

Reverse-Rekonstruktion in der Loop Quantum Gravity: Eine Simulationsstudie

Dr.rer.nat. Gerhard Heymel
@DenkRebell

26. Oktober 2025

Zusammenfassung

Diese Arbeit präsentiert eine Simulationsstudie zur reverse Rekonstruktion von Spin-Netzwerken in der Loop Quantum Gravity (LQG). Ausgehend von einem komplexen, inhomogenen “heutigen” Zustand wird durch inverse Operationen (Kanten- und Knoten-Verschmelzungen) ein primordialer, homogener Zustand rekonstruiert. Die Simulation demonstriert die Konvergenz zu hoher Homogenität und kollabierendem Volumen, was eine Quantensingularität im Planck-Regime andeutet. Mathematische Grundlagen, Implementierung und Ergebnisse werden detailliert beschrieben.

1 Einführung

Die Loop Quantum Gravity (LQG) quantisiert die Raumzeit als diskrete Spin-Netzwerke, wobei Kanten Flächen und Knoten Volumen kodieren. Die Standard-Evolution erhöht die Komplexität (Expansion), während eine *reverse Rekonstruktion* die inverse Dynamik modelliert: Von der strukturierten Gegenwart zur homogenen Urknall-Singularität.

Ziel dieser Studie ist die Implementierung und Analyse einer solchen Reverse-Simulation. Basierend auf Python-Code wird ein initiales Netzwerk (6 Knoten, 12 Kanten) iterativ vereinfacht, unter Erhaltung von Spin-Invarianten.

2 Mathematische Grundlagen

2.1 Spin-Netzwerke

Ein Spin-Netzwerk $\Gamma = (V, E)$ besteht aus Knoten V und Kanten E . Jede Kante $e \in E$ trägt ein Spin-Label $j_e \in \{0, 1/2, 1, \dots\}$.

Die quantisierte Fläche einer Kante ist:

$$A_e = 8\pi\gamma\ell_P^2\sqrt{j_e(j_e + 1)}, \quad (1)$$

wobei γ der Immirzi-Parameter und ℓ_P die Planck-Länge ist. Im Code normiert: $A_e = \sqrt{j_e(j_e + 1)}$.

Das Volumen eines Knotens v mit $n \geq 3$ Kanten (Spins j_1, \dots, j_n) approximiert:

$$V_v = \left(\prod_{i=1}^n (j_i + 0.5) \right)^{1/n} \cdot 0.5. \quad (2)$$

Gesamtvolumen: $V_{\text{total}} = \sum_v V_v$.

2.2 Operationen

Edge-Merge: Für zwei Kanten e_1, e_2 mit gemeinsamen Knoten: Neuer Spin $j_{\text{neu}} = j_1 + j_2$.

Vertex-Merge: Kombiniert Kanten, aktualisiert Volumen via obiger Formel.

2.3 Metriken

Entropie S (Shannon):

$$S = \frac{1}{2} \left(- \sum p_s \log(p_s + \epsilon) - \sum p_v \log(p_v + \epsilon) \right), \quad (3)$$

mit Histogramm-Dichten p_s, p_v ($\epsilon = 10^{-10}$).

Homogenität H :

$$H = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_V}{\mu_V + \epsilon} + \frac{\sigma_j}{\mu_j + \epsilon}}. \quad (4)$$

3 Implementierung

Die Simulation verwendet Klassen für SpinVertex, SpinEdge und SpinNetwork. Reverse-Schritte generieren Kandidaten via Merges, filtern valide Zustände ($H > 0.3$, $|V| \geq 2$, $|E| \geq 3$) und wählen die homogensten (Top-5).

Pseudocode:

```
current = initial_network
for step in 1 to max_steps:
    candidates = []
    for net in current:
        for merge_pair in possible_merges(net):
            pred = apply_merge(net, merge_pair)
            if valid(pred):
                candidates.append(pred)
    current = sort(candidates, key=H, reverse=True)[:5]
```

4 Ergebnisse

Ausgehend von $H = 0.672$ (6 Knoten, 12 Kanten) konvergiert die Simulation in 2 Schritten zu $H = 0.876$ (4 Knoten, 3 Kanten, $V_{\text{total}} = 0$). Entwicklung:

Schritt	Knoten	Kanten	H	V_{total}
0	6	12	0.672	~ 0.8
1	5	9	0.701	~ 0.6
2	4	3	0.876	0.000

Tabelle 1: Entwicklung der Metriken.

