# בדיקת תכונות LTL

גרא וייס
המחלקה למדעי המחשב
אוניברסיטת בן-גוריון

# תזכורת: נוסחה ב-LTL

דקדוק ל-LTL מעל $AP$ באשר $a \in AP$ יכול להיות כל פסוק אטומי:

$$\phi ::= true \mid a \mid \phi_1 \wedge \phi_2 \mid \neg\phi \mid \bigcirc\phi \mid \phi_1 \mathrm{U}\, \phi_2$$

הנוסחה $\phi$ תתקיים בצעד הבא

הנוסחה $\phi_1$ תתקיים עד שהנוסחה $\phi_2$ תתקיים

LTL מגדירה תכונות זמן לינארי = המודל הוא מילים ב $(2^{AP})^{\omega}$

# תזכורת: סמנטיקה כקבוצות מילים

תכונת הזמן הליניארי המוגדרת ע"י נוסחה $\psi$ מעל AP היא:

$$Words(\psi) = \{\sigma \in (2^{AP})^{\omega}: \quad \sigma \vDash \psi\}$$

כאשר $\vDash$ הוא היחס הקטן ביותר המקיים:

$\sigma \vDash true$

$\sigma \vDash a \quad \Leftrightarrow \quad a \in \sigma[0]$

$\sigma \vDash \psi_1 \wedge \psi_2 \quad \Leftrightarrow \quad \sigma \vDash \psi_1 \wedge \sigma \vDash \psi_2$

$\sigma \vDash \neg\psi \quad \Leftrightarrow \quad \sigma \nvDash \psi$

$\sigma \vDash \bigcirc\psi \quad \Leftrightarrow \quad \sigma[1..] \vDash \psi$

$\sigma \vDash \psi_1 \mathsf{U} \psi_2 \quad \Leftrightarrow \quad \exists j \geq 0 \,.\, \sigma[j..] \vDash \psi_2 \;\wedge\; \forall 0 \leq i < j \,.\, \sigma[i..] \vDash \psi_1$

# סמנטיקה של $\Box$, $\Diamond\Box$, $\Box\Diamond$, $\Diamond$

$$\sigma \models \Diamond\varphi \quad \text{iff} \quad \exists j \geq 0 \,.\, \sigma[j..] \models \varphi$$

$$\sigma \models \Box\varphi \quad \text{iff} \quad \forall j \geq 0 \,.\, \sigma[j..] \models \varphi$$

$$\sigma \models \Box\Diamond\varphi \quad \text{iff} \quad \forall j \geq 0 \,.\, \exists i \geq j \,.\, \sigma[i..] \models \varphi$$

$$\sigma \models \Diamond\Box\varphi \quad \text{iff} \quad \exists j \geq 0 \,.\, \forall i \geq j \,.\, \sigma[i..] \models \varphi$$

# בדיקת תכונות LTL

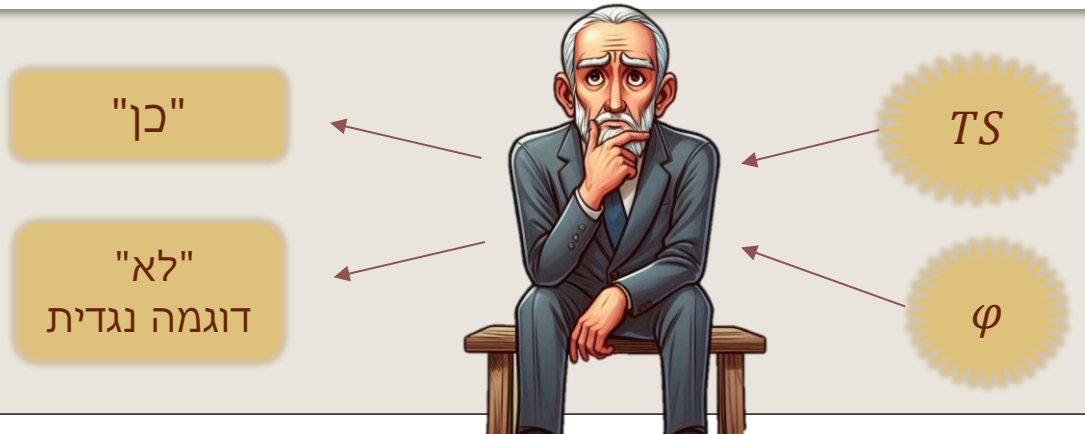
הגדרה:

$$TS \models \varphi \quad \Leftrightarrow \quad TS \models Words(\varphi)$$

בעיית החלטה (decision problem):

בהינתן מערכת מעברים $TS$ ונוסחת LTL $\varphi$:

ענו "כן" אם $TS \models \varphi$ ו "לא" אם $TS \not\models \varphi$ (עם דוגמה נגדית)



# אלגוריתם לאימות תכונת LTL

$$TS \models \varphi \quad \Leftrightarrow \quad Traces(TS) \subseteq Words(\varphi)$$

$$\Leftrightarrow \quad Traces(TS) \cap \left((2^{AP})^{\omega} \setminus Words(\varphi)\right) = \emptyset$$

$$\Leftrightarrow \quad Traces(TS) \cap \mathcal{L}_{\omega}\left(\mathcal{A}_{\neg\varphi}\right) = \emptyset$$

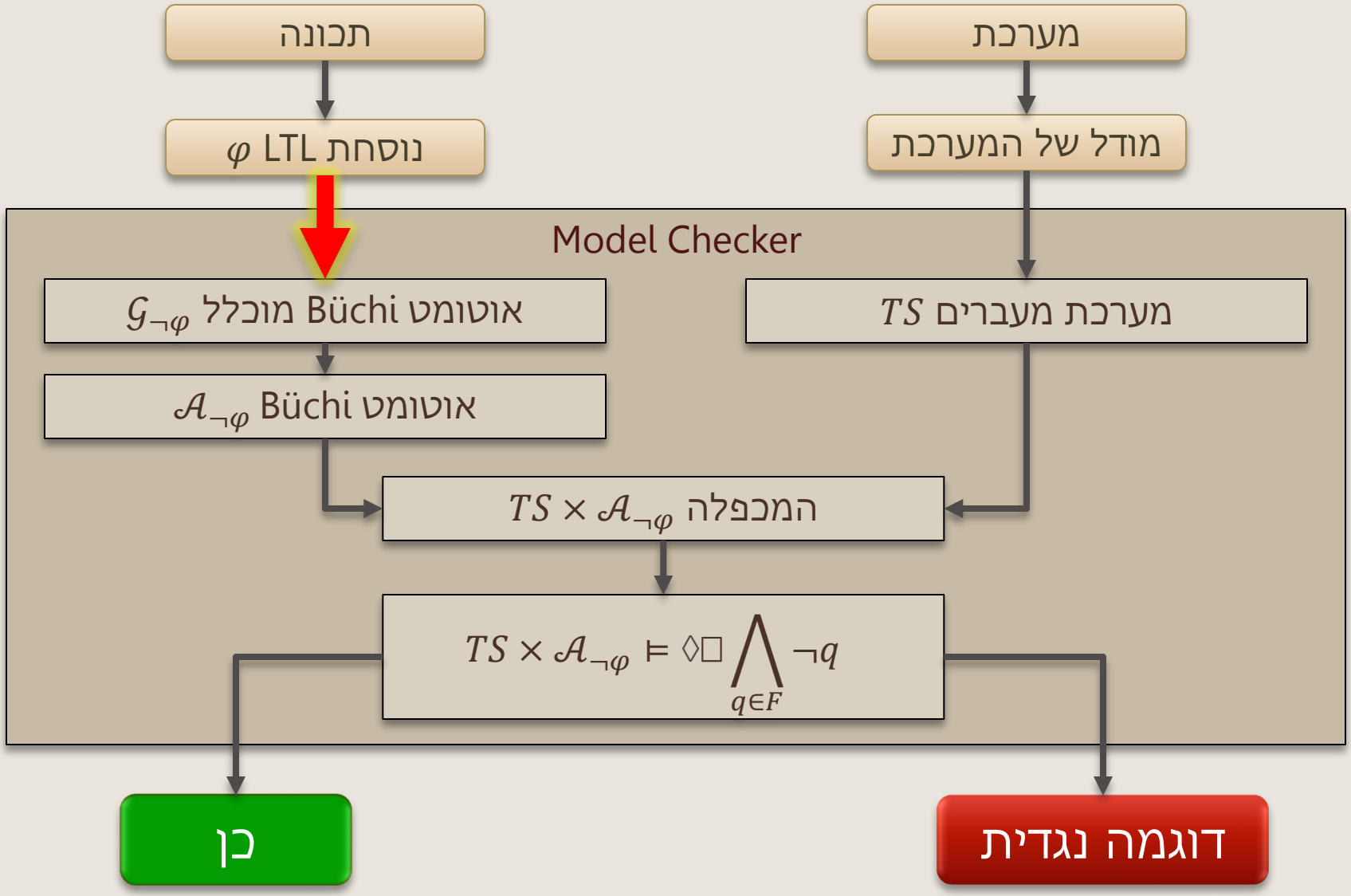
$$\Leftrightarrow \quad TS \times \mathcal{A}_{\neg\varphi} \models \Diamond\Box \bigwedge_{q \in F} \neg q$$

אוטומט המקבל מילה אם היא לא מקיימת את $\varphi$

הרכבה המתארת את כל הריצות של $\mathcal{A}_{\neg\varphi}$ על כל רצפי העקבות של $TS$

מסקנה: תרגמנו בדיקת תכונת LTL לבדיקת תכונת הַתְמָדָה

# בדיקת תכונות LTL



# בהנתן פסוק LTL, $\varphi$, נבנה אוטומט $\mathcal{G}_\varphi$ כך ש- $\mathcal{L}_\omega(\mathcal{G}) = Words(\varphi)$

פייר וולפר

משה ורדי

Moshe Y. Vardi, Pierre Wolper:
Automata-Theoretic Techniques for Modal Logics of Programs
J. Comput. Syst. Sci. 32(2): 183-221 (1986)

# משימה: בניית NBA לנוסחת LTL

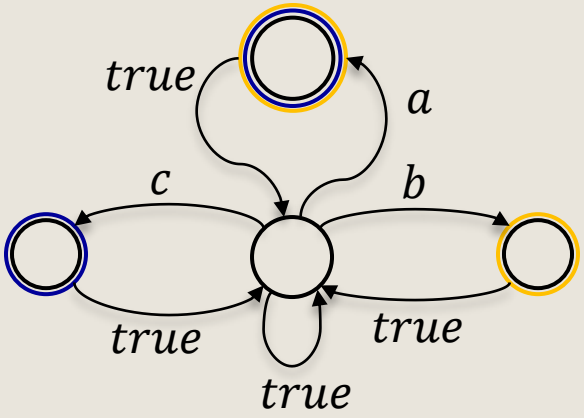
נציע אלגוריתם לבניית אוטומט NBA בהינתן נוסחת LTL

