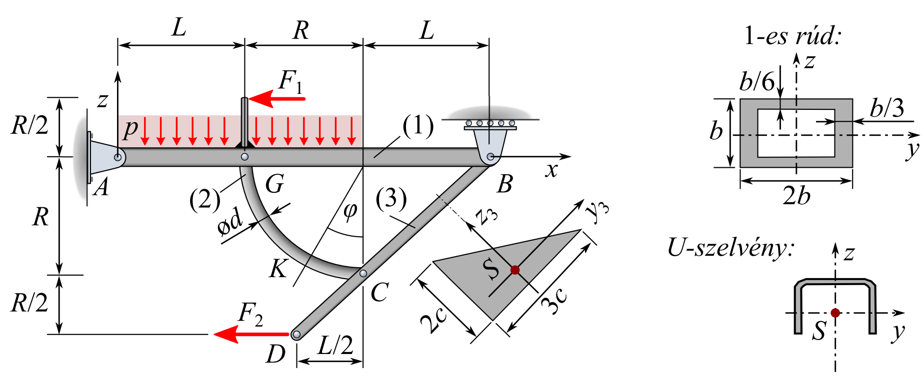
| BME Gépészmérnöki Kar | SZILÁRDSÁGTAN | Név: Vári Gergő |
|---|---|---|
| Műszaki Mechanikai Tanszék | 1. HÁZI FELADAT | Neptun kód: MQHJOH |
| 2024/25 II. | Határidő: lásd Moodle | Késedelmes beadás: ☐ Javítás: ☐ |
| **Nyilatkozat:** Aláírásommal igazolom, hogy a házi feladatot saját magam készítettem el, az abban leírtak saját megértésemet tükrözik. | | Aláírás: Vári Gergő |

Csak a formai követelményeknek megfelelő feladatokat értékeljük! `http://www.mm.bme.hu/targyak/bsc/sziltan`

## Feladatkitűzés

Az ábrán vázolt szerkezet mindhárom rúdja csuklósan kapcsolódik, anyaguk homogén, izotrop, lineárisan rugalmas. Az (1)-es rúd keresztmetszete az ábrán látható téglalap alakú zárt szelvény, a negyedkörív alakú (2)-es rúdé kör, míg a (3)-as rúdé háromszög. Az (1)-es rúd anyagára megengedett feszültség $\sigma_{\text{meg}}$.




## Adatok

| $R$ [m] | $L$ [m] | $d$ [mm] | $c$ [mm] | $F_1$ [kN] | $F_2$ [kN] | $p$ [kN/m] | $\sigma_{\text{meg}}$ [MPa] |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.3 | 0.35 | 50 | 30 | 3 | 3 | 4.50 | 100 |

## (Rész)eredmények

| $\lvert A\rvert$ [kN] | $\lvert B\rvert$ [kN] | $M^{(1)}_{\text{h,max}}$ [kNm] | $K_{y,\text{min}}$ [cm$^3$] | $b$ [mm] | Szelv.sorszám |
|---|---|---|---|---|---|
| 6.1 | 1.85 | 0.35 | 3.5 | 24 | 166 |
| $\sigma^{(1)}_{\text{max}}$ [MPa] | $V^{(1)}_{\text{max}}$ [kN] | $\lvert\tau^{(1)}_{\text{max}}\rvert$ [MPa] | $\sigma^{(2)}_{K,\text{max}}$ [MPa] | $\sigma^{(3)}_{C,\text{max}}$ [MPa] | $\beta_{zerus}$ [°] |
| -94.66 | 1.576 | 5.4 | -21.331 | 33.333 | -18.435 |

