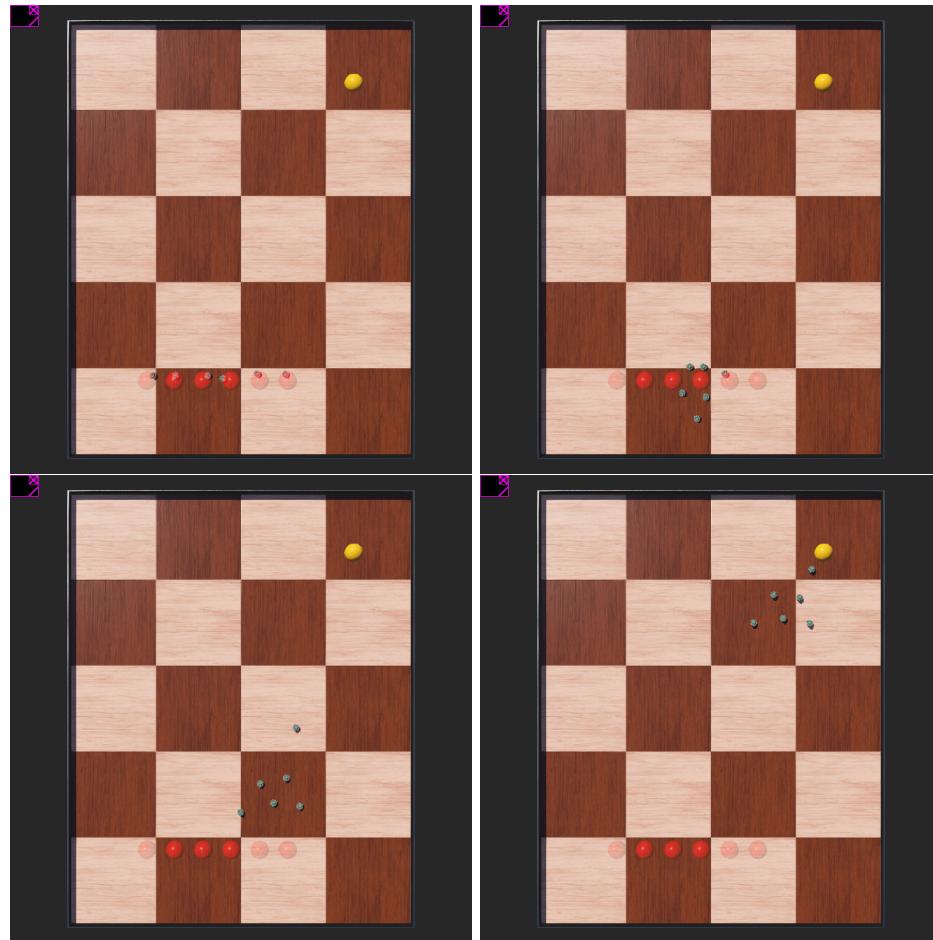


Figura 19: Ejecución del algoritmo en la primera simulación

Segundo escenario

Para la segunda simulación, se utilizó el archivo “finaltrial_6A_AB1B_f_2.npz” que consiste en la siguiente configuración:

- Cantidad de agentes: 6
- Posición inicial de agentes: línea
- Obstáculos: ubicados en el centro
- Objetivo: ubicado en el centro

En la Figura 20, las imágenes en el orden de izquierda a derecha y luego de arriba hacia abajo muestran la secuencia de ejecución del algoritmo.

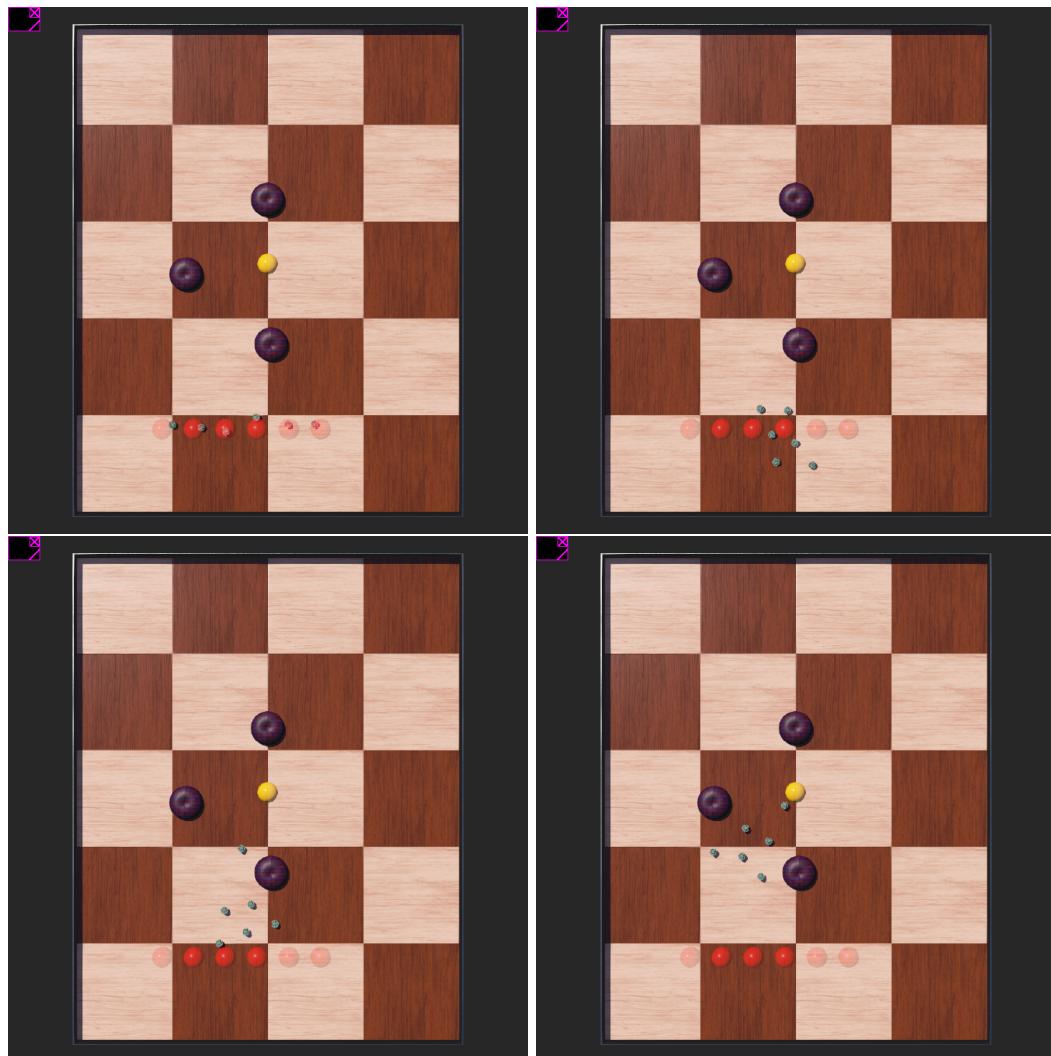


Figura 20: Ejecución del algoritmo en la segunda simulación

Tercer escenario

Para la tercera simulación, se utilizó el archivo “finaltrial_6A_BCA_f_1.npz” que consiste en la siguiente configuración:

- Cantidad de agentes: 6
- Posición inicial de agentes: círculo
- Obstáculos: ubicados en posiciones aleatorias
- Objetivo: ubicado en la esquina

En la Figura 21, las imágenes en el orden de izquierda a derecha y luego de arriba hacia abajo muestran la secuencia de ejecución del algoritmo.

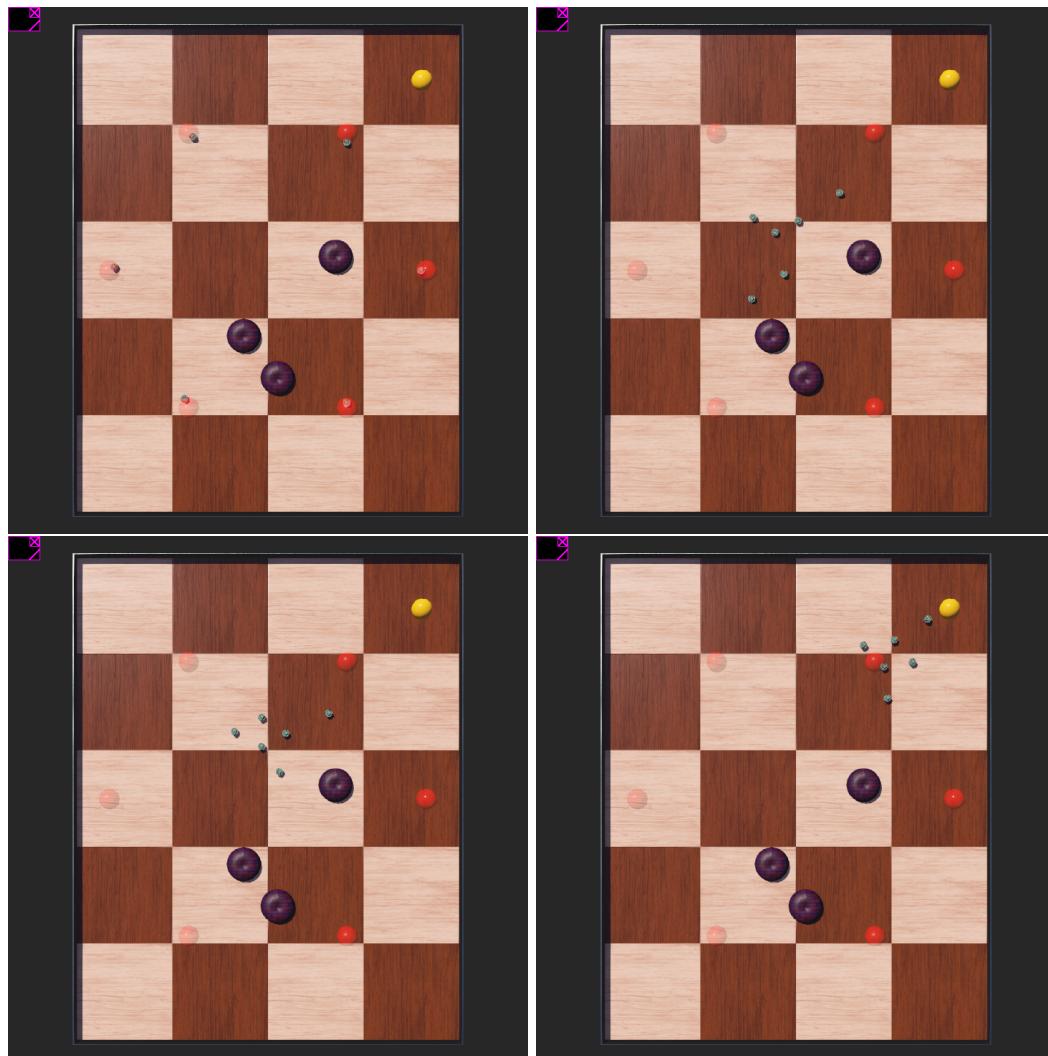


Figura 21: Ejecución del algoritmo en la tercera simulación

8.2. Réplica del funcionamiento del algoritmo en el Robotat

Una vez que el algoritmo funcionó correctamente en Webots, el siguiente paso fue verificar que se ejecutara correctamente en el Robotat.

8.2.1. Pruebas de conexión con el Pololu 3Pi+ y el Robotat

Primero, se realizaron pruebas de conexión con el Robotat y los Pololu 3Pi+ utilizando las funciones creadas en Python durante la fase previa:

- robotat_connect
- robotat_disconnect
- robotat_get_pose
- robotat_3pi_connect
- robotat_3pi_disconnect
- robotat_3pi_set_wheel_velocities
- robotat_3pi_force_stop

Al intentar conectar con los agentes Pololu 3Pi+ se tuvo el error mostrado en la Figura 22. Este se debe a que hubo un cambio en los puertos de conexión con el ESP32 de los agentes. Anteriormente la conexión se realizaba en el puerto 8888 y actualmente se realiza en el puerto 9090. Al actualizar este parámetro dentro de la función “robotat_3pi_connect” en del archivo “funciones_conjunto_3pi.py”, se obtuvo la conexión exitosa con el agente.

```
ERROR: Could not connect to the robot.  
[WinError 10061] No se puede establecer una conexión ya que el equipo de destino denegó expresamente dicha conexión  
An error occurred while sending the wheel velocities command: 'tcpsock'  
An error occurred while sending the force stop command: 'tcpsock'
```

Figura 22: Error de conexión con Pololu 3Pi+.

8.2.2. Calibración de marcadores

El siguiente paso fue realizar una nueva calibración de los marcadores del OptiTrack para obtener el desfase del ángulo orientación (*bearing*) de cada marcador. Estos desfases son diferentes para cada uno y se producen por la forma en que el OptiTrack los identifica según la posición de sus esferas reflectivas.

En la fase anterior, se realizó una calibración con los marcadores del 1 al 15, sin embargo, se agregaron nuevos marcadores al Robotat y ahora se cuenta con 22 de ellos. Actualmente, los marcadores 1 y 9 están inhabilitados ya que serán utilizados en otros proyectos de graduación. Por tanto, ahora se tienen disponibles los marcadores de la Figura 23.

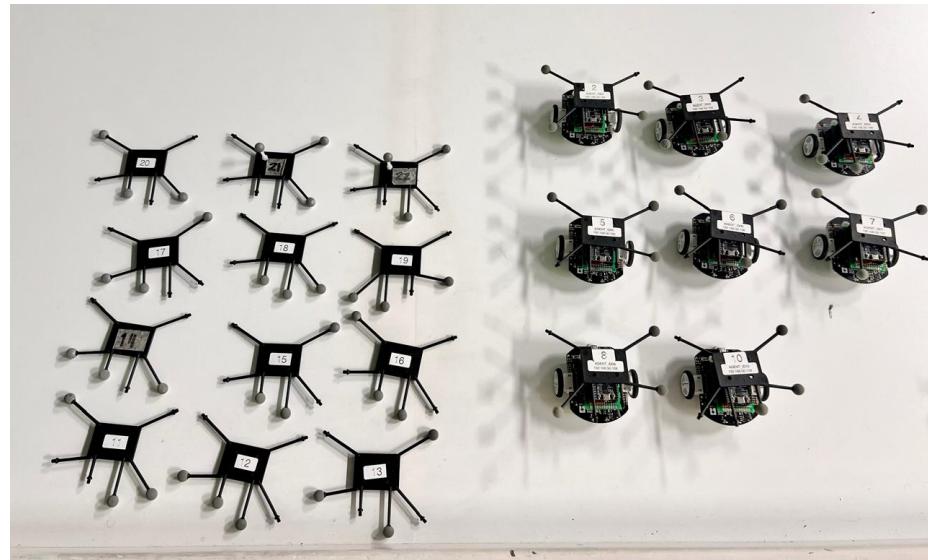


Figura 23: Marcadores del OptiTrack disponibles para su uso.

