UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TÍTULO

ALUNOS DO 6º. ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DESENVOLVENDO RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E PROBABILÍSTICO

FRANCISCO EVANGELISTA SOBRINHO

Orientadora: Prof. Dra. Celi Espasandin Lopes

Dissertação apresentada ao Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade Cruzeiro do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

SÃO PAULO

2010

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA
BIBLIOTECA CENTRAL DA UNICSUL

UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

TÍTULO

ALUNOS DO 6º. ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL DESENVOLVENDO RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO E PROBABILÍSTICO

Francisco Evangelista Sobrinho

Dissertação de mestrado defendida e aprovada pela Banca Examinadora em

BANCA EXAMINADORA:

Profa. Dra. Celi Espasandin Lopes
Universidade Cruzeiro do Sul

Profa. Dra. Rosa Monteiro Paulo
Universidade Cruzeiro do Sul

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid
Pontifícia Universidade Católica de Campinas.

Dedico esse meu trabalho a toda minha família e não falar deles é não reconhecer a importância que cada um deles teve e tem a cada passo da minha vida. Desde a minha mãe Ana Maria, que foi embora tão cedo para os braços do Senhor até o meu pai Leopoldo, que recentemente Deus o recolheu, porém me deu a graça que estivesse ao seu lado e compartilhasse os seus últimos momentos.

Aos meus tios que ajudaram a alicerçar minha educação. Lembro-me do meu tio Francisco paciente e calmo nas suas palavras e das broncas e gritos, em italiano, da minha tia Carmem, "*vai estudar*."

Aos meus irmãos, Fátima, Fanny, Flávio e até a Maninha que apareceu recentemente, age como se tivéssemos sido criados juntos.

Aos meus filhos Alexandre, Ana Paula e Anderson, as minhas noras Márcia e Shirlene e ao meu genro Henrique, a cada dia educam os meus netos, Vitor, Helena, Davi, Henrique, Sarah e Ana Beatriz discernindo alguns conselhos que um dia tiveram e principalmente por absorver, coisas boas e descartar as ruins.

Ao Bruno que não tive a oportunidade de conhecê-lo melhor, mas eu o amo como qualquer um dos meus filhos.

A Pamella que está mais presente e do jeito dela vamo-nos ajudando no dia-a-dia, ora ela me empresta seu note-book, ora ela usa com broncas o meu computador, - *ela gosta de atrair vírus*. Mas ela sabe que eu a amo como se fosse a minha filha e logo-logo ela estará fazendo a sua dissertação de mestrado.

Falar do meu amor e a dedicação da minha esposa Goreti, não são fáceis, não consigo mensurar se eu no lugar dela teria a dedicação que ela teve durante todo o curso. Alegre quando terminava uma disciplina e triste quando estava ausente embrenhado nas resenhas dos artigos, texto e na construção desta dissertação.

Deus abençoe a todos.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por seu filho Jesus Cristo, o Rei Eterno da Justiça e da Glória, o Senhor Magnífico em Poder e na sua infinita Misericórdia me presenteou com a oportunidade de realizar meu sonho. Deus: Onisciente, Onipresente e Onipotente.

À professora Dra. Celi Espasandin Lopes, pelas orientações, paciência, compreensão e pelo incentivo dispensado ao desenvolvimento deste trabalho.

Às Professoras Doutoras Rosa Monteiro Paulo, que tive a honra de tê-la como professora e Maria Auxiliadora Bueno Andrade Megid, que no exame de qualificação, contribuíram com sugestões imprescindíveis para o aprimoramento deste trabalho.

Aos professores do Programa de Estudo Pós-Graduados em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

Prof. Dr. Luiz Henrique Amaral, Prof. Dr. Carlos Fernando de Araújo Jr, Profa. Dra. Edda Curi, Profa. Dra. Maria Delourdes Maciel, Profa. Dra. Norma Suely Gomes Allevato, Profa. Dra. Iara Regina Bocchese Guazzelli, Profa. Dra. Laura Marisa Carnielo Calejón.

Aos colegas de curso e especialmente aos companheiros Cláudio, Fernanda, Maria Inês, Leandro, Luzinete e ao GEPEE[1], pelo apoio e, principalmente, pela amizade demonstrada.

A Direção, Coordenação e os Alunos do Boucinhas, pela participação nas atividades e pela contribuição dos seus pensamentos.

A Direção, colegas e alunos do Colégio Galileu, a compreensão pela minha ausência nos trabalhos pedagógicos.

A Direção, a Coordenação e alunos do Colégio Batista de Guarulhos.

À Secretária de Educação do Estado de São Paulo, pela bolsa de estudos concedida pelo Programa Bolsa Mestrado, em especial a Roseli Stanzioni, da Diretoria Guarulhos-Sul.

[1] GPEE: Grupo de Estudos e Pesquisa em Educação Estatística, ainda gatinhando, mas logo se tornará grande. www.gepee.com.br.

SOBRINHO, E. Francisco. **Alunos do 6º. Ano do Ensino Fundamental desenvolvendo raciocínio combinatório e probabilístico**. 2010.f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

RESUMO

Esta pesquisa se propôs a investigar como os alunos embasados em suas experiências construíam o conhecimento no processo da aprendizagem matemática envolvendo atividades combinatórias e probabilísticas. O problema foi investigado a partir de exercícios envolvendo raciocínio combinatório e probabilístico em encontros com alunos do 6º ano (5ª série) do Ensino Fundamental. A questão orientadora da investigação foi a seguinte: Como os alunos lêem e resolvem Problemas de Combinatória e Probabilidade e como os Jogos Matemáticos ajudam os alunos a desenvolver a construção do Raciocínio Combinatório e Probabilístico? Foram analisadas neste estudo estratégias que alunos utilizam ao resolverem problemas de raciocínio combinatório, sem tê-los, ainda, estudado formalmente. Buscamos na análise discutir as seguintes questões: Como conceitos envolvidos em problemas de raciocínio combinatório se formam?; Quais são as idéias que os alunos têm sobre esses problemas?; Quais métodos eles utilizam para solucioná-los? E, Como se dá o desenvolvimento da compreensão desse conceito ao longo dos anos? Durante a pesquisa tivemos o cuidado que durante as atividades nossas atitudes não interferissem nas decisões dos alunos, pois a contextualização de suas ações possibilitaria a construção do conhecimento. Este assunto foi pesquisado na certeza da possibilidade de contextualizar a Educação Estatística no Ensino Fundamental I. E a necessidade de estabelecer relações que definem responsabilidades compartilhadas para quebra de paradigmas entre os professores do ensino fundamental I com os professores de matemática do ensino fundamental II, no que diz respeito à aprendizagem matemática em especial a aprendizagem de Estatística, Combinatória e Probabilidade. Essa necessidade de um efetivo ensino deve compreender as interferências necessárias no processo pedagógico a serem feitas pelo professor para contextualizar essa aprendizagem. As aulas de matemática precisam sofrer transformações geradas pela ação docente para que o Raciocínio Combinatório e Probabilístico se alicerce definitivamente na educação básica.

Palavras-chave: Investigação Estatística, Raciocínio Combinatório e Probabilístico, Ensino Fundamental.

SOBRINHO, E. Francisco. **Alunos do 6º. Ano do Ensino Fundamental desenvolvendo raciocínio combinatório e probabilístico**. 2010.f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

ABSTRACT

Key words: Statistical investigation, Probabilistic and Combinatory thinking, Elementary school.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

> "Nasceu no coração de Deus e Ele plantou no meu, a semente da promessa, tua palavra regou minha fé. Nem olhos viram, jamais se ouviu, nem o coração sentiu, enviou sua palavra e já se cumpriu, transformou, restaurou, sua benção me alcançou..."
> (Denyse Bittencourt e Felipe Cruz - Renascer Praise 13- 2006)

Nesta introdução vamos expor nossa trajetória profissional que nos aproximou do tema pesquisado, o objetivo e questão da pesquisa.

Trajetória Acadêmica Profissional

Tinha no meu coração a vontade de lecionar, porém andava prostrado, sem iniciativa, mas no início de 2001, ouvi duas palavras da Bíblia que abalaram as minhas estruturas e mudaram a história da minha vida, na passagem, os apóstolos João e Pedro dirigindo-se ao templo, determinaram a um pedinte de esmola, paraplégico, assentado a porta do templo:

> ..não temos nem ouro e nem prata, em nome de Jesus o nazareno "levanta e anda... (Atos 3: 1-11).

A partir desse momento, levantei e comecei a andar, fui procurar uma escola perto de casa. Depois de um encontro com a diretora, expus o meu interesse em lecionar Matemática, não só por gostar da disciplina, mas pela afinidade com cálculos, na minha vida profissional vivenciei trabalhos com cálculos matemáticos, tinha incompleto o curso de Engenharia de Produção pela Universidade Braz Cubas.

A diretora orientou-me a procurar um curso de Licenciatura, em agosto de 2001 comecei o curso de Licenciatura em Matemática na Universidade de Guarulhos e em fevereiro de 2002 iniciei meu trabalho como professor eventual nas classes do ensino fundamental II, 5ª a 8ª séries.

Nas aulas percebi que os alunos estavam regredindo. Os alunos pareciam mostrar cada vez mais, pouco interesse para o aprendizado, pelos livros, respeito com os professores e o que era tão prazeroso quando criança, estar na escola, via nos alunos um tédio, um dissabor, um sacrifício em ir às aulas.

Os alunos que iniciavam no fundamental II, faziam com pouca base, eu constatava que o grande vilão não era só a matemática como ouvia de outros professores, mas também as disciplinas que ministrava como professor eventual de português, história, geografia, ciências, artes, etc. Ficava abismado quando entrava na sala de aula, após o término de uma aula de inglês e via na lousa o verbo to be, e exemplos bem parecidos com conteúdos da minha época para alunos que não sabiam a tabuada, números pares e ímpares, ou não sabiam ler e muito menos escreverem seu próprio nome.

No inicio de 2004, mudei de escola achava que se eu trabalhasse com alunos do ensino médio poderia mudar o meu pensamento, mas isso não aconteceu, na maioria, os alunos pareciam os mesmos, se eles não tinham base para iniciarem o fundamental II, vejo que as ferramentas matemáticas adquiridas durante os oito anos do ciclo I foram insuficientes para acompanhar o ensino médio. Recordo a angústia que me invadia no final de algumas aulas, parecia-me que não tínhamos feito nada.

Continuava andando, no final do ano de 2004 com a graça de Deus, fui aprovado no concurso para provimento de cargo para professor do Estado de São Paulo e ingressei como professor efetivo na EE Prof. José da Costa Boucinhas, Guarulhos, começava ali a minha jornada, tentar fazer algo, para ajudar a mudar esta situação, sei que sou uma gota no oceano, mas o desejo era não ficar prostrado, unir-me a outras gotas que lutavam e lutam em pró da melhoria da Educação neste País.

Em 2005, inicio da minha gestão como professor efetivo, incluí no meu conteúdo de matemática o projeto da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, Educação Fiscal[2]. O objetivo era de conscientizar a sociedade da função socioeconômica do tributo e despertá-la para a necessidade de acompanhar a aplicação dos recursos postos à disposição da administração pública. Com ajuda da professora de Geografia e as Coordenadoras Pedagógicas, formamos grupos de alunos das 5ª séries, tomaram conhecimento sobre as principais fontes de arrecadação do município de Guarulhos, a importância dos impostos, com destaque para o IPTU (Imposto Predial e Territorial Urbano), ISS (Imposto Sobre Serviços).

---

[2] (http://www.educacao.sp.gov.br/noticias_2005/2005_08_29.asp)

Usamos como estratégias teatro, cartazes, desenhos, revistas em quadrinhos e os alunos expuseram à Comunidade a importância da nota fiscal não somente ao Município como para a própria Comunidade. O ponto alto deste projeto foi a palestra do Secretário de Finanças, Nestor Seabra para mais de 800 alunos e a Comunidade do Jardim Cumbica.

Em 2005, iniciei aos sábados um trabalho voluntário de ensinamento básico de matemática com alunos da 5ª série, mas entendia que se faltasse base aos alunos também faltava base para eu passar conhecimentos e ficar satisfeito com meu trabalho.

Preocupava-me o modo como meus alunos se relacionavam com a Matemática. A insegurança nas suas capacidades e os tipos de erros que cometiam levava-me a concluir que a linguagem utilizada nas aulas não tinha significados para eles. Como contrariar a imagem negativa da Matemática com que muitos alunos chegam à escola e fazer com que eles apreciem a Matemática? Que tarefas propor na aula para que todos possam trabalhar e aprender de modo significativo? (Sousa, 2002, p.3).

Questionando meu desenvolvimento profissional, a teoria com a minha própria prática, de forma interligada, em que uma não se sobrepõe a outra e insatisfeito com esses conhecimentos e procurando melhorar esse desempenho (Lopes 2003), foi então que em agosto de 2006, iniciei o curso, MAT300 *"Especialização em Matemática para Professores das Séries Iniciais até 8ª série"*, no Laboratório de Ensino de Matemática, do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Cientifica - LEM/IMECC da Unicamp.

O curso era dividido em módulos, tinha como avaliação a cada final de módulo, apresentação de um trabalho prático aplicado à alunos das séries iniciais, um dos trabalhos foi o conteúdo de números inteiros destaque no Jornal do Professor de Matemática da Unicamp – SP (Dez. 2006, nº4)[3]

Durante este curso no módulo "*Desenvolvimento do Conhecimento Matemático na Infância*", conheci a professora Celi, neste módulo ela enfatizava o ensino da Estatística para séries iniciais de uma forma que as crianças, a cada

[3] (www.ime.unicamp.br/lem).

atividade, podiam familiarizar-se com a Estatística, descobrindo os conceitos e distinguindo a Estatística da Matemática, assim, conjeturei a possibilidade de aplicar aos meus alunos, um conhecimento da Estatística diferentemente que conhecia, através de conteúdos e tabelas do livro didático, levando em consideração que:

> As abordagens usuais deste tópico enfatizam os aspectos computacionais e procedimentais: como se calcula a média ou o desvio padrão, como se faz um gráfico de barras, um gráfico circular ou um diagrama de caule e folhas. Como conseqüência, a Estatística pode tornar-se um dos temas de Matemática mais aborrecidos de ensinar e de aprender. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2005, pp.91-108).

Estas foram algumas das preocupações que me levaram à procura de formação e à inscrição no curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática.

Em particular, nosso interesse de pesquisa foi investigar sobre a formação dos professores de Pedagogia em relação às idéias sobre a Estatística e como esta formação poderia iniciar a construção do conhecimento nos alunos das séries iniciais. Durante o nosso curso de Mestrado socializamos uma experiência prática da aplicação do “Jogo da Soma”, apresentado no 17° Congresso de Leitura brasileiro (COLE)[4], Unicamp - SP, como estratégia da situação significativa de aprendizagem, no ensino inicial do estudo da Probabilidade, para a construção do conhecimento dos alunos do 2º ano do Ensino Médio, conforme conteúdo da Proposta Curricular do Estado de São Paulo do Caderno do Professor de Matemática 3º bimestre – 2008. Percebemos que as dificuldades apresentadas durante esta atividade eram oriundas das séries anteriores, havia uma lacuna na aprendizagem dos cálculos e no pensamento estatístico. Assim mudamos o nosso olhar investigativo para os alunos das 5ª séries, especificamente nos exercícios de resolução de problemas sobre Combinação e Probabilidade.

É neste contexto que se insere o presente estudo com o qual me propus investigar, o desempenho evidenciado por alunos da 5ª série na realização de resoluções de problemas estatísticos, com o objetivo de melhorar a minha prática de

---

[4] (http://www.alb.com.br/anais17/)

professor. A opção pelas investigações estatísticas tem a ver com a minha convicção de que este tipo de tarefa permite conjugar as potencialidades formativas das tarefas de investigação com as do ensino da Estatística.

No primeiro capítulo Fundamentação e Pressupostos Teóricos, fizemos uma retrospectiva de alguns Apontamentos Históricos da Estatística e Probabilidade. Em seguida procuramos enfatizar na Literacia Estatística da Sala de Aula o Raciocínio Estatístico e a Linguagem Matemática e finalizamos o capítulo destacando a Importância da Aprendizagem: o Professor Refletindo sobre a Própria Prática e a Estatística e a Probabilidade na Educação Básica.

Capítulo 1

FUNDAMENTAÇÃO E PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Alguns apontamentos históricos da Estatística e da Probabilidade.

> *"Se os estatísticos como um todo continuarem envolvidos em importantes atividades científicas, tecnológicas e de negócios públicos, se novas idéias forem encorajadas e, especialmente, se as alarmantes tendências de fragmentação do assunto puderem ser evitadas, são fortes as perspectivas de um novo período de grandes inovações".*
>
> *David Roxbee Cox (1994)*

Esse trabalho não tem por objetivo minuciar os apontamentos históricos, mas houve a necessidade de conhecer um pouco sobre a história para a compreensão sobre o objeto desse estudo. Os saberes históricos de qualquer campo da ciência são difíceis de serem adquiridos tanto pela diversidade como pelas imprecisões.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) consideram que "conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículo de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática e, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural" (BRASIL, 1998, pp.40-43)

Ao estudar as contribuições matemáticas de culturas antigas, o aluno poderá perceber que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Em algumas situações, o recurso à História da Matemática pode auxiliar o aluno a compreender idéias matemáticas que está construindo e, desse modo, contribuir para que ele constitua um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. Dessa forma, buscamos para este estudo suportes históricos referentes à estatística, ao raciocínio combinatório e probabilístico.

Na opinião popular a palavra estatística evoca informações numéricas dispostas em quadros ou gráficos, publicados por agências governamentais, referentes a fatos demográficos ou econômicos. Segundo Lopes (1998), o ensino da estatística como disciplina começou em 1660 na Alemanha, como estudo da ciência do Estado, visto que seu objetivo era descrever o sistema e sua organização. Mais amplo e geral foi o estudo feito especialmente por Gottfried Achenwall (1719–1772), professor da Universidade de Göttingen, a quem empregou pela primeira vez, em 1746, o termo Estatística. Registrou em seu livro "Introdução à Ciência Política" a palavra alemã "statistik", que vem de "status" que, em latim, significa "Estado". Contudo, nada mais fizeram do que dar melhor sistematização e definição da mesma orientação descritiva dos estatísticos italianos.

Porém, somente a apresentação de dados não reflete o que entendemos hoje, por Estatística. Sua essência é um conjunto de métodos (métodos estatísticos) correspondentes, no dizer de George Udny Yule (1871–1951), ao tratamento de dados numéricos simulados por uma pluralidade de motivos. Esses métodos fazem uso do cálculo de probabilidades, na coleta, apresentação, análise e interpretação de dados quantitativos.

Desde um tempo longínquo, os governos têm se interessado por informações sobre suas populações e riquezas, tendo em vista, principalmente, fins militares e tributários. O registro de informações perde-se no tempo. Confúcio relatou levantamentos feitos na China, há mais de 2000 anos antes da era cristã.

No antigo Egito, os faraós fizeram uso metodológico de conhecimento estatístico, conforme confirmaram pesquisas arqueológicas. Desses registros também se utilizaram as civilizações pré-colombianas dos maias, astecas e incas. Em Israel por volta de 1050 a.C. o rei Davi ordenou:

> ...Disse, pois o rei Davi a Joabe, chefe do exército, o qual tinha consigo: Agora rodeia por todas as tribos de Israel, desde Dã até Berseba, e numera o povo.....assim rodearam por toda a terra, e ao cabo de nove meses e vinte dias voltaram a Jerusalém. E Joabe deu ao rei a soma do número do povo contado. E havia em Israel oitocentos mil homens de guerra, que arrancavam espada; e os homens de Judá eram quinhentos mil homens. (II Samuel, 24: 1-9).

Também é conhecido de todos os cristãos, no período de nascimento de Jesus Cristo, o recenseamento dos judeus ordenado pelo governador Cesar Augusto. (Lucas 2:1-5).

Os balancetes do império romano, os registros das posses de Carlos Magno, o *Doomsday Book*, registro que Guilherme, o Conquistador, invasor normando da Inglaterra, no século XI, mandou levantar das propriedades rurais dos conquistados anglo-saxões para se inteirar de suas riquezas, são alguns exemplos anteriores à emergência da estatística descritiva no século XVI, na Itália.

Essa prática tem sido continuada nos tempos modernos, por meio dos recenseamentos, dos quais temos um exemplo naquele que se efetua a cada decênio, em nosso País, pela Fundação IBGE, órgão responsável por nossas estatísticas (dados estatísticos) oficiais.

Com o Renascimento, foi despertado o interesse pela coleta de dados estatísticos, principalmente por suas aplicações na administração pública. A obra pioneira de Francesco Sansovini (1521–1586), representante da orientação descritiva dos estatísticos italianos, publicada em 1561, é um exemplo dessa época.

Deve ser mencionado ainda o reconhecimento por parte da Igreja Católica Romana da importância dos registros de batismos, casamentos e óbitos, tornados compulsórios a partir do Concílio de Trento (1545–1563).

Acreditar nessas atividades como o começo da história da estatística é deixar de compreender o verdadeiro significado da Estatística, podemos dizer que o desenvolvimento da estatística teve origem nas aplicações, pois nenhuma disciplina tem interagido tanto com as demais disciplinas em suas atividades do que ela, dado que é por sua natureza a ciência do significado e do uso dos dados. Daí, sua importância como instrumento auxiliar na pesquisa científica.

A primeira experiência para se tirar conclusões a partir de dados numéricos foi feita somente no século XVII, na Inglaterra, com o que foi denominada *Aritmética Política*, que evoluiu para o que se chama hoje de *Demografia*.

Contudo, só começou realmente a existir como disciplina autônoma no raiar do século XX, o verdadeiro início da estatística moderna.

A experiência acima referida foi feita por John Graunt (1620–1674), um próspero negociante londrino de tecidos que em 1662, publicou um pequeno livro intitulado *Natural and Political Observations Mentioned in a Following Index and Made upon the Bills of Mortality*. Seu diagnóstico foi fundamentado sobre razões e proporções de fatos vitais entre 1604 a 1660 , nos quais ele observou uma regularidade estatística num grande número de dados, coletados nas paróquias de Londres, de onde ele tirou as seguintes conclusões: que havia maior nascimento de crianças do sexo masculino, mas havia distribuição aproximadamente igual de ambos os sexos na população geral; alta mortalidade nos primeiros anos de vida; maior mortalidade nas zonas urbanas em relação às zonas rurais. Com seus dados, elaborou uma tábua de vida rudimentar, baseada apenas na sobrevivência nas idades de 6 a 76 anos.

Foi William Petty (1623–1683), contemporâneo e seguidor de Graunt, quem denominou de *Aritmética Política* à nova arte de raciocinar estatisticamente por meio de dados sobre fatos relacionados com o governo. Em 1683, ele publicou sua obra *Five Essays on Political Arithmetic* e sugeriu que fosse criada uma repartição de registro de estatísticas vitais, mas isso só se consolidou no século XIX, com o Dr. William Farr (1807–1883), contribuidor original da estatística médica.

Dos trabalhos desse período, sem dúvida, o mais importante foi o do astrônomo inglês Edmond Halley (1656–1742), que em 1693 construiu a primeira tábua de sobrevivência, elaborada com os registros vitais da cidade alemã de Bresláu (atual Wroclaw, Polônia), referentes ao período de 1687 a 1691, elemento básico para o cálculo de seguros de vida. Embora o seguro comercial tivesse sido praticado pelos babilônios e fosse conhecido dos gregos e dos romanos, Halley é, com justiça, considerado o criador do cálculo atuarial.

Contemporâneo desse período em que as idéias estatísticas iniciaram, desenvolveu-se o cálculo de probabilidades, mas independentemente dessas idéias, vindo, entretanto a influenciá-las posteriormente. O cálculo de probabilidades originou-se da correspondência entre dois grandes matemáticos do século XVII: Blaise Pascal (1623–1662) e Pierre de Fermat (1601–1665), para solucionar problemas relacionados com jogos de azar, em moda nos salões da França, sustentados pelo lazer de uma aristocracia. Desses problemas, os mais célebres foram propostos a Pascal em 1654, pelo nobre francês Chevalier de Méré, jogador de grande experiência e perspicácia.

Na verdade, antes de Pascal e Fermat, já alguns matemáticos italianos como Niccolò Fontana Tartaglia (1499–1557), Girolamo Cardano (1501–1576), seguidos por Galileu Galilei (1564–1642) interessaram-se por problemas de probabilidades relacionados com jogos de dados.

De acordo com Lopes (1998), Cardano é considerado iniciador da teoria das probabilidades, pois foi o primeiro a fazer observações, publicou os resultados dessas pesquisas em um manual para jogadores chamado "Líber de Ludo Aleae" (O livro dos jogos de azar – 1526), do conceito probabilístico de um dado honesto[5]

Os primeiros problemas sobre probabilidades refletiram o desenvolvimento da análise combinatória em jogos de azar. Em todos eles eram examinados os diferentes modos em que arranjos e combinações podiam ser empregados na enumeração dos casos favoráveis. Esses problemas eram dominados por considerações sobre os casos igualmente prováveis, com as probabilidades determinadas a priori, onde foi utilizado o seguinte tipo de raciocínio: dado uma urna contendo ***a*** (bolas pretas) e ***b*** (bolas brancas), a probabilidade de se extrair uma bola preta é igual a: $\frac{a}{a+b}$.