יעילות:

- הנוסחאות בדרך כלל קטנות
- אוטומט Büchi בגודל אקספוננציאלי יחסית לגודל הנוסחה
- עלות בדיקות מודל פולינומיאלית ביחס לגודל האוטומט
- NBA אינם שקולים ל-DBA ⇐ מזעור האוטומט הוא NP-שלם

# תזכורת: GNBA

מאפשרים שיהיו מספר קבוצות מקבלות
(מסומנות, בדרך כלל, ע"י צבעים שונים)



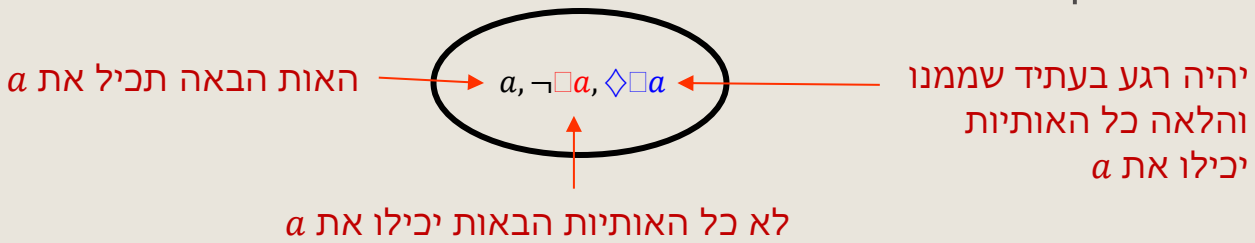

ריצה מקבלת צריכה לעבור בכל אחת
מהקבוצות המקבלות אינסוף פעמים

# רעיון הבניה

- נבחן את אוסף תת הנוסחאות של הנוסחה הנתונה:

$$sub(\Diamond\Box a) = \{a, \Box a, \Diamond\Box a\}$$

- כל מצב של האוטומט יבטא "ניחוש" לנכונות כל אחת מתת הטענות בהמשך המילה שֶׁיִּקָּרֵא לאחר שביקרנו במצב:

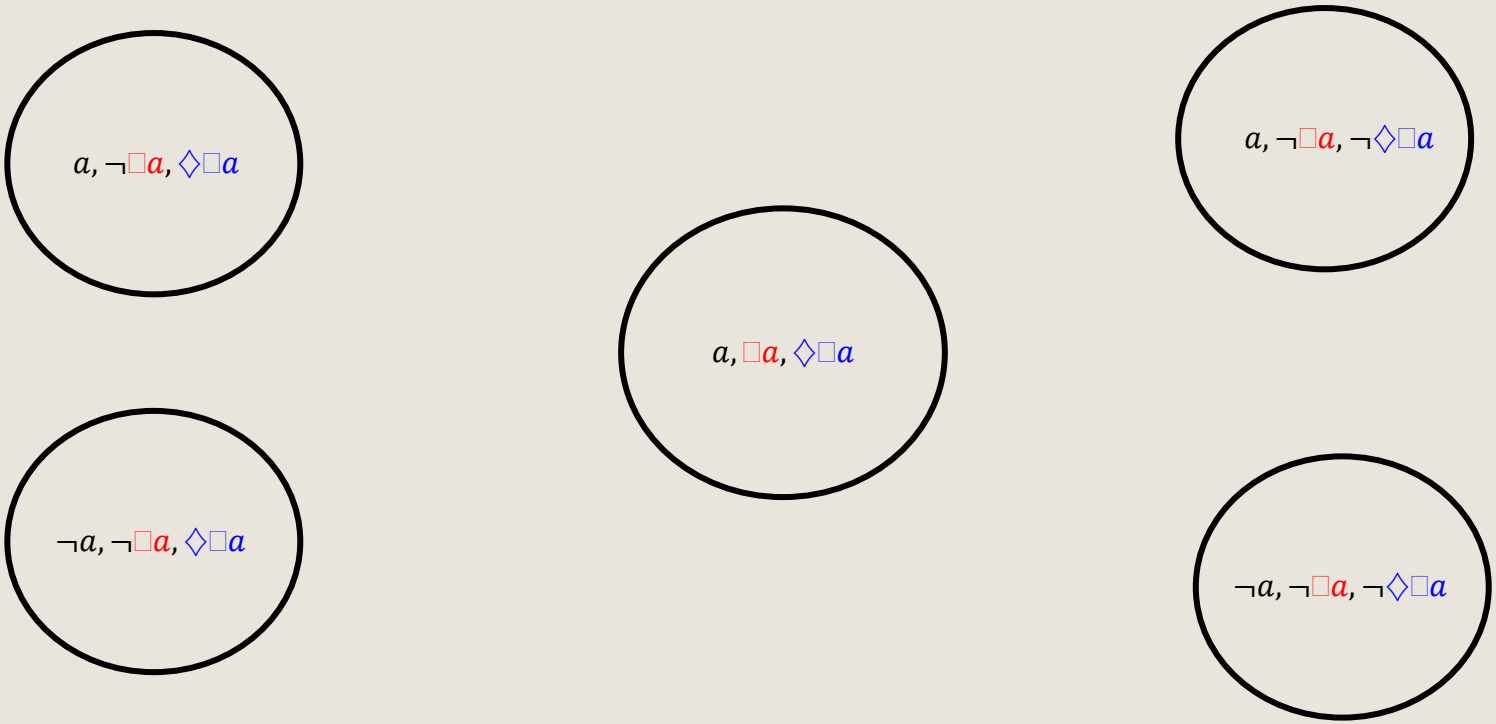



- בהתחלה ננחש שהנוסחה הכוללת מתקיימת ונדאג שיחס המעברים "יפיל אותנו מהאוטומט" אם נגלה שניחוש שעשינו אינו נכון.

- בעיה: בנוסחה מהצורה $\Diamond a$, למשל, כשלא רואים אף אות המכילה את $a$, לא ניתן "להפיל מהאוטומט" כי אין זמן סופי שבו ניתן לקבוע שהניחוש אינו מתקיים (תכונת חַיּוּת).

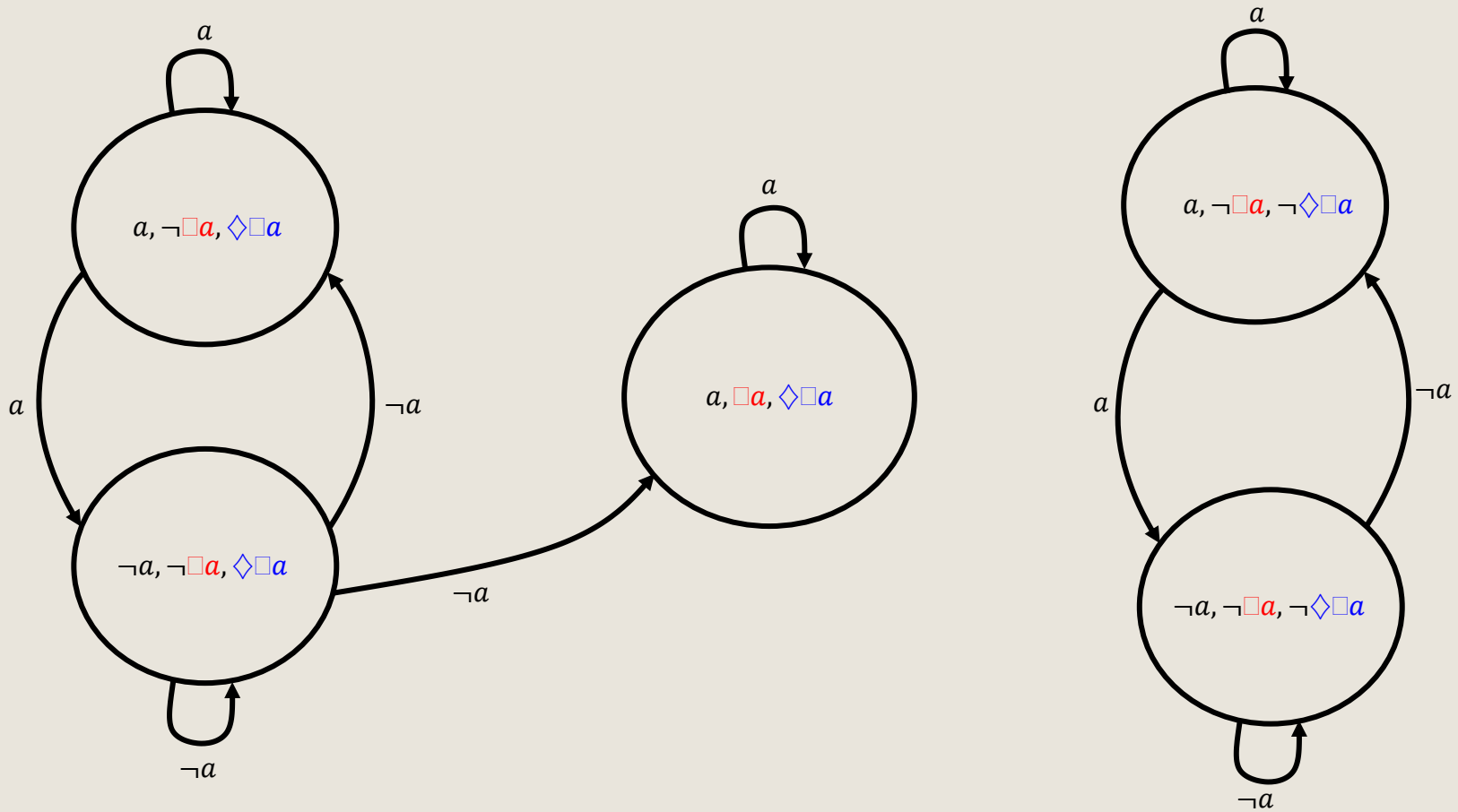
- פתרון: נקרא לזה "הבטחה שצריך לקיים" ונאכוף קיום על ידי זה שהמצב לא יהיה מקבל = מותר להמשיך במצב זמן סופי, אבל בסופו של דבר חייבים לצאת ממנו.

