

Laboratorio di Meccanica e Termodinamica

# Relazione di Laboratorio

Gerardo Selce, Maurizio Liguori, Emanuela Galluccio, Francesco Messano

29/10/2024

---

## MISURA DI UNA VARIABILE CASUALE

---

### 1 Scopo dell'esperienza

Assegnato un lotto di 250 rondelle dello stesso tipo, si vuole misurarne il diametro attraverso uno strumento di precisione. I dati raccolti possono essere descritti da una variabile casuale di cui si intende studiare le principali proprietà statistiche.



Figura 1: Rondelle utilizzate in laboratorio

### 2 Richiami teorici

Quando da una serie di misurazioni dirette di una grandezza fisica (con lo stesso strumento, nelle stesse condizioni e seguendo la stessa procedura) si ottengono risultati leggermente diversi e non prevedibili, la misura si dice affetta da errori casuali. Essi nascono dall'impossibilità di riprodurre esattamente le stesse condizioni sperimentali.

Ad ogni misurazione infatti, intervengono variazioni minime, ma incontrollabili e imprevedibili di tali condizioni, che producono leggere variazioni casuali nei risultati (se la misurazione è sufficientemente precisa).

Gli errori casuali sono osservabili solo se lo strumento è sufficientemente sensibile da generare errori maggiori dell'errore di sensibilità. Se così non fosse, i risultati delle diverse misurazioni coinciderebbero e l'errore sarebbe sempre quello strumentale. Per gestire ed interpretare correttamente queste fluttuazioni, è necessario ricorrere a metodi statistici.

Una distribuzione di dati può essere descritta attraverso indici di posizione e di dispersione. Gli indici di posizione sono misure statistiche che descrivono valori rappresentativi dell'intera distribuzione di dati. I più comuni sono i seguenti:

- **Media:** Considerato un campione di  $N$  misure  $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$  indichiamo media aritmetica il valore

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$$

- **Mediana:** Indichiamo mediana il valore che divide in due parti uguali l'insieme campione ordinato.
- **Moda:** Indichiamo moda il valore che ha frequenza più alta nell'insieme campione.

Gli indici di dispersione invece misurano la variabilità dei dati. I più comuni sono i seguenti:

- **Dispersione:** Indichiamo dispersione la differenza

$$d = \max(x_i) - \min(x_i)$$

- **Scarto quadratico medio:** Indichiamo scarto quadratico medio il valore

$$\xi_q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}}$$

Lo scarto quadratico medio fornisce una misura della concentrazione dei dati intorno alla media aritmetica.

## 2.1 Istogramma delle Frequenze

Per ottenere una rappresentazione visiva dei dati raccolti si ricorre ad un istogramma delle frequenze. Considerato un campione di  $N$  misure  $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$ , si considera l'intervallo:

$$[\min(x_i), \max(x_i)]$$

Consideriamo successivamente una partizione dell'intervallo in un numero  $k$  di sottointervalli, compatibile con la seguente condizione empirica:

$$k \leq \sqrt{N}$$

Sull'asse orizzontale rappresentiamo l'intervallo partizionato, mentre su quello verticale riportiamo le frequenze assolute, relative o di densità dei valori ottenuti.

Frequenza assoluta	Frequenza relativa	Densità di frequenza
$m_k$	$f_k = \frac{m_k}{N}$	$h_k = \frac{f_k}{\Delta_k}, \Delta_k = a_k - a_{k-1}$

### 3 Descrizione dell'apparato sperimentale

Le misurazioni dei diametri sono state ottenute con un micrometro Palmer. Il micrometro Palmer, o calibro micrometrico, è uno strumento di misura di alta precisione, usato per misurare piccoli spessori e diametri con accuratezza fino al centesimo o millesimo di millimetro. È costituito da una vite micrometrica e un tamburo graduato, che permettono di misurare con precisione lo spostamento dell'asta mobile verso un cilindro fisso, con cui l'oggetto da misurare viene messo a contatto. Alcuni modelli includono un cricchetto per applicare una pressione costante, assicurando misurazioni più affidabili.

Il micrometro utilizzato per l'esperimento presenta le seguenti caratteristiche:

**Risoluzione:**  $0.01\text{mm}$

**Sensibilità:**  $100\text{ div/mm}$



Figura 2: Micrometro Palmer

## 4 Descrizione dei dati sperimentali

Valore ( <i>mm</i> )	Frequenza Assoluta
17.665	22
17.695	21
17.670	20
17.675	17
17.665	16
17.705	15
17.685	14
17.660	13
17.690	10
17.680	9
17.650	9
17.645	9
17.730	9
17.715	8
17.750	7
17.720	7
17.745	6
17.700	6
17.725	6
17.710	5
17.630	4
17.625	3
17.635	3
17.735	3
17.755	3
17.640	3
17.610	1
17.585	1
17.615	1
17.740	1

Tabella 1: Tabella delle frequenze assolute dei valori

I dati raccolti nella Teblla 1 sono riportati su un istogramma normalizzato.