O primeiro matemático a considerar situações em que não era possível a enumeração de casos igualmente possíveis foi Jacob Bernoulli (1654–1705), professor da Universidade de Basiléia, Suíça, e primeiro membro de uma numerosa família de matemáticos suíços, que propôs determinar a probabilidade de tais casos a posteriori, isto é, pela freqüência relativa do número de casos favoráveis determinada empiricamente, em sua obra *Ars Conjectandi*, publicada postumamente em 1713, por seu sobrinho Nicholas Bernoulli.

A novidade consistia na tentativa de dar um tratamento formal à noção vaga de quanto maior fosse o acúmulo de evidência sobre uma desconhecida proporção de casos, mais próximo estar-se-ia de aceitar essa proporção, isto é, à medida que o número de observações aumenta *n* tende ao infinito. Pode-se afirmar que J.

---

[5] Dado honesto é o dado não viciado, no qual todas as faces têm a mesma chance de sair.

Bernoulli com o seu teorema abriu o caminho para a quantificação da incerteza, na sua forma moderna, é o que se conhece como a *lei fraca dos grandes números*. Este teorema serve de base para justificar a noção intuitiva de probabilidade medida pela freqüência relativa. Bernoulli tratou de número de sucessos, tendo lidado naturalmente com a distribuição binomial.

Pertence a um francês, que vivia em Londres, Abraham De Moivre (1667-1754), conhecido como filósofo do jogo, famoso por sua obra, em várias edições, The Doctrine of Chance (1718, 1738, 1756), a maior contribuição, foi chegar à curva normal como limite da distribuição binomial, em artigo publicado em 1733.

Paralelamente ao trabalho dos probabilistas, desenvolveram-se métodos de grande utilidade no tratamento dos dados de observação, em particular da Astronomia e da Geodésia, de onde surgiu a *Teoria dos Erros*. A importância da curva normal e o uso amplo da palavra erro, bem demonstram o quanto desses conceitos foi incorporado à teoria estatística, o que justifica a abertura de uma parte sobre essa contribuição.

De há muito tempo que os astrônomos tinham soluções praticas para lidar com o problema de conciliar observações discordantes como, por exemplo, tomando a média aritmética dessas observações, após descarte daquelas muito discordantes.

Assim, os trabalhos mais importantes no século XVIII se devem a dois dos maiores matemáticos de todos os tempos: Pierre Simon, Marquês de Laplace (1749–1827) e Carl Friedrich Gauss (1777–1855).

A maior contribuição de Laplace, na teoria de probabilidades, é hoje conhecida por teorema central (fundamental) do limite e pode ser descrita como uma generalização do teorema do limite de De Moivre. Na sua forma clássica, o *Teorema Central do Limite* enuncia que:

> Qualquer soma ou média de variáveis aleatórias tem, para um grande número de termos, uma distribuição aproximadamente normal.

Independentemente, Gauss chegou à curva dos erros (curva de Gauss) com espírito empírico, adotando como axioma o princípio de que:

> O valor mais provável de uma quantidade desconhecida, observada com igual precisão várias vezes sob as mesmas circunstâncias, é a média aritmética das observações.

Esses estudos levaram-no a enunciar o *Princípio dos Mínimos Quadrados*.

Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796-1874) é considerado o "pai das estatísticas públicas", foi quem primeiro percebeu que a Estatística deveria ser baseada na noção de probabilidade. Ninguém, melhor do que ele representa a nova influência oriunda das ciências sociais (chamadas, na época, de "morais"), trazendo de volta a preocupação com o social originada pela Escola de Aritmética Política.

Em 1853, Quételet, organizou o primeiro Congresso Internacional de Estatística, em Bruxelas, iniciativa que em 1885, levou à criação do Instituto Internacional de Estatística, em Londres. A sede atual desse Instituto é em Haia, na Holanda. Quételet foi também responsável pela fundação da Statistical Society of London, em 1834, posteriormente denominada Royal Statistical Society.

Foi a leitura do livro *Origin of Species(1859)* de Charles Darwin que Francis Galton (de quem era meio primo em primeiro grau) , foi responsável em transformá-lo de geógrafo amador em antropólogo e eugenista (a palavra eugenia foi cunhada por ele, em 1883).

Sob o ponto de vista estatístico, ele elaborou a sugestão de que a distribuição normal é completamente determinada pela mediana e o desvio semiquartilico, tendo usado preferencialmente a distribuição cumulativa de freqüência, à qual cognominou de ogiva. Contudo, foi no estudo comparativo da estatura entre pais e filhos, em 1885, que Galton usou pela primeira vez o termo regressão, para denotar a regressão à média da população por ele observada, pois quando os pais eram mais altos do que a média, os filhos tendiam a ser menores do que eles e, quando os pais eram mais baixos que a média, os filhos tendiam a serem maiores do que eles.

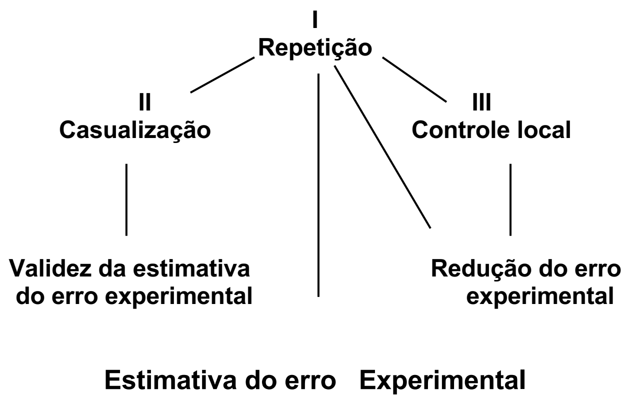
Floresceu na Inglaterra, mais precisamente entre 1890 e 1920, um dos grandes períodos formativos da historia da Estatística. Seu principal representante foi Karl Pearson (1857–1936), considerado, com justiça, o fundador da Estatística, seu pensamento filosófico influenciou suas idéias estatísticas. Usou os desvios em relação a media aritmética e não à mediana, e o desvio-padrão (termo por ele dito), em vez do desvio semiquartílico, conforme tinha sido usado anteriormente.

O método dos momentos, como método de estimação dos parâmetros, foi uma das grandes contribuições de Pearson na inferência estatística. As estimativas dos parâmetros e, como o erro de amostragem é mínimo, os momentos populacionais são obtidos igualando-os aos momentos amostrais.

Esses trabalhos foram continuados no mais alto nível teórico por Ronald Aylmer Fisher (1890-1962), a figura mais representativa da Fase da Experimentação, considerado o criador dos métodos modernos da Análise e Delineamento de Experimentos. Fisher é considerado como o fundador da Estatística Moderna, foi não somente o maior estatístico de sua época, mas para muitos que conheceram sua obra monumental, é ainda o maior estatístico de todos os tempos.

> Um estimador suficiente é aquele que contém toda a informação contida na amostra, sendo desnecessário considerar qualquer outro estimador.

Os princípios essenciais do planejamento de experimentos enunciados por Fisher estão representados no diagrama abaixo, afixado na parede do seu laboratório em Rothamsted: (Memória 2004)



A era atual caracteriza-se pela ampliação intermitente da estatística inferencial, entretanto, deve ser dito que a Estatística não é propriamente Matemática, nem mesmo Matemática Aplicada. Como lida com a coleta, a análise e a interpretação de dados numéricos, inclui naturalmente, muitas hipóteses, diferente do rigor da demonstração matemática, para não mencionar o raciocínio indutivo envolvido na inferência estatística. Evidentemente, saber Matemática é importante para um Estatístico e quanto mais, melhor, pois a teoria estatística não envolve apenas conceitos, necessitando também ser formalizada. Contudo, conhecer Matemática, embora necessário, não é suficiente para formar um Estatístico.

Assim a Estatística entrou, então, na chamada era moderna, que trouxe consigo o desenvolvimento da Estatística Inferencial de Fisher.

Na primeira conferência *Comprehensive School Mathematics Program*, em 1970, foi proposta que no curso secundário do currículo do ensino de Matemática fosse incluídas noções de Estatística e Probabilidade.

Os principais motivos é a importância para os alunos que o raciocínio estatístico tem, nas atividades do Homem da Sociedade Moderna. Esta sugestão foi para produzir um intenso resultado instigante e por ficarem presentes suas aplicações.

Todo este movimento só foi chegar ao Brasil vinte e oito anos mais tarde, em 1998 com a apresentação dos novos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). E de acordo com o PCN o ensino da estatística na escola vem ao encontro de uma sociedade que busca cidadania.

Conforme Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) a linguagem e os conceitos são utilizados em cada passo do dia-a-dia para apoiar afirmações em domínios como a saúde, o desporto, a educação, a ciência, a economia e a política. Com isso os conteúdos de estatística estão mais presentes nas necessidades da construção de conhecimento de cada individuo, assim há necessidade que alguns conceitos sejam trabalhados desde a escola fundamental (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2005, p.91).

A respeito da História da Matemática afirmam os PCNs que “conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículo de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática e, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural”.

Ao analisar as contribuições matemáticas de culturas antigas, o aluno poderá perceber que o avanço tecnológico de hoje não seria possível sem a herança cultural de gerações passadas. Em algumas situações, o recurso à História da Matemática pode auxiliar o aluno a compreender idéias matemáticas que está construindo e, desse modo, contribuir para que ele constitua um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento, baseados no raciocínio combinatório e probabilístico.

1.1 - Literacia Estatística na Sala de Aula.

> Não podemos escapar dos dados, assim como não podemos evitar o uso de palavras. Tal como palavras os dados não se interpretam a si mesmos, mas devem ser lidos com entendimento. Da mesma maneira que um escritor pode dispor as palavras em argumentos convincentes ou frases sem sentido, assim também os dados podem ser convincentes, enganosos ou simplesmente inócuos. A instrução numérica, a capacidade de acompanhar e compreender argumentos baseados em dados é importante para qualquer um de nós. O estudo da estatística é parte essencial de uma formação sólida. (MOORE, 1995, p. 2)

A Literacia Estatística[6] é o termo utilizado para descrever a habilidade individual para compreender as estatísticas. A Literacia Estatística é considerada por muitos como sendo essencial para os cidadãos compreenderem o conteúdo publicado nos jornais, na televisão e na Internet. As discussões da Literacia Estatística, para os alunos da escola básica, são conteúdos práticos desenvolvidos em salas de aula, insistentes, numa nova metodologia de ensino, acontecidos após as reformas curriculares de 1980 e essas várias investigações, confirmam a quebra dos paradigmas educacionais:

- "não adianta ensinar isso agora, eles não aprendem" ou "isso eu já fiz, não dá certo".

Sobre a literacia estatística na sala de aula, Lopes e Carvalho (2005) relatam o desafio e a capacidade dos alunos das séries iniciais em aprender a estatística não somente como coleta de dados, construções de tabelas ou gráficos, mas com base nas informações, saber interpretar, tomar decisões, ter um censo critico através dos dados de uma pesquisa estatística, ou seja, ter o Raciocínio Estatístico.

Diferentemente de tempos atrás, a estatística passou de um processo aos serviços prestados a outras áreas, como uma ciência independente das influências

[6] Literacia Estatística entendida como a capacidade para interpretar argumentos estatísticos em jornais, notícias e informações diversas. (Tese de Doutorado: O Conhecimento Profissional dos professores e suas relações com a Estatística e a Probabilidade na Educação Infantil Lopes, 2003, p.72).

sociais, uma afetividade essencialmente social, pelos seus métodos de medir, descrever e classificar para um reconhecimento dentro da sala de aula como uma potencialidade da análise exploratória de dados e fazerem os alunos reconhecerem com menos teorias e receitas e mais uma aprendizagem ativa, por meio de projetos, vivenciando inicialmente com a situação geradora de dados, ao definirem o raciocínio estatístico.

A discussão importante relatada é demonstrar o quanto à informação faz cada vez mais parte do dia-a-dia da maioria das crianças e a capacidade que elas têm de assimilar, desde as séries iniciais a aptidão de reunir, organizar, descrever dados de forma, a saberem interpretá-los e com base neles tomarem decisões.

Construir um conhecimento, um método de desenvolvimento, ensino-aprendizagem, uma intuição probabilística, de maneira crítica e analítica, para que os alunos ao longo da vida acadêmica e social sejam capazes de desenvolver boa compreensão estatística.

1.1.1 - - O Raciocínio Estatístico.

Conforme Garfield e Gal (1999) enfatizam, o Raciocínio Estatístico está ligado a todo conjunto de interpretações das informações estatísticas. Este raciocínio é uma compreensão inferencial do conteúdo estatístico que formula os dados necessários e suficientes para o resultado final.

O Raciocínio Matemático e Estatístico se confundem entre as pessoas, educadores engajados na Educação Estatística tem se esforçado, em muito, no intuito de mudar esta visão.

> Estatística é uma ciência matemática, mas não é um ramo da Matemática, tem sua própria essência, seus próprios conceitos e modos de raciocinar. Estes deveriam ser o coração do ensino de Estatística para iniciantes de qualquer nível. (MOORE, 1992, p.14).

A Estatística, não é somente cálculos finais, é toda uma conjunção de dados elaborados e condição através dos resultados obtidos, servir de apoio para novas explanações, a Estatística está sempre em movimento, coloca em dúvida os dados de ontem, e sugere a verdade amanhã.

A Matemática pode tentar resolver os problemas estatísticos, com manipulação e algumas habilidades técnicas. Mas nunca vai conseguir a essência inferencial das questões trabalhadas, questões estas que apresentam mais de uma suposição. E estas diversidades de questionamentos para uma resposta “final” de uma pesquisa é o Raciocínio Estatístico que os estudantes devem aprender.

Conceitos e técnicas matemáticas fundem-se na tentativa de resolver soluções Estatísticas, seja na aplicação precisa de cálculos aprendida em certos cursos educacionais ou o uso dos recursos tecnológicos e de softwares cada vez mais sofisticados.

As unicidades das soluções matemáticas diferem das diversidades das multisuposições que possam ocorrer nas soluções Estatísticas. Pesquisas feitas por estudantes em uma determinada população, baseadas em dados de amostras, podem ser avaliadas em termos de qualidade, de raciocínio, métodos empregados, natureza de dados e evidências usadas, porém não podem caracterizar como “certo ou errado”.

Alguns dos vários sub-objetivos do Raciocínio Estatístico que os estudantes precisam aprender, foram relatados por Gal e Garfield (1997). Nas pesquisas com investigações estatísticas tem-se revelado que os estudantes precisam entender os questionamentos e as informações lógicas e tácitas nas amostras baseadas nos resultados inferenciais para determinar processos causais.

A progressão do conhecimento que envolve as investigações estatísticas faz com que os estudantes consigam determinar através de ferramentas estatísticas, discernimento para as interferências nos planos para coleta de dados e familiarizar-se com as frases específicas para estabelecer perguntas, esboçar estudos, coletar e organizar dados, interpretar descobertas e mais importante discutir conclusões e sugestões de assuntos para pesquisas posteriores.

Os estudantes precisam ser capacitados e habilitados nos processos de investigações estatísticas, desenvolverem entendimento das principais idéias matemáticas implícitas em representações estatísticas, devem organizar dados, calcular índices necessários (mediana, média, intervalo de confiança), ou construir e representar tabelas convenientes, gráficos e diagramas, feitos à mão ou com auxílio da tecnologia, ser capaz de explicar como o ponto médio é influenciado por valores extremos num intervalo de dados e o que acontece quando valores estimados são alterados.

Os estudantes precisam ler e entender os valores de Estatística e Probabilidade que aparecem em nosso dia-a-dia, e que essas medidas de improbabilidade e intuitivas podem nos levar à erros. Os estudantes devem aprender interpretar tendências e saber questionar dados ou sínteses estatísticas. Baseados em informações os estudantes devem se tornar comunicadores efetivos quando discutirem ou apresentarem resultados de investigações estatísticas ou criticas estatísticas, serem capazes de contextualizar informações e observações e questionar as validades das interpretações feitas por outras pessoas, especificamente pela mídia.

Os currículos atuais de Matemática para os níveis fundamental e médio são planejados para ajudar os estudantes a construir habilidades para compreender e lidar com incerteza, variabilidade e informação estatística do mundo ao seu redor e participar efetivamente de uma sociedade sobrecarregada de informações.

Os estudantes devem construir alguns tipos específicos de Raciocínio Estatístico, reconhecer e classificar dados quantitativos e qualitativos, discretos ou contínuos, tabelas especificas, gráficos ou medidas estatísticas. Entender uma amostra, ler, interpretar e modificar um gráfico, distinguir características gerais tais como padrão, centro, dispersão e posição das medidas centrais, saber quais são mais convenientes para usar sob diferentes condições e como elas representam ou não um grupo de dados. Ter condições de analisar e comparar grupos de dados, saber avaliar eventos duvidosos e igualmente possíveis, analisar amostras e poder tirar delas inferências para questionamentos concisos e capacidade de diferenciar uma tabela de dupla entrada ou gráfico de pontos, e quando considerar uma relação bi-variável.

Os objetivos se tornam importantes aos estudantes na medida em que através do Raciocínio Estatístico eles possam cientificar as distinções entre a Estatística e a Matemática, é também importantíssimo que os educadores devam estar preparados para compreender o Raciocínio Estatístico para não cair em questões tradicionais descontextualizadas e que não refletem aos alunos o pensamento estatístico, fornecendo informações limitadas.

Atualmente os educadores matemáticos trabalham com uma variedade de diferentes métodos para avaliar o Raciocínio Estatístico, e este cresce a cada momento que haja um conhecimento da qualidade do pensamento, da comunicação e do processo de raciocínio matemático dos estudantes, são métodos adequados que os estudantes escolhem e aplicam ferramentas estatísticas, compreendem os dados, interpretam os resultados e tiram conclusões.

Também traz um processo avaliativo cuidadosamente elaborado, algumas questões podem ser usadas para se obter alguns indicadores limitados do Raciocínio Estatístico dos estudantes. Um desses instrumentos é o do inglês Statistical Reasoning Assessment (Avaliação do Raciocínio Estatístico) é um teste de múltipla escolha com problemas de Estatística ou Probabilidade com várias possibilidades de respostas e a maioria inclui uma afirmação de raciocínio. Os estudantes são instruídos a selecionarem a resposta que melhor combine com seu pensamento. Itens deste instrumento têm servido para projetos de pesquisa em outros países de língua inglesa.

Em entrevista a uma revista, Nunes (2003) afirma que o aluno trás consigo a intuição por trás do raciocínio, antes da educação formal. Assim as aulas devem ser construídas com base no que a pessoa já sabe. Se alguém tem uma maneira de abordar certos problemas e recebe uma orientação que não acompanha esse esquema, fica com duas formas de pensar. Ou seja, tem grandes chances de se perder. Mas, se aprender com base no raciocínio que já possui, enriquece o conhecimento, ganha instrumentos para a vida. O aluno toma consciência do próprio pensamento e começa a utilizá-lo de maneira mais apurada, mais generalizada.

Nem todos os professores conseguem identificar esses esquemas de pensamento. Para determinar como o aluno raciocina, é preciso ter acesso a pesquisas que mostrem os esquemas possíveis. Com base na teoria, é hora de identificar o raciocínio dos alunos e escolher as estratégias para trabalhar. Por isso ensinar é difícil. Não adianta passar um problema e deixar “correr solto”, esperando que todos resolvam.

1.1.2 - O Raciocínio Combinatório e Probabilístico.

Análise Combinatória poderia ser chamada de "arte de contar". Este argumento encontra respaldo em conceituações recentes como esta que segue apresentada por Merayo *"A Análise Combinatória é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los, porque essa técnica não necessita listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto".* (Merayo 2001, p. 229):

Especificamente sobre o raciocínio combinatório, não existem muitos trabalhos que descrevem sobre esse assunto. Dentre as pesquisas que mais se destacam na perspectiva psicológica, temos Piaget e Inhelder (1951), que analisaram o pensamento probabilístico das crianças em seus diferentes estágios de desenvolvimento. Segundo os autores, é difícil que elas possam estimar corretamente as possibilidades a favor ou contra os resultados esperados, já que não possuem procedimentos combinatórios para realizar um inventário de todos os possíveis resultados de um acontecimento.

O fracasso ao tentarem quantificar as Probabilidades também está relacionado a sua incapacidade para tratar relações parte-todo, pois para estabelecer a relação é necessário separar entre todos os resultados possíveis, os favoráveis. (Lopes, 2003, p.72-73).

Piaget analisa o desenvolvimento cognitivo da capacidade combinatória e seguindo seus esquemas combinatórios o desenvolvimento do raciocínio formal.

Fischbein (1975) por sua vez, analisa os efeitos da inferência combinatória, em experimentos de ensino, organizado com crianças e adolescentes, destaca igualmente a importância dos conteúdos combinatórios e compara, em nível de esquema mental, com a proporcionalidade e a correlação. Posiciona sua aprendizagem a partir dos 12 anos aproximadamente, analisa os resultados obtidos por Piaget e Inhelder no estágio das operações formais e chega a várias conclusões:

1. O desenvolvimento da capacidade combinatória se realiza de uma forma gradual desde os 12 anos (combinações)[7], passando pelos 13 anos (variações) para chegar, por último, aos 14 anos (permutações), porém ainda não se desenvolve completamente nesta etapa.

2. Diverge com Piaget no que se refere ao período de tempo que transcorre entre a aprendizagem de combinações e permutações por parte da criança.

No estágio I até os 7 anos de idade aproximadamente, a criança constroem a combinação por tentativa, de uma maneira empírica, não é capaz de estabelecer um procedimento sistemático que leve a determinar todas as possibilidades. Inclusive as tarefas fáceis como em formar pares de fichas de diferentes cores, tomadas de entre três montes, selecionam pares ao azar, e não buscam um procedimento que permita obter todos os pares possíveis.

Neste fato o autor ainda declara que no caso de combinar quatro elementos tomados dois a dois, formando pares de cores diferentes, não é visto nenhum procedimento padrão, como por exemplo, descartar alguma ficha e mover as restantes.

No estágio II (8 a 11 anos aproximadamente) o que predomina é a busca de um procedimento sistemático de formação de pares e vai excluindo os pares

[7] **Combinação** de n elementos tomados p a p, onde $n \geq 1$ e p um número natural tal que $1 \leq p \leq n$, são todas as escolhas não ordenadas de p desses n elementos. (Santos, 1995 p. 46).

isolados. Essa busca poucas vezes se conduz a resultados satisfatórios e com freqüência a criança recorre de novo a empírica.

No estádio III, objetivo do nosso estudo, que aparece desde os 11 aos 12 anos (e às vezes incluindo 10 anos) algumas crianças descobre com relativo êxito um procedimento sistemático de busca, de tal modo que nenhuma associação fica esquecida. A explicação contribuída sobre o requisito de ter atingido o nível das operações formais é que para construir o sistema de todas as combinações possíveis duas a duas no caso de n termos, é necessário coordenar entre se duas operações distintas – em série e correspondente, numa única operação. Isto supõe a intervenção das operações formais, isto é, operações de segunda ordem, que é característica do nível de pensamento. (Fishbein, apud Batanero, Godino e Navarro-Pelayo, 1994, p. 68).

Concordo com Fishbein (1975) quando descreve que a capacidade de resolver problemas combinatórios nem sempre se alcança num nível das operações formais, interpreto ainda focado nos alunos da nossa pesquisa, como a criança está defasada da construção de conhecimento recebida no processo de aprendizagem do ensino básico, aprendizagem que somente se constituí nas operações informais, o que em nossa opinião é pouco para a resolução de problemas que não abordam o dia-a-dia da criança.

destacar algumas contribuições no que se refere ao estudo das dificuldades e erros na resolução de problemas combinatórios. As estratégias mais utilizadas na hora de abordar este tipo de problemas podem ser encontradas nos artigos de Navarro-Pelayo (1991, 1994) do Departamento de Didática da Matemática da Universidade de Granada. **SE VOCÊ NÃO VAI APRESENTAR A CONTRIBUIÇÃO DA PESQUISA ENTÃO NÃO ADIANTA CITÁ-LA. A CITAÇÃO É PARA FUNDAMENTAR O QUE VOCÊ DESEJA OU PRECISA DISCUTIR.**

Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1994) argumenta que é difícil definir precisamente o que é Combinatória ou resumir em poucas palavras, pois os campos de aplicação em outras disciplinas são bem amplos.