# דוגמה: אוטומט עבור $\mathrm{Words}(\Diamond\Box a)$




המצבים הם הֶשְׂמוֹת האמת האפשריות לתת הנוסחאות

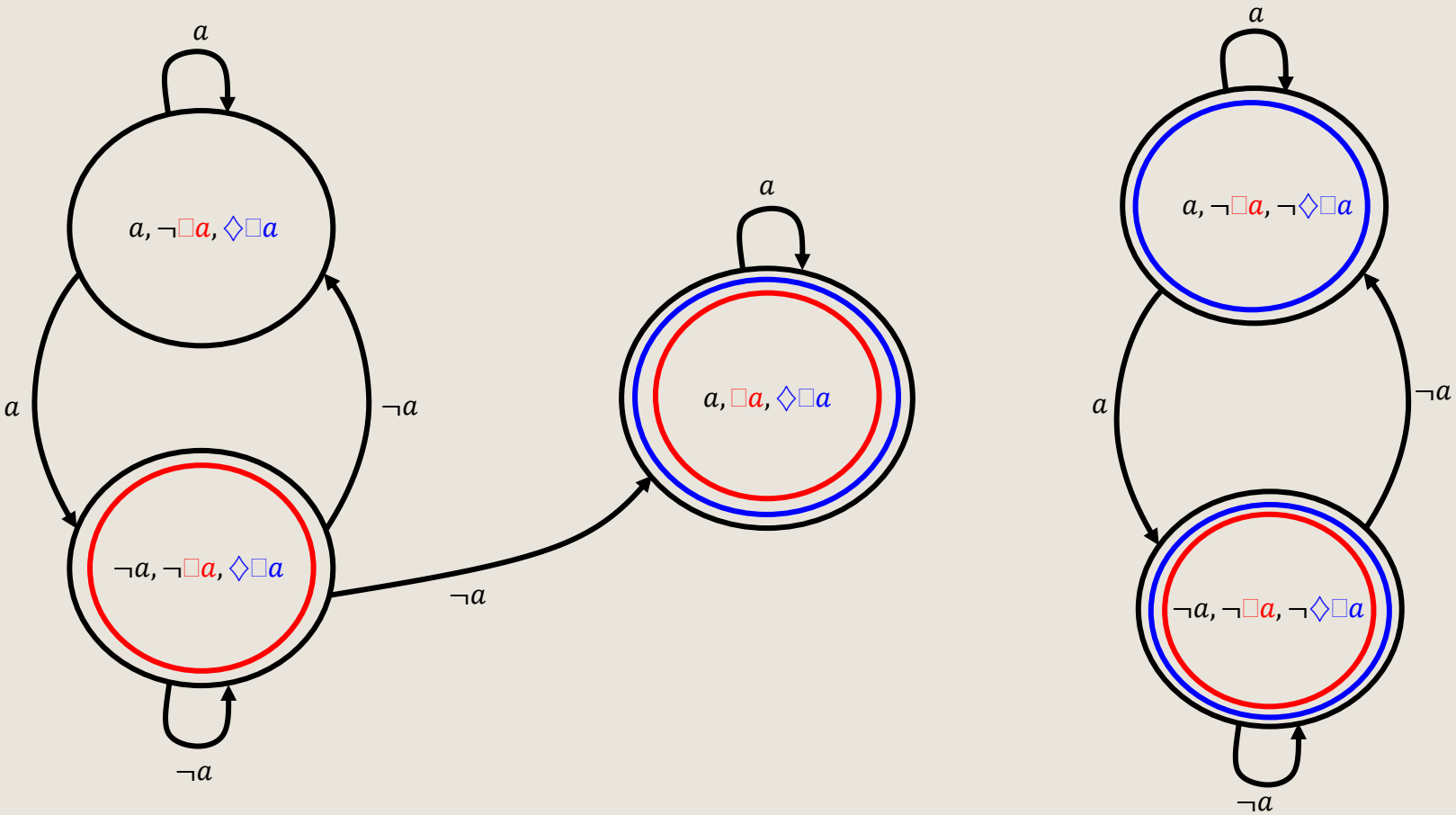
# דוגמה: אוטומט עבור $\text{Words}(\Diamond\Box a)$




המעברים נקבעים לפי ההשמה לפסוקים האטומיים וכללי הפריסה:

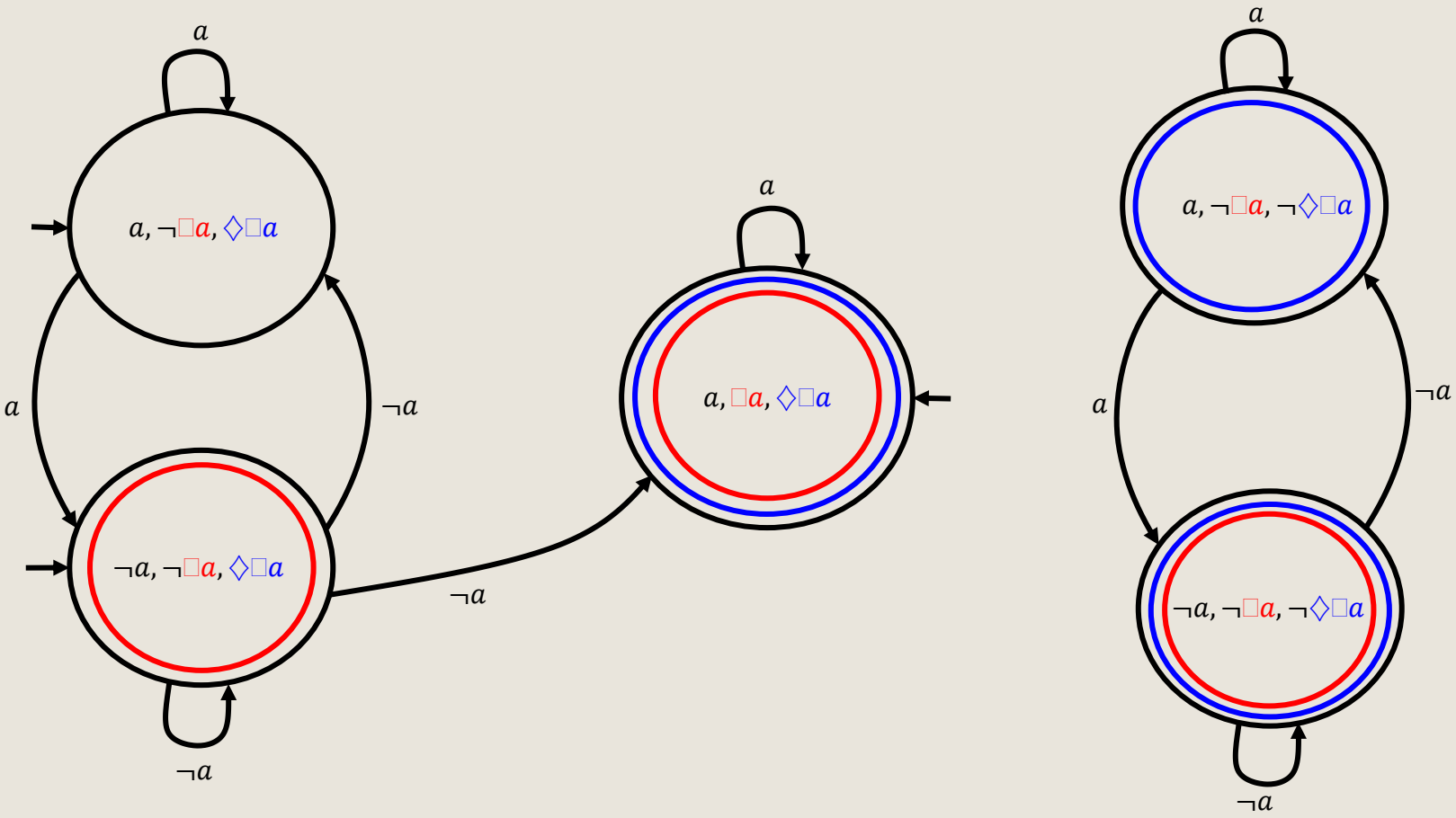
$$\Diamond\varphi \Leftrightarrow \varphi \vee \bigcirc\Diamond\varphi, \qquad \Box\varphi \Leftrightarrow \varphi \wedge \bigcirc\Box\varphi$$

# דוגמה:אוטומט עבור $\text{Words}(\Diamond\Box a)$



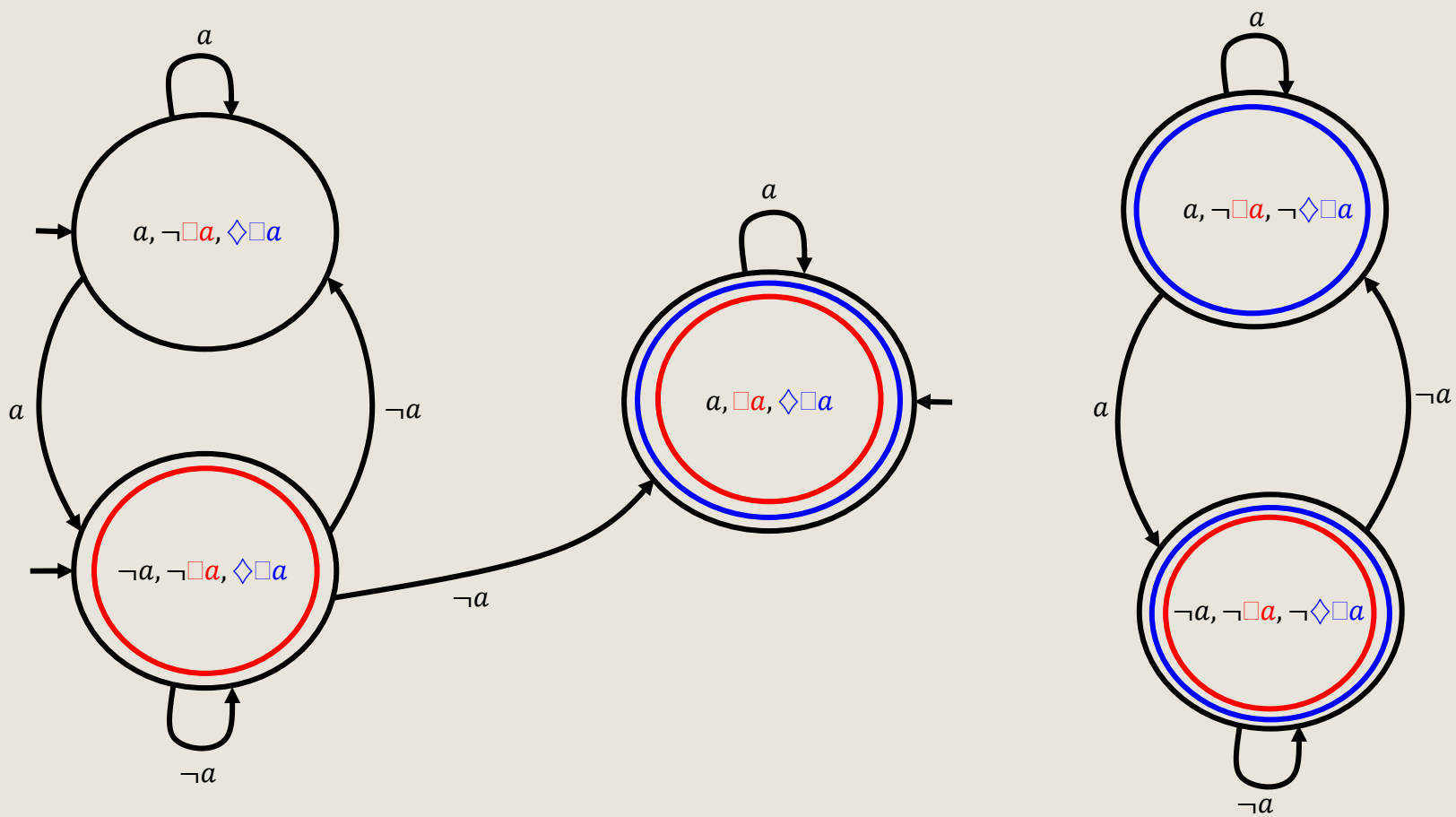

טריק מרכזי: המצבים המקבלים נקבעים על פי "הבטחות צריך לקיים"

