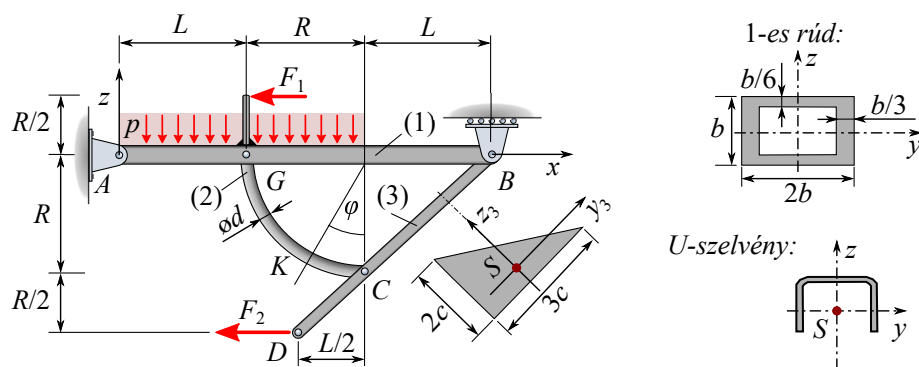


BME Gépészmérnöki Kar	SZILÁRDSÁGTAN	Név: Vári Gergő
Műszaki Mechanikai Tanszék	1. HÁZI FELADAT	Neptun kód: MQHJOH
2024/25 II.	Határidő: lásd Moodle	Késedelmes beadás: <input type="checkbox"/> Javítás: <input type="checkbox"/>
Nyilatkozat: Aláírással igazolom, hogy a házi feladatot saját magam készítettem el, az abban leírtak saját megértésemet tükrözik.		Aláírás: Vári Gergő

Csak a formai követelményeknek megfelelő feladatokat értékeljük! <http://www.mm.bme.hu/targyak/bsc/sziltan>

## Feladatkitűzés

Az ábrán vázolt szerkezet mindhárom rúdja csuklósan kapcsolódik, anyaguk homogén, izotrop, lineárisan rugalmas. Az (1)-es rúd keresztmetszete az ábrán látható téglalap alakú zárt szelvény, a negyedkörív alakú (2)-es rúdé kör, míg a (3)-as rúdé háromszög. Az (1)-es rúd anyagára megengedett feszültség  $\sigma_{\text{meg}}$ .



## Adatok

$R$ [m]	$L$ [m]	$d$ [mm]	$c$ [mm]	$F_1$ [kN]	$F_2$ [kN]	$p$ [kN/m]	$\sigma_{\text{meg}}$ [MPa]
0.3	0.35	50	30	3	3	4.50	100

## (Rész)eredmények

$ A $ [kN]	$ B $ [kN]	$M_{h,\max}^{(1)}$ [kNm]	$K_{y,\min}$ [cm <sup>3</sup> ]	$b$ [mm]	Szerv.sorszám
6.1	1.85	0.35	3.5	24	166
$\sigma_{\max}^{(1)}$ [MPa]	$V_{\max}^{(1)}$ [kN]	$ \tau_{\max}^{(1)} $ [MPa]	$\sigma_{K,\max}^{(2)}$ [MPa]	$\sigma_{C,\max}^{(3)}$ [MPa]	$\beta_{\text{zerus}}$ [°]
-94.66	1.576	5.4	-21.331	33.333	-18.435

