

Relazione di Laboratorio

Gruppo 3

Gerardo Selce, Maurizio Liguori, Emanuela Galluccio, Francesco Messano

17/12/2024

DESCRIZIONE DELLA DISTRIBUZIONE DI PROBABILITÀ DI UNA VARIABILE
ALEATORIA DISCRETA

1 Introduzione

L'esperimento consiste nel lancio di due dadi, rispettivamente a quattro e venti facce. Scopo dell'esperimento è lo studio della variabile casuale X definita come somma dei punteggi ottenuti nel lancio. L'esperimento si articola in due fasi. In una prima fase viene presentato un modello teorico di riferimento per la variabile X , di cui si determinano la distribuzione di probabilità (rappresentata graficamente con un istogramma) e gli indici di posizione e dispersione principali (rispettivamente valore atteso μ e varianza σ). Infine, sono calcolate le probabilità relative agli intervalli

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \text{ con } k = 1, 2, 3 \quad (1)$$

Nella seconda fase, si prosegue con il lancio effettivo dei dadi per simulare la variabile X . L'esperimento viene ripetuto per un totale di 241 volte. Dopo aver rappresentato i dati su un istogramma normalizzato, sono state calcolate le seguenti quantità:

- Media aritmetica \bar{x}
- Scarto quadratico medio ξ_q
- Frequenza relativa negli intervalli $[\bar{x} - k\xi_q, \bar{x} + k\xi_q]$ con $k = 1, 2, 3$

2 Richiami teorici

Siano assegnati due dadi, rispettivamente di quattro e venti facce. Sia inoltre X la variabile aleatoria che descrive la somma dei punteggi ottenuti ad ogni lancio. Allora X è una variabile discreta che assume i seguenti valori:

$$\{x_i\}_{i=1,\dots,n} = \{2 \leq m \leq 24\}$$

In condizioni ideali e in assenza di ulteriori informazioni, è ragionevole assumere che le coppie del tipo (x_i, y_j) , con $i \in \{1, \dots, 4\}$ e $j \in \{1, \dots, 20\}$, siano equiprobabili. Pertanto:

$$P(x_i, y_j) = \frac{1}{4 \cdot 20}, \forall i, j$$

2.1 Indici di Posizione: Valore Atteso

Sia Y una variabile aleatoria discreta (che per i nostri scopi possiamo assumere finita). Si definisce **valore atteso** di Y la quantità:

$$\mathbb{E}[Y] = \sum_{i=1}^n y_i p_i$$

dove i valori y_i rappresentano le possibili realizzazioni di Y mentre p_i le rispettive probabilità. Nel caso in esame, si ottiene:

$$\mathbb{E}[X] = 13$$

2.2 Indici di Dispersione: Varianza e Deviazione Standard

Si definisce **varianza** di Y la quantità:

$$\begin{aligned}\text{Var}(Y) &:= \mathbb{E}[(Y - \mathbb{E}[Y])^2] = \\ &= \sum_{i=1}^n p_i (y_i - \mu)^2\end{aligned}$$

Nel caso specifico si ottiene il seguente valore:

$$\text{Var}(Y) := 34.5$$

Si definisce invece **deviazione standard** di Y la quantità:

$$\sigma := \sqrt{\text{Var}(Y)}$$

che nel nostro caso assume il seguente valore:

$$\sigma = 5.87$$

2.3 Considerazioni Aggiuntive

Avendo a disposizione i valori di media μ e variazione standard σ possiamo calcolare le probabilità che la variabile X assuma valori nei seguenti intervalli:

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \text{ con } k = 1, 2, 3$$

Otteniamo così i seguenti risultati:

- $k = 1 : P(X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]) = 0.55$
- $k = 2 : P(X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]) = 1$
- $k = 3 : P(X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]) = 1$

3 Apparato sperimentale

4 Descrizione e analisi dei dati sperimentali

5 Conclusioni