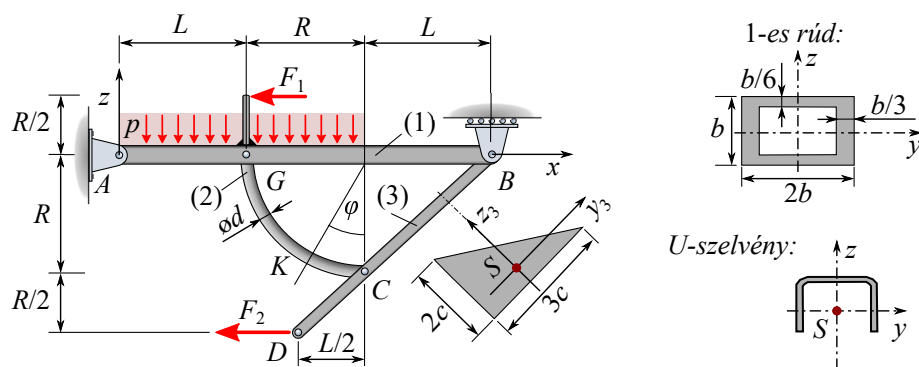


BME Gépészmérnöki Kar	SZILÁRDSÁGTAN	Név: Vári Gergő
Műszaki Mechanikai Tanszék	1. HÁZI FELADAT	Neptun kód: MQHJOH
2024/25 II.	Határidő: lásd Moodle	Késedelmes beadás: <input type="checkbox"/> Javítás: <input type="checkbox"/>
Nyilatkozat: Aláírással igazolom, hogy a házi feladatot saját magam készítettem el, az abban leírtak saját megértésemet tükrözik.		Aláírás: Vári Gergő

Csak a formai követelményeknek megfelelő feladatokat értékeljük! <http://www.mm.bme.hu/targyak/bsc/sziltan>

Feladatkitűzés

Az ábrán vázolt szerkezet mindhárom rúdja csuklósan kapcsolódik, anyaguk homogén, izotrop, lineárisan rugalmas. Az (1)-es rúd keresztmetszete az ábrán látható téglalap alakú zárt szelvény, a negyedkörív alakú (2)-es rúd kör, míg a (3)-as rúd háromszög. Az (1)-es rúd anyagára megengedett feszültség σ_{meg} .



Adatok

R [m]	L [m]	d [mm]	c [mm]	F_1 [kN]	F_2 [kN]	p [kN/m]	σ_{meg} [MPa]
0.3	0.35	50	30	3	3	4.50	100

(Rész)eredmények

$ A $ [kN]	$ B $ [kN]	$M_{h,\max}^{(1)}$ [kNm]	$K_{y,\min}$ [cm ³]	b [mm]	Szerv.sorszám
6.1	1.85	0.35	3.5	24	166
$\sigma_{\max}^{(1)}$ [MPa]	$V_{\max}^{(1)}$ [kN]	$ \tau_{\max}^{(1)} $ [MPa]	$\sigma_{K,\max}^{(2)}$ [MPa]	$\sigma_{C,\max}^{(3)}$ [MPa]	β_{zerus} [°]
-94.66	1.576	5.4	-21.331	33.333	-18.435