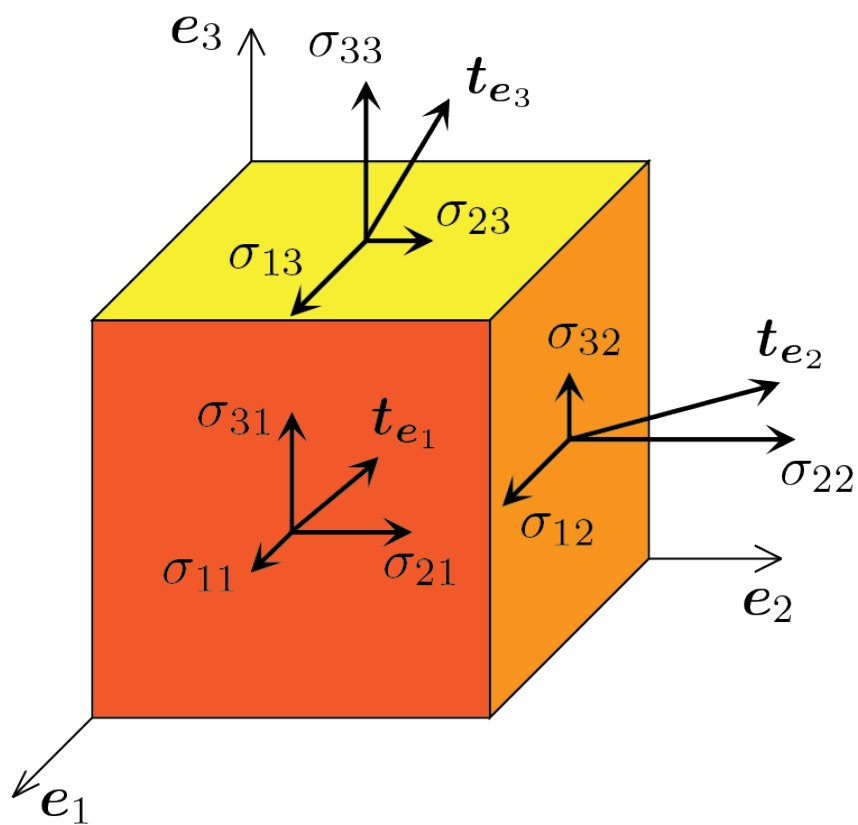
## Pontozás

Minimumfeladat	Feladatok						Dokumentáció	Összesen
	4.	5.	6.	7.	8.	9.		
	/4	/2	/3	/4	/3	/4	/5	/25

# Szilárdságtan HF1

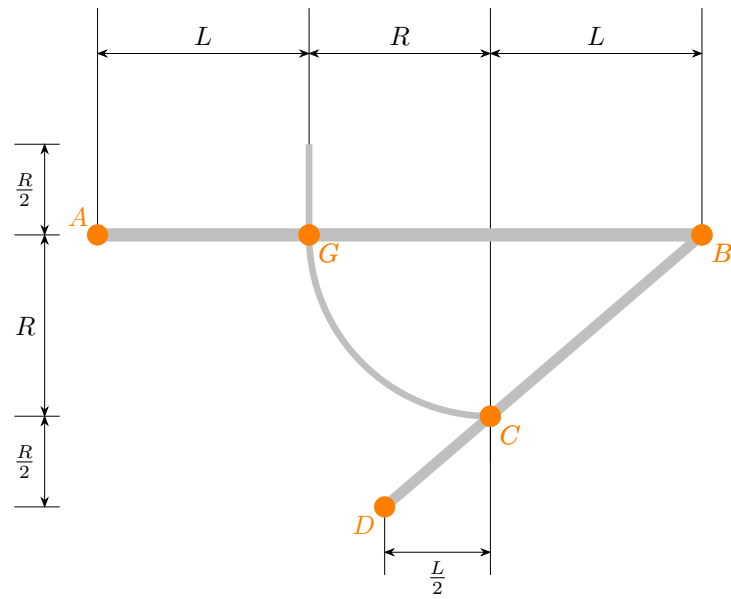
Vári Gergő

2025. március 30.