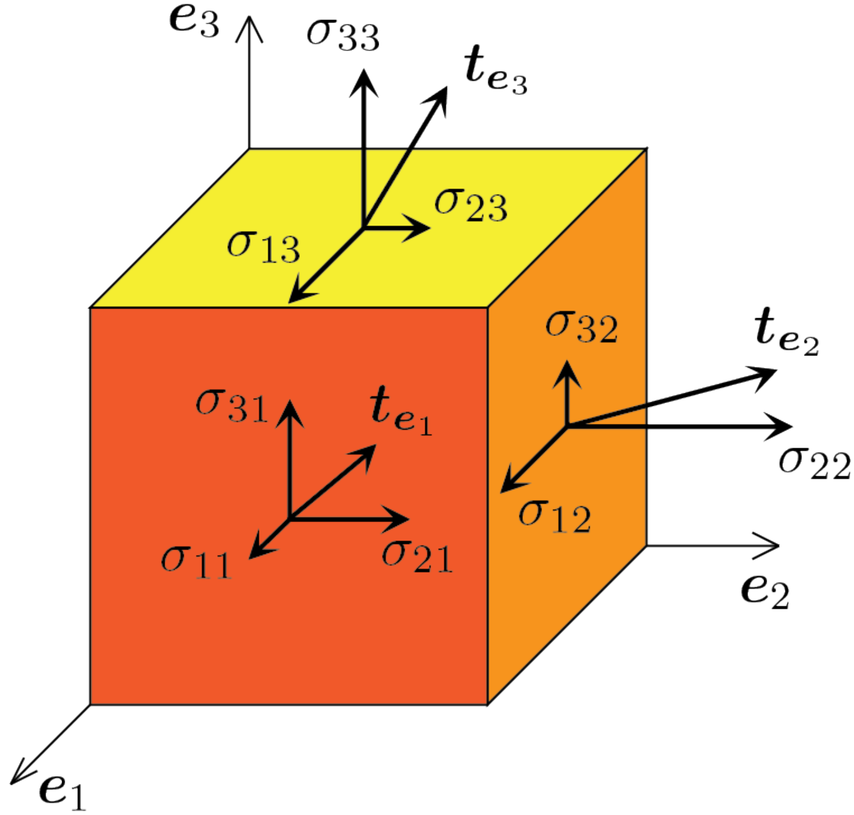
## Pontozás

| **Minimumfeladat** | Feladatok | | | | | | Dokumentáció | **Összesen** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | | |
| | /4 | /2 | /3 | /4 | /3 | /4 | /5 | **/25** |

# Szilárdságtan HF1

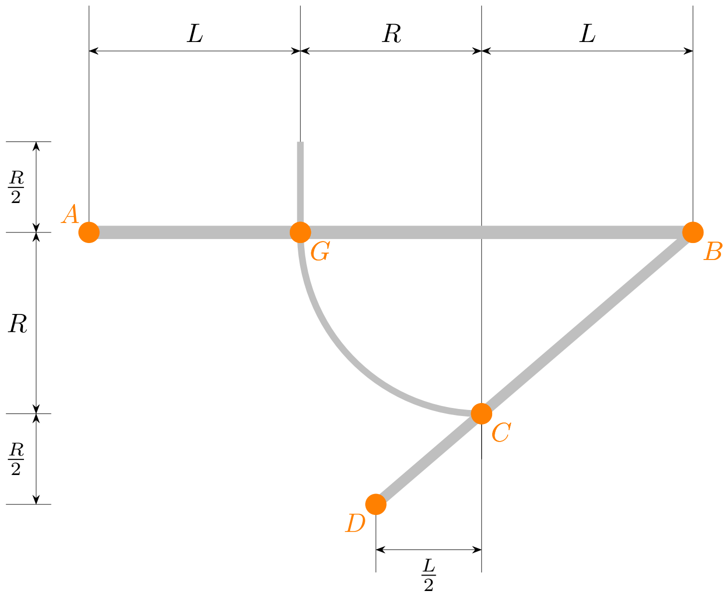
Vári Gergő

2025. március 30.

