UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
ULISSES VIEIRA GUIMARÃES

ESTUDO DAS INTERAÇÕES ENTRE ESTUDANTES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E NOÇÕES DE PROBABILIDADE MEDIADA PELA MAQUETE TÁTIL

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

SÃO PAULO
2015

ULISSES VIEIRA GUIMARÃES

ESTUDO DAS INTERAÇÕES ENTRE ESTUDANTES DO 4º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL E NOÇÕES DE PROBABILIDADE MEDIADA PELA MAQUETE TÁTIL

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, como exigência parcial à obtenção do título de DOUTOR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, sob a orientação da Professora Doutora Tânia Maria Mendonça Campos.

SÃO PAULO
2015

V719e Vieira, Ulisses Guimarães

Estudo das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de probabilidade mediada pela maquete tátil. / Ulisses Guimarães Vieira. – São Paulo, 2015.
164 f.; 30 cm

Tese (Doutorado em Educação Matemática, Área de concentração: Ensino e Aprendizagem de Matemática e suas Inovações) – Coordenadoria de Pós- graduação, Universidade Anhanguera de São Paulo, 2015.

Orientadora: Professora. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos

1. Conceitos básicos de probabilidade. 2. Maquete tátil. 3. Análise instrumental. 4. Letramento probabilístico. 5. Ensino fundamental. I. Título. II. Universidade Anhanguera de São Paulo.

CDD 372.7

UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO
DIRETORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA

ATA DE DEFESA DA TESE
Pós-graduando Ulisses Vieira Guimarães

Às dez horas do dia vinte e sete de Fevereiro de dois mil e quinze reuni-se na Rua: Maria Cândida, 1813 – 4º andar /Bloco – G, no Campus Maria Cândida, da Universidade Anhanguera de São Paulo, a comissão Examinadora assim constituída: **Profa. Dra. Tânia Maria de Mendonça Campos**, Doutora em Matemática; **Profa. Dra. Aida Carvalho Vita,** Doutora em Educação Matemática; **Prof. Dr. Ruy Cesar Pietropaolo,** Doutor em Educação Matemática**; Profa. Verônica Yumi Kataoka,** Doutora em Estatística e Experimentação Agropecuária**; Profa. Dra. Rosana Nogueira de Lima,** Doutora em Educação Matemática, para proceder ao julgamento da Banca de Defesa da Tese intitulada ***Análise instrumental das interações que emergem no contexto de atividades de probabilidade com estudantes do ensino fundamental mediada pela maquete tátil,*** apresentado pelo pós-graduando **Ulisses Vieira Guimarães** para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática, desta Universidade. Iniciado os trabalhos, a Presidente da Comissão Examinadora **Profa. Dra. Tânia Maria de Mendonça Campos** concedeu a palavra ao candidato **Ulisses Vieira Guimarães,** para uma breve exposição de seu trabalho. A seguir, a Sra. Presidente concedeu a palavra , pela ordem e sucessivamente, aos Examinadores , os quais passaram a arguir o candidato durante um prazo máximo de 30 minutos, assegurando igual tempo para resposta a cada examinador . Ultimada a arguição, a Comissão, em sessão secreta, passou aos trabalhos de Julgamento, tendo considerado o candidato aprovado.

Profa. Dra. Tânia Maria de Mendonça Campos (Presidente)

Tânia Maria Campos

Profa. Dra. Aida Carvalho Vita - UESC (1º Membro Titular Externo)

Prof. Dr. Ruy Cesar Pietropaolo – UNIAN-SP (2º Membro Titular Interno)

Profa. Verônica Yumi Kataoka - UESC (3º Membro Titular Externo)

Verônica Yumi Kataoka

Profa. Dra. Rosana Nogueira de Lima – UNIAN-SP (4º Membro Titular Interno)

AGRADECIMENTOS

À CAPES pela proposta do Programa DINTER e pela bolsa de estudos concedida.

À Universidade Anhanguera de São Paulo e à Universidade Federal de Sergipe, em especial à Profa. Dra. Tania Maria Mendonça Campos e à Profa. Dra. Veleida Anahi pela concretização do DINTER em Educação Matemática e ao Guilherme Menezes por sua competência e presteza.

Aos docentes do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNIAN pelos ensinamentos.

Meus agradecimentos especiais à Profa. Dra. Verônica Yumi Kataoka e à Profa. Dra. Aida Carvalho Vita, ambas da Universidade Estadual de Santa Cruz – Bahia, pelo modelo de competência profissional e social, pelo imensurável apoio e incentivos, pela compreensão; pelas palavras de motivação, pelo exemplo de vida e pelos importantes ensinamentos para a vida. Sem dúvida, meu maior aprendizado.

Aos colegas do DINTER, em especial à amiga e Profa. Doutora Denize Souza pela amizade que construímos.

Aos docentes do Departamento de Estatística e Ciências Atuariais da UFS por propiciarem condições favoráveis para minha dedicação ao curso.

À minha linda família: minhas mães Nadja e Cenira, irmãs Ingrid e Flávia, cunhado Marcelo Ferreri e sobrinhos Raul e Alice, que são a fonte de onde obtenho forças para realizar meus sonhos. À Lívia, minha esposa, agradeço pela compreensão e paciência nos momentos em que precisei estar ausente, pelo cuidado, carinho e amor que temos um pelo outro e que foi determinante para a realização deste projeto de vida. E ao grande amigo irmão Eduardo, pela presença permanente e incondicional em todas as ocasiões de minha vida. A vocês dedico esta conquista.

Agradeço a Deus por me dar saúde e determinação para alcançar meus objetivos e por favorecer a interação entre mim e essas pessoas especiais que acreditaram que esse sonho poderia ser realizado.

[...] a teoria das probabilidades, no fundo, é apenas o bom senso reduzido ao cálculo. Ela faz apreciar com exatidão aquilo que os espíritos justos sentem por uma sorte de instinto, sem que disso eles possam comumente se dar conta. Ela não deixa nada de arbitrário na escolha das opiniões e dos partidos a tomar, todas as vezes que se pode, por seu meio, determinar a escolha mais adequada. Por isso ela se torna o suplemento mais conveniente à ignorância e à fragilidade do espírito humano. Se considerarmos os métodos analíticos originados dessa teoria, a verdade dos princípios que lhe servem de base, a lógica minuciosa e delicada exigida pelo seu emprego na solução dos problemas, os empreendimentos de utilidade pública que nela se apoiam, e a extensão que ela recebeu e que pode ainda receber pela sua aplicação às questões mais importantes da filosofia natural e das ciências morais; se observarmos, em seguida, que mesmo nas coisas que não podem ser submetidas ao cálculo ela fornece as impressões mais seguras que podem nos guiar em nossos julgamentos, e que nos ensina a precaução contra as ilusões que tão frequentemente nos desviam da verdade, veremos que não há ciência mais digna de nossas meditações e cujo ensino no sistema de instrução pública seja mais útil.

Pierre-Simon Laplace

RESUMO

GUIMARÃES, U. V. **Estudo das interações entre estudantes do 4º ano do ensino fundamental e noções de probabilidade mediada pela maquete tátil**. 2015. 164f. Tese de Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015[1].

Tem-se como objetivo nesta pesquisa analisar as interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela Maquete Tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de Probabilidade. Foram utilizados como alicerces teóricos para a construção desta pesquisa, o modelo de letramento probabilístico proposto por Gal e a Teoria da Instrumentação proposta por Rabardel. A maquete tátil (I) utilizada é composta por tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* e por peças. Os sujeitos da pesquisa (S) foram 17 estudantes, distribuídos em sete duplas e um trio, regularmente matriculados no 4º ano do ensino fundamental em uma escola pública do distrito de Tapirama, localizado no município de Gongogi-BA. A coleta de dados aconteceu no segundo semestre letivo de 2014 em um único encontro de 4 horas/aula, no turno vespertino, na própria sala de aula, e foi dividida em dois blocos. O primeiro, denominado *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*, objetivou abordar, informalmente e de maneira contextualizada, os conceitos de chance, aleatoriedade e equiprobabilidade e, o segundo bloco, a realização das tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson.* Com essa última sequência de ensino é possível abordar os seguintes conceitos básicos de Probabilidade (O): espaço amostral, eventos simples e compostos, probabilidade de eventos simples e compostos, situação determinística, experimento aleatório, frequências esperadas e observadas, padrões observados e esperados, mas salienta-se que nessa pesquisa esses conceitos foram apenas tratados de maneira informal com os estudantes. Os dados foram coletados por meio de filmagens, áudio-gravação, fotografias, sendo que, durante a aplicação das tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson,* foram coletados também registros escritos. Para cada atividade dos dois blocos, foram organizadas as categorias de análise a partir das relações entre os polos do modelo das Situações de Atividades Instrumentadas adaptado para essa tese, isto é, as relações: [S-O], [S-I], [S-(I)-O] e [I-O]. Os resultados da análise instrumental apontam que foi importante a utilização da maquete para motivar os estudantes, auxiliar o registro dos resultados, facilitar processos de descobertas, auxiliar na memorização de procedimentos, percepção de propriedades. Ressalta-se também que a análise instrumental permitiu a partir do olhar sobre as interações, conhecer de forma mais ampla todos os polos da pesquisa, concluindo que as escolhas iniciais da maquete tátil enquanto instrumento mediador, os conceitos básicos de Probabilidade como objeto matemático a ser investigado e os estudantes do quarto ano do ensino fundamental como sujeitos da aprendizagem foram realmente adequadas, bem como, atestar a viabilidade do uso desta maquete em escolas da rede pública de ensino em sala de aula regular, incorporando, à mesma, as modificações sugeridas ou indicadas por essa pesquisa. Espera-se que os

[1] Orientadora: Profa. Dra. Tânia Maria Mendonça Campos

resultados desse estudo possam contribuir com pesquisas que envolvam o trabalho com crianças e Probabilidade no âmbito da área Educação Matemática.

Palavras-chave: Conceitos básicos de Probabilidade; Maquete tátil, Análise Instrumental; Letramento Probabilístico; Ensino Fundamental.

ABSTRACT

GUIMARÃES, U. V. **Study of interactions between students of the fourth grade of elementary school and notions of probability mediated by tactile model.** 2015. 164p. Doctoral Dissertation in Mathematical Education, Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2015.

This research aims to analyze the interactions that emerge when fourth grade of elementary school students, mediated by the Tactile model, solve tasks involving basic concepts of Probability. The model of probability literacy proposed by Gal and the Theory of Instrumentation proposed by Rabardel were used as theoretical underpinnings for the elaboration of this research. The Tactile model (I) used is composed of tasks from the teaching sequence *Jefferson's Random Walks* and of pieces. The subjects of the research (S) were seventeen students, distributed in seven pairs and one trio, regularly enrolled in elementary school fourth grade in a public school of the district of Tapirama, in the city of Gongogi – BA. The data collection was done in the second school semester of 2014 in a single meeting of four hours of class, in the afternoon time, inside the classrooms, and was divided in two parts. The first part, named *Little Rabbit's Random Walks*, aimed to address informally and in a contextualized way the concepts of chance, randomness and equiprobability and the second one, at the execution of the tasks in the teaching sequence *Jefferson's Random Walks*. With this last teaching sequence it is possible to address the following basic concepts of Probability (O): sample space, simple and compound events and their probabilities, deterministic situation, random experiment, observed and expected frequencies and observed and expected standards, however it is noted that in this research these concepts were only treated informally with the students. The data was collected through filming, audio recording, photographs, and throughout the execution of the tasks from the teaching sequence *Jefferson's Random Walks*, written accounts were also collected. For each activity in both parts, the categories of the analysis were organized based on the connections between the poles of the Situations of Instrumented Activities' model adapted to this thesis, namely, the relations: [S-O],[S-I], [S-(I)-O] and [I-O]. The results of the instrumental analysis point that the use of the Tactile model to motivate the students, support the registry of the results, facilitate processes of discovery, support the memorization of procedures, the perception of properties. It's also important to highlight that the instrumental analysis allowed, based on the interactions, to know in a broader way all the poles of the research, concluding that the initial choices of the tactile model as a mediating instrument, the basic concepts of Probability as a mathematical object to be investigated and the fourth grade elementary school students as subjects of learning were indeed adequate, as well, proving the feasibility of using of this Tactile model in regular classrooms of public schools, incorporating the modifications suggested or indicated in this research. It is expected that the results of this study can contribute with researches that involve working with children and Probability in the area of Mathematics Education.

Keywords: Basic Concepts of Probability; Tactile Model; Instrumental Analysis; Probability Literacy; Elementary School

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Motivações e reflexões iniciais

Partindo do objetivo geral desta pesquisa, qual seja, analisar as interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela Maquete Tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de Probabilidade[2], explicito neste momento as minhas motivações iniciais para o desenvolvimento da mesma.

O interesse em abordar os conceitos básicos de Probabilidade neste trabalho teve origem na minha formação acadêmica, como Bacharel em Estatística e Mestre em Biometria e Estatística Aplicada. Nos referidos cursos, vivenciei intensamente a Teoria da Probabilidade, e percebi o quanto estes conceitos matemáticos são significativos para as mais diversas áreas do conhecimento humano e científico.

No entanto, foi após a conclusão do mestrado e início de minha atuação profissional como docente do Departamento de Estatística e Ciências Atuariais da Universidade Federal de Sergipe (UFS) que começaram as minhas inquietações a respeito do ensino de Probabilidade na Educação Básica; e que são resultantes dos frequentes relatos dos meus estudantes da UFS e das minhas próprias observações durante as aulas, em que pude verificar que estes apresentavam concepções e conhecimentos equivocados ou incipientes sobre esses conceitos.

Posso relatar um exemplo de concepção equivocada sobre a probabilidade por um estudante, durante uma das disciplinas ministradas na UFS, em que o mesmo confessou ter comprado um manual de instruções para ganhar em jogos da loteria, acreditando ter feito um bom negócio. No decorrer do curso, claro, o estudante mostrou-se arrependido da compra, no entanto, tornou-se consciente de que não existe uma fórmula para acertar o resultado de um sorteio, pois, sendo ele honesto, qualquer resultado teria a mesma chance de ocorrer.

---

[2] No decorrer do texto, utilizamos o termo Probabilidade, com o “P” maiúsculo, para nos referirmos ao tema/conteúdo e, o termo probabilidade, com o “p” minúsculo, quando estivermos tratando do valor da probabilidade.

Reflito então, que as diversas interpretações dadas pelos estudantes para esses fenômenos são, muitas vezes, baseadas em crenças construídas em seus contextos culturais e que são trazidas para a sala de aula, o que denota razão suficiente para uma educação formal de Probabilidade em todos os níveis de ensino.

Além disso, entendo que a leitura e a interpretação crítica das informações apresentadas pela mídia passam a ser um dos grandes desafios do homem letrado de um mundo moderno. Vertendo essa demanda para o objeto matemático dessa pesquisa, percebo que as pessoas são solicitadas a interpretar e a reagir às mensagens probabilísticas, a tomar decisões e até mesmo a ter habilidades para identificar esses tipos de informações, o que, de acordo com Gal (2005), seria considerá-las letradas probabilisticamente.

Tendo em mente a necessidade da abordagem dos conceitos probabilísticos ainda no âmbito escolar e desde as séries iniciais, percebi que, mesmo sendo docente do ensino superior, precisava, na minha formação acadêmica, de algo mais do que apenas pensar nas teorias, fórmulas, demonstrações que envolvem este conteúdo.

Precisava sim, refletir e pesquisar sobre os aspectos didáticos envolvidos no ensino e na aprendizagem, e para tal, procurei um Doutorado que fosse ligado à área de Educação, mais especificamente em Educação Matemática. Com muitas expectativas de desenvolver uma pesquisa com esta temática, ingressei neste Programa de Pós-Graduação, vinculei a minha proposta à linha de pesquisa de Ensino e Aprendizagem de Matemática e suas Inovações.

Sendo assim, após ter apresentado essas minhas motivações e reflexões iniciais para o desenvolvimento desta pesquisa, passo, a partir desse momento, a utilizar, neste texto, a primeira pessoa do plural, uma vez que vinculado a este Programa passei a ter a orientadora como coautora no desenvolvimento deste estudo.

E antes de iniciarmos o relato propriamente dito da pesquisa, faremos a seguir uma explanação sobre mais algumas justificativas para a escolha do objeto matemático, bem como da maquete tátil e dos sujeitos.

Delimitando o contexto da pesquisa

Consideramos que a Probabilidade integra a Matemática e a Estatística, campos do conhecimento que fazem parte da educação moderna e, como tal, o seu ensino deve visar à preparação dos estudantes para a vida, uma vez que, segundo Gal (2005) os eventos aleatórios e fenômenos de chance permeiam seus cotidianos.

Podemos exemplificar esses eventos com as previsões meteorológicas, o risco de incidência de uma doença, a chance de um time passar para a segunda fase de um campeonato. Batanero (2006) traz outros exemplos, tais como: um diagnóstico médico, a contratação de um seguro e a avaliação de um estudante. Estas, dentre outras situações, exigem do cidadão competências para processar as informações surgidas.

Sobre isto, vale destacar a afirmação de Pérez et al. (2000, p. 15) que “a probabilidade tem uma enorme qualidade de representar adequadamente a realidade de muitos processos sociais e naturais, e, portanto, seu conhecimento permite compreender e predizer muito melhor o mundo em que vivemos”. Mas, Dias (2004) alerta que, apesar da presença e da aplicação dos conceitos probabilísticos no cotidiano dos estudantes,

> [...] as noções informais e intuitivas que as pessoas trazem para a sala de aula sobre a Probabilidade muitas vezes estão em desacordo com o que queremos ensinar. Parece que, sem instrução formal, a tendência das pessoas é a de construir certas ideias equivocadas a respeito de Probabilidade. Podemos dizer que essa teoria é um tanto “contraintuitiva” (DIAS, 2004, p. 145).

Lopes (2008) também afirma que as intuições, algumas vezes, são incorretas, podendo levar à conclusão errada no que se refere à probabilidade e a eventos de chance. Nessa direção, Watson (2006, p. 128) afirma que

> [...] em uma sala de aula é possível observar crianças cujas famílias apostam em cavalos e compram bilhetes de loteria, famílias que acreditam que eventos do mundo estão completamente determinados por um ser sobrenatural e, ainda, aquelas que proibiriam quaisquer jogos de azar.

Refletimos então que a importância da noção de chance, aleatoriedade e demais termos relacionados à Probabilidade está diretamente relacionada à nossa forma de compreender a realidade, e que a abordagem no âmbito escolar deste conteúdo pode favorecer a um melhor entendimento e, por conseguinte, auxiliar os estudantes à leitura e interpretação crítica de mensagens probabilísticas presentes no cotidiano, bem como a tomada de decisões baseadas nessas informações.

Nessa perspectiva, observamos que a necessidade de atender a essa demanda social está presente nas recomendações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática do ensino fundamental (BRASIL, 1997), haja vista que, no bloco de conteúdo denominado Tratamento da Informação, existem orientações específicas para o ensino de Probabilidade desde os anos iniciais e tendo como objetivo principal que o estudante compreenda que

> [...] grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória e é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos. As noções de acaso e incerteza, que se manifestam intuitivamente, podem ser exploradas na escola, em situações nas quais o aluno realiza experimentos e observa eventos (em espaços equiprováveis). (BRASIL, 1997, p. 40).

De acordo com Tonouti (2013), o processo para alcançar esses objetivos inclui a seleção dos conteúdos a serem ministrados, citando que, na escola, devem ser abordados temas que permitam aos estudantes efetuar uma relação com o cotidiano, aprendendo a tomar decisões por meio de dados estatísticos como tabelas, gráficos, probabilidade e combinatórias.

Quanto aos conteúdos conceituais e procedimentais envolvidos no ensino de Probabilidade, sugere-se nos PCN:

> A exploração da ideia de probabilidade em situações-problema simples, identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de “sorte”; Utilização de informações dadas para avaliar probabilidades (BRASIL, 1997, p. 61);
> Identificação das possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-las usando estratégias pessoais. (BRASIL, 1997, p. 62).

Além disso, nos PCN (BRASIL,1997) existem recomendações que o conhecimento prévio dos estudantes deve ser valorizado, considerando as experiências vivenciadas fora da sala de aula e envolvendo-os no contexto escolar de forma que possam trazer situações do cotidiano para esse ambiente.

É interessante salientar que, de acordo com Rodrigues (2011), com a inclusão do bloco de conteúdo Tratamento nos PCN, assim como as propostas curriculares de outros países (por exemplo, Espanha, Inglaterra e Portugal), a abordagem de conhecimentos relativos às noções de Probabilidade devem ser trabalhados desde os anos iniciais de escolarização. Nos Estados Unidos, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) traz orientações para o ensino de Probabilidade no nível de escolaridade para estudantes na faixa etária de 7 e 8 anos, tendo como objetivo a compreensão de noções básicas sobre resultados de acontecimentos (certo, impossível, mais provável, mais frequente); já para os estudantes de 9 e 10 anos, espera-se a aquisição de um vocabulário básico para falar a respeito desse conceito matemático que os permita atribuir as probabilidades de acontecimentos numa escala de 0 a 1.

Apesar das orientações curriculares para se trabalhar com Probabilidade na escola desde os anos iniciais, percebemos que o ensino deste conteúdo ainda não é efetivo, o que pode estar atrelado a inúmeros fatores. Por exemplo, a falta de preparação do professor para o ensino de noções de Probabilidade devido às dificuldades encontradas na elaboração de conceitos que exigem construção reflexiva sobre a ideia de acaso e aleatoriedade (SANTANA, 2011), levando-o até a apresentar concepções errôneas sobre esses conceitos (VÁSQUEZ; ALSINA, 2014; CARVALHO, 2005). Como afirmam Batanero et al. (2007) e Vásquez e Alsina (2014), no ensino de Probabilidade há uma excessiva priorização no uso de fórmulas, em lugar das diretrizes atuais que recomendam o trabalho baseado em projetos, resolução de problemas e experimentação com fenômenos aleatórios.

Outro fator para o ensino de Probabilidade não ser efetivo é a abordagem apresentada nos livros didáticos. Estudos indicam que é difícil para os professores encontrarem, nesses livros, recursos para mudar o enfoque tradicional (BATANERO et al., 2007; WALICHINSKI; SANTOS JÚNIOR, 2013; LOPES, 2003; LIMA, 2001 apud CORDANI, 2014). Além disso, o tempo letivo para cumprir o programa, as vezes, não é suficiente e, ainda, podemos agregar que muitos docentes não estão conscientes da importância que pode ter para um estudante possuir como parte de sua cultura, um bom manejo da noção de incerteza (JIMENEZ; JIMENEZ, 2005).

Além dos fatores supracitados, Walichinski e Santos Júnior (2013) destacam a necessidade de elaboração e validação de materiais didáticos acessíveis ao professor. Lopes (2012) reforça essa ideia, afirmando que os materiais devem subsidiar a prática docente com situações didáticas que envolvam levantamento de possibilidades; processos de investigação estatística; e observação de experimentos, com seus respectivos registros e análises, possibilitando a integração entre combinatória, probabilidade e estatística, a fim de contribuir para a efetivação do ensino de Estatística nas escolas.

Portanto, acreditamos que é necessário desenvolver uma prática pedagógica na qual sejam abordadas situações em que os estudantes realizem atividades, as quais considerem seus contextos e possam observar e construir os eventos possíveis, por meio da experimentação concreta, de coleta e de organização de dados. Sendo assim, teoricamente nos apoiando no modelo de letramento probabilístico de Gal (2005), especificamente nos elementos cognitivos deste modelo, que serão detalhados nos Capítulo 1, escolhemos por trabalhar com as tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, por abranger os conceitos básicos de Probabilidade (situação determinística[3], experimento aleatório[4], espaço amostral[5], eventos[6] simples e compostos, probabilidade de eventos simples e compostos, frequências esperada[7] e observada[8], padrões observados e esperados). Salientamos que essas tarefas também foram elaboradas em consonância com as recomendações dos PCN.

De fato, a opção por trabalhar com os conceitos básicos de Probabilidade da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, foi escolher a maquete tátil proposta por Kataoka et al. (2013) como instrumento da nossa pesquisa, uma vez que a mesma é composta por tarefas dessa sequência e por peças que serão apresentadas em detalhes no Capítulo 1.

[3] É aquela em que os resultados são sempre os mesmos, isto é, podem ser previstos com certeza;
[4] Experimento ou fenômeno aleatório: situação ou acontecimento cujos resultados não podem ser previsto com certeza;
[5] Espaço amostral é o conjunto formado por todos os resultados possíveis de um experimento aleatório;
[6] Subconjuntos do espaço amostral, isto é, cada um dos possíveis resultados do espaço amostral;
[7] Resultados do modelo teórico, isto é, os resultados possíveis;
[8] Resultados obtidos por meio da experimentação.

Acrescentamos como justificativa a escolha dessa maquete tátil, por a considerarmos como um instrumento mediador entre os estudantes e tarefas envolvendo os conceitos básicos de Probabilidade e um material didático concreto adequado para “materializar” as abstrações presentes nesses conceitos e, ao mesmo tempo, capaz de despertar o entusiasmo das crianças quando realizam atividades que envolvem esse tema. Justificativa, esta, evidenciada durante a participação no I Workshop Nacional de Educação Estatística, promovido pela Secretaria da Educação Estadual do Estado da Bahia, quando o autor desta tese participou como sujeito de pesquisa de uma atividade conduzida pelas pesquisadoras do grupo de Kataoka et al. (2013), realizando as tarefas com os olhos vendados, podendo, assim, se convencer da potencialidade deste material didático, e realizar a sua escolha.