# דוגמה:אוטומט עבור $\text{Words}(\Diamond\Box a)$




מצבי ההתחלה הם המצבים המכילים בחיוב את הפסוק הראשי

# דוגמה:אוטומט עבור $Words(\Diamond\Box a)$




טענה: $\mathcal{L}_\omega(\mathcal{G}) = Words(\Diamond\Box a)$

# תת הנוסחאות

עבור נוסחת LTL $\varphi$, הקבוצה $sub(\varphi)$
מורכבת מכל תת-הנוסחאות $\psi$ של $\varphi$ והשלילה $\neg\psi$ שלהן

למשל:

$$sub\left(a\mathrm{U}\left(b \wedge (\neg a\mathrm{U}\neg b)\right)\right) =$$

| | |
|---|---|
| $a$ | $\neg a$ |
| $b$ | $\neg b$ |
| $b \wedge (\neg a\mathrm{U}\neg b)$ | $\neg\left(b \wedge (\neg a\mathrm{U}\neg b)\right)$ |
| $\neg a\mathrm{U}\neg b$ | $\neg(\neg a\mathrm{U}\neg b)$ |
| $a\mathrm{U}\left(b \wedge (\neg a\mathrm{U}\neg b)\right)$ | $\neg\left(a\mathrm{U}\left(b \wedge (\neg a\mathrm{U}\neg b)\right)\right)$ |

# קבוצות עקביות של נוסחאות

$B \subseteq sub(\varphi)$ היא עקבית אם:

$B$ היא עקבית מבחינה לוגית:

$$\psi_1 \wedge \psi_2 \in B \Leftrightarrow \psi_1 \in B \wedge \psi_2 \in B$$

$$\psi \in B \Rightarrow \neg\psi \notin B$$

$$true \in B$$

וגם עקבית מקומית: לכל $\psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in sub(\varphi)$

$$\psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in B$$

$$\psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 \in B \vee \psi_2 \in B$$

וגם מקסימאלית: לכל $\psi \in sub(\varphi)$

$$\psi \notin B \Rightarrow \neg\psi \in B$$

# הגדרה: GNBA לנוסחת LTL $\varphi$

עבור נוסחת LTL $\varphi$ נגדיר $G_\varphi = \langle Q, 2^{AP}, \delta, Q_0, \mathcal{F} \rangle$ באשר

- מצבי האוטומט $Q \subseteq sub(\psi)$ הם הקבוצות הַעִקְבִיּוֹת של תת-נוסחאות
- $Q_0 = \{B \in Q : \varphi \in B\}$ – מתחילים מהמצבים המכילים את $\varphi$
- $B' \in \delta(B,A)$ אם מתקיימים כל התנאים הבאים:
  - לכל $a \in AP$ : $a \in A \leftrightarrow a \in B$
  - לכל $\bigcirc\psi \in sub(\varphi)$ : $\bigcirc\psi \in B \leftrightarrow \psi \in B'$
  - לכל $\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in sub(\varphi)$ :

$$\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B \ \wedge\ \psi_2 \notin B \ \rightarrow\ \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B'$$

$$\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B \ \wedge\ \psi_1 \in B \ \rightarrow\ \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B'$$

- $\mathcal{F} = \{\{B \in Q:\ \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \notin B \ \vee \psi_2 \in B\}:\ \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in sub(\varphi)\}$

<u>טענה</u>: ריצה מקבלת מייצגת סדרת ניחושים מתאימה לסייפות של המילה שנקראה

# נכונות הבניה (עיקר ההוכחה)

- ניבחן ריצה מקבלת $B_0 \xrightarrow{A_0} B_1 \xrightarrow{A_1} \ldots$ של האוטומט ונסמן $\sigma = A_0 A_1 \ldots$.
- נניח, באינדוקציה מבנית:

$\sigma[i..] \vDash \varphi_1$ אם"ם $\varphi_1 \in B_i$

$\sigma[i..] \vDash \varphi_2$ אם"ם $\varphi_2 \in B_i$

- נוכיח חלק מצעד האינדוקציה:

$\varphi_1 \mathrm{U} \varphi_2 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \varphi_1 \mathrm{U} \varphi_2$

הוכיחו את שאר המקרים הנדרשים מה-BNF:

$$\varphi ::= true \mid a \mid \varphi_1 \wedge \varphi_2 \mid \neg\varphi \mid \bigcirc\varphi \mid \varphi_1 \mathrm{U} \varphi_2$$

$a \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash a$

$\neg\varphi_1 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \neg\varphi_1$

$\varphi_1 \wedge \varphi_2 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \varphi_1 \wedge \varphi_2$

$\bigcirc\varphi_1 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \bigcirc\varphi_1$

# נכונות הבניה (עיקר ההוכחה)

- ניבחן ריצה מקבלת $\sigma = B_0 B_1 \ldots$ של האוטומט.
- נניח, באינדוקציה מבנית:

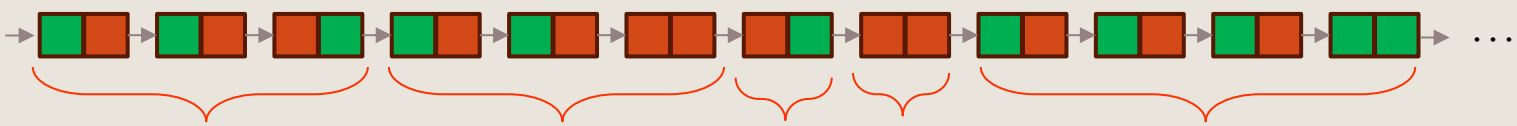
$\varphi_1 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \varphi_1$ $\qquad$ $\varphi_2 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \varphi_2$

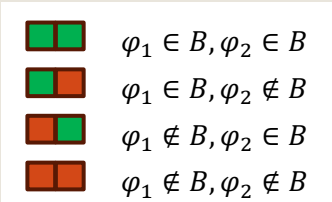
- נוכיח חלק מצעד האינדוקציה:

$\varphi_1 \mathrm{U} \varphi_2 \in B_i$ אם"ם $\sigma[i..] \vDash \varphi_1 \mathrm{U} \varphi_2$

---

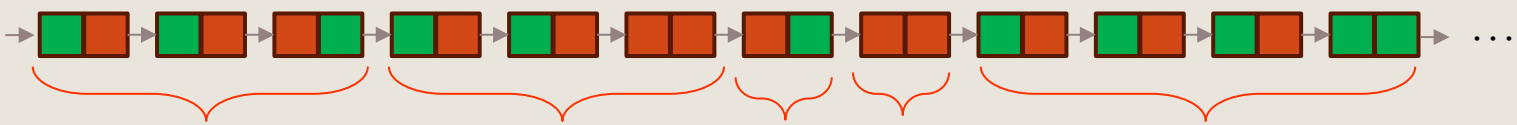
- נצבע לפי ערכי האמת של $\varphi_1,\varphi_2$ בכל מצב ונוכיח שהבניה קובעת ערך נכון ל-Until.

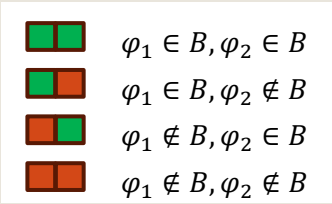





- נחלק למקטעים של מצבים מהצורה $(\square)^*(not\ \square)$
- נבחן איך הבניה קובעת ערך ל-Until:

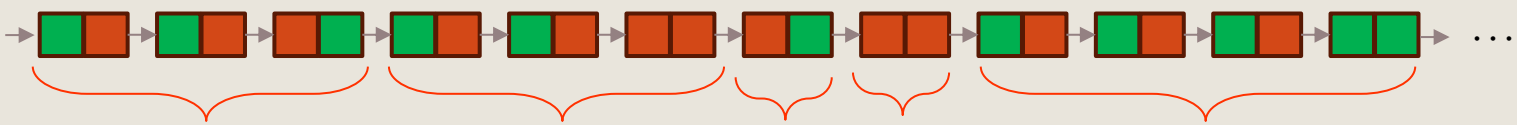
- נצבע לפי ערכי האמת של $\varphi_1,\varphi_2$ בכל מצב ונוכיח שהבניה קובעת ערך נכון ל-Until.






- נחלק למקטעים של מצבים מהצורה $(\quad)^*(not \quad)$
- נבחן איך הבניה קובעת ערך ל-Until:

- נצבע לפי ערכי האמת של $\varphi_1,\varphi_2$ בכל מצב ונוכיח שהבניה קובעת ערך נכון ל-Until.



