

## Relazione di Laboratorio

Gruppo 3

Gerardo Selce, Maurizio Liguori, Emanuela Galluccio, Francesco Messano

17/12/2024

---

### DESCRIZIONE DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ DI UNA VARIABILE ALEATORIA DISCRETA

---

## 1 Introduzione

L'esperimento consiste nel lancio di due dadi, rispettivamente a quattro e venti facce. Scopo dell'esperimento è lo studio della variabile casuale  $X$  definita come somma dei punteggi ottenuti nel lancio. L'esperimento si articola in due fasi. In una prima fase viene presentato un modello teorico di riferimento per la variabile  $X$ , di cui si determinano la distribuzione di probabilità (rappresentata graficamente con un istogramma) e gli indici di posizione e dispersione principali (rispettivamente valore atteso  $\mu$  e varianza  $\sigma$ ). Infine, sono calcolate le probabilità relative agli intervalli

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \text{ con } k = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Nella seconda fase, si prosegue con il lancio effettivo dei dadi per simulare la variabile  $X$ . L'esperimento viene ripetuto per un totale di 241 volte. Dopo aver rappresentato i dati su un istogramma normalizzato, sono state calcolate le seguenti quantità:

- Media aritmetica  $\bar{x}$
- Scarto quadratico medio  $\xi_q$
- Frequenza relativa negli intervalli  $[\bar{x} - k\xi_q, \bar{x} + k\xi_q]$  con  $k = 1, 2, 3$

## 2 Richiami teorici

### 2.1 Definizione di probabilità di Laplace

La probabilità di un evento è il rapporto fra il numero dei casi favorevoli all'evento ed il numero dei casi possibili, nelle ipotesi in cui questi ultimi siano tutti "ugualmente possibili"

$$P = \frac{n_f}{n_p} \quad (2)$$

La probabilità è valutata a priori.

## 2.2 Indici di Posizione: Valore Atteso

Sia  $Y$  una variabile aleatoria discreta (che per i nostri scopi possiamo assumere finita). Si definisce **valore atteso** di  $Y$  la quantità:

$$E[Y] = \sum_{i=1}^n y_i p_i = \mu \quad (3)$$

dove i valori  $y_i$  rappresentano le possibili realizzazioni di  $Y$  mentre  $p_i$  le rispettive probabilità. Rappresenta il valore "medio" attorno al quale i dati tendono a concentrarsi.

## 2.3 Indici di Dispersione: Varianza e Deviazione Standard

Si definisce **varianza** di  $Y$  la quantità:

$$E[(Y - E[Y])^2] = \sum_{i=1}^n p_i (y_i - \mu)^2 = \sigma^2 \quad (4)$$

Si definisce invece **deviazione standard** di  $Y$  la quantità:

$$\sigma = \sqrt{E[(Y - E[Y])^2]} \quad (5)$$

Questi indici rappresentano la dispersione dei valori rispetto alla media.

## 2.4 Modello teorico analizzato

Siano assegnati due dadi, rispettivamente di quattro e venti facce. Sia inoltre  $X$  la variabile aleatoria che descrive la somma dei punteggi ottenuti ad ogni lancio. Allora  $X$  è una variabile discreta che assume i seguenti valori:

$$\{x_i\}_{i=1, \dots, n} = \{2 \leq m \leq 24\} \quad (6)$$

In condizioni ideali e in assenza di ulteriori informazioni, è ragionevole assumere che le coppie del tipo  $(x_i, y_j)$ , con  $i \in \{1, \dots, 4\}$  e  $j \in \{1, \dots, 20\}$ , siano equiprobabili. Pertanto:

$$P(x_i, y_j) = \frac{1}{4 \cdot 20}, \quad \forall i, j \quad (7)$$

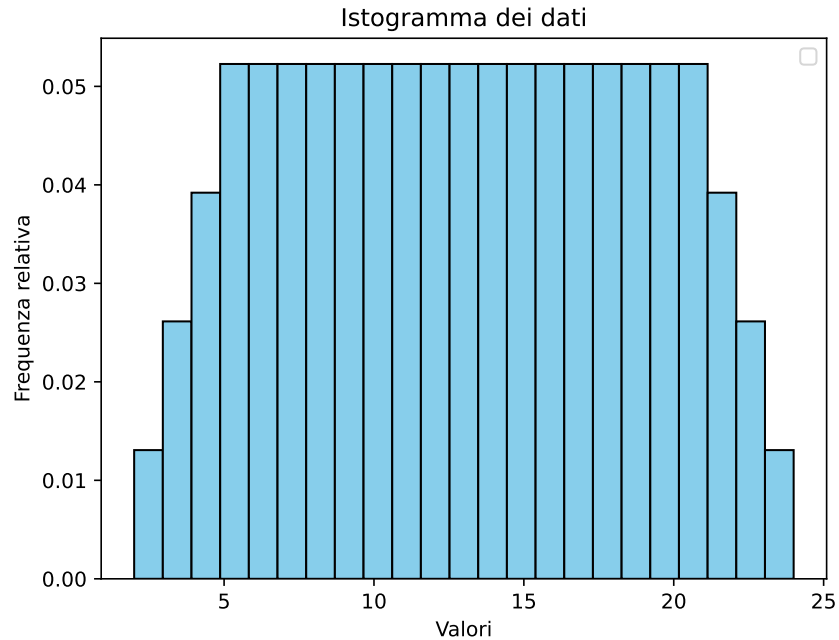


Figura 1: L'istogramma normalizzato in figura rappresenta la distribuzione di probabilità della variabile aleatoria  $X$ .