Vale ressaltar que essa maquete foi desenvolvida e testada inicialmente com estudantes cegos em sala multifuncional por Vita (2012). Em seguida, foi reorganizada por Vita et al. (2012) para ser utilizada por estudantes cegos e videntes em sala de aula regular, sendo, porém, testada com estudantes cegos e videntes também em sala multifuncional por Guimarães (2014) e Santos (2014).

Recentemente, Kataoka et al. (2013), mantendo as peças da maquete tátil de Vita et al. (2012), propuseram modificações em algumas tarefas da sequência de ensino, bem como a inserção de outras, visando possibilitar uma maior exploração dos conceitos básicos de Probabilidade, e, por conseguinte, uma reflexão mais aprofundada sobre os mesmos. Ademais, propiciar situações que favorecessem maior interação entre os estudantes e a maquete tátil, entre os estudantes e os conceitos básicos de Probabilidade, e entre os estudantes.

Quanto à escolha pelos estudantes do quarto ano do ensino fundamental, nos amparamos em duas argumentações. A primeira é que concordamos com diversos autores de que a Probabilidade deve ser ensinada desde os anos iniciais de escolarização (BRASIL, 1997; GAL, 2005; BATANERO, 2006; LOPES, 2008; WALICHINSKI; SANTOS JÚNIOR, 2013). E a segunda é que constatamos que pesquisas relacionadas a este tema, com crianças nessa fase de escolaridade, ainda são escassas.

Sendo esses estudantes nossos sujeitos de pesquisa, nos propomos também a um desafio educacional, no sentido que se, por um lado, Piaget e Inhelder

(1975) afirmam que crianças nesse ano de escolaridade ainda não são capazes de realizar certas abstrações, o que dificulta o processo de ensino e aprendizagem de Probabilidade, por outro lado, Fischbein (1975) considera que crianças, mesmo as mais jovens, baseadas em intuições, possuem ideias corretas, parcialmente formadas, sobre os conceitos probabilísticos. Esperamos ser possível vencer esse desafio, e que possamos corroborar as considerações de Fischbein (1975).

Tendo definido os estudantes do quarto ano do ensino fundamental como sujeitos de pesquisa, a maquete tátil como instrumento mediador e os conceitos básicos de Probabilidade como o objeto matemático de estudo, nos propomos outro desafio: realizar esta pesquisa em uma sala de aula regular, condição ainda não verificada nos estudos que envolveram a maquete tátil.

Além disso, focamos mais especificamente nosso olhar para observar as interações que ocorriam durante a aplicação das tarefas. Para tal, buscamos fundamentação teórica na Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995) que fornece elementos teóricos apropriados ao estudo da ação do sujeito, mediado por um instrumento. Nesta teoria, nos apoiamos, especificamente, no modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.) por permitir investigar, minuciosamente, as interações que se estabelecem entre o sujeito, o instrumento e o objeto de estudo, representados pelos estudantes do quarto ano do ensino fundamental, pela maquete tátil e pelos conhecimentos básicos de Probabilidade, respectivamente. Essas interações são discutidas de forma detalhada no Capítulo 1, bem como enunciamos a questão de pesquisa e os objetivos específicos do nosso estudo.

A estrutura da Tese

Estruturamos a Tese com esta Introdução, em que expomos as motivações e justificativas para o tema proposto e o objetivo principal da pesquisa; e mais quatro capítulos.

No Capítulo 1, expomos a Fundamentação Teórica que norteia o nosso trabalho, iniciando pelo modelo de Letramento Probabilístico de Gal (2005) e, em seguida, pela Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995), incluindo a descrição dos polos do modelo S.A.I. adaptado à nossa pesquisa, quais sejam, os sujeitos, o instrumento e o objeto de estudo.

No Capítulo 2, apresentamos uma revisão de literatura sobre pesquisas relacionadas ao nosso tema, as quais consideramos importantes para a discussão sobre o ensino de conceitos básicos de Probabilidade. Destacamos neste capítulo, na seção 2.3, a apresentação detalhada da evolução histórica da sequência de ensino adotada em nossa pesquisa.

Em seguida, no Capítulo 3, descrevemos nossa opção metodológica oriunda das pesquisas qualitativas, e informamos sobre o local de pesquisa, como o estudo foi organizado, bem como os procedimentos de coleta e análise dos dados.

No Capítulo 4, nos dedicamos à apresentação da análise instrumental das interações entre os estudantes durante o manuseio da maquete tátil na aprendizagem dos conceitos básicos de Probabilidade.

Na sequência, expomos as considerações finais, em que apresentamos uma síntese das ideias discutidas, buscando responder a nossa questão de pesquisa.

Apresentamos as referências que serviram de suporte teórico para a elaboração da pesquisa e, por fim, os anexos que, embora não se constituam capítulos, são partes essenciais do trabalho.

CAPÍTULO 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentamos os alicerces teóricos para a construção desta tese e os fundamentos que nos deram suporte para as análises dos resultados, tendo em vista os objetivos da nossa pesquisa. Inicialmente, expomos o modelo de letramento probabilístico de Gal (2005), por ter sido a inspiração para o desenvolvimento das tarefas da sequência de ensino adotada em nossa pesquisa e, em seguida, a Teoria da Instrumentação proposta por Rabardel (1995), sob a qual nos apoiamos para realização da análise instrumental.

1.1 **Letramento probabilístico**

Gal (2005) explica que o termo “letramento” tem sido tradicionalmente associado às habilidades de escrita e leitura que as pessoas necessitam para exercerem uma função mínima na sociedade. Associar ao termo letramento um outro termo que denota uma área específica da atividade humana, significa esperar dos cidadãos um subconjunto mínimo de habilidades básicas nesta área, complementa Gal (2005).

Sendo assim, de acordo com este mesmo autor, o estudante letrado em Probabilidade é aquele capaz de ler e de interpretar criticamente informações probabilísticas, bem como tomar decisões com base nas mesmas.

Gal (2005) ressalta o letramento probabilístico como parte do desenvolvimento global que é caracterizado por três situações. A primeira se refere aos cálculos. O estudante deve ser capaz de realizar contagens, quantificar, manipular números ou elementos visuais; a segunda é a interpretação que está presente nas mensagens que envolvem questões quantitativas (probabilísticas), mas que não requerem uma manipulação de números ou quantidades; e, por fim, a tomada de decisão, que exigem das pessoas que determinem uma direção para uma ação, frequentemente na presença da incerteza.

Gal (2005) chama atenção que a demanda ocupacional raramente envolve o conhecimento de cálculos de probabilidade, mas, principalmente, familiaridade com gráficos, entender variação, familiaridade com estatísticas descritivas. Ressalta que a probabilidade de um evento pode resultar de um processo interpretativo ou subjetivo, mas pode, também, ser baseada em cálculos e estimações, e reforça, ainda, a ideia de que, para muitos adultos, o conhecimento de Probabilidade é importante para a vida pessoal, que em muitas situações se requer interpretação de sentenças probabilísticas ou tomadas de decisões (GAL, 2005).

Feitas essas considerações, Gal (2005) propôs o modelo de letramento probabilístico composto por dois componentes: cognitivo e de disposição, e os elementos desses componentes que interagem entre si de forma complexa durante a aprendizagem. São listados separadamente apenas para facilitar a apresentação, conforme Quadro 1.

Quadro 1 - Componentes que compõem o modelo de letramento probabilístico segundo Gal (2005)

Elementos do componente cognitivo
1 *Grandes tópicos*: variação, aleatoriedade, independência, previsibilidade/incerteza;
2 *Cálculos de probabilidades*: maneiras de calcular ou estimar probabilidade de eventos;
3 *Linguagem*: termos e métodos utilizados para comunicar sobre chance;
4 *Contexto*: entendimento do papel e implicações de questões e mensagens probabilísticas em vários contextos e no discurso pessoal e público;
5 *Questões críticas*: questões para refletir quando se lida com probabilidades.
Elementos do componente de disposição
1 *Postura crítica;*
2 *Crenças e Atitudes;*
3 *Sentimentos pessoais em relação à incerteza e risco.*

Gal (2005) descreve os componentes e seus elementos em linhas gerais, pois, segundo ele, o letramento probabilístico é um constructo dinâmico e relativo, devido às características particulares dos contextos de vida e culturas diferentes.

Gal (2005) enfatiza, ainda, que a idade dos estudantes é outro fator que interfere na habilidade para lidar com conceitos abstratos ou com a capacidade e disponibilidade de ser crítico sobre os seus pensamentos, ou de outras pessoas, em relação à probabilidade, chance e incerteza. No entanto, orienta que, no desenvolvimento do letramento probabilístico, focar em um ou dois elementos não é o suficiente.

O primeiro componente descrito por Gal (2005), denominado cognitivo, é formado por cinco elementos: abordagem dos grandes tópicos, cálculos probabilísticos, linguagem, contexto e questões críticas. As grandes ideias ou grandes tópicos tratam principalmente da familiaridade com os tópicos como aleatoriedade, independência e variação. Sobre este elemento, o autor destaca a necessidade de compreender a natureza abstrata dessas ideias de forma intuitiva, pois, apesar de alguns desses aspectos poderem ser representados por símbolos matemáticos ou termos estatísticos, a essência deles não pode ser assimilada completamente pela notação técnica. Quanto às noções de aleatoriedade, independência e variação, Gal (2005) orienta que estão interligadas, e o entendimento delas é importante para a compreensão da previsibilidade e da incerteza. Estes conceitos, segundo o autor, se relacionam com o nosso conhecimento sobre a probabilidade de ocorrência de um evento, e que nós devemos ser aptos a descrever a probabilidade de um evento por meio de sentença probabilística.

No segundo elemento, cálculos probabilísticos, Gal (2005) enfatiza a necessidade de os estudantes estarem familiarizados com as maneiras de calcular as probabilidades de eventos, entender as sentenças probabilísticas feitas por outras pessoas ou gerar suas próprias estimativas e comunicar seus resultados.

Comenta Gal (2005) que as três visões de probabilidade, clássica, frequentista e subjetiva, tornam-se úteis. No entanto, professores justificam a ênfase dada aos aspectos formais das visões clássica e frequentista porque elas se constituem a base para a aprendizagem de tópicos avançados tais como distribuição de amostragem ou comportamentos de sistemas químicos ou físicos. No entanto, fora da ciência, as probabilidades não são calculadas de forma simples e direta, são estimadas de forma que não se ajustam somente em uma das três visões já mencionadas. Gal (2005) considera importante que as pessoas saibam que existem diferentes maneiras para as estimativas probabilísticas, mas que essas estimativas são resultados da integração de informação de múltiplas fontes, com diferentes níveis de qualidade e que esta qualidade pode ser avaliada e julgada.

Ainda no contexto dessa discussão sobre o trabalho com as três visões de probabilidade, segundo Coutinho (2004), nos livros didáticos do ensino fundamental, a prioridade é para a abordagem de probabilidade na visão clássica, e, além disso, em situações que envolvam a equiprobabilidade, não sendo possível notar a presença de atividades com o enfoque experimental, que propiciaria trabalhar a visão frequentista da probabilidade. Gonçalves (2004) analisou também alguns livros didáticos das décadas de 70, 80 e 90, e constatou a priorização da abordagem Clássica e com variação somente nos tipos de tarefas, técnicas e discursos teórico-tecnológicos, especificando que na década de 70 as técnicas para a resolução das tarefas consistiam na Teoria dos Conjuntos; na década de 90, as técnicas baseavam-se na Análise Combinatória e, na década de 80, encontramos um período de transição que se apropriou de ambas as teorias que justificassem suas técnicas.

Já Friolani (2007), em suas análises, encontrou uma coleção que propõe atividades a partir do enfoque clássico e frequentista; e Oliveira (2006), que pesquisou dez livros didáticos adotados ou indicados por professores de Matemática no Ensino Médio, verificou que os símbolos e as fórmulas empregados nos conteúdos probabilísticos são diversificados, não apresentam uniformidade e, muitas vezes, são complexos para os alunos do ensino médio.

No que tange à linguagem, terceiro elemento, Gal (2005) enfatiza que o domínio da Probabilidade também requer a familiaridade com vários conceitos complexos, especialmente variabilidade, aleatoriedade, independência, previsibilidade, certeza, além de chance, possibilidade ou risco. Estes termos abstratos frequentemente não apresentam definições nítidas que possam ser explicadas em uma linguagem simples ou por meio de objetos reais e, por essa razão, seus significados só podem ser entendidos após um processo acumulativo de conhecimento.

Gal (2005) expõe que os estudantes podem atribuir a uma palavra como “aleatório” uma diversidade de significados, incluindo alguns não esperados pelos professores. No entanto, esses estudantes devem ter consciência de que os significados desses termos utilizados em sala de aula são frequentemente mais restritos ou precisos do que quando são usados no cotidiano. Considerando este fato, entendemos que os professores devem, além de explicar esses conceitos abstratos em uma linguagem clara e usá-los de forma consistente, observar a habilidade dos estudantes para falar, com entendimento, sobre e com esses termos. Nesse mesmo sentido, Vita (2012) comenta que a ambiguidade de inúmeros termos matemáticos presentes no dia a dia dos estudantes, não tendo o mesmo significado, podem gerar conflitos.

Gal (2005) orienta que a probabilidade de um evento pode ser representada quantitativamente por múltiplos sistemas, tais como em uma escala [0-1], como frações (por exemplo, 4/5), porcentagens ou razões, e que os estudantes devem entender a equivalência dessas diferentes representações. No entanto, entender as representações quantitativas de probabilidade não é suficiente, pois a mesma pode ser comunicada por frases verbais, por palavras como provável, provavelmente, certamente, ou por expressões como muito improvável são frequentemente interpretadas de formas diferentes pelas pessoas. Por isso, os estudantes devem ter a oportunidade de descrever, oralmente e por escrito, seus pensamentos e compreensão sobre as probabilidades e ver como os outros também o fazem. Isto pode ajudá-los a perceber que pessoas que usam a mesma linguagem podem atribuir diferentes significados, e esta experiência pode melhorar a capacidade destes estudantes de escolher a linguagem apropriada.

Corroborando a ideia de Gal (2005), Santos (2010) indica ser necessário proporcionar aos estudantes situações que os permitam ter contato e assim refletir sobre os termos que fazem parte do cotidiano e da linguagem de Probabilidade para que, desta maneira, sejam aptos a interpretar situações e compreender quando os eventos apresentados geram maior ou menor confiança. Em sua pesquisa sobre Probabilidade, realizada com estudantes do 7º ano do ensino fundamental, a autora identificou que

> [...] os alunos possuem a ideia de que os termos probabilísticos expressam as chances dos acontecimentos a eles relacionados e que alguns desses termos exprimem valores quantitativos exatos da probabilidade envolvida, como, por exemplo, os termos *impossível*, *certo, sem dúvida e seguro*; e expressam também outros valores mais flexíveis, como o *pode ser, se espera que, há alguma probabilidade*, etc. As relações estabelecidas com os termos com *frequência* e *quase sempre* não foram compartilhadas comumente pelos alunos. Ainda persistiram dúvidas e divergências quanto ao uso desses termos. (SANTOS, 2010, p.174).

O quarto elemento faz abordagem ao conhecimento do contexto, proporcionando o entendimento do papel ou impacto da chance ou aleatoriedade em diferentes eventos ou processos do mundo real e quais as áreas ou situações comuns em que essas noções podem surgir na vida de uma pessoa. É a base para criar motivação para estudar Probabilidade e para incorporar a aprendizagem deste tema em contextos sociais significativos. Para Gómez-Torres e Contreras (2014), a aprendizagem de Probabilidade não está relacionada apenas aos conceitos, mas, também, ao contexto que possibilita ao estudante identificar um objetivo em suas ações.

Questões críticas, último elemento no modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005), envolvem conhecer quais perguntas devem ser feitas quando um indivíduo se depara com uma sentença de probabilidade ou incerteza, ou quando se tem que gerar uma estimativa probabilística, pois os leitores e ouvintes não podem apenas absorver as sentenças probabilísticas, sem questioná-las.

Com relação ao papel dos cidadãos enquanto professor ou estudantes, Carvalho (2005) enfatiza que é necessário que eles sejam capazes de ler e compreender os dados estatísticos e probabilísticos, apresentados na sociedade atual sob a forma de tabelas e gráficos de vários tipos, e que saibam questionar sua veracidade, analisá-los, contextualizá-los e utilizá-los como auxílio na compreensão do mundo e no exercício de sua cidadania. Borovcnik e Kapadia (2009) enfatizam que erros conceituais em Probabilidade podem afetar decisões em situações importantes como, por exemplo, o veredicto de um júri ou um investimento no mercado financeiro e que a Probabilidade é essencial para o entendimento de qualquer procedimento inferencial de Estatística.

O componente de disposição é formado pelos elementos: postura crítica, crenças, atitudes e sentimentos pessoais a respeito de incerteza e risco. Este componente é responsável por analisar como as pessoas pensam sobre informações probabilísticas ou agem em situações que envolvem chances e incertezas seja no mundo real ou em sala de aula. Esses elementos, de acordo com Gal, Ginsburg e Schau (1997) podem influenciar a vontade dos estudantes em aprofundar seus conhecimentos, além do que é possível na exposição inicial do tópico Probabilidade na escola. Apesar de sua importância, o componente de disposição não será tratado com maiores detalhes por não fazer parte do escopo da nossa pesquisa.

Vale ainda ressaltar que, segundo Gal (2005), ser letrado em Probabilidade requer do cidadão o conhecimento, além das grandes ideias, dos cálculos, e da linguagem, mas também o papel dos processos probabilísticos e comunicação do mundo. E entender o contexto é educacionalmente importante, pois ajuda a explicar porque existe a necessidade de aprender Probabilidade em diferentes circunstâncias da vida. Nesse sentido, ele reapresenta as duas razões para se abordar a Probabilidade ainda na escola:

> A primeira é que a probabilidade faz parte da Matemática e da Estatística, sendo fundamental para auxiliar o aluno no estudo de conceitos mais elevados, tais como amostragem e testes de hipóteses, bem como outros tópicos da ciência [...].
> A segunda razão é que a aprendizagem da Probabilidade é essencial para ajudar a preparar os alunos para a vida, uma vez que eventos aleatórios e fenômenos de chance permeiam os cotidianos deles (GAL, 2005, p. 39)

Diante do exposto, concordamos com Gal e retomamos Gómez-Torres e Contreras (2014), enfatizando que os fenômenos aleatórios que permeiam o cotidiano dos estudantes, sendo explorados em sala de aula, justificam tanto a ação de ensinar quanto a motivação para aprender a Probabilidade, desde o nível fundamental por parte de seus estudantes.

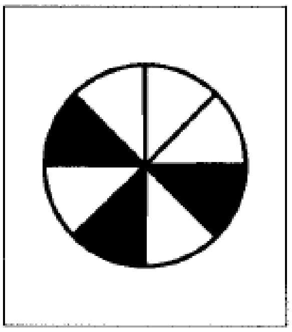
Piaget e Inhelder (1951), pensando sobre essa presença do acaso no cotidiano e motivados pela pergunta formulada por um matemático que trabalhava com a Teoria da Probabilidade, que gostaria de saber se haveria no "homem normal uma intuição da probabilidade tão fundamental e de uso tão frequente como, por exemplo, a intuição do número inteiro" (Ibid., p. 9); pesquisaram sobre a origem da ideia do acaso nas crianças, e responderam positivamente. Esses autores partiram do fato de que existem coisas a nossa volta que não podem ser previstas com precisão absoluta, mas que mesmo assim as pessoas, de um modo geral, ao vivenciá-las, arriscam prognósticos na tentativa de compreendê-las e de conviver com elas.

Piaget e Inhelder (1951) entendem, dessa forma, que esse tipo de atitude das pessoas frente a situações dessa natureza leva a crer que o homem normal "possui" uma intuição de probabilidade. Para Fischbein (1975), o conhecimento intuitivo é aceito como certo e evidente, não estando baseado na evidência empírica ou em argumentos lógicos rigorosos.

As intuições são, de acordo com Fischbein (1975), processos cognitivos que intervêm diretamente nas ações práticas ou mentais. Relacionam-se entre si, formando estruturas de raciocínio que são adaptáveis e podem ser influenciadas por uma instrução sistemática, distinguindo-as em dois tipos: primárias e secundárias.

Fischbein (1975) esclarece que as intuições primárias são crenças cognitivas que surgem das experiências do indivíduo, sem a necessidade de instrução sistemática. Jones e Thornton (2005) exemplificam: uma criança pode usar uma intuição primária probabilística quando, em resposta à pergunta: “Qual a cor é mais provável de aparecer neste spinner? (Figura 1), ele/ela responde “preta é mais provável porque esta é minha cor favorita”.

Figura 1 - Spinner



Fonte: Jones e Thornton (2005, p.71)

Intuições secundárias são crenças cognitivas reestruturadas que são adquiridas por instrução – geralmente no contexto de uma tarefa específica. Por exemplo, após alguma instrução com noção de “mais provável”, a criança ilustrada acima pode substituir sua intuição primária, baseada em uma crença subjetiva, por uma intuição secundária que apresenta crença na medida de área de cada cor de spinner (Figura 1). Apesar de uma intuição primária de um indivíduo poder ser reestruturada como consequência de uma instrução, não deve ser perdida e pode reaparecer em uma tarefa com diferente contexto.

Ressaltamos que apesar de considerarmos interessantes as investigações sobre as crenças dos estudantes com relação aos conceitos básicos de Probabilidade, não daremos enfoque nesta pesquisa por não fazer parte do escopo da mesma, e reafirmamos que o nosso interesse está voltado para as interações que ocorrem quando os estudantes realizam tarefas que abordam os conceitos básicos de Probabilidade.

1.2 Teoria da Instrumentação

Com o objetivo de analisar as atividades das pessoas enquanto utilizam instrumentos nos campos sociais e científicos, Rabardel (1995) apresenta duas abordagens nas quais o homem e os instrumentos ocupam posições diferentes: a tecnocêntrica e a antropocêntrica. Na abordagem tecnocêntrica, “o homem ocupa uma posição secundária frente à técnica” e na antropocêntrica “o homem ocupa uma posição central a partir da qual são pensadas as relações com as técnicas, com as máquinas e os sistemas” (RABARDEL, 1995, p. 12).

A partir da perspectiva antropocêntrica, este teórico articula a utilização de artefatos/ferramenta/máquina (designados por artefato) e de instrumentos do ponto de vista da ergonomia cognitiva[9] e propõe uma Teoria da Instrumentação. Desta teoria, elegemos alguns conceitos que consideramos fundamentais para a estruturação desta tese.

Conforme Rabardel (1995), a Ergonomia

> [...] inscreve-se como uma contribuição para a reflexão teórica e a análise empírica das relações homem – sistema técnico, centradas no homem e observadas do ponto de vista de seu engajamento nas atividades e ações reais; de seu contexto de trabalho; ou no cotidiano. (RABARDEL, 1995, p. 23)

Nesse contexto de ações reais, ele expõe que os artefatos possuem uma função mediadora e, desta forma as atividades relacionadas ao uso das mesmas conduzem ao surgimento da atividade instrumental como unidade de análise. Com este entendimento, ele propõe uma distinção entre os termos artefato e instrumento. Segundo Rabardel (1995), artefato é um termo neutro para designar coisas, objetos que podem ser utilizados na atividade humana e são transformados pelas mãos humanas. Pode ser um meio material, como um martelo, uma chave, etc., ou um

[9] De acordo Falzon (2007 apud VITA, 2012), ergonomia cognitiva é a área do conhecimento que investiga os processos mentais, a percepção, a memória, o raciocínio, as respostas motoras, as interações entre as pessoas e outros componentes de um sistema.

meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.). Orienta, ainda, que “os artefatos têm, então, de imediato, um estatuto social, que ao mesmo tempo excede o que o sujeito lhes dará, associando-o à sua ação e ao mesmo tempo permanece frequentemente aquém das propriedades atribuídas ou realmente exploradas pelo sujeito” (RABARDEL, 1995, p. 60).

Do exposto, pontuamos que o conceito de artefato está relacionado ao uso que o sujeito faz do mesmo como meio de suas ações. Assim, ao ser inserido em uma situação de uso, o artefato e seus elementos irão adquirir um sentido na ação, para o sujeito que o utiliza e que interfere no objeto de sua atividade.

Quanto à definição de instrumento, Rabardel (1995) o considera

> como uma entidade mista que compreende duas dimensões: uma relativa ao artefato (material concreto ou simbólico) e outra, aos esquemas mentais de utilização associados ao uso concreto desse objeto, construídos e desenvolvidos pelos sujeitos (RABARDEL, 1995, p. 94).

Isto significa dizer que os conceitos de artefato e instrumento estão imbricados e o status de instrumento é fruto da atividade do sujeito sobre o artefato. Portanto, ao aprender a utilizar um novo artefato, o sujeito agrega a ele seus esquemas de utilização, e nesse processo, o artefato, em conjunto a esses esquemas do sujeito, evolui para a condição de instrumento de sua atividade. De acordo com Rabardel (1995), o artefato é para o sujeito um objeto a ser conhecido a partir do seu funcionamento, respondendo a critérios previstos ou simplesmente atendidos. Sendo assim, esquematicamente organizamos esses conceitos da seguinte forma: **Instrumento = artefato + esquemas mentais de utilização.**

Sobre o conceito de esquemas, Rabardel (1995) esclarece que suas propriedades gerais surgiram das pesquisas realizadas principalmente por Piaget. Segundo ele, na teoria piagetiana, os esquemas são meios que permitem ao sujeito assimilar situações e objetos com os quais ele é confrontado. No entanto, foi nas ideias de Vergnaud (1990) que este teórico se apoiou para fundamentar sua concepção de esquema como “uma organização invariante de comportamentos para uma classe de situações fornecidas” (RABARDEL, 1995, p. 87). Assim, para Rabardel, esquema é uma entidade funcional dinâmica constituída por antecipações, regras, inferências e invariantes operatórias (do tipo proposições, funções proposicionais, argumentos).