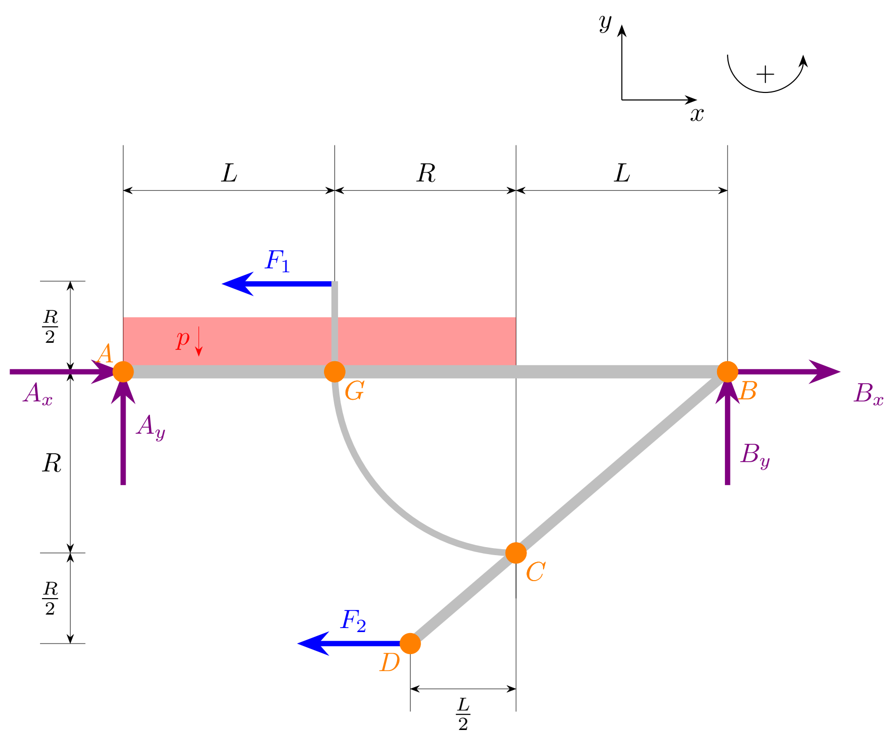



1. ábra: Cauchy feszültségi tenzor

# 1 Reakció komponensek




2. ábra: Léptékhelyes ábra




3. ábra: SZTÁ

## 1.1 Egyensúlyi képletek

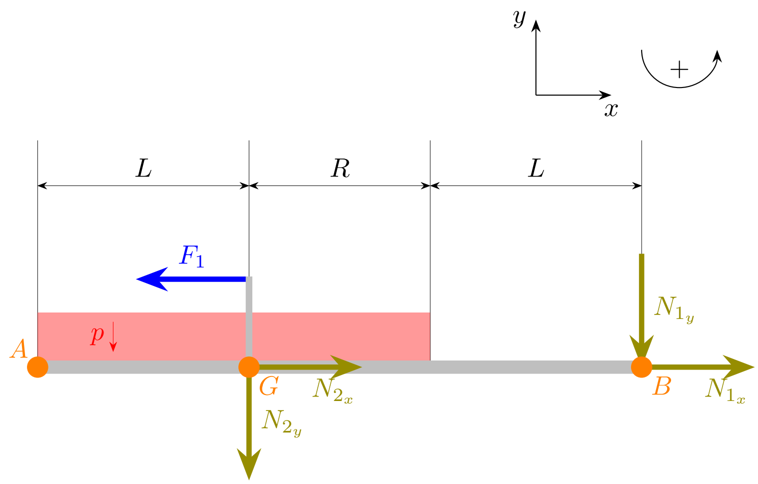
$$\sum F_x := 0 = A_x - F_1 - F_2$$
$$\sum F_y := 0 = A_y + B_y - p(L+R)$$
$$\sum M^A := 0 = B_y(2L+R) + F_1\frac{R}{2} - F_2\left(R + \frac{R}{2}\right) - p\frac{(L+R)^2}{2}$$

$$A_x = F_1 + F_2 = 6\,[\mathrm{kN}]$$
$$B_y = F_2\left(R+\frac{R}{2}\right) - F_1\frac{R}{2} + p\frac{(L+R)^2}{2} = 1.85\,[\mathrm{kN}]$$
$$A_y = p(L+R) - B_y = 1.074\,[\mathrm{kN}]$$

$$|\mathbf{A}| = 6.1\,[\mathrm{kN}]$$
$$|\mathbf{B}| = 1.85\,[\mathrm{kN}]$$

# 2 Csuklók és rudak

## 2.1 1-es rúd



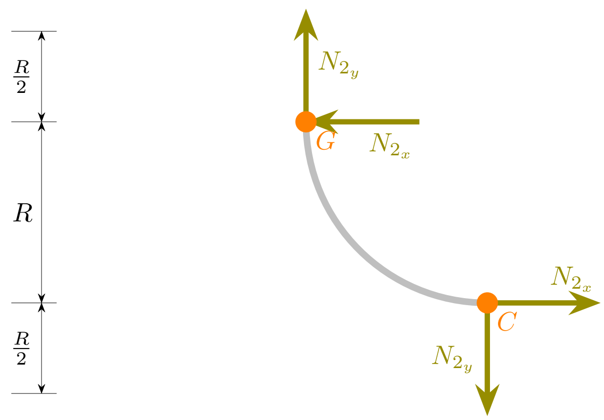

4. ábra: SZTÁ

### 2.1.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = A_x - F_1 + N_{2_x} + N_{1_x}$$
$$\sum F_y := 0 = A_y - p(L+R) - N_{2_y} - N_{1_Y}$$
$$\sum M^B := 0 = N_{2_y}(L+R) + F_1\frac{R}{2} + p(L+R)\left(L + \frac{L+R}{2}\right)$$
$$- A_y(2L+R)$$

$$N_{2_y} = \frac{A_y 2L + R - F_1\frac{R}{2} - p(L+R)\left(L + \frac{L+R}{2}\right)}{L+R} = -2.0775\,[\mathrm{kN}]$$