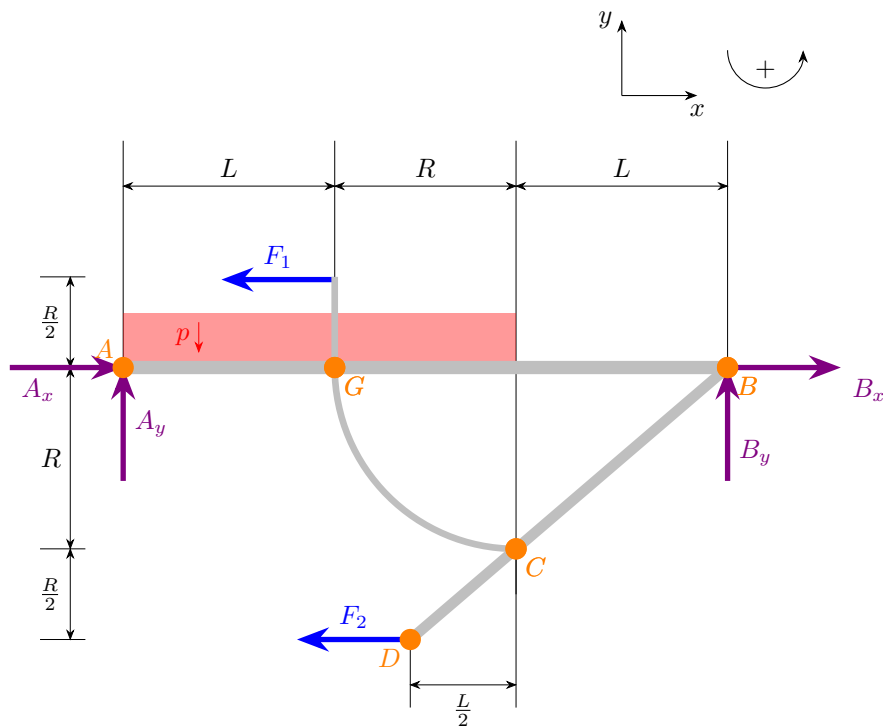


1. ábra: Cauchy feszültségi tenzor

## 1 Reakció komponensek



2. ábra: Léptékhelyes ábra



3. ábra: SZTÁ

### 1.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = A_x - F_1 - F_2$$

$$\sum F_y := 0 = A_y + B_y - p(L + R)$$

$$\sum M^A := 0 = B_y(2L + R) + F_1 \frac{R}{2} - F_2 \left( R + \frac{R}{2} \right) - p \frac{(L + R)^2}{2}$$

$$A_x = F_1 + F_2 = 6 \text{ [kN]}$$

$$B_y = F_2 \left( R + \frac{R}{2} \right) - F_1 \frac{R}{2} + p \frac{(L + R)^2}{2} = 1.85 \text{ [kN]}$$

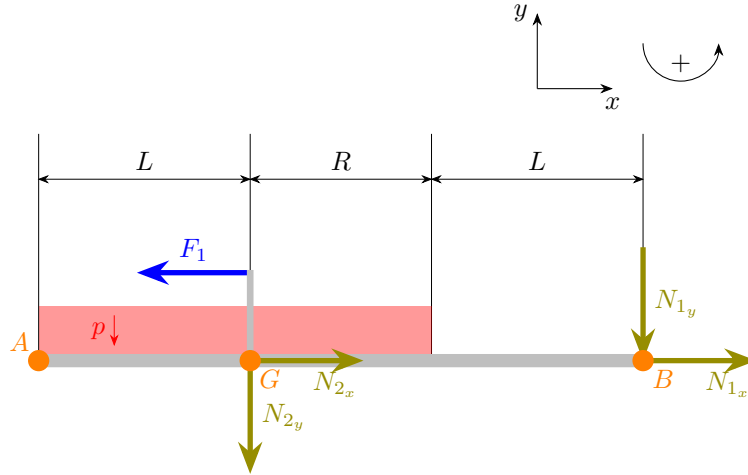
$$A_y = p(L + R) - B_y = 1.074 \text{ [kN]}$$

$$|\mathbf{A}| = 6.1 \text{ [kN]}$$

$$|\mathbf{B}| = 1.85 \text{ [kN]}$$

## 2 Csuklók és rudak

### 2.1 1-es rúd



4. ábra: SZTÁ

#### 2.1.1 Egyensúlyi képletek

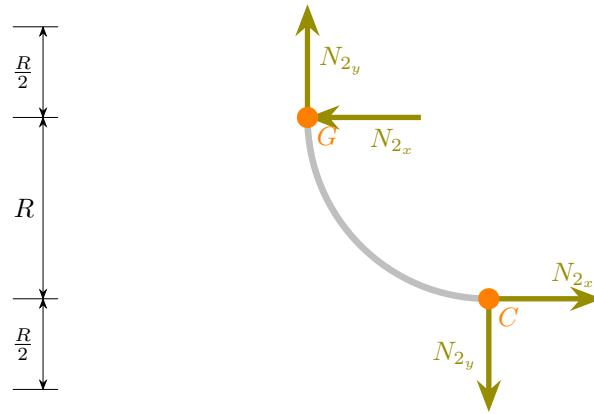
$$\sum F_x := 0 = A_x - F_1 + N_{2x} + N_{1x}$$

$$\sum F_y := 0 = A_y - p(L + R) - N_{2y} - N_{1y}$$

$$\sum M^B := 0 = N_{2y}(L + R) + F_1 \frac{R}{2} + p(L + R) \left( L + \frac{L + R}{2} \right) - A_y(2L + R)$$

$$N_{2y} = \frac{A_y 2L + R - F_1 \frac{R}{2} - p(L + R) \left( L + \frac{L + R}{2} \right)}{L + R} = -2.0775 \text{ [kN]}$$