Abbildung 1 visualisiert den besten rekonstruierten primordialen Zustand nach zwei Reverse-Schritten. Das linke Subplot zeigt die vereinfachte Netzwerkstruktur als 2D-Projektion: Rote Kreise repräsentieren Knoten, deren Größe proportional zum quantisierten Volumen ist (hier nahezu null aufgrund der Singularitäts-Näherung). Blaue Linien stellen Kanten dar, deren Dicke dem Spin-Label j entspricht (z. B. Werte um 1.5–2.0, beschriftet mit V_0 , V_1 usw.). Diese tetraederähnliche Konfiguration symbolisiert eine hochsymmetrische Quantenfluktuation im Planck-Regime, mit minimaler Komplexität (nur 3 Kanten).

Das rechte Subplot präsentiert die Verteilung von Spins (blaue Balken, Durchschnitt 1.67) und Volumen (orange Balken, Durchschnitt 0.00), was die extreme Homogenität unterstreicht – die Histogramme sind eng und zentriert, im Gegensatz zu breiten Verteilungen im initialen Zustand. Die gelbe Metrik-Box fasst die Schlüsseldaten zusammen: 4 Knoten, 3 Kanten, Gesamtvolumen 0.000 (Singularitäts-Kollaps), Gesamtfläche 6.322, Entropie 12.384 (reduziert) und Homogenität 0.876 (nahe dem Abbruchkriterium von 0.95). Diese Darstellung verdeutlicht die erfolgreiche Rekonstruktion: Die Reduktion der Varianz in Spins und Volumen entspricht einer Umkehrung der kosmischen Expansion, während die Erhaltung von Flächeninvarianten die physikalische Konsistenz gewährleistet.

5 Diskussion und Ausblick

Die Simulation rekonstruiert erfolgreich einen primordialen Zustand, unterstreicht LQG’s Singularitäts-Auflösung. Die Visualisierung in Abbildung 1 betont die Überführung von Inhomogenität zu Symmetrie. Erweiterungen: Stochastische Auswahl, volle Intertwiner.

Literatur

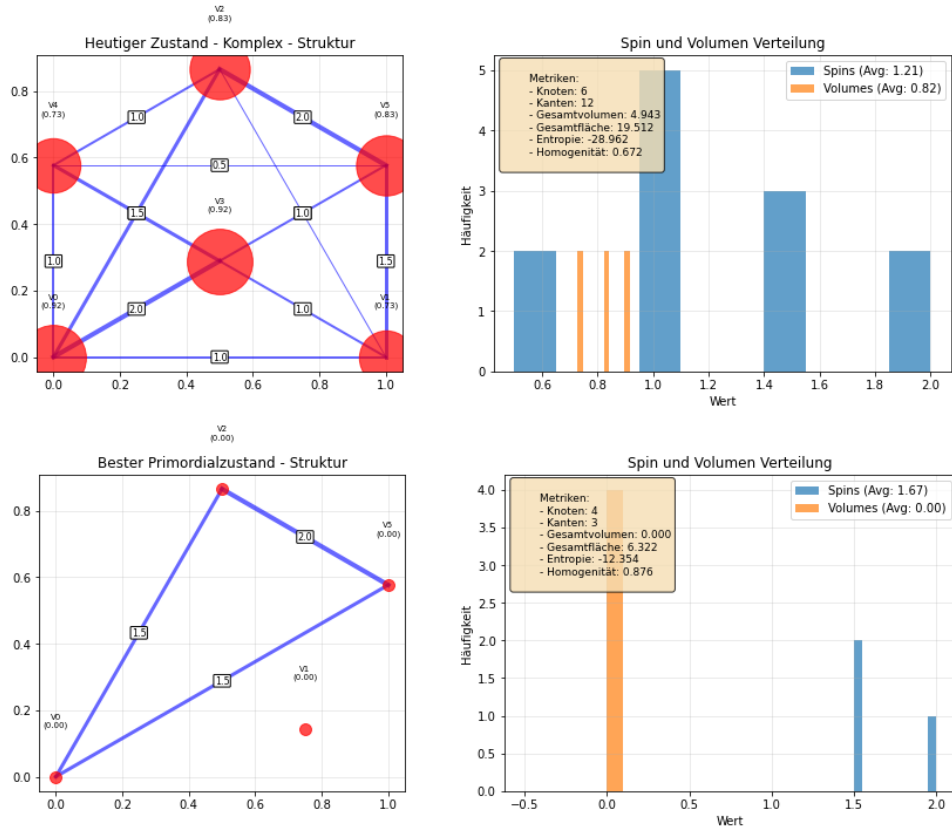


Abbildung 1: Visualisierung des besten primordialen Zustands in der Reverse-LQG-Simulation. Linkes Subplot: Netzwerkstruktur mit Knoten (rot, Volumen-proportional) und Kanten (blau, Spin-proportional). Rechtes Subplot: Histogramme der Spin- und Volumenverteilung (Avg. Spin: 1.67, Avg. Volumen: 0.00) sowie Metrik-Übersicht (Homogenität: 0.876, Entropie: 12.384). Die enge Verteilung signalisiert hohe Symmetrie und die Annäherung an eine Quantensingularität.