Laboratorio di Meccanica e Termodinamica

Relazione di Laboratorio

Gruppo 3
Gerardo Selce, Maurizio Liguori

13/05/2025

MISURA DELLA DISTANZA FOCALE DI UNA LENTE CONVERGENTE

---

1 Introduzione

Scopo dell'esperienza è la misura sperimentale della distanza focale di una lente convergente sottile. Il setup sperimentale è costituito da una guida su cui sono posizionati tre supporti: uno per ospitare una fonte luminosa, uno per uno schermo e un ultimo interposto tra gli altri due per ospitare la lente. Posizionando la fonte luminosa a distanze crescenti dalla lente, viene registrato un intervallo di distanze corrispondenti entro cui l'immagine sullo schermo appare nitida. Ripetendo la procedura, sono state raccolte 10 coppie di dati (p, q), dove p e q rappresentano rispettivamente la distanza della fonte e quella dello schermo dalla lente. La legge che regola la fisica del fenomeno è la seguente:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{1}$$

dove f è la distanza focale che si vuole stimare. Riportando in grafico i valori di $\frac{1}{q}$ in funzione di $\frac{1}{p}$ come segue:

$$\frac{1}{q} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{f} \tag{2}$$

è possibile stimare f attraverso una retta dei minimi quadrati.

2 Richiami teorici

Una lente convergente sottile è un sistema ottico in grado di deviare i raggi luminosi paralleli all'asse ottico verso un punto comune detto fuoco. La distanza tra il centro della lente e il fuoco è detta distanza focale f. Questa distanza rappresenta una delle caratteristiche fondamentali della lente e dipende sia dalla sua curvatura sia dal materiale con cui è costruita (indice di rifrazione). Nel caso di una lente sottile, la formazione dell'immagine può essere descritta dalla legge dei punti coniugati, espressa dalla seguente equazione:

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \tag{3}$$

dove:

- p è la distanza tra l'oggetto e la lente
- q è la distanza tra l'immagine e la lente
- f è la distanza focale della lente

Questa relazione permette di calcolare la distanza focale conoscendo le distanze oggetto-lente e immagine-lente. La formula è valida nel regime di ottica geometrica, quando le dimensioni della lente sono piccole rispetto alla distanza degli oggetti in gioco, e gli angoli dei raggi luminosi rispetto all'asse ottico sono piccoli (approssimazione parassiale). Nel laboratorio, la distanza focale può essere determinata sperimentalmente posizionando un oggetto luminoso e spostando uno schermo fino a ottenere un'immagine nitida.

2.1 Richiami Statistici

Il metodo dei minimi quadrati è una tecnica che permette di trovare una funzione, rappresentata da una curva di regressione, che si avvicini il più possibile ad un insieme di dati (tipicamente punti del piano). In particolare, la funzione trovata deve essere quella che minimizza la somma dei quadrati delle distanze tra i dati osservati e quelli della curva che rappresenta la funzione stessa. Siano b il coefficiente angolare e a l'intercetta della retta di regressione:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{N}[(x_i - \overline{x})(y_i - \overline{y})]}{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2} \tag{4}$$

$$a = \overline{y} - b\overline{x} \tag{5}$$

Con $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$ e $\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i}{N}$ mentre le incertezze:

$$\Delta b = 3\sigma_b \tag{6}$$

$$\Delta a = 3\sigma_a \tag{7}$$

Con

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{\Delta}}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - bx_i - a)^2}{N-2}}$$

$$\sigma_a = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{\Delta}}$$

$$\Delta = N \sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{x})^2$$

2.2 Richiami di teoria della misura

Sia g una grandezza fisica dipendente da N grandezze fisiche $x_1, ..., x_N$ tale che

$$g = f(x_1, ..., x_N) \tag{8}$$

con

$$x_1 = x_{1_0} \pm \Delta x_1 \tag{9}$$

$$...$$

$$x_N = x_{N_0} \pm \Delta x_N \tag{10}$$

La formula di propagazione dell'errore massimo è:

$$\Delta g = \sum_{i=1}^{N} \left| \frac{\partial g}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}=\vec{x_0}} \Delta x_i \tag{11}$$

con

$$\vec{x} = (x_1, ..., x_N) \tag{12}$$

$$\vec{x_0} = (x_{1_0}, ..., x_{N_0}) \tag{13}$$

Sia g una grandezza fisica pari alla somma, o alla differenza, di N grandezze fisiche $x_1, ..., x_N$ tale che

$$g = x_1 \pm ... \pm x_N \tag{14}$$

con

$$x_1 = x_{1_0} \pm \Delta x_N \tag{15}$$

$$...$$

$$x_N = x_{N_0} \pm \Delta x_N \tag{16}$$

La formula di propagazione dell'errore massimo è:

$$\Delta g = \Delta x_1 + ... + \Delta x_N \tag{17}$$

3 Apparato sperimentale

Per l'esecuzione del'esperienza è stato utilizzato il seguente apparato sperimentale:

- Guida ottica
- Lente
- Sorgente luminosa (candela)
- Schermo

Strumenti di misura	**Risoluzione**
Guida ottica	0.05 cm

Tabella 1: Risoluzione degli strumenti di misura utilizzati

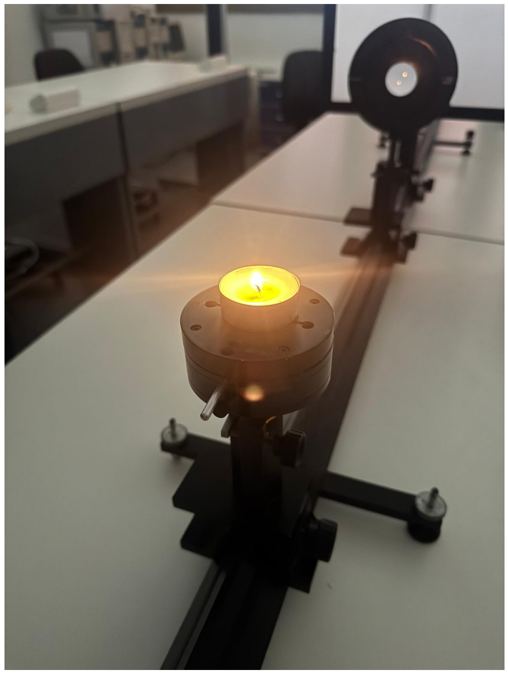

Figura 1: Candela utilizzata come fonte luminosa per l'esperimento.

Figura 2: Lente e schermo posizionati sulla guida ottica.

4 Descrizione e analisi dei dati sperimentali

Fissata la lente sulla guida abbiamo fatto variare la posizione della candela 11 volte, registrando in corrispondenza di ognuna il range Q' di valori entro cui l'immagine dello schermo appare nitida.

Indichiamo con p e q rispettivamente:

- **p**: La posizione della fonte luminosa dalla lente;
- **q**: La posizione dello schermo dalla lente.

La lente è stata posizionata sulla guida ottica sul punto:

$$P_{lente} = (119.00 \pm 0.05)\ cm \tag{18}$$

Il valore è stato ottenuto mediante una misurazione diretta e l'incertezza associata è pertanto quella strumentale. Per il calcolo di p procediamo nel seguente modo:

1. Posizioniamo la candela sulla guida ottica;
2. Il valore è stato ottenuto mediante una misurazione diretta e l'incertezza associata è pertanto quella strumentale;
3. Valutiamo la distanza tra questo punto e P_{lente} ottenendo il valore di p:

   $$p = P_{candela} - P_{lente} \tag{19}$$

   e la sua incertezza:

   $$\Delta p = \Delta P_{candela} + \Delta P_{lente} \tag{20}$$

   Per l'incertezza vedi Legge (17).