Para corregir el desfase de cada marcador, primero se obtiene la orientación con ángulos de Euler en la secuencia zyx , luego, al primer ángulo que representa la rotación respecto al eje z se le resta el desfase obtenido θ_z . Para realizar la calibración, se colocaron todos los marcadores disponibles de la Figura 23 con la misma orientación sobre el eje y de la mesa de pruebas del Robotat tal como se observa en la Figura 24.

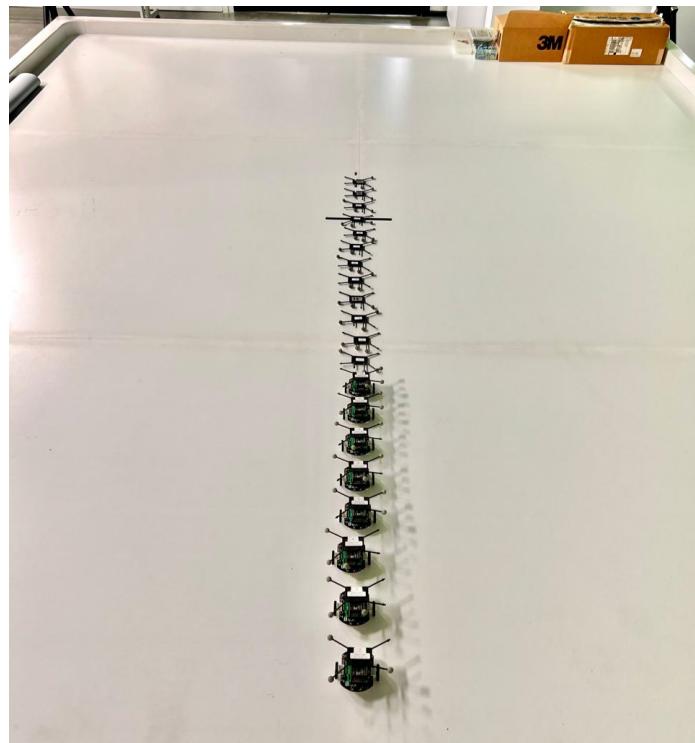


Figura 24: Marcadores alineados sobre el eje y de la mesa de pruebas del Robotat.

Al obtener la pose de cada marcador, se realizó la conversión a ángulos de Euler en la secuencia zyx y se obtuvo los ángulos de desfase para cada marcador. En el cuadro 1 se presentan los desfases obtenidos en la fase previa, los desfases obtenidos en la fase actual y los desfases finales utilizados para cada uno de los marcadores del 1 al 22.

Dado que los desfases actuales son similares a los obtenidos en la fase previa, se decidió utilizar los desfases anteriores para los marcadores 1 y 9 faltantes en la calibración actual. Por último, los desfases de los marcadores del 1 al 22 finales se guardaron en un archivo .npy llamado “nueva_calibracion_markers_1_al_22.npy” para aplicarlos luego de obtener la pose de cada marcador en el algoritmo y así tener siempre un ángulo respecto del eje z igual a cero ($\theta_z = 0$).

Marcador	Desfase θ_z en grados		
	Fase previa	Fase actual	Combinado
1	91.9947	N/A	91.9947
2	-46.8146	-47.2747	-47.2747
3	-92.3905	-90.3228	-90.3228
4	-138.2067	-135.7891	-135.7891
5	176.3752	179.3715	179.3715
6	-144.1822	-141.0275	-141.0275
7	-176.3193	-175.0542	-175.0542
8	-79.9525	-78.1154	-78.1154
9	-9.8762	N/A	-9.8762
10	139.3579	143.2079	143.2079
11	111.9328	111.0833	111.0833
12	167.5761	166.1718	166.1718
13	-128.0709	-127.3112	-127.3112
14	-111.1404	-109.4993	-109.4993
15	-43.4112	-40.7394	-40.7394
16	N/A	-104.1691	-104.1691
17	N/A	-121.1928	-121.1928
18	N/A	-92.4812	-92.4812
19	N/A	4.2981	4.2981
20	N/A	-133.2161	-133.2161
21	N/A	-112.0477	-112.0477
22	N/A	-15.2847	-15.2847

Cuadro 1: Desfases para la calibración de marcadores del 1 al 22.

8.2.3. Selección de marcadores a utilizar

Una vez guardada la calibración de marcadores, se realizaron pruebas en el Robotat para ejecutar el algoritmo de sincronización y control de formaciones. Sin embargo, el primer problema que se identificó fue que al menos un agente siempre permanecía inmóvil. En la Figura 25 se observa la ejecución del algoritmo donde únicamente se mueve un agente de los dos utilizados.

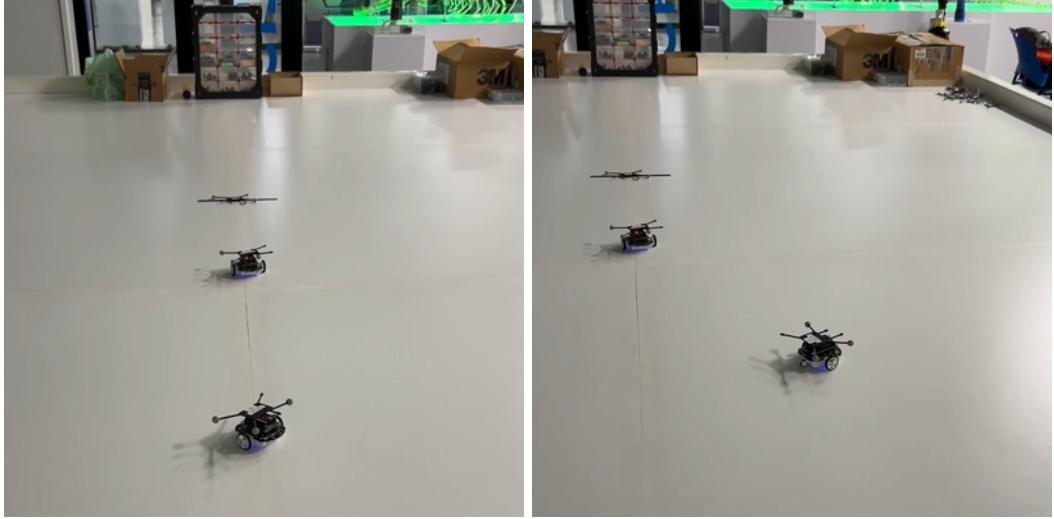


Figura 25: Problema de funcionamiento en físico, agentes permanecen inmóviles.

Anteriormente, para obtener las poses de los marcadores se utilizaba una lista predeterminada con los valores enteros del 1 al 12 en orden ascendente que serían los marcadores a utilizar. Sin embargo esto ocasionaba diferentes problemas.

Para obtener las poses de los marcadores se utiliza la función “robotat_get_pose”, esta recibe como argumentos el objeto TCP y los números de marcadores. Al tener una lista predeterminada de valores, siempre se está solicitando la pose de los 12 marcadores aunque no todos estén en uso, resultando en una solicitud de datos innecesaria para el servidor. Además, dado que durante el desarrollo de este trabajo no se tienen disponibles los marcadores 1 y 9, se excede el tiempo de espera (*Time Out*) para obtención de sus poses, lo que resulta en tiempos muertos durante la ejecución del algoritmo.

Para solucionar esto, se optó por solicitar únicamente las poses de los marcadores a utilizar con una lista que contiene los números de todos los marcadores con el orden: agentes, objetivo y obstáculos. A continuación se muestra un ejemplo de esto.

$$\text{Marcadores de agentes} = [1, 2, 3, 4]$$

$$\text{Marcador del objetivo} = [22]$$

$$\text{Marcadores de obstáculos} = [14, 15, 16]$$

$$\text{Marcadores a solicitar} = [1, 2, 3, 4, 22, 14, 15, 16]$$

Por otro lado, para asignar los marcadores de cada agente, se debía elegir un intervalo de valores consecutivos de manera ascendente dentro de la lista predeterminada. Esto limitaba a utilizar únicamente los agentes dentro del intervalo seleccionado, por lo que si un agente se descargaba, era obligatorio reemplazar las baterías para volver a utilizarlo. Por esto, se cambió la asignación de los marcadores para cada agente permitiendo seleccionar cualquier marcador disponible en el Robotat sin algún orden específico. Ahora, para obtener las poses de los marcadores, únicamente se solicitan los datos al servidor de que están en uso. Esto permite agilizar las pruebas ya que en múltiples ocasiones fue necesario compartir los agentes

Pololu 3Pi+ con otros compañeros.

En la Figura 26, el número dentro del círculo, representa el número de marcador asignado al agente. A la izquierda se observa la asignación de los marcadores a cada agente con la implementación del algoritmo original, mientras que del lado derecho se realiza un ejemplo de asignación arbitraria luego del cambio mencionado.

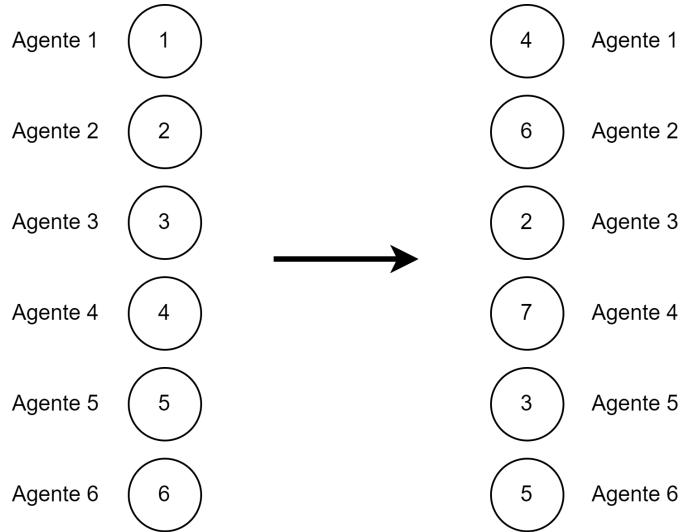


Figura 26: Selección de marcadores para cada agente. A la izquierda se observa como era la asignación anteriormente y a la derecha como es una selección arbitraria actualmente.

8.2.4. Ajuste de parámetros en el algoritmo

Luego de las modificaciones anteriores, al ejecutar el algoritmo en físico con tres agentes se encontró que su comportamiento era divergente en la etapa donde se movilizan hacia sus posiciones iniciales. En la Figura 27 se observa la trayectoria que toman los agentes.

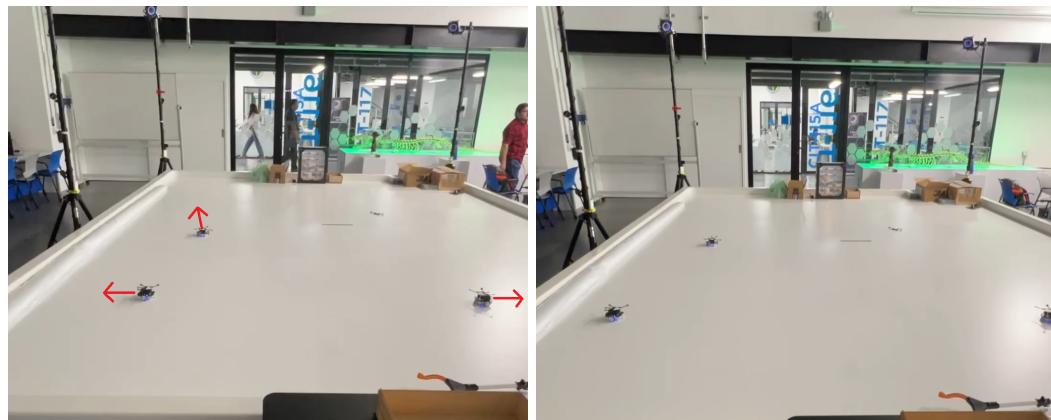


Figura 27: Problema de funcionamiento en físico, agentes divergen hacia posiciones iniciales.

Para intentar solucionar esto, se invirtió el signo de la constante de proporcionalidad

en el control de velocidad aplicado en la etapa 0 del algoritmo. Al realizar el cambio, se encontró que ahora los agentes si se colocan en sus posiciones iniciales, sin embargo, el comportamiento de divergencia se sigue presentando de manera consistente en las demás etapas del algoritmo, tal como se observa en la Figura 28, por lo que se optó por revertir el cambio.

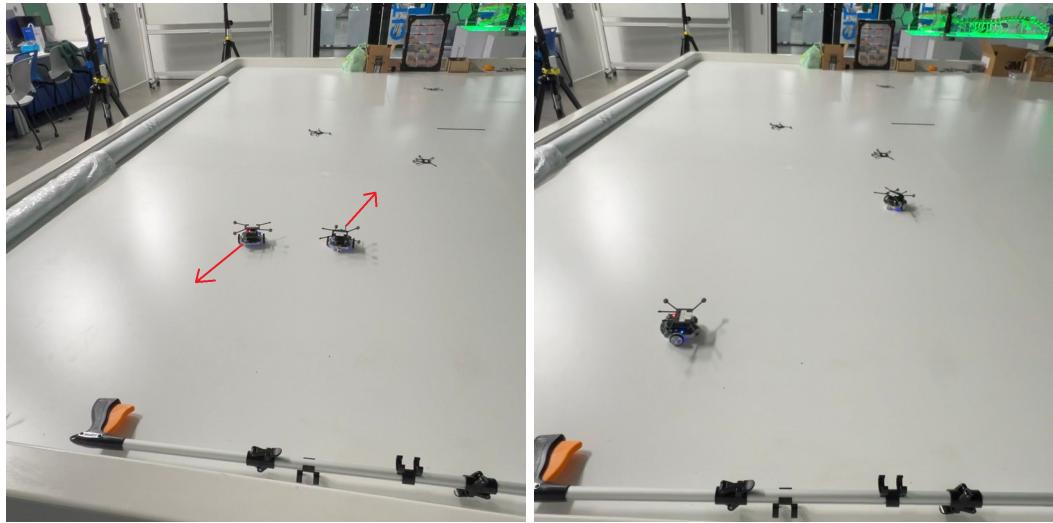


Figura 28: Problema de funcionamiento en físico, agentes divergen luego de colocarse en sus posiciones iniciales.

