

Relazione di Laboratorio

Gruppo 3

Gerardo Selce, Maurizio Liguori, Emanuela Galluccio

15/04/2025

MISURA DELL'INDICE DI RIFRAZIONE DI UN PRISMA DI VETRO

1 Introduzione

Scopo dell'esperienza è la determinazione dell'indice di rifrazione di un prisma di vetro mediante l'analisi del comportamento della luce al suo interno. Per raggiungere questo obiettivo, il prisma è stato posizionato su una piattaforma rotante graduata in modo tale che un raggio laser potesse incidere una delle facce. Ruotando il prisma si osserva che l'angolo di deviazione del raggio inizialmente diminuisce, raggiunge un valore minimo e poi aumenta nuovamente, secondo la relazione:

$$\delta = \theta_i + \theta'_i - \alpha \quad (1)$$

Dove θ_i è l'angolo di incidenza, θ'_i è l'angolo di uscita e α è l'angolo compreso tra le due facce rifrattive del prisma. L'angolo di deviazione minimo è fondamentale, poiché l'angolo di incidenza ad esso associato consentirà di calcolare l'indice di rifrazione del materiale secondo la relazione:

$$n = \frac{\sin(\theta_{i_{min}})}{\sin(\frac{\alpha}{2})} \quad (2)$$

2 Richiami teorici

2.1 Legge di Snell

La Legge di Snell (detta anche Legge della rifrazione) descrive il comportamento della luce (o di un'onda) quando passa da un mezzo a un altro con diverso indice di rifrazione, ovvero spiega quanto e come la luce cambia direzione entrando in un nuovo materiale. La legge si esprime con la formula:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (3)$$

dove:

- n_1 = indice di rifrazione del primo mezzo (da cui parte il raggio),
- n_2 = indice di rifrazione del secondo mezzo (in cui entra il raggio),
- θ_1 = angolo tra il raggio incidente e la normale alla superficie,
- θ_2 = angolo tra il raggio rifratto e la normale.

2.2 Funzionamento del prisma di vetro

Un prisma ottico di vetro è un solido trasparente delimitato da due superfici piane inclinate tra loro (le facce rifrattive) che formano un angolo al vertice α . Quando un raggio di luce entra in un prisma, subisce due rifrazioni:

1. **Prima rifrazione:** alla prima faccia di ingresso, quando il raggio passa dall'aria al vetro, deviando verso la normale alla superficie.
2. **Seconda rifrazione:** alla seconda faccia, il raggio emerge dal prisma passando dal vetro all'aria, deviando lontano dalla normale.

Queste due deviazioni cumulative producono uno scostamento del raggio emergente rispetto alla direzione originale del raggio incidente. L'effetto complessivo si chiama **deviazione angolare**.

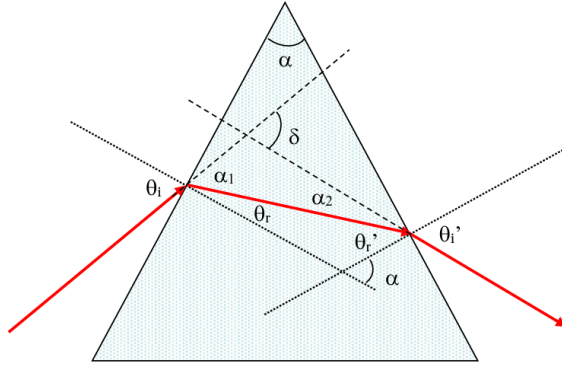


Figura 1: Indichiamo:

θ_i = angolo di incidenza sulla prima faccia (rispetto alla normale)

θ_r = angolo di rifrazione dentro il prisma sulla prima faccia

θ'_r = angolo interno di incidenza sulla seconda faccia

θ'_i = angolo di rifrazione fuori dal prisma (angolo di uscita)