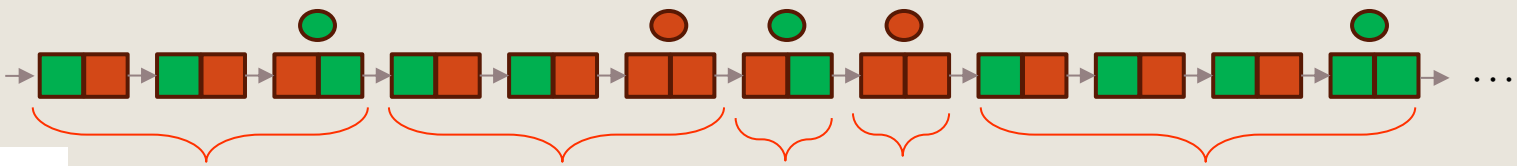
$\varphi_1 \in B, \varphi_2 \in B$

$\varphi_1 \in B, \varphi_2 \notin B$

$\varphi_1 \notin B, \varphi_2 \in B$

$\varphi_1 \notin B, \varphi_2 \notin B$

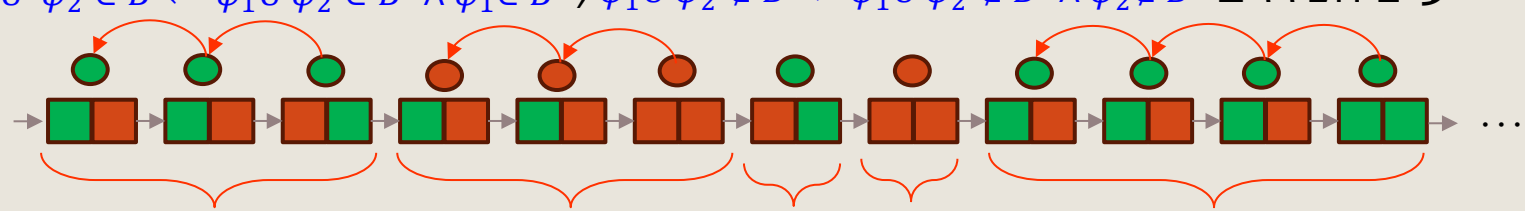
- נחלק למקטעים של מצבים מהצורה $(\square)^*(not\ \square)$
- נבחן איך הבניה קובעת ערך ל-Until:
  - ע"פ כללי העקביות $\psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in B$, $\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B \Leftarrow \psi_1 \notin B \wedge \psi_2 \notin B$



$\varphi_1 \mathrm{U}\, \varphi_2 \in B$

$\varphi_1 \mathrm{U}\, \varphi_2 \notin B$

  - ע"פ הכללים $\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B \Leftarrow \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B' \wedge \psi_2 \notin B$ , $\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B \Leftarrow \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B' \wedge \psi_1 \in B$ :

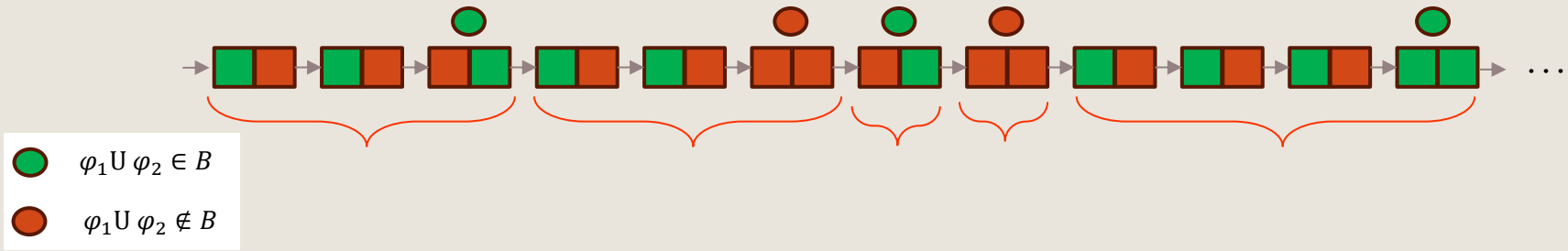


- קיבלנו שגם מקטעים המסתיימים ב- ▭ וגם המסתיימים ב- ▭? מסומנים נכון

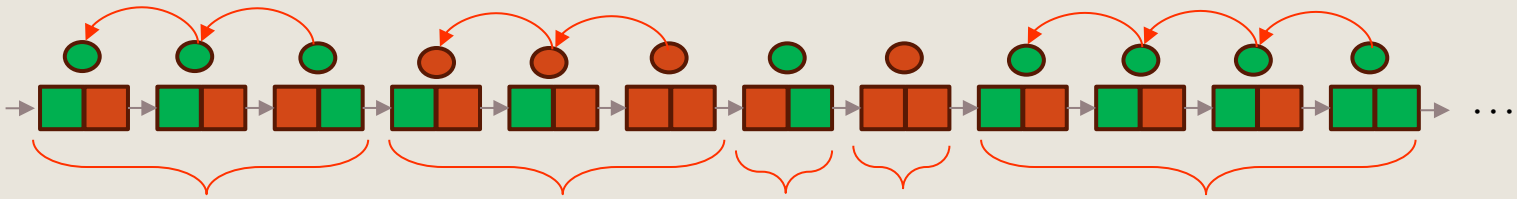
$\varphi_1 \notin B, \varphi_2 \notin B$

- נבחן איך הבניה קובעת ערך ל-Until:

- ע"פ כללי העקביות $\psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in B$, $\psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 \in B \vee \psi_2 \in B$ :

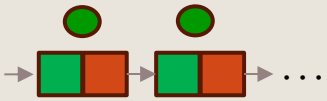



- ע"פ הכללים $\psi_2 \in B \wedge \psi_1 \in B \rightarrow \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B'$, $\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B \wedge \psi_2 \notin B \rightarrow \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B'$:

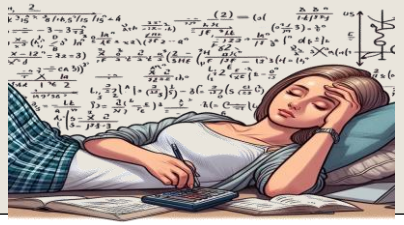
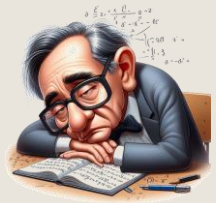


- קיבלנו שגם מקטעים המסתיימים ב- וגם המסתיימים ב- מסומנים נכון

- נשאר לטפל במקטע שלא מסתיים:



- ריצה כזאת לא תתקבל לפי התנאי: $\mathcal{F} = \{\{B \in Q:\ \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \notin B \vee \psi_2 \in B\}:\ \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \in sub(\varphi)\}$

# GNBA לנוסחת LTL $\varphi$

## כללי היסק למחיקה

יחס המעברים פוסל ניחושים לא מוצלחים

$$\frac{\bigcirc\psi \in B \wedge \psi \notin B'}{B \nrightarrow B'} \qquad \frac{\bigcirc\psi \notin B \wedge \psi \in B'}{B \nrightarrow B'}$$

$$\frac{\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B \ \wedge\ \psi_2 \notin B \wedge\ \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B'}{B \nrightarrow B'}$$

$$\frac{\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \notin B \ \wedge \psi_1 \in B \wedge\ \psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B'}{B \nrightarrow B'}$$

תנאי הקבלה פוסל הבטחות שלא מתקיימות

$$\frac{\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2 \in B \ \wedge\ \psi_2 \notin B}{B \notin F_{\psi_1 \mathrm{U}\, \psi_2}}$$

# GNBA עבור הנוסחה $a\mathrm{U}b$

$a, b, a\mathrm{U}b$

$\neg a, \neg b, \neg(a \mathrm{U} b)$

$a, b, \neg(a\mathrm{U}b)$

$a, \neg b, a\mathrm{U}b$

$\neg a, \neg b, (a \mathrm{U} b)$

$\neg a, b, \neg(a\mathrm{U}b)$

$a, \neg b, \neg(a \mathrm{U} b)$

$\neg a, b, a\mathrm{U}b$

שלב א': מציירים את כל
צירופי תת הנוסחאות

# GNBA עבור הנוסחה $aUb$

$a, b, aUb$

$a, b, \neg(aUb)$

$\psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 U \psi_2 \in B$

$\neg a, \neg b, \neg(a\ U\ b)$

$\neg a, \neg b, (a\ U\ b)$

$\psi_1 U \psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 \in B \vee \psi_2 \in B$