Al analizar el patrón de divergencia, se observó que los agentes se movían en dirección contraria a la esperada. Con esto, se determinó que la causa estaba relacionada con la dirección de movimiento y la rotación de los agentes. En la fase actual, el proceso de calibración de los marcadores se realizó igual que en la fase previa donde los marcadores están alineados con el eje y del Robotat, mientras que los agentes del algoritmo en Webots están alineados con el eje x . En la fase previa, esta discrepancia se corregía aplicando un desfase de compensación adicional de $+90^\circ$ al ángulo θ_z . Sin embargo, debido a cambios en la infraestructura del Robotat, en esta fase fue necesario invertir dicho desfase a -90° para mantener la consistencia en la orientación de los agentes entre lo programado con la simulación y el Robotat. Con esta modificación, se logró replicar correctamente el funcionamiento del algoritmo tanto en el entorno de simulación de Webots como en el Robotat.

8.2.5. Configuraciones para el escenario

Para clasificar las ejecuciones del algoritmo según las condiciones del escenario, se decidió utilizar la misma convención implementada en la fase previa. Esta se enfoca en diferenciar los escenarios según las posiciones de las marcas iniciales para los agentes, los obstáculos y el objetivo.

En el Cuadro 2 se muestra la codificación utilizada para los experimentos. El orden para identificarlos es el siguiente: (Posición inicial de los agentes)-(Obstáculos)-(Objetivo). A continuación, se presenta el ejemplo de clasificación A-D-B, que significa:

- Posicionamiento inicial de los agentes en línea.
- Obstáculos móviles.
- Objetivo en el centro de la mesa de pruebas.

Letra de designación	Posición inicial de los agentes	Obstáculos	Objetivo
A	Línea	Ninguno	Esquina
B	Círculo	1 = Centro 2 = Cerca del objetivo	Centro
C	Aleatorio	Aleatorio	Aleatorio
D	N/A	Móviles	Móvil

Cuadro 2: Configuraciones para el escenario.

8.2.6. Prueba del algoritmo en físico con escenarios previos

Una vez solucionados los problemas anteriores, se realizaron las primeras pruebas para replicar algunos de los escenarios físicos realizados en la fase previa y comprobar el funcionamiento correcto del algoritmo.

El código del supervisor ya contaba con un sistema de guardado de información. Este almacena en un archivo .npz todos los datos relevantes al final del experimento. Además, con el archivo “data_graphing.py” se generan las gráficas y trayectorias a partir de que los agentes se hayan colocado en sus posiciones iniciales.

A continuación, se muestran algunos de los datos almacenados más relevantes:

- Historial durante todo el experimento de:
 - Posiciones y orientaciones de los agentes
 - Posiciones de los obstáculos
 - Posición del objetivo
 - Velocidades de los agentes
- Datos y configuraciones de:
 - Ciclos del experimento
 - Ciclo en que se logra el objetivo
 - Ciclo en que inicia la etapa 1 del algoritmo
 - Cantidad de agentes y sus números de marcadores asignados
 - Cantidad de obstáculos y sus números de marcadores asignados
 - Marcas de posiciones iniciales de los agentes
 - Paso de tiempo del programa

Primer escenario

Para el primer escenario, se utilizó la configuración AAA con 2 agentes. En la Figura 29 se muestra el escenario en la mesa de pruebas con los agentes antes de colocarse en sus posiciones iniciales y en la Figura 30 las trayectorias de los agentes luego de colocarse en sus posiciones iniciales.

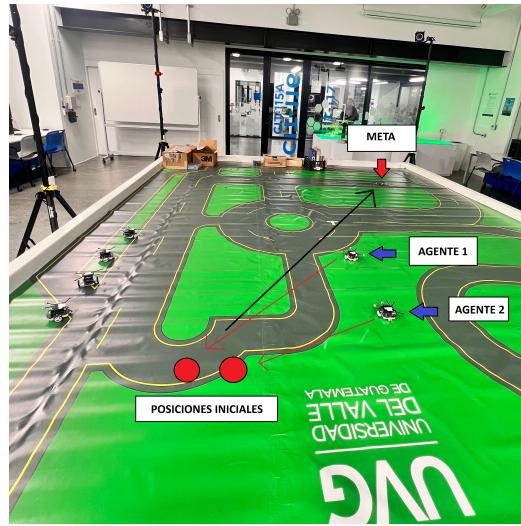


Figura 29: Mesa de pruebas con 2 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.

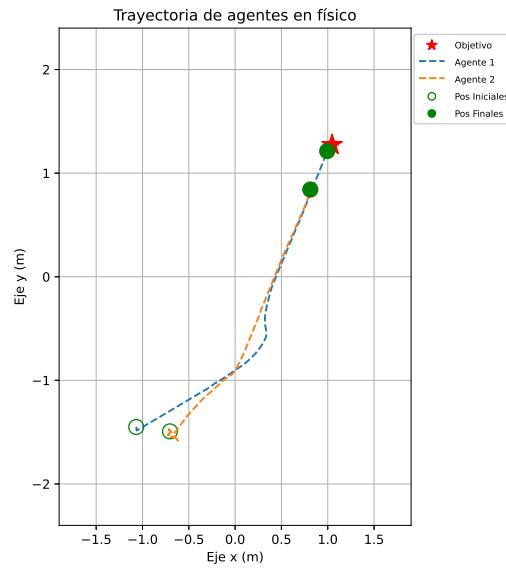


Figura 30: Trayectoria de los 2 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.

Segundo escenario

Para el segundo escenario, se utilizó la configuración AAA con 6 agentes. En la Figura 31 se muestra el escenario en la mesa de pruebas con los agentes antes de colocarse en sus posiciones iniciales y en la Figura 32 las trayectorias de los agentes luego de colocarse en sus posiciones iniciales.

Para este escenario, se observó que las trayectorias no son igual de sencillas y directas que con el primer escenario. Esto es ya que, al tener más agentes, estos ajustan sus trayectorias para mantener su posición en la formación evitando colisionar entre sí, al mismo tiempo que mantienen una distancia de seguridad ante colisiones.



Figura 31: Mesa de pruebas con 6 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.

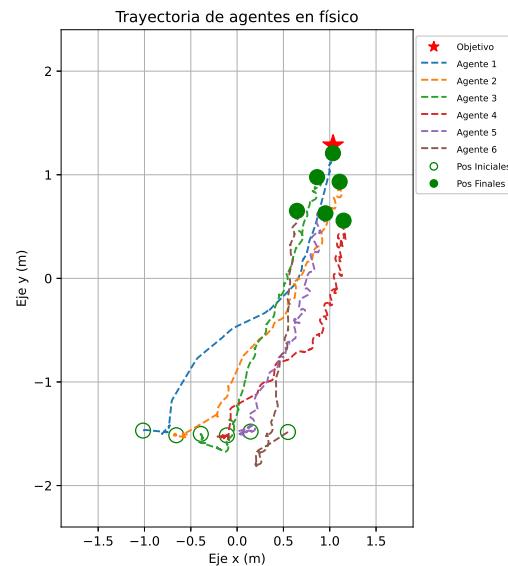


Figura 32: Trayectoria de los 6 agentes en el escenario AAA, corrida 1, en físico.

Tercer escenario

Para el tercer escenario, se utilizó la configuración ACA con 6 agentes. En la Figura 33 se muestra el escenario en la mesa de pruebas con los agentes antes de colocarse en sus posiciones iniciales y en la Figura 34 las trayectorias de los agentes luego de colocarse en sus posiciones iniciales.

Este escenario fue configurado como el segundo escenario con la adición de tres obstáculos. En las trayectorias de los agentes, se observa que estos lograron mantener su formación y evitaron los obstáculos al trasladarse entre ellos. Además, se observa con la complejidad de las trayectorias, que los agentes se estuvieron movilizando para evitar colisionar entre sí y mantener su posición en la formación.



Figura 33: Mesa de pruebas con 6 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.

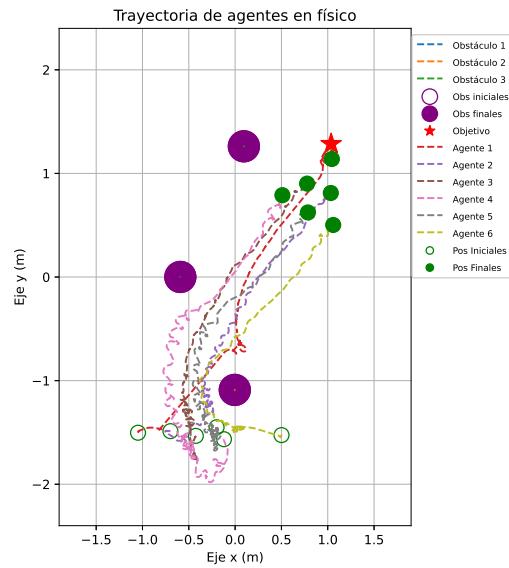


Figura 34: Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.

Cuarto escenario

Para el cuarto escenario, se utilizó la configuración ACC con 3 agentes. En la Figura 35 se muestra el escenario en la mesa de pruebas con los agentes antes de colocarse en sus posiciones iniciales y en la Figura 36 las trayectorias de los agentes luego de colocarse en sus posiciones iniciales.

Para este escenario también se adicionó tres obstáculos. En las trayectorias, se observa que los agentes lograron evadirlos y pasar entre ellos para llegar al objetivo, además, al tener menos agentes en la formación, las trayectorias fueron más sencillas ya que se tenía menos agentes con los que podrían colisionar entre sí.

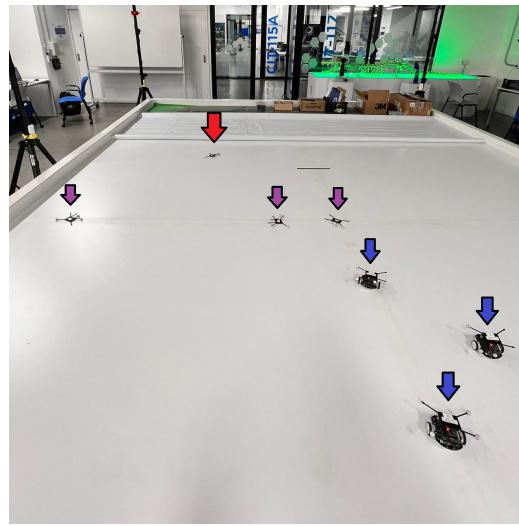


Figura 35: Mesa de pruebas con 3 agentes en el escenario ACC, corrida 1, en físico.

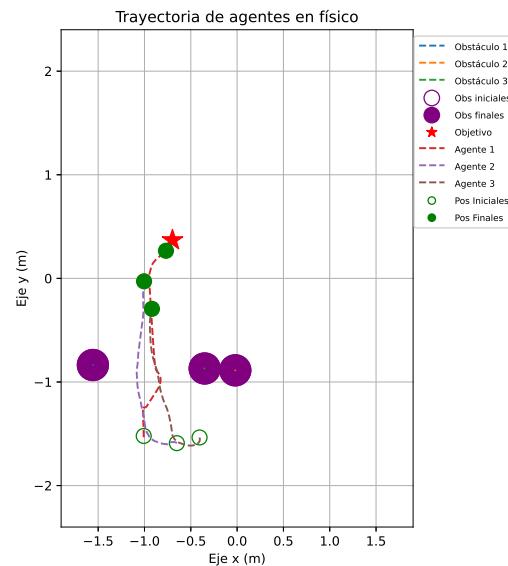


Figura 36: Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ACC, corrida 1, en físico.

Quinto escenario

Para el quinto escenario, se utilizó la configuración ACA con 3 agentes. En la Figura 37 se muestra el escenario en la mesa de pruebas con los agentes antes de colocarse en sus posiciones iniciales y en la Figura 38 las trayectorias de los agentes luego de colocarse en sus posiciones iniciales.

Para este escenario se agregaron tres obstáculos de manera similar al cuarto escenario. En las trayectorias, se observa que los agentes lograron evadirlos y pasar entre ellos para llegar al objetivo, además, al tener pocos agentes en la formación, las trayectorias fueron más sencillas ya que se tenía menos agentes con los que podrían colisionar entre sí.

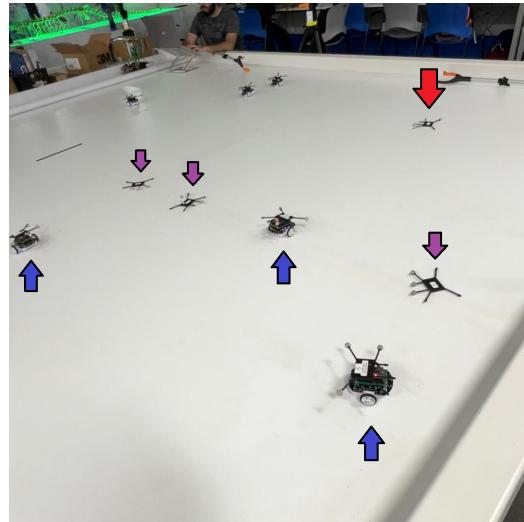


Figura 37: Mesa de pruebas con 3 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.

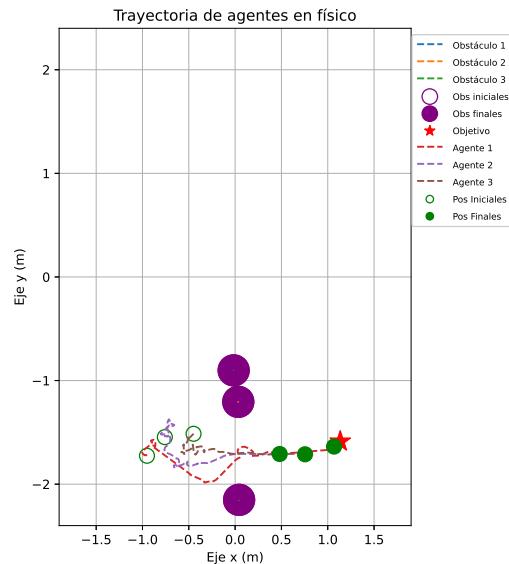


Figura 38: Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ACA, corrida 1, en físico.

CAPÍTULO 9

Prueba de la naturaleza dinámica del algoritmo con obstáculos móviles

En este capítulo, se explica y se pone a prueba la naturaleza dinámica del algoritmo de sincronización y control de formaciones.