Applicando la **Legge di Snell** alla prima rifrazione:

$$n_{aria} \sin(\theta_i) = n_{vetro} \sin(\theta_r) \quad (4)$$

Poiché $n_{aria} \approx 1$, si può semplificare:

$$\sin(\theta_i) = n \sin(\theta_r) \quad (5)$$

Dopo il passaggio attraverso il prisma, usando la geometria interna si trova che:

$$\theta'_r = \alpha - \theta_r \quad (6)$$

Applicando ancora la Legge di Snell all'uscita:

$$n_{vetro} \sin(\theta'_r) = n_{aria} \sin(\theta'_i) \rightarrow n = \frac{\sin(\theta'_i)}{\sin(\theta'_r)} \quad (7)$$

La deviazione totale δ è data dalla differenza angolare tra il prolungamento del raggio incidente e il raggio emergente. La formula generale è data dalla Legge (1). Se si cambia lentamente l'angolo di

incidenza, l'angolo di deviazione δ dapprima diminuisce, raggiunge un valore minimo, poi ricomincia ad aumentare. In corrispondenza della deviazione minima δ_{min} accade che il percorso della luce dentro il prisma è simmetrico: θ_i e θ'_i sono uguali, così come θ_r e θ'_r . In questa situazione:

$$\theta_r = \theta'_r = \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

e si può ricavare l'indice di rifrazione n direttamente con una formula semplice:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_{min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (9)$$

e, tenendo conto dell'uguaglianza $\theta_i = \theta'_i$ e della Legge (1), otteniamo la Legge (2). La formula teorica completa per l'angolo di deviazione δ in funzione dell'angolo di incidenza θ_i , per un prisma reale, viene calcolata usando la Legge di Snell all'ingresso e all'uscita del prisma e tiene conto della geometria del prisma. Si presenta nella seguente forma:

$$\delta = \theta_i - \alpha + \arcsin\left(\sin(\alpha)\sqrt{n^2 - \sin^2(\theta_i)} - \cos(\alpha)\sin(\theta_i)\right) \quad (10)$$

2.3 Richiami di teoria della misura

Sia g una grandezza fisica dipendente da N grandezze fisiche x_1, \dots, x_N tale che

$$g = f(x_1, \dots, x_N) \quad (11)$$

con

$$x_1 = x_{10} \pm \Delta x_1 \quad (12)$$

...

$$x_N = x_{N0} \pm \Delta x_N \quad (13)$$

La formula di propagazione dell'errore massimo è:

$$\Delta g = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} \Delta x_i \quad (14)$$

con

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_N) \quad (15)$$

$$\vec{x}_0 = (x_{10}, \dots, x_{N0}) \quad (16)$$

Sia g una grandezza fisica pari alla somma, o alla differenza, di N grandezze fisiche x_1, \dots, x_N tale che

$$g = x_1 \pm \dots \pm x_N \quad (17)$$

con

$$x_1 = x_{10} \pm \Delta x_N \quad (18)$$

...

$$x_N = x_{N0} \pm \Delta x_N \quad (19)$$

La formula di propagazione dell'errore massimo è:

$$\Delta g = \Delta x_1 + \dots + \Delta x_N \quad (20)$$

3 Apparato sperimentale

Per l'esecuzione dell'esperienza è stato utilizzato il seguente apparato sperimentale:

- Guida ottica
- Piattaforma rotante graduata
- Laser
- Prisma di vetro di apertura $\alpha = 45^\circ$
- Schermo
- Sostegni