Seguindo o pensamento de Jacob Bernoulli, que escreveu Ars Conjectandi, autores de livros de lógica descrevem que o número de causas que converge entre si na produção de um acontecimento é tão pequeno ou tão grande, situações diferenciadas que fica extremamente difícil enumerar, ordenar, combinar ou desenvolver um raciocínio, chamam de *"enumeración insuficiente o imperfecta de partes o casos"* a qual Batanero, Godino e Navarro-Pelayo (1994, p.17) consideram como a maior ou a principal opinião errônea sobre esse assunto. Devemos abolir este pensamento e considerar que ao ensinar ou resolver um exercício de combinação devemos relacionar todos os modos possíveis de combinar de maneira que estejamos certos de que não nos abstemos de nenhum dado que possa ocultar um resultado possível.

De acordo com Morgado, Pitombeira de Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991), pode-se dizer que a análise combinatória é a parte da matemática que analisa estruturas e relações discretas.

Eles destacam dois tipos de problemas freqüentes em análise combinatória:

- Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições.
- Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas.

Para os autores a primeira aprendizagem matemática da criança é contar, princípio aditivo[8] os elementos de diferentes conjuntos. A combinatória, como um tipo de contagem, exige que seja superada a simples idéia de enumeração de elementos de um conjunto para se passar à contagem de grupos de objetos, ou seja, de subconjuntos, tendo como base o raciocínio do princípio multiplicativo[9].

---

[8] **Princípio Aditivo** - Suponha que A e B são dois conjuntos disjuntos, se o conjunto A pode realizar-se de m maneiras e o conjunto B de n maneiras, então o conjunto A ou o conjunto B poderá realizar-se de m + n maneiras distintas. (Merayo, 2001).

[9] **Princípio Multiplicativo -** Seja C um conjunto que possa ser decomposto em duas etapas sucessivas A e B independentes entre si, suponhamos que a etapa A possa se realizar de m maneiras, e que a B possa se realizar de n maneiras independentes de qual seja o resultado obtido na etapa A. Então, o conjunto poderá se realizar de m x n maneiras distintas seguindo todas as formas possíveis das duas etapas citadas. (Merayo, 2001).

O Raciocínio combinatório na educação básica é pré-requisito para a formação de cidadãos conscientes, claramente exemplificados em nosso trabalho de pesquisa quando envolvemos alunos do nível 6° ano (5ª série) com um alto grau de deficiência em discernir o raciocínio aditivo do multiplicativo. Nessa etapa da aprendizagem o aluno já devia relacionar a idéia de conjunto a se chegar à contagem de grupos de objetos.

A Combinatória não é só um auxiliar do Cálculo das Probabilidades, existe uma inter-relação estreita entre a idéia do experimento composto a partir de um espaço amostral discreto e as operações combinatórias. Por exemplo, a captura ao azar de uma urna de três objetos entre quatro possibilidades, é um experimento aleatório em três fases, que pode ser interpretado significativamente no espaço amostral das variações. Esse experimento pode ser mais bem visualizado quando construímos a árvore das possibilidades, possibilita que visualizemos a estrutura dos múltiplos passos do experimento. .

As operações combinatórias são mais que um simples algoritmos de cálculo de probabilidade nos espaços probabilísticos complexos, proporcionam uma interpretação clara da estrutura interior dos experimentos.

Dentro da Matemática existem outras aplicações da Combinatória: a Teoria das Comunicações, Projetos de Pesquisas, Teoria dos Números, Lógica e Teoria dos Sistemas Automáticos e suas Linguagens, Ciências da Computação e Matemática Recreativa. Podemos encontrar a Combinatória em outras disciplinas como: na Física, na Química, na Biologia, Gestão e Economia.

O estudo da combinatória e da probabilidade é essencial nesse bloco de conteúdo, pois os alunos precisam adquirir conhecimentos sobre o levantamento de possibilidades e a medida da chance de cada uma delas. Ao estudar probabilidade e chance, os alunos precisam entender conceitos e palavras relacionadas à chance, incerteza e probabilidade, que aparecem na nossa vida diariamente, particularmente na mídia. Outras idéias importantes incluem a compreensão de que a probabilidade é uma medida de incerteza, que os modelos são úteis para simular eventos, para estimar probabilidades, e que algumas vezes nossas intuições são incorretas e podem nos levar a uma conclusão equivocada no que se refere à probabilidade e à chance.

Nas situações e nas experiências aleatórias, os estudantes precisam aprender a descrevê-las em termos de eventualidades, associarem a um conjunto de eventos elementares e representar de forma esquemática. Os alunos necessitam também dominar a linguagem de eventos, levantarem hipóteses de eqüiprobabilidade, associar a estatística dos resultados observados e as freqüências dos eventos correspondentes, e utilizar a estatística de tais freqüências para estimar a probabilidade de um evento dado. (BRASIL, 2006, pp. 79-80).

É imprescindível a construção do raciocínio probabilístico na criança desde o ensino básico, não têm como mais esconder a convivência dessa criança seja com a sorte ou com o azar no seu dia-a-dia, o jogo de figurinhas, bolinhas, o par ou ímpar ou na moeda jogada pra cima, no início de uma partida de futebol, as idas às casas lotéricas para pagar uma conta ou até mesmo levar um jogo de loteria, feito por um adulto, a mídia está cheia de sorteios em troca de apartamentos, casas, carros, televisores, motos, as chances do roda a roda, gira o peão, joga o dado, a mensagem do celular que sorteia uma camisa de futebol, uma bola oficial, passagem para a copa do mundo, rifas, sorteios na sala de aula para apresentação de um trabalho, a rainha da escola, a fantasia mais bonita, a roupa que vai usar num passeio, na escola, etc.

O adulto deve estar preparado para o imprevisível que está ao seu derredor. Estou certo que o Raciocínio Probabilístico na formação da criança, colabora em muito na sua vida adulta, ela se transformará numa pessoa auto-critica o bastante, para decidir o seu próprio caminho, na escolha de um curso universitário, no casamento, nos filhos, na compra de um valioso bem, e ainda mais criteriosa na escolha de seu ambiente de convívio, os governantes que estarão representado-a na câmera, na assembléia, no congresso e até mesmo na presidência do seu País. E se algumas das decisões forem equivocadas ela ainda tem a capacidade de discernir e retornar para uma nova chance.

Porém informação que as crianças têm em contato com o cotidiano não reflete na criança em seu ambiente escolar, Matos Filho e Pessoa (2006), num trabalho intitulado *Livro Didático: como estão abordando os problemas de raciocínio combinatório no Ensino Fundamental*[10], analisaram oito coleções de livros didáticos de Matemática da 1ª à 4ª série do Ensino Fundamental, sendo quatro coleções que foram aprovadas pelo Plano Nacional do Livro Didático 2004 e quatro coleções que não foram submetidas ao programa. Buscou-se no estudo:

a) identificar os problemas que envolvem raciocínio combinatório e como estes são abordados antes da introdução formal da multiplicação;

b) verificar como o conceito de multiplicação é tratado, se apenas como a soma de parcelas repetidas ou se existe uma abordagem mais ampla ligada à idéia de combinatória;

c) verificar se os problemas de raciocínio combinatório estabelecem ligação com a construção de conceitos de probabilidade e estatística;

d) observar quais as orientações fornecidas pelos manuais dos livros didáticos para os professores em relação ao trabalho com os problemas de combinatória.

Como principais resultados obtidos por Matos Filho e Pessoa (2006), têm-se que:

1) Todas as coleções analisadas mostram um baixo percentual de problemas de raciocínio combinatório, quando comparados ao todo de problemas de estrutura multiplicativa ou, até mesmo, não apresentam problemas de raciocínio combinatório;

2) 87% dos livros didáticos analisados estabelecem uma relação conceitual entre a multiplicação e o raciocínio combinatório e duas coleções estabelecem também uma ligação com a idéia de proporção;

---

[10] Trabalhos X EGEM X Encontro Gaúcho de Educação Matemática - Comunicação Científica 02 a 05 de junho de 2009, Ijuí/RS

3) 62,5% dos livros analisados apresentam os problemas de raciocínio combinatório sempre após os problemas de multiplicação e estes últimos são apresentados sempre após os de adição e subtração, vinculando a construção do conceito de multiplicação ao conceito de adição;

4) Mais da metade (62,5%) dos livros didáticos não trazem sugestões e orientações que possam auxiliar os professores no trabalho com os problemas de raciocínio combinatório.

Os autores concluem que, apesar das orientações sugeridas pelos documentos oficias e pelas diversas pesquisas que justificam o trabalho com os problemas de raciocínio combinatório, os livros didáticos apresentam um número muito reduzido desses problemas. Desta forma, torna-se necessária uma maior atenção dos autores/editores em relação ao número de problemas de raciocínio combinatório propostos em suas obras, bem como há necessidade de melhor orientação ao professor – por meio de pressupostos teóricos, referências bibliográficas, resultados de pesquisas, explicações, orientações e sugestões.

Temos a certeza que adendo as resoluções de problemas, os jogos matemáticos possam colaborar no desenvolvimento da Construção do Conhecimento do Raciocínio Combinatório e Probabilístico: os jogos de dados, fichas e bolas coloridas, o jogo de espia, quais as opções do cardápio para hoje? Como vestir a bonequinha? Quantas possibilidades para escolha de duas bolas de sorvete num universo de quinze tipos, e a cobertura em outro universo de cinco tipos?

A união entre jogos e a resolução de problemas está intimamente vinculada à intencionalidade do professor. É possível combinar jogo e resolução de problemas nas séries iniciais; porém, fazer isto é muito mais que uma simples atitude, é uma postura que deve ser assumida na condução do ensino. E assumi-la com vistas ao desenvolvimento de conceitos científicos exige um projeto de ensino, inserido no projeto coletivo da Escola. Fazer isto é dar um sentido humano ao jogo, à resolução de problemas e, sendo assim, à Educação Matemática (MOURA, 1992, p. 51).

Os PCNs destacam que um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Considera importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar a potencialidade educativa dos diferentes jogos. (BRASIL, 1997a, p. 49).

Carraher, Carraher e Schliemann, notaram em seus estudos que é possível uma criança adquirir espontaneidade nos métodos informais de composição, sem dominar as regras escolares.(Carraher, Carraher e Schliemann, 1998, p.39)

De acordo com Morgado, Pitombeira de Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991), pode-se dizer que a análise combinatória é a parte da matemática que analisa estruturas e relações discretas.

Eles destacam dois tipos de problemas freqüentes em análise combinatória:

- Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições.

- Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem certas condições dadas.

Para os autores a primeira aprendizagem matemática da criança é contar os elementos de diferentes conjuntos. A combinatória, como um tipo de contagem, exige que seja suplantada a simples idéia de enumeração de elementos de um conjunto para se passar à contagem de subconjuntos de objetos, tendo como embasamento do raciocínio multiplicativo.

Outros estudos: Bryant, e Nunes (1997); Pessoa, Silva e Matos Filho (2005); Pessoa e Matos Filho (2006a)) têm confrontado a execução em problemas multiplicativos diversificados e têm apresentado como um resultado a dificuldade dos sujeitos de diferentes idades em resolver problemas que envolvem o raciocínio combinatório, também um problema de estrutura multiplicativa.

Pesquisas que investiguem como os alunos de diferentes idades e níveis escolares podem ir além das dificuldades em resolver os problemas de raciocínio combinatório são necessárias, especialmente as que observem como se dá o desenvolvimento deste raciocínio ao longo dos anos.

1.1.3 - Linguagem Matemática.

Espera-se que o uso das "Linguagens Matemáticas" onde envolva: Letramento, Letramento em Matemática, Numeramento, Alfabetização Matemática, Linguagem Matemática, além de efetuar análises reflexivas sobre as inter-relações emergentes durante a alfabetização, desenvolva no aluno o raciocínio, a criatividade, a comunicação, as argumentações, etc.

Discussões baseadas nas experiências em sala de aula e nos trabalhos de diversos autores brasileiros, que seguindo uma tendência já se delinearam internacionalmente, tem contemplado relações entre atividades matemáticas e práticas de leitura em sala de aula a Linguagem e Matemática.

Essas produções têm ressaltado a importância da leitura de textos que tenham como objetivo enunciado questões, problemas, conceitos, procedimentos matemáticos, história da matemática ou reflexões sobre a matemática, seus problemas, seus métodos e seus desafios.

Essas dificuldades de leitura não aparecem somente nos enunciados dos problemas de matemática, mas nos textos de matemática. Essas dificuldades muitas vezes estão relacionadas a obstáculos na inter-relação das crianças com os textos de matemática levados pelos professores para sala de aula: vocabulário exótico, ambigüidade de significados, desconhecimento funcional do conteúdo matemático.

Talvez isso aconteça por não existir "uma rotina de leitura que articule momentos de leitura individual, oral, silenciosa ou compartilhada, de modo que, nas aulas de matemática os alunos se defrontem com situações efetivas e diversificadas de leitura". (Smole e Diniz, 2001, pp.69-86).

Discutir soluções para os problemas apontados acima, consiste em explicar e escrever em linguagem usual, os resultados matemáticos e de ajudar as pessoas a dominarem as ferramentas de leitura, ou seja, a compreenderem o significado dos símbolos, sinais e notações. (Carrasco, 2001, p.192).

A leitura de textos matemáticos pode muito mais do que orientar a execução de determinada técnica, agregar elementos que não só favoreçam a constituição de significados dos conteúdos matemáticos, mas também colaborem para a produção de sentido da própria matemática e de sua aprendizagem pelo aluno.

Os textos de outros contextos no ensino da Matemática aparecem nas situações de ensino aprendizagem de Matemática, em geral inseridos nos enunciados dos problemas: anúncios de produtos, mapas e contas de serviços públicos ou particulares, visores de aparelho de medida, etc. São textos, que aparecem com freqüência à responder, uma preocupação de contextualizar o ensino da matemática na realidade do aluno, colocando em evidência o papel da escola e do conhecimento matemático.

A escola era uma transmissora do conhecimento sistematizado e na concepção atual ela atua na formação do indivíduo como componente da história da humanidade.

O espaço do livro didático na abordagem interdisciplinar é quase nulo como norteador do processo de ensino e de aprendizagem que deveria ir ao encontro do saber do professor e do aluno por meio de um discurso em que o autor tem o papel de provocar, instigar, incomodar, motivar para uma busca de uma educação crítica e transformadora.

Apoiados em teóricos com posições criticas como Skovsmose, Freire, D’Ambrósio, os métodos educacionais pedagógicos, nos processos de aprendizagem da educação matemática na sala de aula é diferentemente de uma educação na linguagem matemática vivida no dia-a-dia por qualquer brasileiro, sobre as informações que são despejadas através da mídia. Não que deve ser negada a matemática da sala de aula que desempenhou e desempenha no avanço científico, mas, a linguagem matemática que através dos tempos se confundiu com a própria matemática a matemática dos “matemáticos profissionais” um instrumento na formação social de qualquer cidadão.

Neste argumento pedagógico o conhecimento dos estudantes, tem de ser construído de acordo com as estruturas e os conteúdos, para isso é necessário que os alunos participem do planejamento curricular. O relacionamento das conexões entre a linguagem ordinária e conceitos matemático construídos poderia ser estabelecida como a tese da familiaridade e oposta a essa tese, tem-se a tese da dicotomia, onde o ato fundamental do planejamento do currículo é identificar conceitos fundamentais para elaborar um currículo detalhado.

Para desvendar o currículo oculto da educação matemática, poder-se-ia usar uma estratégia educacional, desenvolvida pela etnomatemática caracterizada pela tese da familiaridade e pela abertura da situação de ensino-aprendizagem.

O ponto crucial é a recusa a usar materiais pré-estruturados e prontos, tentar criar situações que poderiam facilitar uma matematização que significa em principio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entendimento. Tanto os professores como os alunos devem estar envolvidos no controle desse processo, isso se tornaria uma forma mais democrática.

Uma das questões que Skovsmose discute no artigo: Competência democrática e conhecimento reflexivo em Matemática[11] é se a alfabetização matemática pode substituir a alfabetização nas formulações anteriores? Alfabetização matemática é a habilidade de calcular e usar técnicas matemáticas e formais, com isso ele cita o conceito o qual está o da alfabetização de Paulo Freire, a escola educa os alunos para que eles sejam cidadãos críticos, que possam desafiar e acreditar que suas ações poderão fazer diferença na sociedade.

Como os meios de comunicação apresentam a linguagem matemática à população mais nem todos, apesar de terem acesso a esses dados, conseguem

---

[11] Tradução do artigo Democratic competence and reflective knowing in mathematics publicado na revista For The Learning of Mathematics, 12(2), em Junho de 1992 (NT).

interpretá-los. Falta um domínio cultural que os meios de comunicação influenciam e exercem nos grupos sociais e cabe aos educadores a capacidade de traduzir esse raciocínio, de realizar trabalhos em grupo, de conhecer e intervir em situações sócio-cultural. E para tentar mudar essa situação, usar nas disciplinas curriculares, como recurso didático, o trabalho e a interdisciplinaridade do jornal impresso.

Os textos jornalísticos e folhetos que utilizam a linguagem matemática para comunicar socialmente uma informação podem estabelecer uma interação entre a escola e a sociedade, construindo conhecimento na evolução do ser humano para vivenciar a linguagem matemática.

A linguagem matemática como um fator de progresso social, de liberação individual e política, como instrumento para vida e para o trabalho. Defende que os professores de matemática devam buscar uma reflexão dos conteúdos e preparar os alunos para uma linguagem matemática envolvida com sua vida futura e entender que os dados interpretados têm ou não um interesse social, político e econômico.

Nessa busca integralizar seus saberes práticos, curricular e pedagógico, e oferecermos uma alfabetização matemática suficiente para que decidam, de forma crítica, consciente e inteligente. (D'AMBROSIO, 1993, p. 16)

A necessidade do relacionamento, da comunicação entre os professores, professor-aluno e entre os alunos e essa integração na sala de aula onde os professores lançam mão de todos os seus conhecimentos, tanto específicos como pedagógicos a muitas questões do cotidiano. Do mesmo modo se não houver essa integração, há uma ausência de comunicação, perguntas sem respostas, respostas sem perguntas, desencontros entre discursos, linguagens e tempos.

E isso deve fazer parte da construção de aprendizagem dos alunos, essa comunicação de aspecto lingüístico não deve ser separada da Educação Matemática.

É freqüente nos depararmos com situações de tensão com nossos alunos, com nossos colegas e com o conteúdo a ser ensinado: o quê? para quê? de que maneira? É importante haver uma parceria entre os alunos e o professor, uma disposição entre todos os elementos num processo de ensinar e aprender com isso pode amenizar os conflitos em aprender matemática.

Um texto escrito pode ser visto como a tradução, por meio de palavras, de pensamentos, sentimentos e ações.

No contexto do ensino e aprendizagem, tanto a expressão, na forma dissertativa, de um determinado conceito quanto o eventual relacionamento, deste com outros, se conectam com a busca de conhecimento e de algum domínio do tema em questão. Porém, um estudante que compreende e domina um determinado conceito deve ser capaz de escrever sobre ele, ressaltando suas certezas e possíveis dúvidas.

A linguagem escrita nas aulas de matemática atua como mediadora, integrando as experiências individuais e coletivas na busca da construção e apropriação dos conceitos estudados, essa linguagem escrita proporciona um grau elevado de conhecimento na vida do professor. É importante que aja uma relação de afetividade com os alunos e que os alunos dediquem-se a nova proposta deste processo, é uma conquista preciosa entre os estudantes na construção de um espírito crítico e reflexivo que certamente repercute no professor.

As estratégias empregadas na sala de aula são: diários, glossários, mapas conceituais, cartas e outros pequenos textos, resgatam a afetividade de entendimento da construção do conhecimento professor- conteúdo- aluno.

Maria Cecília Gracioli Andrade, coordenadora do Curso de educação Infantil da Escola Comunitária de Campinas, no Projeto Integrado de Áreas, pauta as inter-relações entre a iniciação matemática e a alfabetização, objetivos, outras formas de expressões e de leituras de que os homens se utilizam para se auto- compreender. (ANDRADE, 2009, p. 143).

Vivenciar as crianças, a iniciação a análise combinatória, estatística e probabilidade. As atividades desenvolvidas pelas crianças, usando diferentes linguagens matemáticas: sentir, pensar, expressar seus sentimentos, contextualizar como ler o mundo a sua volta, perceber, compreender, interpretar e comunicar.

Diversificar as estratégias (forma de expressão) do conteúdo do ensino da matemática em sala de aula, como poema, quadros de pintura, música, maquetes com formas proporcionais, gráficos, tabelas, receitas de culinária, englobando a interdisciplinaridade em diferentes áreas do conhecimento: Português, História, Geografia, Ciências, Arte, etc.

O professor, apesar de suas condições de trabalho e constantes desvalorizações, está motivado a buscar sua formação, a compartilhar suas experiências. Luta por conquista de espaços, onde se possa discutir uma Educação Matemática de Qualidade.

1.2 - A Importância da Aprendizagem

1.2.1 – O Professor refletindo sua própria Prática.

> Os professores de Matemática concebem a Matemática a partir das experiências que tiveram como alunos e professores, do conhecimento que construíram, das opiniões de seus mestres, enfim das influências socioculturais que sofreram durante suas vidas, influências que vêm sendo construídas, passado de geração para geração, a partir das ideias de filósofos que refletiram sobre a Matemática. (CURY, 1999, p.40)

Segundo Sousa (2002) demonstra que a modernidade no ensino, base da construção de conhecimento, leis que determinam em que todos os alunos devam estar na escola, passou-se muitas das responsabilidades antes da família para os professores. Com isso além das tarefas de desempenho de orientar, gestão do processo de aprendizagem, o professor foi inserido nos conflitos, desigualdades do contexto social.

O professor tem que desenvolver um ensino diversificado, adequando-se a situações de aprendizagem significativas a todos os seus alunos, ainda que balanceie situações de conflito disciplinar.

Com isso, é certo que a multidisciplinaridade das diversidades dos conceitos, sociais dos alunos, faz com que a educação não seja “uma receita de bolo” ou uma rotina metodológica para todo o sistema de Educação (Ponte, 2005).

O professor tem que ser polivalente tanto nas disciplinas como nas resoluções de situações problemáticas do dia-a-dia, exigem dele, tomadas de decisões em cima do acontecimento, muitas vezes sem tempo de refletir sobre a melhor maneira de agir.

Para conviver com esta situação o professor tem que estar preparado, desenvolvido em sua capacidade há criar hábitos de reflexão sobre sua prática.

Questionando, refletindo e reformulando as suas estratégias e atitudes, e estas atitudes devem ultrapassar a sala de aula, estendendo-se a toda sua prática profissional.

A prática de o professor refletir sobre suas decisões não é nova, Alarcão (2001) concorda com Stenhouse e situa a sua origem nos anos sessenta, quatro designações distintas, professor reflexivo, professor investigador, professor que investiga a sua própria prática e investigação-ação. Esta investigadora usa as quatro designações como sinônimos. Para Alarcão, a atividade investigativa é inseparável à profissão de professor, pelo que afirma ser incapaz de

> conceber um professor que não se questione sobre as razões subjacentes às decisões educativas, que não se questione perante o insucesso de alguns alunos, que não faça dos seus planos de aula meras hipóteses de trabalho (...), que não leia criticamente os manuais ou as propostas didáticas que lhe são feitas, que não questione sobre suas funções da escola e sobre se elas estão a ser realizadas (ALARCÃO, 2001, p.18)

D’ Ambrósio (1996, p.15) considera que as recentes mudanças curriculares requerem do professor de Matemática uma “postura de investigação contínua de experimentação curricular, de exploração de métodos alternativos de avaliação e de colaboração profissional e divulgação de idéias junto a colegas diversos” (p.15). Ainda enfatiza alguns aspectos da atividade do professor onde nova atitude do professor se deve refletir:

- na seleção das atividades que propõe aos alunos, pensando na sua acessibilidade em relação aos seus conhecimentos e tentando prever algumas das abordagens que os alunos poderão seguir;

- na preparação das questões que estimulem o trabalho dos alunos e os incentivem a ir mais longe;

- na elaboração de perguntas de apoio à classificação dos seus conhecimentos matemáticos;

- na análise dos trabalhos escritos pelos alunos, tentando obter uma melhor compreensão do seu pensamento e idéias matemáticas;
- na análise dos trabalhos escritos pelos alunos, tentando obter uma melhor compreensão do seu pensamento e idéias matemáticas.

Investigando a sua própria prática o professor alcança uma melhor inclusão da sua própria prática e do modo como os alunos aprendem, além de melhorar o seu conhecimento matemático.

As potencialidades da investigação sobre a prática, enquanto “processo privilegiado de construção de conhecimento” (Ponte, 2002, p. 6), são realçadas por vários autores (Cochran-Smith e Lytle, 1993, citadas por D’Ambrósio, 1996; Stenhouse, 1984, citado por Pacheco; Ponte, 2002) como forma de instigar a transformação na prática educativa e de contribuir para o desenvolvimento profissional dos professores e para a produção de conhecimento sobre a profissão do professor (Ponte, 2002).