A partir destes conceitos, postula este teórico que os fatores básicos de influência dos instrumentos na atividade cognitiva do sujeito correspondem, em uma direção, às limitações dos instrumentos e, em outra, às vantagens que eles oferecem para a ação (RABARDEL, 1995). Nessa conjuntura, o sujeito na utilização e apropriação do instrumento deve levar em consideração as limitações do mesmo.

Observamos que a transformação de artefato em instrumento recebeu especial atenção na Teoria da Instrumentação, sendo denominada de gênese instrumental. De acordo com Rabardel (1995), esse processo é complexo e incorpora, por um lado, as características do artefato com suas potencialidades e suas limitações e, por outro, as atividades do sujeito, com seus conhecimentos, experiências anteriores e habilidades.

A gênese instrumental se desenvolve em duas dimensões: a instrumentação e a instrumentalização. Para Rabardel (1995, p. 5):

> [...] **os processos de instrumentação** são relativos à emergência e à evolução dos esquemas de utilização e de ação instrumentada: constituição, funcionamento, evolução por acomodação, coordenação combinação (*sic*), inclusão e assimilação recíproca, assimilação de artefatos novos aos esquemas já constituídos, etc.

Compreendemos que estes processos apresentam uma orientação voltada para o próprio sujeito, e com eles o artefato é associado à sua estrutura cognitiva, isto é, aos seus esquemas de utilização. Portanto, as ações de um sujeito para resolver uma determinada tarefa estão condicionadas pelas especificidades e potencialidades de um artefato.

Quanto aos **processos de instrumentalização**

> [...] se referem à emergência e à evolução das componentes do artefato do instrumento: seleção, reagrupamento, produção e instituição de funções, [...] atribuição de propriedades, transformação do artefato (estrutura, funcionamento etc.). (RABARDEL, 1995, p. 5)

Desta forma, esta dimensão é orientada para o componente artefato do instrumento e, portanto, resultante das possibilidades e propriedades funcionais que o sujeito atribui ao instrumento para agir sobre um determinado objeto. Neste processo, ocorre modificação, adaptação ou produção de novas propriedades, personalizando o artefato de acordo com as demandas dos sujeitos.

Tendo apresentado estes esclarecimentos, pontuamos que os dois processos supracitados surgem a partir do sujeito que exerce ação sobre o artefato, seja atribuindo-o uma função, resultado de sua atividade ou adaptando os seus próprios esquemas de utilização. Assim, consideramos que a instrumentação e a instrumentalização são conceitos que se distinguem pela orientação da atividade instrumental.

Os conceitos expostos nos permitiram construir uma ideia mais clara da teoria da Instrumentação, entretanto é preciso registrar que não faz parte do escopo da nossa pesquisa investigar a gênese instrumental, ou seja, a emergência e a evolução dos artefatos e do instrumento (instrumentalização) e nem os esquemas de utilização e de ação instrumentada (instrumentação). Sendo assim, ressaltamos que no contexto desses processos, nos interessam, especificamente, as interações que se estabelecem entre o sujeito, instrumento e objeto na atividade instrumental, e, além disso, ao nos referirmos à maquete tátil utilizada nessa pesquisa, adotamos apenas o termo instrumento, independente se ela seria considerada como artefato ou instrumento de acordo com a teoria da gênese instrumental.

Para analisar as ações do sujeito mediado pelo instrumento na atividade instrumental, Rabardel (1995) propôs o modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.) delineando as relações entre o sujeito e o objeto sobre o qual ele age mediado pelo instrumento. E para a atividade instrumental que envolve uma coletividade, ele propôs o modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas (S.A.C.I.).

Supondo ser possível a aplicação desta teoria na didática, percebemos que o Modelo S.A.I. se mostrou adequado ao nosso foco de pesquisa, nos permitindo conhecer sobre as interações entre os estudantes, a maquete tátil e os conceitos básicos de Probabilidade.

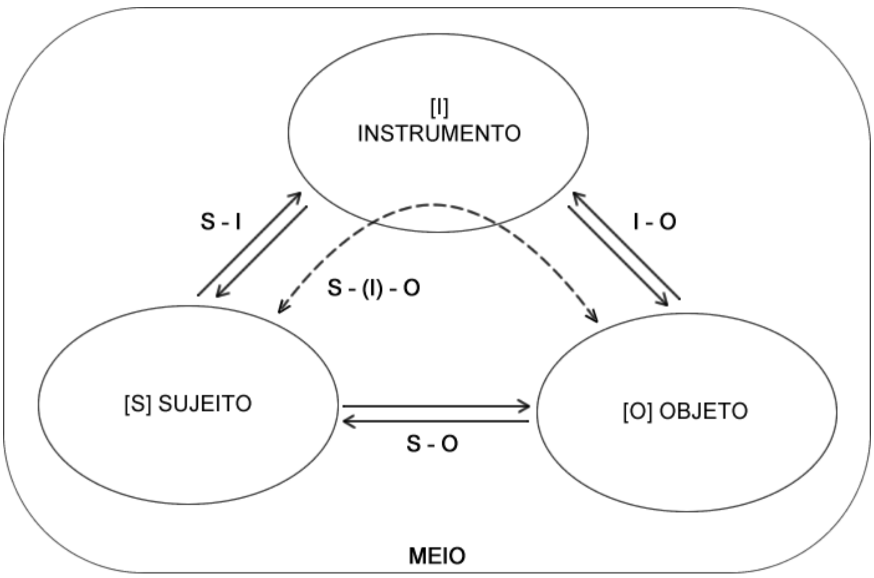
1.2.1 O modelo das Situações de Atividades Instrumentadas - S.A.I.

Rabardel (1995) propôs o modelo das Situações de Atividades Instrumentadas - *Modéle dês situations d'activités avec instrument* - S.A.I. apoiado na concepção triádica das situações da atividade com instrumentos de Vygotsky (1998) que distingue três polos: *o sujeito* que dirige a ação psíquica sobre *o objeto*, e uma ação mediada pelo *instrumento* psicológico.

De acordo com Béguin e Rabardel (2000, p. 175, tradução nossa) “uma atividade consiste em agir sobre um objeto a fim de atingir um objetivo e dar forma concreta a um motivo. No entanto, a relação entre sujeito e objeto não é direta. Ela envolve a mediação por meio de um terceiro elemento: o instrumento”. Neste contexto, Rabardel (1995) propõe seu modelo também composto por três polos: sujeito [S], representado pelo usuário, operador, trabalhador, agente etc.; o instrumento [I], composto pelo artefato, máquina, sistema, utensílio, produto etc.; e o objeto [O], para o qual a ação do sujeito por meio do instrumento é dirigida (material, real, objeto de atividade, de trabalho ou outros sujeitos).

Rabardel (1995) apresenta o modelo S.A.I. (Figura 2) composto por essa tríade (sujeito, objeto, instrumento) como uma forma de analisar as atividades com instrumentos, em que o instrumento é o intermediário entre o sujeito e o objeto da sua ação sendo, portanto, o mediador dessa ação. Além disso, o modelo se desenvolve em um “MEIO” que representa o conjunto de condições (potencialidades, limitações etc.) que o sujeito deve levar em conta para realizar a atividade (ABAR; ALENCAR, 2013).

Figura 2 - Modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.)



Fonte: Rabardel (1995, p. 53)

Segundo Rabardel (1995), com este modelo, é possível descrever as relações entre o sujeito e objeto sobre o qual ele age, isto é, sujeito-objeto [S-O], também evidenciar as múltiplas interações que intervêm nas atividades instrumentais, ou seja, sujeito-instrumento [S-I], instrumento-objeto [I-O] e, ainda a relação sujeito-objeto mediado pelo instrumento [S-(I)-O]. Assim, de forma sintética a partir das flechas que representam as interações existentes entre os polos, percebemos que três delas são bipolares ([S-I], [S-O], [I-O]) por envolverem apenas dois polos, e outra tripolar ([S-(I)-O]), relacionando os três polos.

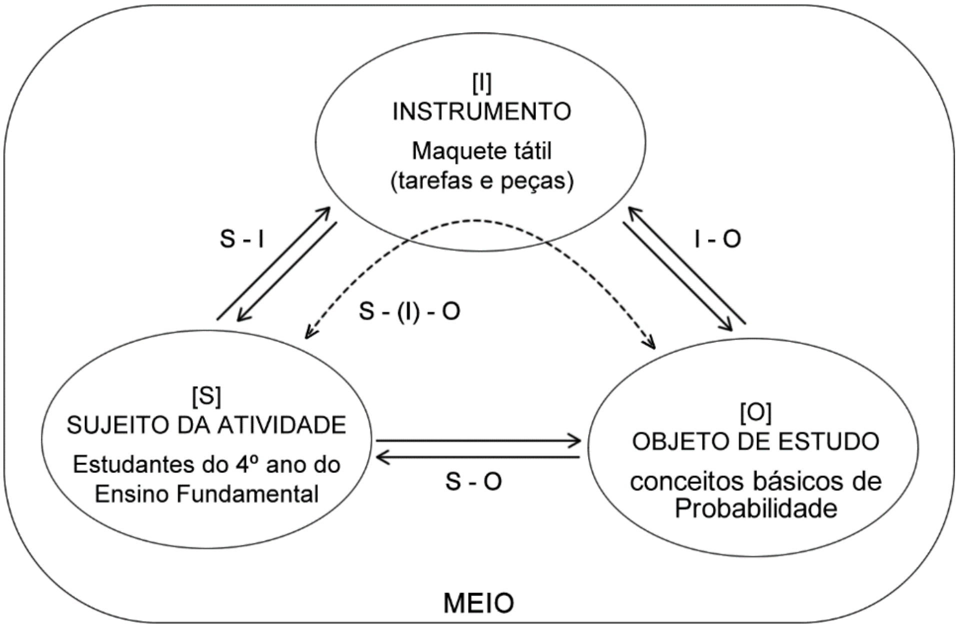
Rabardel (1995) ressalta que os significados dos polos do modelo podem variar dependendo do objetivo de cada pesquisa e do ponto de vista subjacente ao seu sistema de interpretação. Conforme Salazar (2009, p. 67) o “modelo S.A.I. pode ser uma ferramenta para examinar, detalhadamente, o uso de instrumentos em uma tarefa”. Levando em consideração essas ideias, organizamos o modelo S.A.I. de forma adequada para a nossa pesquisa e visando o desenvolvimento de uma análise instrumental com o mesmo, como descreveremos a seguir.

1.2.2 O modelo S.A.I. nesta pesquisa

Organizamos o modelo S.A.I. (Figura 3) com os três polos definidos da seguinte maneira:

- Sujeito da atividade (S): estudantes do 4° ano do Ensino Fundamental;
- Instrumento mediador (I): maquete tátil;
- Objeto de estudo (O): conceitos básicos de Probabilidade.

Figura 3 - Modelo S.A.I. na pesquisa



Fonte: Dados da pesquisa

Temos claro que nosso modelo está inserido em um meio determinado pelas condições e limitações do ambiente de uma sala de aula regular.

A seguir, apresentamos cada um desses polos.

1.2.2.1 Os Polos do modelo S.A.I. nesta pesquisa

Neste tópico, descrevemos de forma detalhada os três polos do S.A.I. que estruturamos para desenvolver a análise instrumental desta pesquisa e, na sequência, tratamos sobre as interações que emergem entre polos.

O polo Sujeito da atividade (S)

Este polo foi representado pelos sujeitos de Pesquisa (S). Participaram da pesquisa 17 estudantes regularmente matriculados no 4º ano do ensino fundamental de uma escola pública, da zona rural, do distrito de Tapirama, localizado no município de Gongogi - BA. Esses estudantes tinham faixa etária entre 8 e 13 anos, idade média de 9,9 anos, sendo 9 do sexo masculino; e 12 que sabiam ler e escrever.

Os estudantes foram agrupados em sete duplas e um trio, sendo que o critério de agrupamento utilizado foi reunir aqueles que sabiam ler e escrever, com os que não sabiam ler os registros textuais em linguagem materna, uma vez que eles deveriam ler as instruções (Anexo A) para a realização das tarefas.

O Polo Instrumento mediador (I)

Este polo do instrumento foi ocupado pela maquete tátil (maquete) proposta por Kataoka et al. (2013). Estes pesquisadores denominaram por maquete um Kit composto por peças e tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* impressas (Figura 4). As peças são: tabuleiro, objetos, porta-copos, colmeias, fichas de EVA, campainha no notebook, descritas a seguir.

Ressaltamos que, ainda que as tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios de Jefferson* façam parte deste polo, as mesmas serão apresentadas no polo objeto, para que possam ser detalhados os conceitos básicos de Probabilidade envolvidos em cada uma delas.

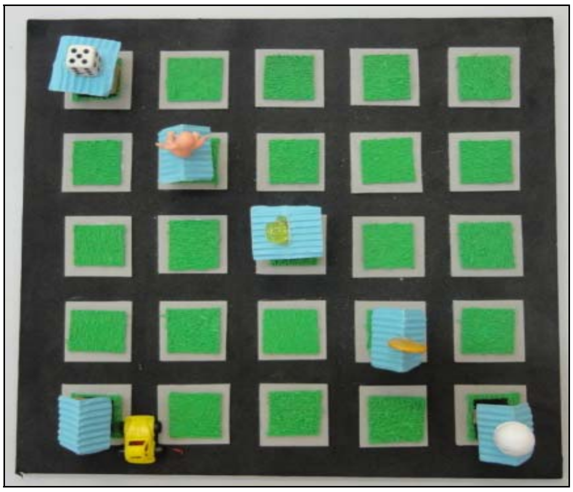
Figura 4 - Maquete tátil (tarefas e peças)

Fonte: Dados da pesquisa

Tabuleiro

O tabuleiro em forma de quadrado composto por 25 quadras ou quarteirões, representando o bairro descrito na história da Tarefa 2 da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*. Esse bairro contém um carrinho para ajudar a criança a realizar os caminhos que Jefferson fará até a casa de seus amigos e seis casas móveis, fixadas às quadras com velcro. A casa situada no canto inferior esquerdo representa a casa do Jefferson e as cinco dispostas em diagonal são as casas de cada um dos amigos, identificadas com o objeto correspondente colado no telhado (Figura 5).

Figura 5 - Tabuleiro da maquete tátil



Fonte: Dados da pesquisa

Objetos

São cinco tipos diferentes de objetos em miniatura, totalizando 120 (24 dados, 24 bolas, 24 bonecas, 24 botões e 24 anéis), representando os presentes que Jefferson dá ao visitar um amigo, da seguinte forma: o dado foi o presente que Jefferson deu para Duda, da mesma forma a bola para Pelé, a boneca para Babi, o botão para Beto e o anel para Abel (Figura 6).

Figura 6 - Brinquedos colecionados pelos amigos de Jefferson

Fonte: Dados da pesquisa

Porta-copos

O porta-copos é uma pasta plástica que foi perfurada para encaixar cinco copos e tem a função de armazenar os objetos das coleções dos personagens durante a realização das tarefas (Figura 7).

Figura 7 - Porta-copos

Fonte: Dados da pesquisa

Na versão da maquete tátil proposta por Vita (2012), os objetos (dado, bola, boneca, botão e anel) eram armazenados somente nos copos plásticos, sem o suporte do porta-copos, sendo, frequentemente, espalhados durante a manipulação, dificultando o seu uso.

Colmeias e Fichas de EVA

As colmeias são seis formas plásticas, comumente utilizadas para moldar doces, compostas por uma base retangular contendo 54 compartimentos quadrados organizados em 9 linhas e 6 colunas (Figura 8).

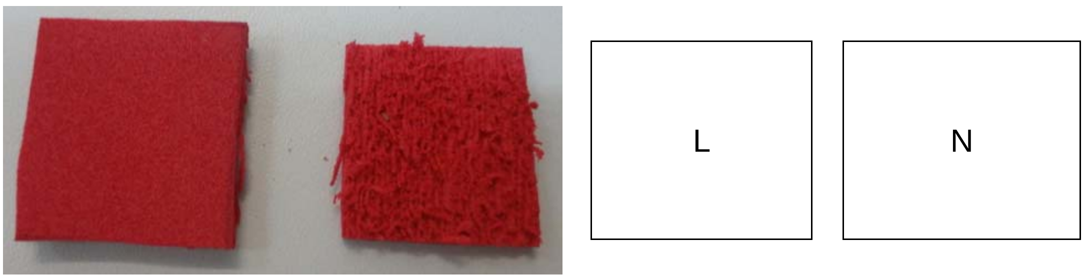
Figura 8 - Colmeia

Fonte: Dados da pesquisa

Os estudantes devem preencher as colmeias, no sentido horizontal como indicado pela seta na Figura 8, com as fichas de EVA, sinalizando a direção a ser tomada (Norte ou Leste), de tal forma que, após percorrer quatro quarteirões, Jefferson chegará à casa de um dos amigos, indicando, também na colmeia, o objeto que este amigo coleciona.

As fichas quadradas de EVA (2,5 cm x 2,5 cm), no total de 135, possuem duas faces. A face lisa indica o movimento sobre o tabuleiro no sentido Leste e a face atoalhada para o Norte, representadas na Figura 9, à esquerda e à direita, respectivamente. Usamos uma legenda ao lado da figura, com N (Norte), para representar a face atoalhada e L (Leste), a face lisa da ficha de registro, com o intuito de facilitar a visualização pelo leitor, pois, devido à impressão gráfica desta tese, pode ocorrer uma dificuldade na identificação dessas faces.

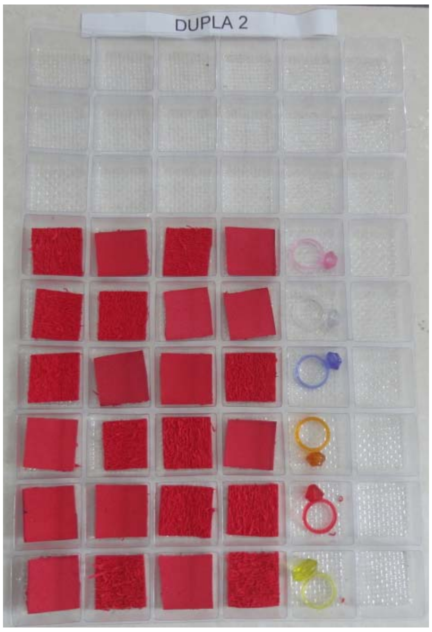
Figura 9 - Fichas de registro



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 10, podemos observar um exemplo de utilização da colmeia e fichas em EVA, neste caso, o registro de todos os caminhos possíveis que levam Jefferson à casa de Abel.

Figura 10 - Colmeia (representação das frequências esperadas à casa de Abel)



N	L	N	L		
N	N	L	L		
N	L	L	N		
L	N	N	L		
L	L	N	N		
L	N	L	N		

Fonte: Dados da pesquisa

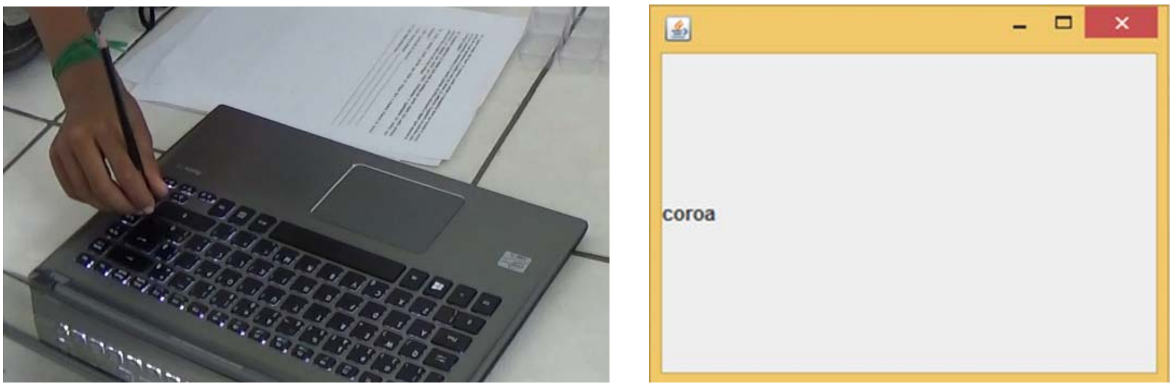
As colmeias e as fichas em EVA são utilizadas para registrar a frequência observada e esperada das visitas do Jefferson aos amigos, assim como para a construção dos pictogramas[10].

Campainha

A campainha é um programa desenvolvido em Java, utilizado especificamente para o sorteio do experimento, que indicava qual a direção que Jefferson deveria tomar para suas visitas. Este programa processa, aleatoriamente, ao toque da tecla ENTER do teclado de um computador, dois sons distintos: um agudo *pim* e outro grave *pom* que representam, respectivamente, movimentos para o Norte e para o Leste (Figura 11).

[10] “O pictograma é um gráfico interessante, construído e usado quando a variável toma poucas categorias e quando o número de observações é pequeno, isto é, quando podemos utilizar a escala unitária” (CAZORLA; SANTANA, 2010). De acordo com Triola (2005), pictogramas são desenhos de objetos comumente usados para representar dados.

Figura 11 - Notebook (a) com programa em Java (b) para realização do sorteio aleatório



(a) (b)

Fonte: Dados da pesquisa

O Polo Objeto de estudo (O)

Este polo foi ocupado pelos conceitos básicos de Probabilidade abordados na esfera das tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* e sob o enfoque do modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005). Por este motivo, trataremos sobre estes conceitos descrevendo detalhadamente cada uma das tarefas em que eles se inserem, expondo seus objetivos e o que esperamos ao aplicá-las.

Na versão utilizada nesta pesquisa, a sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* é composta de 13 tarefas nas quais envolvem conceitos probabilísticos recomendados no elemento "abordagem dos grandes tópicos" do componente cognitivo do modelo de Gal (2005), sendo, estes: espaço amostral, eventos simples e compostos, probabilidade de eventos simples e compostos, situação determinística, experimento aleatório, frequências esperada e observada, frequência relativa (caso o professor/pesquisador deseje abordar este conceito) padrões observados e esperados (Anexo A). Salientamos que nesta pesquisa não trabalhamos esses conceitos de maneira formal com os estudantes, mas tomamos a decisão de apresentar a presença dos mesmos em cada tarefa, para que o professor possa abordá-los no contexto de aplicação em sala de aula.

A primeira tarefa tem como objetivo possibilitar a exploração e a identificação das peças que compõem a maquete.

Tarefa 1. Explorem os seguintes materiais:

Tabuleiro - o bairro; Copos com os objetos – a coleção de cada um dos amigos; Campainha – para o sorteio; Ficha – para registro da direção com uma face lisa – Leste e outra atoalhada – Norte; Copos vazios – para guardar os objetos; Colmeias com 9 linhas e 6 colunas – para registrar os caminhos e os amigos visitados pelo Jefferson.

Com esta tarefa, esperamos que os estudantes façam um reconhecimento inicial das peças da maquete, o que auxiliará posteriormente na apropriação das funções das mesmas para a resolução das tarefas e possível aprendizagem, ainda que informal, dos conceitos básicos de Probabilidade envolvidos.

A segunda tarefa tem como principal objetivo contextualizar o experimento e dar significado às peças que compõem a maquete. De acordo com Gal (2005), além de justificar a necessidade de aprender Probabilidade, o entendimento do contexto é a base para motivar os estudantes para o estudo desse tópico.

Tarefa 2. Leia a história:

“OS PASSEIOS *ALEATÓRIOS* DE JEFFERSON”
O Jefferson e seus amigos moram no mesmo bairro. Os nomes dos amigos são: Duda, Babi, Abel, Beto e Pelé. Cada amigo coleciona um tipo de objeto, sendo que Duda coleciona dado, Babi coleciona boneca, Abel coleciona anel, Beto coleciona botão e Pelé coleciona bola. A distância da casa de Jefferson à casa de cada um dos amigos é sempre de quatro quarteirões. Jefferson costumava visitar seus amigos nos mesmos dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: 2ª feira, Duda; 3ª feira, Babi; 4ª feira, Abel; 5ª feira, Beto e 6ª feira, Pelé. Mas, para tornar mais emocionante os encontros, a turma combinou que a visita seria definida por sorteio, da seguinte forma: Jefferson deve tocar uma campainha; se sair o som “pim”, andará um quarteirão para o Norte, se sair o som “pom”, um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa andar um quarteirão. Ele deve tocar a campainha quatro vezes para poder chegar à casa de um dos amigos e dar um presente para a sua coleção. Vamos ver o que acontece, utilizando o material que acompanha esta ficha.

Responda: Vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados? (   ) Não. Quais são as chances: (   ) Sim. Qual é a chance: Por que vocês acham isso:

Quanto aos conceitos básicos de Probabilidade envolvidos, espera-se que a aleatoriedade implícita nesta tarefa seja observada pelos estudantes, mesmo que intuitivamente, quando a maneira de Jefferson visitar um dos seus amigos é definida por sorteio, diferenciando-se da situação inicial, realizada de forma determinística. Além disso, após lerem a história, os estudantes são questionados quanto à forma de visita de Jefferson aos seus amigos, abordando a ideia de chance.

De acordo com Watson (2006), o conceito de chance é tratado

> “[...] como uma aproximação da probabilidade, para distinguir aspectos mais intuitivos e experimentais deste tópico do estudo da probabilidade teórica baseada nos espaços amostrais”. (WATSON, 2006, p. 128)

Concordamos com essa interpretação, e é neste sentido que abordaremos as noções desse conceito em nossa pesquisa.

Além disso, esperamos que os estudantes estabeleçam uma associação com as atividades do primeiro bloco, que serão descritas no Capítulo 3. Nesta tarefa, evidenciamos a presença de todos os elementos do componente cognitivo do modelo de letramento probabilístico de Gal (2005), inclusive os cálculos probabilísticos, caso os estudantes calculem as probabilidades de visitas de cada um dos amigos.