9.1. Naturaleza dinámica del algoritmo

Como se mencionó anteriormente, se cuenta con el archivo “`data_graphing.py`” para generar las gráficas y trayectorias del experimento. Sin embargo, este no mostraba el recorrido de los obstáculos en movimiento, por lo que se agregó esta función a manera de visualizar la posición inicial, y final, así como las trayectorias de los obstáculos.

A continuación, se presentan los escenarios en los que se puso a prueba el algoritmo con obstáculos móviles en simulaciones y en físico. En todos los casos, se observa que los agentes lograron reposicionarse y cambiar su trayectoria al moverse los obstáculos, manteniendo su formación mientras siguen el objetivo. Esto es posible gracias a la naturaleza dinámica del algoritmo, que se debe a la manera en que se planteó originalmente la ecuación de consenso y el cálculo del peso para determinar las velocidades de los agentes. Además, el algoritmo está constantemente evaluando la posición actual de cada agente y la compara con la posición actual de los obstáculos. Con esto, se ajusta de forma dinámica el peso w y se re calcula la ecuación de consenso para evitar posibles colisiones.

9.2. Simulaciones utilizando obstáculos móviles

Para las simulaciones mostradas en las Figuras 39, 40 y 41 se optó por utilizar una configuración ADA con 6 agentes y se movilizó los obstáculos a manera de que estos interfirieran con la trayectoria de la formación durante el seguimiento al objetivo. Cabe mencionar que la movilización de los obstáculos se hizo de manera aleatoria y sin ningún patrón en específico.

9.2.1. Primer escenario

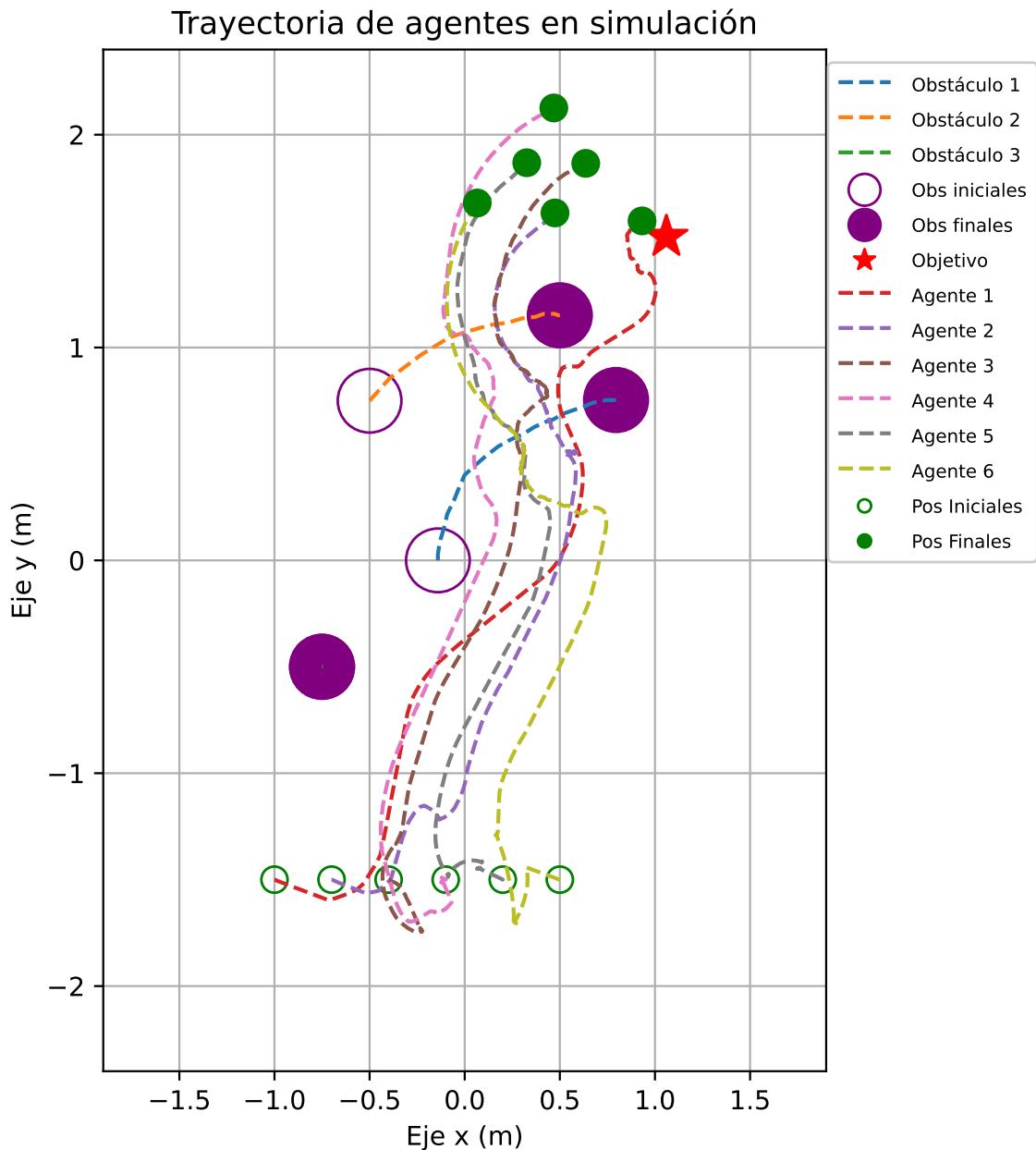


Figura 39: Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ADA, corrida 1, en simulación.

9.2.2. Segundo escenario

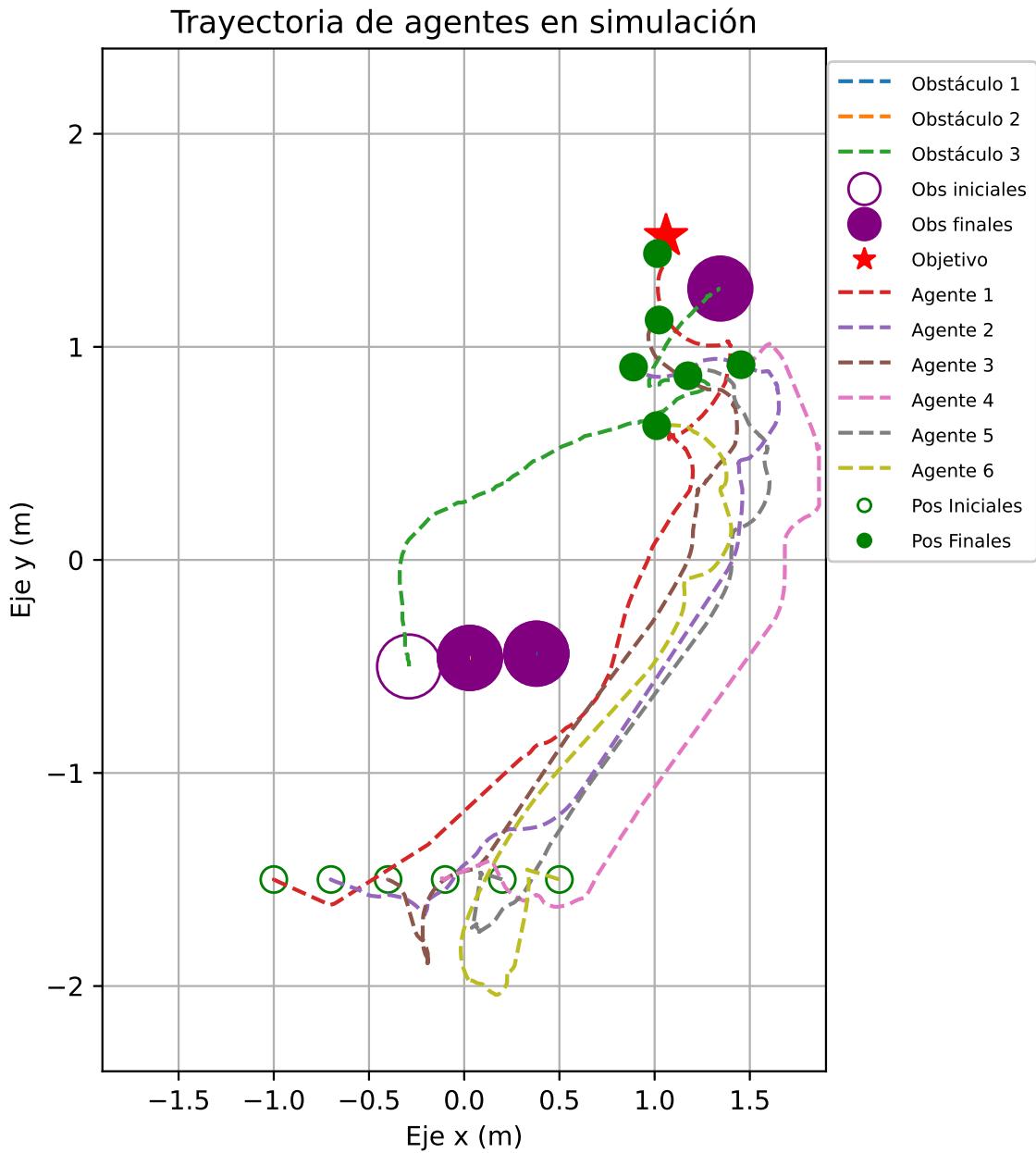


Figura 40: Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ADA, corrida 2, en simulación.

9.2.3. Tercer escenario

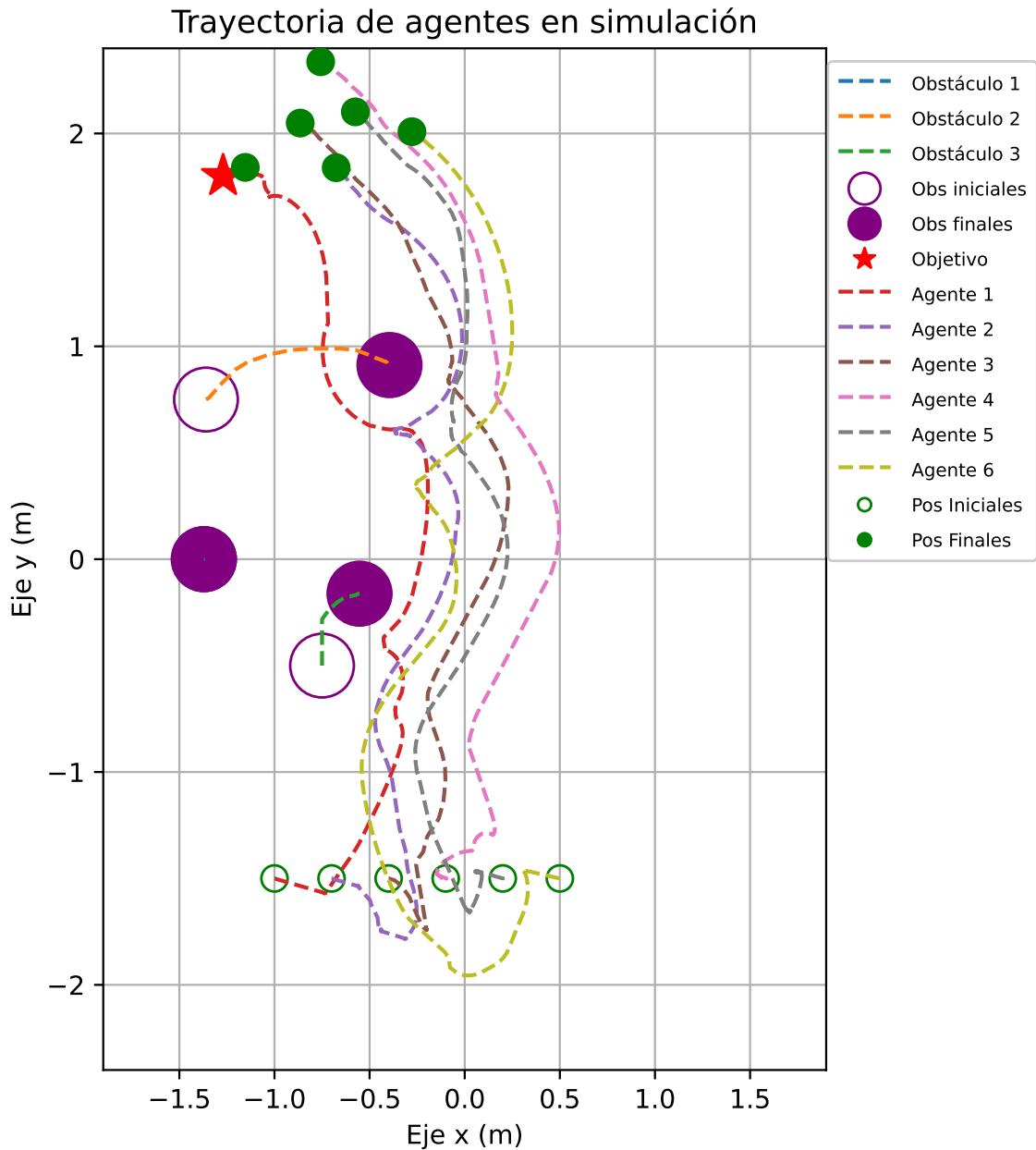


Figura 41: Trayectoria de los 6 agentes en el escenario ADA, corrida 3, en simulación.

9.3. Escenarios físicos utilizando obstáculos móviles

A diferencia que con los escenarios en simulaciones, para las pruebas en físico se movilizó los obstáculos a manera de que estos interfirieran o liberaran una trayectoria de la formación durante el seguimiento al objetivo.

9.3.1. Primer escenario

Para este escenario, se movilizaron los obstáculos para que estos dejaran libre la trayectoria de los agentes hacia el objetivo en lugar de interferir en esta. Como se observa en la Figura 42, el agente 1 con la trayectoria roja, pasa sobre la posición donde se encontraba el obstáculo inicialmente. Además, evita colisionar con los obstáculos colocados en sus posiciones finales.