A investigação da própria prática surge como uma forma de solidificar as atuais intenções curriculares e fornecer para que os professores adquiram um papel mais ativo na construção e aplicação do currículo, ampliando práticas inovadoras de ensino.

Oliveira e Serrazina(???) afirmam que é obrigatório que o professor investigador seja reflexivo, porém não é o bastante, há necessidade que o principal objetivo seja fornecer informações corretas e verdadeiras sobre uma ação, as razões e os seus resultados finais.

Porém esses resultados sejam apenas para explicar as ações, tendo como argumento a defesa das criticas e justificações.

As autoras concordam com Zeichner quando escreve: “O importante é o tipo de reflexão que queremos incentivar nos nossos programas de formação de professores, entre nós e os nossos estudantes e entre os estudantes” (1993, p.50).

Esse processo reflexivo faz com que os professores estejam sempre envolvidos num processo investigativo, não só fazendo uma auto-análise de melhoria, como também procurar desenvolver seu conhecimento.

Para Stenhouse (1975) o profissionalismo do professor investigador envolve:

- Esforço de se auto-avaliar o desenvolvimento do próprio ensino;
- Esforço e a capacidade para instruir-se;
- A preocupação para examinar, testar teoricamente e na prática fazendo uso dessas capacidades;
- Permitir a outros professores observar o seu trabalho – diretamente ou através de registros e discuti-los numa base de honestidade. (p. 144)

Ensinar é mais do que uma arte, é a busca incessante de criar condições para que ocorram aprendizagens. E que vários autores (ver, por exemplo, Eraut, 1978; Nias, 1989) analisam que todos professores possuam o que Argyris e Schön (1974, p. 6) instituíram por *teoria da ação,* definindo-se como “uma teoria de comportamento humano intencional que é uma teoria de controle, mas quando atribuída ao agente, também serve para explicar ou predizer o seu comportamento”

As teorias defendidas dum determinado professor são as que justificam ou descrevem o comportamento, e as teorias em uso, são as que uma pessoa faz ou o modo como operacionaliza as suas teorias defendidas (Argyris e Shön, 1974) e ainda o professor deve refletir e especificar sobre essas teorias: o que dizem sobre a educação e como se comportam na sala de aula.

Essa auto-avaliação aumenta o conhecimento do ensino dos professores, ou seja, essa reflexão contribui para a consciencialização das suas teorias subjetivas.

Os professores reflexivos desenvolvem a prática embasada nas suas investigações, seja num dado contexto escolar ou sala de aula.

A prática é um processo constante de vaivém, sustentada em teorias educacionais se relaciona criticamente que conduz a transformações e a investigações futuras, num ambiente de conversação em grupo autêntico ou simbólico (Schön 1987).

A reflexão em nossa vida pessoal e profissional como elemento importante de aprendizagem. Os trabalhos sobre as práticas de Schön deixam claro que existem zonas indeterminadas da prática – incerteza, caráter único e conflito de valores (1987, p. 6) que permitam abordagens flexíveis para lhe dar com situações confusas e complexas. As soluções acadêmicas não ajudam os docentes nestas situações, pois são únicas e necessitam de reflexão.

Os trabalhos de autores sobre as práticas dos professores referem-se ao resultado de suas experiências e enfatizam a ação da reflexão crítica para o desenvolvimento profissional. Zeichner (1993), Argyris e Shön (1974) concordam que a atuação do professor em sala de aula é corroborada pelas suas teorias pessoais. Zeichner entende que a reflexão está num patamar de trabalho do professor que para ser alcançada tem que haver uma integralidade nas condições deste trabalho, e as opções que os professores fazem, tem implicações nas oportunidades que são proporcionais às crianças, e neste sentido, na justiça social.

Assim um professor que não reflete sobre sua prática atua conforme a rotina da escola, trabalhando e buscando soluções determinadas por outros professores.

Na verdade o professor reflexivo procura o equilíbrio entre a ação e o pensamento, uma nova prática implicam sempre uma reflexão sobre a sua experiência, as suas crenças, imagens e valores. Esta ação reflexiva desenvolvida procura sempre uma autonomia e melhoria da sua prática num quadro ético de valores democráticos.

1.2.2 - Estatística e a Probabilidade na Educação Básica.

> ...na busca de uma pessoa que atue criticamente, é necessário lembrar que os nossos jovens já são cidadãos; precisamos auxiliar o desenvolvimento da sua capacidade de crítica e de autonomia a fim de que tenham melhores condições para elaborar reflexões, emitir opiniões e/ou tomar decisões. (Lopes, 1998, p. 114)

O ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica é algo moderno. Um dos primeiros países, de língua inglesa, a dar ênfase em seu currículo à Estatística e à Probabilidade foi a Inglaterra, em meados de 1970, através do livro School Mathematics project. Nos anos 80, uma publicação da NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) chamou a atenção dos professores americanos para o ensino nessas duas áreas. Em 1989, a NCTM publicou o Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, que incluía, no ensino básico, cinco níveis para o ensino de Estatística e Probabilidade, um por série. Enfatizou, além disso, o ensino de métodos estatísticos para descrever, analisar, avaliar e tomar decisões. Esse documento também incluiu a criação de modelos teóricos e experimentais de situações envolvendo probabilidades no ensino básico. Esse fato conjeturou no currículo de outros países de língua inglesa (Austrália, Inglaterra e Nova Zelândia) e no mundo, a partir dos anos 1990 (WATSON, 1998). No Brasil, em 1998, os Parâmetros Curriculares Nacionais, elaborados e publicados pela SEF/MEC, indicaram esses temas no bloco de conteúdo "Tratamento da Informação" do currículo de Matemática. Ali, além da Probabilidade e da Estatística, incluiu-se a Combinatória, considerando que esses contextos permitem "o desenvolvimento de formas particulares de pensamento e raciocínio, envolvendo fenômenos aleatórios, interpretação de amostras, elaboração de inferências e comunicação de resultados por meio da linguagem estatística." (LOPES, 1999).

A última atualização do NCTM em 2006, intitulada Curriculum Focal Points for Prekindergarten through Grade 8 Mathematics, planejaram a Estatística e a Probabilidade desde a Educação Infantil.

Nas séries iniciais, planejam em usar objetos geométricos para identificar, por exemplo, suas analogias de tamanho, cor, quantidade de vértices e faces; para resolver problemas, verificando quais movimentam facilmente e quais não. O documento também norteia a resolver problemas de contagem. Em seguida, com as crianças do 1º ciclo, o NCTM instrui em estabelecer e considerar tabelas de freqüência, gráficos de barras, gráficos de imagem e de linha e usá-los para resolver problemas e aplicar sua compreensão para o desenvolvimento e o uso de diagramas de árvores. Já no 2º ciclo, os alunos devem aplicar os seus conhecimentos de números inteiros, frações, decimais, para construir e analisar gráficos de dupla entrada de linha e também utilizar pares ordenados para construção de planos cartesianos. Em seguida, o aluno deve fazer uso de proporções e fazer previsões relativas a uma população com base numa amostra, aplicar conceitos de porcentagens e interpretar histogramas e gráfico de setores. Ainda adotando como alicerce seus conhecimentos, deve organizar e expor dados para posicionar-se diante de perguntas, ver como os dados numéricos adicionados podem resumir vários números a um único, determinar percentis para obter informações sobre dispersão de dados e usar o box-plot para transmitir essa informação.

O documento do NCTM é muito diferente dos PCN: enquanto o NCTM detalha os conteúdos e a didática de ensino e mostra ao professor, passo a passo, o que e como ele deve ensinar, os PCN são muito abrangentes e tratam a Estatística de uma maneira superficial e desconectada dos outros assuntos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais justificam o ensino da Probabilidade e da Estatística, refere-se à necessidade de o indivíduo raciocinar com os dados traduzidos, assumir decisões inferenciais com previsões que influenciam sua vida pessoal e em comunidade. Porém, ao descrever as noções de Estatística, de Probabilidade e de Combinatória, não apontam uma forma integrada de trabalhar com esses conteúdos, podendo deixar ao professor a idéia de compartimentalização desses temas. Os PCN ressaltam a necessidade de calcular medidas estatísticas, sem preocupar-se em enfatizar que o mais importante é saber o que cada medida significa e não simplesmente efetuar seus cálculos (LOPES, 1999). O NCTM 2006 traz a Estatística e a Probabilidade não separadamente, mas coloca-as lado a lado com os conteúdos matemáticos, identificando-as como conexões para os objetivos focados.

Quase doze anos após a criação do PCN é notório que existe uma lacuna enorme entre o professor no Brasil e os PCN, fazendo com que o professor afaste-se do seu referencial, e uma série de fatores colaboram para isso, desatualização do conteúdo, políticas públicas, falta de investimentos, falta de recursos físicos e humanos, ainda tem se mantido distante do material público oficial para o ensino da Estocástica.

Segundo Lopes (1998), considera a importância que o ensino de Probabilidade e da Estatística pode prover a escola de preparar os estudantes para a realidade à medida que ampliam as questões para responder a possibilidade de fazer conjecturas, formular hipóteses, estabelecer relações, processos necessários à resolução de problemas.

A Associação Americana de Estatística (ASA) publicou em 2007 um trabalho que se deve trabalhar com a Estatística, desde a formação do aluno na Educação Básica. Lopes (2008) ressalva que as atividades elaboradas pelos alunos devem ser problematizadas e inferidas por eles, pois Estatística é uma disciplina metodológica. A autora destaca a necessidade dos estudantes terem uma consciência de conceitos estatísticos.

Recentes pesquisas (Newborn & Franklin, 2006; Shaughnessy, 2007; Silva & Coutinho, 2006) também têm destacado que o objetivo maior da Estatística é que os estudantes tenham um pensamento estatístico e esse pensamento se complementa em saber que na execução de um problema pode ter uma variação até o resultado final, uma questão estatística exige uma compreensão da diferença entre uma pergunta que antecipa uma resposta determinista e uma pergunta que antecipa uma resposta com base em dados que variam.

As investigações feitas por Carolina Carvalho, docente e pesquisadora do Centro de Investigação em Educação, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, com o tema “Comunicações e Interações Sociais nas Aulas de Matemática, defende algumas idéias, sustentada na Psicologia, para a construção de conhecimentos dos alunos quando realizam colaborativamente atividades matemáticas, na sala de aula”. O envolvimento entre os parceiros constroem soluções, que individualmente não conseguiriam. (CARVALHO, 2009. p. 15)

As interações sociais entre os alunos resultam diferentes pontos de vista e em comum acordo, conseguem alcançar os objetivos finais e observam que a mesma tarefa poderia ter desfechos diferentes, explicar como descobriu um resultado é elementos que ajudam na construção do conhecimento.

Quando se trata de trabalhar em grupo, cada aluno traz consigo saberes diferentes para resoluções de problemas, adquiridos em suas vivências e experiências pessoais, com isso há um conflito e negociações de opiniões até chegarem a um consenso final.

Batanero e Diaz (2005), observando as recomendações da NCTM, afirmam que a melhor forma de ensinar Estatística é inserir nas aulas projetos, alguns dos quais estabelecidos pelo professor e outros propostos livremente pelos alunos. No lugar de introduzir técnicas e conceitos descontextualizados, aplicados exclusivamente a problemas abstratos que não se encontram na vida real, deve-se tratar de apresentar as diferentes fases de uma investigação estatística: a introdução de um problema, a decisão sobre os dados a serem recolhidos, a análise dos dados, as conclusões sobre o problema introduzido.

Batanero (2005) — cujas orientações também podem ser encontradas nos PCN (1998) — recomenda a inserção da Estocástica já nas séries iniciais e afirma que cada vez é mais freqüente a necessidade de compreender as informações veiculadas, especialmente pelos meios de comunicação, para tomar decisões e fazer previsões que terão influência não apenas na vida pessoal, mas em toda a comunidade; e estar alfabetizado, supõe saber ler e interpretar dados apresentados de maneira organizada; construir representações; formular e resolver problemas que impliquem o recolhimento de dados e a análise de informações.

Lopes (2003) e Batanero (1999) consideram que a pesquisa sobre o ensino da Estatística e da Probabilidade está em um momento de notável expansão: são cada vez mais numerosos os procedimentos estatísticos disponíveis; distanciam-se da Matemática Pura e convertem-se em ciência de dados. Sua natureza interdisciplinar possibilita relações com vários ramos da atividade humana, permitindo-lhe um papel especial no universo científico, já que o desenvolvimento de suas idéias não é exclusividade dos estatísticos. Lopes (2003) afirma que isso é uma riqueza natural dessa área, tornando-a atrativa e geradora de um movimento interacionista entre os pesquisadores.

É importante que nossos alunos sejam conscientes e não se esqueçam de observar a ética que deve existir dentro da Estatística, *a* Etnoestatística na que humildemente refiro-me como a *Estatética* desde as coletas de dados, a modelagem estatística e principalmente a divulgação dos resultados pesquisados. Sabemos que os resultados das pesquisas influenciam a sociedade o Homem no seu viver diariamente, assim esses resultados fora de uma ética pode ser causadora de um infortúnio por muito tempo, casos específicos das pesquisas á cargos governamentais, produtos manufaturados, transportes, etc.

METODOLOGIA DE PESQUISA

Apresentamos a metodologia que utilizamos neste estudo, as razões que nos levaram à sua escolha, objetivando a pesquisa da minha própria prática e das dificuldades que os alunos apresentaram nas resoluções dos problemas envolvendo dentro da Estatística, questões sobre Combinações e Probabilidade. Apresentamos também os participantes deste estudo, os instrumentos usados na coleta de dados e a metodologia que utilizamos na análise dos mesmos.

2.1– Metodologia e procedimentos metodológicos.

Com este estudo pretendemos compreender as dificuldades que nove alunos, escolhidos por serem compromissados com os estudos, assiduidade e responsabilidade, de três 6º anos do ensino fundamental, que ainda não tiveram o processo da construção do conceito com a Estatística, resolveram exercícios especificamente de Combinações e Probabilidade. Consciente da complexidade e diversidade de fatores que intervém nesse processo e amparado na nossa fundamentação teórica, focaremos, a linguagem utilizada e a resolução dos problemas. Vamos demonstrar nesse capítulo, a fundamentação metodológica em que nos embasamos e os procedimentos para a coleta de dados.

O procedimento da pesquisa investigativa é qualitativa, orientada para a compreensão de processos, descrita por (BOGDAN & BIKLEN 1994).

A proposta estudada é que o professor-pesquisador propusesse aos alunos exercícios envolvendo primeiramente contextos sobre Combinações, extraídas do livro estudado como apoio, já que a determinação da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo é que os professores sigam os cadernos por ela elaborados.

2.2 - Cenário de pesquisa.

A escola escolhida para pesquisa foi da rede pública do Estado de São Paulo localizada na periferia leste da cidade de Guarulhos, lotada na sede da Secretaria da Educação - Guarulhos-Sul a qual faço parte do quadro funcional como professor de Matemática com habilitação em Física.

A escola foi construída dentro do complexo Centro de Atenção Integral à Criança (CAIC), com posto de saúde, biblioteca municipal, duas quadras descobertas e uma quadra coberta, um campo de areia, jardim, creche, uma escola para séries iniciais da prefeitura de Guarulhos, posto da policia metropolitana e um salão multiuso. Com o término do CAIC, a escola foi isolada por um muro e corre nos tramites para a mudança de localidade.

A estrutura física da escola é constituída de dois prédios tipo solo e primeiro andar. No térreo do primeiro prédio dispõe de uma sala para a Diretoria, uma sala para duas Vice-Diretoras, duas salas para a Secretaria, uma sala destinada aos Professores, uma sala para as Coordenadoras Pedagógicas, uma sala para os armários dos Professores, uma Cozinha para a direção, coordenadores, professores funcionários da secretaria e inspetores, uma sala reservada para almoxarifado de materiais diversos e aparelhos pedagógicos, quatro banheiros sendo dois específicos para os alunos, uma sala de leitura, uma sala reservada para a biblioteca, uma cozinha acoplada ao refeitório e uma cantina.

O primeiro andar é composto de doze salas de aula, três salas para os inspetores e guarda livros e uma sala de vídeo, com retroprojetor e data-show. No térreo do segundo prédio há um laboratório químico e físico, um laboratório de informática com doze computadores, uma sala de aula, uma sala almoxarifado para Educação Física e dois banheiros para alunos, na parte do primeiro andar tem-se treze salas de aula e uma sala para os inspetores e guarda livros. Toda a estrutura física apresenta condições razoáveis de utilização.

A escola funciona nos três períodos, manhã com 26 salas com alunos de 6ª série à 1º ano do ensino médio, a tarde com 13 salas para alunos de 3º e 4º ano do ensino infantil e 13 salas com 5ª séries e a noite com 20 salas, supletivo de 5ª série, o ensino médio regular e suplência, com uma média de 45 alunos por sala, abrangem aproximadamente 3200 alunos, além da localidade, Jardim Cumbica os alunos são oriundos dos bairros, Arapongas, Vila Isabel e Tijuco Preto.

Não foi possível que os dados recolhidos fossem feitos durante as aulas, devido ao vozerio, assim esses alunos foram deslocados, em horários fora do expediente das aulas, as sextas-feiras, como não havia nenhuma sala vaga, deslocamos para um local de multiuso destinado à comunidade do bairro, porém dentro do complexo, antigo CAIC, pertencente a Prefeitura de Guarulhos, distante uns 50m do portão de entrada da própria Escola.

2.3 - Participantes da Pesquisa:

A orientação do Governo do Estado de São Paulo é trabalhar com a proposta do caderno do aluno[12]. Com a prorrogação das férias no 2º semestre devido a gripe H1N1, os alunos iniciaram o caderno volume 3 no final do 3º bimestre. Assim não foi possível desenvolver esta pesquisa com a turma toda no horário das aulas pois estaríamos comprometendo nosso trabalho no qual deveríamos seguir as apostilas para o estudo com os alunos.

Estávamos trabalhando com as salas do 6º ano (5ª séries), assim resolvemos então escolher alguns alunos. A nossa investigação foi realizada fora do ambiente da sala de aula, as sextas-feiras, no horário da manhã, porque os alunos estudavam á tarde.

A escolha dos alunos não foi de forma aleatória, foi mediante a assiduidade e compromisso dos mesmos, para não cairmos no erro, de um aluno escolhido não participar de todas as atividades. Assim mesmo tivemos problema com a aluna Rebeca, que por problemas particulares, após a 5ª atividade ela foi de mudança com a família para o Estado da Bahia. Como a aluna Renata, sabedora dos encontros com seus colegas, cobrava-me a todo instante em querer participar, então decidimos incluí-la a pesquisa das demais atividades.

Após uma reunião com os pais onde expomos o objetivo dos encontros, eles autorizaram a pesquisa com seus filhos.

---

[12] Caderno do Aluno Ensino Fundamental 5ª Série/6º Ano – São Paulo faz escola – Uma Proposta Curricular para o Estado. 2009, Volume 1 ao 4.

Mediante a autorização dos pais, a Diretora da escola também autorizou a realização da pesquisa.

Felipe → F

Gênero masculino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retido, em alguma série.

Sua casa fica a uns 250 metros da escola, mora com o seu pai, mãe, cunhada, sobrinho e dois irmãos.

Os que trabalham na casa são, seu pai, mãe e um irmão, o outro irmão que não trabalha faz o ensino médio.

Na sua casa tem: 3 televisão, 1 geladeira, 1 fogão, 1 máquina de lavar, 1 telefone fixo, 4 celulares, 1 computador, 1 vídeo game e 1 carro.

No seu relato não deixou claro seu gosto pela Matemática, acha legal, entendeu pouco os exercícios de combinação.

Jacqueline → J

Gênero feminino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retida, em alguma série.

Sua casa fica a uns 300 metros da escola, mora com a mãe e a tia. Tanto a mãe como a tia não estudam, somente trabalham.

Na sua casa tem: 3 televisões, 2 geladeira, 2 fogões, 2 computadores, 2 máquinas de lavar roupa, 3 telefones fixos, 3 celulares e possui carro.

No seu relato não deixou claro que a Matemática é sua matéria favorita, apenas legal e interessante.

Rebeca → Rb

Gênero feminino 11 anos, participou das primeiras atividades e mudou para Bahia.

Renata → R

Gênero feminino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a 3ª série, já que a 1ª e 2ª série estudou na escola da Prefeitura de Guarulhos, nunca foi retida, em alguma série.

Sua casa fica a uns 350 metros da escola, mora com o seu pai, sua mãe, duas irmãs e um irmão. Suas irmãs também são estudantes, ensino fundamental e médio e somente o seu pai trabalha.

Na sua casa tem: 1 televisão, 1 geladeira, 1 fogão, 2 máquinas de lavar, 2 telefones celulares, não tem telefone fixo e nem computador.

No seu relato: A Matemática é sua matéria preferida, dos exercícios da pesquisa entendeu bem a combinação resolvida através da árvore de possibilidades.

Sarah → S

Gênero feminino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retida, em alguma série.

Sua casa fica a uns 300 metros da escola, mora com o pai, a mãe, o irmão e a irmã. O irmão estuda ensino fundamental e a irmã já terminou o ensino médio, porém ainda não iniciou a faculdade. O pai, a mãe e a irmã, trabalham fora.

Na sua casa tem: 3 televisões, 1 geladeira, 1 fogão, 2 celulares, 2 máquinas de lavar roupa, ela não tem vídeo game e nem computador.

No seu relato a matéria favorita é a Matemática, com a pesquisa aprendeu, através da Estatística, que há possibilidade de encontrar vários caminhos para resolução de um exercício.

Vitor→ V

Gênero masculino, 12 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retido, em alguma série.

Sua casa fica a uns 350 metros da escola, mora com sua mãe, irmã e irmão, no mesmo quintal moram seus avós maternos. Sua mãe e irmã trabalham e ele é o único estudante da casa.

Na sua casa tem: 1 televisão, 1 geladeira, 1 fogão, 1 máquina de lavar, 1 telefone fixo e 4 celulares, tem vídeo game e não tem computador, é um dos únicos alunos que vem todos os dias com uniforme completo.

No seu relato deixou claro a importância de aprender Matemática, o seu uso no dia a dia. Observou que com a árvore das possibilidades pode ser resolvido vários exercícios de combinação e que durante a pesquisa pode aprender porcentagem, frações com denominadores centesimais e gostou muito dos jogos de dados, da soma e do produto.

Viviane → Vv

Gênero feminino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retida, em alguma série.

Sua casa fica a uns 400 metros da escola, mora com o pai, a mãe e a irmã. A irmã também estuda o ensino fundamental. Somente o pai trabalha.

Na sua casa tem: 3 televisões, 1 geladeira, 1 fogão, 1 computador, 1 telefone fixo e 2 celulares, na casa não tem máquina de lavar roupa e ela não tem vídeo game.

No seu relato a matéria que ela mais estuda é a Matemática, acha a disciplina muito interessante.

Wesley → Ws

Gênero masculino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retido, em alguma série.

Sua casa fica a uns 250 metros da escola, mora com seu pai, sua mãe, e irmã. Seu pai trabalha e sua irmã também é estudante do ensino fundamental.

Na sua casa tem: 2 televisões, 1 geladeira, 1 fogão, 1 máquina de lavar roupa, 1 telefone fixo e 2 celulares, 1 vídeo game e não tem computador.

No seu relato acha a Matemática interessante, ainda não entendeu muito bem os exercícios de combinação, acha que pra resolvê-lo sempre é necessário usar a árvore de possibilidades.

Willian → W

Gênero masculino, 11 anos, é estudante desta escola, desde a pré-escola, nunca foi retido, em alguma série.

Sua casa fica a uns 150 metros da escola, mora com o seu pai e sua mãe.

Palavras de sua mãe: foi muito bom essas aulas “ele é um menino imperativo”. É o único dos alunos pesquisados que faz um curso em paralelo a 5ª série, (informática) em uma escola comunitária no próprio bairro.

Na sua casa tem: 3 televisões, 1 geladeira, 1 fogão, 1 máquina de lavar roupa, 1 telefone fixo, 5 celulares, 1 computador, 1 vídeo game e 1 carro.

É o único estudante da casa, e tanto seu pai como a sua mãe trabalham.

No seu relato gosta da Matemática e acha bom, pois vai ajudar quando for procurar emprego.

Achou os exercícios de combinação difícil, pois se errar tem que começar tudo de novo.

2.4 – Definições para a análise de dados

A análise dos dados colhidos foram por meio das resoluções das atividades do Projeto Araribá Matemática 5ª série. As observações em sala de aula e análise dos documentos é compreender o material que temos: tanto as resoluções das atividades aplicadas, como os registros de áudio das aulas, que foi transcritos depois de terminado o trabalho de campo e responder as questões de investigação.

Esta análise pode acontecer em diferentes momentos do estudo, isto é, simultaneamente com a coleta de dados, ou após a mesma (BOGDAN & BIKLEN, 1994). No estudo que realizamos, os dados foram na sua maioria colhidos antes da análise.