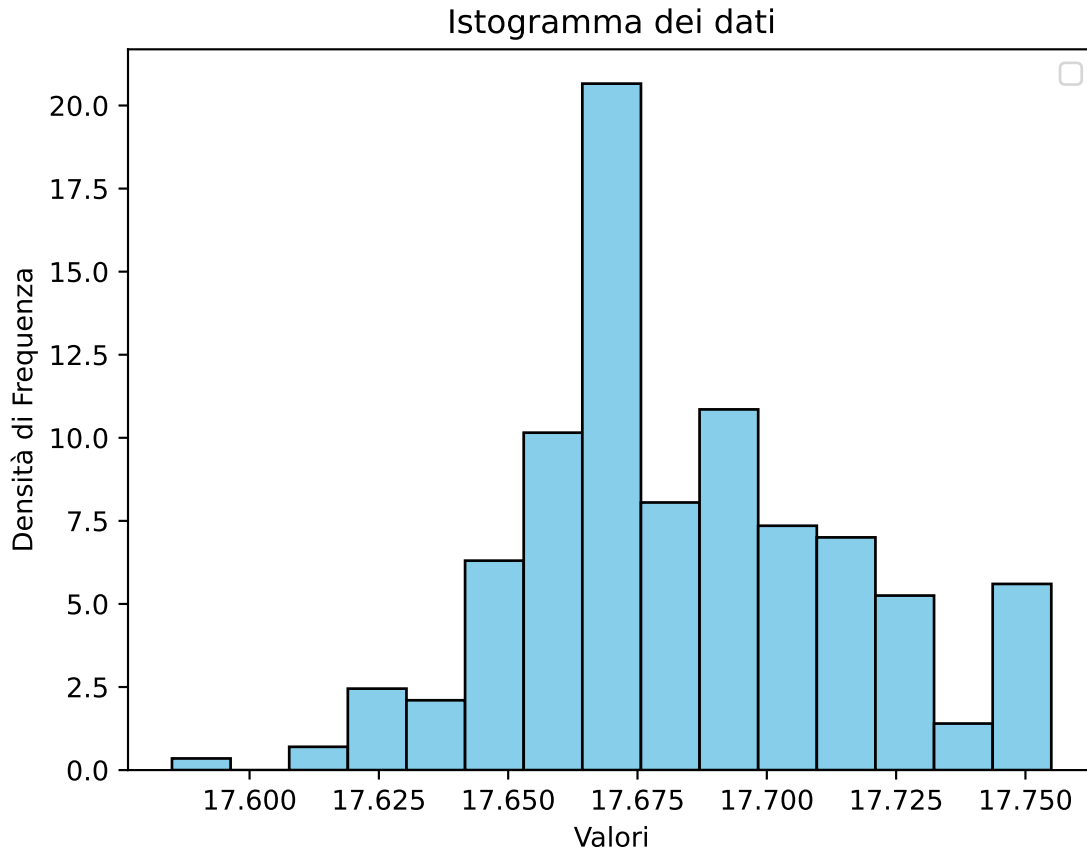


Figura 3:  $N = 250$ ,  $k = 15$ ,  $[17.585, 17.755] \text{ mm}$ ,  $\Delta \approx 0.011 \text{ mm}$

## 5 Analisi dei dati sperimentali

L'istogramma normalizzato e gli indici di posizione e dispersione sono stati ottenuti tramite uno script scritto in python.

$$\text{Media} = 17.681 \text{ mm}$$

$$\text{Mediana} = 17.680 \text{ mm}$$

$$\text{Moda} = 17.685 \text{ mm}$$

$$\text{Deviazione Standard} = 0.032 \text{ mm}$$

Di seguito sono riportate le frequenze relative entro  $k$  deviazioni standard dalla media:

$$[\bar{x} - k\xi_q, \bar{x} + k\xi_q], \quad k \in [1, 2, 3]$$

- $k = 1 \Rightarrow 59\%$
- $k = 2 \Rightarrow 88\%$

- $k = 3 \Rightarrow 99\%$

## 6 Conclusioni

La media e la mediana risultano pressoché identiche, pari rispettivamente a 17,681 mm e 17,680 mm, mentre la moda si discosta leggermente, attestandosi a 17,685 mm. La deviazione standard, pari a 0,032 mm, indica un'elevata precisione delle misurazioni, confermata dall'analisi dell'intervallo di dispersione: circa il 59% dei valori si colloca entro una deviazione standard dalla media, l'88% entro due e il 99% entro tre. I risultati sono compatibili con una distribuzione standard dell'errore.