

Relazione di Laboratorio

Gruppo 3

Gerardo Selce, Maurizio Liguori, Emanuela Galluccio

15/04/2025

MISURA DELL'INDICE DI RIFRAZIONE DI UN PRISMA DI VETRO

1 Introduzione

Scopo dell'esperienza è la determinazione dell'indice di rifrazione di un prisma di vetro mediante l'analisi del comportamento della luce al suo interno. Per raggiungere questo obiettivo, il prisma è stato posizionato su una piattaforma rotante graduata in modo tale che un raggio laser potesse incidere una delle facce. Ruotando il prisma si osserva che l'angolo di deviazione del raggio inizialmente diminuisce, raggiunge un valore minimo e poi aumenta nuovamente, secondo la relazione:

$$\delta = \theta_i + \theta'_i - \alpha \quad (1)$$

Dove θ_i è l'angolo di incidenza, θ'_i è l'angolo di uscita e α è l'angolo compreso tra le due facce rifrattive del prisma. L'angolo di deviazione minimo è fondamentale, poiché l'angolo di incidenza ad esso associato consentirà di calcolare l'indice di rifrazione del materiale secondo la relazione:

$$n = \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\frac{\alpha}{2})} \quad (2)$$

2 Richiami teorici

2.1 Legge di Snell

La Legge di Snell (detta anche Legge della rifrazione) descrive il comportamento della luce (o di un'onda) quando passa da un mezzo a un altro con diverso indice di rifrazione, ovvero spiega quanto e come la luce cambia direzione entrando in un nuovo materiale. La legge si esprime con la formula:

$$n_1 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \quad (3)$$

dove:

- n_1 = indice di rifrazione del primo mezzo (da cui parte il raggio),
- n_2 = indice di rifrazione del secondo mezzo (in cui entra il raggio),
- θ_1 = angolo tra il raggio incidente e la normale alla superficie,
- θ_2 = angolo tra il raggio rifratto e la normale.

2.2 Funzionamento del prisma di vetro

Un prisma ottico di vetro è un solido trasparente delimitato da due superfici piane inclinate tra loro (le facce rifrattive) che formano un angolo al vertice α . Quando un raggio di luce entra in un prisma, subisce due rifrazioni:

1. **Prima rifrazione:** alla prima faccia di ingresso, quando il raggio passa dall'aria al vetro, deviando verso la normale alla superficie.
2. **Seconda rifrazione:** alla seconda faccia, il raggio emerge dal prisma passando dal vetro all'aria, deviando lontano dalla normale.

Queste due deviazioni cumulative producono uno scostamento del raggio emergente rispetto alla direzione originale del raggio incidente. L'effetto complessivo si chiama **deviazione angolare**.

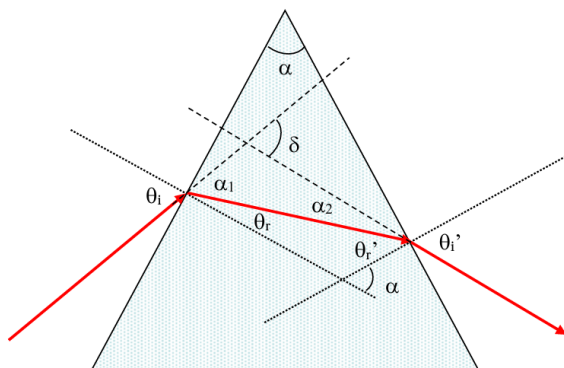


Figura 1: Indichiamo:

θ_i = angolo di incidenza sulla prima faccia (rispetto alla normale)

θ_r = angolo di rifrazione dentro il prisma sulla prima faccia

θ'_r = angolo interno di incidenza sulla seconda faccia

θ'_i = angolo di rifrazione fuori dal prisma (angolo di uscita)

Applicando la **Legge di Snell** alla prima rifrazione:

$$n_{aria} \sin(\theta_i) = n_{vetro} \sin(\theta_r) \quad (4)$$

Poiché $n_{aria} \approx 1$, si può semplificare:

$$\sin(\theta_i) = n \sin(\theta_r) \quad (5)$$

Dopo il passaggio attraverso il prisma, usando la geometria interna si trova che:

$$\theta'_r = \alpha - \theta_r \quad (6)$$

Applicando ancora la Legge di Snell all'uscita:

$$n_{vetro} \sin(\theta'_r) = n_{aria} \sin(\theta'_i) \rightarrow n = \frac{\sin(\theta'_i)}{\sin(\theta'_r)} \quad (7)$$

La deviazione totale δ è data dalla differenza angolare tra il prolungamento del raggio incidente e il raggio emergente. La formula generale è data dalla Legge (1). Se si cambia lentamente l'angolo di

incidenza, l'angolo di deviazione δ dapprima diminuisce, raggiunge un valore minimo, poi ricomincia ad aumentare. In corrispondenza della deviazione minima δ_{min} accade che il percorso della luce dentro il prisma è simmetrico: θ_i e θ'_i sono uguali, così come θ_r e θ'_r . In questa situazione:

$$\theta_r = \theta'_r = \frac{\alpha}{2} \quad (8)$$

e si può ricavare l'indice di rifrazione n direttamente con una formula semplice:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_{min}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)} \quad (9)$$

e, tenendo conto dell'uguaglianza $\theta_i = \theta'_i$ e della Legge (1), otteniamo la Legge (2).

2.3 Richiami Statistici

Il metodo dei minimi quadrati è una tecnica che permette di trovare una funzione, rappresentata da una curva di regressione, che si avvicini il più possibile ad un insieme di dati (tipicamente punti del piano). In particolare, la funzione trovata deve essere quella che minimizza la somma dei quadrati delle distanze tra i dati osservati e quelli della curva che rappresenta la funzione stessa. Siano b il coefficiente angolare e a l'intercetta della retta di regressione:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad (10)$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} \quad (11)$$

Con $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N}$ e $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N}$ mentre le incertezze:

$$\Delta b = 3\sigma_b \quad (12)$$

$$\Delta a = 3\sigma_a \quad (13)$$

Con

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{\Delta}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - bx_i - a)^2}{N - 2}}$$

$$\sigma_a = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{\Delta}}$$

$$\Delta = N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

2.4 Richiami di teoria della misura

Sia g una grandezza fisica dipendente da N grandezze fisiche x_1, \dots, x_N tale che

$$g = f(x_1, \dots, x_N) \quad (14)$$

con

$$x_1 = x_{1_0} \pm \Delta x_1 \quad (15)$$

...

$$x_N = x_{N_0} \pm \Delta x_N \quad (16)$$

La formula di propagazione dell'errore massimo è:

$$\Delta g = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}=\vec{x}_0} \Delta x_i \quad (17)$$

con

$$\vec{x} = (x_1, \dots, x_N) \quad (18)$$

$$\vec{x}_0 = (x_{1_0}, \dots, x_{N_0}) \quad (19)$$

Sia g una grandezza fisica pari alla somma, o alla differenza, di N grandezze fisiche x_1, \dots, x_N tale che

$$g = x_1 \pm \dots \pm x_N \quad (20)$$

con

$$x_1 = x_{1_0} \pm \Delta x_1 \quad (21)$$

...

$$x_N = x_{N_0} \pm \Delta x_N \quad (22)$$

La formula di propagazione dell'errore massimo è:

$$\Delta g = \Delta x_1 + \dots + \Delta x_N \quad (23)$$

3 Apparato sperimentale

4 Descrizione e analisi dei dati sperimentali

5 Conclusioni