Per il calcolo di q procediamo nel seguente modo:

1. Posizioniamo lo schermo sulla guida ottica;
2. Misuriamo il range $Q' = [Q'_{min},\ Q'_{max}]$;
3. I valori sono stati ottenuti mediante misurazioni dirette e l'incertezza associata è pertanto quella strumentale;
4. Calcoliamo una stima q' della posizione dello schermo alla quale si osserva un'immagine nitida nel seguente modo:

   $$q' = \frac{Q'_{max} + Q'_{min}}{2} \tag{21}$$

   e la sua incertezza è data dalla semidispersione:

   $$\Delta q' = \frac{Q'_{max} - Q'_{min}}{2} \tag{22}$$

5. La distanza q tra lo schermo e la lente è infine ottenuta nel seguente modo:

   $$q = P_{lente} - q' \tag{23}$$

   e la sua incertezza è:

   $$\Delta q = \Delta P_{lente} + \Delta q' \tag{24}$$

   Per l'incertezza vedi Legge (17).

4.1 MISURAZIONE 1

- $P_{candela} = (149.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (30.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [80.00,\ 81.50]\ cm$
- $q = (38.2 \pm 0.8)\ cm$

4.2 MISURAZIONE 2

- $P_{candela} = (151.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (32.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [83.30,\ 83.70]\ cm$
- $q = (35.5 \pm 0.2)\ cm$

4.3 MISURAZIONE 3

- $P_{candela} = (153.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (34.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [85.40,\ 85.80]\ cm$
- $q = (33.4 \pm 0.2)\ cm$

4.4 MISURAZIONE 4

- $P_{candela} = (155.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (36.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [86.50,\ 87.00]\ cm$
- $q = (32.2 \pm 0.2)\ cm$

4.5 MISURAZIONE 5

- $P_{candela} = (157.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (38.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [88.10,\ 88.50]\ cm$
- $q = (30.7 \pm 0.2)\ cm$

4.6 MISURAZIONE 6

- $P_{candela} = (159.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (40.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [88.90,\ 89.50]\ cm$
- $q = (29.8 \pm 0.3)\ cm$

4.7 MISURAZIONE 7

- $P_{candela} = (161.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (42.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [89.70,\ 90.10]\ cm$
- $q = (29.1 \pm 0.2)\ cm$

4.8 MISURAZIONE 8

- $P_{candela} = (163.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (44.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [90.40,\ 91.00]\ cm$
- $q = (28.3 \pm 0.3)\ cm$

4.9 MISURAZIONE 9

- $P_{candela} = (165.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (46.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [91.30,\ 91.70]\ cm$
- $q = (27.5 \pm 0.2)\ cm$

4.10 MISURAZIONE 10

- $P_{candela} = (167.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (48.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [91.70,\ 92.30]\ cm$
- $q = (27.0 \pm 0.3)\ cm$

4.11 MISURAZIONE 11

- $P_{candela} = (169.00 \pm 0.05)\ cm$
- $p = (50.00 \pm 0.10)\ cm$
- $Q' = [92.30,\ 92.80]\ cm$
- $q = (26.4 \pm 0.2)\ cm$

La Legge (1) descrive una relazione lineare tra i valori $\frac{1}{p}$ e $\frac{1}{q}$, che possiamo stimare mediante una regressione lineare. Dalla retta di best-fit ricaviamo infine una stima per $\frac{1}{f}$ con relativa incertezza, secondo quanto descritto nella Sezione (2.1). Ricordiamo che l'incertezza relativa a $\frac{1}{p}$ e $\frac{1}{q}$ è data dalla Legge (11), che diventa per le espressioni del tipo $\frac{1}{x}$:

$$\Delta x = \frac{1}{x^2} \Delta x \tag{25}$$

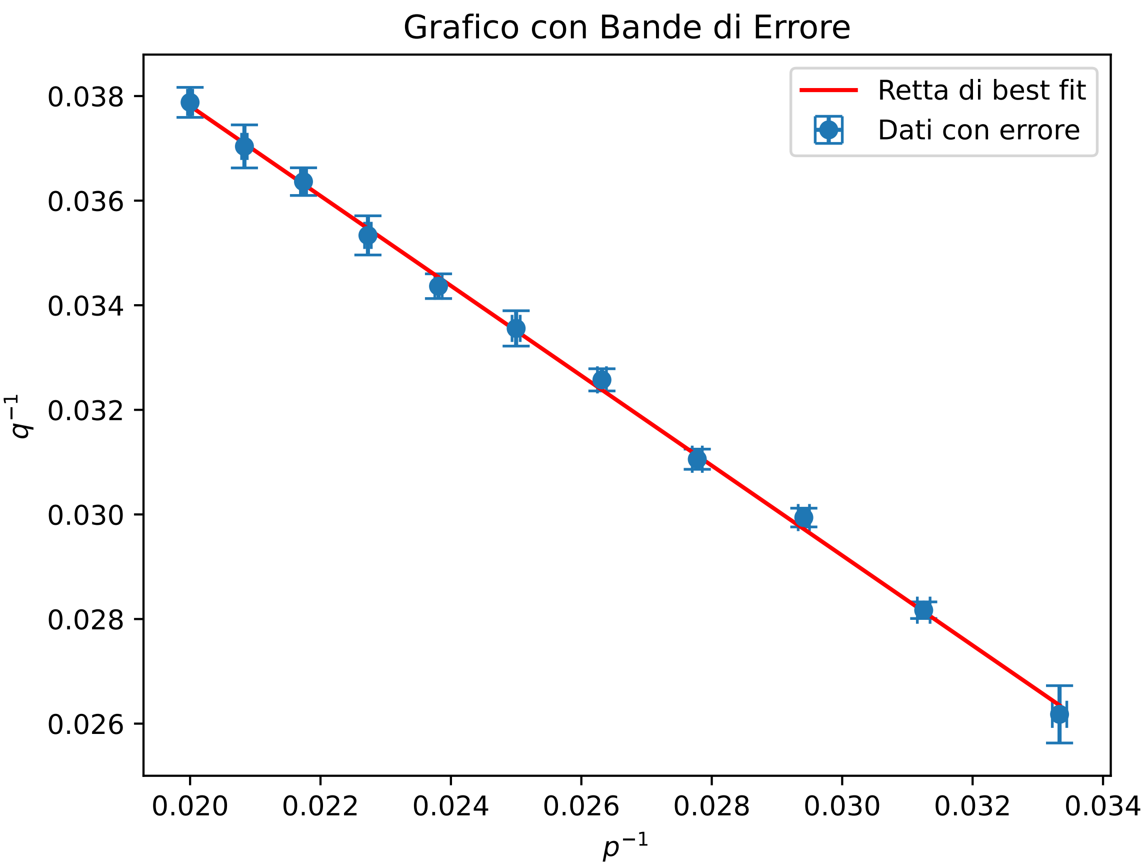

Figura 3: $b = (-0.860 \pm 0.031)$, $a = (0.055 \pm 0.001)\ cm^{-1}$

5 Conclusioni

Il valore di fabbrica dichiarato della distanza focale è pari a:

$$f_{reale} = 15\ cm \tag{26}$$

Dalla retta di regressione in Figura (3) ricaviamo dal valore dell'intercetta:

$$f = \frac{1}{a} = 18.18cm \tag{27}$$

e la relativa incertezza come riportato nella Legge (25):

$$\Delta f = \frac{1}{a^2}\Delta a = 0.27cm \tag{28}$$

Notiamo che la stima della distanza focale si avvicina a quella dichiarata con una discrepanza di circa 3 cm, imputabile alla presenza di errori sistematici nella misurazione delle distanze p e q dell'apparato sperimentale.