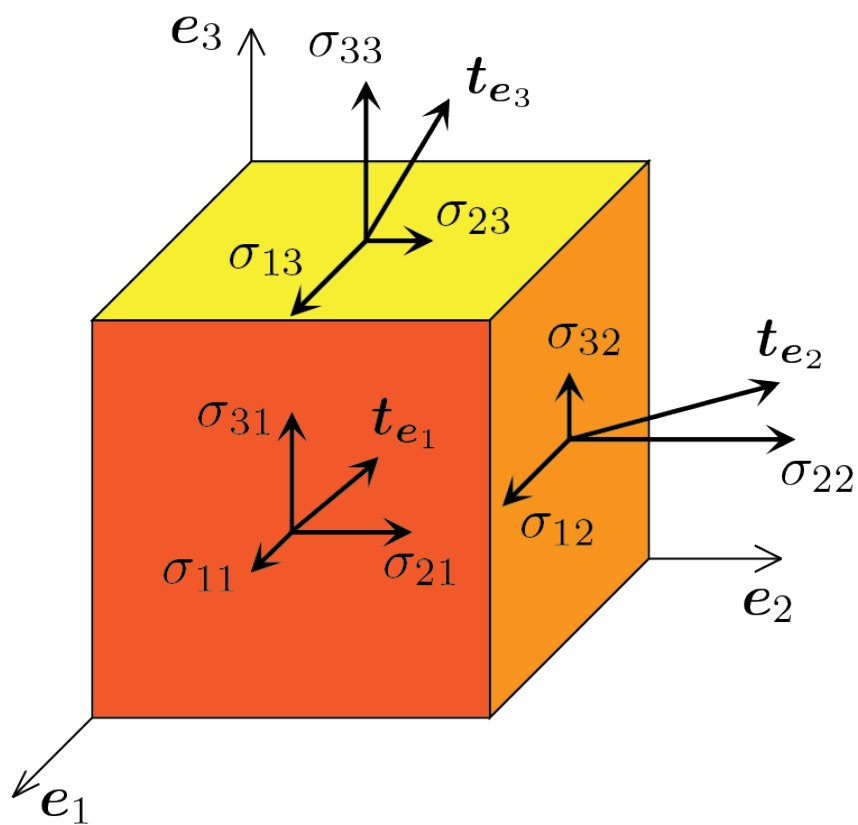
Pontozás

Minimumfeladat	Feladatok						Dokumentáció	Összesen
	4.	5.	6.	7.	8.	9.		
	/4	/2	/3	/4	/3	/4	/5	/25

Szilárdságtan HF1

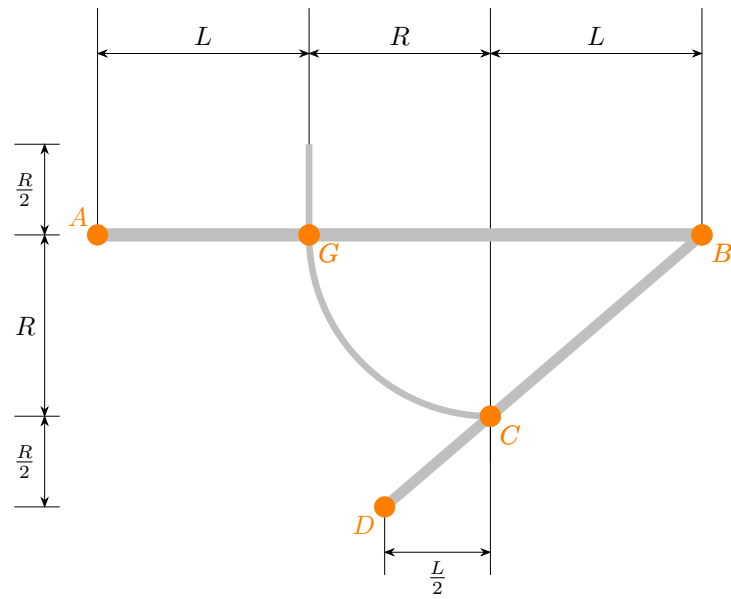
Vári Gergő

2025. március 30.