$a, \neg b, aUb$

$\neg a, b, \neg(aUb)$

$\psi_2 \in B \Rightarrow \psi_1 U \psi_2 \in B$

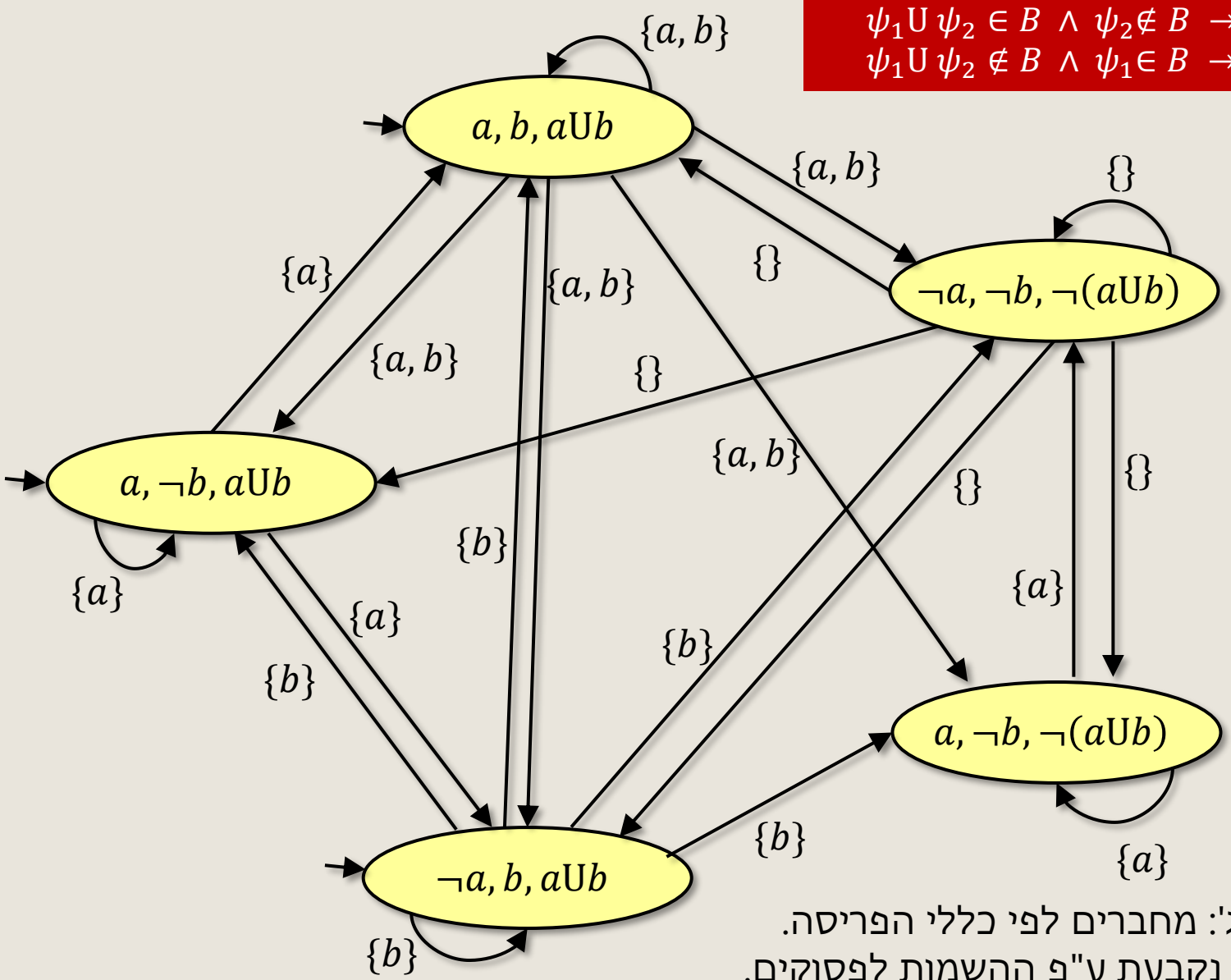
$a, \neg b, \neg(a\ U\ b)$

$\neg a, b, aUb$

שלב ב': מוחקים את אלה
שאינן עקביים

# GNBA עבור הנוסחה $aUb$

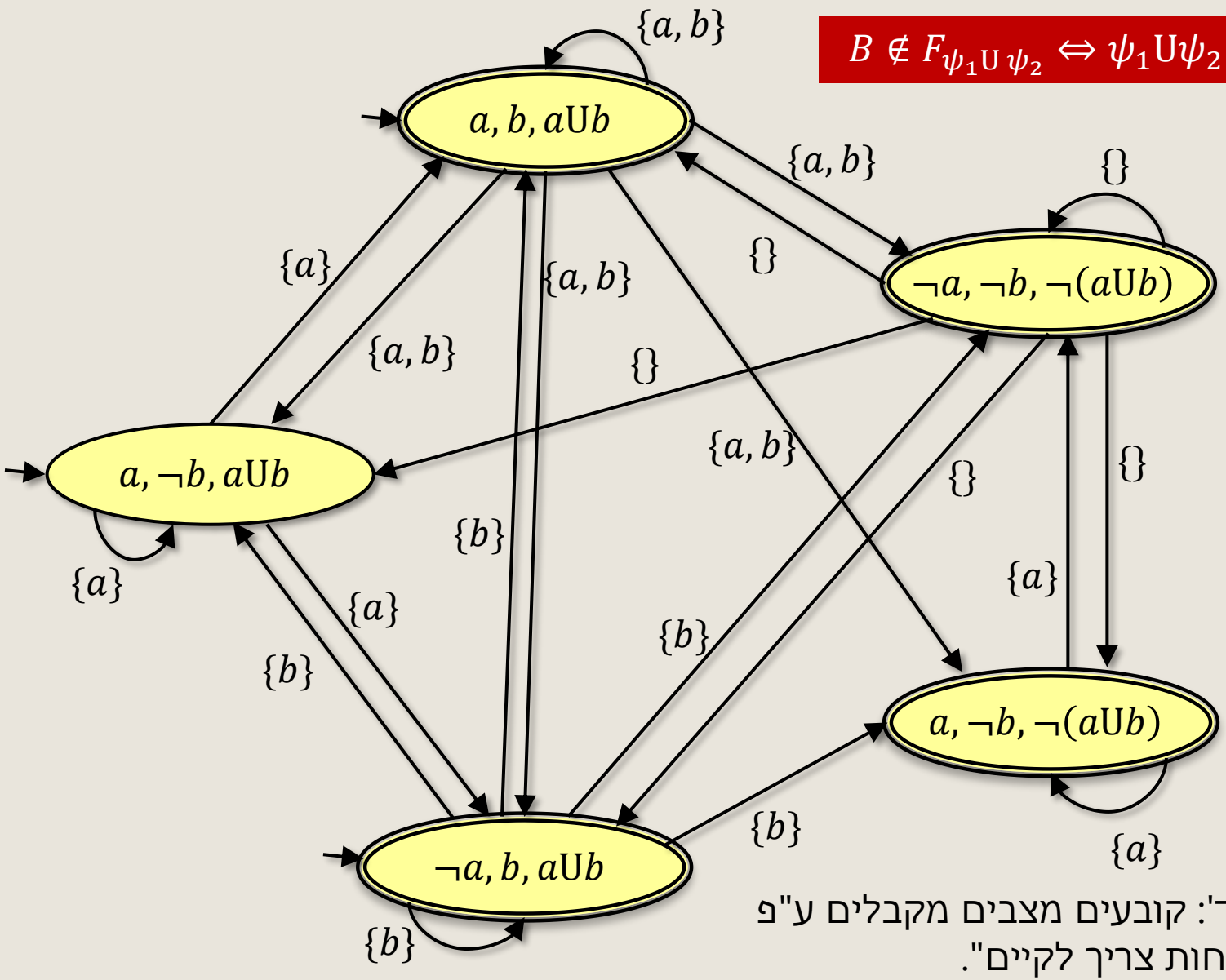
$\psi_1 U \psi_2 \in B \ \wedge \ \psi_2 \notin B \ \rightarrow \ \psi_1 U \psi_2 \in B'$
$\psi_1 U \psi_2 \notin B \ \wedge \ \psi_1 \in B \ \rightarrow \ \psi_1 U \psi_2 \notin B'$




שלב ג': מחברים לפי כללי הפריסה.
האות נקבעת ע"פ ההשמות לפסוקים.

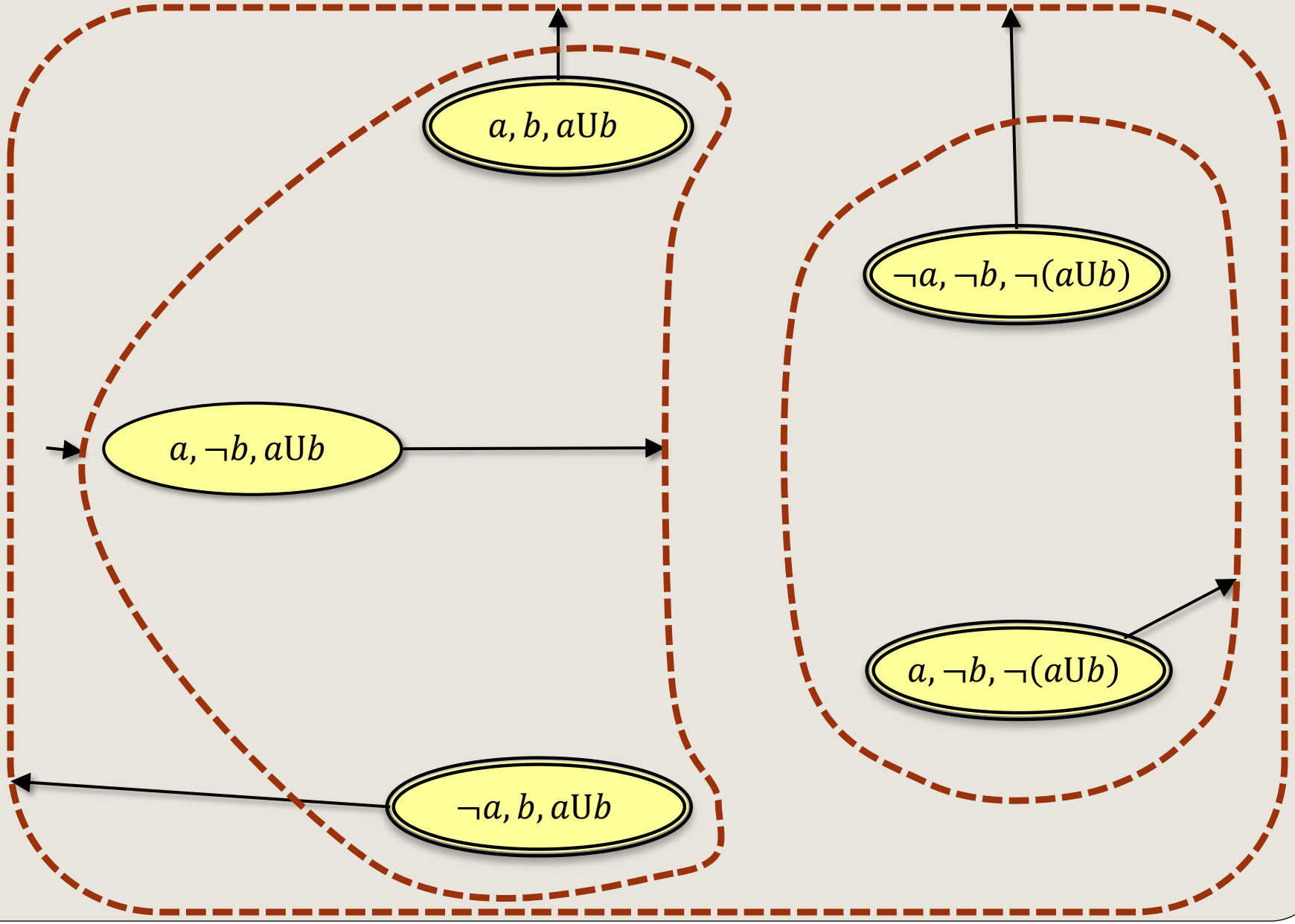
# GNBA עבור הנוסחה $aUb$

$$B \notin F_{\psi_1 U \psi_2} \Leftrightarrow \psi_1 U \psi_2 \in B \wedge \psi_2 \notin B$$

