UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS
Y DE LA ESPECIALIZACIÓN EN ESTADÍSTICA APLICADA

TITULO DEL TRABAJO DE TESIS

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

PRESENTA:
FULANO DE TAL

DIRECTOR DE LA TESIS:
MENGANO PÉREZ
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS

MÉXICO, D.F. 11 DE JUNIO DE 2017

Dedicado a alguien, poner aquí, o una frase pegajosa o algo

Agradecimientos

Agradezco al Doctor Megano Pérez por su paciencia

También agradezco a Fulanito

A la doctora Zutana por su apoyo y consejos.

A mis sinodales, ya que siempre es parte del protocolo

Agradezco a CONACyT, ya que ésto también es parte del protocolo cuando le dan a uno dinero por estudiar.

Introducción

Agregar texto introductorio aquí

Índice general

1 Preliminares

Esta plantilla permite la escritura de una tesis completa incluyendo además comandos adicionales que hacen más fácil el trabajo de escritura

El archivo *premable.tex* contiene los comandos especiales de acuerdo a los requerimientos de cada documento, puede ser modificado libremente. Es importante si se van a usar paquetes adicionales agregarlos ahí para poder compilar correctamente cada capítulo por separado.

1.1. Imágenes

Todas las imágenes se deben guardar en la carpeta *imagenes*. Luego pueden ser incluidas en el documento con el comando usual:

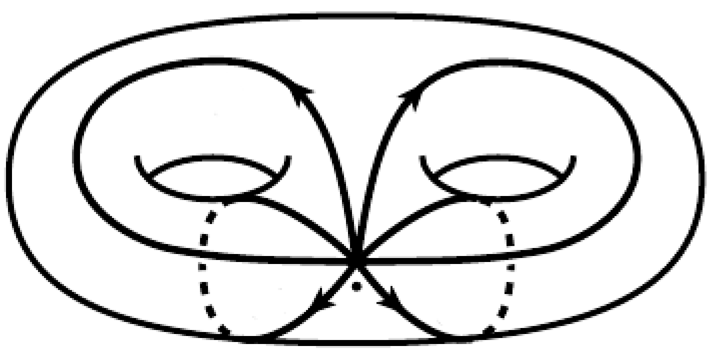

Figura 1.1: Ejemplo de figura. Un toro doble

Como siempre una imagen puede ser referida posteriormente, como la figura 1.1 que insertamos hace rato.

Otro comando importante es `\figurapendiente` que como su nombre lo indica permite añadir un recuadro en el lugar donde posteriormente pondremos una imagen que tal vez aún no tenemos lista. Se puede agregar además un mensaje que nos recuerde qué pondremos ahí.

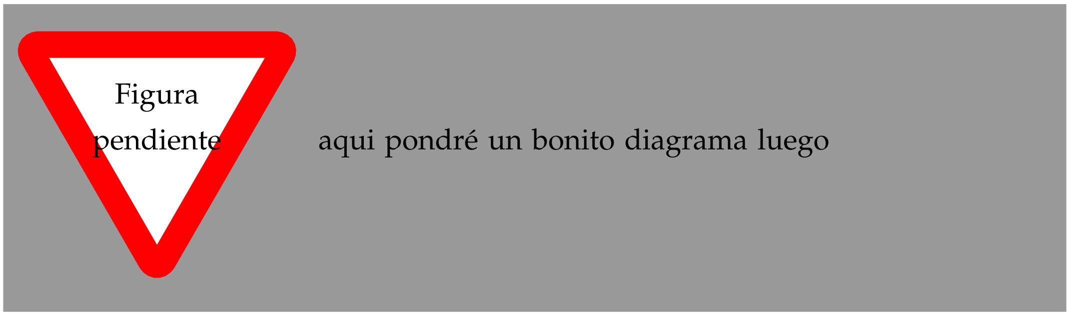

Figura 1.2: Ejemplo de figura pendiente

Finalmente, y aunque esto no es exclusivo de esta plantilla, las figuras generadas con *Tikz* se pueden importar con el mismo comando que cualquier otra imagen.