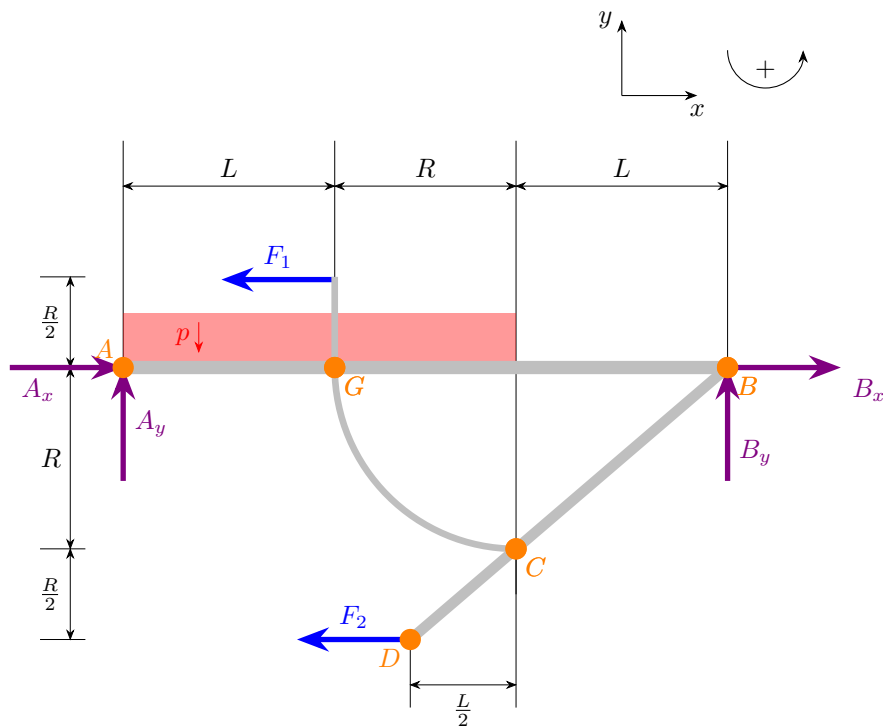


1. ábra: Cauchy feszültségi tenzor

1 Reakció komponensek



2. ábra: Léptékhelyes ábra



3. ábra: SZTÁ

1.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = A_x - F_1 - F_2$$

$$\sum F_y := 0 = A_y + B_y - p(L + R)$$

$$\sum M^A := 0 = B_y(2L + R) + F_1 \frac{R}{2} - F_2 \left(R + \frac{R}{2} \right) - p \frac{(L + R)^2}{2}$$

$$A_x = F_1 + F_2 = 6 \text{ [kN]}$$

$$B_y = F_2 \left(R + \frac{R}{2} \right) - F_1 \frac{R}{2} + p \frac{(L + R)^2}{2} = 1.85 \text{ [kN]}$$

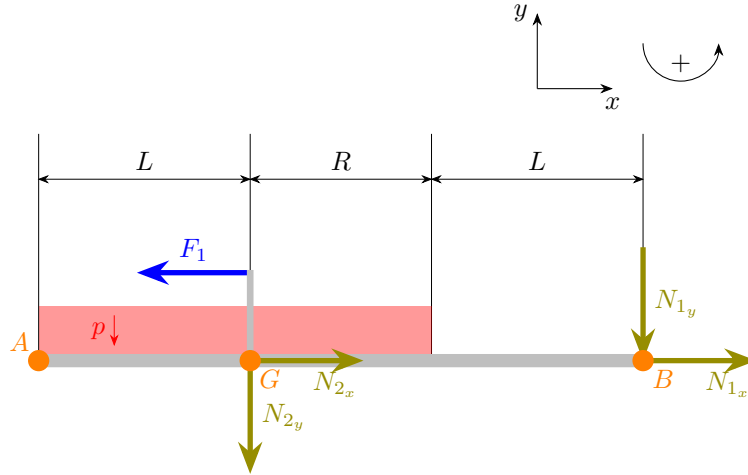
$$A_y = p(L + R) - B_y = 1.074 \text{ [kN]}$$

$$|\mathbf{A}| = 6.1 \text{ [kN]}$$

$$|\mathbf{B}| = 1.85 \text{ [kN]}$$

2 Csuklók és rudak

2.1 1-es rúd



4. ábra: SZTÁ

2.1.1 Egyensúlyi képletek

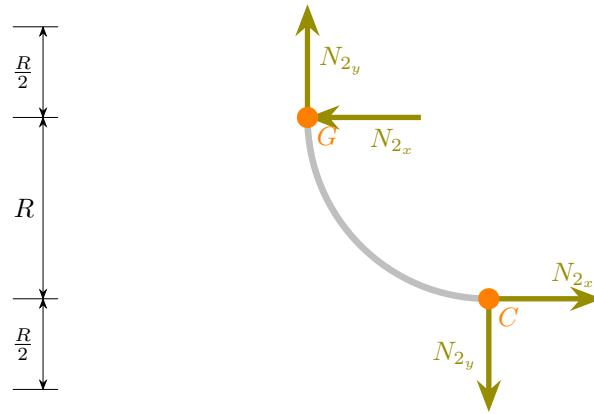
$$\sum F_x := 0 = A_x - F_1 + N_{2x} + N_{1x}$$

$$\sum F_y := 0 = A_y - p(L + R) - N_{2y} - N_{1y}$$

$$\sum M^B := 0 = N_{2y}(L + R) + F_1 \frac{R}{2} + p(L + R) \left(L + \frac{L + R}{2} \right) - A_y(2L + R)$$

$$N_{2y} = \frac{A_y 2L + R - F_1 \frac{R}{2} - p(L + R) \left(L + \frac{L + R}{2} \right)}{L + R} = -2.0775 \text{ [kN]}$$