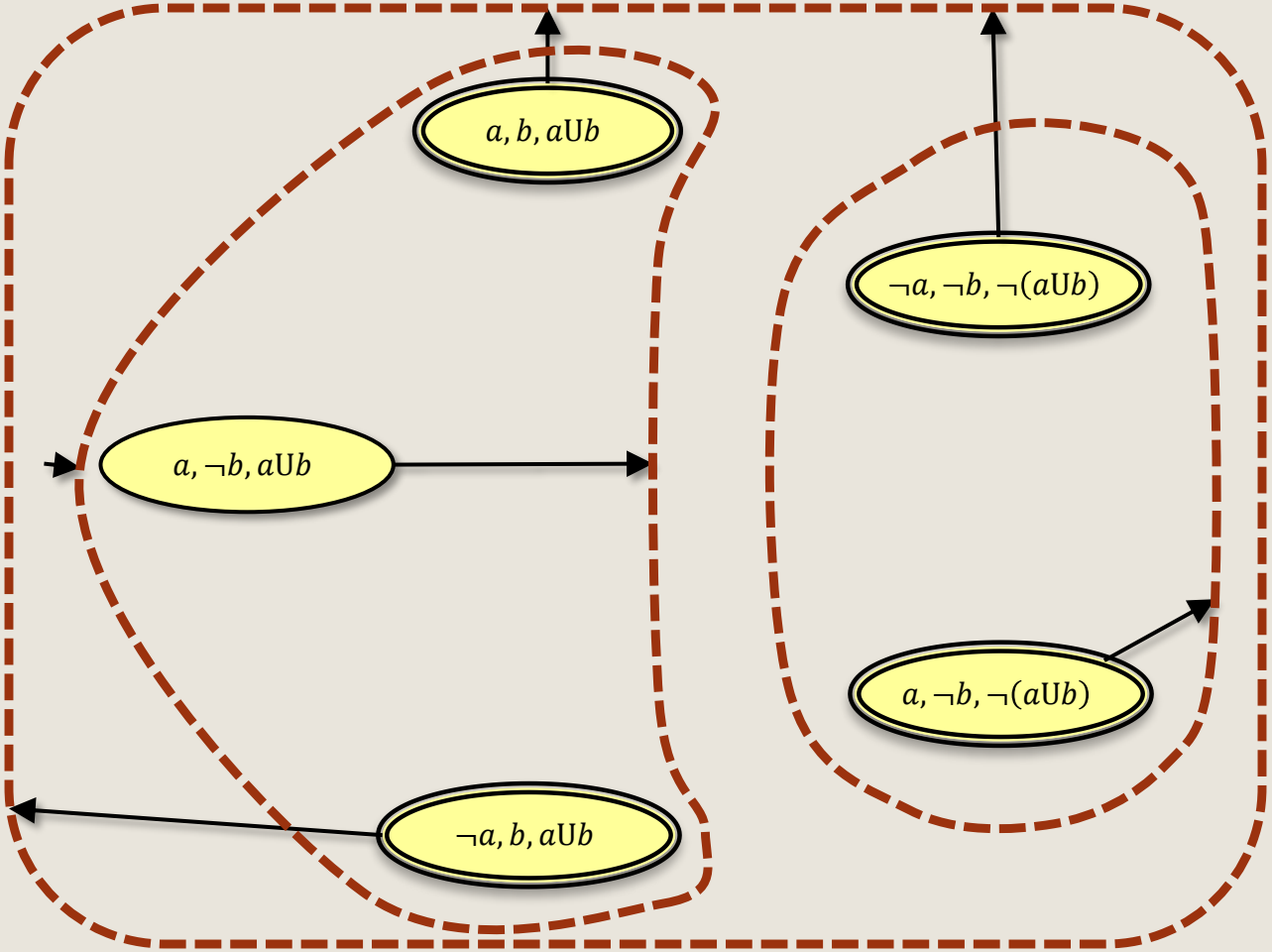



שלב ד': קובעים מצבים מקבלים ע"פ "הבטחות צריך לקיים".

# דרך מצומצמת לכתוב את אותו האוטומ

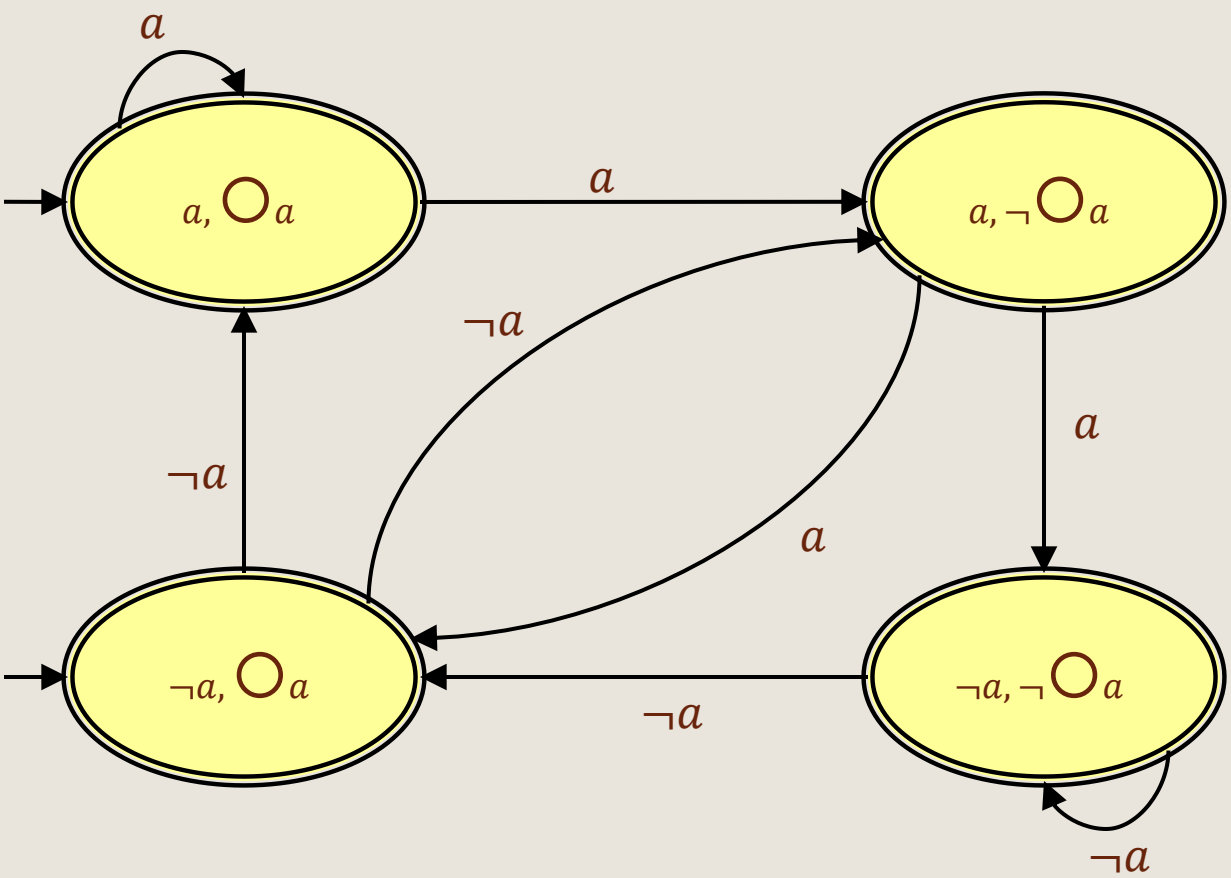


# GNBA עבור הנוסחה $aUb$



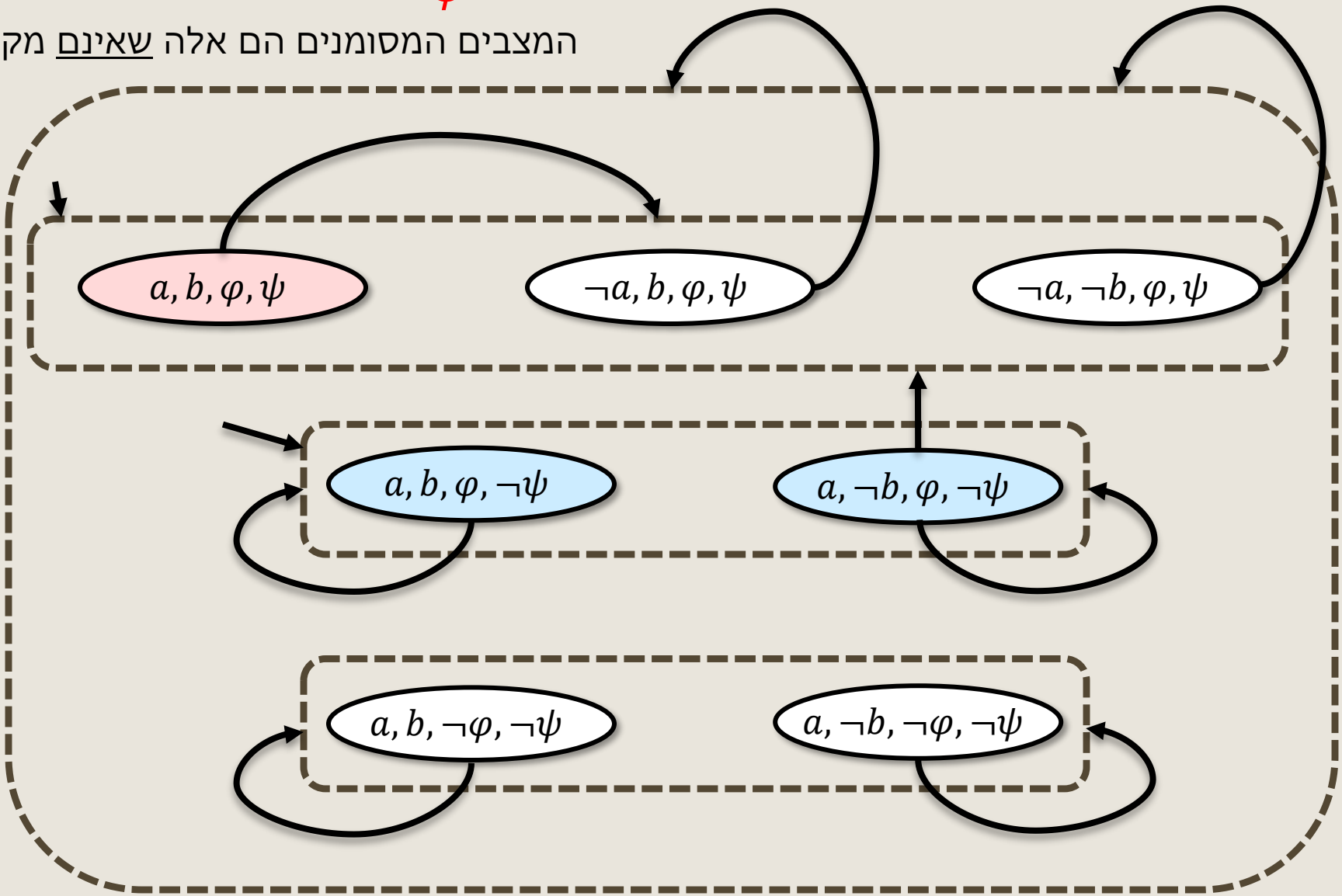

איך יראה אוטומט לפסוק $a \wedge \neg b \wedge \neg(aUb)$ ?

# NBA עבור הנוסחה $\bigcirc a$



# GNBA עבור הנוסחה $\overbrace{a\mathrm{U}\underbrace{(b\mathrm{U}\neg a)}_{\psi}}^{\varphi}$

המצבים המסומנים הם אלה <u>שאינם</u> מקבלים



# תוצאה עיקרית

[Vardi, Wolper & Sistla 1986]

לכל נוסחת LTL φ (מעל $AP$) קיים GNBA $\mathcal{G}_\varphi$ מעל $2^{AP}$ כך ש:

- $Words(\varphi) = \mathcal{L}_\omega(\mathcal{G}_\varphi)$
- ניתן לבנות את $\mathcal{G}_\varphi$ בזמן וזיכרון $\mathcal{O}(2^{|\varphi|})$
- מספר הקבוצות המקבלות של $\mathcal{G}_\varphi$ חסום מלמעלה ע"י $|\varphi|$

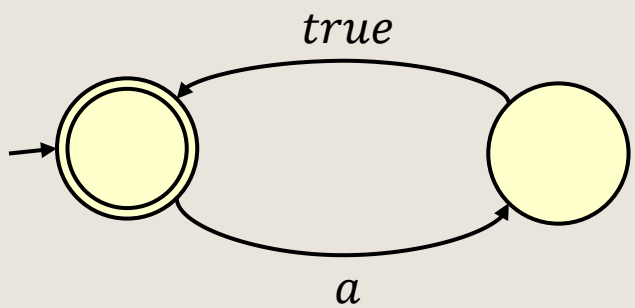
⇐ כל נוסחת LTL מבטאת תכונה $\omega$-רגולרית

# האם NBA יכולים לבטא יותר מ-LTL?

נבחן את התכונה:

$$P = \{\sigma:\ \forall i \geq 0\ .\ a \in \sigma[2i]\}$$

קיים NBA $\mathcal{A}$ כך ש $\mathcal{L}_\omega(\mathcal{A}) = P$



האם ניתן לבטא תכונה זאת ב-LTL?