## 2.2 2-es rúd

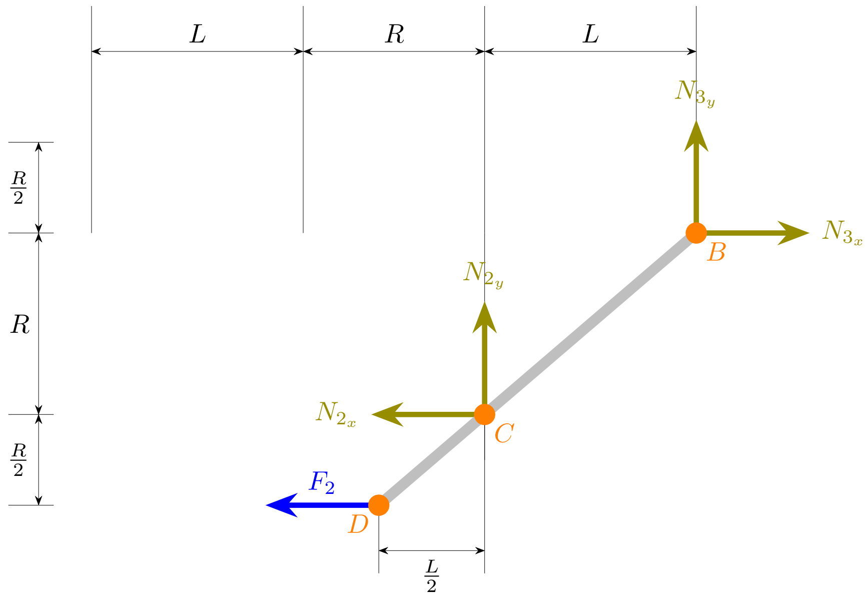



5. ábra: SZTÁ

### 2.2.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = -N_{2_x} + N_{2_x}$$
$$\sum F_y := 0 = -N_{2_y} + N_{2_y}$$
$$\sum M := 0 = 0$$

### 2.3 3-as rúd

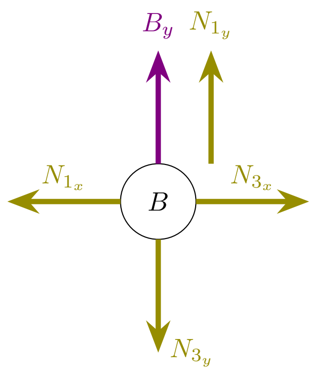



6. ábra: SZTÁ

#### 2.3.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = -F_2 + N_{3_x} - N_{2_x}$$
$$\sum F_y := 0 = N_{2_y} + N_{3_y}$$
$$\sum M^C := 0 = -F_2\frac{R}{2} - N_{3_x}(R) + N_{3_y}(L)$$

## 2.4 B pont




7. ábra: SZTÁ

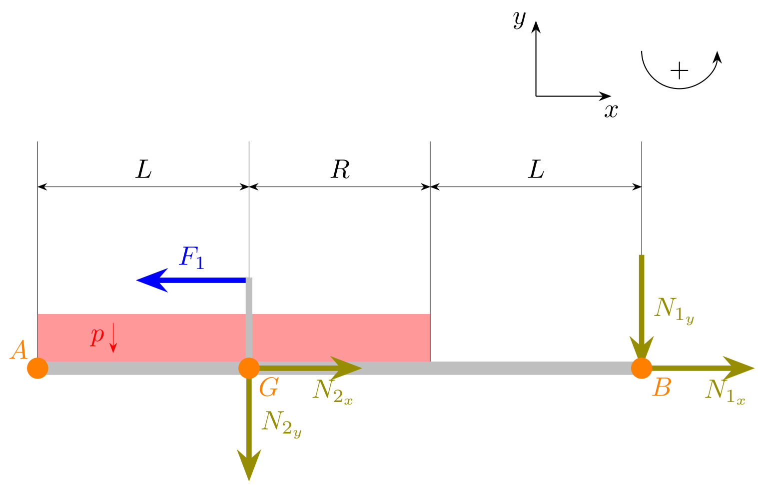
### 2.4.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = -N_{1_x} + N_{3_x}$$
$$\sum F_y := 0 = N_{1_y} + B_y - N_{3_y}$$

## 2.5 Összegzés

$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.92375 \\ 0.2265 \end{bmatrix} [\mathrm{kN}]$$
$$N_2 = \begin{bmatrix} -2.0775 \\ -2.0775 \end{bmatrix} [\mathrm{kN}]$$
$$N_3 = \begin{bmatrix} 0.92375 \\ 2.0775 \end{bmatrix} [\mathrm{kN}]$$