2.2 2-es rúd

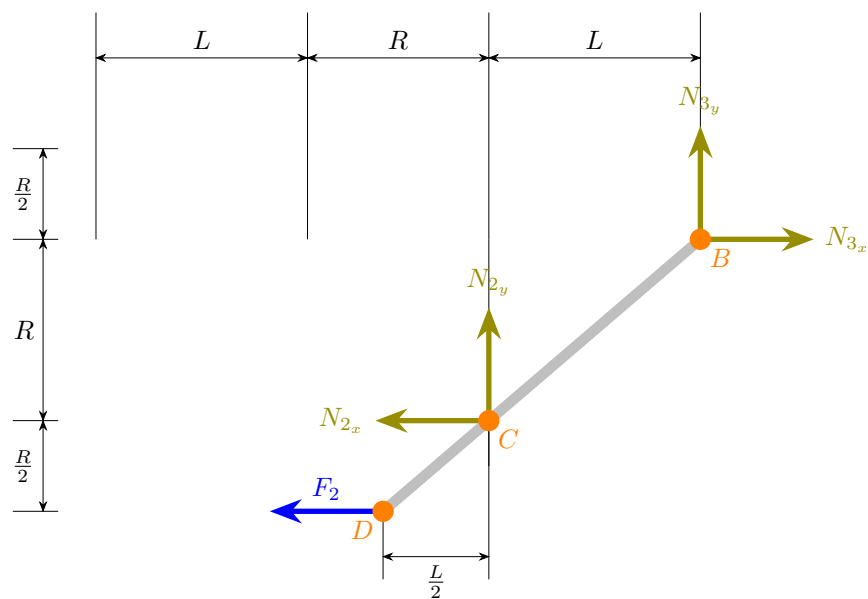


5. ábra: SZTÁ

2.2.1 Egyensúlyi képletek

$$\begin{aligned}\sum F_x &:= 0 = -N_{2_x} + N_{2_x} \\ \sum F_y &:= 0 = -N_{2_y} + N_{2_y} \\ \sum M &:= 0 = 0\end{aligned}$$

2.3 3-as rúd



6. ábra: SZTÁ

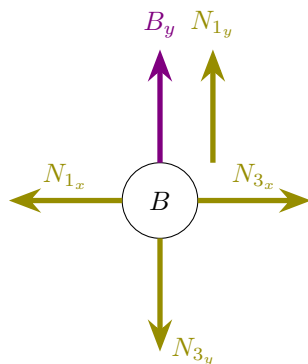
2.3.1 Egyensúlyi képletek

$$\sum F_x := 0 = -F_2 + N_{3x} - N_{2x}$$

$$\sum F_y := 0 = N_{2y} + N_{3y}$$

$$\sum M^C := 0 = -F_2 \frac{R}{2} - N_{3x}(R) + N_{3y}(L)$$

2.4 B pont



7. ábra: SZTÁ

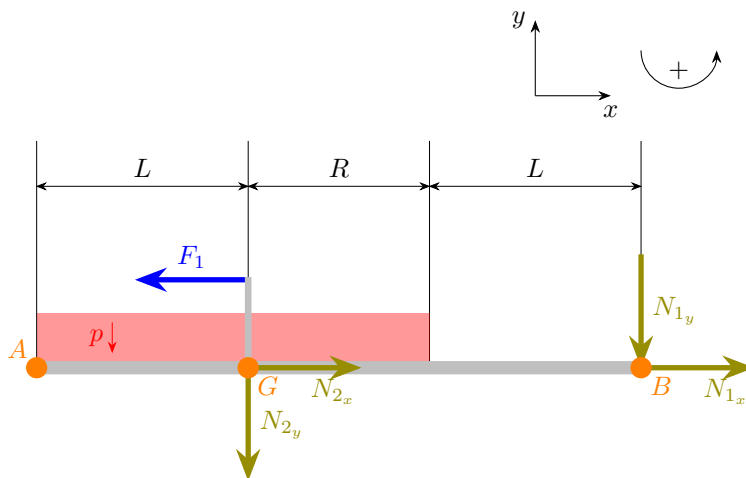
2.4.1 Egyensúlyi képletek

$$\begin{aligned}\sum F_x &:= 0 = -N_{1_x} + N_{3_x} \\ \sum F_y &:= 0 = N_{1_y} + B_y - N_{3_y}\end{aligned}$$

2.5 Összegzés

$$\begin{aligned}N_1 &= \begin{bmatrix} 0.92375 \\ 0.2265 \end{bmatrix} \text{ [kN]} \\ N_2 &= \begin{bmatrix} -2.0775 \\ -2.0775 \end{bmatrix} \text{ [kN]} \\ N_3 &= \begin{bmatrix} 0.92375 \\ 2.0775 \end{bmatrix} \text{ [kN]}\end{aligned}$$