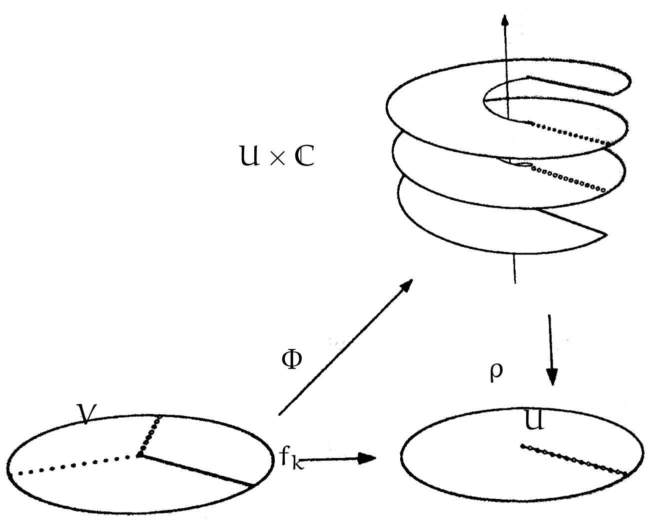

Figura 1.3: Ejemplo de figura generada con Tikz

1.2. Definiciones, teoremas, corolarios, lemas y pruebas

El único propósito de esta sección es mostrar cómo funcionan los estilos para definiciones, teoremas, corolarios y pruebas

Teorema 1.1 (Seifert-Van Kampen)**.** *Los grupos dados por las imágenes* $j_{1*}(G_1)$ *y* $j_{2*}(G_2)$ *generan a* G*. Más aún, para cualquier grupo arbitrario* H *y cualesquiera morfismos* $\psi_1 : G_1 \to H$, $\psi_2 : G_2 \to H$ *tales que* $\psi_1 \circ i_{1*} = \psi_2 \circ i_{2*}$*, existe un único homomorfismo* $\lambda : G \to H$ *que hace conmutar el siguiente diagrama.*

$$\begin{tikzcd}
G_0 \arrow[r, "i_{1*}"] \arrow[d, "i_{2*}"] & G_1 \arrow[d, "j_{1*}"] \arrow[ddr, bend left, "\psi_1"] & \\
G_2 \arrow[r, "j_{2*}"] \arrow[drr, bend right, "\psi_2"'] & G \arrow[dr, dashed, "\lambda"] & \\
 & & H
\end{tikzcd}$$

Se pueden encontrar demostraciones de este teorema en [1], [2] y [3].

El siguiente corolario será muy útil más adelante.

Corolario 1.2. *Si el morfismo* i_{1*} *es un epimorfismo, entonces el morfismo* j_{2*} *también es un epimorfismo.*

Demostración. Sea γ un elemento en G_1, como i_{1*} es un epimorfismo existe un elemento $\alpha \in G_0$ tal que $\gamma = i_{1*}(\alpha)$ y dado que el diagrama conmuta tenemos que

$$j_{1*} \circ i_{1*}(\alpha) = j_{1*}(\gamma) = j_{2*} \circ i_{2*}(\alpha) \in j_{2*}(G_2),$$

así que $j_{1*}(G_1) \subset j_{2*}(G_2)$. Por tanto $j_{2*}(G_2)$ genera a G. Ahora bien, como un subgrupo propio no puede generar todo el grupo, concluimos que $j_{2*}(G_2) \cong G$, lo que prueba el corolario. $\square$

El teorema de Seifert-van Kampen se puede generalizar para la unión arbitraria de una familia de subespacios.

Lema 1.3. *Sea* $X := \cup U_\alpha$ *la unión de una familia de abiertos arco-conexos, cada uno de los cuales contiene el punto base* x_0*. Si además se cumple que la intersección de cualesquiera dos abiertos de la colección,* $U_\alpha \cap U_{\alpha'}$*, es arco-conexa. Entonces el homomorfismo del producto libre de los grupos fundamentales de la familia de abiertos en el grupo fundamental del espacio total,*

$$\phi : *_\alpha \pi(U_\alpha) \to \pi(X),$$

es un epimorfismo.

Ahora veamos el estilo correspondiente a una definición:

Definición 1.4. Una ***cubriente cíclica infinita*** de $\widetilde{M}^n$ se define como cualquier espacio $\widetilde{M}^n \subset M^n \times \mathbb{R}$ que hace conmutar el siguiente diagrama.

$$\begin{tikzcd}
\widetilde{M}^n \arrow[r, "p"] \arrow[d, "i"'] & M^n \arrow[d, "f"] \\
\mathbb{R} \arrow[r, "p'"'] & \mathbb{S}^1
\end{tikzcd}$$

donde i y p son las proyecciones $(x, s) \mapsto s$ y $(x, s) \mapsto x$ respectivamente, y p' es la proyección cubriente de $\mathbb{R}$ sobre $\mathbb{S}^1$.