# 3 1-es rúd igénybevételei

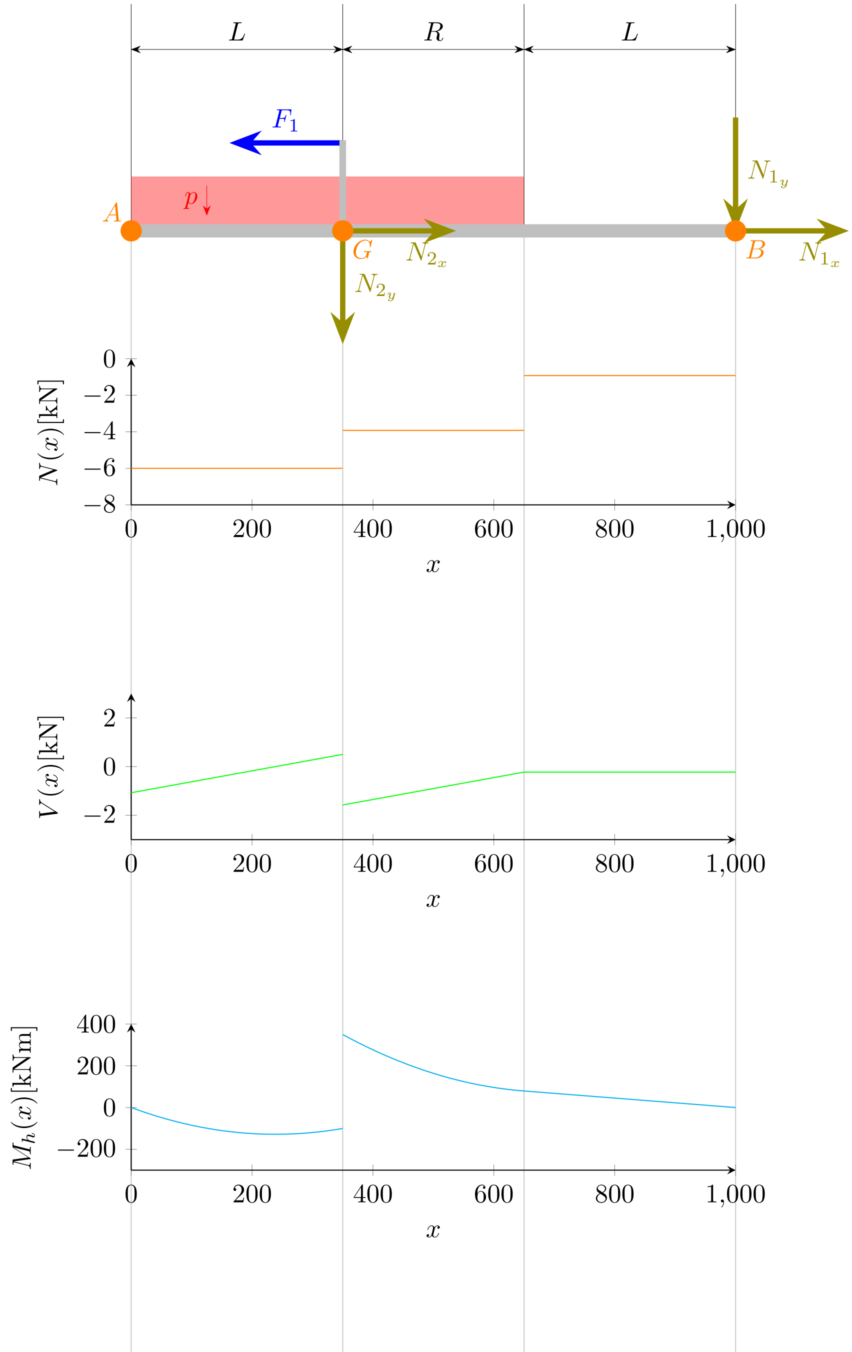



8. ábra: SZTÁ

## 3.1 Függvények

| $x$ | $0 < x < L$ | $L < x < L + R$ | $L + R < x < 2L + R$ |
|---|---|---|---|
| $N$ | $-A_x$ | $-A_x - N_{2_x} + F_1$ | $-A_x - N_{2_x} + F_1$ |
| $V$ | $-A_y + px$ | $px - A_y + N_{2_y}$ | $p(L + R) - A_y + N_{2_y}$ |
| $M_h$ | $-A_y x + p\frac{x^2}{2}$ | $-A_y x + p\frac{x^2}{2}$ $+N_{2_y}(x - L) + F_1\frac{R}{2}$ | $-A_y x + p(L + R)\left(L - \frac{L+R}{2}\right)$ $+N_{2_y}(x - L) + F_1\frac{R}{2}$ |