3 1-es rúd igénybevételei

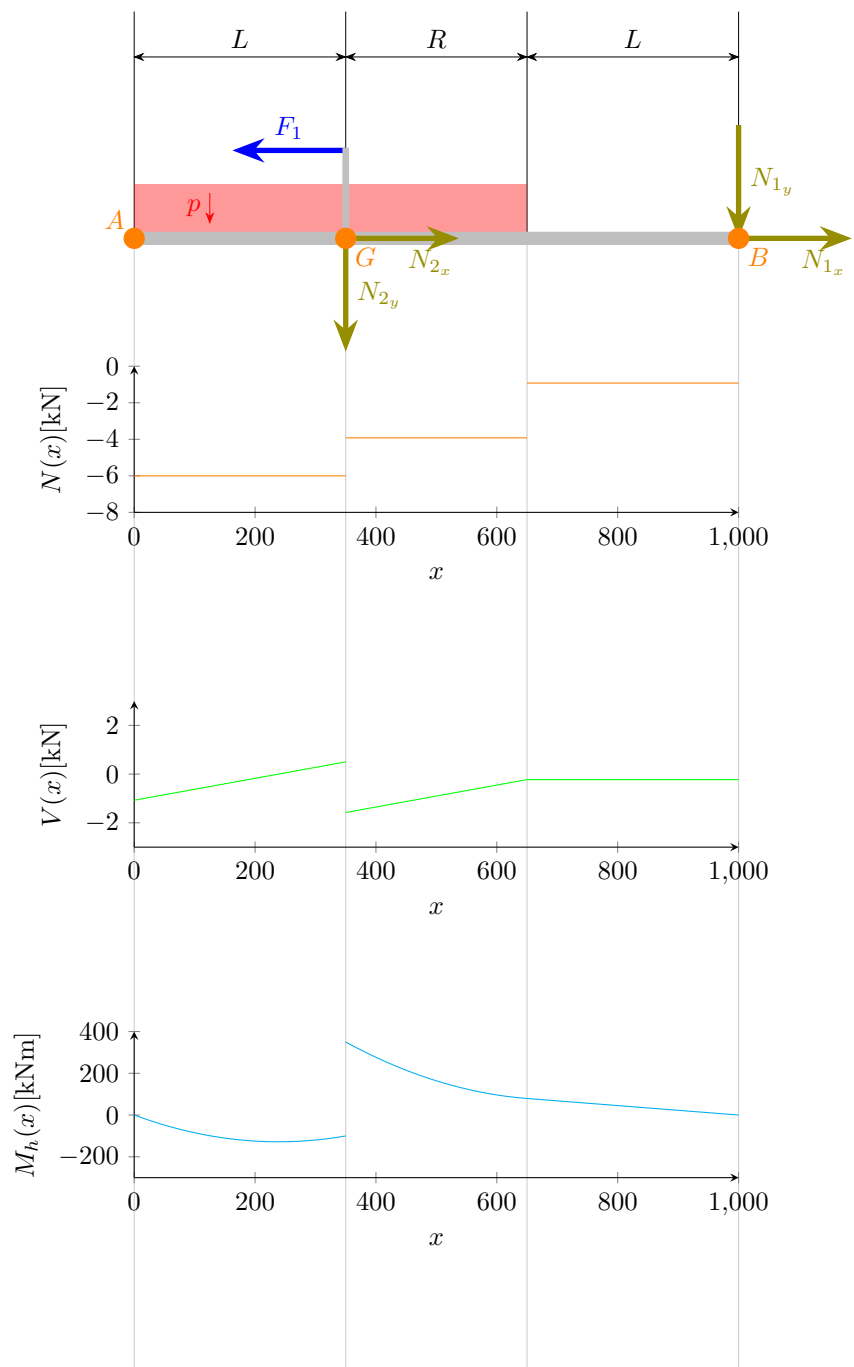


8. ábra: SZTÁ

3.1 Függvények

x	$0 < x < L$	$L < x < L + R$	$L + R < x < 2L + R$
N	$-A_x$	$-A_x - N_{2x} + F_1$	$-A_x - N_{2x} + F_1$
V	$-A_y + px$	$px - A_y + N_{2y}$	$p(L + R) - A_y + N_{2y}$
M_h	$-A_y x + p \frac{x^2}{2}$	$-A_y x + p \frac{x^2}{2} + N_{2y}(x - L) + F_1 \frac{R}{2}$	$-A_y x + p(L + R) \left(L - \frac{L+R}{2} \right) + N_{2y}(x - L) + F_1 \frac{R}{2}$