Partindo do objetivo de estudo e do quadro teórico de referência, selecionamos como unidade de análise o desenvolvimento na interação entre professor pesquisador – aluno – conhecimento, numa seqüência de atividades escolhida pela professora orientadora- professor pesquisador.

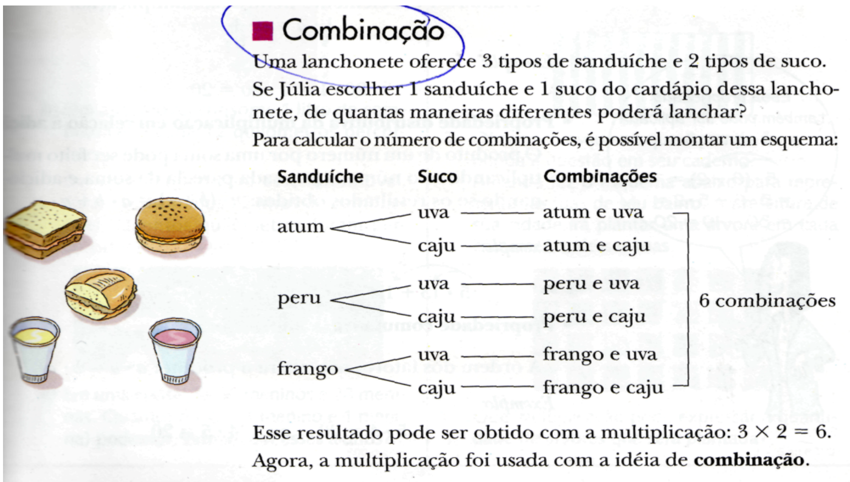
CAPÍTULO 3

RELATÓRIOS DAS AULAS

Neste capítulo apresentaremos as atividades desenvolvidas junto aos alunos participantes da pesquisa. Relatamos os principais acontecimentos ocorridos durante as aulas abrangendo atitudes tomadas pelos alunos nas resoluções das atividades.

3.1 – Primeira atividade, página 47 do livro Araribá (adaptada) - Combinação:

Objetivo: *Primeiros contatos com a Combinação.*



Combinação

Uma lanchonete oferece 3 tipos de sanduíche e 2 tipos de suco. Se Júlia escolher 1 sanduíche e 1 suco do cardápio dessa lanchonete, de quantas maneiras diferentes poderá lanchar?

Para calcular o número de combinações, é possível montar um esquema:

Sanduíche	Suco	Combinações	
atum	uva	atum e uva	6 combinações
	caju	atum e caju	
peru	uva	peru e uva	
	caju	peru e caju	
frango	uva	frango e uva	
	caju	frango e caju	

Esse resultado pode ser obtido com a multiplicação: $3 \times 2 = 6$.

Agora, a multiplicação foi usada com a idéia de **combinação**.

Adaptamos esse exercício para:

- Uma lanchonete oferece 5 tipos de sanduíches (Atum, Peru, Frango, Hambúrguer e Misto quente) e 3 tipos de suco(Uva, Caju e Maracujá). Se Júlia escolher 1 sanduíche e 1 suco do cardápio dessa lanchonete de quantas maneiras diferentes poderá lanchar?

P→ Hoje 25 de setembro, então nós estamos iniciando nossa atividade, para o 1º exercício da página 47, da coleção do Projeto Araribá, Matemática, da 5ª série, Combinação.
Então o primeiro passo vamos copiar o exercício nessa folha (folha sulfite). Não escrevam nada fora dessa folha, tá, vocês costumam fazer as continhas na mesa, agora não pode, se precisar de mais algumas folhas, eu tenho aqui, não esqueçam de colocar o nome nas folhas. Copiem o enunciado, porém, para 3 tipos de sanduíches nós vamos colocar 5 tipos e 2 tipos de sucos nós vamos colocar 3 tipos de sucos. Copiem só o enunciado, abaixo tem a resolução, não copiem.
(Leio o exercício) e colocamos os sanduíches:
Atum, Peru, Frango, Hambúrguer e Misto quente.
Rb→ Ui,
P→ Os sucos são de Uva, Caju e Morango.
Rb→ Porque não bota de Maracujá?
P→ Maracujá?
Rb→ Sim.
P→ Ta, então troquem para Maracujá.
J→ Precisa copiar os exercícios?
W→ Só até aqui. (aponta para o livro). Não é professor?
P→ Só a parte do exercício, e embaixo vocês vão trocar os lanches e os sucos. E aí vocês vão resolver.
J→ Atum, Peru, Frango e o que mais?
W→ Hambúrguer e Misto quente?
P→ Sim.
J→ Não entendi (pergunta baixinho para o Vitor). Mas é para copiar igualzinho?
V→ Troca as quantidades.
Saí da sala, para tentar gravar as conversas, os alunos estão inibidos devido ao gravador, falam baixinhos.
P→ 5 tipos de sanduíches e 3 tipos de sucos, tá certo.
V→ Professor, eu não copiei, só escrevi Combinação.
P→ Sim, mas qual é a pergunta? Ela não vai comer tudo isso, vai?
V→ Não.
P→ Ela só vai comer 1 sanduíche e um suco, qual é a pergunta? Não é essa?
Então vocês tem que dizer, além de fazer a combinação.

J→ Aí, tem que fazer isso aqui? (aponta para o esquema abaixo).

P→ Então, vocês vão fazer a combinação, só que aí está com 3 lanches, vai ficar com 5 lanches e com 3 sucos, certo.

Entre vocês podem conversar, discutam qual a melhor maneira que vocês acham mais fácil de resolver esse exercício.

J→ Cada um é 3 tipos de suco diferente?

P→ To vendo que ainda vocês não entenderam, imaginem que esse cardápio seja uma lista, a mulher chega em uma lanchonete e está lá escrito assim: Lanches e sucos. Então tem lá 5 tipos de lanches, ela só vai comer um lanche e 3 tipos de sucos, ela vai tomar só um suco. Aí a gente não sabe qual ela vai escolher, mas sabemos qual ela pode escolher, são as possibilidades. Nós é que temos que fazer uma combinação entre os lanches e o suco para ela escolher.

Se eu tivesse arrumado uma câmera, para filmar vocês, aí é que vocês não iriam falar nada.

W→ Essa daqui.....

P→ Fala que foi?

W→ Esse daqui é a combinação? (mostra uma combinação de um lanche com um suco).

P→ Mas a gente não sabe qual foi, não podemos adivinhar, a gente vai ter que ver (eu me calo a Jaqueline está falando).

J→ Mais a gente vai fazer do mesmo jeito aqui(mostra o exercício resolvido no livro).

P→ Não é para copiar a tabela (do livro) raciocinem como podemos fazer, nós não temos mais 3 lanches, agora são 5 lanches e 3 tipos de sucos.

V→ É só fazer 5 vezes 3.

P→ Isso, 5 lanches e 3 sucos. Então quantas combinações nós vamos ter?

V→ 15.

P→ Certo, 15 combinações, mas eu gostaria que vocês colocassem no papel, como ficaria as combinações que ela poderia escolher.

R→ Então nós tem que pintar?

P→ Não, temos que pensar, não é? Nós vamos colocar as 15 combinações. Ela não tem 15 combinações ou 15 possibilidades de escolher um lanche, então nós vamos colocar as 15, quais serão, essas 15?

F→ 15 combinações, aqui, vai colocar: Atum com uva, com caju e morango, depois Peru com uva, caju e morango e aí vai dar as 15 combinações.

Rb→ Não é morango, é maracujá.

J→ Ele escreveu na folha maracujá e estava falando morango. (risadas)

Wesley → Aí a gente tem que escolher, atum com suco de uva, aí pode repetir aqui? Porque tem 15 combinações.

P→ Quantas combinações?

Ws→ Aqui eu já pus 11.

P→ Não pode repetir, se você colocou atum e uva duas vezes.

Ws→ Aí eu fiz só com o suco.

P→ O atum já combinou com a uva?

Ws→ É.

P→ Agora pode comer o lanche de atum e tomar o quê?

Ws→ Caju

P→ Isso, você não pode repetir. (o Willian fica prestando atenção na minha explicação para o Wesley) Entendeu Willian?

W→ Sim.

P→ Entendeu Wesley?

Ws→ Sim

P→ Entendeu Felipe?

F→ Sim.

P→ Todos concordaram que o resultado é 15 combinações, ou não?

(Balançam a cabeça que sim) e a Viviane? (Balança a cabeça que sim)

P→ A Sarah já terminou?

S→ Já

P→ Viviane já fez? Deu certo?

Vv→ Deu.

P→ Esses exercícios tem bastante, parecidos com esses, toda vez que você quiser fazer uma combinação deste tipo, você pode usar esse método, que é chamado de árvore das possibilidades, né, então quando você coloca, por exemplo, os lanches para serem distribuídos os sucos, você faz tracinhos (aponto para o livro) você ta fazendo uma árvore de possibilidades, a gente vai ver na outra sexta-feira uma outra atividade que vocês podem estar usando esse mesmo método.

(Sarah falando para Rebeca)

S→ Você coloca esses tracinhos aqui, do lanche para o maracujá.

P→ Foi difícil esse exercício?

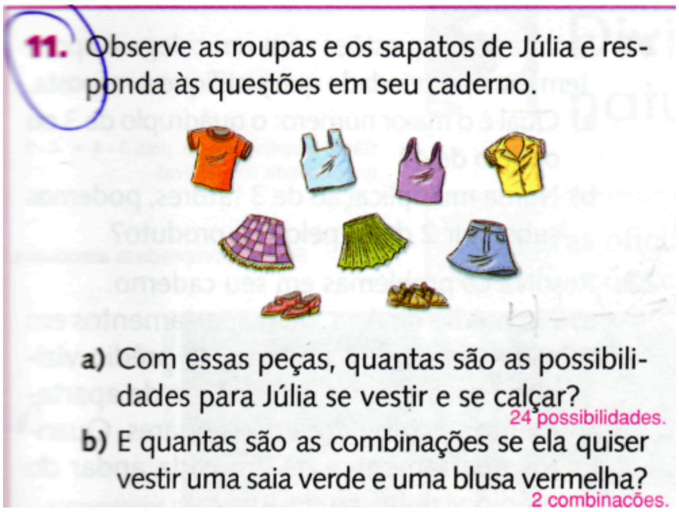
V→ Não

P→ O Vitor já fez.

Wesley→ Eu, só tem esse suco?

P→ Três tipos, uva, caju e maracujá. Nós falamos, vamos aumentar a possibilidade de suco e colocamos o maracujá. Não foi isso? E aumentamos 2 lanches que foi Hambúrguer e Misto quente.

3.2 – Segunda atividade, página 51 do Livro Araribá, exercício 11- Combinação:



11. Observe as roupas e os sapatos de Júlia e responda às questões em seu caderno.

a) Com essas peças, quantas são as possibilidades para Júlia se vestir e se calçar?
24 possibilidades.

b) E quantas são as combinações se ela quiser vestir uma saia verde e uma blusa vermelha?
2 combinações.

Os alunos receberam as folhas de sulfite com a atividade impressa, e tinham que pintar 4 camisetas (vermelha, azul, roxa e amarela), 3 saias (roxa, verde e azul), 2 sandálias (deixei que escolhessem as cores de preferência para as sandálias) e responder as questões à baixo:

a) *Com essas peças, quantas são as possibilidades que Júlia tem para se vestir?*
b) *E quantas são as combinações se ela quiser vestir uma saia verde e uma blusa vermelha?*

P→ Quem já terminou de pintar tudo, coloquem na folha o nome e a série que vocês estão.

Leiam as questões e tente responder na questão, tem duas perguntas, procurem responder sozinhos, sem ficar olhando nas respostas dos colegas.

Rb→ Já pode responder?

P→ Sim.

(Sarah procura no livro, o exercício anterior, sexta-feira passada, para ver como foi resolvido.)

P→ Façam do jeito que vocês acharem melhor.

Rb→ Poço fazer a árvore das possibilidades aqui atrás?

P→ Pode, se necessário usem a parte de trás de folha.

V→ Eu vou fazer multiplicando aqui. (mostra a folha).

P→ Não falem a resposta alto, como você vai fazer, eu não vou falar se está certo ou errado.

W→ Já sei.

P→ Façam na folha.

W→ Tá certo?

P→ Não sei, ainda não vou falar para deixarem os outros pensarem, responde a ***a*** *e a* ***b****. ta bom.*

Depois eu respondo, Eu gostaria que vocês colocassem, por exemplo, deu um resultado, porque vocês acham que deu esse resultado?

F→ Posso fazer assim, saia, a blusa e a sandália.

P→ O jeito que vocês acharem melhor pra responder.

P→ Viviane terminou, o Vitor também.

Rb→ Professor, posso colocar aqui a blusa laranja com a saia roxa e posso colocar a sandália preta e roxa.

P→ Pode, do jeito que você possa entender para responder. Terminou o resto, escreveram como chegaram no resultado.(Felipe, Wesley e Jaqueline).

P→ Sarah, Felipe a Rebeca e o Willian estão fazendo a árvore das possibilidades, o Wesley, o Vitor e a Viviane.

P→ Willian, deixa eu ver o que você já fez, já conseguiu?

W→ ainda não entendi?

P→ Imagina que a Júlia seja sua irmã e ela vai precisar passear, certo, e aí ela tem essas roupas no guarda-roupa e duas sandálias, como ela pode ir passear vestida?

W→ Uma blusa azul, saia vermelha e um sapato vermelho.

P→ Isso, coloca no papel essa possibilidade e faça as outras e veja quanto vai dar.

W→ Aqui não vai caber.

P→ Usa a parte de trás da folha.

Rb→ Posso fazer de outro jeito.

P→ Do jeito que vocês acharem melhor.

F→ Terminei.

P→ Terminou, marcou as quantidades e as possibilidades.

W→ Está errado o 1º, porque eu não posso fazer um tamanho de uma árvore dessa se eu não sei fazer.

P→ Não precisa fazer a árvore eu quero que você explica porque você pegou o quatro e multiplicou por 3.

W→ Porque eu peguei o 4? Por que é 4 tipos de blusas e mais 3 de saias e 2 desses calçados.

Aí eu fui juntando tudo aí deu essas possibilidades.

P→ Felipe, como você fez? Você fez a árvore das possibilidades, e como você chegou a esse resultado?

F→ Aí eu vi quantas possibilidades da blusa e fiz pelas saias.

P→ E chegou em quantas possibilidades?

F→ Deu 3 possibilidades.

P→ E essa daqui?

F→ Mais 3.

P→ Rebeca você fez?

Rb→ Não.

P→ Você entendeu a pergunta? Ele está dizendo como?

Rb→ Como a Júlia pode usar as roupas diferentes.

P→ Leia a pergunta B.

Rb→ Quantas são as possibilidades.........

P→ Essa você já respondeu, é a pergunta da questão ***a.*** *E da letra* ***b****?*

Rb→ De quantas maneiras.......

V→ Professor já terminei.

P→ Posso pegar a folha?

V→ Pode.

S→ Professor, me explica a ***b*** *?*

P→ Willian explica a ***b*** *para a Sarah.*

W→ Eu errei.

P→ Quem falou que você errou? Eu só falei para você da continha que você fez, você deve colocar no papel como você pensou. Eu não disse pra ninguém quem acertou ou errou, nós vamos corrigir depois, todos juntos.

W→ Ah! Agora entendi.

P→ Entendeu.

Willian explicando para a Sarah

W→ Aí você, vai ver as quantas possibilidades, assim de quantas combinações ela vai vestir com uma saia verde e uma blusa vermelha, ta faltando o que aqui?

Tá faltando quantas possibilidades, esse aqui tem duas (aponta para os calçados).

P→ Entendeu Sarah?

W→ Não precisa pensar na saia, só nos dois sapatos, isso, quantas combinações vai dar com esse vezes os dois sapatos? A blusa vermelha, a saia verde e os dois sapatos.

*Ah! Professor agora eu sei o que você estava tentando me explicar. Por causa disso ó, agora eu entendi a possibilidade (aponta para **c**), mais um sapato preto, não são só dois.*

P→ Não são só dois? São quatro? (aponto para a folha da questão).

W→ Se ela usar esses dois (blusa e saia) e o sapato vermelho já é uma combinação, agora se ela usar esses dois (blusa e saia) com o sapato preto é outra combinação. A é, são só duas combinações mesmo.

P→ É isso mesmo, agora eu vejo que você entendeu. Só não sei porque você fez 3 vezes 4.

W→ Por causa das roupas.

P→ O que é o 3?

S→ 3 x 4 = 12, 12 combinações, como ela vai se vestir.

P→ Quem é o 3, aí.

S→ 3 saias e 4 blusas.

W→ E os 2 sapatos eu já fiz com as combinações juntas, entendeu.

P→ O 3 é de 3 saias e o 4 é de 4 blusas?

W→ E os 2 sapatos eu já fiz com as combinações juntas, aí eu fiz a conta deu duas, entendeu.

P→ Então onde você colocou 3 escreve na frente do 3, saias. E na frente do 4, blusas. Então ela vai usar 3 saias e 4 blusas.

W→ E mais 2 sapatos, então aqui ó, tinha dado essas combinações aqui mais dois sapatos.

P→ E aí, vai dar quanto ?

W→ 12.

P→ E embaixo são duas combinações.

S→ Tem que escrever as combinações?

P→ Não precisa, só faz as continhas.

W→ Não está pronto.

S→ Precisa escrever duas combinações?

P→ E aí você marca, porque só são duas combinações.

Rb→ Tem que escrever atrás?

P→ aí mesmo.

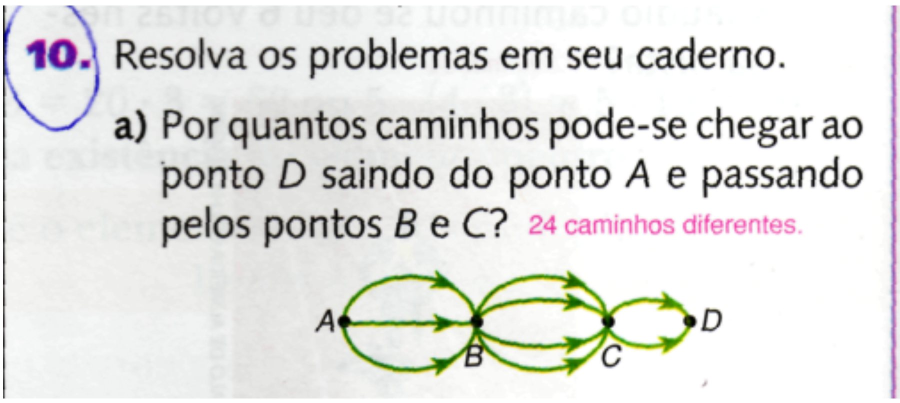
S→ Acabei.

Rb→ Eu também.

W→ Acabei também

P→ Terminamos a 2ª atividade, vamos marcar uma aula para corrigir todos os exercícios.

3. 3 - Terceira atividade, página 50 do Livro Araribá, exercício 10- Combinação.


10. Resolva os problemas em seu caderno.

a) Por quantos caminhos pode-se chegar ao ponto *D* saindo do ponto *A* e passando pelos pontos *B* e *C*? 24 caminhos diferentes.

Os alunos receberam as folhas de sulfite com a atividade impressa. Após a resoluções do exercício entregaram as folhas e foram entrevistados para responder como eles haviam chegado às respostas.

Por quantos caminhos se pode chegar ao ponto D, saindo do ponto A e passando pelos pontos B e C?

W → Já sei, pode começar por qualquer um?

P → Sim.

W → 7 caminhos.

P→ Por que 7 caminhos?

W→ Já sei.

P → Como você pensou?

W → Pode começar por qualquer um?

P→ Leia a pergunta.

W→ 7

P→ 7, por que 7? Pensem, posso sair de A e ir por outro caminho.

W→ Não entendi, mas eu não quero ir por aqui, (aponta outro caminho).

Rebeca→ Esse exercícios é uma pegadinha.

P→ Não é pegadinha, vou dar exemplo:

O ponto A é sua casa, o ponto B é o Nagumo (supermercado), o ponto C a casa de um colega seu e o ponto D o CAIC (escola).

Por quantos caminhos vocês podem chegar a escola tendo que passar por esses pontos. Não é pelos caminhos que vocês querem ir, mas é por quantos caminhos? Se for preciso façam o desenho à lápis, dos caminhos não quero que vocês falem as respostas alto, para não interferirem nas respostas de seus colegas.

Marquem na folha como vocês chegaram nessas conclusões.

W→ Queria saber a resposta?

P→ Por que?

W→ Todos deram diferentes.

Entrevistas: Jaqueline → J

P→ Pronto então vamos lá, (você colocou 8 caminhos) me explica, quantos caminhos de A até B?

J→ Eu fiz assim na cabeça, A até B são 3, B a C, são 4, C a D são 2, aí eu coloquei que, fica colocando assim escrevendo e quando eu cheguei a D eu somei todos que chega no B e no C e somei que chega no D e deu 8 caminhos.

P→ Então soma aí; que eu quero ver?

P→ Então são 3 com mais 4

J→ 7

P→ Com 2

J→ 9

P→ 9, você tinha colocado 8, você se enganou? Então você fez A para chegar no B são 3 caminhos e de B para chegar no C são 4 caminhos e de C para chegar no D são 2 caminhos, então são 9 caminhos, tá bom, obrigado!
Depois a gente vai corrigir o exercício.

Entrevistas Vitor → V

P→ E aí Vitor como você chegou nessa conclusão de ser 24 caminhos?
V→ Fiz que nem o exercício anterior das combinações, eu primeiro olhei né, que no A tinha 3 alternativas, no caminho B tinha 4 caminhos e no C era 1 e no D eram 2, aí eu fiz 1 x 3 deu 3, 3 x 4 deu 12, e 12 x 1 deu 12 e 12 x 2 que são 2 caminhos e deu 24.
P→ Eu não estou enxergando aí esse 1 que você está falando. Por exemplo do A pro B, quantos caminhos são?
V→ São 3
P→ Aí você fez 3, tá; do B para chegar no C são quantos caminhos?
V→ 4
P→ E do C para chegar no D?
V→ Ah é!
P→ Eu não entendi esse 1 que você pois.
V→ Tanto é que na conta eu até não fiz, e porque eu não tinha percebido aí, depois que eu pensei que tinha mais; tá certo, não tem.
P→ Então, é só 3 do A até o B, 4 do B até o C e 2 do C até o D.
Na folha você colocou a sua conclusão? (olho a conclusão) tá jóia, obrigado.

Entrevistas Viviane → Vv

P→ Como você pensou?
Vv→ Foi assim: Eu peguei os 3 caminhos do A aí eu multipliquei com os 4 caminhos do B, aí deu 12, aí eu multipliquei pelo caminho C que deu 24.
P→ 24, aí você diz na conclusão: (li a conclusão dela).
Foi parecido com os exercícios de combinações que a gente tem feito até agora?
Vv→ Foi.
P→ Parabéns.

Entrevista Sarah → S

P→ Oi Sarah, como você pensou aqui?

S→ E! Eu primeiro fiz a conta aqui!

P→ Que conta?

S→ 3 x 4 dá 12 e aqui eu pensei em fazer com esse aqui também x 2, daí dava 24, mais aí eu pensei melhor e fui contando os caminhos, entendeu?

Aí deu 12, eu fiz a conta e aí eu.

P→ Primeiro você tinha pensado em pegar esses caminhos e multiplicar que daria 3 x 4, 12, 12 x 2, 24. Aí você ficou meio em dúvida; você achou que era muito caminho? (balançou a cabeça que sim) aí então você somou?

S→ Fui somando aqui, aqui, (mostrou com o lápis os caminhos que ela fez e a soma foi 12 caminhos).

P→ Depois nós vamos corrigir, obrigado.

Entrevista Rebeca → Rb

P→ Oi Rebeca

Rb→ Oi

P→ Então o seu deu 18 caminhos?

Rb→ É

P→ (Lendo a conclusão na folha) Aí você está dizendo aqui por 18 caminhos, porque no caminho A tem 3, no caminho B tem 4, no caminho C tem 2 e no D já é o lugar onde cheguei. Então vai, me fala como você fez a continha?

Rb→ Foi assim, eu peguei, eu falei assim a então eu contei todos os caminhos que tinha, aí deu 9 aí eu falei assim, então vou fazer x 2 que dá pra eu ir de 2 maneiras, né aí deu 18.

P→ As 2 maneiras você achou a onde?

Rb→ Quando chegou aqui (aponta para a letra D)

P→ Então você fez 9, aí de C para D como tem 2 maneiras para chegar é isso?

Rb→ É

P→ Você fez x 2, que deu 18 maneiras, tá bom, obrigado, depois vamos corrigir.

Entrevista Willian → W

W→ Eu tinha que ser o primeiro.

P→ Oi, Willian

W→ Oi

P→ Vamos lá, aí você marcou aqui, resposta: são 8.(Lendo a conclusão) Por que só dá para passar por 3 ruas, e eu cheguei marcando as ruas. Então me explica a onde você achou esses 8.