## 2.2 2-es rúd

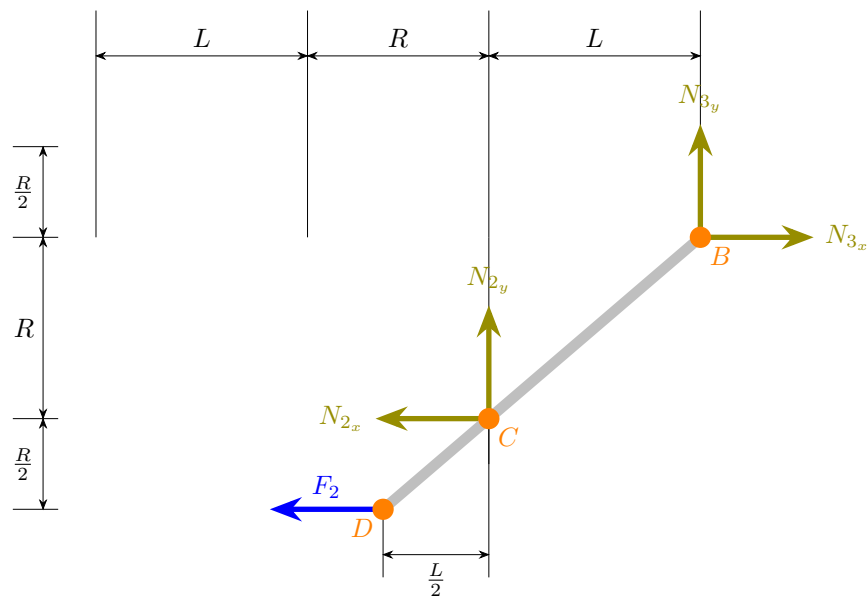


5. ábra: SZTÁ

### 2.2.1 Egyensúlyi képletek

$$\begin{aligned}\sum F_x &:= 0 = -N_{2_x} + N_{2_x} \\ \sum F_y &:= 0 = -N_{2_y} + N_{2_y} \\ \sum M &:= 0 = 0\end{aligned}$$

## 2.3 3-as rúd



6. ábra: SZTÁ

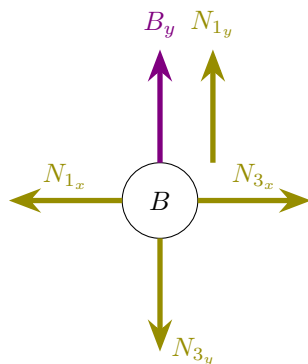
### 2.3.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = -F_2 + N_{3x} - N_{2x}$$

$$\sum F_y := 0 = N_{2y} + N_{3y}$$

$$\sum M^C := 0 = -F_2 \frac{R}{2} - N_{3x}(R) + N_{3y}(L)$$

## 2.4 B pont



7. ábra: SZTÁ

### 2.4.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = -N_{1_x} + N_{3_x}$$

$$\sum F_y := 0 = N_{1_y} + B_y - N_{3_y}$$

## 2.5 Összegzés

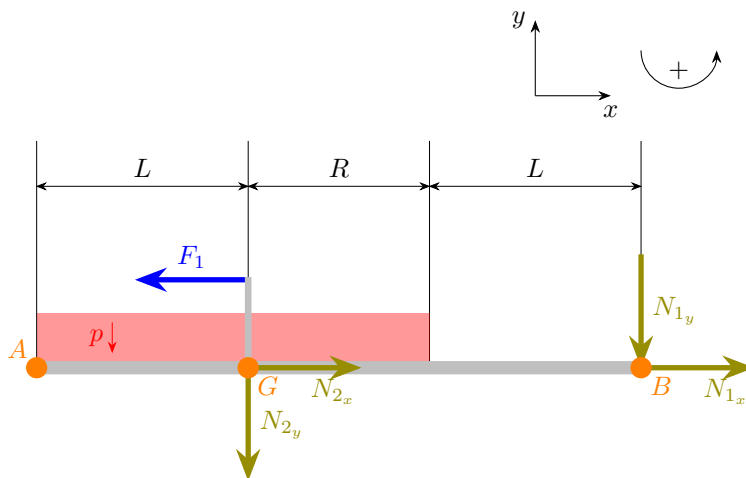
$$N_1 = \begin{bmatrix} 0.92375 \\ 0.2265 \end{bmatrix} \text{ [kN]}$$