3.2 Ábrázolás



4 Méretezés

4.1 Veszélyes keresztmetszet

Ugyan $V(x)$ nem metszi az x tengelyt és ezért $M_h(x)$ maximuma nem triviális de ez rajzolás után könnyen megállapítható.

$$M_{h_{\max}} = M_h(L) = 0.35 \text{ [kNm]}$$

4.2 Keresztmetszeti tényező

$$\left| \frac{M_h}{K_x} \right| = \sigma$$
$$K_{x_{\min}} = \frac{M_{h_{\max}}}{\sigma_{\text{meg}}} = 3.5 \text{ [cm}^3\text{]}$$

Tiszta hajlításra méretezve a keresztmetszetet:

$$\sigma = \frac{M_{h_{\max}}}{I_x} y$$
$$e = \frac{b}{2}$$

$$K_{x_{\min}} = \frac{I_x}{e} = \frac{65}{243} b^3$$
$$b = 23.66 \approx 24 \text{ [mm]}$$

5 Helyettesítés U-szelvénnnyel

Egyszerűen megtalálható az adott táblázatban.

166

6 U-szelvény ellenőrzése normálerő hatására

6.1 Ellenőrzés

$$N(L) = -6 \text{ [kN]}$$

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{I_x} y$$

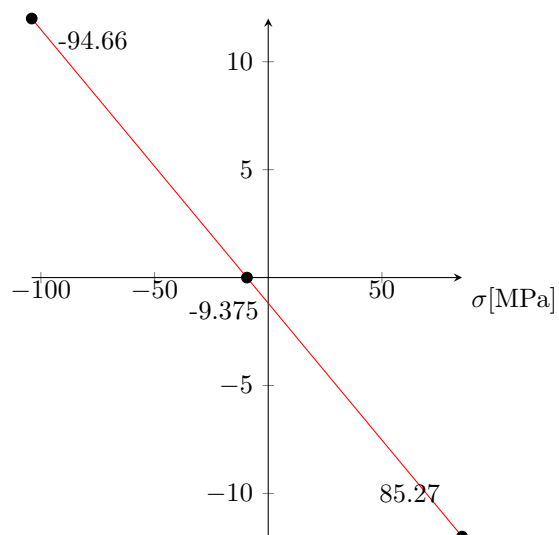
$$A = 2b \cdot b - f \cdot b = \frac{10}{9} b^2$$

$$I_x = \frac{65}{486} b^4$$

$$\sigma_{\max}^{(1)} = \sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{M_{h_{\max}}}{I_x} e = -94.66 \text{ [MPa]}$$

$$|\sigma_e| > \sigma_{\text{meg}} \Rightarrow b^* = b$$

6.2 Normálerő ábrázolása



7 Nyírásból adódó csúsztató feszültség

7.1 Függvény

$$V_{\max} = V_x(L + R) = -1.5765 \text{ [kN]}$$

A csúsztató feszültséget a VISA képlettel meg lehet kapni. (Előjellel nem foglalkozunk.)

$$\tau_z(y) = \frac{V_{\max} \cdot S(y)}{I_x \cdot a(y)}$$

7.1.1 Kettébontás

A húsvastagság változásánál felbontjuk a keresztmetszetet.

$$\textcircled{1} \Rightarrow 0 < y < \frac{1}{3}b$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow \frac{1}{3}b < y < \frac{1}{2}b$$

$$S_1(y) = A_1(y) \cdot k_1(y)$$

$$S_2(y) = S_1\left(\frac{2}{3}b\right) + A_2(y) \cdot k_2(y)$$

$$\begin{aligned} A_1(y) &= \left[\frac{b}{6} - \left(y - \left[\frac{b}{2} - \frac{b}{6} \right] \right) \right] \cdot 2b \\ &= b^2 - 2by \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2(y) &= 2 \left(\frac{b}{3} \left[\left(\frac{b}{2} - \frac{b}{6} \right) - y \right] \right) \\ &= \frac{2}{9}b^2 - \frac{2}{3}by \end{aligned}$$