W→ Assim ó, com esses 3 caminhos aí eu passei por mais três, por que eu não queria ir por essa rua aqui. (aponta um dos caminhos de B para C).

P→ Ah, você saiu de A para B e foi por 3 caminhos de B para C tinha 4, mas você não quis ir por um..

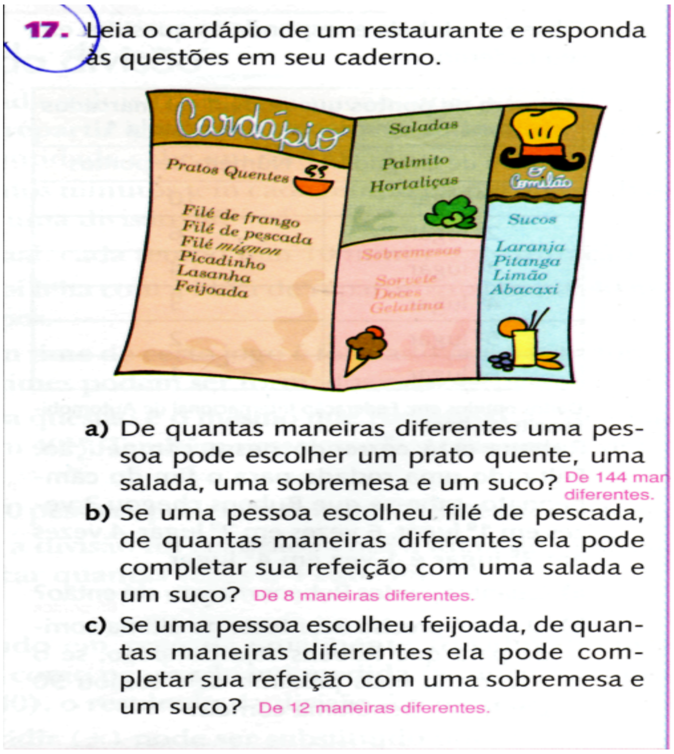
W→ É porque aqui (de A para B) só tem 3 caminhos e esse daqui (aponta o último caminho "debaixo" de B para C) só daria mais trabalho para passar.

P→ Ah! Aí você foi por 3 caminhos?

W→ É

P→ E depois de C para D você foi por mais 2 e deu 8 caminhos diferentes, tá bom obrigado, depois vamos corrigir os exercícios.

3. 4 - Quarta atividade, página 51 do Livro Araribá, exercício 17 - Combinação.


17. Leia o cardápio de um restaurante e responda às questões em seu caderno.

a) De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode escolher um prato quente, uma salada, uma sobremesa e um suco? De 144 mar diferentes.

b) Se uma pessoa escolheu filé de pescada, de quantas maneiras diferentes ela pode completar sua refeição com uma salada e um suco? De 8 maneiras diferentes.

c) Se uma pessoa escolheu feijoada, de quantas maneiras diferentes ela pode completar sua refeição com uma sobremesa e um suco? De 12 maneiras diferentes.

Os alunos receberam as folhas de sulfite com a atividade impressa. Após a resoluções do exercício entregaram as folhas e foram entrevistados para responder como eles haviam chegado àquelas respostas.

Leia o cardápio do restaurante ***Comilão e*** *responda as questões*

a) De quantas maneiras diferentes uma pessoa pode escolher um prato quente, uma salada, uma sobremesa e um suco?

b) Se uma pessoa escolheu filé de pescada, de quantas maneiras diferentes ela pode completar sua refeição com uma salada e um suco?

c) Se uma pessoa escolheu feijoada, de quantas maneiras diferentes ela pode completar sua refeição com uma sobremesa e um suco?

P→ É sempre no esquema dos outros exercícios de combinação, um pouco mais difícil, né!

F→ Professor prato quente também é um prato?

P→ Não, passa um traço de baixo de prato quente para vocês entenderem que é só daí pra baixo, os pratos quentes são: filé de frango, filé de pescada, picanha, lazanha e feijoada.

Rb→ Vou fazer aquela árvore de novo.

P→ Como você achar melhor para resolver, tá.

F→ Professor é que eu não entendi agora se tem 3 tipos de sobremesa e de salada só tem 2. Como eu vou fazer a outra?

P→ Ele pode comer o quê? Filé de frango, não é isso que você pois aí?

F→ É

P→ Uma salada de?

F→ Palmito.

P→ Ou uma salada de?

F→ Hortaliças.

P→ Aí do palmito ele pode comer três sobremesas, então?

F→ Pode repetir o palmito aqui em baixo?

P→ Pode, não é palmito, sorvete, então ta certo; palmito, sorvete; filé de frango, palmito e doce; filé de frango, palmito e gelatina. Esse daí é mais difícil de fazer.

Rb→ A árvore?

P→ A árvore de possibilidade. (os alunos tentavam fazer a árvore de possibilidades e não estavam conseguindo).

Rb→ Não é melhor você escolher?

P→ Pensa assim, você escolheu filé de frango, aí você pode comer um tipo de salada, pode comer um outro tipo de salada, você pode comer um outro tipo de sobremesa, entendeu?, e a outra sobremesa, aí tomar um suco. Você fazendo o filé de frango.

(pausa para eles pensarem)

P→ Faça só o filé de frango que aí você vai ter raciocínio e vai ser igual para os outros. Você vai raciocinar pros outros entendeu?. Faça tudo com o filé de frango entendeu? Você pode comer o filé de frango com essa salada (aponto para salada de palmito no exercício) e tomar um suco, comer uma sobremesa. E aí a mesma quantidade vai se repetir para outros pratos quentes. Se você for fazer a árvore faça só de um prato quente.

F→ Complicou demais, se fosse três saladas aí ficava melhor.

J→ Eu multipliquei por 3 deu 144.

F→ O meu também.

F→ Nós multiplicamos professor, e deu o mesmo resultado.

P→ Deu quanto?

F→ 144

P→ Só que eu quero que vocês façam como vocês acharam, e coloque aí no papel como vocês chegaram nesse valor! Se tiver que fazer a continha pode fazer. (explico novamente) É necessário fazer os cálculos, para comprovar.

F→ Na questão B, se uma pessoa escolheu filé de pescada... aqui (aponta para o exercício), filé de pescada, palmito e laranja.

Filé de pescada, palmito e pitanga, é assim?

P→ É

Rb→ Tem o resto ainda

P→ Só dei o exemplo, então vai completando depois, aí no caso ela não vai comer o quê?

W→ Mais a sobremesa?

F→ A sobremesa não tem.

P→ Ela não vai comer a sobremesa.

W→ Ah! Por quê?

P→ Vocês estão dizendo o seguinte na letra b não é.

F→ É

P→ Ela só vai comer o filé de pescada, vai comer um tipo de salada e vai tomar um tipo de suco. Explica novamente Felipe.

F→ (explicando para o W) Por exemplo, você pega este aqui:

Filé de pescada, palmito e laranja;

Filé de pescada, palmito e pitanga;

Filé de pescada, palmito e limão;

Filé de pescada, palmito e abacaxi;

Depois cê vai mudar:

Filé de pescada com hortaliças e laranja;

Filé de pescada com hortaliças e pitanga; E aí vai indo.

W→ Se o cara comer tudo isso vai ficar uma Baleia.

P→ Não é pra comer tudo isso.

F→ Se vai comer um prato só, uma salada e um suco.

P→ E o que ele está te explicando é...

W→ É quantas possibilidades.

P→ Isso. Não que dizer que ele vai comer tudo isso. Por exemplo:

Se ela for comer todos os dias nesse restaurante, para ela não comer sempre aquele mesmo prato.

F→ Ela vai mudando.

P→ Ela vai mudando, então ela fala assim:

- Esta semana, eu vou comer só o filé de pescada, vou começar na segunda, comendo filé de pescada e só vou mudar o meu prato quente quando eu terminar as outras opções. Então num dia ela come filé de pescada, uma salada de palmito e toma um suco de laranja, aí no outro dia, na terça-feira, ela vai comer filé de pescada aí come uma salada de palmito e muda o suco, suco de pitanga. Então é outro prato diferente, ta legal? Então vai marca no papel, faz a ***a****, faz a* ***b*** *e depois responde a* ***c.***

P→ Você ainda não entendeu o exercício?

W→ Entendi já.

P→ Felipe na ***c*** *ela não vai comer aqui? (aponto para a salada).*

F→ Só vai comer sobremesa e suco.

P→ Não vai comer nenhuma salada, é isso?

F→ É

P→ Conseguiu Rebeca? Terminou também Sarah? Você não conseguiu fazer? Você não entendeu? (pergunto para o Willian).

W→ Eu entendi mas, só que eu não tava conseguindo fazer com a sobremesa.

P→ Mas dos pratos quentes você não marcou nada na folha, né?

W→ Marquei, aí o! eu fiz tantas vezes.

P→ Mas aí você apagou! O que você estava pensando? Deixa eu ver seu caderno.

W→ Olha como eu estava fazendo, filé de frango mais o palmito mais o suco de laranja, foi que nem tipo almoço mas aí depois eu tive que fazer mais o suco, aí na hora do filé me perdi.

P→ Mas se for só o filé de frango com o palmito e o suco de laranja e mais o sorvete, dá quantos?

W→ Uma combinação.

P→ De quanto?

W→ De quantas coisas? (pensando)

P→ Dá um prato.

W→ quatro, são quatro ó. Palmito, laranja, sorvete, (aponta para o filé de frango).

P→ Vai comer quatro coisas, mas deu um prato, né. Aquele dia ele comeu isso, no outro dia ele comeu o quê?

W→ Então vou ter que fazer 4 x 5 , vai ter mais 5 combinações, Mas eu acho que fiz errado.

P→ Tá bom, a semana que vem a gente corrige tudo.

Entrevista Jaqueline → J

P→ Como você pensou na letra A

J→ O filé de frango tem, 2 opções de salada, 4 opções de suco e 3 de sobremesa, aí tanto faz você comer, filé de frango com palmito, beber um suco de limão, um sorvete, de outros tipos outras maneiras.

P→ Mas aí dá quantas possibilidades dele comer tudo isso?

J→ A possibilidade é juntando aqui, né, então vai ficar 2 vezes.

P→ Você chegou pôr a quantidade?

J→ Eu só escrevi a conta.

P→ Mas nós vamos precisar saber o que está perguntando.Quantas maneiras diferentes ela pode escolher um prato quente, uma salada, uma sobremesa e um suco. Pelo que você fez deu quanto? Só o filé de frango?

J→ O filé de frango deu...

P→ Quantas maneiras?

J→ 9 maneiras.

P→ Só com o filé de frango?

J→ Pra sobremesa, o suco e a salada.

P→ 9 maneiras com o filé de frango? Se for 9 maneiras, filé de frango, mais 9 maneiras de filé de pescada, mais 9 maneiras picadinho, não é? Então vai ser 9 vezes 6.

J→ Sim.

P→ Então vai ter 54 pela sua conta?

J→ É 54.

P→ E filé de pescada como você pensou?

J→ Filé de pescada eu pensei a mesma coisa, eu fiquei em duas opções de salada, 4 de suco e 3 de sobremesa, então seria o mesmo esquema da letra A. São 4 possibilidades, maneiras.

P→ E a feijoada?

J→ A feijoada como ela não tem direito a salada eu coloquei a sobremesa e o suco.

P→ Deu quantas possibilidades?

J→ Deu 4... 7.

P→ Pode ir, obrigado, depois vamos corrigir tudo.

Entrevista Sarah → S

P→ E aí Sarah, me explica como você pensou?

S→Na letra A?

P→ É.

S→ Eu estava meio em dúvida porque, eu estava pensando em contar, mas daí eu me enrolei toda, aí eu achei que dava melhor assim, 7 vezes 2.

P→ Espera aí, aqui tem 7 pratos quentes? 2,4,6. Esse prato quente não conta!

S→ Não? Então eu contei errado.

P→ Então vai ficar 6 vezes 2.

S→ 12.

P→ 12x3 =36, 36x4? 4x6 = 24, vai, 4x3...

S→ 12.

P→ Com mais 2? Vai dar então?

S→ 144.

P→ 144, ok. E a B?

S→ A, B, assim eu fui contando e deu 8, então, acho que é 6 com esse.

P→ Porque aqui ele está dizendo:

_ Se uma pessoa escolheu só o filé de pescada? Então você não contou, né? Você só contou o filé de pescada, né? Filé de pescada com palmito.

S→ Eu contei.

P→ Quanto que deu?

S→ 8.

P→Você pôs filé de pescada com palmito, suco de laranja suco de pitanga, limão e abacaxi.

S→ Aí depois fiz com saladas, hortaliças.

P→. Você marcou 8 aí? E pra letra C?

S→ Deu 8.

P→ Quanto?

S→ 8.

P→ Aí você fez o mesmo esquema! Ta legal.

Entrevista Rebeca → Rb

P→ Aqui Rebeca não é? Esse prato quente, é como se fosse salada, sobremesa e prato quente, então ele não entra nesta conta que você pôs aqui. É só 1,2,3,4,5,6. Então apaga. Então vai ficar 6x2. Quanto é?

R→ 3x2 é...

P→ Faz aqui. Aponta o caderno. Quanto deu?

R→ 144.

P→ Aí como você pensou?

R→ Fazer a multiplicação dos tipos de prato que tem no cardápio e eu cheguei nesse resultado, porque eu fiz a multiplicação dos pratos. Aí na B eu fiz 4x2 que deu 8, porque uma pessoa pode comer de 8 maneiras diferentes, porque uma semana *ela pode comer o mesmo prato quente, a mesma salada e o suco vai variando. Assim eu coloquei 4x3 que dá 12. Porque ela pode comer de 12 maneiras diferentes, porque ela pode comer feijoada com 3 tipos de sobremesa e o suco, eu cheguei nesse resultado fazendo a multiplicação de pratos quentes, fui variando a sobremesa e o suco.*

Entrevista Felipe → F

P→ Como você pensou para a letra A?
F→ Multiplicando.
P→ Que multiplicação você fez?
F→ Multiplica o prato, a salada, a sobremesa e o suco.
P→ Você calculou com quantos pratos quentes?
F→ Foi com 6.
P→ 6 pratos quentes. Aí você fez 6x2.
F→ Dá 12, são 2 saladas.
P→ Depois você multiplicou?
F→ 12x3.
P→ 3, o quê?
F→ 3 sobremesas, deu 36.
P→ Aí você pegou 36?
F→ Multipliquei por 4 sucos.
P→ Que deu?
F→ 144.
P→ Então tem 144 maneiras diferentes?
F→ É.
P→ Depois a letra B?
F→ Arvore das possibilidades, junto com as saladas e os sucos.
P→ A sobremesa não ia comer né?
F→ Não.
P→ Por que no 1º para A, você multiplicou a quantidade de prato quente, depois você multiplicou as saladas, não multiplicou a quantidade de sobremesas e a quantidade de suco, e para a letra B não usou o filé de pescada?
F→ Foi.

P→Filé de pescada que é 1 vez a salada que é 2 vezes e o suco que é 4. Precisou fazer a árvore de possibilidades?

F→ É que na B eu achei melhor.

P→ Na B A árvore de possibilidades é melhor?

F→ É.

P→ E deu quantas possibilidades, na B?

F→ Deu 8 possibilidades.

P→ E quanto daria aqui o filé de pescada, é 1x2?

F→ Dá 2.

P→ E vezes 4?

F→ Dá 8.

P→ Daria 8 do mesmo jeito?

F→ Sim.

P→ Como você pensou na C? Você fez a árvore também?

F→ Não, essa eu multipliquei.

P→ Como você multiplicou?

F→ Coloquei assim, foi a feijoada, a sobremesa.

P→ Que é 1x3 né?

F→ É, 1x3 dá 3 e 3x4 que é de suco, dá 12.

P→ E aí você fez aqui e achou, ta vendo, você não podia ter feito igual você fez a C ter feito a B, né?

F→ Só que aí eu não tinha entendido direito, como que eu tinha que fazer.

P→ Aí depois que você fez a A você entendeu?

F→ É.

P→ Tá, beleza, parabéns, ta certinho.

Entrevista Viviane → Vv

P→ E aí como você pensou na letra A?

V→ Foi assim, eu multipliquei, peguei esse daqui.

P→ Esse daqui, pratos quentes?

Vv→ É, multipliquei por 2.

P→ São quantos pratos quentes?

Vv→ 6.

P→ Multiplicou por?

Vv→ 2.

P→ 2 o quê?

Vv→ Saladas

P→ Aí quanto deu?

Vv→ Aí deu 12, aí eu peguei a sobremesa que são 3, multipliquei que deu 36, aí peguei o suco que são 4, multipliquei por 36 e deu 144.

P→ E a letra B?

Vv→ Eu fiz a árvore das possibilidades aí, é, filé de pescada, palmito, os 4 sucos, aí também, tem o filé de pescada co hortaliças, aí com os 4 sucos eu contei e deu 10.

P→ Deu 10?

Vv→ 10 possibilidades.

P→ Espera aí, aqui você pegou a quantidade de pratos quentes na A, multiplicou pela quantidade de sucos, pela quantidade de sobremesas, porquê você não resolveu do mesmo jeito a B e a C,precisou fazer a árvore das possibilidades?

Vv→ Por causa que a 1ª conta estava mais difícil de fazer a árvore.

P→ Aí a 2ª você... Mas a árvore de possibilidades não ficou mais difícil também na B e na C? E se você tivesse multiplicado, não ficaria mais fácil?

Vv→ É que eu entendi assim, pela árvore das possibilidades.

P→ E deu 10, e se você tivesse multiplicado quanto daria?

Vv→ Acho que também daria10.

P→ Então faz aí, Vai falando, você teria que multiplicar aqui, você teria que começar por 1 prato quente, quem é o prato quente?

Vv→ Filé de pescada.

P→ Filé de pescada vezes?

Vv→ 2 saladas.

P→ que vai dar?

Vv→ 2.

P→ E agora?

Vv→ 4 sucos.

P→ 2 x 4?

Vv→ Vai dar 8.

P→ E lá deu quanto?

Vv→ 10, por causa que contei esses 2 aqui.

P→ Mas você entendeu?

Vv→ Entendi.

P→ E a letra C, quanto deu, como você pensou?

Vv→ A C deu 15, eu pus feijoada, sorvete e 4 sucos , aí feijoada, o doce a sobremesa, os 4 sucos.

P→ Tomando a feijoada, o sorvete e os 4 sucos, dá quanto?

Vv→ Aqui vai dar 5.

P→ Cada um deu 5.

Vv→ Isso.

P→ Feijoada, sorvete e um tipo de suco vai dar, 5 maneiras diferentes e aí você fez multiplicando por 3 que dá 15. E se você tivesse feito como você fez a A?
Feijoada vezes sobremesa quanto que dá?

Vv→ 3.

P→ Vezes o suco?

Vv→ Vai dar 12, aí eu contei os 3.

P→ 3x4 é 12.

Vv→ Aí eu contei mais este daqui que deu 15. Mas ta errado o certo é 12.

P→ O certo é quanto?

Vv→ 12.

P→ Ta bom, na próxima aula nós discutimos, foi bom fazer a árvore das possibilidades? Você conseguiu raciocinar aqui.
(Balança a cabeça que sim).

3. 5 - Quinta atividade, página 177 do Livro Araribá, exercício 1 - Probabilidade:

1 Faça os cálculos e responda.
Numa rifa há 100 nomes, e somente um é premiado. Mariana comprou três nomes e Douglas comprou quatro nomes dessa rifa. Qual é a probabilidade de Mariana ganhar o prêmio da rifa? E a de Douglas?

Vitor→ Mariana tem 3% de chance de ganhar e o Douglas tem 4% de ganhar.

P→ Então, como você pensou?

V→ Porque numa rifa tem cem nomes e ela comprou 3 e o Douglas comprou 4, então de 100, dá 3 porcentos pra ela e 4 pra ele.

P→ Certo, marque no papel. Escreva o nome de cada uma, vai falando e escrevendo.

P→ Wesley, você concorda que o Vitor falou, é isso mesmo?

Ws→ Concordo.

P→ Em fração como ficaria, Vitor?

V→ Em fração? Calma aí. Em fração como ficaria?

P→ É, coloca o nome dos dois e na frente do nome coloca o sinal de igual e responde.

V→ Douglas ficaria 4 sobre 100 e o dela 3 sobre 100.

P→ Como eu leio esses números, quatro...?

V→ quatro sobre cem.

P→ Não, tem um nome esses denominadores.

V→ Quatro centenas, eu acho.

P→ Não, quase isso.

V→ hummmm.

P→ Fala Wesley?

Ws→ Não lembro.

V→ Lembrei, quatro centésimos.

P→ Isso, e três...?

Ws→ Três centésimos.

P→ Ok, beleza, vamos pro segundo.

3. 6 - Sexta atividade, página 177 do Livro Araribá, exercício 2 - Probabilidade:

2 **Em seu caderno, calcule e responda.**

Camila participará de um concurso de dança em que disputará com 19 meninas. A ordem das apresentações será determinada por sorteio. Qual a probabilidade de Camila ser a primeira a se apresentar?

P→ O que você está pensando?

V→ De como responder, acho que é, hummm, ela tem chance de, humm, 5%?

P→ 5%, como você pensou?

V→ 19 mais ela 20, 20 vezes 5 é 100. Eu acho que é assim.

P→ 20 vezes 5, vai dá 100, e aí é 5%.

V→ É seria 100 porcentos, no caso, ó 100 dividido por 20 é 5.

P→ E em fração, como ficaria?

V→ Em fração, acho que seria 1 sobre 20.

P→ Coloca no papel, 1 sobre 20 e agora eu gostaria que você transformasse em porcentagem. É isso que você falou mesmo, coloca o sinal de igual e como eu leio essa fração?

V→ Um sobre vinte.

P→ Não, é um, vinte.....

V→ Um, vinte avos.

P→ Isso, então um, vinte avos é igual....Pra você passar em porcentagem, o que tem que fazer?

V→ Humm....

P→ Primeiro você vai passar o denominador para centésimo.

V→ É eu tenho que passar pra centésimo.

P→ E como eu faço pra passar pra centésimo. Lembra ele Wesley como eu faço?

Ws→ Põe.......

P→ Você vai ter que colocar uma fração. Não é isso? Nessa fração o denominador tem que ser o que?

V→ O denominador tem que ser centésimos.

P→ Então, coloca o denominador cem. É uma fração equivalente com o denominador cem.

V→ Entendi.

P→ Entendeu? Então como vai ficar?

(O Vitor colocou cem no numerador).

P→ Não, o denominador tem que ser o que? O denominador é na parte de cima ou de baixo da fração?

V→ Em baixo.

P→ Isso, mas você colocou duzentos aí. Então não. É um sobre vinte, o denominador da fração equivalente é centésimo. Então apaga o duzentos e vai passar pra centésimo, não é assim? Então vai.

V→ Mas o centésimo não é quando no caso seria, 3 é unidades, aqui, né, seria por exemplo 100, 200, 300,....e coloca o zero na frente e dois zeros, não né?

P→ Não, você pode colocar cem, apaga o numerador e aquela perguntinha básica, né. Que número que você multiplicou por vinte e pra dar cem?

V→ cinco.

P→ Então, se você multiplicou o denominador, tem que multiplicar o....?

V→ O numerador.

P→ Isso, Se não, perde a igualdade. O sinal de vezes cinco, e agora leia esse número, como ficou?

V→ Cinco centésimos.

P→ Que é igual a quem?

V→ Cinco porcentos.

P→ Isso, entendeu, agora você escreve qual a probabilidade dela ser a primeira a sorteada, então é 5%.

Ws→ Eu também pensei assim.

3. 7 - Sétima atividade, página 177 do Livro Araribá, exercício 3 - Probabilidade:

Calcule, em seu caderno, a probabilidade de Ronaldo apresentar seu trabalho.

Ronaldo e mais 24 colegas de classe participarão de um sorteio para a apresentação do trabalho de História da Matemática. Se a professora pretende sortear 5 alunos para a apresentação, qual a probabilidade de Ronaldo ser

P→ E o exercício 3?

V→ Ronaldo e mais 24 colegas de classe participarão. (lendo o exercício, acima)..

P→ Por enquanto pensa como ficaria a fração?

V→ Cinco por vinte e quatro?

P→ Porque vinte e quatro?

V→ Que eram vinte e quatro alunos, a não, então é........, cinco por vinte e cinco.

P→ Porque?

V→ Porque é o Ronaldo mais vinte e quatro alunos.

P→ Isso.

Ws→ Isso é o que eu ia falar.

V→ Então eu coloco aqui 5 por 25 e multiplico o 25 por 4, pra dar 100 centésimo e o 4 multiplico também pelo numerador. Aí dá 4%(quatro por cento) de chance, dele ser sorteado, calma aí, de ser um dos alunos para apresentar o trabalho.

P→ Porque quatro?

V→ Porque, calma aí. Porque são vinte e cinco, vai ser cinco alunos sorteados, são vinte e cinco, está certo?

P→ Não, pensa.