$$N_2 = \begin{bmatrix} -2.0775 \\ -2.0775 \end{bmatrix} \text{ [kN]}$$

$$N_3 = \begin{bmatrix} 0.92375 \\ 2.0775 \end{bmatrix} \text{ [kN]}$$



### 3 1-es rúd igénybevételei

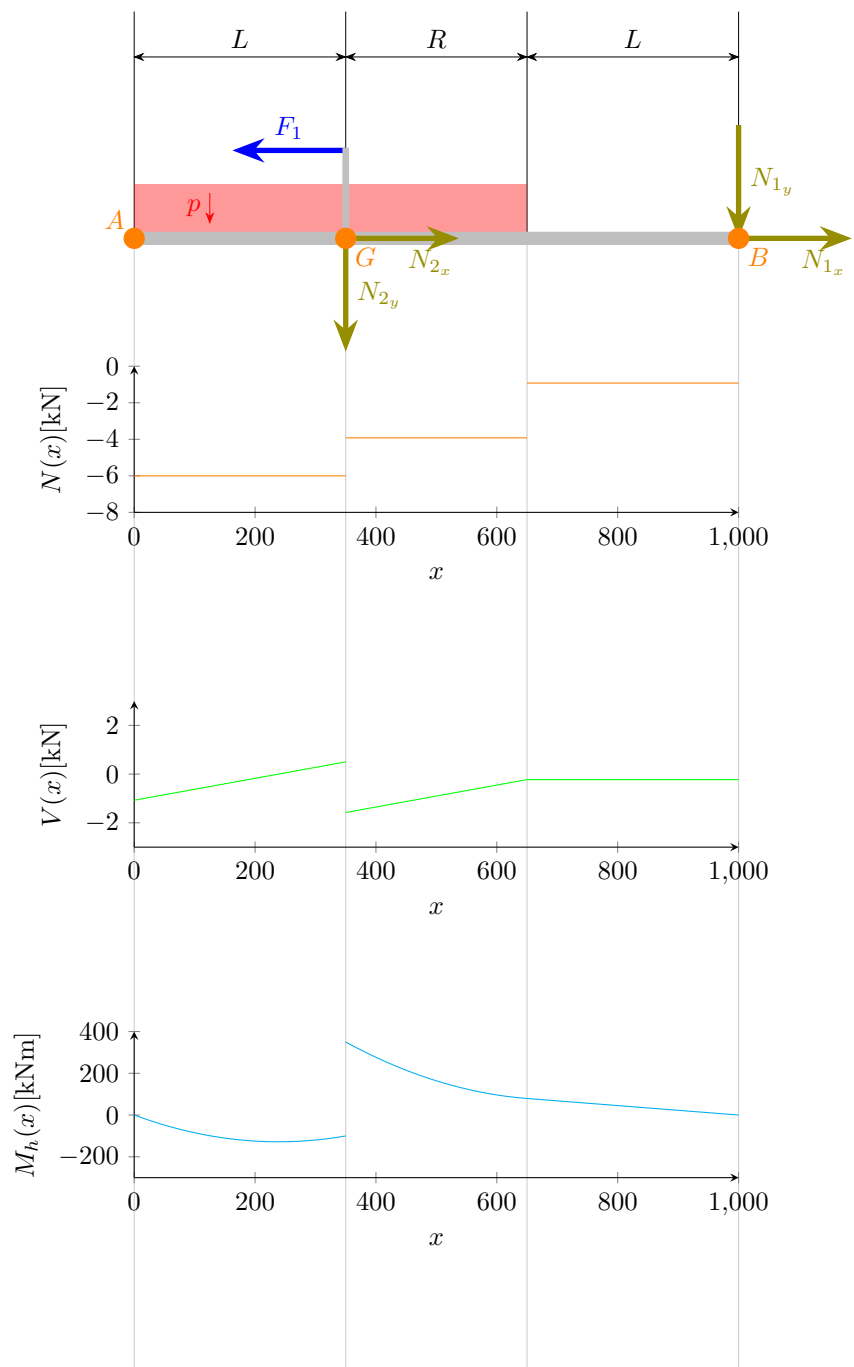


8. ábra: SZTÁ

#### 3.1 Függvények

$x$	$0 < x < L$	$L < x < L + R$	$L + R < x < 2L + R$
$N$	$-A_x$	$-A_x - N_{2x} + F_1$	$-A_x - N_{2x} + F_1$
$V$	$-A_y + px$	$px - A_y + N_{2y}$	$p(L + R) - A_y + N_{2y}$
$M_h$	$-A_y x + p \frac{x^2}{2}$	$-A_y x + p \frac{x^2}{2} + N_{2y}(x - L) + F_1 \frac{R}{2}$	$-A_y x + p(L + R) \left( L - \frac{L+R}{2} \right) + N_{2y}(x - L) + F_1 \frac{R}{2}$

### 3.2 Ábrázolás



## 4 Méretezés

### 4.1 Veszélyes keresztmetszet

$$M_{h_{\max}} = M_h(L) = 0.35 \text{ [kNm]}$$

### 4.2 Keresztmetszeti tényező

$$\left| \frac{M_h}{K_x} \right| = \sigma$$
$$K_{x_{\min}} = \frac{M_{h_{\max}}}{\sigma_{\text{meg}}} = 3.5 \text{ [cm}^3\text{]}$$

$$\sigma = \frac{M_{h_{\max}}}{I_x} y$$
$$e = \frac{b}{2}$$

$$K_{x_{\min}} = \frac{I_x}{e} = \frac{65}{243} b^3$$
$$b = 23.66 \approx 24 \text{ [mm]}$$

## 5 Helyettesítés U-szelvénnnyel

166

## 6 U-szelvény ellenőrzése normálerő hatására

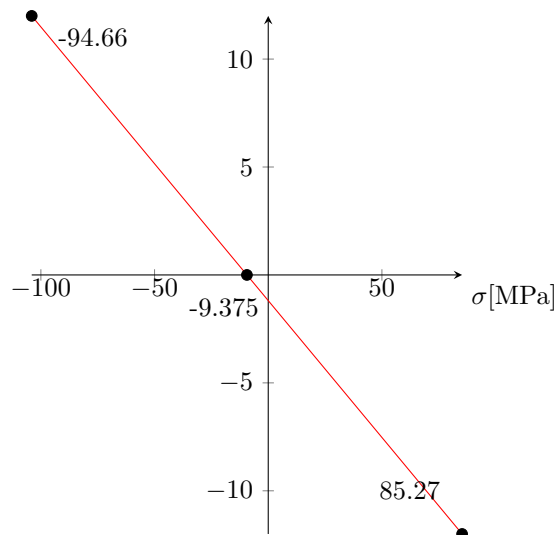