$$k_1(y) = \frac{\frac{b}{2} + y}{2} = \frac{1}{4}b + \frac{1}{2}y$$

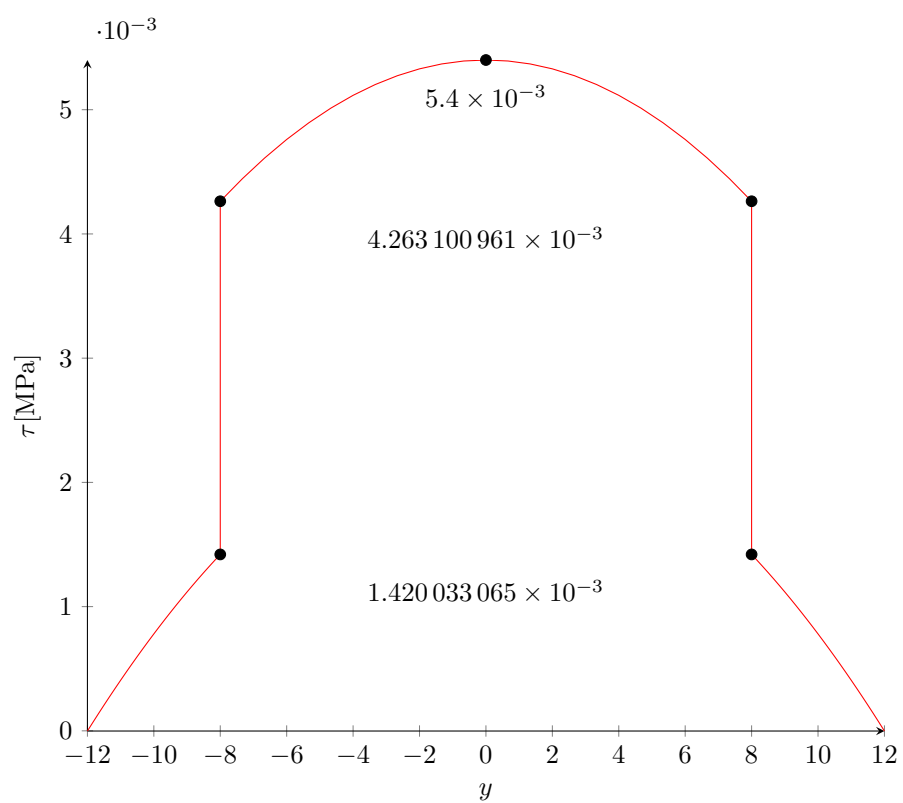
$$k_2(y) = \frac{y + \left(\frac{b}{2} - \frac{b}{6} \right)}{2} = \frac{1}{6}b + \frac{1}{2}y$$

$$\tau_{z_1}(y) = -1.776\,841\,346 \times 10^{-5}y^2 + 2.557\,211\,538 \times 10^{-3}$$

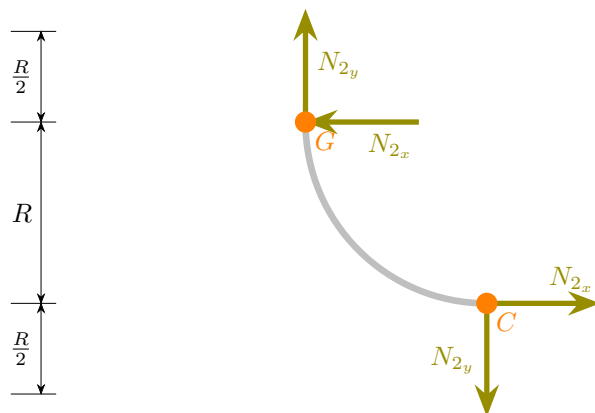
$$\tau_{z_2}(y) = -1.776\,404\,748 \times 10^{-5}y^2 + 5.4 \times 10^{-3}$$