Valore atteso:  $\mu = 13$

Varianza:  $\sigma^2 = 34.5$

Deviazione Standard:  $\sigma = 5.87$

## 2.5 Considerazioni Aggiuntive

Avendo a disposizione i valori di media  $\mu$  e variazione standard  $\sigma$  possiamo calcolare le probabilità che la variabile  $X$  assuma valori nei seguenti intervalli:

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \text{ con } k = 1, 2, 3$$

Otteniamo così i seguenti risultati:

- $k = 1 : P(X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]) = 0.55$
- $k = 2 : P(X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]) = 1$
- $k = 3 : P(X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]) = 1$

## 3 Apparato sperimentale

Per svolgere questa esperienza è stato utilizzato il seguente apparato sperimentale:

- Dado a 4 facce
- Dado a 20 facce



Figura 2: Dadi utilizzati per l'esperimento

## 4 Descrizione e analisi dei dati sperimentali

Sono stati effettuati un totale di 241 lanci di dadi.

Valore	Frequenza Assoluta
11	17
8	17
6	17
7	16
12	16
5	16
14	15
17	15
19	14
10	12
18	11
4	10
13	9
15	9
9	8
16	8
3	7
20	7
21	6
22	6
2	2
23	2
24	1

Tabella 1: Tabella delle frequenze assolute della somma dei punteggi ottenuti nel lancio dei due dadi.

I dati riportati in Tabella 1 sono stati raccolti in un istogramma normalizzato.

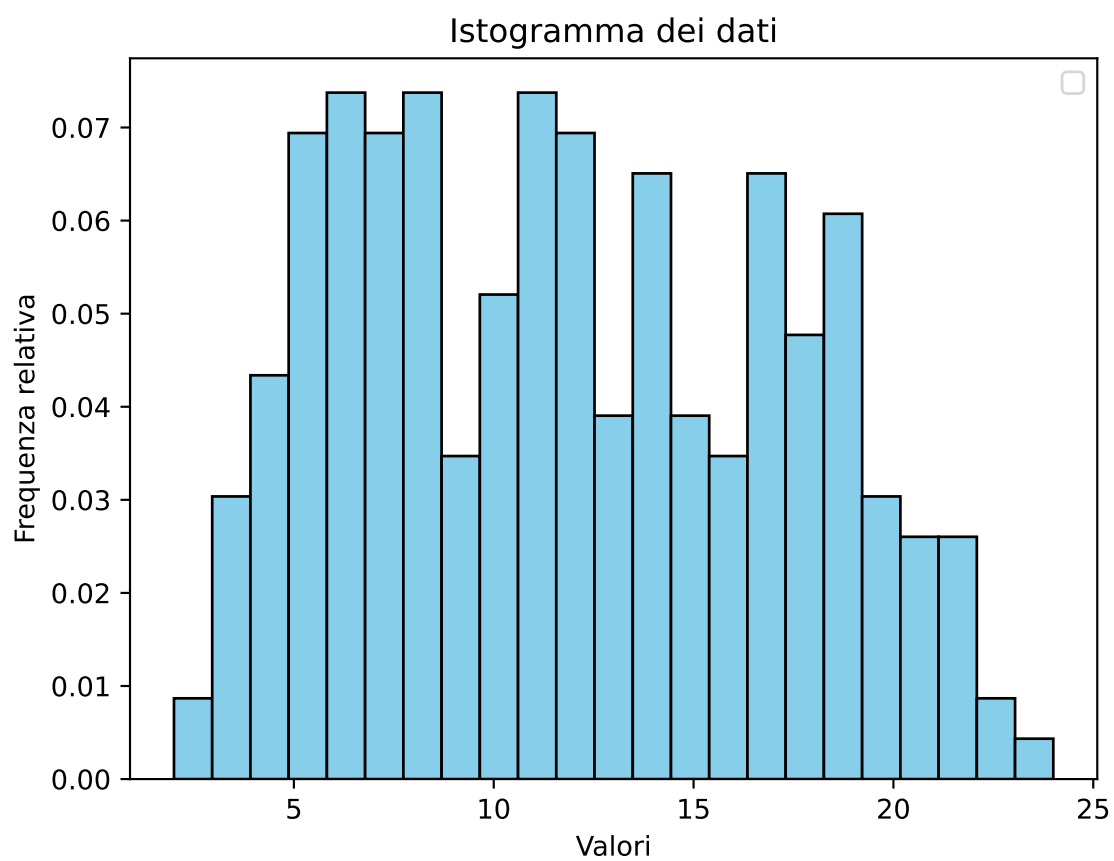


Figura 3: L'istogramma comprende un totale di  $N = 241$  campioni in  $k = 23$  bins nell'intervallo  $[2, 24]$

## 5 Conclusioni