Y en muchas ocasiones es conveniente agregar ejemplos luego de una definición

Ejemplo 1.4.1. Todo espacio cubriente $p : \widetilde{X} \to X$ es una fibración localmente trivial. La fibra $F := p^{-1}(x_0)$ es un espacio discreto, en cada abierto admisible U se tiene que $p^{-1}(U) \simeq F \times U$. El homeomorfismo está dado por $\phi_U : F \times U \to p^{-1}(U)$ definida por $(u, v) \mapsto (p\big|_{S_y})^{-1}(U)$. Donde $(u, v) \in p^{-1}(U)$, $y \in F$ y S_y es la hoja sobre U que contiene a y.

1.3. Listas Numeradas

Lo único especial sobre las listas numeradas es que usan numerales romanos.

I Cada morfismo
$$j_\alpha : \pi(X \setminus Y) \to \pi(V_\alpha)$$
es un epimorfismo. Esta es una conclusión inmediata, usando el corolario en cada $V_\alpha = U_\alpha \cup (X \setminus Y)$.

II Si γ es un lazo en X con punto base $x_0 \in X \setminus Y$, entonces existen lazos $\gamma_1, \ldots, \gamma_m$ contenidos cada uno en un abierto $V_{\alpha_1}, \ldots, V_{\alpha_m}$ distinto, todos con punto base x_0, tales que el producto de sus imágenes bajo los correspondientes mapeos k_α es homotópico a γ.

1.4. El índice alfabético

El índice alfabético se genera automáticamente. Para agregar una entrada hay que usar el comando `\importante`. Por ejemplo, la siguiente ***palabra*** será resaltada y agregada al índice alfabético. Para crear subcategorías hay que usar un signo de exclamación como separador. Así que ***palabra importante***, ***palabra irrelevante*** y

palabra simple serán agregadas en la misma categoría (Ir al final de este documento y ver índice analítico para ver el resultado).

Para que el índice funcione correctamente hay que compilar el documento tres veces. Supongamos que nuestro documento principal se llama “main.tex”. Las primeras dos veces que lo compilemos se actualizaran todas las referencias nuevas, luego abrimos una terminal y ejecutamos el comando

```
makeindex main
```

Volvemos a compilar el documento y ¡listo!, nuestro índice alfabérico debería aparecer al final.

1.5. Bibliografía

Para la bibliografía éste documento usa **biblatex** con **biber** como backend. Tradicionalmente se usaba el popular *bibtex* que en este punto es demasiado restrictivo en inconveniente.

Para obtener la bibliografía hay que compilar el documento dos veces. Supongamos que el archivo principal se llama “main.tex”. Lo compilamos la primera vez, luego ejecutamos en una terminal

```
biber main
```

lo compilamos de nuevo y ya está.

1.6. Comandos adicionales

Algunos comandos adicionales que son parte de este documento y que son de mucha utilidad:

- `\caja` crea una cajita, un texto centrado con un poco de separación respecto a los elementos que lo rodean.

  Algo de texto aquí, de una sola linea

- `\pendiente` para escribir notas sobre cosas pendientes. Por ejemplo **PENDIENTE: (me falta agregar algo aquí)** y luego el documento estará completo.

2 Curvas algebraicas planas

2.1. Resultados básicos sobre curvas

El estudio de curvas planas tiene una larga historia... Bla bla bla. Éste es el segundo capítulo sólo de muestra

A Lema de escisión para una sucesión exacta corta

El apéndice reinicia los contadores. Por ejemplo, nótese cómo es enumerado el siguiente teorema

Teorema A.1 (Lema de separación)**.** *Sea*

$$1 \to N \xrightarrow{\phi} G \xrightarrow{\sigma} H \to 1$$

una sucesión exacta corta. Las siguientes son equivalentes:

I *Existe un homomorfismo* $s : H \to G$ *tal que* $\sigma(s(h)) = h$, $\forall h \in H$.

II *Existe una acción* $\phi : N \times H \to N$ *tal que el producto semidirecto* $N \rtimes_{\phi} H$ *es isomorfo a* G.

Bibliografía

[1] R. H. Crowell y R. H. Fox, *Introduction to knot theory*. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1977, págs. x+182, Reprint of the 1963 original, Graduate Texts in Mathematics, No. 57.

[2] E. H. Spanier, *Algebraic topology*. Springer-Verlag, New York-Berlin, 1981, págs. xvi+528, Corrected reprint, ISBN: 0-387-90646-0.

[3] A. Hatcher, *Algebraic topology*. Cambridge University Press, Cambridge, 2002, págs. xii+544, ISBN: 0-521-79160-X; 0-521-79540-0.

Índice alfabético