A Tarefa 3 tem como objetivo possibilitar, por meio da exploração tátil ou visual, a apropriação das peças da maquete para a resolução das tarefas que envolvem diretamente os conceitos básicos de Probabilidade. Evidenciam-se, nesta tarefa, as ideias dos conceitos de eventos simples (Norte ou Leste) e de eventos compostos (Norte, Norte, Leste, Leste).

Tarefa 3

Indiquem um caminho para sair da casa de Jefferson e chegar à casa de Abel. Registrem esse caminho na primeira linha da colmeia usando as fichas (Norte – atoalhado e Leste – liso) e no quinto espaço dessa linha coloquem o objeto colecionado pelo amigo visitado.

Esperamos que os estudantes comecem a se familiarizar com estes conceitos, bem como com as peças para registro na maquete tátil. Além disso, os estudantes podem determinar esses caminhos juntos, favorecendo, assim, uma decisão negociada, que pode propiciar maior interação entre eles.

Com a Tarefa 4, visamos abordar os conceitos de frequência esperada e de evento.

Tarefa 4

Existem outros caminhos para chegar à casa de Abel? Registrem na colmeia todos os que são possíveis.

Espera-se, nesta tarefa, que os estudantes determinem os caminhos esperados.

Na Tarefa 5, os conteúdos abordados são: eventos e espaço amostral.

Tarefa 5

Registrem na colmeia todos os caminhos possíveis para cada um dos demais amigos.

Durante a realização desta tarefa, os estudantes podem interagir trocando informações sobre o que observam e descobrem, obtendo uma solução compartilhada para essa atividade. Espera-se que os estudantes, interagindo entre si, estabeleçam todos os caminhos possíveis para cada um dos amigos de Jefferson.

Na Tarefa 6, estão contemplados os seguintes conceitos: frequência esperada, espaço amostral e eventos.

Tarefa 6

a) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Abel? O que eles têm em comum? b) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Duda? O que eles têm em comum? c) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Babi? O que eles têm em comum? d) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Beto? O que eles têm em comum? e) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Pelé? O que eles têm em comum?

Com a aplicação desta tarefa espera-se que os estudantes verifiquem a regularidade existente nos caminhos que levam Jefferson à casa de cada um dos seus amigos, isto é, que identifiquem um padrão no que se refere ao número de

Nortes e Lestes necessários. Durante a realização desta tarefa, os estudantes podem interagir trocando informações sobre o que observam e descobrem, e refletindo quanto às diferenças que existem para a determinação do amigo a ser visitado, ou seja, indicando o sentido Norte e Leste para a visita.

Na Tarefa 7, está presente o conceito de espaço amostral, por meio da contagem dos eventos possíveis.

Tarefa 7

Qual o total de caminhos possíveis para Jefferson visitar todos os amigos?

Espera-se que os estudantes possam apenas reorganizar os resultados obtidos nas Tarefas 5 e 6, e que os registrem de forma escrita, havendo o diálogo entre sujeitos e objeto, e entre os sujeitos.

Para a realização da Tarefa 8, os estudantes utilizam a peça denominada colmeia e os objetos que cada amigo de Jefferson coleciona. Esta tarefa tem como finalidade a construção de um pictograma 3D das frequências esperadas de visitas de Jefferson a cada um dos seus amigos.

Tarefa 8

Separe cada tipo de objeto que está na colmeia em cinco copos. Em outra colmeia, utilizando os objetos que estão nos copos, represente a quantidade de caminhos possíveis para o Jefferson visitar cada um dos seus amigos.

Espera-se que os estudantes organizem os objetos em uma representação gráfica de forma adequada que permita a visualização rápida de qual amigo pode ser mais ou menos visitado, bem como quantas vezes cada um foi visitado.

Os conceitos básicos de Probabilidade envolvidos são: frequência esperada e espaço amostral. Ressaltamos a importância da representação do contexto por meio de um pictograma, que permite a evolução de ideias probabilísticas que precisam ser transmitidas. Dessa forma, espera-se que haja uma relação mútua entre sujeitos e objeto mediado pelo instrumento, e entre sujeitos da mesma dupla.

A Tarefa 9 tem como objetivo permitir que o estudante relacione a representação gráfica à quantidade total de caminhos existentes para Jefferson visitar seus amigos, possibilitando uma reflexão sobre os conceitos básicos de Probabilidade envolvidos na construção do pictograma, e, por conseguinte, a busca de uma comunicação dos resultados de forma mais sistematizada.

Tarefa 9

Imaginem que vocês tenham que explicar para o Jefferson, o que está representado na colmeia. O que vocês escreveriam?

No que se refere aos elementos cognitivos do modelo de Gal (2005), podemos identificar, nessa tarefa, além da abordagem de grandes tópicos, a linguagem, o contexto, bem como, as questões críticas.

A Tarefa 10 visa possibilitar uma reflexão sobre o conceito de chance e probabilidade de ocorrência de eventos. Espera-se que os estudantes façam inferências, ainda que de forma intuitiva, sobre a estimativa de probabilidade de ocorrência de visita a cada um dos amigos, com base nos caminhos possíveis para se chegar à casa de cada um desses amigos.

Tarefa 10

Recordando:

Jefferson resolveu visitar os seus amigos utilizando sorteios, tocando uma campainha; se saísse o som “pim”, andaria um quarteirão para o Norte, se saísse o som “pom”, um quarteirão para o Leste. Cada jogada representava andar um quarteirão. Jefferson deveria tocar a campainha quatro vezes para poder chegar à casa de um dos amigos e dar um presente para a sua coleção.

Observando a colmeia organizada na questão 8, vocês acham que pelo sorteio todos os amigos tem a mesma chance de serem visitados?

(   ) Não. Quais são as chances:
(   ) Sim. Qual é a chance:

Por que vocês acham isso:

Podemos observar, dos elementos cognitivos do modelo de Gal (2005), além da abordagem de grandes tópicos, a presença da linguagem e das questões críticas.

Na Tarefa 11, os estudantes devem realizar um experimento aleatório utilizando uma campainha, por meio da qual os resultados são representados pelo som “pim” ou “pom”.

Tarefa 11

Agora vocês vão fazer 16 sorteios (cada sorteio, a campainha deve ser tocada 4 vezes) para ver o que acontece na prática com as visitas do Jefferson. Registrem na colmeia cada um dos caminhos sorteados e no quinto espaço da linha, coloquem o objeto que representa o amigo visitado.

Espera-se que os estudantes possam compreender, de forma prática, a ideia que permeia o conceito de aleatoriedade e que registrem as frequências observadas.

Tarefa 12

Separem cada tipo de objeto que está na colmeia em cinco copos. Em outra colmeia, utilizando os objetos que estão nos copos, representem a quantidade de visitas que Jefferson fez a cada um de seus amigos.

O objetivo da Tarefa 12 é propiciar ao estudante a construção do pictograma das frequências observadas na experimentação realizada na Tarefa 11. Nela, está envolvido o conceito de frequência observada.

Com a Tarefa 13, objetivamos uma maior exploração e reflexão dos conceitos básicos de Probabilidade envolvidos nas tarefas, isto é, frequências observadas e esperadas, bem como chance, eventos, entre outros.

Tarefa 13

Após o sorteio, vocês acham que todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados? ( ) Não. Quais são a chances: ( ) Sim. Qual é a chance: Por que vocês acham isso:

Nesta tarefa, evidenciamos, do modelo de letramento probabilístico de Gal, a abordagem de grande tópicos, questões críticas, a linguagem e o contexto.

Esperamos que os estudantes percebam a diferença entre o que se espera (frequências esperadas) e o que é observado (frequências observadas) com os sorteios, estimando a probabilidade de visitas de Jefferson a cada um dos seus amigos.

Consideramos que essa tarefa também possa contribuir para o desenvolvimento do letramento probabilístico proposto por Gal (2005), dado que, ao comparar os resultados, nesta tarefa, os estudantes podem ser levados a refletir sobre o experimento realizado, pensar sobre o contexto da história apresentada, utilizando termos específicos da Probabilidade.

Os estudantes podem interagir entre si e com a maquete, dialogando sobre os resultados observados durante a realização das tarefas, estabelecendo relações entre os conceitos e entre estes e o cotidiano, e, por conseguinte, obtendo uma solução compartilhada para essa atividade.

Tendo apresentado os polos do modelo adaptado para esta tese, expomos a seguir as interações ou relações entre os polos, que foram utilizadas como categorias de análise (Capítulo 3 Procedimentos Metodológicos). Vale lembrar que estas interações são representadas por flechas bidirecionadas, o que nos permite desenvolver uma análise instrumental, com o olhar voltado para cada um dos polos presentes na relação em análise.

1.2.2.2 As relações entre os polos investigadas na pesquisa

- A relação entre os estudantes (S) e a maquete tátil (I): relação **[S-I]**

Esta relação **[S-I]** será utilizada em momentos bem definidos. O primeiro quando os estudantes estiverem manuseando ou simplesmente olhando as peças da maquete para conhecê-la; o segundo quando eles manusearem as peças da maquete para solucionar as tarefas; e o terceiro momento quando eles estiverem em contato com as tarefas.

Sob o enfoque das ideias de Rabardel (2005), ao lançar mão desta relação, compreendemos que o instrumento pode adquirir, também, o estatuto de controle das ações feitas pelos usuários, estabelecendo regras na realização das atividades. Neste contexto, esperamos que os estudantes realizem movimentos sobre o tabuleiro apenas para Leste e Norte, partindo da casa de Jefferson; bem como utilizem as peças da maquete nas condições ditadas nas tarefas, além de irem resolvendo as tarefas.

- A relação entre os estudantes (S) e os conceitos básicos de Probabilidade (O): relação **[S-O]**

Com a relação [S-O] visamos investigar os conhecimentos dos estudantes sobre os conceitos básicos de Probabilidade, sejam na forma de intuições, fruto das experiências do seu dia a dia, ou de suas crenças; bem como, provenientes da resolução das tarefas envolvendo os conceitos básicos de Probabilidade. Além disso, voltamos nosso olhar para avaliarmos se os conceitos abordados no contexto das tarefas estão adequados aos estudantes desta pesquisa; bem como nas condições estabelecidas pelo meio, isto é, na sala de aula regular.

- A relação entre a maquete tátil (I) e os conceitos básicos de Probabilidade (O): relação **[I-O]**

Com a relação **[I-O]** verificamos, por um lado, se as peças da maquete e as tarefas contribuem ou dificultam a abordagem dos conceitos básicos de Probabilidade e, por outro lado, se os conceitos estão coerentemente abordados no contexto desta maquete.

- A relação entre os estudantes (S) e os conceitos básicos de Probabilidade (O) mediada pela maquete tátil (I): relação **[S-(I)-O]**

Com a relação **[S-(I)-O]** investigamos o papel da maquete como instrumento mediador entre os estudantes e os conceitos básicos de Probabilidade. Vale lembrar que as tarefas propostas não exigiram previamente dos estudantes um conhecimento formal dos conceitos abordados ou das peças da maquete, portanto, esta mediação só poderia ser conhecida à medida que os estudantes utilizassem a maquete.

No entanto, fundamentados nas orientações teóricas de Rabardel (1995), compreendemos que a dinâmica de uso da maquete exigiu do aluno uma organização de sua ação, de maneira a executar as tarefas. Por outro lado, nesta organização são identificadas regras e/ou restrições ligadas à ação e que devem ser respeitadas na execução do trabalho. Portanto, o estudante agirá sobre o objeto de estudo, os conceitos básicos de Probabilidade, de forma mediada pela maquete tátil, realizando as tarefas designadas.

Tendo estes princípios em mente, lançamos mãos da relação do modelo S.A.I. em destaque para avaliarmos a interação entre os conceitos básicos de Probabilidade (objetos de natureza abstrata) e o estudante (sujeito da ação) mediado pela maquete (instrumento mediador), entendendo que noções dos conceitos foram abordados pelo estudante como resultado de sua ação sobre a maquete. Neste contexto, buscamos saber se os estudantes ao interagirem com a maquete avançavam de concepções conceituais mais intuitivas para entendimentos mais pragmáticos. Por fim, avaliamos se a relação do estudante com os conceitos básicos de Probabilidade terá como base a experiência prática e se traduz sob a forma de uma mediação pragmática, isto é, o instrumento é o meio da ação transformadora dirigida sobre os conceitos básicos de Probabilidade.

Tendo exposto estes esclarecimentos, no Quadro 1, apresentamos uma síntese das interações entre os polos do modelo S.A.I. adaptado para nossa pesquisa.

Quadro 2 - Interações entre os polos do modelo S.A.I. na pesquisa

[S-I]: entre os sujeitos da atividade e o instrumento	**[S-O]:** entre os sujeitos da atividade e o objeto de estudo	**[I-O]:** entre o instrumento e o objeto de estudo	**[S-(I)-O]:** entre os sujeitos da atividade e objeto de estudo mediados pelo instrumento
Entre os estudantes e a maquete tátil	Entre os estudantes e os conceitos básicos de Probabilidade	Entre a maquete tátil e os conceitos básicos de Probabilidade	Entre os estudantes e os conceitos básicos de Probabilidade mediados pela maquete tátil

Além dessas interações, uma vez por outra, será necessário destacar a relação entre os estudantes na dupla, visando com isto encontrar elementos que sejam significativos para nossas análises. Estas interações são propostas como categorias da análise instrumental que desenvolvemos, e assim retomadas no Capítulo 3 Procedimentos Metodológicos.

Tendo exposto as diversas interações estabelecidas quando os estudantes, mediados pela maquete tátil buscaram solucionar as tarefas envolvendo os conceitos básicos de Probabilidade, retomamos o objetivo geral desta pesquisa, qual seja **analisar as interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela Maquete Tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de Probabilidade** para definir como objetivos específicos:

- **Investigar a interação dos estudantes (S) com a maquete tátil (I), evidenciando a relação [S-I];**
- **Analisar a interação dos estudantes (S) com os conceitos básicos de Probabilidade (O), isto é a relação [S-O];**
- **Identificar a interação dos estudantes (S) com os conceitos básicos de Probabilidade (O) mediada pela maquete tátil (I), ou seja a relação [S-(I)-O];**
- **Investigar a interação entre a maquete tátil (I) e os conceitos básicos de Probabilidade (O), colocando em evidência a relação [I-O].**

Expostos os objetivos, norteamos nosso estudo com a seguinte questão de pesquisa: **Quais são as contribuições que o estudo das interações presentes no modelo S.A.I. adaptado trazem para analisar a atuação de estudantes do 4º ano do ensino fundamental, em atividades envolvendo conceitos básicos de Probabilidade, mediados pela maquete tátil?**

No próximo capítulo, refletimos sobre os resultados de pesquisas dedicadas ao ensino e à aprendizagem dos conceitos básicos de Probabilidade, incluindo os estudos com estudantes na mesma faixa etária da nossa pesquisa.

CAPÍTULO 2 REVISÃO DE LITERATURA

> *Ao começar o ensino de probabilidade é especialmente importante analisar os raciocínios das crianças, visto que nestas disciplinas tratamos com ideias bastante abstratas e não tão ligadas à experiência direta da criança como podem ser os conceitos geométricos ou numéricos.*
>
> *Batanero (2013, tradução nossa)*[11]

Dividimos este capítulo em três seções. Na seção 2.1, que denominamos Razões para ensinar Probabilidade da escola, reforçamos as justificativas já apresentadas na Introdução deste trabalho. Na seção 2.2, apresentamos pesquisas que envolvem orientações para o ensino de Probabilidade especificamente com crianças, bem como resultados de pesquisas nessa temática. Por fim, na seção 2.3, denominada “Histórico sobre sequência de ensino envolvendo Passeios Aleatórios”, apresentamos historicamente as pesquisas que promoveram alterações e/ou adaptações na sequência de ensino adotada nesta pesquisa.

2.1 Razões para ensinar Probabilidade na escola

São muitos os autores que justificam a necessidade de ensinar Probabilidade ainda na escola, devido à presença de informações probabilísticas no cotidiano dos estudantes. Nesse sentido, retomamos as duas razões mencionadas por Gal (2005) as quais levam em consideração aspectos de ordem interna e externa à Matemática:

> A primeira é que a probabilidade faz parte da Matemática e da Estatística, sendo fundamental para auxiliar o aluno no estudo de conceitos mais elevados, tais como amostragem e testes de hipóteses, bem como outros tópicos da ciência [...];
> A segunda razão é que a aprendizagem da probabilidade é essencial para ajudar a preparar os alunos para a vida, uma vez que eventos aleatórios e fenômenos de chance permeiam os cotidianos deles. (GAL, 2005, p.39).

---

[11] No original: *Al comenzar la enseñanza de la probabilidad es especialmente importante analizar los razonamientos de los niños, puesto que em dichas materias tratamos com ideas bastante abstractas y no tan ligadas a la experiência directa del niño como pudieran ser los conceptos geométricos o numéricos* (BATANERO, 2013, p. 2).

Batanero (2006) e Lopes (2008) concordam com Gal (2005) e enfatizam que a Probabilidade além de ser uma parte importante da Matemática e como tal, deve ser ensinada aos estudantes, a competência nesse assunto permite aos estudantes uma base sólida para desenvolverem estudos futuros e atuarem em áreas científicas como a Biologia e as Ciências Sociais.

Concordando com os autores supracitados, Jiménez e Jiménez (2005) justificam que a Matemática serve para modelar situações que surgem na vida cotidiana, através de diferentes ciências como a Física, Química, Economia, Biologia etc., além de possuir um papel importante no desenvolvimento tecnológico. Desta maneira, o saber matemático, como instrumento, possibilita, por meio de outras ciências, reconhecer e transformar a natureza e a sociedade. Corroboramos a reflexão de Jiménez e Jiménez (2005), nos permitindo a fazer uma substituição direta do termo Matemática, citado por esses autores, por Probabilidade.

Como apresentado na Introdução, exemplificamos situações probabilísticas cotidianas como os jogos de azar, como apostas em cavalos, bilhetes de loterias, trazidos por Watson (2006) ou a previsão do tempo, diagnóstico médico, a possibilidade de contratar um seguro, a avaliação de um estudante etc., destacadas por Batanero (2006). Em muitas dessas situações, as pessoas são obrigadas a tomar decisões, emitir juízos sobre a relação entre sucessos ou efetuar inferências e previsões, ressalta Larose et al. (2010).

Nesse contexto, Godino, Batanero e Cañizares (1987) defendem a educação da intuição probabilística na escola básica com o objetivo de tornar os estudantes conscientes da natureza probabilística desses tipos de jogos (loterias, máquina caça-níqueis, bingos etc.). Jogos estes que são magníficos negócios para aqueles que os promovem e um risco desproporcional de perder dinheiro para aqueles que apostam.

Além disso, destaca Lopes (2008), ao considerarmos o mundo em rápida mudança como o que vivemos, é imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizarmos essa tomada de decisão e fazermos previsões, como consumidor, exercendo a nossa cidadania, pois a probabilidade possui uma enorme qualidade de representar adequadamente a realidade e o seu conhecimento permite compreender e predizer mais conscientemente esse mundo em que vivemos, reforçam Pérez, Castillo e Cobos (2000).

Walichinski e Santos Júnior (2013) ressaltam a necessidade de se propiciar ao estudante a construção de tais conhecimentos desde o ensino fundamental, uma vez que as crianças estão cercadas pela aleatoriedade em suas vidas pessoal e escolar, implicando a necessidade de compreender fenômenos aleatórios para estarem prontas para tomar decisões adequadas, quando confrontadas com incerteza.

Para Lopes (2003), o ensino e a aprendizagem de Estocástica[12] devem facilitar aos estudantes o entendimento de conceitos e palavras que remetem à probabilidade como chance, incerteza, que aparecem em nossa vida, diariamente, particularmente, na mídia. Ainda segundo esta autora, outras ideias importantes incluem a compreensão de que probabilidade é uma medida de incerteza, que modelos são úteis para simular eventos para estimar probabilidades e que, algumas vezes, nossas intuições são incorretas e podem nos levar à conclusão errada daquilo que se refere à probabilidade e eventos de chance.

Lopes (2012) cita que “a criança lê o mundo e questiona o que vê”, e acrescenta que são necessários espaços educativos nos quais ela expresse suas dúvidas e socialize suas hipóteses e respostas, e, concordando com ela, consideramos que a escola pode e deve ser um desses locais. Defendemos, ainda, que os conceitos probabilísticos devem ser trabalhados desde os anos iniciais para não privar o estudante de um entendimento mais amplo dos problemas ocorrentes em sua realidade social.

Batanero e Díaz (2007, 2012) comentam que, até recentemente, o currículo de Probabilidade e Estatística na escola era reduzido a uma abordagem baseada em fórmula, resultando em estudantes mal preparados e adultos não letrados estatisticamente e probabilisticamente. A tendência atual mesmo para os níveis de educação primária é com respeito ao ensino da Probabilidade orientado a dados, na qual estudantes realizam experimentos ou simulações, formulam questões ou previsões, coletam e analisam dados destes experimentos, propõe e justificam conclusões e predições que são baseados em dados.

Devido à sua utilidade e presença em numerosas situações da vida diária, em que é necessário dispor de um raciocínio crítico que permita interpretar e

[12] Lopes (2003) refere-se à Estocástica como a área da ciência que inclui a teoria da probabilidade, a estatística e suas aplicações.

comunicar distintos tipos de informação, além de seu estreito vínculo com disciplinas distintas, a Probabilidade tem sido incorporada desde o ensino básico em diversos países como Austrália, África do Sul, Uganda, Reino Unido e Estados Unidos (JONES et al., 2007; BATANERO et al., 2011), além do Brasil, por meio das recomendações dos PCN (BRASIL, 1997), como já destacado na introdução.

Para finalizar essa seção, concordamos com a afirmativa de Lopes (2012) quando atribui à escola a responsabilidade de promover um espaço formativo centrado em vivências que possam ser constantemente analisadas pelas crianças, pois, como diz Lipman (1995, p. 95 apud LOPES, 2012), a única maneira de as crianças aprenderem a fazer julgamentos melhores é serem estimuladas a fazê-los frequentemente; a compará-los; e a descobrir os critérios por meio dos quais o melhor é diferenciado do pior.

Feito essas considerações, iniciamos a próxima seção apresentando algumas sugestões para o ensino de Probabilidade encontradas na literatura e, em seguida, as pesquisas que envolvem este tema e que contribuíram para o entendimento dos processos de ensino e de aprendizagem da Probabilidade com crianças.

2.2 Ensino de Probabilidade com crianças

Batanero e Godino (2002, p. 755) traçam algumas orientações para ajudar o professor a criar condições favoráveis para o desenvolvimento do raciocínio probabilístico das crianças:

> i) proporcionar ampla variedade de experiências que permitam observar os fenômenos aleatórios e diferenciá-los dos deterministas;
> ii) estimular a expressão de predições sobre o comportamento destes fenômenos e os resultados, assim como sua probabilidade;
> iii) organizar a coleta de dados de experimentação, de modo que os estudantes tenham possibilidade de contrastar suas predições com os resultados produzidos e revisar suas crenças;
> iv) ressaltar o caráter imprevisível de cada resultado isolado, assim como a variabilidade das pequenas amostras, mediante a comparação de resultado de cada criança ou por pares;
> v) ajudar a apreciar o fenômeno da convergência, mediante a acumulação de resultados de toda a turma, e comparar a confiabilidade de pequenas e grandes amostras.

Observamos nessas orientações que, direta ou indiretamente, a aleatoriedade se faz presente, sendo o seu entendimento de fundamental importância para o desenvolvimento do pensamento probabilístico nas crianças. Para Watson (2006), o termo aleatório é uma das palavras mais difíceis de definir e, devido à complexidade desse conceito, é importante iniciar cedo as discussões com os estudantes, esperando a evolução do entendimento ao longo dos anos escolares.

Watson (2006) sugere que a melhor forma de se obter uma impressão inicial do entendimento das crianças sobre fenômenos aleatórios é perguntar a elas: “o que acontece de forma aleatória?”.

A autora observou que alguns estudantes aparentaram ter ouvido a palavra na expressão ordem aleatória e, então, respondem com uma sentença que reflete ser ordenada, por exemplo: “coisas acontecem uma após a outra” ou “sorteio em ordem”. Outros estudantes responderam incluindo exemplos da natureza, como “chover” ou “acidentes acontecem de forma aleatória”.

O termo aleatório, segundo alguns estudantes, pode ser visto por Watson (2006) como um evento específico ou um processo humanamente construído (“pesquisas são feitas de forma aleatória” ou “nos esportes, você é testado aleatoriamente nos exames de drogas”). Outros fornecem respostas que associam o fenômeno aleatório a jogos e competições (“escolhido em um sorteio, você é selecionado aleatoriamente”).

Em outras respostas, a ideia de aleatório relacionou-se com chance, imprevisibilidade e falta de padrão, descrevendo situações sem ordem ou com qualquer ordem (“quando consegue coisas misturadas” ou “eles acontecem sem padrão ou ordem”) ou, ainda, com uma conotação multifacetada como “direção do vento” ou “o lançamento de um dado”.

Ainda de acordo com Watson (2006), podemos observar respostas como “morte, porque você nunca saberá quando será o próximo, você deve apenas esperar e ver” ou, ainda, “chuva, trovão. Com o clima é imprevisível” ou “aleatório é anônimo, pessoas são checadas aleatoriamente para níveis de álcool no sangue”.

Nesse mesmo sentido, Larose et al. (2010) solicitou aos estudantes que produzissem diferentes conceitos de chance, sorte e probabilidade, concluindo que a sorte estava principalmente associada com determinismo, que afeta a ação diária. O conceito de chance se refere às possibilidades como uma estimativa da probabilidade. O conceito de probabilidade estava especificamente associado à escola e mais particularmente a ensinar e aprender Matemática, às práticas escolares relativas ao cálculo de probabilidade de obter bom ou mau resultado e estimar a ocorrência de eventos sob incerteza (possibilidade imprevisível). Por último, sobre os jogos de azar, elementos de sorte são determinantes.