$$\tau_{\max}^{(1)} = \tau_{z_2}(0) = 5.4 \text{ [MPa]}$$

7.2 Ábrázolás



8 2-es rúd igénybevételei



9. ábra: SZTÁ

8.1 Függvények

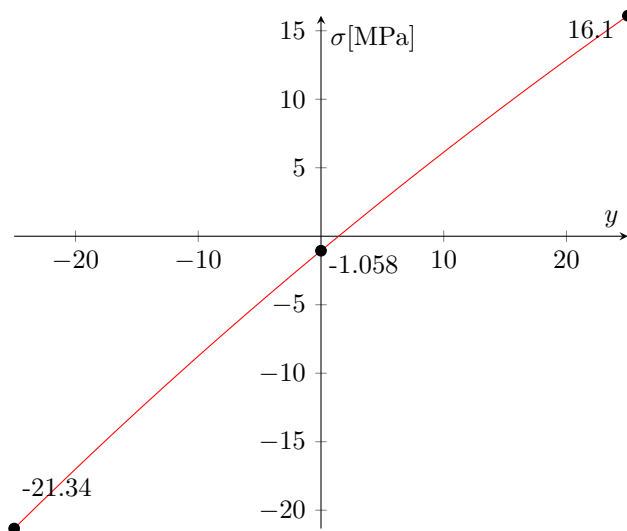
$$\phi = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} N(\phi) &= N_{2x} \cdot \cos \phi + N_{2y} \cdot \cos (90^\circ - \phi) \\ &= N_{2x} \cdot \cos \phi + N_{2y} \cdot \sin \phi \\ N(30^\circ) &= -2837.92 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(\phi) &= -N_{2x} \cdot \sin \phi + N_{2y} \cdot \sin \phi \\ V(30^\circ) &= -760.42 \text{ [N]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_h(\phi) &= N_{2x} \cdot R (1 - \cos \phi) - N_{2y} \cdot R \sin \phi \\ M_h(30^\circ) &= 228\,125.3329 \text{ [Nmm]} \end{aligned}$$

8.2 Normálfeszültség ábrázolása



8.3 Maximális normálfeszültség

$$\frac{R}{d} = 6 \Rightarrow \sigma(y) = \frac{N}{A} + \frac{M_h}{R \cdot A} + \frac{M_h}{I_x} \cdot \frac{R \cdot y}{R + y}$$

$$A = \frac{d^2 \pi}{4} = 625\pi$$

$$I_x = \frac{d^4 \pi}{64} = \frac{390625}{4} \pi$$

$$\sigma\left(\frac{d}{2}\right) = 16.1 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma(0) = -1.058 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma\left(-\frac{d}{2}\right) = -21.34 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{K, \max}^{(2)} = \sigma\left(-\frac{d}{2}\right) = -21.34 \text{ [MPa]}$$

9 3-as rúd hajlítása

$$c = 30 \text{ [mm]}$$

9.1 Zérus és y_3 tengely szöge

A főfeszültségekből kitudjuk számolni a keresett szöget.

$$\begin{aligned} I_{x_3} &= \frac{(3c)(2c)^3}{36} = 5.4 \times 10^5 \text{ [mm}^4\text{]} \\ I_{y_3} &= \frac{(2c)(3c)^3}{36} = 1.215 \times 10^6 \text{ [mm}^4\text{]} \\ I_{xy_3} &= \frac{(2c)^2(3c)^2}{72} = -4.05 \times 10^5 \text{ [mm}^4\text{]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{1;2} &= \frac{I_{x_3} + I_{y_3}}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_{x_3} - I_{y_3})^2 + 4I_{xy_3}^2} \\ I_1 &= 1\,404\,691.853 \text{ [mm}^4\text{]} \\ I_2 &= 350\,308.1469 \text{ [mm}^4\text{]} \end{aligned}$$

$$\alpha = \arctan \left(\frac{I_{x_3} - I_1}{I_{xy_3}} \right) = 64.9^\circ$$

$$\begin{aligned} M_h &= -F_2 \frac{R}{2} = -0.45 \text{ [kNm]} \\ M_{h_\xi} &= |M_h| \cdot \cos \alpha = 190\,889.7402 \text{ [Nmm]} \\ M_{h_\eta} &= |M_h| \cdot \sin \alpha = -407\,505.9596 \text{ [Nmm]} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= \arctan \left(\frac{M_{h_\eta} \cdot I_1}{M_{h_\xi} \cdot I_2} \right) = -83.3367^\circ \\ \beta_0 &= \alpha + \beta = -18.437^\circ \end{aligned}$$

9.2 Maximális normálfeszültség

$$\begin{aligned} \xi(x; y) &= x \cdot \cos \alpha + y \cdot \sin \alpha \\ \eta(x; y) &= y \cdot \cos \alpha - x \cdot \sin \alpha \end{aligned}$$

$$\sigma(x; y) = \frac{M_{h_\xi}}{I_1} \eta(x; y) - \frac{M_{h_\eta}}{I_2} \xi(x; y)$$

$$\sigma_A = \sigma \left(-c; \frac{4}{3}c \right) = 33.331 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_B = \sigma \left(-c; -\frac{2}{3}c \right) = -33.334 \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_C = \sigma \left(2c; -\frac{2}{3}c \right) = 2.520\,804\,29 \times 10^{-3} \text{ [MPa]}$$

$$\sigma_{\max} = \sigma_B = -33.334 \text{ [MPa]}$$