Strumenti di misura	Risoluzione
Piattaforma rotante graduata	1°

Tabella 1: Risoluzione degli strumenti di misura utilizzati

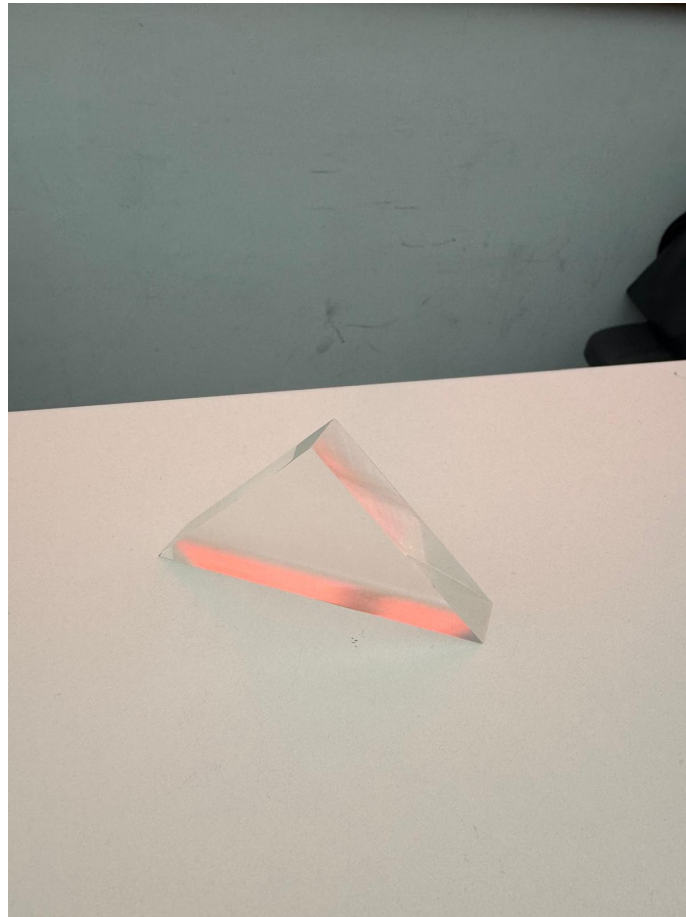


Figura 2: Prisma utilizzato per l'esperimento.



Figura 3: Strumenti assemblati per l'esecuzione dell'esperienza.

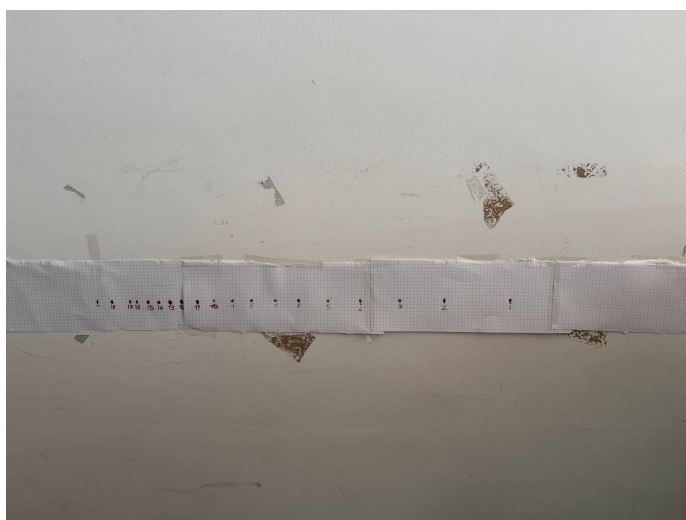


Figura 4: Schermo su cui sono stati indicati i punti di intersezione del raggio laser in corrispondenza dei quali sono stati misurati gli angoli θ_i e θ'_i .

4 Descrizione e analisi dei dati sperimentali

Per prima cosa si procede all'assemblaggio dell'apparato sperimentale, come mostra la Figura (3). Successivamente è stato fissato al muro lo schermo in Figura (4) in modo tale che su di esso potesse essere possibile visualizzare l'angolo di minima deviazione. A questo punto è stato misurato l'intervallo di minima deviazione, ovvero il range di valori dell'angolo di incidenza θ_i per cui l'angolo di deviazione δ del raggio emergente si mantiene pressoché costante. All'interno di questo intervallo, piccole variazioni dell'angolo di incidenza non producono variazioni apprezzabili nell'angolo di deviazione.