Retomando Watson (2006) e ainda no sentido de desvendar o raciocínio das crianças em relação à chance, ao trabalhar com evento simples, o ponto de partida foi ligar as crenças subjetivas com o entendimento teórico intuitivo de um gerador aleatório. Watson (2006) exemplificou como questões convencionais, como usar um dado (Figura 12), podem fornecer mais informação sobre o pensamento das crianças se elas são requisitadas a explicar suas respostas.

Figura 12 - Questão de chance em um evento simples básico envolvendo dado

Considere um dado. É mais fácil de obter o número (1), ou (6), ou (=) ambos, tanto o 1 quanto o 6 são igualmente fáceis de se obter. Por favor, explique sua resposta.

Fonte: Watson (2006, p. 141, tradução nossa)

Considerando esse exemplo, escolher a resposta correta não necessariamente implica um entendimento pleno sobre probabilidade, mas é a justificativa que é determinante para avaliar o nível de compreensão. Watson (2006) percebeu que a expectativa para estudantes darem respostas de mais alto nível cresce com o grau e exposição das experiências em sala de aula.

Batanero (2006) explica que os conceitos probabilísticos, inclusive os aparentemente simples, como exemplificou Watson (2006), são altamente complexos, porque cada um deles descreve um contínuo, estão conectados entre si, devendo os estudantes construírem seu conhecimento mediante um processo gradual, a partir de seus erros e esforços.

Watson (2006) também sugere o uso, com clareza, da linguagem associada a eventos de chance em atividades como:

> Esclareça e use expressões comuns tais como “ser sortudo”, “aquilo não é justo”, “sempre”, “pode acontecer”, “amanhã provavelmente irá chover”;
> Use o vocabulário “certo”, “incerto”, “possível” e “impossível” apropriadamente, reconhecendo que, enquanto existe um elemento de incerteza sobre alguns eventos, outros são certos ou impossíveis;
> Use linguagens tais como “muito provável”, “improvável”, “mais provável”, “menos provável” e “igualmente provável” para descrever eventos que relacionam para a experiência da criança. (WATSON, 2006, p. 134)

Além dessas recomendações, Watson (2006) comenta que outra maneira é perguntar aos estudantes sobre seus próprios eventos que são certos, impossíveis ou possíveis de ocorrer. Isto pode ser um ponto de partida para discussão em sala de aula, pois fornece ao professor informações sobre o contexto em que os estudantes imaginam os eventos de chance acontecendo.

Analisando os estudos de English e Watson (2014), Watson e English (*in the press*), Green (1983), Way (2003) e Tonouti (2013) envolvendo a investigação sobre o raciocínio probabilístico das crianças, observamos claramente a presença destas orientações, como apresentamos a seguir.

English e Watson (2014) realizaram uma atividade, composta por três questões, envolvendo experimentos com lançamento de moedas manualmente e com simulação usando o software *TinkerPlots*. Participaram da pesquisa 89 estudantes com média de idade de 9,7 anos. Antes de iniciar as atividades, esses pesquisadores realizaram uma revisão dos eventos do dia a dia como “certos”, “incertos” ou “impossíveis”, seguidos por uma breve discussão dos possíveis resultados no lançamento de um dado ou uma moeda e a certeza de cada resultado.

Na primeira questão, antes de realizar o experimento, os estudantes foram solicitados a prever o resultado no lançamento de uma moeda e declarar sua certeza em relação a essa previsão. Como resultado, 75% dos estudantes indicaram estar “parcialmente certo” e 24% “incerto” a respeito de suas previsões. Em seguida, ao comparar o resultado real com o previsto, somente 4% apresentaram uma razão relacionada à chance (por exemplo: “Minha hipótese foi que iria ser cara e foi o que aconteceu, no entanto eu só adivinhei qualquer lado porque existe uma chance de 50/50 por cento de aparecer”). Apenas 42% demonstraram ter consciência de que a moeda era um objeto honesto (“é um objeto de dois lados e tem a mesma probabilidade”). 88% dos estudantes entendiam que o lançamento da moeda realizado por uma pessoa não iria interferir no resultado do lançamento por outra, com 55% desses estudantes fornecendo um motivo relacionado à chance ou independência (“Não, porque é um lançamento independente e não importa qual foi o resultado anterior”).

A segunda questão de pesquisa proposta por English e Watson (2014) pretendeu investigar como os estudantes podem mudar suas expectativas de resultados em ensaios repetidos, perguntando: (a) quantas caras e coroas eles imaginariam que seriam obtidas se uma única moeda fosse lançada 10 vezes e por quê; (b) se a moeda fosse lançada 10 vezes novamente, exatamente o mesmo resultado de caras e coroas seriam obtidos e por quê; (c) antes de realmente lançar a moeda 10 vezes, quantas caras os estudantes preveriam e por quê. Registrando os resultados dos lançamentos reais de 10 moedas, os estudantes compraram os resultados previstos com os resultados observados.

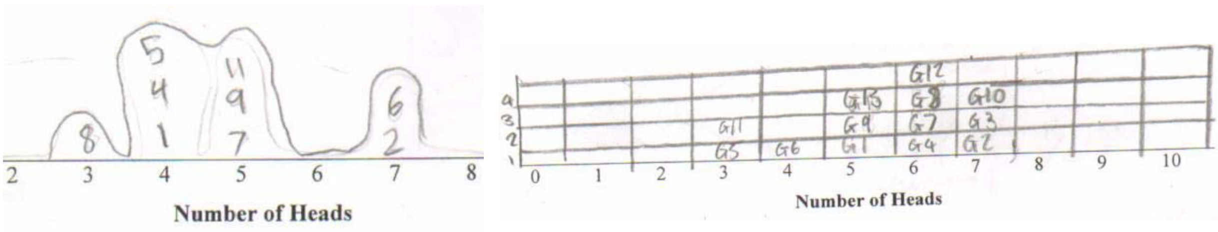
Como resultado, aproximadamente 45% dos estudantes respondeu uma probabilidade exatamente igual de obter caras ou coroas, enquanto que 35% expressaram incerteza e/ou indicou alguma forma de variação ou aleatoriedade, tal como “Bem, eu poderia obter qualquer número de caras ou coroas, então não tem certeza”, e “eu diria que poderia ser 60% e 40%”. “É raro, metade, metade”. Considerando se o mesmo resultado poderia ocorrer em outros 10 lançamentos, apesar de 77% dos estudantes não acreditar que esse poderia ser o caso, apenas 29% deles apresentaram uma explicação destacando uma conscientização de aleatoriedade e independência (“Não, desde que não afetará o outro resultado”), (“se eu lancei uma moeda 10 vezes novamente, eu poderia obter qualquer número de caras e coroas porque é uma moeda de dois lados, então existe 1/2 de chance”).

Antes de realizar os 10 lançamentos da moeda, foi solicitado aos estudantes que apresentassem seus palpites sobre a previsão de quantas caras seriam obtidas. 42% não deram respostas ou apresentaram uma razão idiossincrática. Isto deve ter refletido suas incertezas em fazer tais previsões. 27% dos estudantes afirmou que 5 caras ou igual probabilidade, enquanto que 31% expressaram incerteza devido a chance, com 27% dos estudantes se referindo à aleatoriedade ou alguma forma de variação.

No item (c), English e Watson (2014) observaram que, após realizar o experimento, isto é, lançar uma única moeda 10 vezes, os estudantes ofereceram uma resposta aceitável ao descrever a aproximação de suas previsões com os seus resultados observados, com estudantes notando que estes estão alinhados ou diferem. Algumas respostas incluíam, “nossa previsão foi tão próxima que nós pensávamos que cara ia ser 5/10, mas o resultado foi 6/10” e “eu tinha duas caras a mais do que minha previsão e duas coroas a menos do que minha previsão”.

Na terceira questão, English e Watson (2014) propuseram relacionar os resultados experimentais com a probabilidade teórica, baseada em um grande número de realizações do experimento. Para isso, as autoras solicitaram que os estudantes colassem os resultados obtidos pela turma dos 10 lançamentos da moeda. Um exemplo pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 - Números de caras em 10 lançamentos por grupos em duas classes diferentes.



Fonte: English e Watson (2014, p. 220)

Como resultado, somente 30% dos estudantes responderam se referindo especificamente à chance, como “a maior é cinco, seis e sete porque eles estão bem perto de 50-50 de chance”. A parte final da pesquisa de English e Watson (2014) envolveu o uso do ThinkerPlots. Aumentando o número de repetições dos estudantes, 59% dos estudantes perceberam que os resultados se aproximam de 50% quando o número de repetições aumenta e o intervalo diminui, percebendo o comportamento dos resultados com relação à variação.

English e Watson (2014) concluíram que os estudantes sabiam que não podiam prever com certeza absoluta o resultado em um lançamento de uma moeda, contudo poucos poderiam fornecer uma razão para isso. Uma noção intuitiva de equiprobabilidade se refletiu nas expectativas dos estudantes nos resultados de jogar uma moeda 10 vezes, com apenas um pequeno número de estudantes conscientes da variação que ocorre em eventos desta natureza.

Alguns estudantes justificaram suas respostas com referência à aleatoriedade ou variação, no entanto, verificou-se pouco entendimento de variação em eventos que envolvem chance. Os estudantes puderam experimentar com o TinkerPlots a observação e exibição dos resultados de vários ensaios, compreendendo a relação entre probabilidades teóricas e experimentais.

Para English e Watson (2014), mais ênfase deve ser dada nas noções de estatística, variação e expectativa na introdução da linguagem do acaso na escola primária.

Em continuidade à pesquisa de English e Watson (2014), Watson e English (*in the press*) objetivaram investigar as expectativas dos estudantes quando duas moedas são lançadas. Participaram da pesquisa, 91 estudantes com idade média de 9,5 anos.

Watson e English (*in the press*), observaram que 74% dos estudantes sugeriram apenas três resultados possíveis no lançamento de duas moedas. Dos 23% que identificaram os quatro resultados possíveis, somente dois estudantes puderam atribuir a probabilidade de ¼ para cada um deles. De acordo com Watson e English (*in the press*), esse resultado era esperado, pois os estudantes não tinham experiência em analisar os possíveis resultados de lançamento de moedas.

Os estudantes foram, ainda, solicitados a realizar previsões para os resultados de doze lançamentos de duas moedas; a realizar esse experimento e a registrar suas respostas em tabelas e gráficos. Esses registros foram feitos de forma livre, isto é, sem a instrução do pesquisador. Watson e English (*in the press*) observaram que 78% dos estudantes representaram seus resultados na forma de gráfico de barras e justificaram essa quantidade por ter o conhecimento de que esses estudantes já tinham usado esse gráfico. Os demais foram gráficos de pontos, de linhas, pictogramas ou gráficos de setores.

Ao final desta pesquisa, Watson e English (*in the press*) ressaltaram a importância da exploração, pelos estudantes, de termos como a variação, presente nos resultados quando duas moedas são lançadas repetidas vezes; poder estabelecer probabilidades (dos quatro resultados possíveis no lançamento das duas moedas); e realizar previsões de resultados, possibilitando compará-los com os resultados observados, após a experimentação. Destacam, ainda, que os resultados desse estudo podem encorajar professores para implementar este tipo de atividade em sua ação de ensino.

Green (1983) conduziu um estudo em larga escala na Inglaterra, envolvendo 2930 estudantes com idades entre 11 e 16 anos de escolas secundárias. O autor utilizou um teste incluindo três categorias de itens: sobre cálculo combinatório, sobre probabilidade e sobre compreensão verbal. Com o objetivo de explicar minuciosamente o desenvolvimento de conceitos e termos presentes nesses três itens, Green considerou três variáveis do sujeito: a idade, o sexo e capacidade de raciocínio geral, medido após a categorização das justificativas para as respostas aos itens do teste.

Os resultados do estudo revelaram que, em geral, os sujeitos melhoraram o desempenho no teste com o aumento da idade e com a capacidade de raciocínio geral. Frequentemente, observaram-se padrões de resposta semelhantes entre os sujeitos com idade entre 11 e 12 anos e as respostas melhoraram substancialmente entre os sujeitos com idades entre 13 e 16 anos.

Nos itens que requeriam somente o conceito de contagem, todos os sujeitos, de todas as idades, obtiveram um nível de realização satisfatório. Diferentemente, os itens que exigiam o conceito de razão revelaram-se particularmente difíceis, especialmente entre os sujeitos que tinham idades entre 11 e 13 anos. A ideia de esperança matemática foi acessível à maior parte dos sujeitos, apesar de ser raramente tratada nas aulas de Matemática. Já no caso dos itens sobre aleatoriedade, multiplicação de probabilidades, inferência amostral e estabilidade de frequências, os sujeitos sentiram maiores dificuldades.

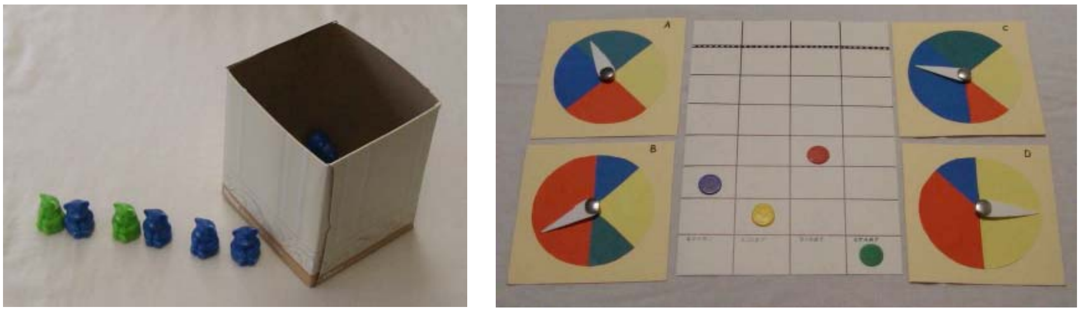
Com relação aos problemas de comparação de chances, Green (1983) verificou que foram frequentemente sugeridas comparações resultantes de contagens e de cálculo de diferenças, embora raramente usadas de forma consistente. Em contraste, o cálculo de razões foi raramente mencionado, e foi apenas referido pelos sujeitos mais velhos e intelectualmente mais desenvolvidos. Para este autor, as aquisições normativas de probabilidades requerem claramente uma compreensão dos conceitos de fração e de proporção. Este autor ainda verificou que, no caso da compreensão verbal, não deve ser assumido que os significados dos termos probabilísticos que indicam diferentes graus de probabilidade foram comumente partilhados pelos sujeitos. Em conclusão, Green

(1983) sugere que as noções intuitivas de probabilidades desenvolvem-se ou tornam-se mais sólidas com a idade.

Way (2003), com o propósito de aprofundar o conhecimento sobre as estratégias naturais de probabilidade de crianças, realizou entrevistas baseadas em tarefas com 74 crianças com idades que variaram entre 4 e 12 anos. Estas crianças não tinham recebido nenhuma instrução formal em Probabilidade e este conteúdo não fazia parte do currículo escolar.

Uma série de tarefas foi desenvolvida em forma de jogos, usando vários geradores aleatórios (numérico e espacial) para ser trabalhado pelas crianças individualmente com a presença do pesquisador (Figura 14).

Figura 14 - Geradores aleatórios numérico (à esquerda) e espacial (à direita) segundo Way (2003)



Fonte: Way (2003, p. 89)

O pesquisador solicitou às crianças que fizessem escolhas e tomassem decisões com respeito à probabilidade e que explicassem suas razões. A interação das crianças com esses jogos proporcionou estratégias intuitivas para realizar julgamentos probabilísticos. Estas estratégias estão relacionadas ao desenvolvimento de raciocínio proporcional, mas também ao desenvolvimento do entendimento de aleatoriedade. As crianças foram separadas em três grupos de acordo com tipo de respostas dadas ao pesquisador, durante a realização das tarefas.

No primeiro grupo, existiam crianças com idade entre 4 e 8 anos. Way (2003) observou que eles têm uma consciência incompleta do conceito de aleatoriedade, não existe uma conexão entre a estrutura de um espaço amostral e a probabilidade de eventos particulares. As crianças não estão aptas a estabelecer a probabilidade de eventos na maioria das situações e a equiprobabilidade não é reconhecida quando apresentada tanto pelo gerador aleatório numérico, quanto pelo espacial.

No segundo grupo, estavam as crianças com idade entre 6 e 12 anos, e Way (2003) verificou que eles exibiram reconhecimento de aleatoriedade e sua relação com probabilidade. Por exemplo, elas puderam identificar o resultado mais provável de um evento aleatório e também entenderam que, devido à chance, este resultado pode não ocorrer. No entanto, um lapso ocasional de julgamento ainda pode ocorrer, tais como esperar um conjunto de resultados para formar um padrão, ou acreditando em suas próprias habilidades para fazer um resultado certo acontecer por meio de suas ações ou simplesmente porque eles o querem assim. O reconhecimento da composição do espaço amostral foi muito forte nessa faixa etária, no entanto este conhecimento é usado de forma inconsistente para fornecer razões para a tomada de decisão. As crianças podem reconhecer e construir espaços amostrais impossíveis e equiprováveis e mostrar um entendimento da ideia de certeza (ou incerteza) de resultados especificados, além disso, começaram a manipular números que suportam julgamentos probabilísticos. Estratégias aditivas e subtrativas foram usadas para auxiliar as comparações de espaços amostrais numéricos, mas não foram aplicadas estratégias de multiplicação ou divisão.

Para as crianças do terceiro grupo, com idades variando entre 9 e 12 anos, Way (2003) observou que a relação entre aleatoriedade e probabilidade é mais bem entendida do que nos dois estágios anteriores. A ligação entre o espaço amostral e a probabilidade é explicitamente feita nessa faixa etária. As crianças foram mais focadas nas comparações numéricas, incluindo o uso de frações, com espaços amostrais apresentados numericamente e espacialmente. Quanto à linguagem de probabilidade, palavras como “chance”, “mais provável”, “provavelmente”, são comumente usadas, o que foi raro com crianças mais novas. Para Way (2003), o principal resultado de sua pesquisa está em destacar que é necessário realizar um planejamento de atividades de acordo com a faixa etária, pois cada uma delas apresenta uma sequência de desenvolvimento, indicando o tipo de atividade que pode ser apropriada.

Outra pesquisa relacionada com o ensino de Probabilidade e crianças foi realizada por Tonouti (2013). A autora investigou como o programa de ensino proposto por Nunes, Bryant, Evans e Barros (2011) para abordar Probabilidade com estudantes do quarto ano do Ensino Fundamental contribuiu para a aprendizagem dos conceitos de aleatoriedade, eventos previsíveis e imprevisíveis, equiprobabilidade, espaço amostral, quantificação de probabilidade e correlação e, por conseguinte, como favoreceu o desenvolvimento do letramento probabilístico dos estudantes investigados.

O estudo foi realizado com 72 estudantes de três turmas do quarto ano do ensino fundamental, de uma escola estadual de São Paulo. Os estudantes estavam na faixa etária de 8 a 10 anos, e foram divididos em três grupos: Controle, Resolução de Problemas e Aleatoriedade. Tonouti (2013) apresenta a abordagem e a análise somente das intervenções de ensino do grupo Aleatoriedade, realizando uma comparação dos resultados de pré e pós-teste deste grupo com o grupo Controle.

Foram aplicados quatro testes, uma entrevista e três intervenções de ensino sobre Probabilidade com o grupo de Aleatoriedade. Durante a primeira intervenção, Tonouti (2013) já observou que alguns estudantes, nas atividades finais, usavam termos que haviam sido ensinados em atividades anteriores, mostrando, então, que poderiam ter assimilado os conceitos abordados que são sugeridos por Gal (2005) no primeiro e no terceiro elementos do modelo de letramento probabilístico (“Grandes Ideias” e “Linguagem”).

Em outra atividade, Tonoutti (2013) discutiu com os estudantes que existem várias formas de começar um jogo, concluindo que esses estudantes tinham noções de quais maneiras poderiam ser justas.

Nas análises de um dos testes, a autora identificou que, quanto maior o número de combinações possíveis nas questões que envolviam a construção do espaço amostral, menor foi o índice de acerto, sugerindo que os estudantes ainda encontram dificuldades para criar estratégias que os possibilitem localizar todas as combinações, sem que haja repetição.

Tonoutti (2013) também apresentou aos estudantes um saco contendo 10 bolas, sendo 6 rosas e 4 azuis, solicitando que eles anotassem a primeira previsão sobre qual seria a cor da bola a ser retirada desse saco. Quando questionados sobre qual seria o motivo de escolher uma cor, os estudantes apresentaram respostas baseadas na preferência, por correspondência de gênero (por exemplo, a rosa para as meninas e azul para os meninos) e somente um estudante apresentou a resposta “na primeira rodada, a bola rosa teria mais vantagem, por haver mais” (TONOUTTI, 2013, p. 73). Na segunda intervenção, a pesquisadora destaca o uso do computador e de materiais manipuláveis no desenvolvimento de atividades sobre espaço amostral antes da apresentação da árvore de possibilidades, e que as crianças tiveram desempenho satisfatório. Na terceira intervenção, comenta que os estudantes do grupo Aleatoriedade já determinavam a probabilidade de ocorrência de um evento simples.

Ao final da pesquisa, Tonouti (2013) concluiu que o programa de ensino proposto auxiliou o entendimento dos estudantes do 4° ano do ensino fundamental sobre os tópicos abordados e com isto favoreceu o desenvolvimento do letramento probabilístico dos estudantes que participaram das intervenções do grupo Aleatoriedade.

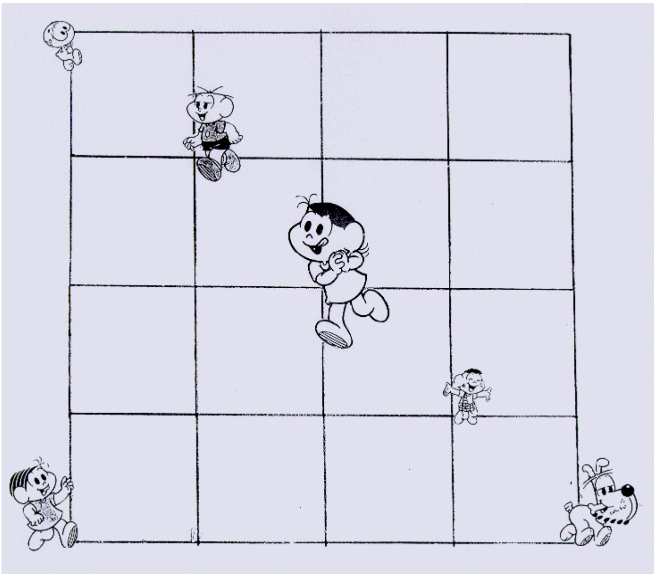
Acreditamos que os resultados destes estudos são significativos para as reflexões que desenvolvemos em nossa pesquisa, permitindo-nos identificar, a priori, as possíveis limitações das crianças com respeito à aprendizagem dos conceitos básicos de Probabilidade, reforçando a nossa escolha de utilizar a maquete tátil e a sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* que, além de instrumento mediador entre os conceitos básicos de Probabilidade e os estudantes, pode tornar-se facilitador para essa aprendizagem.

2.3 Histórico sobre sequência de ensino envolvendo Passeios Aleatórios

Nesta seção, apresentamos historicamente as pesquisas que promoveram alterações e/ou adaptações na sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* adotada nesta pesquisa.

De fato, tudo começou em 1999, quando Fernandez e Fernandez propuseram uma sequência de ensino, para ensinar a Distribuição Binomial a estudantes do Ensino Superior denominada *Os Passeios de Mônica*. Nessa sequência, o contexto era a visita da Mônica a 5 amigos, em que cada um deles morava a quatro quadras de distância, como representado no cartaz da Figura 15. Os estudantes tinham que repetir muitas vezes um experimento, em que era necessário jogar a moeda 4 vezes para descobrir o amigo visitado, sendo que, se o resultado fosse cara, andaria para Norte e se fosse coroa, para Leste. Depois de responder alguns questionamentos, os estudantes teriam que representar todos os caminhos possíveis por meio da árvore de possibilidades, indicando quantas seriam para cada amigo, bem como determinar esses caminhos utilizando a fórmula da distribuição binomial, e por fim comparar os resultados das frequências relativas (observadas nos resultados da experimentação) com as probabilidades de visita a cada um dos amigos.

Figura 15 - Cartaz dos Passeios da Mônica



Fonte: Fernandez e Fernandez (2006, p. 3)

Em 2006, Cazorla e Santana resolveram modificar essa sequência para a escola básica, nomeando-a de *Os Passeios Aleatórios da Mônica*. Neste estudo, as pesquisadoras, além de apresentarem as alterações na sequência, relatam os resultados da aplicação com 44 professores da educação infantil e ensino fundamental.

Na estória, por exemplo, as pesquisadoras Cazorla e Santana (2006) inseriram novos elementos, como pode ser observado na Figura 16.