## 3.2 Ábrázolás



# 4 Méretezés

## 4.1 Veszélyes keresztmetszet

Ugyan $V(x)$ nem metszi az $x$ tengelyt és ezért $M_h(x)$ maximuma nem triviális de ez rajzolás után könnyen megállapítható.

$$M_{h_{\max}} = M_h(L) = 0.35\,[\mathrm{kNm}]$$

## 4.2 Keresztmetszeti tényező

$$\left|\frac{M_h}{K_x}\right| = \sigma$$
$$K_{x_{\min}} = \frac{M_{h_{\max}}}{\sigma_{\mathrm{meg}}} = 3.5\,[\mathrm{cm}^3]$$

Tiszta hajlításra méretezve a keresztmetszetet:

$$\sigma = \frac{M_{h_{\max}}}{I_x} y$$
$$e = \frac{b}{2}$$

$$K_{x_{\min}} = \frac{I_x}{e} = \frac{65}{243} b^3$$
$$b = 23.66 \approx 24\,[\mathrm{mm}]$$

# 5 Helyettesítés U-szelvénnyel

Egyszerűen megtalálható az adott táblázatban.

$$166$$

# 6 U-szelvény ellenőrzése normálerő hatására

## 6.1 Ellenőrzés

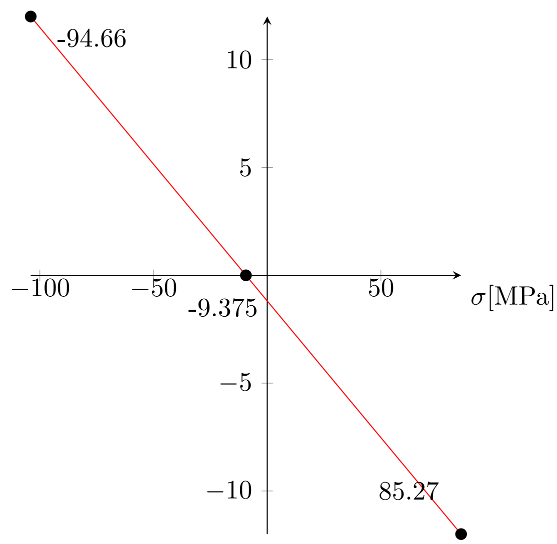
$$N(L) = -6\,[\mathrm{kN}]$$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_x} y$$
$$A = 2b \cdot b - f \cdot b = \frac{10}{9} b^2$$
$$I_x = \frac{65}{486} b^4$$

$$\sigma_{\max}^{(1)} = \sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{M_{h_{\max}}}{I_x} e = -94.66\,[\mathrm{MPa}]$$

$$|\sigma_e| > \sigma_{\mathrm{meg}} \Rightarrow b^* = b$$

### 6.2 Normálerő ábrázolása



# 7 Nyírásból adódó csúsztató feszültség

## 7.1 Függvény

$$V_{\max} = V_x(L+R) = -1.5765\,[\mathrm{kN}]$$

A csúsztató feszültséget a VISA képlettel meg lehet kapni. (Előjellel nem foglalkozunk.)

$$\tau_z(y) = \frac{V_{\max} \cdot S(y)}{I_x \cdot a(y)}$$

### 7.1.1 Kettébontás

A húsvastagság változásánál felbontjuk a keresztmetszetet.

① $\Rightarrow 0 < y < \frac{1}{3}b$

$$S_1(y) = A_1(y) \cdot k_1(y)$$

$$\begin{aligned} A_1(y) &= \left[\frac{b}{6} - \left(y - \left[\frac{b}{2} - \frac{b}{6}\right]\right)\right] \cdot 2b \\ &= b^2 - 2by \end{aligned}$$

$$k_1(y) = \frac{\frac{b}{2} + y}{2} = \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}y$$