### 6.1 Ellenőrzés

$$N(L) = -6 \text{ [kN]}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_x} y$$
$$A = 2b \cdot b - f \cdot b = \frac{10}{9} b^2$$
$$I_x = \frac{65}{486} b^4$$

$$\sigma_{\max}^{(1)} = \sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{M_{h_{\max}}}{I_x} e = -94.66 \text{ [MPa]}$$
$$|\sigma_e| > \sigma_{\text{meg}} \Rightarrow b^* = b$$

## 6.2 Normálerő ábrázolása



## 7 Nyírásból adódó csúsztató feszültség

### 7.1 Függvény

$$V_{\max} = V_x(L + R) = -1.5765 \text{ [kN]}$$

$$\tau_z(y) = \frac{V_{\max} \cdot S(y)}{I_x \cdot a(y)}$$

#### 7.1.1 Kettébontás

$$\textcircled{1} \Rightarrow 0 < y < \frac{1}{3}b$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \frac{1}{3}b < y < \frac{1}{2}b$$

$$S_1(y) = A_1(y) \cdot k_1(y)$$

$$S_2(y) = S_1\left(\frac{2}{3}b\right) + A_2(y) \cdot k_2(y)$$

$$\begin{aligned} A_1(y) &= \left[ \frac{b}{6} - \left( y - \left[ \frac{b}{2} - \frac{b}{6} \right] \right) \right] \cdot 2b \\ &= b^2 - 2by \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2(y) &= 2 \left( \frac{b}{3} \left[ \left( \frac{b}{2} - \frac{b}{6} \right) - y \right] \right) \\ &= \frac{2}{9}b^2 - \frac{2}{3}by \end{aligned}$$

$$k_1(y) = \frac{\frac{b}{2} + y}{2} = \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}y$$