Figura 16 - Estória dos *Passeios da Mônica* (a) e dos *Passeios Aleatórios da Mônica* (b)

Mônica tem 5 amigos morando a 4 quadras de distância de sua casa. Cada tarde, ela sai para visitar um deles: Horácio,	A Mônica e seus amigos moram no mesmo bairro. A distância da casa da Mônica para a casa de Horácio, Cebolinha, Magali,

Cebolinha, Magali, Cascão e Bidu. Regras do Jogo: Para visitar seus amigos, a cada cruzamento, Mônica joga uma moeda: se der cara, ela anda uma quadra para Norte; se der coroa, vai para Leste. Assim, cada jogada, é uma quadra de percurso. Jogue muitas vezes, anotando a sequência obtida:	Cascão e Bidu é de quatro quarteirões, conforme ilustra a Figura 1. A Mônica costumava visitar seus amigos durante os dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: segunda-feira, Horácio; terça-feira, Cebolinha; quarta-feira, Magali; quinta-feira, Cascão e sexta-feira, Bidu. Para tornar mais emocionantes os encontros, a turma combinou que o acaso escolhesse o amigo a ser visitado pela Mônica. Para isso, na saída de sua casa e a cada cruzamento, Mônica deve jogar uma moeda; se sair cara (C), andará um quarteirão para o Norte, se sair coroa (X), um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa um quarteirão de percurso. Mônica deve jogar a moeda quatro vezes para poder chegar à casa dos amigos
(a)	(b)

Fontes: (a) - Fernandez e Fernandez (1999, p. 3 e 4) e (b) - Cazorla e Santana (2006, p. 44 e 45)

Nessa proposta, além de alterações nas tarefas, foram feitas a inserção de novos questionamentos. Como exemplo a apresentação do questionamento “Todos os amigos têm a mesma probabilidade de serem visitados pela Mônica?” (CAZORLA; SANTANA, 2006). Pergunta essa aplicada antes mesmo da experimentação, e tendo como intuito verificar as concepções e entendimentos dos estudantes acerca de eventos simples e compostos, do cálculo de probabilidades.

Além disso, nessa versão, não era mais explorada a distribuição binomial, visto que esse assunto a ser abordado no ensino superior, sendo mantidas as representações dos caminhos possíveis por meio da árvore de possibilidades, bem como as comparações entre a frequência relativa e a probabilidade.

A partir desse estudo, as tarefas foram cada vez mais sendo estruturadas para que fossem aplicadas inclusive de forma autônoma aos estudantes reunidos em dupla, ou seja, as tarefas foram divididas em quatro seções, sendo distribuídas e recolhidas uma a uma, para que no final (e a recomendação era que somente no final) o professor promovesse uma discussão coletiva e institucionalizasse os conceitos envolvidos.

Nesse novo formato, vários pesquisadores analisaram a sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios da Mônica*, utilizando diferentes teorias, como por exemplo, Gusmão e Cazorla (2009), Cazorla, Gusmão e Kataoka (2011), Nagamine, Henriques e Cazorla (2010), Nagamine et al. (2011).

Gusmão e Cazorla (2009) analisaram a sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios da Mônica* com a utilização da Teoria Ontossemiótica (GODINO, 2002) que permite estudar os tipos de objetos matemáticos (linguagem, situações, conceitos, procedimentos, propriedades e argumentos) e possíveis conflitos semióticos que podem comprometer a compreensão e o significado dos conceitos. Para essa análise, tomaram os resultados de uma aplicação realizada com 29 professores de Matemática da sequência de ensino Passeios Aleatórios da Mônica. Essas autoras concluíram que a sequência de ensino era viável para ensinar conceitos básicos de Probabilidade, no entanto observaram a presença de diversos conflitos semióticos devido, principalmente, ao pouco conhecimento dos professores sobre esses conceitos, sendo que alguns deles estavam vivenciando-os pela primeira vez.

Cazorla, Gusmão e Kataoka (2011) utilizaram o mesmo enfoque Ontossemiótico para analisar outra versão dessa sequência de ensino aplicada a 28 professores da Educação Básica, em um curso de especialização em Ensino de Ciências e Matemática, e concluíram também que a sequência de ensino é viável por possibilitar a apropriação de diferentes conceitos probabilísticos, bem como formas diferentes de atribuir probabilidades.

Nagamine, Henriques e Cazorla (2010) avaliaram a sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios da Mônica* utilizando a Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1992), mais especificamente a vertente praxeológica e perceberam que, ao explicitar a Técnica - que é uma maneira de fazer ou realizar uma tarefa - e a Tecnologia - que é um discurso racional que tem por objetivo justificar a técnica -, foi possível identificar conflitos na solicitação de algumas tarefas, permitindo fazer correções e aprimoramento da sequência didática.

Nagamine et al. (2011) objetivou apresentar as possíveis contribuições da Teoria Antropológica do Didático – TAD (CHEVALLARD, 1992) na análise e validação da sequência didática *Os Passeios Aleatórios da Mônica*, visando seu aperfeiçoamento, a fim de que professores das escolas possam adotá-las com relativa autonomia. Esses autores concluíram que

> [...] a análise revelou que essa sequência permite destacar uma organização praxeológica completa (Tarefa / Técnica / Tecnologia /Teoria) e inverte a praxeologia praticada pela maioria dos professores, uma vez que parte de uma situação-problema, da qual emergem as concepções intuitivas de probabilidade, a probabilidade frequentista, decorrente da experimentação aleatória, e a probabilidade clássica ou Laplaciana, proveniente da modelagem matemática, por meio do diagrama de possibilidades (NAGAMINE et al., 2011, p. 1).

Além desses estudos, outros pesquisadores aplicaram e analisaram essa sequência não vinculada a uma teoria específica, como, por exemplo, Hernandez, Kataoka e Oliveira (2010). Nesse estudo, os pesquisadores tiveram como objetivo verificar se a sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios da Mônica* poderia apoiar o ensino de conceitos básicos de Probabilidade, e posteriormente a distribuição binomial, ainda na educação básica. Dois professores foram preparados para aplicar esta sequência em turmas do ensino médio. Eles consideraram que os estudantes compreenderam o objetivo principal da atividade, ou seja, as diferenças entre experimento determinístico e aleatório, e entre probabilidade frequentista e teórica. Os autores classificaram as respostas dadas pelos estudantes em cada questão em diferentes níveis hierárquicos de conhecimento. Esta classificação varia de um conhecimento não existente sobre a questão a um nível de conhecimento pleno.

De acordo com Hernandez, Kataoka e Oliveira (2010), quando foram questionados se havia diferença entre as duas maneiras[13] da Mônica visitar seus amigos, a maioria dos grupos de estudantes respondeu corretamente com uma justificativa formal, e 61,3% dos estudantes constataram que o caminho para chegar à casa de cada amigo dependia do número de cara (ou coroa) nos quatro lançamentos.

Os autores consideram que os estudantes compreenderam a importância de alguns conceitos básicos de Probabilidade, apesar de muitos deles apresentarem muitas justificativas baseadas em suas crenças pessoais, considera-se que os objetivos da atividade foram atingidos. Além disso, esses autores avaliaram que a atividade pode realmente contribuir para o ensino desses conceitos e, portanto, contribuir para o letramento probabilístico dos estudantes.

---

[13] Inicialmente Mônica visita seus amiguinhos por meio de uma ordem pré-estabelecida. Logo após é definido que a visita será realizada aleatoriamente.

Salientamos também que várias oficinas foram ministradas em cursos de formação continuada, em eventos científicos, como por exemplo Gonzaga, Kataoka e Nagamine (2010).

Assim foi sendo desenhado o percurso de *Os Passeios Aleatórios da Mônica*, mas surgiu um entrave financeiro em 2010, que originou a mudança de nome dessa sequência de ensino de *Os Passeios Aleatórios da Mônica* para *Os Passeios Aleatórios da Carlinha*.

Explicando melhor essa situação, quando Cazorla e Santana (2006) propuseram a utilização desse personagem, de fato, elas tinham a autorização da “Maurício de Sousa Produção” para utilização dos personagens da Turma da Mônica, mas apenas para trabalhar com essa sequência no ambiente papel e lápis. Porém em 2008, um grupo de pesquisadores propôs um projeto de pesquisa intitulado Ambiente Virtual de Apoio ao Letramento Estatístico – AVALE, e resolveram implementar essa sequência para ser trabalhada também no ambiente computacional. Diante dessa nova demanda, tentaram renovar a autorização dada a Cazorla e Santana (2006), mas não obtiveram sucesso, devendo então pagar os direitos autorais, o que inviabilizou manter os personagens da Turma da Mônica.

Diante da impossibilidade financeira, fizeram a mudança dos nomes dos personagens, bem como inseriram algumas tarefas para serem trabalhadas no ambiente computacional, surgindo assim o tutorial dessa sequência *Os Passeios Aleatórios da Carlinha*, proposta por Cazorla, Kataoka e Nagamine (2010). Salientamos que, mesmo após essa proposta, alguns pesquisadores continuaram utilizando *Os Passeios Aleatórios da Mônica*, como foi o caso, já citado, de Cazorla, Gusmão e Kataoka (2011) e Nagamine et al. (2011)

Com essa nova versão, outras pesquisas foram sendo desenvolvidas, como por exemplo, a de Ferreira (2011), bem como a oferta de oficinas, a exemplo de Kataoka (2010).

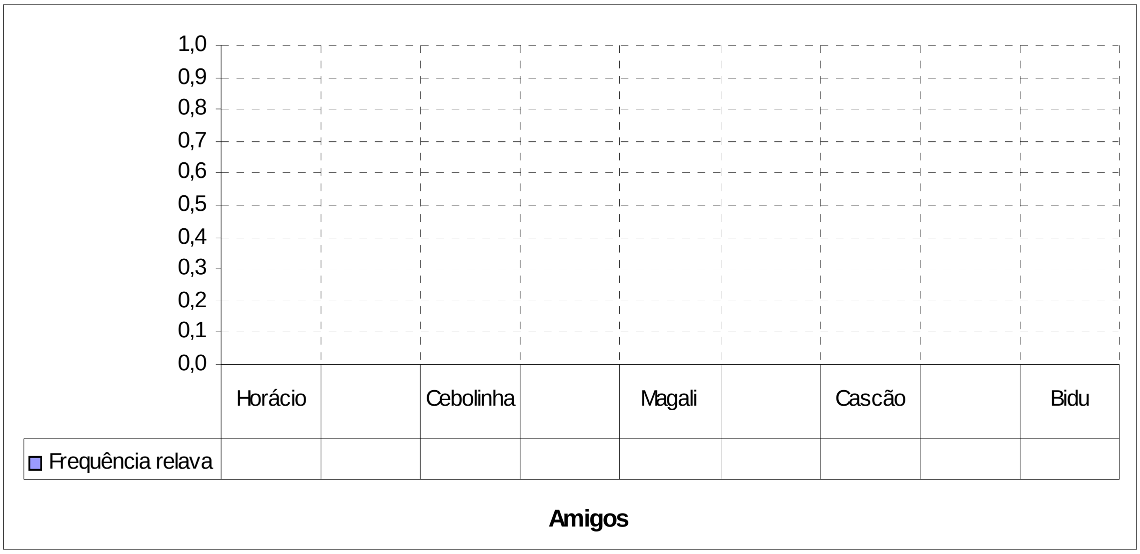
No que tange os resultados da pesquisa de Ferreira (2011), ele utilizou o software R e o ambiente papel e lápis, para explorar os conceitos de Probabilidade numa perspectiva construcionista, aplicando o experimento *Os Passeios Aleatórios da Carlinha*. Esse pesquisador adotou a metodologia do Design Experiment, o que possibilitou que os estudantes participassem mais ativamente durante todo o processo. Ferreira (2011) destaca dois momentos que contribuíram para a construção dos conceitos de Probabilidade. O primeiro foi observado quando, ao desenvolver o experimento, os estudantes puderam visualizar o fenômeno da convergência, que é quando o resultado observado, depois de um número suficientemente grande de simulações, mais se aproxima do resultado teórico, realizando a simulação de 12.000 experimentos; e o segundo momento quando possibilitou que os estudantes pudessem refletir sobre a não equiprobabilidade, considerando que estão bastante acostumados com a ocorrência da probabilidade 0,5 associada à face cara.

Neste trabalho, Ferreira (2011) observou avanços na construção dos conceitos probabilísticos, e percebeu que, apesar de algumas dificuldades encontradas quando do confronto das probabilidades frequentista e teórica, os estudantes puderam desenvolver autonomia e capacidade de reflexão. Por meio das tarefas, foi verificado que os estudantes aos poucos abandonavam o raciocínio pautado na visão frequentista de probabilidade e apoiavam suas reflexões na probabilidade teórica.

Esta pesquisa trouxe várias contribuições, pois reforça a importância de abordagem dos conceitos básicos de Probabilidade ainda na escola, e que os estudantes com uso dessa sequência conseguiram entender de forma mais efetiva esses conceitos.

Resolvida a questão financeira, surgiu um novo entrave, mas agora didático, na abordagem dessa sequência com estudantes cegos trazidos na pesquisa de Vita (2012). A questão era que até este momento, tanto no caso de *Os Passeios Aleatórios da Mônica* como da *Carlinha*, os estudantes ou professores recebiam apenas as tarefas em papel, uma malha transparente para construção de gráficos de barras das frequências relativas e das probabilidades (Figura 17) e uma canetinha do tipo utilizada para marcar CD.

Figura 17 - Malha para construção do gráfico de barras da frequência relativa de visitas utilizada nos Passeios Aleatórios da Mônica



Fonte: Kataoka (2010)

O desafio era como possibilitar aos estudantes cegos, o registro dos resultados da experimentação (Figura 18), a construção da representação gráfica e da árvore de possibilidades (Figura 19). Diante dessa situação, Vita (2012) percebeu que tudo o que já existia era realmente um fator limitante, e que era necessário utilizar outros tipos de materiais e recursos para possibilitar a aplicação com estudantes cegos.

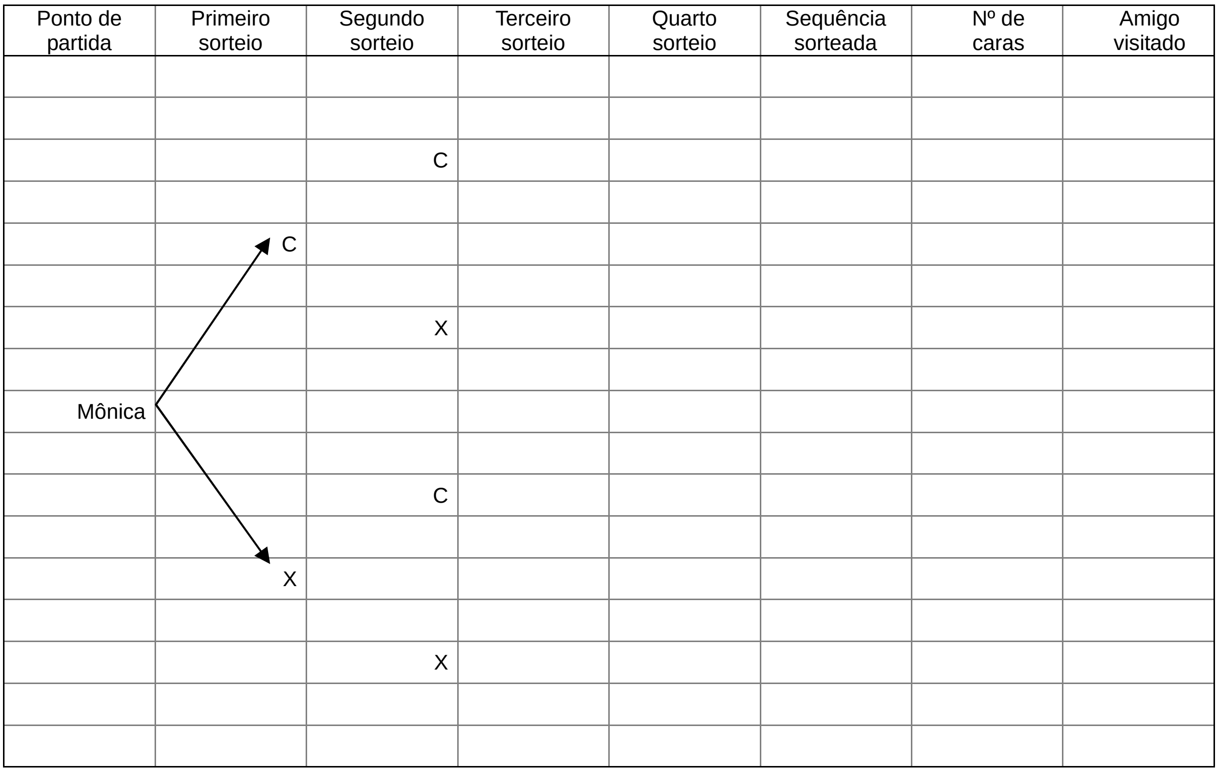
Figura 18 - Quando utilizado para registrar o resultado da experimentação nos Passeios Aleatórios da Mônica

Repetição	Sequência	Amigo visitado
1.		
2.		
3.		
4.		
5.		
6.		
7.		
8.		
9.		
10.		
11.		
12.		
13.		
14.		
15.		

Repetição	Sequência	Amigo visitado
16.		
17.		
18.		
19.		
20.		
21.		
22.		
23.		
24.		
25.		
26.		
27.		
28.		
29.		
30.		

Fonte: Vita (2012, p. 234)

Figura 19 - Malha para construção da árvore de possibilidades utilizada nos Passeios Aleatórios da Mônica



Fonte: Vita (2012, p. 236)

Sendo assim, Vita (2012) adaptou a sequência construindo um material didático, denominado por ela de maquete tátil, que passou a ser composta pelas tarefas, que teve o nome modificado para *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, e por artefatos: um tabuleiro representando o bairro, 240 cartas de EVA atoalhado e liso, sete colmeias, 300 brinquedos (60 bonecas, 60 ioiôs, 60 apitos, 60 anéis e 60 presilhas), um carrinho, duas tampas plásticas para sorteio. Cada artefato, na pesquisa de Vita (2012), passou a ter um significado de registro, da mesma forma como foi relatado no item 1.2.2.1 do Capítulo 1, no entanto, fazendo um paralelo com a nossa pesquisa, esses artefatos foram denominados de peças (para evitar a confusão com o termo artefato da Teoria da Instrumentação), com relação aos brinquedos, chamamos de objetos e as tampas plásticas foram substituídas pelo programa no computador.

Salientamos que as adaptações propostas por Vita (2012) tiveram como base as orientações para o trabalho com estudantes com necessidades educacionais especiais (NEE) nos documentos oficiais, tais como Projeto Escola Viva (BRASIL, 2000) e Parâmetros Curriculares Nacionais: Adaptações Curriculares

(BRASIL, 1998), bem como dos resultados de pesquisas da área que envolvem o ensino de Matemática a estudantes cegos. Mais especificamente, a pesquisadora tomou durante toda a construção da maquete as recomendações dos documentos supracitados, no que se referem às denominadas adaptações de pequeno porte, que, para o Projeto Escola Viva, são consideradas como:

> [...] modificações promovidas no currículo, pelo professor, de forma a permitir e promover a participação produtiva dos alunos que apresentam necessidades especiais no processo de ensino e aprendizagem, na escola regular, juntamente com seus parceiros coetâneos, (BRASIL, 2000, p. 8)

O que significa dizer que cabe ao professor, dentre outras iniciativas, desenvolver ou adaptar materiais que possibilitem significativamente a aprendizagem dos estudantes com NEE.

Nessa perspectiva, em sua pesquisa, Vita (2012) visou identificar a potencialidade da maquete tátil para a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade por quatro estudantes cegos, fundamentando-se na Ergonomia[14], Ergonomia Cognitiva[15] e, em especial, nos conceitos presentes na Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995).

Vita (2012) adotou como processo de construção as cinco etapas da Metodologia Design Centrado no Usuário (DCU) e utilizou, a cada protótipo, a análise instrumental das relações entre os quatro polos do modelo das situações de atividades coletivas instrumentadas (S.A.C.I.), adaptado do modelo de Rabardel (1995). A autora admite que havia inicialmente previsto três protótipos, mas que durante o desenvolvimento da pesquisa constatou a necessidade de outros dois. Esses protótipos foram denominados como táteis porque ela inseriu diversos elementos voltados para adequá-los à realidade tátil do cego.

Após a análise, a Maquete 5 (M5) foi validada como o instrumento da pesquisa (Figura 20).

---

[14] No entendimento de Vita (2012), Ergonomia "é uma área de conhecimento que trata da interação entre os homens e a tecnologia, adaptando tarefas, sistemas, produtos e ambientes às habilidades e limitações físicas e mentais das pessoas" (p. 50).

[15] Segundo Falzon (2007 apud VITA, 2012, P. 51) "a Ergonomia Cognitiva investiga os processos mentais, a percepção, a memória, o raciocínio, as respostas motoras, as interações entre as pessoas e outros componentes de um sistema." (p. 51).

Figura 20 - Protótipo tátil M5

Fonte: Vita (2012, p. 108)

Ao descrever o percurso de construção de protótipo a protótipo, Vita (2012) informou que o primeiro e o segundo protótipos foram desenvolvidos buscando uma conformação mínima do tabuleiro, de forma que permitissem o estabelecimento de um nível aceitável de usabilidade na relação entre o usuário e o instrumento no âmbito das tarefas. De um para o outro, foram precisos muitos ajustes, por exemplo, a área do quadrado base passou de 86 x 86 cm^2 para 60 x 60 cm^2 e a malha de 4 x 4 (16 quadras) para 5 x 5 (25 quadras). Essas mudanças contribuíram para resolver um problema de incongruência de posicionamento das casas dos amigos de Jefferson e para facilitar tanto o reconhecimento tátil pelo estudante, quanto o armazenamento e transporte deste tabuleiro.

Outros ajustes foram implementados para atender às necessidades táteis dos estudantes, a saber: a substituição da moeda para sortear os amigos, por duas tampas plásticas contendo em um dos lados, um círculo emborrachado EVA com textura diferente (liso e atoalhado). Além disso, a colmeia e as cartas em emborrachado (liso-Leste e atoalhado-Norte) para registrar na colmeia as frequências observadas e esperadas, e a inserção de brinquedos (bonecas, ioiôs, apitos, anéis e presilhas) que cada personagem-amigo daria ao ser visitado, isto é para o registro pictórico.

Por fim, Vita (2012) sugeriu o quinto protótipo com um *design* simplificado, contendo apenas seis casas sobre o tabuleiro, o que facilitou o manuseio e, consequentemente, permitiu um melhor trato dos estudantes com os conceitos básicos de Probabilidade envolvidos nas tarefas mediados pela maquete tátil. A maquete M5 ficou, então, composta, com dito, por: um tabuleiro representando o bairro, 240 cartas de EVA atoalhado e liso, sete colmeias, 300 brinquedos (60 bonecas, 60 ioiôs, 60 apitos, 60 anéis e 60 presilhas), um carrinho, duas tampas plásticas para sorteio e as tarefas.

Os resultados da pesquisa de Vita (2012) sinalizaram que esta maquete tátil tem potencial para ser utilizada como material didático em ambiente educacional, na aprendizagem de conceitos como aleatoriedade, determinismo, espaço amostral, evento, padrão, gráfico pictórico e probabilidade. Além disso, é um instrumento eficaz e facilmente ajustável às adaptações curriculares atendendo as necessidades dos estudantes cegos na realização das tarefas, e principalmente porque estudantes cegos distintos a utilizaram e solucionaram as tarefas presentes, tendo Vita (2012) observado que:

> [...] as estratégias táteis dos alunos foram semelhantes entre si (...) demonstrando que a maquete funcionou como um instrumento mediador adequadamente padronizado (...) proporcionando aos alunos maior foco nas informações (...) o que pode levar o aluno a aprender conteúdos curriculares de maneira mais ajustada às suas condições individuais, o que poderá representar uma transformação das condições materiais da sala de aula. (VITA, 2012, p. 201-211)

A maquete tátil, segundo Vita (2012), devido ao seu arranjo físico, à estética e ao *design* minimalista, apresentou um nível de usabilidade adequado para atender aos estudantes em questão.

Terminada a sua pesquisa, Vita propôs, em 2012, um projeto de pesquisa em colaboração com pesquisadores da Universidade Estadual de Santa Cruz, da Universidade Bandeirante de São Paulo (atual Universidade Anhanguera de São Paulo) e da Universidade Estadual Paulista. Nesse trabalho colaborativo, Vita et al. (2012) propuseram diversas alterações na maquete tátil, tanto no que se refere aos artefatos como nas tarefas, que serão descritas a seguir, como resultados das pesquisas de Santos (2014) e Guimarães (2014), que também faziam parte desse projeto.

Santos (2014) e Guimarães (2014) trabalharam tanto com estudantes cegos como videntes. Seus estudos foram realizados em duas etapas: o estudo piloto com uma dupla de estudantes videntes (3º ano do ensino médio em Itabuna) e dois estudantes videntes (6º ano do ensino fundamental em SP) e duas doutorandas videntes do programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Bandeirante de São Paulo; e no estudo principal com uma dupla de estudantes, vidente e cego, sendo estes do 9º ano do ensino fundamental. Salienta-se que Santos (2014) trabalhou também com mais duas duplas de estudantes cegos e videntes.

Essas autoras informaram que antes de sua utilização no estudo-piloto, foram necessárias as seguintes adaptações na maquete, tanto nos artefatos quanto nas tarefas:

> a) as dimensões do tabuleiro foram reduzidas;
> b) as cartas em EVA, para registro, que eram dois tipos de textura (liso e atoalhado), passou-se a utilizar apenas o tipo atoalhada, pois na mesma uma das faces já era lisa;
> c) as duas tampas (uma lisa e outra atoalhada) utilizadas para o sorteio foram substituídas por um copo contendo uma carta dentro, em que a face atoalhada continua representando o movimento de Jefferson no tabuleiro para o Norte e a face lisa, para o Leste;
> d) os brinquedos armazenados dentro de copos plásticos;
> e) os nomes dos amigos de *Jefferson* que eram Luana, Marcos, Peter, Orlando e Aida, passaram a ser chamados, respectivamente de Igor, Xuxa, Pita, Bia e Abel;
> f) foram utilizadas apenas quatro colmeias, ao invés de cinco;
> g) foram retirados os postes localizados nas casas de Jefferson e seus amigos, bem como as faixas de pedestre;
> h) as tarefas de reconhecimento tátil foram suprimidas, ficando apenas uma exploração inicial dos artefatos após a leitura da história na SE PAJ[16];
> i) as tarefas da SE PAJ foram alteradas, não havendo mais a separação por blocos de tarefas e sendo composta por 14 itens. Com as alterações feitas, foram suprimidas também as tarefas que exigiam a construção de tabelas simples. (SANTOS, 2014, p. 48)

Santos (2014) e Guimarães (2014) acrescentam que, antes de aplicar a maquete tátil no estudo principal, os pesquisadores do projeto de Vita et al. (2012) sugeriram novas adaptações nos artefatos visando atender às solicitações físicas e cognitivas, por vezes dos sujeitos cegos, e outras dos estudantes cegos e dos videntes.