② $\Rightarrow \frac{1}{3}b < y < \frac{1}{2}b$

$$S_2(y) = S_1\left(\frac{2}{3}b\right) + A_2(y) \cdot k_2(y)$$

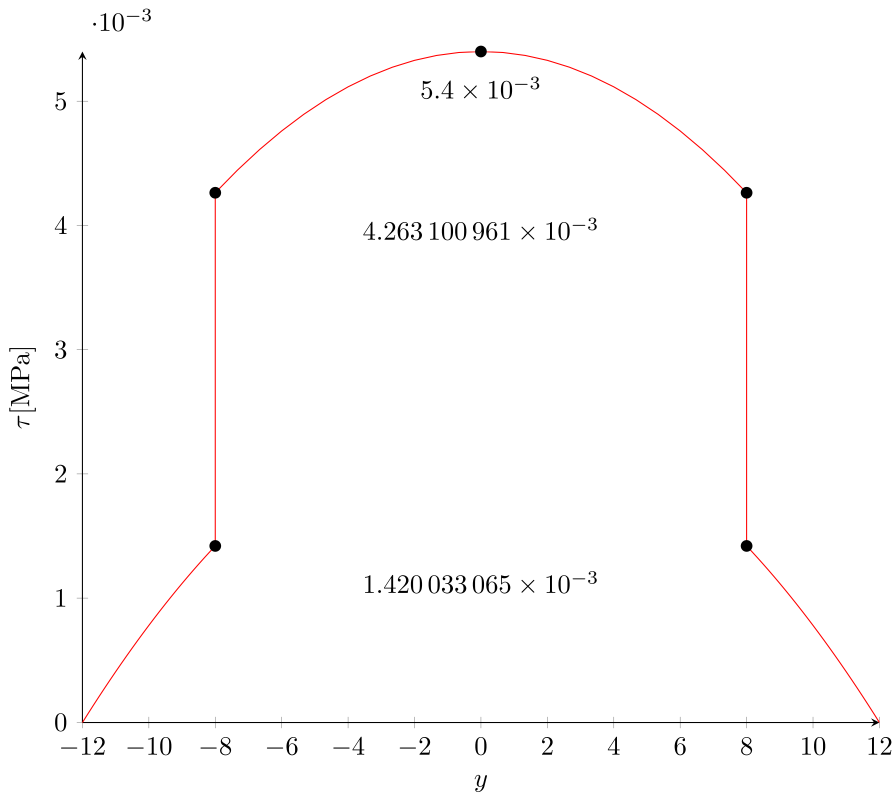
$$\begin{aligned} A_2(y) &= 2\left(\frac{b}{3}\left[\left(\frac{b}{2} - \frac{b}{6}\right) - y\right]\right) \\ &= \frac{2}{9}b^2 - \frac{2}{3}by \end{aligned}$$

$$k_2(y) = \frac{y + \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{6}\right)}{2} = \frac{1}{6}b + \frac{1}{2}y$$

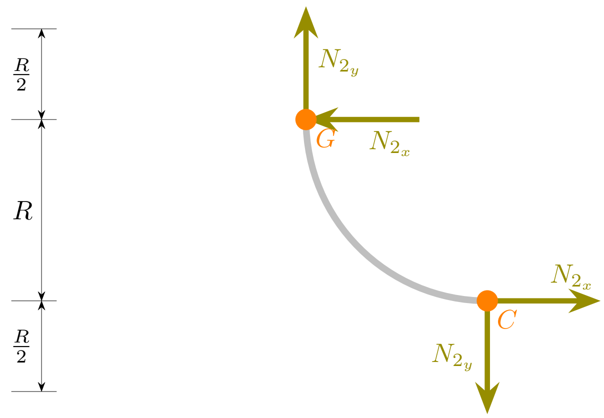
$$\begin{aligned} \tau_{z_1}(y) &= -1.776\,841\,346 \times 10^{-5} y^2 + 2.557\,211\,538 \times 10^{-3} \\ \tau_{z_2}(y) &= -1.776\,404\,748 \times 10^{-5} y^2 + 5.4 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

$$\tau_{\max}^{(1)} = \tau_{z_2}(0) = 5.4\,[\mathrm{MPa}]$$

## 7.2 Ábrázolás



# 8 2-es rúd igénybevételei




9. ábra: SZTÁ

## 8.1 Függvények

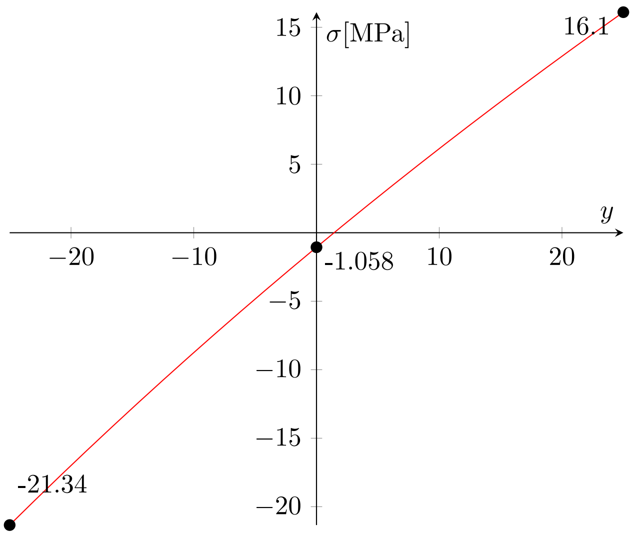
$$\phi = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} N(\phi) &= N_{2_x} \cdot \cos\phi + N_{2_y} \cdot \cos(90^\circ - \phi) \\ &= N_{2_x} \cdot \cos\phi + N_{2_y} \cdot \sin\phi \\ N(30^\circ) &= -2837.92\,[\mathrm{N}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\phi) &= -N_{2_x} \cdot \sin\phi + N_{2_y} \cdot \sin\phi \\ V(30^\circ) &= -760.42\,[\mathrm{N}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_h(\phi) &= N_{2_x} \cdot R\,(1 - \cos\phi) - N_{2_y} \cdot R\sin\phi \\ M_h(30^\circ) &= 228\,125.3329\,[\mathrm{Nmm}] \end{aligned}$$

