

10. Obične diferencijalne jednačine, problem graničnih uslova

1. Naći i nacrtati rešenje problema graničnog uslova:

$$f''(x) = -\sin x$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(2\pi) &= 0 \end{aligned}$$

rešenje: $f(x) = \sin x$

2. Naći i nacrtati rešenje problema graničnog uslova:

$$f''(x) + 2f'(x) + f(x) = x^2$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0.2 \\ f(1) &= 0.8 \end{aligned}$$

3. Naći i nacrtati rešenje problema graničnog uslova:

$$2x^2 f''(x) - 4f'(x) + \sin x f(x) = \sqrt{x}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(2) &= 1 \end{aligned}$$

4. Naći rešenje problema:

$$-2f''(x) + f'(x) + \frac{f(x)}{2} = \frac{\sin x}{x+1}$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(10) &= 3.5 \end{aligned}$$

$$f(5) = ?$$

rešenje: $f(5) = 0.0398$

5. Naći rešenje problema:

$$-2f''(x) + x^3 - 2 = 0$$

$$\begin{aligned} f(2) &= 2 \\ f(4) &= -2 \end{aligned}$$

$$f(3) = ?$$

rešenje: $f(3) = -6.6248$

6. Naći rešenje problema:

$$(\cos x)^2 f''(x) - f'(x) = 0$$

$$\begin{aligned} f(0) &= 0 \\ f(\pi) &= 1 \end{aligned}$$

Za koje vrednosti x na intervalu $[0,3]$ funkcija $f(x)$ ima vrednost $f(x) = 1$

rešenje:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0.9203 \\ x_2 &= 1.8216 \end{aligned}$$

$$x_3 = 2.3822$$

$$x_4 = 2.8234$$

7. Ako se kretanje tela odvija po jednačini:

$$-4v''(t) + \frac{v'(t)}{2} = \sin(t)$$

gde je v brzina tela, a t proteklo vreme i ako je poznato da je u trenutku $t_1 = 5s$ brzina tela iznosila $v(t_1) = 20 \frac{m}{s}$, a u trenutku $t_2 = 10s$ brzina tela iznosila $v(t_2) = 50 \frac{m}{s}$:

- a) izračunati brzinu tela u trenutku $t = 7.5s$
- b) naći trenutak t_0 u kome je telo započelo kretanje

rešenje:

- a) $v(7.5) = 33.0765 \frac{m}{s}$
- b) $t_0 = 0.6947s$