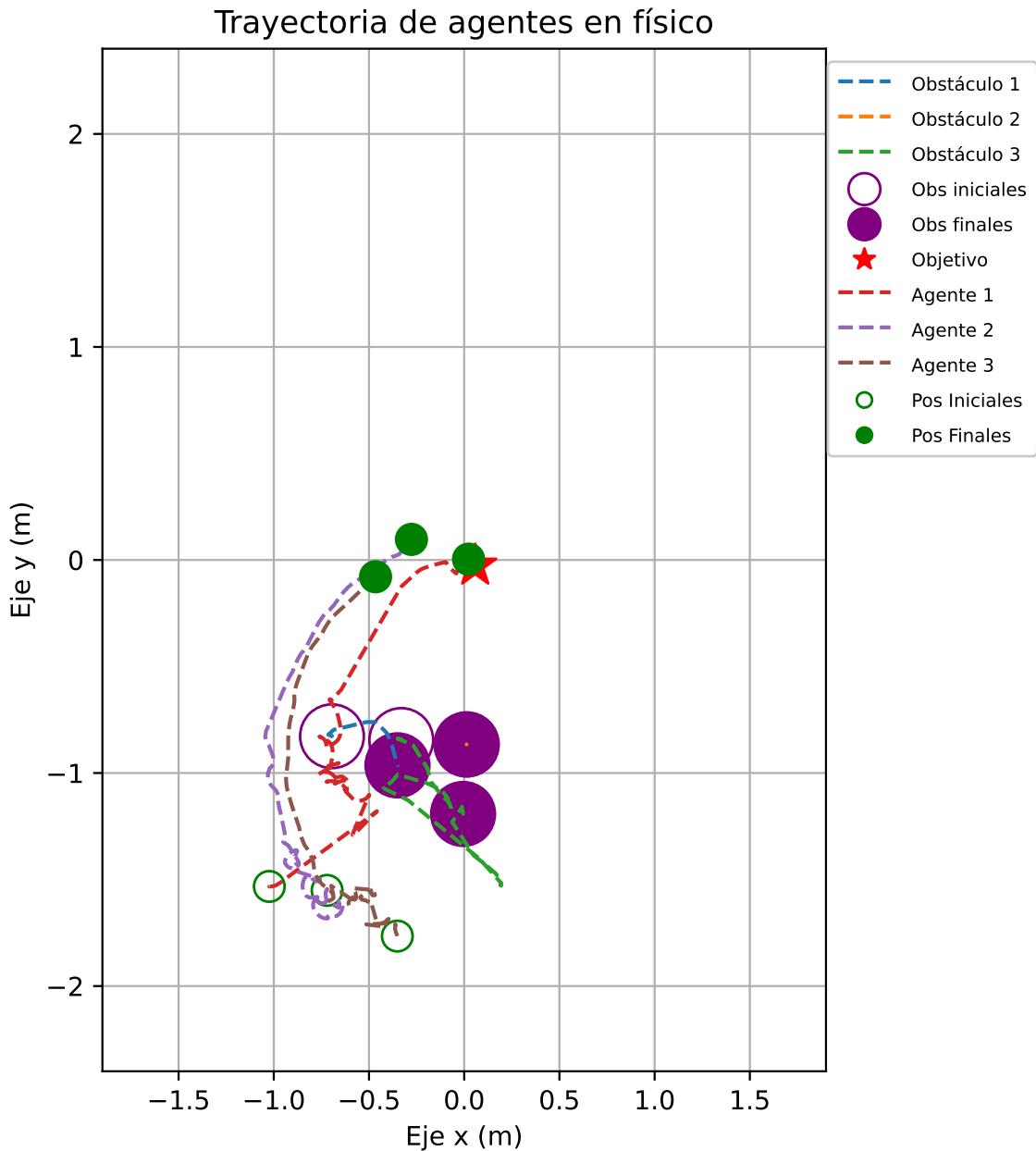


Figura 42: Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADB, corrida 1, en físico.

9.3.2. Segundo escenario

Para este escenario, se planteó el recorrido a manera que los agentes tuvieran que pasar en medio de los obstáculos. Como se observa en la Figura 43, con la trayectoria en verde, el obstáculo se movilizó a lo largo del espacio libre para que este bloqueara el camino hacia el objetivo. Luego se volvió a colocar cercano a su posición inicial. Además, se observa cómo los agentes lograron evitar la colisión y seguir su trayecto una vez que el camino se liberara.

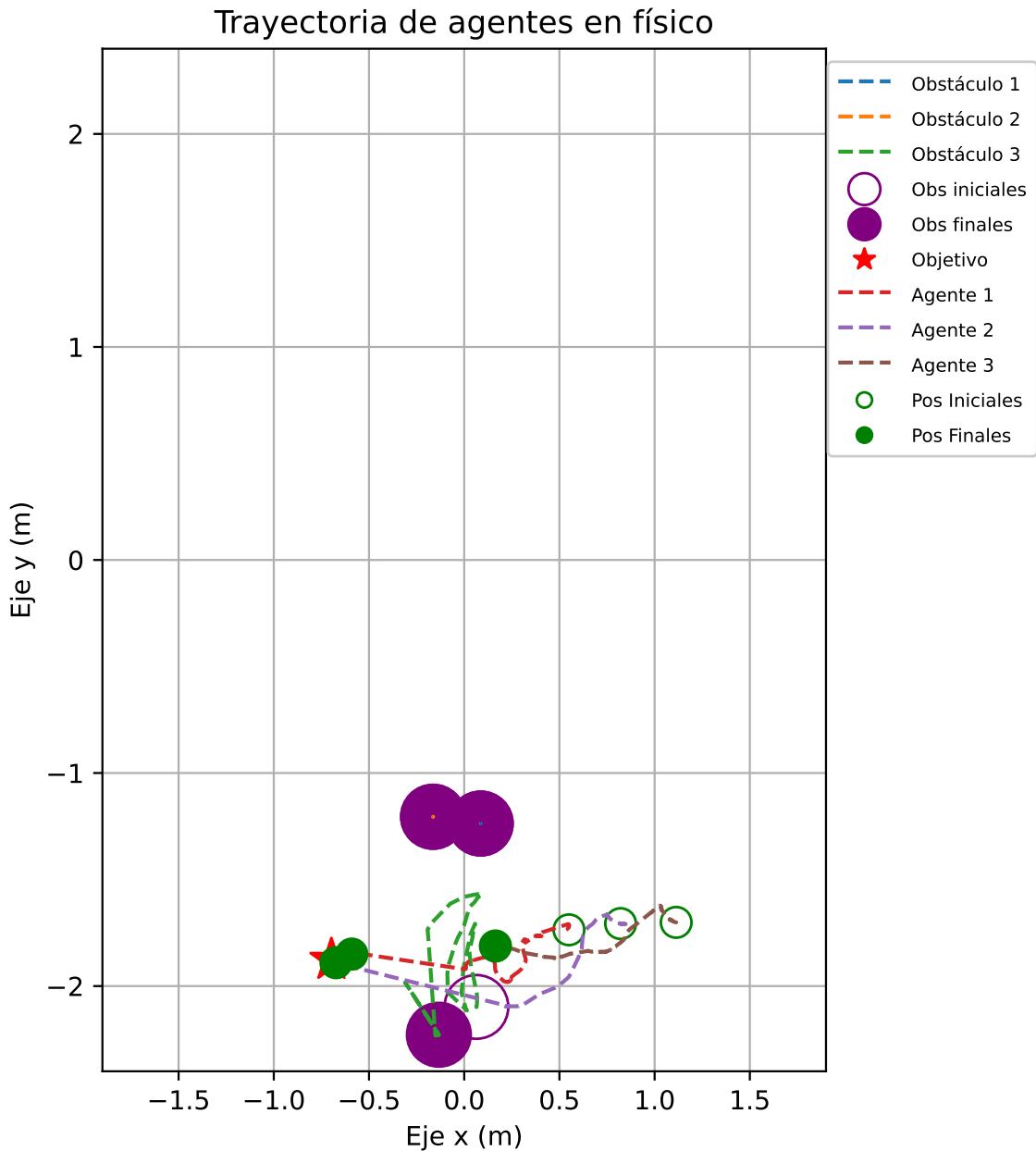


Figura 43: Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADC, corrida 1, en físico.

9.3.3. Tercer escenario

Para este caso, se realizó lo mismo que en el segundo escenario. Como se observa en la Figura 44, con la trayectoria en verde, el obstáculo se movilizó a lo largo del espacio libre a manera que este bloqueara el camino hacia el objetivo. Luego se volvió a colocar cercano a su posición inicial, donde se observa cómo los agentes lograron evitar la colisión y seguir su trayecto una vez que el camino se liberara.

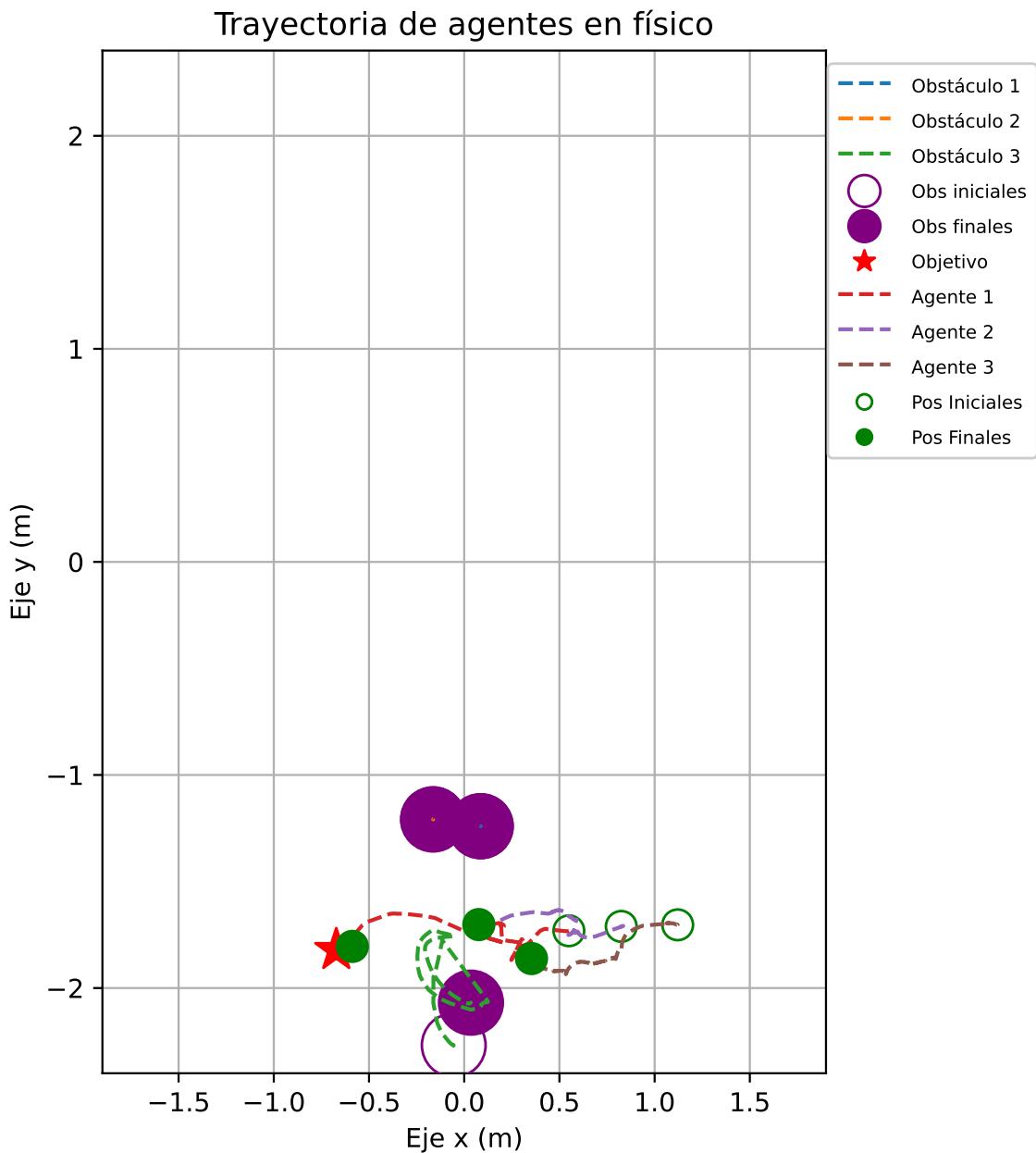


Figura 44: Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADC, corrida 3, en físico.

9.3.4. Cuarto escenario

Para este escenario, se movilizó el obstáculo una sola vez a manera que cambiara de posición e interfiriera con una trayectoria en línea recta de la formación hacia el objetivo. En la Figura 45, se observa que los agentes modificaron su trayectoria evadiendo el obstáculo por un costado y siguieron exitosamente su camino hacia el objetivo.

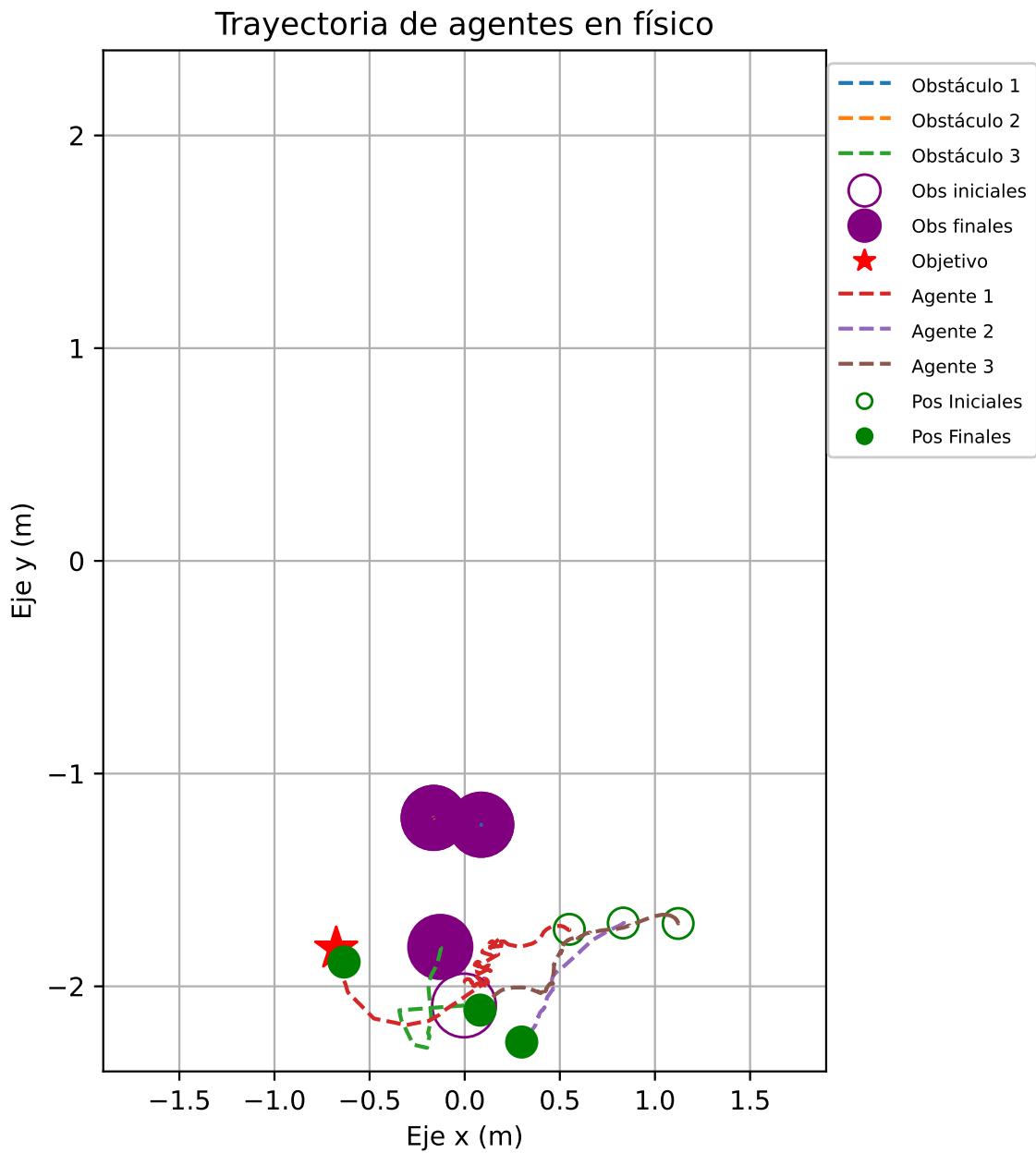


Figura 45: Trayectoria de los 3 agentes en el escenario ADC, corrida 2, en físico.

