Laboratorio di Meccanica e Termodinamica

Relazione di Laboratorio

Gruppo 3
Gerardo Selce, Maurizio Liguori, Emanuela Galluccio, Francesco Messano

17/12/2024

Descrizione della distribuzione di probabilità di una variabile aleatoria discreta

---

1 Introduzione

L'esperimento consiste nel lancio di due dadi, rispettivamente a quattro e venti facce. Scopo dell'esperienza è lo studio della variabile casuale X definita come somma dei punteggi ottenuti nel lancio. L'esperimento si articola in due fasi. In una prima fase viene presentato un modello teorico di riferimento per la variabile X, di cui si determinano la distribuzione di probabilità (rappresentata graficamente con un istogramma) e gli indici di posizione e dispersione principali (rispettivamente valore atteso μ e varianza σ). Infine, sono calcolate le probabilità relative agli intervalli

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \ con \ k = 1, 2, 3 \tag{1}$$

Nella seconda fase, si prosegue con il lancio effettivo dei dadi per simulare la variabile X. L'esperimento viene ripetuto per un totale di 241 volte. Dopo aver rappresentato i dati su un istogramma normalizzato, sono state calcolate le seguenti quantità:

- Media aritmetica $\overline{x}$
- Scarto quadratico medio ξ_q
- Frequenza relativa negli intervalli $[\overline{x} - k\xi_q, \overline{x} + k\xi_q] \ con \ k = 1, 2, 3$

2 Richiami teorici

2.1 Definizione di probabilità di Laplace

La probabilità di un evento è il rapporto fra il numero dei casi favorevoli all'evento ed il numero dei casi possibili, nelle ipotesi in cui questi ultimi siano tutti "ugualmente possibili"

$$P = \frac{n_f}{n_p} \tag{2}$$

La probabilità è valutata a priori.

2.2 Modello teorico analizzato

Siano assegnati due dadi, rispettivamente di quattro e venti facce. Sia inoltre X la variabile aleatoria che descrive la somma dei punteggi ottenuti ad ogni lancio. Allora X è una variabile discreta che assume i seguenti valori:

$$\{x_i\}_{i=1,...,n} = \{2 \leq m \leq 24\} \tag{3}$$

In condizioni ideali e in assenza di ulteriori informazioni, è ragionevole assumere che le coppie del tipo (x_i, y_j), con $i \in \{1, ..., 4\}$ e $j \in \{1, ..., 20\}$, siano equiprobabili. Pertanto:

$$P(x_i, y_i) = \frac{1}{4 \cdot 20}, \forall i, j \tag{4}$$

2.3 Indici di Posizione: Valore Atteso

Sia Y una variabile aleatoria discreta (che per i nostri scopi possiamo assumere finita). Si definisce **valore atteso** di Y la quantità:

$$E[Y] = \sum_{i=1}^{n} y_i p_i \tag{5}$$

dove i valori y_i rappresentano le possibili realizzazioni di Y mentre p_i le rispettive probabilità. Nel caso in esame, si ottiene:

$$E[X] = 13 \tag{6}$$

2.4 Indici di Dispersione: Varianza e Deviazione Standard

Si definisce **varianza** di Y la quantità:

$$E[(Y - E[Y])^2] = \sum_{i=1}^{n} p_i (y_i - \mu)^2 = \sigma^2 \tag{7}$$

Nel caso specifico si ottiene il seguente valore:

$$\sigma^2 = 34.5 \tag{8}$$

Si definisce invece **deviazione standard** di Y la quantità:

$$\sigma := \sqrt{E[(Y - E[Y])^2]} \tag{9}$$

che nel nostro caso assume il seguente valore:

$$\sigma = 5.87 \tag{10}$$

2.5 Considerazioni Aggiuntive

Avendo a disposizione i valori di media μ e variazione standard σ possiamo calcolare le probabilità che la variabile X assuma valori nei seguenti intervalli:

$$[\mu - k\sigma, \mu + k\sigma] \ con \ k = 1, 2, 3$$

Otteniamo così i seguenti risultati:

- $k = 1 : P(X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]) = 0.55$
- $k = 2 : P(X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]) = 1$
- $k = 3 : P(X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]) = 1$

3 Apparato sperimentale

4 Descrizione e analisi dei dati sperimentali

5 Conclusioni