V→ Ah, não ele tem vinte por centos de chance de ser aprovado, porque são cinco alunos, aí 5 vezes 20, dá 100, certo?

P→ Está certo Wesley?

Ws→ Pelo que eu fiz, agente pegou o número de alunos que deu 25 dividido por 5 que deu 5%.

P→ 5%

Ws→ 5% de chance.

P→ Será que é isso Vitor?

V→ É deve ser, 25 dividido por 5 dá 5.

P→ Mas aquela hora você tinha colocado 3 sobre 100 e deu 3%, não foi, depois você colocou 4 sobre 100, no primeiro, deu 4%, no segundo você pois 5 sobre 100 e deu 5%. E agora?

V→ Eu acho que era 20%, mas o Wesley fez....

P→ Ele fez, mas eu não falei que está certo ou está errado.

V→ Então é 20%.

P→ Então escreve, ele vai ter ......?

V→ Ele vai ter 20%.

P→ Ele pretende sortear 5 alunos, então é ele e mais quatro, então esses cinco vai ter quantos porcentos de chance?

V→ 20% de chances, para serem sorteados.

P→ Vocês entenderam? Porque são 25 alunos na sala, ela vai pedir o trabalho de todo mundo? Não, ela vai fazer um sorteio. Olha que legal, vou fazer isso também, ela vai fazer um sorteio e vai falar eu não vou ver o trabalho de todos, eu vou ver o *trabalho de 5 alunos, aí obriga todos os alunos a fazerem o trabalho da História da Matemática. Porque o aluno não vai saber se vai ou não ser sorteado, qual é a chance de ser sorteado 20% e de 80% dele não ser sorteado.*

Ws→ Ele fica mais esperto quanta chance você vai ter que ganhar.

P→ E aí, vamos supor que você está dentro desses 20%, para apresentar o trabalho, você e mais quatro.

V→ Você não fez o trabalho...

P→ Aí você fica com zero.

V→ Na nossa sala tem 40 alunos, então a chance da pessoa ser sorteada é ser bem pouca, acho que ia ser....

P→ Faça a continha, com 40 alunos e eu vou sortear 5 pessoas.

Ws→ Cinco sobre quarenta, mas se fizer vezes dois vai dar oitenta e se fizer vezes três passa dos cem..

P→ E agora?

V→ Aí acho que divide por dois e depois vezes cinco, aí vai dar cem.

P→ É, então faz aí, a conta. Dividindo 40 por 2 dá 20 e o 5 divide por 2.

V→ Não dá.

P→ Como não, quanto é 5 dividido por 2?

V→ 2,5.

P→ E agora você vai multiplicar todo mundo por?

V→ 5

Ws→ Vai dar 100.

V→ 2,5 vezes 5 é igual a 12,5, então é 12,5 por centos de chance.

P→ Isso, agora marca aí, para nossa classe.

V→ Escrevendo.

P→ Aumentou ou diminuiu a chance?

V→ Diminuiu de 20% passou para 12,5%

P→ Por quê?

Ws→ Aumentou o número de alunos.

P→ Vamos viajar um pouco nesse exercício. Se eu falasse pra vocês, olha gente, hoje nós estamos com 40 alunos e foi pedido o trabalho e eu vou sortear 20 %. Quantos alunos seriam sorteados?

V→ 40 alunos, né.

Ws→ 40 alunos?

P→ Entenderam a pergunta?

V→ É acho que eu sei.

Ws→ Aqui deu dividido por 2, deu 20 e aí se dividir por 2, vai dar 10.

V→ Não, mais ele falou já em porcentagem e a gente tem que transformar em alunos.

P→ Aqui nós fizemos o seguinte eu ia sortear 5 de 40 e deu 12,5%. Agora se eu quiser sortear 20% de 40. Não é 20% de 40% é 20% de 40 alunos. Se fosse 10%, de 40 alunos, quantos seriam sorteados.

Ws→ 20

P→ 20, e se fosse 50%

V→ Ó..., são 40 alunos, 50% é 20 alunos, 10% é 10 não, é 40 alunos.

P→ Quanto é Wesley 10% de 40 alunos.

V→ 4

P→ 4 alunos, Então eu vou pegar 20%, quantos alunos eu vou pegar?

Ws→ 2

P→ Se 10% é 4, 20% vai ser quantos alunos?

V→ 8 alunos.

P→ Isso, 8 alunos. E como eu faço essa conta, para chegar no 8. 40 vezes a fração 20 por 100 (vinte centésimos). Como eu faço a conta?

V→ Posso cortar o zero do 20 com um zero do 100. Se tivesse mais um zero no 20 cortava com o outro zero do 100.

P→ Tem zero no 40, posso cortar com o outro zero do cem?

V→ Pode.

P→ O que fizemos foi dividir o numerador e o denominador por cem. Quanto sobrou

V→ 4 vezes 2 que é igual a 8. Vai ter que dividir pelo denominador de 40.

Ws→ Não, o denominador é um só multiplica em cima.

P→ Então escreve a pergunta, e responde.

V→ Posso cortar o zero do 20 com um zero do 100. Se tivesse mais um zero no 20 cortava com o outro zero do 100.

P→ Tem zero no 40, posso cortar com o outro zero do cem?

V→ Pode.

P→ O que fizemos foi dividir o numerador e o denominador por cem. Quanto sobrou

V→ 4 vezes 2 que é igual a 8. Vai ter que dividir pelo denominador de 40.

Ws→ Não, o denominador é um só multiplica em cima.

P→ Então escreve a pergunta, e responde.

3. 8 - Oitava atividade, página 177 do Livro Araribá, exercício 4 - Probabilidade:
Vamos para o 4° exercício.

4 **Leia atentamente, calcule e responda.**

Uma escola decidiu rifar uma bicicleta utilizando uma cartela com 100 nomes. O valor a ser pago depende da letra que irá aparecer após o comprador raspar o nome escolhido. Esses valores variam de acordo com o quadro:

Letra	G	A	B	C
Valor	Grátis	R$ 2,00	R$ 4,00	R$ 6,00

Sabe-se que nessa cartela há 5 nomes com a letra G, 10 com a letra A, 15 com a letra B e 70 com a letra C.

André será a primeira pessoa a comprar um nome dessa cartela. Qual é a probabilidade de ele escolher um nome pelo qual não terá

Ws→ O 4° é o mesmo do 1° exercício.

V→ Uma escola resolveu rifar uma bicicleta utilizando uma cartela com 100 nomes. O valor a ser pago depende da letra que irá aparecer após o comprador raspar o nome escolhido. Esses valores variam de acordo com o quadro. Letra G, Grátis, A, R$ 2,00. B R$ 4,00, C R$ 6,00. Sabe-se que nessa cartela há 5 nomes com a letra G, 10 com a letra A, 15 com a letra B, e 70 com a letra C.

André será a primeira pessoa a comprar um nome com essa cartela.

Qual é a probabilidade dele escolher um nome pelo qual não terá que pagar?

Vitor calculando no caderno

V→ 5% ele teria de chance de não pagar.

P→ Certo, como a gente vai fazer, por que o G tem quantos por centos de chance.

V→ Tem 5.

P→ Então marca aí a letra G tem 5%.

V → Vou colocar em fração.

P→ Isso

V → G é igual a 5 por cento ,

Ws → A letra A é dez por centos.

V → A letra B é igual a quinze por centos

Ws → A letra C é igual a setenta por centos

P → Como ele está perguntando a letra G.

V → Vai ser cinco sobre cem que é igual a 5 por centos

P → Você acha que é mais fácil ele tirar o grátis ou mais difícil?

Ws → Mais difícil.

V → O grátis é o mais difícil de tirar, o R$ 2,00 vem depois dele tipo assim, tem pouca chance de tirar mas mais do que o grátis, o B você tem que até que bastante, não média e o R$ 6,00 é a maior chance de você tirar.

Por que dar 100 números 70 é do R$ 6,00.

Então com certeza, a probabilidade maior é tirar R$ 6,00, só um sortudo para tirar o grátis.

P → Qual tem mais chance de tirar. Wesley. O C ou o G, mais o A e mais o B. Entendeu?

Ws → Não

P → Você é o primeiro a tirar. Qual você tem mais chance de tirar só o C, só estou colocando o C ou o G, A e o B juntos?

Ws → Juntos

P → Aí está dividido em quatro partes, não está? G, A, B, C e agora imagine dividido em 2 partes.

Uma parte só o C e as outras partes juntas.

Ws → Nenhum dos dois.

P → Porque você acha que é nenhum dos dois?

Ws → Porque juntando o G grátis o A é R$ 2,00 e o B R$ 4,00 Aí juntando o R$ 4,00 com R$ 2,00 vai dar R$ 6,00 aí mais esse vai continuar sendo R$ 6,00 e o C vai ser R$ 6,00.

P → Mas do jeito que você está falando os 3 juntos G, A e o B deu R$ 6,00 e o C R$ 6,00, então você está dizendo que é 50% de um e 50% de outro?

Ws → Por que são 100 nomes

P → Aí você está falando que é 50 grátis, o A e o B.

Ws → É

P → E, 50 nomes é o C

Ws → É

P → Mas é isso que diz no exercício? Lê o exercício.

V → Terminei

P → Espera um pouquinho

Está lendo o exercício.

Ws → 5 nomes + 10 nomes vai dar 15 com mais 15 vai dar 30. Então o C tem mais possibilidade de ser tirado.

P → É porque o C tem quanto?

Ws → É R$ 6,00 e tem 70 nomes e G, A, B juntos tem 30 nomes e custam R$ 6,00.

P → vamos fazer de novo.

Para tirar o G, A e o B juntos quantos porcentos de chance?

Ws → Juntos?

P → É

Ws → Seria 30%

P → Certo 30% e pra você tirar só o C?

Ws → 70%

P → Entendeu, mesmo juntando o G, A e o B você tem mais chance de perder, porque você vai pegar o R$ 6,00, você tem 70% contra 30% do outro. Entendeu?

Ws → Sempre os melhores tem pouca chance de ser tirados.

3. 9 – Nona atividade, página 174 do Livro Araribá, exercício 5 – Probabilidade:

P→Veja se vocês conseguem resolver o exercício da página 174. O exercício 5.

5. Descubra quantas lâmpadas foram trocadas e escreva o resultado em seu caderno.

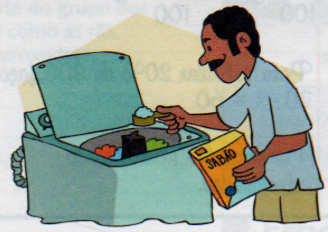
Após comprar 1.500 lâmpadas para revender, o dono de uma loja teve de trocar 26% delas, pois estavam com defeito. Quantas lâmpadas foram trocadas? 390 lâmpadas.

Ws → Descubra quantas lâmpadas foram trocadas, escreva o resultado. Após comprar 1500 lâmpadas para revender. O dono de uma loja teve de trocar 26% delas pois, estavam com defeitos. Quantas lâmpadas foram trocadas?

Ws → Se eu não me engano é a mesma coisa.
V → É
P → Pelo feito ele testou lâmpada por lâmpada né.
Ws → Sei não professor. Vão 26% de 1500 lâmpadas. Acho que é 1500 lâmpadas dividido por 26%.
P → Tentem fazer o 5 e o 6. Pensem, quanto é 26% de 1500. Que continha tem que fazer?
Ws→ 1500 dividido por 26.
(Os dois alunos estão fazendo a continha).
V→ Dá 57 e resta 18.
P→ Mas me digam uma coisa, àquela hora vocês falaram que 10% de 40 alunos eram?
V e Ws → 4
P→ E quanto é 10% de 1500?
V→ 10% de 1500 é 15.
P→ 15?
V→ 15 não 150.
P→ Então, se 10% é 150, como 26% é só 57? Como é a fração de 26%?
Ws→ 26 sobre 100.
P→ que conta vocês fizeram aquela hora?
Ws→ 40 vezes $\frac{20}{100}$ *, ah então aqui vai ser 1500 vezes* $\frac{26}{100}$
V→ 1500 vezes $\frac{26}{100}$
P→ Dá para simplificar?
V→ Corta os zeros, e fica 15 vezes 26.
P→ Ah então não era dividido.
Ws→ Era vezes. ....390 lâmpadas
P→ Quantas lâmpadas tem defeituosas?
Ws→ 390.

3.10- Décima atividade, página 174 do Livro Araribá, exercício 6 Probabilidade:

6. Utilizando os dados da tabela, resolva o problema em seu caderno.



Numa pesquisa sobre a preferência entre 3 marcas de sabão em pó, foram entrevistadas 100 pessoas num supermercado. O resultado obtido está na tabela abaixo:

Preferência de sabão em pó	
Marca de sabão em pó	Quantidade de pessoas
A	31
B	47
C	13
Nenhum dos três	9

AJD Pesquisas.

a) Escreva a porcentagem correspondente à preferência de cada tipo de sabão em pó pesquisado.

b) Escreva a porcentagem correspondente das pessoas entrevistadas que não têm preferência pelas marcas pesquisadas. 9%

c) Dos três tipos de sabão em pó, qual agrada à maioria das pessoas pesquisadas?

A marca B.

a) Marca A: 31%
Marca B: 47%
Marca C: 13%

Ws→ lendo o exercício.....

Está pedindo a porcentagem correspondente a cada tipo de sabão em pó pesquisado. São 3 marcas e 100 pessoas.

V→ 31% de A, 47% da B, 13% da C e 9% de nenhuma das três.

P→ Por quê?

V→ Porque 9 + 13 = 22, 22 +31 da 53 + 47 = 100.

P→ Bate com a quantidade de pessoas entrevistadas?

V→ Isso, cem pessoas.

P→ Você precisava ter feito a conta? Leia o exercício.

V→ Numa pesquisa foram entrevistadas cem pessoas. Ah é mesmo, não tinha percebido.

P→ Mas foi bom porque do jeito que você fez, usou o raciocínio. Passe o exercício para folha, coloca os cálculos.

V→ Agora B.

Ws→ 9%.

V→ É, e a C é a marca B 47%→

P→ Tudo bem, obrigado, não esqueçam de colocar nome de vocês na folha.

3. 11 – Atividade Jogo de Dados - Jogo da Soma

1ª Dupla → Vitor (V) e o Willian (W), depois Vitor (V) e Viviane (Vv)

2ª Dupla → Viviane (Vv) e a Jaqueline (J), depois Viviane(Vv) e Willian (W).

3ª Trio → Renata (Rebeca, Beca) (R) e a Sarah (S) depois entrou o Wesley (Ws)

P→ O jogo da soma, vou entregar dois dadinhos para cada dupla, (explico) a folha, os palpites, na 1ª rodada, vocês marcam os palpites, cada jogador vai jogar os dois dadinhos juntos, e vão somar os resultados. Quando somamos, quais valores que não podem dar? Entenderam? Jogando os dois dadinhos, qual o valor que não pode dar?

W→ 1.

P→ Certo, o 1 não vai dar.

J→ O zero.

P→ E o treze vai dar?

V→ O treze não.

P→ E o quatorze?

J→ Também não.

P→ Porque não vai dar esses números?

V→ Porque o dadinho vai até 6 e 6 mais 6 é 12.

P→ Isso, porque o dadinho vai do 1 a 6 e quando somar vai do 2 ao 12. É por isso que na folha que eu entreguei, começa no 2 e vai até o 12, entenderam?

Quando vocês jogarem os dadinhos, vocês vão somar, se um dadinho caiu no 1 e o outro caiu também no 1, deu quanto?

W→ 2

P→ Sim, vocês vão marcar aqui em cima da folha o valor. Cada jogador vai dar 10 palpites e vão colocar x na folha. Por exemplo, eu acho que quando eu jogar a soma vai dar 12, então eu vou por um xzinho aqui. Também acho que pode dar 3, então *você coloca um xzinho no três, ah mas pode apostar duas vezes no três, aí você coloca 2 xzinhos no 3, como vocês quiserem.*

O mais importante é quando jogarem os dadinhos, vocês somam e coloquem na parte de cima da folha, entenderam? Se por acaso der a soma 5 e repetir numa outra jogada, marquem também.

Quando chegar na 11ª rodada termina o jogo, e começa novamente. Vamos começar o jogo e depois a gente vai tirando ás dúvidas. Então a primeira coisa é colocar o nome de vocês e dar os palpites.

R→ Pode colocar o apelido em vez do nome?

P→ Pode.

J→ Ainda não entendi.

P→ Vocês colocaram o nome?

J→ Sim.

P→ Então, aqui na frente do seu nome você vai dar 10 palpites, depois é a Viviane.

R→ Depois que eu apostei agora a Sarah é a mesma coisa.

P→ É depois é ela, vocês vão colocar 10 xzinhos.

R→ 10 xzinhos?

P→ É na direção do seu nome, se você quiser pode apostar num número só ou separado.

R→ Vou apostar no número 4, mas como vou fazer xzinhos.

P→ Você coloca um x aqui, depois outro aqui (dois), depois outro aqui, aqui, até 10, tá bom? Quando vocês jogarem e deu aquela soma ou seu parceiro deu aquela soma, de vocês, aí vocês riscam.

Vejam nas folhas se todas apostaram 10 vezes, apostaram? Vamos começar o jogo, pode começar.

W→ Vitor, joga os dados.

P→ Quanto deu?

W→ 8.

P→ Risca as apostas do oito, agora o Vitor.

V→ Deu 9, marco em cima e risco os palpites do 9.

P→ Isso, entenderam, vai jogando.

W→ 10, você não apostou no 10 não.

P→ Não tem problema, marca lá em cima, 10, não pode esquecer.

Os alunos começam os jogos, marcamos alguns diálogos.

V→ Professor, caiu o oito de novo.
P→ Não tem problema marca lá em cima.
J→ Já saiu o 6 e agora?
P→ Não tem problema, marca lá em cima.
J→ Professor é assim ó, eu tirei 6 e ela tirou 6 também, e aí repete o 6 também?
P→ Isso, marca lá em cima.
W→ Terminamos, podemos ir para o jogo 2?
P→ Não, espera que eu vou fazer uma pergunta pra vocês.
W→ Professor eu tive menos xzinhos.
Vv→ Olha professor terminamos.
P→ Vamos ver, aqui quem ganhou foi o Willian, aqui foi a Viviane e lá deu empate. Então eu vou fazer uma pergunta, se vocês tivessem que apostar, vocês vão apostar no mesmo número ainda? Então pensem, e vão dando os palpites novamente que vocês quiserem.
J→ Eu fico brincando com esse jogo o dia inteiro.
W→ É difícil né, eu não apostei no 5 e nem no 4.
R→ Eu apostei no 11, e sai um monte de 8.
V→ Só porque eu apostei no cinco deu um monte de 7. Era pra ter apostado as dez no 7.
P→ Mesmo que alguém já ganhou, continuem jogando, para marcar lá em cima.
W→ Deu 7 de novo.
J→ Deu um 6 de novo.
V→ Deu 5.
W→ Ninguém apostou no cinco.
V→ Ta tudo empatado, depende dessa jogada, se cair um dez eu ganho, se cair um nove ele ganha e se cair outro, empata. Caiu um sete.
P→ Quem ganhou?
V→ Empate.
W→ Empate de novo.
P→ Vocês querem trocar de duplas.
W→ Eu quero, nós temos muito sete e sete empate.
J→ Você já apostou?

V→ Eu não, vou apostar tudo no 7 agora.

W→ E eu vou apostar tudo no oito.

P→ Como você apostou aí, Vitor?

V→ sete no 7, dois no 8, um no 3.

P→ E o Willian apostou como?

W→ seis no 8, três no 7 e um no 3, ta certo, né, a conta?

P→ É 10 palpites.

W→ Ninguém apostou no 10 e no 9.

Ws→ Não, era pra ter apostado no 9.

W → Deu nove, ninguém apostou.

V→ É se você tivesse apostado,

W→ É mesmo.

V→ Você não apostou.

P→ E a Jaqueline apostou como?

J→ Três no 6, dois no 2, um no 3, um no 4, um no 5, um no 10, um no 12.

P→ E a Viviane?

Vv → Um no 4, um no 5, quatro no 6, um no 8, um no 9 e dois no 10.

P→ Estamos indo para quarta rodada, Renata como você apostou agora?

R→ Um no 2, um no 3, dois no 4, um no 5, um no 6, um no 9, um no 10, um no 11 e um no 12.

P→ E o Wesley?

Ws→ Um no 2,

P→ Espera aí, você só deu 7sete palpites, faltam três palpites, na sua linha, depois você fala.

P→ Deu certo agora?

Ws→ Deu.

P→ Como ficou?

Ws→ Um no 2, um no 3, um no 4, um no 5, um no 6, um no 7, um no 9, um no 10, um no 11 e um no 12.

P→ Ok, podem começar o jogo.

Comentários.

Ws→ O três não saiu.

Comecem outro jogo.

V→ 5.

W→ O negócio aqui, eu ganhei.

V→ Não falei, que era só pra jogar no 7.

P→ Você apostou só no 5 e no 7, continuem jogando para marcar lá em cima.

P→ Comecem novamente. A Sarah apostou? Um no 3, um no 4, um no 5, um no 6, dois no 7, dois no 8, um no 9 e um no 10.

Vamos ver o Wesley.

Ws→ Pode apostar de dois em dois.

P→ Pode apostar como você quiser.

Vv→ Pode apostar os dez no 7, e se cair no 7 você ganha.

P→ Vamos ver o Vitor agora, Ele apostou cinco no 7 e cinco no 8.

A Viviane apostou, um no 2, quatro no 7, dois no 8, um no 10, um no 11 e 1 no 12. Joguem os dados. Deu 8 e o Vitor tinha apostado cinco no 8 e a Viviane dois. A Jaqueline apostou três no 6, um no 5, um no 4, um no 3, dois no 2, um no 8 e um no 12.

E o Willian, vai apostar. O Wesley apostou um no 2, um no 3, dois no 4, um no 5, dois no 6 e três no 7.

P→ O Vitor pra ganhar está esperando o 7.

W→ Eu também.

P→ 5.

W→ Joguei, quanto deu?

P→ 9.

P→ E agora Vitor é a última rodada quanto deu?

V→ 6, mesmo assim ganhei.

P→ Agora marquem, as quantidades que saíram, entendeu?

R→ Não.

P→ Conta e marquem aqui, quantos 2 saíram aqui, quantos 3 saíram, e assim por diante, até o 12.

V→ É da hora esse jogo.

W→ Eu vou jogar lá em casa.

R→ Só deu 7 aqui.

J→ Mas o meu deu bastante 8.

V→ O meu número da sorte é o 7 e o 8.

W→ O meu é o 9, apostei tanto no 9.

J→ No meu só do 7 tem doze.

P→ Vamos comentar uma coisa.

Nessa folha aqui o que mais deu foi a soma 8, dezesseis vezes, depois deu a soma 9, treze vezes, a soma 7, doze vezes. E o que menos saiu foi a soma 2, uma vez.

Nessa outra folha aqui, a que mais saiu foi a soma 6, quinze vezes e a soma 7 treze vezes, e a que menos saiu foi a soma 12 uma vez.

Nessa outra folha, o que mais saiu foi a soma 8, doze vezes, a soma 7 onze vezes e a que menos saiu foi a soma 2 e 12, duas vezes.

Então se somarmos as três folhas teremos:

A soma 2 → 8 vezes.	*A soma 7 → 36 vezes.*	*A soma 12 → 6 vezes.*
A soma 3 → 10 vezes.	*A soma 8 → 37 vezes.*	
A soma 4 → 21 vezes.	*A soma 9 → 30 vezes.*	
A soma 5 → 19 vezes.	*A soma 10 → 14 vezes.*	
A soma 6 → 31 vezes.	*A soma 11 → 8 vezes*	

Vamos fazer em outra aula a explicação desses valores.

Obrigado a todos.

3. 12 - Atividade Jogo de Dados - Jogo do Produto

Wesley (Ws), Vitor (V), Felipe (F).

Viviane (Vv), Jaqueline (J).

Renata (R), Sarah (S).

Explico que o processo é parecido com o jogo da soma, que eles já conhecem, entrego a folha, eles vão dar 10 palpites, antes, vocês somavam e agora vão multiplicar.

Quais as possibilidades que poderão acontecer, então cada um vai dar 10 palpites, na coluna pode colocar de canetas cor diferente, se deu o valor risca.

Agora pode dar o resultado 1? Antes não podia, agora pode, porque 1 vezes 1 é 1. E se cair 6 num dadinho e 6 no outro dadinho é?

V→ trinta e seis.

P→ Por isso agora vai do 1 ao 36. Vai ser quinze jogadas, e acabou o jogo, entenderam?

Então podem começar, primeiro dê dez palpites.

Vocês podem marcar xzinhos, bolinhas, quadradinhos.

Vocês combinam quem vai ser quadradinhos, bolinhas, xzinhos.

Marquem uma legenda com seus nomes, Exemplo.

O quadradinho vai ser o Felipe, a bolinha do Wesley e o Vitor, xzinhos.

F→ Pode apostar no mesmo, igual ao jogo da Soma?