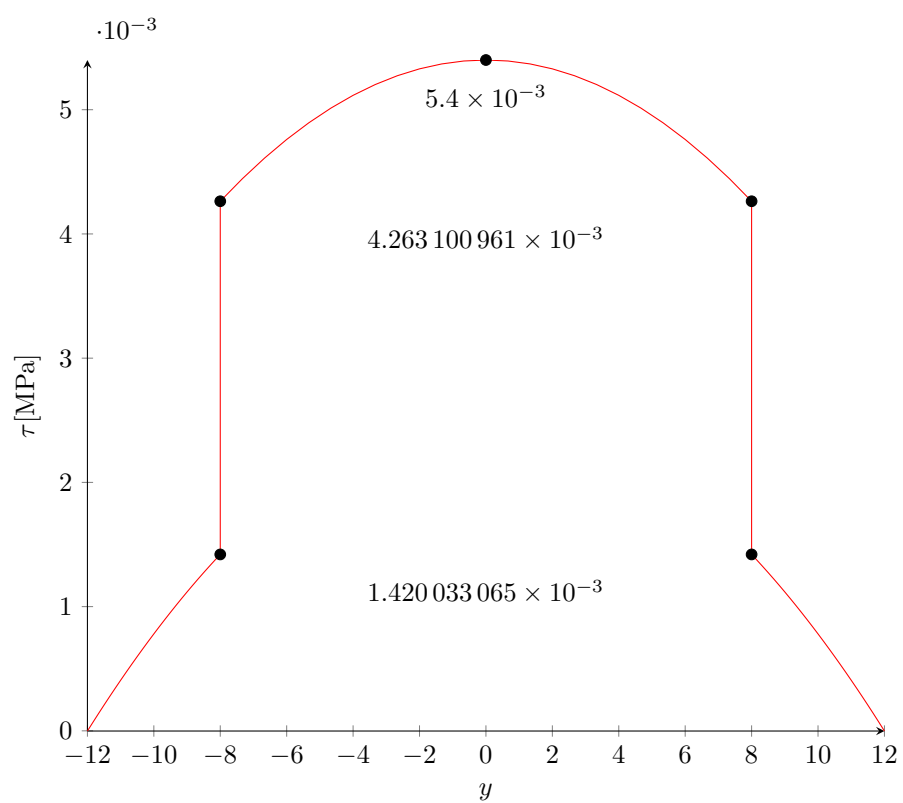
$$k_2(y) = \frac{y + \left( \frac{b}{2} - \frac{b}{6} \right)}{2} = \frac{1}{6}b + \frac{1}{2}y$$

$$\tau_{z_1}(y) = -1.776\,841\,346 \times 10^{-5}y^2 + 2.557\,211\,538 \times 10^{-3}$$

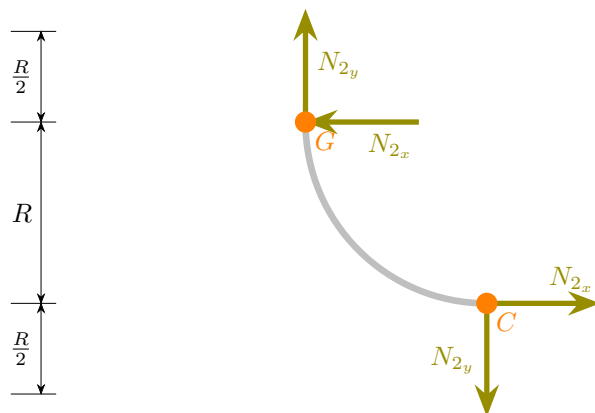
$$\tau_{z_2}(y) = -1.776\,404\,748 \times 10^{-5}y^2 + 5.4 \times 10^{-3}$$

