Teória automatického riadenia III.

Cvičenie V, Predikcia

G. Takács, G. Batista, E.Mikuláš

Ústav automatizácie, merania a aplikovanej informatiky
Strojnícka fakulta, Slovenská technická univerzita

Na dnešnom cvičení

Zostavenie predikčných matíc

- voľnej odozvy $\boldsymbol{M}$
- vynútenej odozvy $\boldsymbol{N}$

pre ľubovoľný diskrétny lineárny stavový systém

Z prednášky

Keďže

$$
\begin{array}{lll}
k & \boldsymbol{x}_k & = \boldsymbol{x}_k \\
k+1 & \boldsymbol{x}_{k+1} & = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k \\
k+2 & \boldsymbol{x}_{k+2} & = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{k+1} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{k+1} = \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{k+1} \\
\vdots & \vdots & \\
k+n_p & \boldsymbol{x}_{k+n_p} & = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{k+n_p-1} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{k+n_p-1} \\
 & & = \boldsymbol{A}^{n_p}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{A}^{n_p-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k + \ldots + \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{k+n_p} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_{k+n_p-1}
\end{array}
$$

Z prednášky

a

$$\vec{\boldsymbol{x}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_k \\ \boldsymbol{x}_{k+1} \\ \boldsymbol{x}_{k+2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_{k+n_p-2} \\ \boldsymbol{x}_{k+n_p-1} \\ \boldsymbol{x}_{k+n_p} \end{bmatrix} \qquad \vec{\boldsymbol{y}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{y}_k \\ \boldsymbol{y}_{k+1} \\ \boldsymbol{y}_{k+2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{y}_{k+n_p-2} \\ \boldsymbol{y}_{k+n_p-1} \\ \boldsymbol{y}_{k+n_p} \end{bmatrix} \qquad \vec{\boldsymbol{u}}_k = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u}_k \\ \boldsymbol{u}_{k+1} \\ \boldsymbol{u}_{k+2} \\ \vdots \\ \boldsymbol{u}_{k+n_p-3} \\ \boldsymbol{u}_{k+n_p-2} \\ \boldsymbol{u}_{k+n_p-1} \end{bmatrix}$$

Z prednášky

teda,

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\boldsymbol{x}}_k &= \boldsymbol{M}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{N}\overrightarrow{\boldsymbol{u}}_k \\ \boldsymbol{x}_{k+i} &= \boldsymbol{M}_i\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{N}_i\boldsymbol{u}_k = \boldsymbol{A}^i\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{N}_i\boldsymbol{u}_k \end{aligned}$$

teda pre riadky:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{M}_i &= \boldsymbol{A}^i \\ \boldsymbol{N}_i &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^i\boldsymbol{B} & \boldsymbol{A}^{i-1}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{A}^{i-2}\boldsymbol{B} & \dots & \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{B} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{B} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Z prednášky

$$\boldsymbol{M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{A}^1 \\ \boldsymbol{A}^2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{A}^{n_p-2} \\ \boldsymbol{A}^{n_p-1} \\ \boldsymbol{A}^{n_p} \end{bmatrix}$$

Z prednášky

$$
\mathbf{N} = \begin{bmatrix}
\mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{AB} & \mathbf{B} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{B} & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
\mathbf{A}^{n_p-3}\mathbf{B} & \mathbf{A}^{n_p-4}\mathbf{B} & \mathbf{A}^{n_p-5}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\
\mathbf{A}^{n_p-2}\mathbf{B} & \mathbf{A}^{n_p-3}\mathbf{B} & \mathbf{A}^{n_p-4}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{AB} & \mathbf{B} & \mathbf{0} \\
\mathbf{A}^{n_p-1}\mathbf{B} & \mathbf{A}^{n_p-2}\mathbf{B} & \mathbf{A}^{n_p-3}\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{B}
\end{bmatrix}
$$

Čo k tomu potrebujeme

Príkazy MATLAB

- **zeros(m,n)** -> zostavenie nulovej matice veľkosti $m \times n$
- **eye(n)** -> zostavenie jednotkovej diagonálnej matice veľkosti $n \times n$
- **ones(m,n)** -> zostavenie jednotkovej matice veľkosti $m \times n$
- **size(M)** -> zistenie počtu riadkov a stĺpcov matice $\boldsymbol{M}$
- **M(a:b,c:d)** -> indexovanie matice(vyberanie časti matice) od riadku *a* do riadku *b* a od stĺpca c do stĺpca *d*

Príklad:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 10 & 11 & 12 & 13 & 14 \\ 15 & 16 & 17 & 18 & 19 \\ 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \end{bmatrix} \qquad A(2:4, 2:3) = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 11 & 12 \\ 16 & 17 \end{bmatrix}$$

Zadanie

- algoritmus na zostavenie matice predikcie voľnej odozvy $\boldsymbol{M}$
- algoritmus na zostavenie matice predikcie vynútenej odozvy $\boldsymbol{N}$
- váš algoritmus zostavte tak aby bol univerzálny, t.j. aby sa dal použiť na systém ľubovoľnej veľkosti
- načítajte váš identifikovaný model nosníka a zostavte matice $\boldsymbol{M}$ a $\boldsymbol{N}$ pri počte krokov $n_p = 5$
- vygenerujte sekvenciu náhodných vstupov u (počet = n_p) pomocou funkcie **"random"**
- urobte rekurentnú simuláciu vášho systému pomocou vopred vygenerovaných vstupov u (počet krokov = n_p)
- konečný stav systému porovnajte s výpočtom pomocou predikčných matíc $\boldsymbol{M}$ a $\boldsymbol{N}$ (číselne)
- overte funkčnosť algoritmu pomocou stavového systému väčšieho ako 2×2, vytvorte ho príkazom **"drss"**

Pomôcka

- rozmer matice $\boldsymbol{M}$ je $(n_x \times n_p) \times (n_x)$
- rozmer matice $\boldsymbol{N}$ je $(n_x \times n_p) \times (n_u \times n_p)$

Kontrolný príklad

$$A = \begin{bmatrix} 1.1 & 2 \\ 0 & 0.95 \end{bmatrix} \qquad M = \begin{bmatrix} 1.1 & 2 \\ 0 & 0.95 \\ 1.21 & 4.1 \\ 0 & 0.9025 \\ 1.331 & 6.315 \\ 0 & 0.8574 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0787 \end{bmatrix}$$

$$n_p = 3 \qquad N = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.0787 & 0 & 0 \\ 0.1574 & 0 & 0 \\ 0.0748 & 0.0787 & 0 \\ 0.3227 & 0.1574 & 0 \\ 0.0710 & 0.0748 & 0.0787 \end{bmatrix}$$