CAPÍTULO 10

Optimización del algoritmo y su implementación

En este capítulo se describen los puntos de mejora identificados en la implementación del algoritmo de sincronización y control de formaciones. Además, se detalla cómo se abordó cada uno de ellos empleando técnicas de optimización como la reducción de complejidad computacional, paralelización y ajuste de parámetros de control. Por último, se compara el rendimiento del algoritmo con su implementación original y su versión optimizada.

10.1. Lenguaje de programación y limpieza de código

El primer paso para la optimización fue analizar el lenguaje de programación empleado para los controladores. Se tomó en cuenta tres lenguajes y se compararon con base en a las ventajas y desventajas que proponen para su implementación con el estado actual del algoritmo: MATLAB, Python y C. En el Cuadro 3 se describen las ventajas y desventajas de cada uno.

Lenguaje	Ventajas	Desventajas
MATLAB	<ul style="list-style-type: none"> - Es fácil de usar para simulaciones y prototipos. - Tiene una amplia variedad de herramientas matemáticas. - Es excelente para algoritmos que involucran operaciones matriciales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Es un lenguaje propio de MATLAB por lo que requiere comprar licencias de software. - Su eficiencia computacional es menor en cuanto a rendimiento comparado con Python o C.
Python	<ul style="list-style-type: none"> - Es un lenguaje de código abierto. - Tiene una amplia variedad de librerías para optimizar el cálculo numérico como NumPy, SciPy, multithreading o multiprocessing. - Tiene un buen equilibrio entre rendimiento computacional y facilidad de desarrollo. 	<ul style="list-style-type: none"> - Es un lenguaje más eficiente que MATLAB pero menos eficiente que C debido a que es un lenguaje interpretado. - Requiere dependencias externas para lograr un alto rendimiento (como integraciones con C).
C	<ul style="list-style-type: none"> - Tiene un rendimiento superior ya que es un lenguaje compilado de bajo nivel. - Ofrece un control sobre la memoria y el hardware. 	<ul style="list-style-type: none"> - Su complejidad es mucho mayor en cuanto a implementación y mantenimiento. - Tiene una alta probabilidad de fugas de memoria. - Requiere mucho más tiempo de desarrollo y es menos intuitivo. - No es tan flexible para realizar cambios rápidos en algoritmos.

Cuadro 3: Ventajas y desventajas de lenguajes de programación [26].

Una vez comparados los lenguajes de programación se optó por seguir utilizando Python para el desarrollo de los controladores. Las razones principales fueron que es un lenguaje de código abierto y ofrece un buen equilibrio entre rendimiento computacional y facilidad de desarrollo. Además, ya se cuenta con todo el algoritmo previo desarrollado en Python funcionando en un entorno físico como el Robotat. Esto incluye el desarrollo de los controladores, funciones para cálculos propios del algoritmo de sincronización y control de formaciones y funciones de conexión con el servidor del Robotat y los Pololu 3Pi+. Por lo que, dado el poco tiempo disponible para utilizar el Robotat no era conveniente migrar a un nuevo lenguaje de programación para esta fase de la implementación del algoritmo. Asimismo, Python cuenta con librerías como NumPy que está basada en C y otras librerías de comunicación y procesamiento que permiten optimizar el rendimiento computacional [27].

Finalmente, se realizó un proceso de limpieza y documentación del código para facilitar la interacción y entendimiento. Además, esto permitió eliminar segmentos de código obsoletos, así como identificar otras deficiencias que se mencionarán a continuación.

10.2. Posición de cada agente según el grafo de formación

Durante la verificación de funcionalidad del algoritmo, al implementar la selección manual de marcadores para los agentes, se encontró que el número de marcador asignado a cada agente estaba directamente relacionado con la posición que este debe tomar según el grafo de formación. En la Figura 46 se muestra la asignación de posiciones según el grafo de formación en triángulo para una selección arbitraria de agentes con la implementación original del algoritmo.

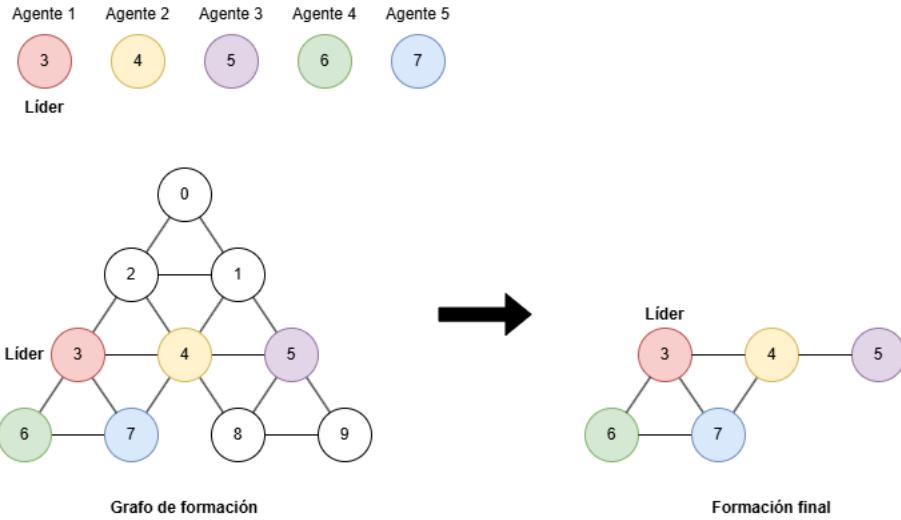


Figura 46: Posiciones de agentes según el grafo de formación con la implementación original del algoritmo.

Al observar esto, se decidió optimizar la asignación de posición de cada agente a manera que siempre se mantenga la misma estructura del grafo de formación desde la posición cero y los agentes se posic和平n de manera ascendente sin importar su n煤mero de marcador asignado, tal como se observa en la figura 47.

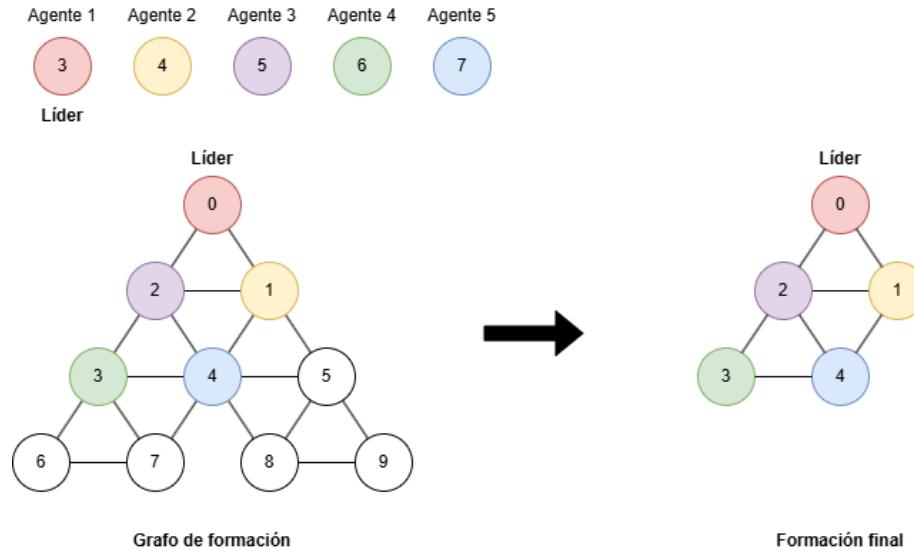


Figura 47: Posiciones de agentes seg煤n el grafo de formaci煤n con la implementaci煤n nueva del algoritmo.

La versi煤n optimizada vuelve al sistema consistente y robusto, independientemente del grupo de agentes seleccionado. Al estandarizar el proceso de selecci煤n de posiciones, se facilita tanto el diseño como la depuraci煤n. Además, es un sistema escalable, ya que la estructura fija de la formaci煤n permite la integraci煤n y reducci煤n de agentes de forma sencilla

y ordenada. Asimismo, incorpora un esquema eficiente para sistemas con múltiples agentes, donde las decisiones en tiempo real se simplifican gracias a una lógica más sencilla para gestionar las posiciones de los agentes en la formación.

10.3. Mejora de la eficiencia computacional con NumPy

NumPy es una librería de Python especializada para el cálculo numérico y científico. Destaca por su soporte para trabajar con operaciones vectorizadas o vectores multidimensionales sin realizar bucles. También cuenta con una amplia variedad de funciones matemáticas y estadísticas, así como integración con otras librerías como SciPy. Además, NumPy está implementado en C por lo que permite mejorar la eficiencia computacional para grandes cantidades de datos.

Al revisar los programas de los controladores, se encontró varios segmentos de código que se realizan con bucles (*ciclos for*) simples y otros anidados. Esto representa una deficiencia al realizar los cálculos y solicitud de datos al servidor del Robotat, además que vuelve más compleja la depuración del programa, por lo que se decidió optimizar dichos procesos utilizando funciones matemáticas y operaciones matriciales con NumPy. A continuación, se detallará los segmentos del algoritmo que se optimizaron implementando operaciones con NumPy y se mostrará la comparativa en cuanto a tiempos de ejecución utilizando la función “perf_counter_ns” de la librería “time” de Python y análisis estadísticos.

10.3.1. Aplicación de desfases a los marcadores

A continuación se explica los pasos que anteriormente se realizaban para aplicar los desfases de la calibración de marcadores, donde n es la cantidad de marcadores a utilizar.

- Configuración
 1. Cargar el archivo .npy con los desfases de los marcadores.
 2. Solicitar las poses de n marcadores al sevidor del Robotat.
 3. Aplicar el desfase de cada marcador con un bucle de n iteraciones.
- Ciclo principal
 1. Solicitar las poses de n marcadores al servidor del Robotat.
 2. Aplicar el desfase de cada marcador con un bucle de n iteraciones.

Implementar bucles dentro del ciclo principal significa un aumento de tiempo computacional que es más notorio al aumentar la cantidad de marcadores a utilizar. Para optimizar el proceso se optó por aplicar los desfases a cada marcador utilizando operaciones matriciales e implementando únicamente una resta de matrices dentro del ciclo principal, por lo que ahora el proceso es el siguiente:

- Configuración

1. Cargar el archivo .npy con los desfases de los marcadores.
 2. Almacenar los desfases en la cuarta columna de una matriz de ceros de tamaño $n \times 6$.
 3. Solicitar las poses de los marcadores al servidor del Robotat.
 4. Aplicar el desfase de los marcadores con una resta de la matriz con los desfases a la matriz con las poses de los marcadores.
- Ciclo principal
 1. Solicitar las poses de los marcadores al servidor del Robotat.
 2. Aplicar el desfase de los marcadores con una resta de la matriz con los desfases a la matriz con las poses de los marcadores.

Una vez implementada la optimización, se realizó un análisis estadístico con mil muestras donde se tomó el tiempo que toma aplicar los desfases a los marcadores con bucles y con una resta de matrices con NumPy.

Para la toma de muestras, se evaluaron diferentes cantidades de marcadores a los que se les aplicó el desfase, siendo estos 5, 10, 15 y 20. En los Cuadros 4 y 5 se muestra la media y desviación estándar del tiempo que tomó aplicar los desfases.

En la Figura 48 se observa que la optimización con NumPy presenta una reducción notable en el tiempo de procesamiento, la cual es aún más significativa a medida que aumenta la cantidad de marcadores a utilizar. Por otro lado, los tiempos al aplicar bucles incrementan de manera proporcional y más pronunciada con el aumento de los marcadores, mientras que con NumPy el crecimiento es más moderado ya que la pendiente de la curva es dos órdenes de magnitud menor.

Cantidad de marcadores	Número de muestras	Media de tiempo (ms)	Desviación estándar (ms)
5	1000	0.002802	0.000308
10	1000	0.005353	0.000469
15	1000	0.008187	0.001654
20	1000	0.010485	0.000843

Cuadro 4: Media de tiempo y desviación estándar para aplicar desfases de marcadores con bucles.

Cantidad de marcadores	Número de muestras	Media de tiempo (ms)	Desviación estándar (ms)
5	1000	0.000734	0.000119
10	1000	0.000756	0.000113
15	1000	0.000794	0.000225
20	1000	0.000837	0.000147

Cuadro 5: Media de tiempo y desviación estándar para aplicar desfases de marcadores con NumPy.