# תכונות חסרות ספירה

$P \subseteq (2^{AP})^\omega$ היא חסרת ספירה אם קיים $n_0$ כך שלכל $n > n_0$ ולכל $v,w \in (2^{AP})^*$ ו-$\alpha \in (2^{AP})^\omega$ מתקיים:

$$vw^n\alpha \in P \Leftrightarrow vw^{n+1}\alpha \in P$$

$P \subseteq (2^{AP})^\omega$ היא <u>לא</u> חסרת ספירה אם קיימים אינסוף $n$-ים ו-$v,w \in (2^{AP})^*$ ו-$\alpha \in (2^{AP})^\omega$ עבורם מתקיים:

$$vw^n\alpha \in P \not\Leftrightarrow vw^{n+1}\alpha \in P$$

דוגמה: התכונה שראינו בשקף הקודם היא לא חסרת ספירה.

הוכחה: נבחר $v = \varepsilon, w = \{a\}, \alpha = \{\}\{a\}^\omega$ ואז לכל $n$ זוגי $vw^n\alpha \in L$ אבל $vw^{n+1}\alpha \notin L$

דוגמה נוספת: התכונה $(\{\}\{\})^*\{p\}^\omega$ היא לא חסרת ספירה.

הוכחה: נבחר $v = \varepsilon, w = \{\}, \alpha = \{p\}^\omega$ ואז לכל $n$ זוגי $vw^n\alpha \in L$ אבל $vw^{n+1}\alpha \notin L$

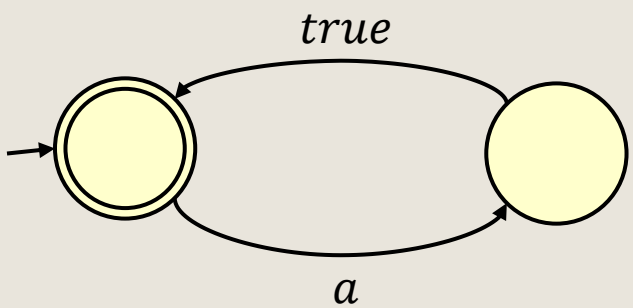
משפט: כל תכונה הניתנת לתיאור ב-LTL היא חסרת ספירה

# מסקנה: NBA יכולים לבטא יותר מ-LTL

לא קיימת נוסחת LTL $\varphi$ המקיימת $Words(\varphi) = P$ עבור התכונה:

$$P = \{\sigma:\ \forall i \geq 0\ .\ a \in \sigma[2i]\}$$

אבל קיים NBA $\mathcal{A}$ כך ש $\mathcal{L}_\omega(\mathcal{A}) = P$




⇐ קיימות תכונות $\omega$-רגולרית שלא ניתן לבטא ב-LTL

# Quantified Propositional Temporal Logic (QPTL)

נוסחאת QPTL מוגדרת על ידי התחביר:

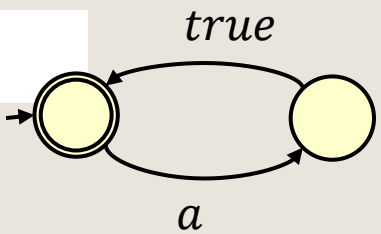
$$\psi \;:=\; p \mid \neg\psi \mid \psi_1 \wedge \psi_2 \mid \bigcirc\psi \mid \psi_1 \mathrm{U} \psi_2 \mid \exists p.\psi$$

לקשרים בנוסחת QPTL אותה המשמעות כמו לקשרים ב-LTL בתוספת הקשר ∃ שמשמעותו:

$$\alpha \vDash \exists p.\psi \quad \Leftrightarrow \quad \exists \alpha' \in (\{\},\{p\})^{\omega}.\ \alpha'' \vDash \psi,\ \ \forall i.\alpha''[i] = \alpha[i]\mathrm{U}\alpha'[i]$$

דוגמא: ניתן לתאר את התכונה שראינו בשקף הקודם באמצעות נוסאת QPTL:

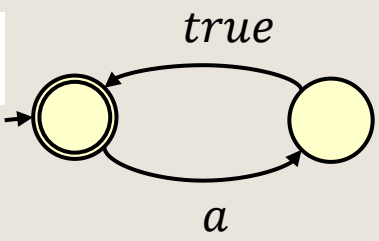
$$\exists tck.\big(tck \wedge \Box(tck \leftrightarrow \neg\bigcirc tck) \wedge \Box(tck \rightarrow a)\big)$$



# Quantified Propositional Temporal Logic (QPTL)

דוגמא: ניתן לתאר את התכונה שראינו בשקף הקודם באמצעות נוסאת QPTL:

$$\exists tck.\left(tck \wedge \Box(tck \leftrightarrow \neg \bigcirc tck) \wedge \Box(tck \rightarrow a)\right)$$




שאלה: האם ניתן לתאר כך כל שפה $\omega$-רגולרית?

# Quantified Propositional Temporal Logic (QPTL)

**משפט: ניתן לתאר כל תכונה $\omega$-רגולרית באמצעות QPTL**

הוכחה: נוסחה לתרגום אוטומט Büchi לנוסחאת QPTL

מכבדים את יחס המעברים

$$\varphi_{\mathcal{A}} := \exists at_{q_1}, \ldots, at_{q_n}.$$

$$\bigvee_{q \in I} at_q$$

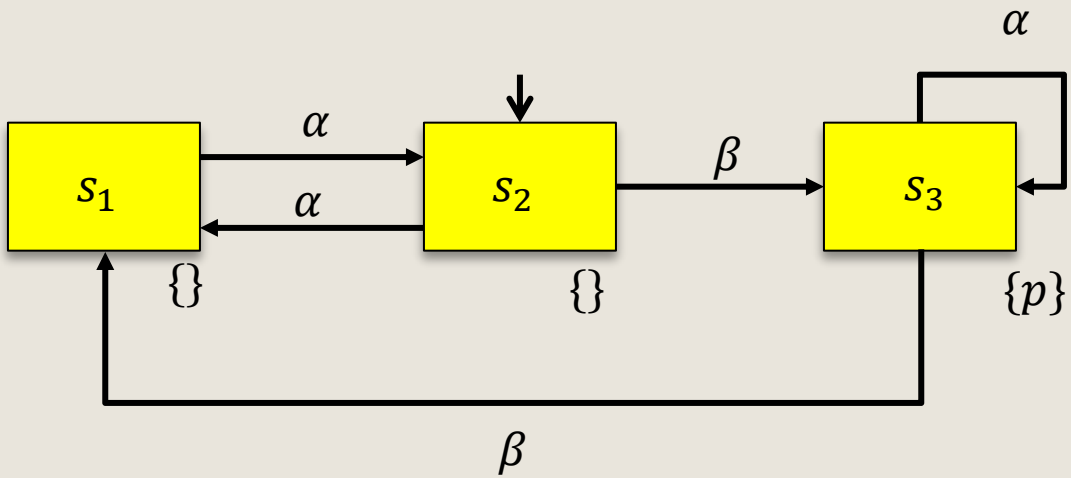
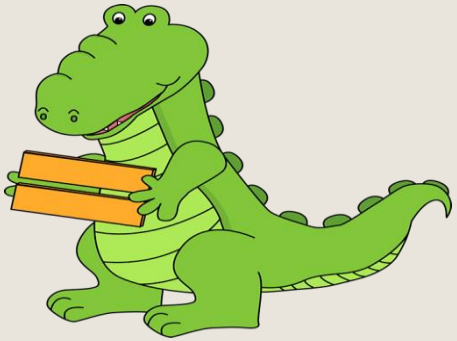
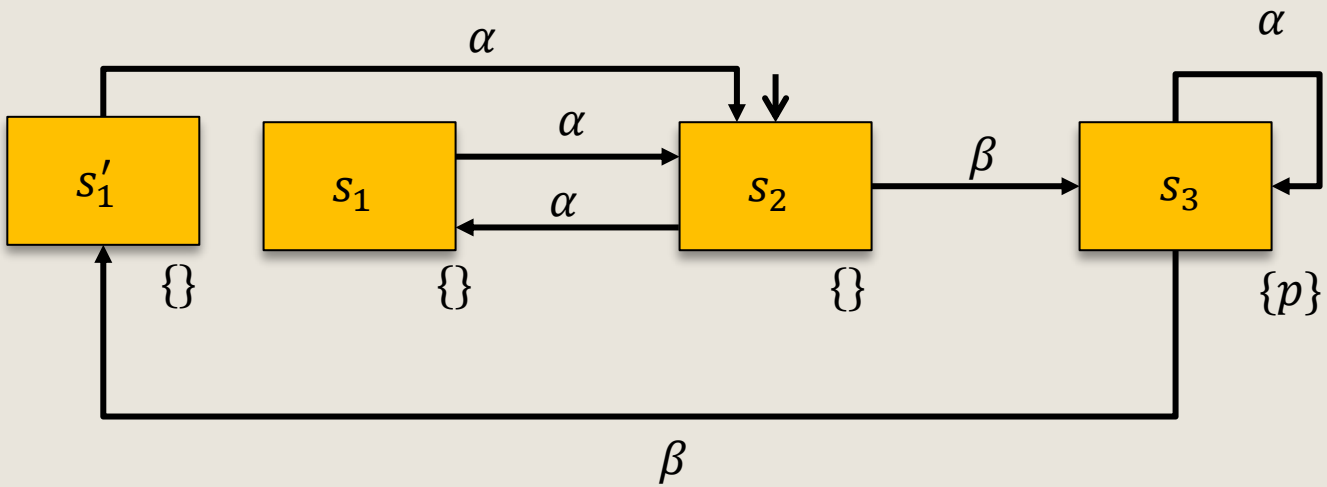
$$\wedge \quad \Box \left( \bigvee_{q' \in \delta(q,A)} at_q \wedge \bigcirc at_{q'} \wedge \left( \bigwedge_{p \in A} p \right) \wedge \left( \bigwedge_{p \in AP \setminus A} \neg p \right) \right)$$

נמצאים במצב אחד בדיוק

$$\wedge \quad \Box \left( \bigwedge_{i=1}^{n} \bigwedge_{j \neq i} \neg (at_{q_i} \wedge at_{q_j}) \right)$$

$$\wedge \quad \Box \Diamond \bigvee_{q \in F} at_q$$

עוברים אינסוף פעמים במצב מקבל

הוכיחו נכונות הנוסחה

# איך נבדוק תחת הנחות הוגנות?