No caso dos ajustes direcionados aos sujeitos cegos, foram propostas:

[16] SE PAJ – Sequência de Ensino *Os Passeios Aleatórios de Jefferson.*

> a) criar uma base para fixação dos copos com os brinquedos, pois por várias vezes o sujeito cego bateu as mãos nos copos, apresentando dificuldade para manipulação dos mesmos;
> b) modificar o telhado das casas, tornando-o plano e colocar um velcro para fixação dos brinquedos correspondentes a cada um dos amigos, para facilitar a identificação da posição que cada um dos amigos ocupa no tabuleiro;
> c) trocar o apito, o ioiô por serem muito grandes, o que dificultou a identificação tátil dentro das colmeias, trocar também a “xuxa” por não ser um objeto de fácil reconhecimento. Estes objetos foram substituídos por uma bola de isopor, um botão de tamanho médio e um dado pequeno. Sendo assim, ficamos com os seguintes objetos (que deixaram de ser chamados de brinquedos) e, consequentemente, novos nomes foram atribuídos aos amigos de Jefferson: dado para representar Duda, boneca para Babi, anel para Abel, botão para Beto e bola para Pelé. (GUIMARÃES, 2014, p. 40)

Como dito, os ajustes realizados para atender tanto aos sujeitos cegos como aos videntes, de fato foram sugeridos pelos pesquisadores do Projeto de Vita et al. (2012), a saber:

> a) utilizar outro mecanismo para o sorteio, por exemplo, utilizar um peão ou uma campainha, pois o material que estávamos utilizando se mostrou inadequado. Na pesquisa, utilizamos uma campainha como foi sugerido, mas via um programa de simulação no computador que emitia dois sons diferentes para os resultados Norte (cara) ou Leste (coroa);
> b) deixar opcional o uso do carrinho para movimentação na maquete, já que no caso dos sujeitos videntes eles não sentiram necessidade de utilizá-lo. Na aplicação do estudo principal, o carrinho não foi utilizado;
> c) aumentar o número de colmeias de quatro para seis, permitindo que tanto os registros da experimentação (são necessários duas colmeias) como dos caminhos possíveis (mais duas colmeias) não precisem ser desfeitos para a construção dos dois pictogramas, um para representar as frequências observadas e outro para as frequências esperadas;
> d) entregar as tarefas em tinta para os estudantes videntes, e em braile para os estudantes cegos e modificar a sua estrutura.

De acordo com Vita et al. (2012), essas alterações visaram possibilitar uma maior exploração dos conceitos básicos de Probabilidade, e, por conseguinte, uma reflexão mais aprofundada sobre os mesmos, bem como, propiciar situações que favoreçam uma maior interação entre o sujeito e as tarefas, entre os sujeitos e os artefatos, e entre os sujeitos.

Santos (2014) objetivou analisar os Pictogramas 3D construídos por estudantes cegos e videntes no contexto da aprendizagem de Probabilidade, utilizando a maquete tátil. A autora estava interessada, especificamente, em analisar a aprendizagem dos conceitos probabilísticos envolvidos na construção desses pictogramas. A análise dos pictogramas foi feita de acordo com a classificação proposta por Watson (2006) a partir da Taxonomia SOLO – Structure of Observed Learning Outcomes (BIGGS e COLLIS, 1982). Os conceitos básicos de Probabilidade foram avaliados sob a perspectiva do letramento probabilístico proposto por Gal (2005).

Para Santos (2014), em relação aos pictogramas construídos a partir das frequências esperadas e das frequências observadas, avaliou-se que, apesar dos estudantes apresentarem justificativas informais, houve indicativos de que os mesmos entenderam as diferenças entre uma situação determinística e experimento aleatório, e entre as frequências esperadas e as frequências observadas.

Santos (2014) concluiu que os resultados deste estudo indicaram que utilizar materiais como a maquete tátil para abordar conceitos básicos de Probabilidade se constitui num importante recurso para ser utilizado na aprendizagem, de forma compartilhada com estudantes cegos e videntes, e, por conseguinte, pode contribuir com o desenvolvimento do letramento probabilístico dos mesmos.

Guimarães (2014) concentrou sua atenção na análise da interação entre estudantes cego e vidente na aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade mediada pela maquete tátil. De forma específica, a autora objetivou investigar a interação entre estudantes cego e vidente mediada pela maquete tátil, analisar a interação das estudantes cega e vidente com a maquete tátil e avaliar a relação das estudantes cega e vidente com os conceitos básicos de Probabilidade mediada pela maquete tátil.

Em relação à análise da mediação como o meio de acesso ao conhecimento pelo estudante, Guimarães (2014) utilizou o conceito de mediação existente na teoria sócio-histórico cultural de Vygotsky (2007) e organizou as categorias de análise a partir das relações entre os polos do modelo das Situações de Atividades Coletivas Instrumentadas - S.A.C.I. (RABARDEL, 1975), adaptado para este trabalho.

A análise instrumental evidenciou que a interação entre as estudantes inicialmente não ocorreu com espontaneidade. Contudo, a interação entre elas progrediu, à medida que as tarefas foram realizadas e que as estudantes se apropriaram dos conceitos básicos de Probabilidade, mediados pela maquete tátil. Além disso, a autora (2014) notou que as estudantes desenvolveram uma autonomia na participação e no desenvolvimento das tarefas quando utilizaram a maquete como um jogo. As estudantes negociaram quando realizaram o experimento de quem faria o sorteio e de quem registraria na colmeia e decidiram a alternância dessas ações, sem a intervenção da pesquisadora. Evidenciamos também a interação espontânea entre as estudantes e a pesquisadora.

Essas observações permitiram que Guimarães (2014) inferisse que a interação entre as estudantes cega e vidente efetivamente ocorreu quando elas se apropriaram da maquete tátil e dos conceitos básicos de Probabilidade, mesmo que intuitivamente e que a maquete tátil se mostrou eficaz como mediadora tanto da interação entre as estudantes quanto da aprendizagem desses conceitos, numa sala multifuncional.

Em paralelo a esses estudos, Kataoka, em 2013, propôs com a mesma equipe do projeto de Vita et al. (2012), um novo projeto, com o intuito de verificar e implementar novas adaptações na maquete tátil, visando atender aos estudantes cegos e videntes, mas agora em sala de aula regular, e é nesse contexto que esta pesquisa está inserida. Ressaltamos que essa nova versão da maquete já foi apresentada no Capítulo 1.

CAPÍTULO 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, apresentamos os procedimentos metodológicos que utilizamos nesta tese, buscando afiná-los com os conceitos discutidos nos capítulos anteriores, e visando atender ao objetivo geral, qual seja:

Analisar as interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela Maquete Tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de Probabilidade.

Sendo assim, estruturamos as seguintes seções: Caracterização do estudo; Sujeitos da pesquisa; Blocos de atividades; e, por fim, os procedimentos de coleta e análise dos dados.

3.1 Caracterização do Estudo

Realizamos esta pesquisa numa abordagem qualitativa por entender que os métodos qualitativos podem fornecer evidências confiáveis caso o pesquisador esteja interessado em avaliar como estudantes compreendem conceitos (BOROVCNIK, 2014). A escolha desta abordagem também levou em conta que:

> [...] as pessoas agem em função de suas crenças, percepções, sentimentos e valores e que seu comportamento tem sempre um sentido, um significado que não se dá a conhecer de modo imediato, precisando ser desvelado. (PATTON, 1986, p. 76)

Em nosso caso, a partir da análise instrumental, foi possível analisar a atuação de estudantes do 4º ano do ensino fundamental, em atividades envolvendo conceitos básicos de Probabilidade mediadas pela maquete.

3.2 Sujeitos de Pesquisa (S)

Conforme já descrito no Polo do Sujeito do Modelo S.A.I. adaptado para esta tese (Capítulo 1), foram sujeitos de Pesquisa 17 estudantes organizados em sete duplas e um trio, sendo que o critério de agrupamento utilizado foi reunir estudantes que sabiam ler e escrever com aqueles que não sabiam ler os registros textuais em linguagem materna, uma vez que eles deveriam ler as instruções (Anexo A) para a realização das tarefas.

Nas análises, usaremos a notação Dx_y, com x representando a dupla (x = 1, 2, 3, 4, 5, 6) e y representando o estudante da dupla (y = 1 e 2); e para o trio $T1_z$, em que z representa o estudante do trio (z = 1, 2 e 3). Por exemplo, nomearemos como $D1_1$ e $D1_2$, quando nos referirmos aos estudantes 1 e 2, respectivamente, da Dupla 1.

Ressaltamos que até o momento da aplicação da pesquisa, esses estudantes não tinham recebido nenhuma instrução formal em Probabilidade.

3.3 Bloco de Atividades

As atividades foram propostas em dois blocos: no primeiro, envolvendo o jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho,* e no segundo, as tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, sendo que essas tarefas já foram apresentadas no Capítulo 1.

Quanto ao jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*[17], este é composto por duas atividades. Na primeira, solicitamos aos estudantes que determinassem uma forma justa de iniciar o jogo, com o intuito de abordar, informalmente e de maneira contextualizada, conceitos como: justo (neste contexto, mais especificamente sendo utilizado como substituição informal do conceito equiprovável), chance e aleatoriedade, que fazem parte dos conceitos básicos de Probabilidade das tarefas da sequência *Os Passeios Aleatórios do Jefferson* e se inserem no elemento cognitivo que Gal (2005) denominou de abordagem dos grandes tópicos. Além disso, evidenciamos também os elementos de contexto e de questões críticas do modelo de Gal (2005), uma vez que se estimulou o raciocínio crítico dos estudantes ao julgarem as formas de iniciar o jogo.

Para desenvolver a segunda atividade, foi construído um tabuleiro de forma quadrada no chão da sala de aula com fita adesiva na cor vermelha. Este quadrado

[17] Esta nomenclatura foi idealizada durante o deslocamento de Itabuna para Tapirama ao observarmos, na rodovia, a presença de placas de sinalização que indicavam a presença de animais silvestres na pista, contextualizando esta atividade; além disso, os estudantes para passarem de um quadrado interno para outro teriam que pular à semelhança do movimento do coelho.

com dimensão 3,6m x 3,6m foi subdividido internamente em nove quadrados de 1,2m x 1,2m, considerando apenas a área delimitada pela fita adesiva vermelha, conforme Figura 21.

Objetivamos com essa atividade familiarizar os estudantes com a forma de sorteio que seria adotada, durante as tarefas da sequência para conduzir Jefferson às casas de seus amigos, bem como os movimentos sobre o tabuleiro para o Norte ou para o Leste.

Figura 21 - Tabuleiro

Fonte: Dados da pesquisa

Essa atividade consistia em, utilizando um notebook e um programa em Java, realizar um sorteio por um dos membros de cada dupla e o trio. Caso o som emitido fosse o “pim”, o(a) parceiro(a) deveria avançar um quadrado para o Norte e, caso o som emitido fosse o “pom”, se deslocaria para o Leste. Assim, o estudante deveria proceder até sair do tabuleiro, sendo que o jogo finalizava quando todos estivessem fora, ressaltando que não existiam vencedores.

Apesar de não fazer parte do objetivo da atividade, abordar conceitos probabilísticos com os estudantes, evidenciamos que estão presentes, no sorteio e na experimentação, a aleatoriedade, os conceitos de eventos simples e compostos e, bem como, espaço amostral, ao ouvir os resultados do sorteio, eventos “pim” ou “pom”, representando o deslocamento pelo tabuleiro para o Norte ou para o Leste, respectivamente.

3.4 Procedimentos de coleta dos dados

No primeiro momento, fizemos o convite, para participação na pesquisa, à direção da escola, o que foi aceito prontamente. Em seguida, solicitamos que a diretora assinasse o Termo de Anuência da Instituição (Anexo B), e conversamos com a professora regente da turma do 4º ano do ensino fundamental, para verificar o dia da semana mais apropriado para a aplicação, ou seja, que não houvesse nenhuma atividade extraclasse, como aulas de Educação Física, Artes, Informática. Tendo sido estabelecida a data de aplicação, solicitamos aos responsáveis pelos estudantes a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido - TCLE (Anexo C) e o Termo de Direito de Uso de Imagem (Anexo D) em duas vias, sendo que uma via foi recolhida após a assinatura e a outra foi entregue para os responsáveis.

De posse da autorização dos responsáveis, foram coletadas as seguintes informações dos estudantes: gênero, idade, se sabe ler, sendo que os resultados já foram relatados no Capítulo 1. A coleta de dados aconteceu no segundo semestre letivo de 2014, em um único encontro de 4 horas/aula, no turno vespertino, na própria sala de aula.

Iniciamos a coleta com a aplicação do jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho* e, na sequência, trabalhamos, informalmente, os conceitos básicos de Probabilidade no contexto das tarefas da maquete tátil com os estudantes, como dito, organizados em sete duplas e um trio. Ao final de toda a aplicação, o pesquisador explicou aos estudantes os conceitos de frequências observadas e esperadas, aleatoriedade, experimentação, probabilidade, dentre os demais abordados durante a realização das atividades.

Os dados foram coletados por meio de filmagens, audiogravação, fotografias da aplicação das tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, além dos registros escritos dos estudantes. Os áudios e os vídeos foram transcritos para análise, o que possibilitou reviver, relembrar e pontuar adequadamente a escrita, permitindo a formação de um corpo documental, como recomenda Caiado (2003).

Ressaltamos que a aplicação ocorreu com a presença do autor dessa pesquisa e mais dois pesquisadores do projeto de Kataoka et al. (2013). A participação desses pesquisadores, conduzindo e/ou acompanhando os estudantes durante a realização das atividades, ocorreu com o intuito de garantir um correto desenvolvimento da pesquisa e, por isso, não consideramos como categorias de análise as possíveis interações entre os estudantes e esses pesquisadores. Fato este que nos direcionou à escolha do modelo S.A.I. de Rabardel (1995) que não contempla o polo pesquisador, ao invés do modelo com quatro polos S.A.C.I. Estes pesquisadores, no Capítulo 4, foram denominados indistintamente, como pesquisador (P).

3.5 Procedimentos de análise dos dados

Para análise dos dados, propomos uma abordagem de cunho qualitativo, não nos limitando a investigar o desempenho dos estudantes nas tarefas a partir de estímulos e respostas, mas tendo como pressuposto as informações encontradas nos estudos de Gal (2005) e Rabardel (1995). Mais especificamente, organizamos as categorias de análise a partir das relações entre os polos do modelo S.A.I. (RABARDEL, 1995), adaptado à nossa pesquisa, apresentadas no Capítulo 2. Com relação ao modelo de letramento probabilístico de Gal (2005), ressaltamos que, apesar de não ser adotado como uma teoria para a análise dos dados, as tarefas foram inspiradas neste modelo, com a intenção de contribuir para a formação de estudantes conscientes e críticos a respeito de informações probabilísticas, isto é, letrados em Probabilidade.

Salientamos que, nesta seção, quando nos referirmos às interações entre os sujeitos, utilizaremos apenas a simbologia das duplas, suprimindo a simbologia do trio, com a finalidade apenas de simplificar linguagens e expressões, isto é, [Dx_1-Dx_2], sendo x a dupla analisada.

A seguir, descrevemos detalhadamente as relações do modelo S.A.I. adaptado para esta tese, utilizadas em cada bloco de atividades. Na aplicação do jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*, esperamos conhecer a relação entre o sujeito e o instrumento [S-I], quando o estudante se apropria da campainha para realizar o sorteio e quando o seu parceiro(a), identificando o evento que ocorreu (“pim” ou “pom”), se movimenta pelo tabuleiro; bem como a interação entre os estudantes e os conceitos probabilísticos envolvidos [S-O], já apresentados na seção 3.3. Ao mesmo tempo, investigamos a interação [I-O] para saber se a campainha é um instrumento adequado para a atividade do sorteio e também um instrumento mediador, evidenciando a interação [S-(I)-O].

Quanto à analise instrumental das tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, descrevemos a seguir quais relações foram utilizadas para avaliar os resultados de cada tarefa. Na avaliação da Tarefa 1, lançamos mãos, mais especificamente, da relação [S-I] para conhecermos as relações entre o estudante e a maquete.

Na Tarefa 2, para conhecer a relação entre os estudantes e a maquete; bem como a relação entre eles e os conceitos envolvidos, trabalhamos com as relações [S-I] e [S-O], respectivamente. Na Tarefa 3, evidenciamos, em nossas análises, as relações [S-I] e [Dx_1-Dx_2]; e na Tarefa 4, as relações [S-(I)-O], [S-O] e [S-I] do modelo S.A.I adaptado à nossa pesquisa.

Na análise instrumental envolvendo a Tarefa 5, colocamos em evidência as relações [S-(I)-O], [S-O], [S-I], [I-O] e [Dx_1-Dx_2]. Na Tarefa 6, evidenciamos as relações [S-(I)-O], [S-I], [S-O] e [I-O]. Para a análise instrumental dos resultados da aplicação da Tarefa 7, utilizamos as interações [S-(I)-O] e [I-O]. Na sequência, avaliamos os resultados apresentados pelos estudantes ao solucionarem as Tarefa 8 e 9 com as relações [S-(I)-O], [S-O] e [I-O].

Procedemos a análise instrumental, buscando elementos esclarecedores, nas Tarefas 10 e 11, no que se referem às relações entre [S-O], [S-I] e [S-(I)-O]; e, na Tarefa 12, a relação entre os estudantes e os conceitos, mediada pela maquete [S-(I)-O].

Ressaltamos que, tanto para a Tarefa 8 quanto para a Tarefa 10, utilizamos a relação [I-O], visando encontrar evidências de que a colmeia, ao representar um pictograma, é um instrumento adequado para auxiliar no cálculo das probabilidades, a partir das frequências esperadas e das observadas, respectivamente.

Por fim, na análise instrumental da aplicação da Tarefa 13, envolvemos a relação [S-O], sendo O todos os conceitos básicos de Probabilidade abordados nesta pesquisa.

Tendo feito esta exposição, no próximo capítulo, apresentamos a análise instrumental.

CAPÍTULO 4 ANÁLISE INSTRUMENTAL

Neste capítulo, apresentamos a análise instrumental dos resultados das atividades do primeiro bloco e, em seguida, os do segundo bloco.

Lembramos que os resultados das tarefas são avaliados por meio das interações presentes no modelo das Situações de Atividades Instrumentadas - S.A.I. adaptado para esta tese, a partir da Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995).

Salientamos que neste capítulo, para fazer referência aos termos conceitos básicos de Probabilidade, Maquete Tátil e Sequência de Ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*, vamos utilizar, respectivamente, os termos conceitos, maquete e sequência, apenas com o intuito de simplificar a linguagem.

4.1 Primeiro bloco

Neste primeiro bloco, aplicamos as atividades do jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*. Na primeira atividade, procuramos saber se os estudantes reconheciam se a forma proposta por nós para iniciar o jogo era uma forma justa, qual seja uma música de ciranda para selecionar um integrante de cada dupla e do trio, isto é, 8 crianças que foram colocados de mãos dadas (Figura 22).

Figura 22 - Apresentação do primeiro método de seleção

Fonte: Dados da pesquisa

O pesquisador estabelece algumas regras e em seguida apontando para cada estudante, vai recitando o canto, como podemos observar na sua fala.

P: QUEM EU ESCOLHER É QUEM VAI COMEÇAR JOGANDO, OK?

P: OLHA SÓ, PRESTA ATENÇÃO COMO É QUE EU VOU ESCOLHER QUEM VAI COMEÇAR JOGANDO.

P: UNI DUNI TÊ, SALAMÊ MINGUÊ, UM SORVETE COLORÊ, O ESCOLHIDO FOI VOCÊ!

P: VOCÊS GOSTARAM, DE SABER QUE ERA ELE O ESCOLHIDO? VOCÊS ACHAM QUE ESTÁ BOM, QUE ESTÁ JUSTO ELE TER SIDO ESCOLHIDO? SERÁ?

Os estudantes responderam que sim, com exceção de um, que questionado sobre sua resposta, manteve-se em silêncio. Esperávamos que eles reconhecessem que essa forma não era justa, ou seja, que expressassem, mesmo que de forma intuitiva, algum conhecimento de aleatoriedade e equiprobabilidade.

O pesquisador incentiva os estudantes a externarem suas opiniões.

P: NÃO TEM PROBLEMA, AQUI TODO MUNDO PODE FALAR, TODO MUNDO ESTÁ CERTO.

P: E AÍ? ESTÁ BOM?

ESTUDANTES: TÁ!

P: AH ENTÃO VAMOS VER SE ESTÁ BOM MESMO.

Diante da resposta dos estudantes, o pesquisador repete a mesma maneira de escolha, inclusive partindo do mesmo estudante.

P: VOU COMEÇAR DE NOVO, HEIN! UNI DUNI TÊ, SALAMÊ MINGUÊ, UM SORVETE COLORÊ, O ESCOLHIDO FOI VOCÊ!

P: DE NOVO! ESTÁ CERTO ISSO? ESTÁ JUSTO?

Um dos estudantes, que no primeiro momento disse que era uma maneira justa (respondeu sim), manifestou-se de forma contrária, estabelecendo o seguinte diálogo com o pesquisador:

ESTUDANTE: NÃO. PORQUE SE COMEÇAR NAQUELE MESMO, VAI DAR SEMPRE NA MESMA PESSOA.

P: PORQUE EU COMECEI POR ELE VAI DAR SEMPRE A MESMA PESSOA, NÃO É ISSO? ENTÃO SE EU COMEÇAR POR ELE? (P indica um estudante à esquerda do inicialmente escolhido).

Os estudantes, antes de P finalizar o canto, responderam quem seria o escolhido. Comportamento semelhante a esse também foi observado em Tonouti (2013):

> [...] alguns alunos apontavam para as músicas de ciranda como sendo uma maneira aleatória de selecionar o jogador inicial, mas após realizarmos três simulações iniciando a música com a mesma pessoa, observaram que a pessoa selecionada estaria sempre na mesma posição e assim puderam notar que a quantidade de pessoas sempre correspondia à quantidade de versos da música, logo poderiam predeterminar quem seria a pessoa selecionada. (TONOUTI, 2013, p. 67).

Refletindo sobre os nossos resultados e os de Tonouti (2013), um aspecto importante a ser observado, é a participação do pesquisador na condução de uma atividade como esta, estimulando os estudantes a construírem uma concepção mais pragmática, como resultado de suas experiências, vivências adquiridas com o desenvolvimento da atividade.

Prosseguindo com a atividade, P diz:

P: SERÁ QUE A GENTE TEM OUTRA MANEIRA DE ESCOLHER QUEM É QUE VAI COMEÇAR O JOGO SEM SER ESSA DO UNI DUNI TÊ?

O mesmo estudante que já tinha se manifestado, pede a palavra novamente, como pode ser observado na Figura 23, e responde:

ESTUDANTE: AQUELA QUE FAZ ASSIM: ZERO OU UM (gesticulando enquanto fala)
P: AH, JÓQUEI PO? REPARE QUANTAS PESSOAS NÓS TEMOS AQUI? UM, DOIS, TRÊS, ..., OITO. SE A GENTE FIZER DESSE JEITO, JÓQUEI PO, VAI SER COMO? ...
ESTUDANTE: TODO MUNDO FAZ JUNTO, AQUELE QUE FOR SAINDO VAI SAINDO.
P: FAZ AÍ PARA VER SE DÁ CERTO.

Figura 23 - Participação do estudante

Fonte: Dados da pesquisa

Os estudantes simularam essa maneira de escolha, mas logo com poucas realizações, uma estudante comentou que dessa forma iria demorar demais. Assim, descartamos, pelo mesmo motivo, o “par ou ímpar”, sugerido por um dos estudantes. Salientamos que os estudantes na pesquisa de Tonouti (2013) apresentaram também várias maneiras de iniciar um jogo, tais como: par ou ímpar, jóquei po, dois ou um, coca-cola (música de ciranda), entre outras; mas diferentemente do nosso caso, como a autora só tinha intenção de discutir maneiras justas de seleção, não importando o tempo gasto, realizou simulações para que os estudantes pudessem perceber quais delas poderiam privilegiar alguns ou não privilegiar nenhum dos participantes do jogo.

O pesquisador continuou então investigando, com os estudantes, outras formas de iniciar o jogo.

> P: SERÁ QUE NÃO TEM OUTRA MANEIRA QUE POSSA SER JUSTA E POSSA TODO MUNDO TER A MESMA CHANCE, A MESMA OPORTUNIDADE DE SAIR?
>
> P: ENTÃO OLHA, O QUE A GENTE VAI FAZER PARA DESCOBRIR QUEM É QUE VAI COMEÇAR. ADIVINHE O QUE É QUE TEM AQUI? (P mostra um saco de pano)

Um estudante responde que tem um dado, outros respondem papéis. P aproveitou a resposta, mostrou um dado com seis faces e explicou sobre a possibilidade de utilizá-lo como forma de realizar a escolha, mas alertou sobre a limitação, já que cada estudante deveria escolher previamente uma face, ficando então dois estudantes de fora.