P→ Isso, pode sim.

S→ Pronto eu começo.

R→ Seis vezes seis, doze.

S→ É seis vezes seis.

R→ Ah, 36.

J → Aqui saiu 1 vezes 1, como é que põe?

S→ Aqui você, coloca aqui o resultado, aí.

S→ Vitor, aqui tem que por o número que saiu?

V→ Você multiplica e põe o resultado aí.

S→ Põe de caneta.

R→ Põe de caneta vermelha.

J→ Esse jogo é legal também.

J→ 6 vezes 3.

V→ 18.

V→ 2 vezes 5.

J→ 10.

S→ 3 vezes 4.

R→ 12

S→ Não tem nada no 12, ninguém apostou.

R→ 4 vezes 1, quatro. Quem apostou no 4.

S→ Ninguém. 2 vezes 1, 2

R→ É facinho jogar isso.

P→ Vocês estão marcando os resultados na folha.

S→ Sim. 4 vezes 1, 4

Vv→ 6 vezes 5, é igual a 30.

P→ Não esqueça de marcar o 30, lá.

S→ 6 vezes 1, 6

R→ 4 vezes 1, 4. Eba! Eu vou ganhar.

P→ Quem terminou, pode jogar de novo.

S→ Já acabaram a 1ª rodada?

R→ Já, os meninos.

S→ Vix, nós ainda ta na nona.

R→ Deu quanto?

S→ 3 vezes 2, 6 , caramba só sai 6.

R→ 6 vezes 5 , 5 vezes 6, 30.

J→ Sabe que o 10 não dá nunca.

S→ 6 vezes 1, 6, de novo.

R→ 2 vezes 2, 4

Vv→ 5 vezes 4, 20. Ninguém apostou no 20.

R→ 5 vezes 3.

S→ 15.

P→ Terminaram.

S→ Falta 1 rodada.

R→ 3 vezes 4, 12. Acabou, a Sarah ganhou. Ah não empatou.

S→ Vamos começar novamente, vai ser a 2ª rodada, deixa eu dar os palpites, vai agora é você, dá os palpites.

R→ Pronto, 10 palpites.

S→ Olha professor a Renata apostou igual ao meu.

R→ 6 vezes 2.

Vv→ 3 vezes 2, 6.

J→ Era pra eu ter colocado 12.

R→ 6 vezes 6, 36.

Vv→ 6 vezes 5, 30.

S→ 4 vezes 2, 8. Não tem nada no 8.

R→ 1 vezes 3, 3.

J→ 2 vezes 1, 2. Não tem nada no 2.

R→ 6 vezes 1, 6.

S→ 3 vezes 3, 9. Não tem nada no 9.

R→ 3 vezes 3, 9. De novo. Terminou de novo.

P→ Se vocês sempre apostar no mesmo, vai empatar todas as vezes.

J→ 5 vezes 3, 15. Nada.

Vv→ 4 vezes 5, 20. Não tem nada.

S→ 3 vezes 6, 18. Não tem nada.

R→ 3 vezes 6, 18. De novo.

S→ 6 vezes 6, 36.

P→ Quantas rodadas vocês jogaram?

Ws→ Foi 4 rodadas.

P→ E vocês Jaqueline e Viviane?

Vv→ Também 4 rodadas.

P→ E vocês Sarah.

S→ Três rodadas.

P→ Então enquanto os dois grupos vão conferindo os valores que deram, vocês vão jogando, mais uma rodada.

Terminaram, então vão contando os vaalores que saíram.

S→ Não saiu nenhum 7.

Ws→ Professor tem que dar 60?

P→ Isso, são 4 rodadas vezes 15 jogadas, 60.

Teve gente que apostou no 7.

Ws→ 1 vezes 7.

P→ E tem no dadinho 7.

Ws→ Não.

P→ E como ia dar 7, estou vendo também que teve gente que apostou no 29. Qual era a conta que na multiplicação dá 29, outros apostaram no 13, que conta dá pra dar 13?

Ws→ Só dá número par?

P→ Que número tinha que cair nos dadinhos pradar 13, nenhum. O quinze é ímpar, então não é só o número par. Era pra vocês terem percebido isso.

Apostaram no 14,19, 17, 32.

Ws→ 4 vezes 8, 32.

P→ Mas no dadinho tem o 8.

Ws→ Não.

P→ Vamos lá, fazer um resumo de 180 jogadas;

1 deu 5 vezes.	8 deu 7 vezes.	18 deu 8 vezes.
2 deu 10 vezes.	9 deu 4 vezes.	20 deu 6 vezes.
3 deu 14 vezes.	10 deu 9 vezes.	24 deu 5 vezes.
4 deu 23 vezes.	12 deu 19 vezes.	25 deu 7 vezes.
5 deu 10 vezes.	15 deu 10 vezes.	30 deu 11 vezes.
6 deu 21 vezes.	16 deu 7 vezes.	36 deu 4 vezes

Então os produtos que mais saíram foram o 4 com 23 vezes, o 6 com 21 vezes e o 12 com 19 vezes. E os que menos saíram foram o 9 e o 36 com 4 vezes, o 1 e o 36 com 5 vezes.

Não podemos nos esquecer dos produtos impossíveis de saírem: 7, 11, 13, 14, 17, 19, 21, 22, 23, 26, 27, 28, 29, 31, 32, 33, 34 e o 35.

P→ Tá bom, obrigado a todos, depois a gente vai rever essa lição.

Esta pesquisa propôs-se a investigar o pensamento combinatório e probabilístico que os alunos do 6º ano (5ª série) têm embasado pelo ensino do 1º ano ao 5º ano e o conhecimento adquirido no contexto em que vive.

Ela foi norteada pela questão: "Como os alunos lêem e resolvem problemas de combinatória? E como os jogos matemáticos ajudam a desenvolver o raciocínio probabilístico?"

Durante a pesquisa proporcionamos aos alunos, atividades tanto, resolução de problemas como jogos matemáticos e tivemos o cuidado que durante as atividades nossas intervenções não interferissem nas decisões dos alunos, pois a contextualização de suas ações possibilitaria a construção do conhecimento.

Trata-se de uma pesquisa qualitativa com análise de conteúdo sobre o diálogo dos alunos ocorrido durante a realização das atividades.

O processo de análise será interpretativo considerando as categorias emergentes dos dados empíricos.

Com análise das tarefas envolvendo a linguagem probabilística apresentada pelos alunos, pudemos perceber as dúvidas que pairavam nas crianças.

Durante a 1ª Atividade adaptada, quando propusemos acrescentar mais um suco e o suco que eu escolhi foi de Morango a Rebeca fez todo mundo mudar o suco para Maracujá, pois ela não queria tomar suco de Morango, exercícios desse tipo poderiam ser mais bem estudados pelos autores e que possibilitassem a interferência dos alunos em escolherem o que melhor se adapta ao seu contexto. Percebemos também que os alunos recorriam muitas vezes como tinha sido resolvido o exemplo do livro, esse nos levava a crer que os alunos não estavam acostumados a pensar, queriam resolver os exercícios propostos comparando com os exercícios que estavam resolvidos no livro.

O esquema de resolução da atividade no livro usa a árvore de possibilidade, como mudamos a quantidade de sanduíches e sucos dificultou para os alunos tentarem resolver, com grande problema de interpretação, mais uma prova que nas séries iniciais nunca haviam trabalhado com a árvore de possibilidades.

Na 2ª Atividade, para que eles pudessem entender melhor o exercício transcrevi para uma folha de sulfite e pedi que eles pintassem as camisetas e as saias nas cores do livro, já que a pergunta b estava “amarrada” nas cores da saia verde e camiseta vermelha, as sandálias deixamos que eles escolhessem as cores que quisessem.

Alguns alunos escolheram resolver usando a árvore de possibilidade, o Willian demorou em entender e depois de muita rasura e apagar colocou a resposta olhando nos demais 3 x 4 = 12 e não multiplicou por 2 para a possibilidade das sandálias. A Sarah começou fazer a árvore não conseguiu tentou criar um esquema próprio, mas também não chegou ao resultado certo e respondeu 12 possibilidades. A Rebeca fez a árvore de possibilidade de um jeito difícil de entendermos, na resposta da alternativa b, que a resposta estava direcionada a escolha das duas sandálias ela respondeu 5 combinações.

Na 3ª atividade a maioria dos alunos somou os caminhos ao invés de multiplicar, isso nos mostrou a defasagem que os alunos ainda nesta etapa têm do principio multiplicativo. A Sarah multiplicou os 3 caminhos de A para B com os 4 caminhos de B para C, resultando 12 caminhos e de C para D, ela achou que se multiplicasse por 2 (que era o certo 24 caminhos) resultaria muitos caminhos, com isso ela apagou o resultado certo e colocou 12 caminhos, multiplicando a do caminho C para o D por 1, ou seja ir por um ou por outro caminho para chegar no D.

O aluno Willian simplesmente disse que era 8 caminhos, 3 caminhos do A para o B, 3 caminhos do B para o C e 2 caminhos do C para o D. Quando interroguei dizendo que de B para C eram 4 caminhos e não 3, ele simplesmente disse que não queria ir por um dos caminhos era mais complicado. Mostra a falta do raciocínio combinatório, a quantidade de possibilidades de se chegar de um ponto ao outro.

A aluna Rebeca somou, deu 9 caminhos, e multiplicou por 2 resultando 18 caminhos, perguntada porque ela multiplicou por 2 ela respondeu, “*porque são dois caminhos que se chega em D”*

Durante a 4ª atividade, ouvimos o aluno Willian, dizer: “*Se o cara comer tudo isso vai ficar uma Baleia”*

A Rebeca não queria comer Feijoada com Hortaliças, fazemos uma pergunta aos autores do livro: Será que todos os alunos sabem o que é hortaliças? É normal depois de comermos feijoada tomarmos sorvete?

A Sarah e o Felipe para resolução, recorreu a árvore de possibilidade não conseguindo, percebeu que seria inviável devido a muitas possibilidades diferentemente do exercício da 1ª atividade.

Realizamos duas atividades de jogos matemáticos, jogo da soma e o jogo do produto, primeiramente chamou-nos atenção o jogo da soma: em 2009 apresentamos esta atividade no 17ºCOLE[13], atividade realizada na mesma escola, porém com alunos do 2º ano do ensino médio, eles tiveram as mesmas dificuldades, questionamentos, e raciocínio dos alunos do 6º ano, demoraram em perceber que a possibilidade soma 7 era a que tinha mais chance de aparecer, isso nos leva a crer a falta que o raciocínio combinatório e probabilístico da criança possa sobremaneira interferir na vida adulta, sem contar os alunos no 3º ano do ensino médio em dúvida de qual curso deve prestar na faculdade.

Quanto ao jogo do produto alguns alunos colocaram como chance produto impossíveis de ser conseguido: 7, 14, 17, 21, 33, 34,

Esta investigação veio confirmar as nossas hipóteses da existência de uma lacuna enorme que os alunos carregam sobre si no contexto do raciocínio combinatório e probabilístico, e quanto a metodologia usada nas séries iniciais que buscam o desenvolvimento de aprendizagem da criança anda defasado de uma prática mais abrangente, uma metodologia não somente por parte das escolas, mas uma atitude governamental em subsidiar maior investimento para esses professores, voltadas a cursos de especialização, materiais, equipamentos, cadernos apostilados com atividades práticas que sejam de fácil elaboração por parte dos alunos, diferente por exemplo da construção do ábaco "situação de aprendizagem 1 O Sistema de Numeração Decimal e suas Operações", para os alunos do 6º ano, totalmente antipedagógico com aproximadamente 40 alunos na sala. Mas que sejam elaboradas por especialistas das áreas, com atividades práticas e controle maior de avaliação desses alunos.

E principalmente existe a necessidade de estabelecer relações que definem responsabilidades compartilhadas para quebra de paradigmas entre os professores do ensino fundamental I com os professores de matemática do ensino fundamental II.

---

[13] 17º Edição do COLE – Associação de Leitura do Brasil. Realizado na UNICAMP/SP - Campinas – SP. Período de 20 a 24 de julho de 2009.

Avaliamos que até esse momento da qualificação estamos atingindo os objetivos da pesquisa que visam identificar como os alunos constroem o raciocínio combinatório e probabilístico através da resolução de problemas e como os jogos matemáticos pode ajudar os alunos a desenvolver este raciocínio.

Consideramos que através dessa investigação, além ampliarmos nosso conhecimento, também proporcionamos aos alunos participantes adquirirem novos conhecimentos. Os resultados deverão contribuir para as pesquisas sobre raciocínio combinatório e probabilístico no ensino fundamental que ainda apresenta produção muito limitada.

A produção desse estudo tem alterado nossas atitudes e nossas formas de pensar e agir. Estamos percebendo interferências necessárias em nossa ação docente a fim de viabilizar uma aprendizagem matemática mais significativa e contextualizada para nossos alunos.

Já emerge deste trabalho o quanto as aulas de matemática precisam sofrer transformações geradas pela ação docente para que a educação estatística se alicerce na educação básica

ALARCÃO, I. (2001). **Professor-investigador**: Que sentido? Que formação? Revista Portuguesa de Formação de Professores (Vol. 1, PP. 15-24). Disponível em <http://www.inafop.pt/revista> acesso: 16 abr. 2009.

ANDRADE, M. Cecília. G. **As inter-relações entre iniciação matemática e alfabetização**. In: LOPES, Celi A. E.; NACARATO, Adair M. Escritas e Leituras na Educação Matemática. Belo Horizonte: Autentica, 2009. p.143.

ARGYRIS, C. & SCHÖN, D. **Theory in practice: Increasing professional effectiveness.** San Francisco, CA: Jossey-Bass, 1974.

BATANERO, C.; GODINO,J.D. & NAVARRO-PELAYO,V. RAZONAMIENTO COMBINATORIO. MADRID: SÍNTESIS, 1994.

BATANERO, Carmen. **Didática de la probabilidade y estatística**. Mimeografado. Granada: Universidade da Espanha, Departamento de Didáctica de la Matemática, 1999.

BOGDAN, Robert C. & BIKLEN, Sári K. **Investigação Qualitativa em Educação**. Porto: Porto Editora Ltda, 1994. p.183-93.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais. Introdução*. Brasília: MEC/SEF, 1998. p. 40-43.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio:** orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/SEMTEC, 2002. 144 p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Orientações curriculares para o Ensino Médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Vol.2. Brasília: MEC/ SEMTEC, 2006. p.79-80.

CARRASCO, L. H. M. Leitura e escrita na matemática. In: Neves, Iara Conceição Bitencourt. et al. (org). **Ler e Escrever**: compromisso de todas as áreas. Porto Alegre: Editora da Universidade/UFRGS, 2001. p.192.

CARRAHER, T. CARRAHER, D. & SCHLIEMANN, A. **Na vida dez; na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática**. In: Carraher, T. N.; Carraher, D. W. & Schiliemann, A. Na vida dez, na escola zero. São Paulo : Cortez, 1988. p.39.

CARVALHO, C. **Comunicações e interações sociais nas aulas de Matemática.** In: LOPES, Celi A. E.; NACARATO, Adair M. Escritas e Leituras na Educação Matemática. Belo Horizonte: Autentica, 2009. p.15.

D'AMBROSIO, B. **Mudanças no papel do professor de matemática diante de reformas de ensino**. Actas do ProfMat 96 (p.15-24). Lisboa: APM, 1996.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática:** o elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

ERAUT, M. Accountability at school level: **Some opinions and their implications**. In T. Becher & S. Maclure (Org.), *Accountability in education* (p. 152-159). London: NFER, 1978.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. 25ªed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GARFIELD, Joan.; GAL, Iddo. "Teaching and assessing statistical reasoning". In: STIFF, Lee; CURCIO, Frances (Orgs.). **Developing mathematical reasoning in grades K-12**. USA: National council of teachers of mathematics, 1999. - texto traduzido por: Profa. Ângela Silva e Profa. Celi Lopes, Escola Comunitária de Campinas, Campinas, São Paulo, Brasil. E revisado por Roberto Alves de Oliveira.

GARFIELD, J. B. **The assesment chalenge in Statistics education**. The Netherlands: IOS Press, 1997.

GODINO, J. D.; BATANERO, M. C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuesta curriculares.** España: Editorial Síntesis, 1996.

LOPES, Celi E. **A probabilidade e a estatística no Ensino Fundamental:** uma análise curricular. Dissertação (Mestrado em Educação), Faculdade de Educação da Universidade de Campinas, Campinas, 1998. 133 p.

LOPES, Celi E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Faculdade de Educação da Universidade de Campinas, Campinas, 2003. p.72-73.

LOPES, Celi E. **"Reflexões teórico-metodológicas para a educação estatística".** In: LOPES, Celi Espasandin; CURI, Edda (Orgs.). **Pesquisas em educação matemática:** um encontro entre a teoria e a prática. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008. p.67-86.

MEMÓRIA, José Maria P. **Breve história da Estatística**. Embrapa Informação Tecnológica, Brasília, DF. 2004. Disponível em: <http://www.im.ufrj.br/~lpbraga/prob1/historia_estatistica.pdf>. Acesso em: 25 set.2009.

MOORE, D. **A Estatística Básica e sua prática.** Rio de Janeiro: Ed. LTC, 2000.

MORGADO, A., PITOMBEIRA DE CARVALHO, J. , PINTO DE CARVALHO, P. & FERNANDEZ, P. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro, Graftex, 1991.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. Série Idéias n. 10. São Paulo: FDE, 1992.

NIAS, J. **Primary teachers talking.** London: Routledge, 1989.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum focal points**. Disponível em: <http://www.nctm.org/nesources/hith.aspx>. Acesso em: 04 mai. 2009.

NUNES, T. & BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997

NUNES, T. **"É hora de ensinar Proporção".** Disponível em: <http://revistaescola.abril.com.br/edicoes/0161/aberto/mt_244561.shtml> Acesso em: 10 out. 2009.

PESSOA, C., SILVA, C. & MATOS FILHO, M. **Como os alunos de 3ª e 5ª série resolvem os problemas de estrutura multiplicativa?** Anais do XI Encontro Baiano de Educação Matemática, Salvador, 2005.

PESSOA, C. & MATOS FILHO, M. **Estruturas multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas?** Anais do Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Recife, 2006a.

PONTE, J.P.; Brocardo, J.; Oliveira, H. "**Investigações Matemáticas na Sala de Aula:** Tendências em Educação Matemática,1ªed., 1ª reimp,- Belo Horizonte; Autêntica Editora, 2005. (p. 91-108).

PONTE, J. P. **Investigar nossa própria prática**. In GTI (Org..), **Refletir e investigar sobre a prática profissional** (p. 5-28). Lisboa: APM, 2002.

SANTOS, J. et al. **Introdução à Análise Combinatória.** São Paulo: UNICAMP, 1995,(p.46).

SCHÖN, D. **Educating the reflective practioner**. São Francisco, CA: Jossey-Bass, 1987.

SKOVSMOSE, Ole. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica:** a questão da democracia. Campinas/SP: Papirus, 2008.

SKOVSMOSE, Ole. **Competência democrática e conhecimento reflexivo em matemática.** Disponível em:

<http://www.ead.unicamp.br/~teleduc/cursos/diretorio/apoio_1279_13//ole%20compet%eancia%20democr%e1tica.pdf?1272140982> Acesso em: 15 nov. 2009.

SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria I. S. V. **"Ler e aprender matemática**. **Habilidades básicas para aprender matemática"**.Porto Alegre: ARTMET, 2001. p.69-86.

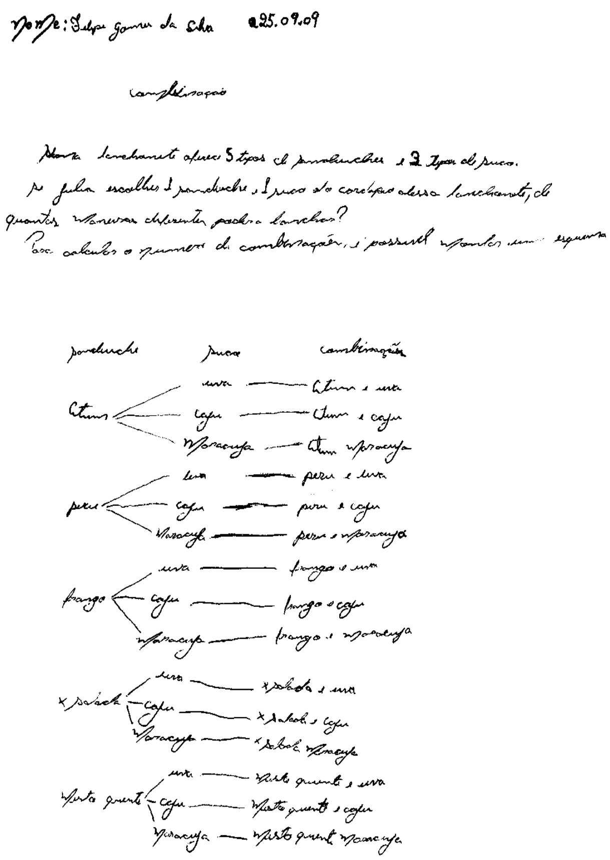
SOUSA, M. O. O. **Investigações estatísticas no ciclo do ensino básico**. Associação dos Professores de Matemática. Colecção Teses, 2002, (p.3).

STENHOUSE, L. A. **An introduction to curriculum research and development.** London: Heineman Educational. 1975.

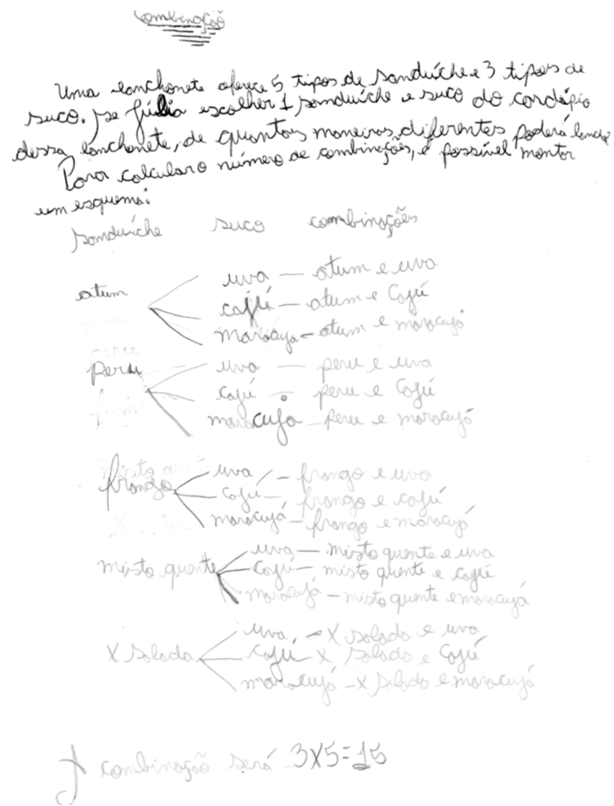
ZEICHNER, K. **A formação reflexiva de professores: Idéias e práticas.** Lisboa: Educa,1993.

1ª Primeira atividade, 25 de Setembro de 2009

Felipe



Rebeca



2ª Atividade 02 de Outubro de 2009

ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR JOSÉ DA COSTA BOUCINHAS

Nome: Viviane Barreto da Costa Série: 5ª A Data: 02/10/ 2009

Observe as roupas e os sapatos de Júlia e responda às questões.

a) Com essas peças, quantas são as possibilidades para Júlia se vestir e se calçar?

$4 \times 3 \times 2 =$

4 blusas
3 saias
2 calçados

$4 \times 3 = 12$

$12 \times 2 = 24$

b) E quantas são as combinações se ela quiser vestir uma saia verde e uma blusa vermelha?

2 : a blusa vermelha e a saia verde e a sandalia rosa, a outra pode ser com a sandalia ...

ESCOLA ESTADUAL PROFESSOR JOSÉ DA COSTA BOUCINHAS

Nome: Felipe gomes da Silva Série: 5ª C Data: 02/10/ 2009

Observe as roupas e os sapatos de Júlia e responda às questões.

a) Com essas peças, quantas são as possibilidades para Júlia se vestir e se calçar?

Blusa → saia rocha — sandalia vermelha — sandalia azul
saia verde — sandalia vermelha — sandalia azul
saia azul — sandalia vermelha — sandalia azul

camipetas — saia rocha — sandalia vermelha — sandalia azul
saia verde — sandalia vermelha — sandalia azul
saia azul — sandalia vermelha — sandalia azul

camipeta — saia rocha — sandalia vermelha — sandalia azul
saia verde — sandalia vermelha — sandalia azul
saia azul — sandalia vermelha — sandalia azul

Blusa — saia rocha — sandalia vermelha — sandalia azul
saia verde — sandalia vermelha — sandalia azul
saia azul — sandalia vermelha — sandalia azul

b) E quantas são as combinações se ela quiser vestir uma saia verde e uma blusa vermelha?

serão duas comBinações

fazendo a arvore de Possibilidade