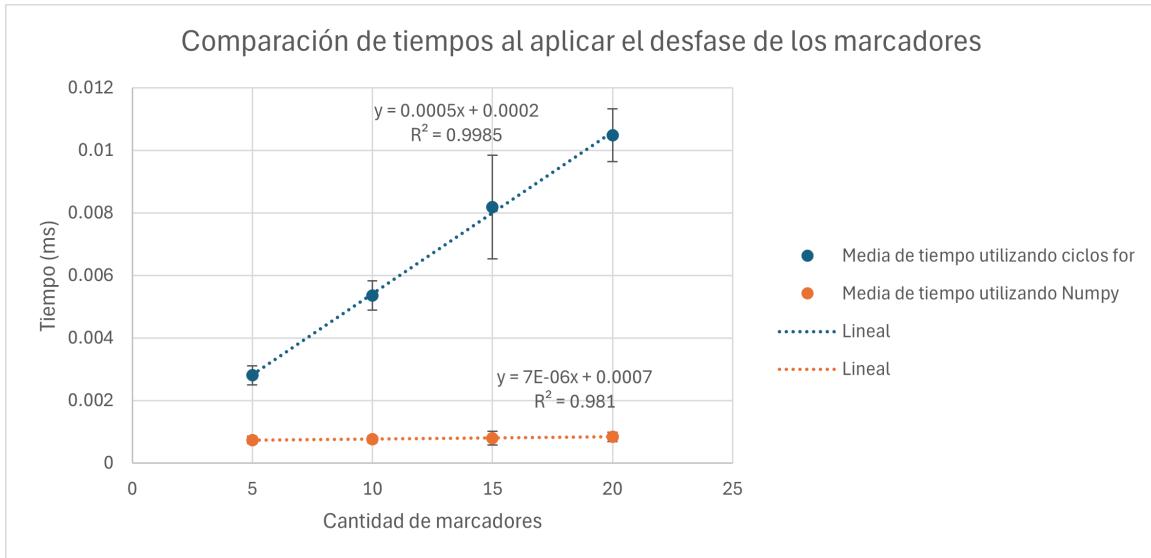


Figura 48: Gráfica con medias de tiempo para aplicar desfases de marcadores con bucles y operaciones con NumPy.

10.3.2. Cálculo de la distancia entre agentes

Para el cálculo de distancia entre agentes se tenía una función llamada “DistBetweenAgents” dentro del archivo “funciones.py”. Esta utilizaba bucles anidados para calcular la norma de distancia basada en la distancia en x y y de cada agente hacia sus vecinos más próximos. El cálculo de la distancia se realiza entre los agentes i y j y luego para j e i , esto produce una matriz simétrica por lo que se puede realizar únicamente el cálculo de una mitad y luego duplicarla. Para esto, se creó una versión optimizada de la función llamada “DistBetweenAgentsOptimized”. En esta, únicamente se calcula la diferencia de posiciones aprovechando el *broadcasting* en NumPy y luego se obtiene la norma de la matriz de distancias utilizando la función “linealg.norm”.

En los Cuadros 6 y 7 se muestra la media y desviación estándar del tiempo que toma en realizar los cálculos con la función original y la optimizada. Para esto, se tomó mil muestras aumentando la cantidad de agentes desde 1 hasta 10.

En la Figura 49 se observa un incremento exponencial en el tiempo de procesamiento al calcular las distancias entre los agentes conforme se aumenta el número de estos en la formación. Además, la optimización con NumPy presenta un incremento significativamente menor. Esto se confirma al observar que el exponente de la ecuación que describe el comportamiento utilizando bucles es 1.6982, mientras que el exponente al utilizar NumPy es 0.1775.

Cantidad de marcadores	Número de muestras	Media de tiempo (ms)	Desviación estándar (ms)
1	1000	0.00213	0.000343
2	1000	0.005569	0.006185
3	1000	0.009883	0.000914
4	1000	0.016406	0.001267
5	1000	0.026257	0.005967
6	1000	0.036697	0.00706
7	1000	0.051342	0.003965
8	1000	0.062752	0.012055
9	1000	0.079696	0.009144
10	1000	0.098319	0.009456

Cuadro 6: Media de tiempo y desviación estándar para calcular la distancia entre agentes con bucles.

Cantidad de marcadores	Número de muestras	Media de tiempo (ms)	Desviación estándar (ms)
1	1000	0.0061	0.001477
2	1000	0.008134	0.001457
3	1000	0.008187	0.007005
4	1000	0.008354	0.006599
5	1000	0.008918	0.00158
6	1000	0.008835	0.001695
7	1000	0.009344	0.001726
8	1000	0.009559	0.004158
9	1000	0.009581	0.002898
10	1000	0.009614	0.002514

Cuadro 7: Media de tiempo y desviación estándar para calcular la distancia entre agentes con NumPy.

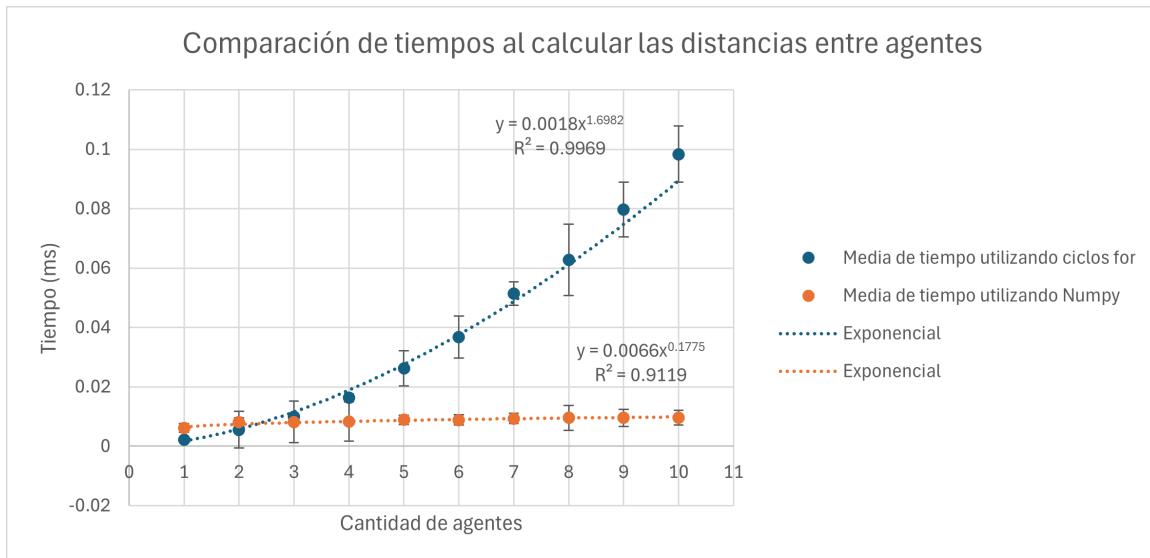


Figura 49: Gráfica con medias de tiempo para calcular la distancia entre agentes con bucles y operaciones con NumPy.

10.3.3. Cálculo del error de formación

Para calcular el error de formación se utilizaba la función “FormationError” dentro del archivo “funciones.py”. Esta función utiliza dos bucles anidados para calcular el error cuadrá-

tico medio entre la formación actual y la deseada utilizando como parámetros las matrices de adyacencia de ambas formaciones. Dado que ambas matrices son cuadradas y, al considerar únicamente los agentes de interés, se convierten en matrices del mismo tamaño, se desarrolló una versión optimizada de la función llamada “FormationErrorOptimized”. Esta versión emplea la función “square” de NumPy que eleva al cuadrado cada elemento de la matriz y luego calcula la media utilizando la función “mean”.

En los Cuadros 8 y 9 se muestra la media y desviación estándar del tiempo que toma en realizar el cálculo del error cuadrático medio con la función original y la optimizada. Para esto, se tomó mil muestras aumentando la cantidad de agentes desde 1 hasta 10.

En la Figura 50 se muestra una gráfica en la que se evidencia un crecimiento exponencial en el tiempo de procesamiento al calcular las distancias entre los agentes a medida que se aumenta el número de agentes en la formación. Por otro lado, la optimización con Numpy, presenta un aumento significativamente menor. Además, esto se demuestra ya que el exponente de la ecuación que describe el comportamiento utilizando bucles es 1.4753, mientras que el exponente para la optimización con NumPy es 0.112.

Cantidad de marcadores	Número de muestras	Media de tiempo (ms)	Desviación estándar (ms)
1	1000	0.005665	0.000809
2	1000	0.01101	0.000895
3	1000	0.018721	0.008085
4	1000	0.029093	0.00714
5	1000	0.043071	0.003761
6	1000	0.058559	0.008292
7	1000	0.075147	0.010952
8	1000	0.103554	0.008648
9	1000	0.128032	0.011905
10	1000	0.149833	0.013256

Cuadro 8: Media de tiempo y desviación estándar para calcular el error de formación con bucles.

Cantidad de marcadores	Número de muestras	Media de tiempo (ms)	Desviación estándar (ms)
1	1000	0.016538	0.007916
2	1000	0.020229	0.002389
3	1000	0.020081	0.003186
4	1000	0.020134	0.003423
5	1000	0.020714	0.003501
6	1000	0.021065	0.00453
7	1000	0.021143	0.005589
8	1000	0.022082	0.003146
9	1000	0.022348	0.00473
10	1000	0.022455	0.024888

Cuadro 9: Media de tiempo y desviación estándar para calcular el error de formación con NumPy.

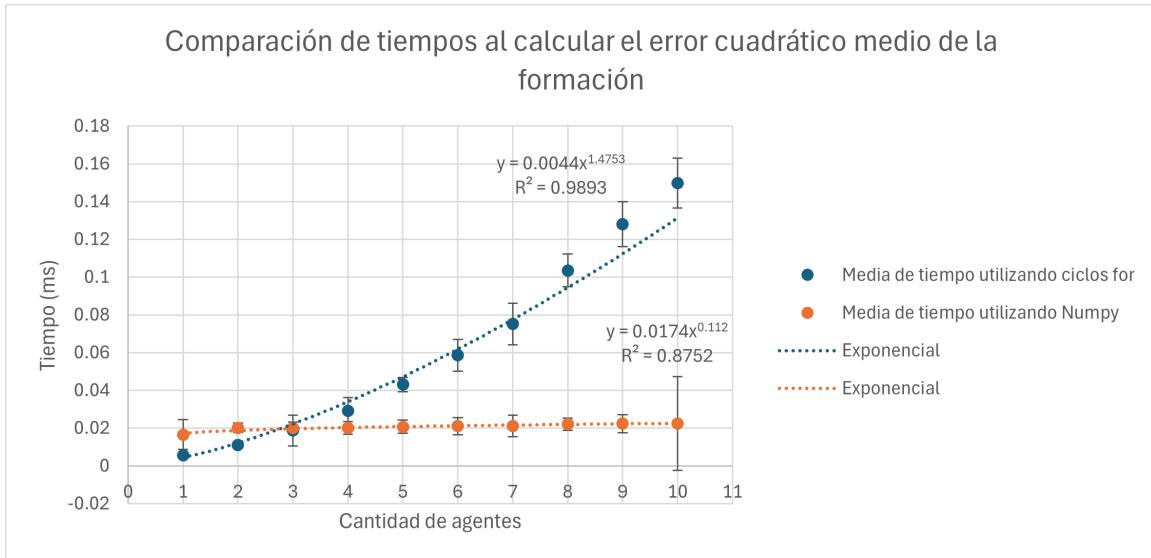


Figura 50: Gráfica con medias de tiempo para calcular el error de formación con bucles y operaciones con NumPy.

10.4. Implementación de paralelismo computacional

En este capítulo, se explica cómo se modificó el programa para implementar paralelismo computacional utilizando hilos con la librería “threading” de Python.

10.4.1. Definición de funcionalidades que se ejecutarán en paralelo

El primer paso fue definir las secciones del programa que se pueden ejecutar en paralelo de manera autónoma sin depender de estados externos o recursos no sincronizados. Estas secciones fueron:

- El algoritmo de sincronización y control de formaciones.
- El proceso de obtener las poses de los marcadores del Robotat.
- La visualización en tiempo real con Webots del escenario físico.

Dado que el controlador del agente realiza operaciones secuenciales y cálculos de velocidades que dependen de más instancias, se decidió implementar hilos únicamente en el controlador del supervisor, en paralelo a la ejecución del algoritmo de sincronización y control de formaciones tal como se observa en la Figura 51.

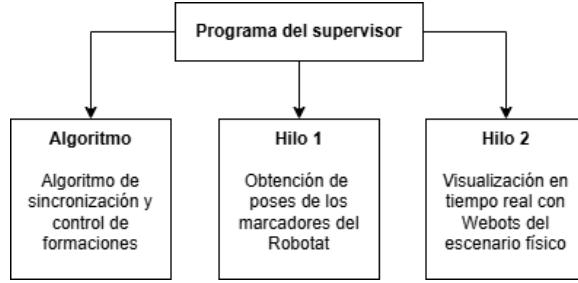


Figura 51: Funcionalidades del algoritmo que se ejecutan en paralelo.

10.4.2. Creación de hilos en paralelo

Una vez identificadas las funcionalidades que se pueden ejecutar en paralelo, se definió la estructura de las tareas para cada hilo tal como se observa en la Figura 52.

Se implementó la ejecución de hilos en paralelo utilizando la librería “threading” de Python ya que resulta útil para manejar tareas que involucran tiempos de espera y no requieren una capacidad de procesamiento elevada [28]. En el caso de la obtención de las poses de los marcadores, es necesario un tiempo de espera entre la comunicación de la computadora y el servidor del Robotat. Este tiempo puede aprovecharse ejecutando otras tareas y cálculos esenciales del algoritmo en paralelo. Además, esto evita problemas de sincronización debido a los tiempos de espera altos por la latencia del servidor.

En cuanto a la visualización en tiempo real en Webots, inicialmente ya se contaba con esta funcionalidad implementada dentro del ciclo principal, sin embargo esta requiere recursos adicionales y se puede ejecutar en paralelo sin afectar al funcionamiento del algoritmo. Por esto, se agregó un hilo dedicado exclusivamente a la visualización en tiempo real del escenario en Webots. Adicionalmente, se implementó un evento de sincronización para garantizar que la visualización se mantenga en sincronía con cada paso de la simulación. Este evento se activa al inicio de cada ciclo del supervisor que ya se encuentra sincronizado con el paso de la simulación, y el hilo queda a la espera de recibir el evento para ejecutar las tareas.

Luego, para todos los hilos, se definió un evento de finalización que se activa cuando el líder llega al objetivo y el error de formación es menor al 10 %. Finalmente, para terminar los hilos, se utilizó la función “join” de la librería “threading” para bloquear el programa principal y esperar a que cada hilo finalice de manera segura antes de detener el programa.