$$\tau_{\max}^{(1)} = \tau_{z_2}(0) = 5.4 \text{ [MPa]}$$

## 7.2 Ábrázolás



## 8 2-es rúd igénybevételei



9. ábra: SZTÁ

### 8.1 Függvények

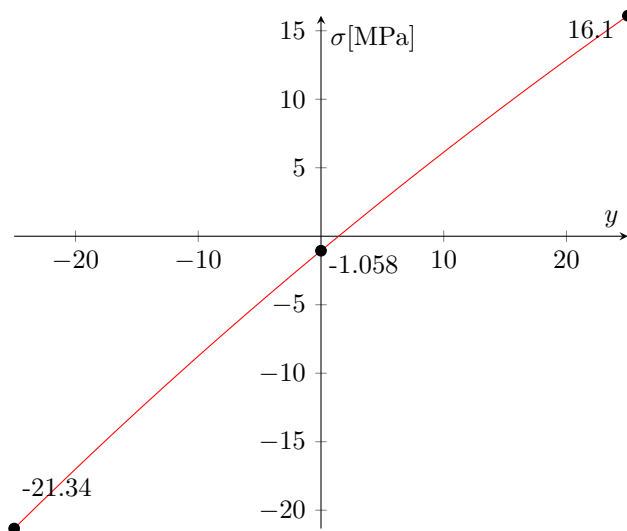
$$\phi = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} N(\phi) &= N_{2x} \cdot \cos \phi + N_{2y} \cdot \cos (90^\circ - \phi) \\ &= N_{2x} \cdot \cos \phi + N_{2y} \cdot \sin \phi \\ N(30^\circ) &= -2837.92 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\phi) &= -N_{2x} \cdot \sin \phi + N_{2y} \cdot \sin \phi \\ V(30^\circ) &= -760.42 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_h(\phi) &= N_{2x} \cdot R (1 - \cos \phi) - N_{2y} \cdot R \sin \phi \\ M_h(30^\circ) &= 228\,125.3329 \text{ [Nmm]} \end{aligned}$$

## 8.2 Normálfeszültség ábrázolása



## 8.3 Maximális normálfeszültség

$$\frac{R}{d} = 6 \Rightarrow \sigma(y) = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{R \cdot A} + \frac{M_h}{I_x} \cdot \frac{R \cdot y}{R + y}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 625\pi$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{390625}{4} \pi$$

$$\sigma\left(\frac{d}{2}\right) = 16.1 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma(0) = -1.058 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma\left(-\frac{d}{2}\right) = -21.34 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{K,\max}^{(2)} = \sigma\left(-\frac{d}{2}\right) = -21.34 \text{ [MPa]}$$



## 9 3-as rúd hajlítása

$$c = 30 \text{ [mm]}$$

### 9.1 Zérus és $y_3$ tengely szöge

$$I_{x_3} = \frac{(3c)(2c)^3}{36} = 5.4 \times 10^5 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$I_{y_3} = \frac{(2c)(3c)^3}{36} = 1.215 \times 10^6 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$I_{xy_3} = \frac{(2c)^2(3c)^2}{72} = -4.05 \times 10^5 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$I_{1;2} = \frac{I_{x_3} + I_{y_3}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_3} - I_{y_3})^2 + 4I_{xy_3}^2}$$

$$I_1 = 1\,404\,691.853 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$I_2 = 350\,308.1469 \text{ [mm}^4\text{]}$$

$$\alpha = \arctan \left( \frac{I_{x_3} - I_1}{I_{xy_3}} \right) = 64.9^\circ$$

$$M_h = -F_2 \frac{R}{2} = -0.45 \text{ [kNm]}$$

$$M_{h_\xi} = |M_h| \cdot \cos \alpha = 190\,889.7402 \text{ [Nmm]}$$

$$M_{h_\eta} = |M_h| \cdot \sin \alpha = -407\,505.9596 \text{ [Nmm]}$$

$$\beta = \arctan \left( \frac{M_{h_\eta} \cdot I_1}{M_{h_\xi} \cdot I_2} \right) = -83.3367^\circ$$

$$\beta_0 = \alpha + \beta = -18.437^\circ$$

### 9.2 Maximális normálfeszültség

$$\xi(x; y) = x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha$$

$$\eta(x; y) = y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha$$

$$\sigma(x; y) = \frac{M_{h_\xi}}{I_1} \eta(x; y) - \frac{M_{h_\eta}}{I_2} \xi(x; y)$$

$$\sigma_A = \sigma \left( -c; \frac{4}{3}c \right) = 33.331 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_B = \sigma \left( -c; -\frac{2}{3}c \right) = -33.334 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_C = \sigma \left( 2c; -\frac{2}{3}c \right) = 2.520\,804\,29 \times 10^{-3} \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_B = -33.334 \text{ [MPa]}$$