$$\theta_{i_{min}} \in [35, 37]^\circ \quad (21)$$

Ovvero

$$\theta_{i_{min}} = (36 \pm 1)^\circ \quad (22)$$

Terminata l'individuazione dell'intervallo di minima deviazione, si è proceduto alla misura degli angoli di incidenza (θ_i), incrementandoli progressivamente e segnandone il punto di intersezione del raggio laser sullo schermo, fino a raggiungere il valore corrispondente alla minima deviazione. Superato il minimo si sono registrati gli angoli di incidenza (θ'_i), via via maggiori, corrispondenti ad ogni punto segnato sullo schermo precedentemente. In questo modo, dalla Legge (1) e considerando $\alpha = 45^\circ$, è stato possibile stimare gli angoli di deviazione.

θ_i (°)	θ'_i (°)	δ (°)
9.0 ± 0.5	69.0 ± 0.5	33.0 ± 1.0
10.0 ± 0.5	66.5 ± 0.5	31.5 ± 1.0
11.0 ± 0.5	64.5 ± 0.5	30.5 ± 1.0
12.0 ± 0.5	62.5 ± 0.5	29.5 ± 1.0
13.0 ± 0.5	61.0 ± 0.5	29.0 ± 1.0
14.0 ± 0.5	59.5 ± 0.5	28.5 ± 1.0
15.0 ± 0.5	58.0 ± 0.5	28.0 ± 1.0
16.0 ± 0.5	56.5 ± 0.5	27.5 ± 1.0
17.0 ± 0.5	55.0 ± 0.5	27.0 ± 1.0
18.0 ± 0.5	53.5 ± 0.5	26.5 ± 1.0
19.0 ± 0.5	52.5 ± 0.5	26.5 ± 1.0
20.0 ± 0.5	50.5 ± 0.5	25.5 ± 1.0
21.0 ± 0.5	49.5 ± 0.5	25.5 ± 1.0
22.0 ± 0.5	48.5 ± 0.5	25.5 ± 1.0
23.0 ± 0.5	47.5 ± 0.5	25.5 ± 1.0
24.0 ± 0.5	45.5 ± 0.5	24.5 ± 1.0
25.0 ± 0.5	45.0 ± 0.5	25.0 ± 1.0
28.0 ± 0.5	41.5 ± 0.5	24.5 ± 1.0

Tabella 2: Le misurazioni degli angoli θ_i e θ'_i sono state effettuate utilizzando la piattaforma rotante graduata. L'incertezza associata a queste due grandezze è quella strumentale. L'incertezza valutata su δ è ottenuta tenendo conto della propagazione dell'errore (vedi Sezione (2.3)).

I dati sperimentali in Tabella (2) sono stati poi rappresentati in un grafico.