## 8.2 Normálfeszültség ábrázolása




## 8.3 Maximális normálfeszültség

$$\frac{R}{d} = 6 \Rightarrow \sigma(y) = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{R \cdot A} + \frac{M_h}{I_x} \cdot \frac{R \cdot y}{R + y}$$

$$A = \frac{d^2\pi}{4} = 625\pi$$

$$I_x = \frac{d^4\pi}{64} = \frac{390625}{4}\pi$$

$$\sigma(\frac{d}{2}) = 16.1 \,[\mathrm{MPa}]$$

$$\sigma(0) = -1.058 \,[\mathrm{MPa}]$$

$$\sigma(-\frac{d}{2}) = -21.34 \,[\mathrm{MPa}]$$

$$\sigma^{(2)}_{\mathrm{K,max}} = \sigma(-\frac{d}{2}) = -21.34 \,[\mathrm{MPa}]$$

# 9 3-as rúd hajlítása

$$c = 30\,[\mathrm{mm}]$$

## 9.1 Zérus és $y_3$ tengely szöge

A főfeszültségekből kitudjuk számolni a keresett szöget.

$$\begin{aligned} I_{x_3} &= \frac{(3c)(2c)^3}{36} = & 5.4 \times 10^5\,[\mathrm{mm}^4] \\ I_{y_3} &= \frac{(2c)(3c)^3}{36} = & 1.215 \times 10^6\,[\mathrm{mm}^4] \\ I_{xy_3} &= \frac{(2c)^2(3c)^2}{72} = & -4.05 \times 10^5\,[\mathrm{mm}^4] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{1;2} &= \frac{I_{x_3} + I_{y_3}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(I_{x_3} - I_{y_3})^2 + 4I_{xy_3}^2} \\ I_1 &= 1\,404\,691.853\,[\mathrm{mm}^4] \\ I_2 &= 350\,308.1469\,[\mathrm{mm}^4] \end{aligned}$$

$$\alpha = \arctan\left(\frac{I_{x_3} - I_1}{I_{xy_3}}\right) = 64.9°$$

$$\begin{aligned} M_h &= -F_2\frac{R}{2} = & -0.45\,[\mathrm{kNm}] \\ M_{h_\xi} &= |M_h| \cdot \cos\alpha = & 190\,889.7402\,[\mathrm{Nmm}] \\ M_{h_\eta} &= |M_h| \cdot \sin\alpha = & -407\,505.9596\,[\mathrm{Nmm}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \arctan\left(\frac{M_{h_\eta} \cdot I_1}{M_{h_\xi} \cdot I_2}\right) = & -83.3367° \\ \beta_0 &= \alpha + \beta = & -18.437° \end{aligned}$$

## 9.2 Maximális normálfeszültség

$$\begin{aligned} \xi(x;y) &= x \cdot \cos\alpha + y \cdot \sin\alpha \\ \eta(x;y) &= y \cdot \cos\alpha - x \cdot \sin\alpha \end{aligned}$$

$$\sigma(x;y) = \frac{M_{h_\xi}}{I_1}\eta(x;y) - \frac{M_{h_\eta}}{I_2}\xi(x;y)$$

$$
\begin{aligned}
\sigma_A &= \sigma\left(-c; \frac{4}{3}c\right) = && 33.331\,[\mathrm{MPa}] \\
\sigma_B &= \sigma\left(-c; -\frac{2}{3}c\right) = && -33.334\,[\mathrm{MPa}] \\
\sigma_C &= \sigma\left(2c; -\frac{2}{3}c\right) = && 2.520\,804\,29 \times 10^{-3}\,[\mathrm{MPa}]
\end{aligned}
$$

$$\sigma^{(3)}_{\mathrm{C,max}} = \sigma_B = -33.334\,[\mathrm{MPa}]$$