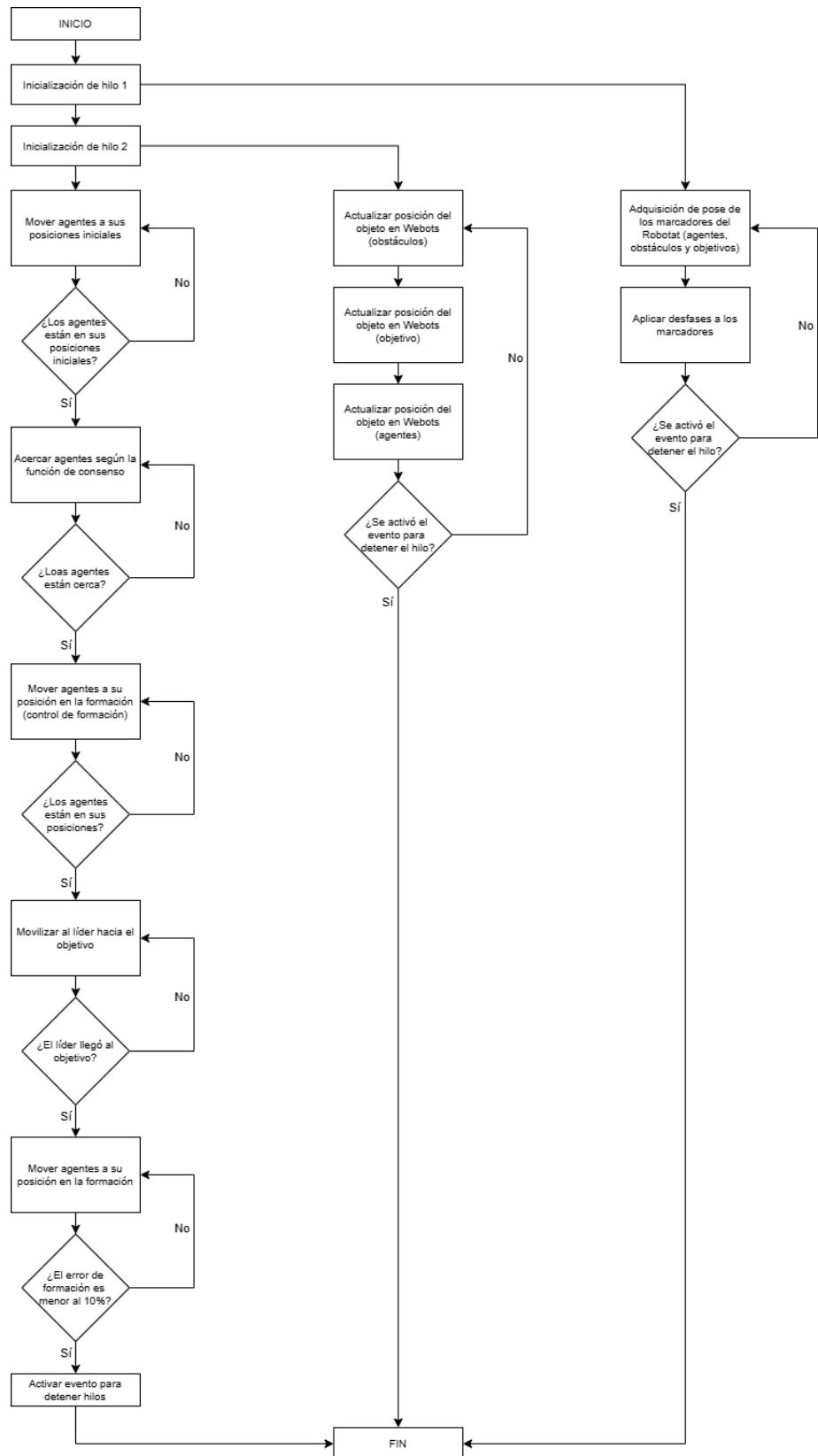


Figura 52: Funcionalidades del algoritmo que se ejecutan en paralelo.

10.4.3. Ajuste de parámetros y mejora de funcionalidades

Durante la optimización del algoritmo, se encontró con nuevas oportunidades de mejora que se explican a continuación.

Configuración del escenario y marcadores

Anteriormente, era necesario configurar manualmente el listado de marcadores para los agentes tanto en el controlador del supervisor como en el de los agentes. De la misma manera, se requería especificar el modo de operación (físico o simulado) y la velocidad máxima para los agentes. Esto implicaba realizar modificaciones en ambos controladores cada vez que se realizaban cambios en las condiciones del escenario y los agentes.

Este enfoque ocasionaba problemas frecuentes, ya que a menudo se olvidaba actualizar ciertos parámetros en uno de los controladores, lo que complicaba la depuración y las pruebas. Para solucionar esto, se decidió implementar una memoria compartida adicional que centralizara las configuraciones en el controlador del supervisor. Dicha memoria se configuró para enviar parámetros como el modo de operación, la velocidad máxima de los agentes y el listado de marcadores a utilizar desde un único controlador. Esta solución no solo facilita la depuración y reduce la posibilidad de discrepancias en las configuraciones, sino que también proporciona un sistema más robusto y eficiente para la gestión de variables.

Medición del tiempo de ejecución del algoritmo

En la fase previa, no se tenía un sistema preciso para medir el tiempo de ejecución del algoritmo. En su lugar, se realizaba un cálculo aproximado basado en la cantidad de ciclos ejecutados y su conversión según el paso de tiempo configurado en la simulación. Sin embargo, este paso estaba fijado en 64 milisegundos, mientras que cada ciclo en realidad tomaba más tiempo debido a la carga computacional del algoritmo y a la latencia de comunicación con el servidor dentro del ciclo principal, lo que generaba problemas de sincronización.

Para resolver esta limitación, se implementó un sistema de medición precisa utilizando la función “perf_counter_ns” de la librería “time” que permite medir el tiempo en nanosegundos para luego realizar la conversión a segundos. Este sistema se implementó para medir el tiempo desde el momento en que los agentes ya se encuentran en sus posiciones iniciales hasta el final del experimento, que para esta fase se definió como el momento en que el líder se ubica a 20 centímetros del objetivo y el error de formación es menor al 10 %. Esta solución permitió obtener mediciones de tiempo exactas y fue implementada tanto en el algoritmo optimizado como en el no optimizado, facilitando así una comparación precisa del rendimiento entre ambas versiones.

Monitoreo de variables

Prácticamente, con el fin de monitorear el comportamiento del algoritmo durante su ejecución, se añadió la visualización en la terminal de Webots de los siguientes factores:

- La etapa en la que se encuentra el algoritmo.
- La norma de velocidades sobre la cuál se toman decisiones en el algoritmo.
- El error de formación.
- La latencia de comunicación con el servidor del Robotat.

Visualización en tiempo real en Webots del escenario

Como se mencionó anteriormente, inicialmente ya se contaba con esta funcionalidad pero solo se mostraba la posición de los obstáculos y el objetivo. Por esto, se decidió agregar la funcionalidad de visualización para los agentes. En la Figura ?? se observa un escenario físico y su visualización en tiempo real en Webots con la siguiente representación:

- Círculos verdes: posiciones iniciales para los agentes.
- Círculo amarillo: posición en tiempo real del agente líder de la formación.
- Círculos azules: posiciones en tiempo real de los demás agentes.
- Círculo rojo: posición en tiempo real del objetivo.
- Toroides morados: posiciones en tiempo real de los obstáculos.
- ePucks: posiciones en que se encontraban los agentes al momento de ejecutar el programa (antes de colocarse en sus posiciones iniciales).

10.4.4. Verificación del rendimiento del algoritmo optimizado

Una vez aplicadas todas las mejoras y optimizaciones al algoritmo, se realizó la verificación de su rendimiento utilizando obstáculos físicos.

Para esto, se utilizó el escenario de la Figura ?? para realizar corridas con 2, 3, 4 y 5 agentes donde se midió el tiempo... FALTA

Agentes	Corrida	Algoritmo optimizado			
		Tiempo total (s)	Tiempo de ciclo promedio (ms)	Tiempo total promedio (s)	Desviación estándar (s)
2	1	72.846	0.36	72.1267	1.9777
	2	69.89	0.384		
	3	73.644	0.361		
3	1	82.828	0.386	86.4270	6.7963
	2	82.187	0.391		
	3	94.266	0.395		
4	1	79.064	0.428	78.7760	1.9302
	2	76.718	0.439		
	3	80.546	0.441		
5	1	112.28	0.504	143.2237	44.0504
	2	193.657	0.504		
	3	123.734	0.503		

Cuadro 10: Tiempos de ejecución del algoritmo optimizado con 2, 3, 4 y 5 agentes.

Agentes	Corrida	Algoritmo no optimizado			
		Tiempo total (s)	Tiempo de ciclo promedio (ms)	Tiempo total promedio (s)	Desviación estándar (s)
2	1	69.793	133.715	70.9800	2.4460
	2	69.354	107.867		
	3	73.793	111.432		
3	1	113.666	129.068	97.9450	13.8863
	2	92.817	139.81		
	3	87.352	121.345		
4	1	107.001	167.707	112.4807	4.7548
	2	115.518	168.313		
	3	114.923	160.484		
5	1	336.836	236.169	335.3777	51.8439
	2	386.477	282.401		
	3	282.82	226.396		

Cuadro 11: Tiempos de ejecución del algoritmo no optimizado con 2, 3, 4 y 5 agentes.

CAPÍTULO 11

Validación del algoritmo optimizado en escenarios físicos con obstáculos móviles

CAPÍTULO 12

Conclusiones

CAPÍTULO 13

Recomendaciones

CAPÍTULO 14

Bibliografía

- [1] M. Ekelhof y G. Persi, *Robótica de enjambre*, 2023. dirección: https://unidir.org/wp-content/uploads/2023/05/UNIDIR_Swarms_SinglePages_web_SP.pdf.
- [2] R. Solís, *Enjambres de robots y sus aplicaciones en la exploración y comunicación*, 2019. dirección: <http://hdl.handle.net/2238/13120>.
- [3] L. Burrows, *Robotic swarm swims like a school of fish*, 2021. dirección: <https://wyss.harvard.edu/news/robotic-swarm-swims-like-a-school-of-fish/>.
- [4] J. Maderer, *Robotarium: A Robotics Lab Accessible to All*, 2017. dirección: <https://news.gatech.edu/archive/features/robotarium-robotics-lab-accessible-all.shtml>.
- [5] P. Barrera, *16 datos sobre el Robotat*, 2023. dirección: <https://noticias.uvg.edu.gt/datos-robotat-habitat-robotica-cit-116/>.
- [6] P. Barrera, *Cuando la física granular y la robótica se apoyan una a otra*, 2022. dirección: <https://noticias.uvg.edu.gt/robotat-robotario-fisica-granular-robotica/>.
- [7] J. Menéndez, “Validación de los algoritmos de robótica de enjambre Particle Swarm Optimization y Ant Colony Optimization con sistemas robóticos físicos en el ecosistema Robotat,” Tesis de licenciatura, Universidad Del Valle de Guatemala, 2023.
- [8] A. Peña, “Algoritmo de sincronización y control de sistemas de robots multi-agente para misiones de búsqueda,” Tesis de licenciatura, Universidad Del Valle de Guatemala, 2019.
- [9] J. Rodríguez, “Validación de un algoritmo de inteligencia de enjambre enfocado en sincronización y control de formaciones de sistemas robóticos multi-agente en un entorno físico,” Tesis de licenciatura, Universidad Del Valle de Guatemala, 2023.
- [10] S. Chatterjee, *Part 1; Swarm Robots: Definition, System and Cycles*, 2017. dirección: <https://csoham.com/2017/08/09/part-1-swarm-robots-definition-system-and-cycles/>.

- [11] Leotronics, *Interacción de los enjambres y robótica de grupo en la resolución de diversas tareas*. dirección: <https://leotronics.eu/es/nuestro-blog/interaccion-de-los-enjambres-y-robotica-de-grupo-en-la-resolucion-de-diversas-tareas> (visitado 2024).
- [12] B. Moreno y J. Hernández, “Control centralizado y descentralizado de edificaciones mediante acristalamientos activos,” *Revista de Investigación “Pensamiento Matemático”*, vol. 7, n.º 1, págs. 19-38, 2017.
- [13] V. Noble, *Teoría de grafos*, 2022. dirección: https://rpubs.com/Yelky99/Tgrafos_pmai.
- [14] A. Ruiz-Ruano y J. López, “Modelos Gráficos y Redes en Psicología,” *Revista de Historia de la Psicología*, vol. 41, n.º 4, págs. 24-33, 2020.
- [15] F. Franco, “Aspectos algebraicos en Teoría de Grafos,” Tesis de licenciatura, Universidad de Sevilla, España, 2016.
- [16] L. Crespo, *Matroides y rigidez de grafos*, 2020. dirección: <http://hdl.handle.net/10902/20492>.
- [17] L. Krick, “Application of Graph Rigidity in Formation Control of Multi-Robot Networks,” Tesis de maestría, Universidad de Toronto, 2007.
- [18] M. Mesbahi y M. Egerstedt, *Graph Theoretic Methods in Multiagent Networks*. Princeton University Press, 2010, ISBN: 9780691140612. dirección: https://www.ebook.de/de/product/10047947/mehran_mesbahi_magnus_egerstedt_graph_theoretic_methods_in_multiagent_networks.html.
- [19] N. Nise, *Control system engineering*. Benjamin/Cummings, 1995.
- [20] M. Zea, *Lectura 12: Control de robots móviles con ruedas*. (visitado 2024).
- [21] MathWorks, *MATLAB - El lenguaje del cálculo técnico*. dirección: <https://la.mathworks.com/products/matlab.html> (visitado 2024).
- [22] Cyberbotics, *Webots*. dirección: <https://cyberbotics.com/> (visitado 2024).
- [23] J. Aguilar y E. Leiss, *Introducción a la Computación Paralela*. Universidad de los andes Mérida-Venezuela, 2004, ISBN: 980-12-0752-3. dirección: https://gc.scalahed.com/recursos/files/r161r/w25041w/introduccionalacomputacionparalela_S5.pdf.
- [24] OptiTrack, *Primex 41*. dirección: <https://optitrack.com/cameras/primex-41/> (visitado 2024).
- [25] Pololu, *3pi+ 32U4 OLED Robot - Standard Edition (30:1 MP Motors), Assembled*. dirección: <https://www.pololu.com/product/4975> (visitado 2024).
- [26] Python, *MatLab vs. Python vs. R*, 2017. dirección: https://www.researchgate.net/publication/328175547_MatLab_vs_Python_vs_R.
- [27] J. Wainer, *A Controlled Experiment on Python vs C for an Introductory Programming Course: Students’ Outcomes*, 2018. dirección: https://www.researchgate.net/publication/327005495_A_Controlled_Experiment_on_Python_vs_C_for_anIntroductory_Programming_Course_Students'_Outcomes.
- [28] Python, *threading — Thread-based parallelism*, 2024. dirección: <https://docs.python.org/3/library/threading.html>.