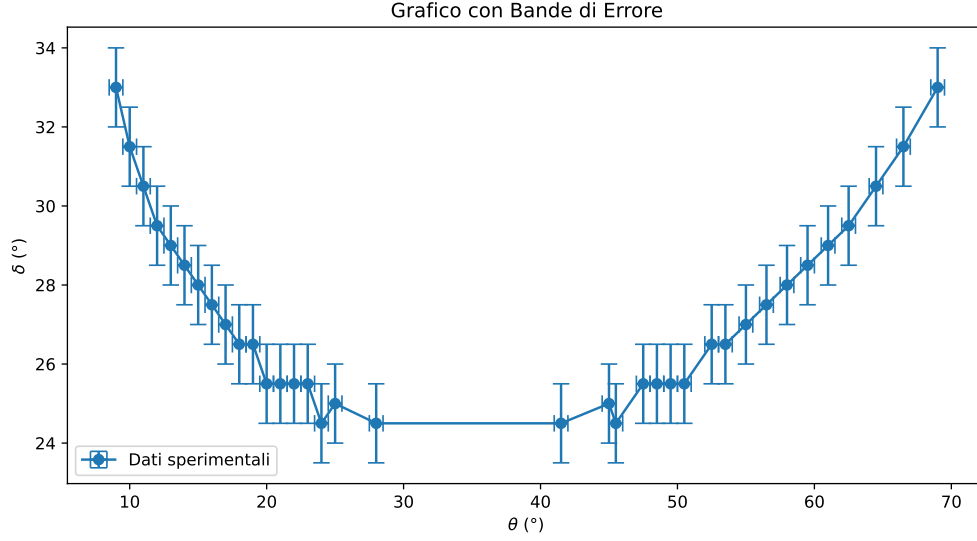


Figura 5: Sull'asse delle ascisse sono presenti i valori relativi agli angoli di incidenza misurati sperimentalmente. Sull'asse delle ordinate sono invece riportati i rispettivi angoli di deviazione per ognuno degli angoli di incidenza.

Dalla Legge (2) e tenendo conto della (22) e del valore di $\alpha = 45^\circ$ è possibile calcolare l'indice di rifrazione del prisma. L'incertezza è stata valutata tenendo conto della propagazione dell'errore (vedi Sezione (2.3)).

$$\Delta n = \left(\frac{\cos(\theta_{i_{min}})}{\sin(\frac{\alpha}{2})} \right) \Delta \theta_{i_{min}} = 0.04^\circ \quad (23)$$

E quindi

$$n = (1.54 \pm 0.04)^\circ \quad (24)$$

5 Conclusioni

In conclusione il grafico in Figura (5) rispetta le previsioni teoriche: l'angolo di incidenza δ decresce, raggiunge un valore minimo e poi torna a crescere, al crescere dell'angolo di incidenza θ_i . Coi dati raccolti, è inoltre possibile confrontare lo stesso grafico con la curva teorica descritta dalla Legge (10).

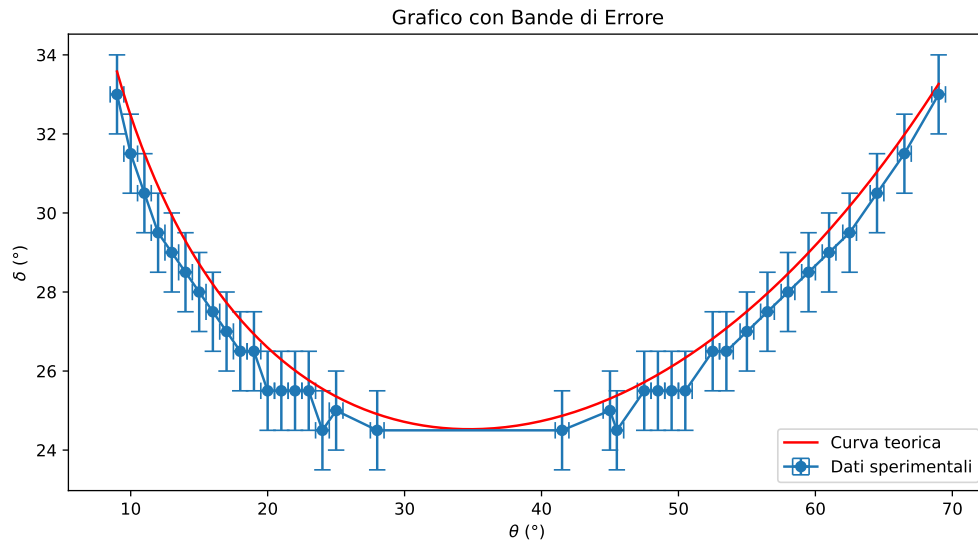


Figura 6: I dati sperimentali ottenuti mostrano un buon accordo con l'andamento teorico previsto. La curva teorica si interpola infatti all'interno dell'intervallo di incertezza associato ai dati sperimentali. Eventuali discrepanze residue possono essere attribuite a errori sperimentali sistematici o a imprecisioni nella misura degli angoli.