Em seguida, outra forma de escolha foi proposta, em que foram colocados em um saco, oito papéis numerados em que cada número correspondia a uma dupla ou o trio, previamente determinado. Sendo assim, P solicitou aos parceiros de cada dupla e do trio, que não faziam parte da roda, se colocassem lado a lado e que eles retirassem do saco apenas um papel que indicaria a ordem de participação no jogo. Podemos observar um exemplo desse procedimento na imagem da Figura 24, em que a primeira estudante retirou um papel, sorteando a Dupla 2, que deveria iniciar o jogo.

Figura 24 - Sorteio para selecionar ordem das duplas

Fonte: Dados da pesquisa

P explicou aos estudantes que dessa forma todos teriam a mesma chance de ser sorteado, que não se sabia antecipadamente qual o resultado do sorteio, mas que seria um daqueles números que estavam dentro do saco. Salientamos que este método não pode ser considerado plenamente aleatório, uma vez que, ao colocar a mão no saco, o estudante seleciona a esmo um papel, mas não entramos em discussão com as crianças por não ser o objetivo da atividade, sendo assim, tomamos estes resultados como sendo aleatórios.

Ressaltamos, também, que na sua explicação, o pesquisador trata, informalmente, de conceitos tais como: situação determinística, experimento aleatório, eventos, espaço amostral, probabilidade de eventos simples. A informalidade neste caso vem do nosso entendimento que, neste momento, os conceitos não precisaram ser formalizados para que os estudantes pudessem compreender que para realizar uma escolha justa, o método a ser adotado deveria ser um experimento aleatório, em que todos os participantes pudessem ter a mesma chance de ser escolhido.

De acordo com Watson (2006), a participação ativa dos estudantes durante a realização de atividades pode fornecer informações sobre o contexto em que os mesmos estão inseridos, podendo ser o ponto de partida para a discussão em sala de aula. Além disso, permite que eles se expressem, sugerindo e avaliando métodos de se realizar uma escolha justa, podendo levantar uma série de questões críticas em relação a esses métodos.

Investigando a relação [S-O], isto é na direção da interação entre os estudantes (S) e os conceitos supracitados (O), observamos que os resultados encontrados nesta atividade corroboram o comentário desta autora. Por outro lado, refletindo na direção da interação entre os conceitos e os estudantes [O-S], consideramos que a atividade foi conduzida de maneira satisfatória, tratando os conceitos no nível do entendimento dos estudantes. Resultado este que está em consonância com as ideias de Way (2003), que comenta que é necessário realizar um planejamento de atividades de acordo com a faixa etária dos estudantes, pois cada uma delas apresenta uma sequência de desenvolvimento, indicando o tipo de atividade que pode ser apropriada. Além disso, quanto ao meio (requisitado no modelo S.A.I.) onde ocorreu essa atividade (sala de aula regular, estudantes organizados em duplas ou em trio, o contexto da atividade), a análise instrumental nos permitiu refletir que houve uma presença muito maior de potencialidades do que de limitações, visto que atingimos o objetivo proposto para a mesma.

Determinada a ordem para participação no jogo, passamos para a segunda atividade deste bloco, em que foi solicitado a um membro de cada dupla e do trio, utilizando um notebook e um programa em Java, a realização de um sorteio, e que era necessário apenas acionar a tecla Enter para emitir aleatoriamente um som. De acordo com o som, o seu parceiro deveria caminhar um quadrado interno para Norte (som *pim*) ou para Leste (som *pom*) (Figura 25). Assim, o membro de cada grupo foi realizando, em ordem, sucessivos sorteios até que o seu parceiro saísse do tabuleiro. O jogo só finalizou quando todos os participantes saíram do tabuleiro. Salientamos que não existiu uma dupla ou trio vencedor.

De uma forma geral, eles não apresentaram dificuldades no manuseio do programa computacional, mas, inicialmente, por conta de certa falta de atenção e muito barulho (o que consideramos normal para essa faixa etária), foi difícil para eles concatenar o som emitido com o deslocamento sobre o tabuleiro. Com o desenvolvimento da atividade, esse problema foi resolvido.

Figura 25 - Aplicação do jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*

Fonte: Dados da pesquisa

Retomando o objetivo dessa atividade, que foi o de familiarizar os estudantes com a forma de sorteio que seria adotada durante as tarefas da sequência para conduzir Jefferson às casas de seus amigos, bem como os movimentos sobre o tabuleiro para o Norte ou para o Leste; ao analisar os resultados com a relação [S-I], sendo I a campainha, percebemos que, ainda que houvesse certa dificuldade, eles conseguiram finalizar o jogo, o que demonstra uma coerência entre o som da campainha e o movimento do estudante no tabuleiro, e, por conseguinte, mostrando ser um instrumento adequado para que os sujeitos realizem sorteios, evidenciando assim de forma satisfatória as relações [I-O], [I-S] e [S-(I)-O]. Pontuando que o polo O nesta atividade, se refere aos conceitos de aleatoriedade (sorteio e experimentação aleatória), eventos simples (cada resultado do sorteio) e eventos compostos (composição dos resultados dos sorteios para cada dupla ou trio), sendo que esses conceitos não foram diretamente abordados com os estudantes.

No final o pesquisador faz alguns esclarecimentos gerais, antes de passar para o segundo bloco de atividade.

> P: ESSA BRINCADEIRA A GENTE QUERIA SABER SE VOCÊS ERAM CRAQUES NESSA HISTÓRIA DE IR PARA DIREITA, PARA FRENTE, PARA LESTE, PARA NORTE E DESCOBRIMOS QUE VOCÊS SÃO CRAQUES. RAPIDINHO, VOCÊS FIZERAM, TEM CRIANÇAS QUE QUANDO A GENTE PASSA ESSA ATIVIDADE FICAM PERDIDOS, SEM SABER PARA ONDE IR E VOCÊS RAPIDAMENTE "PEGARAM A COISA". ENTÃO VAI SER BOM PORQUE NÓS VAMOS TRABALHAR COM UMA MAQUETE QUE VAI PRECISAR QUE VOCÊS SAIBAM PARA ONDE É PRO LESTE E PRA ONDE É NORTE. DO MESMO JEITO, PRO NORTE VAI PARA A FRENTE E PRO LESTE VAI PARA A DIREITA. ESSE FOI O OBJETIVO DESSA ATIVIDADE, TÁ CERTO?

Após essa fala, passamos para aplicação das tarefas da sequência, que corresponde justamente ao segundo bloco de atividades, mas antes de prosseguirmos, apresentamos, de forma resumida, na Tabela 1, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categoria de análise, nesta tarefa.

Tabela 1 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes nas atividades de *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*

Relação	Polo I	Polo O
[S-O]	-	Aleatoriedade, situação determinística, experimento aleatório, evento simples e compostos
[S-I]	Campainha	-
[I-O]	Campainha	Aleatoriedade, situação determinística, experimento aleatório, evento simples e compostos
[S-(I)-O]	Campainha	Aleatoriedade, situação determinística, experimento aleatório, evento simples e compostos

4.2 Segundo bloco

O segundo bloco foi constituído pelas 13 tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*. A seguir, descrevemos as soluções apresentadas pelos estudantes, e procedemos à análise instrumental a partir das relações que se estabeleceram entre estudantes, os conceitos e a maquete. Relembramos que, nesta análise, além dos registros escritos, utilizamos as filmagens, os áudios e as fotos.

Inicialmente, entregamos a cada grupo as peças e as Tarefas de 1 a 4 da maquete. As demais tarefas foram entregues em outros dois momentos: no primeiro, as Tarefas de 5 a 10, e no segundo, de 11 a 13.

Tarefa 1

Tarefa 1

1. Explorem os seguintes materiais: Tabuleiro - o bairro; Copos com os objetos – a coleção de cada um dos amigos; Campainha – para o sorteio; Ficha – para registro da direção com uma face lisa – Leste e outra atoalhada – Norte; Copos vazios – para guardar os objetos; Colmeias com 9 linhas e 6 colunas – para registrar os caminhos e os amigos visitados pelo Jefferson.

Apesar das instruções da Tarefa 1 solicitarem aos estudantes a manipulação de todas as peças da maquete, o pesquisador P conduziu apenas a exploração do tabuleiro (Figura 26) por dois motivos: o primeiro foi que os estudantes já haviam explorado outra versão de tabuleiro com a segunda da atividade do jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho*, e, dessa forma, entendemos que eles não apresentariam dificuldades de reconhecer os elementos presentes nessa nova modalidade de tabuleiro. O segundo motivo foi que percebemos que a apresentação das demais peças deveria ocorrer concomitantemente com a Tarefa 2, em que seria feita a leitura da história, possibilitando aos estudantes darem mais sentindo aos seus significados. Como pode ser observado no diálogo entre P e os estudantes e, também, representado na Figura 26.

P: Isso daqui é um tabuleiro, não é um tabuleiro parecido com esse que tinha no chão? Qual é a diferença desse que tinha no chão? Quantas casas tinham nesse que tinha no chão?

Estudantes: Nove!

P: E esse que nós estamos trabalhando agora quantas casas tem?

Estudantes: Seis!

P: Quantas casas?

Estudantes: Seis!

P: Ah, vocês tão certo. Agora, quantas quadras?

Estudantes: vinte e cinco, vinte cinco...

P: Quantas quadras tem aqui, ó? Todas, todas... Quantas?

Estudantes: Vinte e cinco.

P: Como é que a gente sabe que tem vinte e cinco aí?

Estudantes: Cinco vezes cinco é igual a vinte e cinco.

P: Ah, então está certo! Nós podemos contar assim também, cinco e cinco, dez e cinco, quinze e cinco, vinte e cinco, vinte e cinco. Podemos contar assim também, não podemos? Cinco e cinco, dez e cinco, quinze e cinco, vinte e cinco, vinte e cinco. Que bacana né! Agora nós vamos... olha aqui a historinha. A tia vai distribuir o papel, vocês vão prestar atenção que nós vamos ler juntos. Ok? Pra todo mundo ficar sabendo o que é que é a historinha.

Figura 26 - Apresentação do tabuleiro

Fonte: Dados da pesquisa

Ressaltamos que o tabuleiro foi entregue sem as casas de Jefferson e de seus amigos, e o pesquisador é que foi orientando o posicionamento de cada casa sobre o tabuleiro, cabendo aos estudantes apenas observar essas orientações e fixar as casas em suas maquetes (Figura 27).

Figura 27 - Tarefa 1 sendo realizada pela Dupla 1

Fonte: Dados da pesquisa

Examinando a relação do sujeito com o instrumento [S-I], tendo I como sendo o tabuleiro, verificamos que os grupos, sob orientação de P, não apresentaram dificuldades em posicionar corretamente as casas dos personagens da sequência e, demonstraram facilidade para entender que o tabuleiro representa um bairro, que contém vinte e cinco quadras, onde moram Jefferson e seus amigos. Identificaram também que existiam seis casas e que para chegar à casa de qualquer um dos amigos seria necessário se deslocar por quatro quadras. Como resultado da análise instrumental dessa relação, à luz da interação [S-I], pontuamos que o sujeito se mostrou competente para lidar com o instrumento, assim como, o instrumento está adequadamente organizado para o nível de conhecimento dos estudantes, possibilitando que as relações [S-I] e [I-S] sejam consideradas satisfatórias.

Realizadas as análises, apresentamos de forma resumida, na Tabela 2, a interação entre os polos do modelo S.A.I., utilizada como categoria de análise, nesta tarefa e, sem seguida, prosseguimos com as análises dos resultados observados na resolução da Tarefa 2.

Tabela 2 – Interação, à luz do modelo S.A.I., presente na Tarefa 1

Relação	Polo I
[S-I]	Tabuleiro

Tarefa 2

Tarefa 2. Leia a história:

"OS PASSEIOS *ALEATÓRIOS* DE JEFFERSON"

O Jefferson e seus amigos moram no mesmo bairro. Os nomes dos amigos são: Duda, Babi, Abel, Beto e Pelé. Cada amigo coleciona um tipo de objeto, sendo que Duda coleciona dado, Babi coleciona boneca, Abel coleciona anel, Beto coleciona Botão e Pelé coleciona bola. A distância da casa de Jefferson à casa de cada um dos amigos é sempre de quatro quarteirões. Jefferson costumava visitar seus amigos nos mesmos dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: 2ª feira, Duda; 3ª feira, Babi; 4ª feira, Abel; 5ª feira, Beto e 6ª feira, Pelé. Mas, para tornar mais emocionante os encontros, a turma combinou que a visita seria definida por sorteio, da seguinte forma: Jefferson deve tocar uma campainha; se sair o som "pim", andará um quarteirão para o Norte, se sair o som "pom", um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa andar um quarteirão. Ele deve tocar a campainha quatro vezes para poder chegar à casa de um dos amigos e dar um presente para a sua coleção. Vamos ver o que acontece, utilizando o material que acompanha esta ficha.

Responda: Vocês acham que pelo sorteio, todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?
(   ) Não. Quais são as chances:
(   ) Sim. Qual é a chance:
Por que vocês acham isso:

P iniciou a Tarefa 2, procedendo a leitura coletiva da história e, informou que caso existisse alguma dúvida, os estudantes poderiam consultar no texto, como destaca P na seguinte fala:

> P: FICOU FÁCIL NÃO FICOU? TÁ CERTO? TODAS AS VEZES QUE VOCÊS ESQUECEREM OS NOMES DOS AMIGOS, NÃO TEM PROBLEMA, VAI AQUI NO TEXTO E DÁ UMA OLHADINHA, TÁ CERTO? O TEXTO VAI FICAR COM VOCÊS.

À medida que ia lendo a história, P foi apresentando as demais peças da maquete, inclusive fez a indicação de um dos caminhos para chegar à casa de Abel, mostrando como eles deveriam se movimentar sobre o tabuleiro com o carrinho, bem como o registro na colmeia utilizando as fichas (representando Norte ou Leste) e o objeto que este amigo recebia do Jefferson, a saber, um anel. Como os estudantes demonstraram certa dificuldade tanto para a movimentação no tabuleiro como para o registro na colmeia, P indicou um dos caminhos para chegar à casa de Beto.

Sobre estes procedimentos, desenvolvemos a análise instrumental focada na relação [S-I], isto é entre os estudantes e o tabuleiro como I, observamos que as dificuldades de manuseio apresentadas por eles foram plenamente aceitáveis, visto que era o primeiro contato com essas peças nesse contexto da maquete. Inclusive tendo ultrapassado essa dificuldade inicial, eles apresentaram uma crescente agilidade na manipulação das peças, não demonstrando neste momento mais dúvidas, pelo menos evidentes.

Sendo assim, o pesquisador solicitou que respondessem a seguinte questão: “Vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?” e que justificassem suas respostas.

Ao analisar as respostas apresentadas pelas duplas vertemos o nosso olhar, em especial, para as justificativas, por concordarmos com Watson (2006) quando afirma que escolher a resposta correta não necessariamente implica um entendimento pleno sobre Probabilidade, mas é a justificativa que determina o nível desse entendimento.

Destacamos, inicialmente, a Dupla 1 que respondeu “Sim. Porque todos são amigos”. Analisando essa resposta à luz do modelo S.A.I., evidenciando a relação [S-O], em que O se refere aos conceitos de aleatoriedade e chance, diferença entre fenômeno aleatório e situação determinística; observamos que a justificativa utilizada pelos estudantes nos remete ao que Fischbein (1975) denominou de uma intuição primária, e que Jones e Thornton (2005) exemplificaram quando a criança responde “a cor preta porque é a minha cor favorita”. Apesar de não ser a justificativa que esperávamos, podemos considerá-la aceitável, fundamentada nas suas intuições de que, sendo amigos, todas as pessoas são visitadas da mesma maneira, desconsiderando, para a sua resposta, as noções dos conceitos (O) envolvidos nesta tarefa. Esperamos com o desenvolvimento das demais tarefas, que esses estudantes possam apresentar uma solução mais pragmática ou até mesmo formal, que possa refletir um aprendizado mais efetivo dos conceitos envolvidos.

As respostas das Duplas 2, 3 e do trio foram, respectivamente, “Não. Porque uma pessoa pode ser várias vezes visitada”; “Não. Porque vai visitar um mais do que o outro” e “Não. Porque no sorteio a pessoa nunca sabe o que acontece no sorteio”. Analisando essas respostas, com vistas à interação [S-O], observa-se que eles apresentam uma linguagem mais adequada, ainda que informal, quando comparada com a Dupla 1.

A Dupla 4 apresentou a seguinte resposta “Não. O Duda e o Pelé têm mais chances de serem visitados” e justificaram “porque para ir à casa da Babi, Abel, Beto não poderia ter sorteio”. Com a intenção de obter mais explicações para a resposta desta dupla, assistindo às gravações em vídeo, observamos que eles indicaram os caminhos para chegar às casas de Duda e Pelé, e não fizeram o mesmo para os demais amigos. A partir desses resultados, inferimos que os estudantes não apresentaram suas respostas relacionando às chances de visita a cada um dos amigos, mas sim com a facilidade (andar em linha reta) de chegar às casas de Duda e Pelé, ou seja, observando os caminhos que seria Norte, Norte, Norte, Norte para a casa de Duda ou Leste, Leste, Leste e Leste para casa de Pelé. Tomando a relação [S-O] para análise instrumental, verificamos que esses estudantes buscaram dar significado a sua resposta, envolvendo provavelmente conceito de distância euclidiana ao invés de conceitos probabilísticos.

Para as Duplas 5 e 6, observamos as seguintes respostas, respectivamente: “Sim. Porque pode visitar quarteirão” e “Não. Porque não daria certo”. Fazendo a análise com a relação [S-O], percebemos que as justificativas desses estudantes são inconsistentes e parecem estar fundamentadas apenas nos possíveis movimentos no tabuleiro, diferentemente da justificativa da Dupla 1.

Já a Dupla 7 respondeu “Sim. Depende da sorte dele”. De acordo com essa resposta, podemos, por um lado, considerar que a nossa análise instrumental se assemelha à feita para a Dupla 1 e, por outro, que essa dupla reconheceu que sendo visitados por meio de sorteio, os amigos de Jefferson não teriam a mesma chance de serem visitados. Com isso, não encontramos evidências baseadas na resposta da Dupla 7 que pudessem esclarecer, nesse momento, as suas concepções à respeito dos conceitos básicos de Probabilidade envolvidos nesta tarefa.

Após realizar a análise instrumental para esta tarefa, apresentamos, de forma resumida, na Tabela 3, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises.

Tabela 3 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 2

Relação	Polo I	Polo O
[S-I]	Tabuleiro	-
[S-O]	-	Aleatoriedade, chance, fenômeno aleatório, situação determinística.

Tarefa 3

Após responder ao questionamento proposto na Tarefa 2, os estudantes deram sequência para solucionar a Tarefa 3 descrita abaixo:

3. Indiquem um caminho para sair da casa de Jefferson e chegar à casa de Abel. Registrem esse caminho na primeira linha da colmeia usando as fichas (norte – atoalhado e leste – liso) e no quinto espaço dessa linha coloquem o objeto colecionado pelo amigo visitado.

Esta tarefa teve como objetivo possibilitar a apropriação das peças da maquete e propiciar uma resolução negociada entre os membros das duplas.

Os conceitos envolvidos são os eventos simples, Norte ou Leste, que indica qual direção Jefferson deve caminhar sobre o tabuleiro; e eventos compostos, por exemplo: Norte, Norte, Leste, Leste que o leva à casa de um dos seus amigos. Vale salientar que, apesar da presença desses conceitos, não esperávamos que os estudantes os externassem, uma vez que imaginávamos que eles ainda estariam se apropriando do uso e dos significados de cada peça da maquete.

À luz do modelo S.A.I., ao investigarmos a interação [S-I], observamos que apenas D2 apresentou duas dificuldades: a primeira com relação à forma de locomoção de Jefferson no bairro (tabuleiro) e a segunda no registro dos caminhos na colmeia. Exemplificando a primeira dificuldade, apresentamos o diálogo a seguir dos estudantes de D2:

D2$_1$: Ah, aqui ó! Esse... Desce!

D2$_2$: Não pode descer, não desce... Aqui dá pra descer?

P: Não pode não. Só pode ir pro leste ou pro norte.

D2$_2$: Foi, a gente só foi pra lá! Mas aí a gente não pode subir e descer.

D2$_1$: É!

A partir do diálogo estabelecido entre os estudantes, foi possível analisar a interação entre o instrumento e o sujeito, ou seja, [I-S]. No contexto dessa relação, percebemos que a restrição de que Jefferson não pode “descer”, que representaria, se possível, se locomover para o Sul, não foi explicitamente comentada, apesar de, na Tarefa 2, ter sido informado por P que ele só pode andar para o Norte ou para o Leste, o que nos leva a supor que a regra não foi adequadamente colocada para que os alunos compreendessem ou se familiarizassem rapidamente.

Ainda no âmbito desse diálogo, é possível evidenciar a interação entre os estudantes de D2 representada por [$D2_1$-$D2_2$], quando este último demonstrou ter compreendido a regra e corrigiu sua parceira, informando que Jefferson não pode andar para o Sul, na linguagem dos estudantes, descer. Salientamos que, no caso de D4, ainda que tenham resolvido a tarefa satisfatoriamente, cada estudante realizou-a individualmente, inclusive apresentando caminhos distintos para chegar à casa de Abel, o que sinalizou uma dificuldade de interação entre eles.

Quanto à segunda dificuldade, os estudantes de D2 cometeram equívocos ao registrarem o caminho na colmeia utilizando as fichas. Por exemplo, esses estudantes, apesar de verbalizarem e identificarem corretamente qual foi o amigo visitado por Jefferson, ao registrarem na colmeia, utilizaram o lado atoalhado da ficha para representar o Leste, quando o correto seria utilizar o lado liso, sendo necessário o questionamento de P como apresentado no diálogo a seguir.

P: COMO É QUE A GENTE REGISTRA O LESTE?

$D2_2$: A GENTE REGISTRA O LESTE ASSIM

P: SERÁ?

$D2_2$: DE CABEÇA PRA CIMA, O LESTE NO CASO.

P: O LESTE NÃO É O LISO? LESTE É O LISO. E O NORTE É QUE É ESSE ATOALHADO. AQUI VOCÊ FEZ, NORTE, NORTE, NORTE, NORTE.

$D2_2$: SERIA PRA CIMA. ENTÃO, SERIA DE CABEÇA PRA BAIXO.

P: AH! ENTÃO ASSIM. OK! AGORA SIM. PRONTO, OK? ENTENDERAM?

$D2_1$: VERDADE.

Quando o estudante $D2_2$ disse que “a gente registra o Leste assim”, ele mostrou a face atoalhada como podemos observar na imagem da Figura 28.

Figura 28 - Representação da face atoalhada

Fonte: Dados da pesquisa

Após a explicação de P, D2 refez a representação na colmeia, representando corretamente um caminho para chegar à casa de Abel, o que parece indicar que os estudantes foram se apropriando da forma de registro, por outro lado, a regra para o registro foi se tornando mais clara para os estudantes, estabelecendo as relações [S-I] e [I-S] satisfatórias, permitindo que os estudantes conquistem mais autonomia e segurança para avançar nas tarefas da sequência.

Resultado semelhante foi encontrado por Santos (2014) quando constatou que a manipulação dos artefatos (na nossa pesquisa, denominados de peças) não era tão imediata. A autora observou uma dificuldade no registro do caminho com as fichas na colmeia, ao analisar os resultados obtidos por três duplas formadas por estudantes cegos e videntes.

Após realizar a análise instrumental para esta tarefa, apresentamos, de forma resumida, na Tabela 4, as interações do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises.

Tabela 4 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 3

Relação	Polo I	Dx_y
[S-I]	Tabuleiro, colmeias e fichas	-
[S-I]	Tarefa	-
[$D2_1$-$D2_2$]	-	Estudantes 1 e 2 da Dupla 2

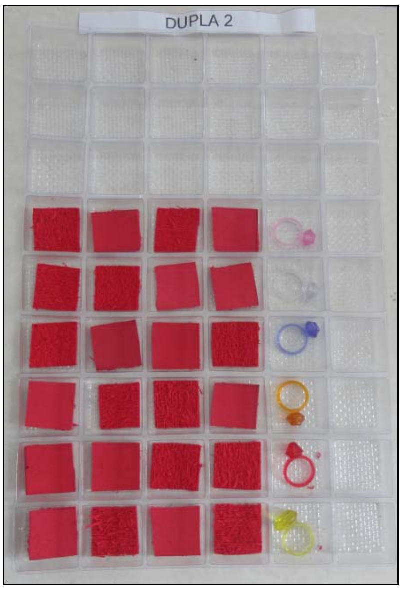
Tarefa 4

4. Existem outros caminhos para chegar à casa de Abel? Registrem na colmeia todos os que são possíveis.

Na Tarefa 4, os estudantes buscaram encontrar e registrar na colmeia os demais caminhos para chegar à casa de Abel. Os conceitos envolvidos são eventos (simples e compostos) e frequência esperada, mas, diferentemente da Tarefa 3, esperamos que os estudantes sejam capazes de apresentar todos os caminhos para chegar à casa de Abel, tendo a percepção das combinações possíveis, e, por conseguinte, trabalhando com esses conceitos ainda que seja de forma intuitiva.

A seguir, apresentamos a análise, à luz do modelo S.A.I. adaptado à nossa pesquisa, dos resultados que julgamos importantes para entendermos como esses estudantes realizaram essa tarefa. Tomando a relação [S-(I)-O], verificamos que D2 conseguiu identificar facilmente os seis caminhos possíveis para chegar à casa de Abel (Figura 29), portanto pontuamos que possivelmente foi satisfatório, para esta dupla, o papel mediador do instrumento, na relação entre o sujeito e o objeto.

Figura 29 - Registros dos caminhos à casa de Abel realizados pela Dupla 2



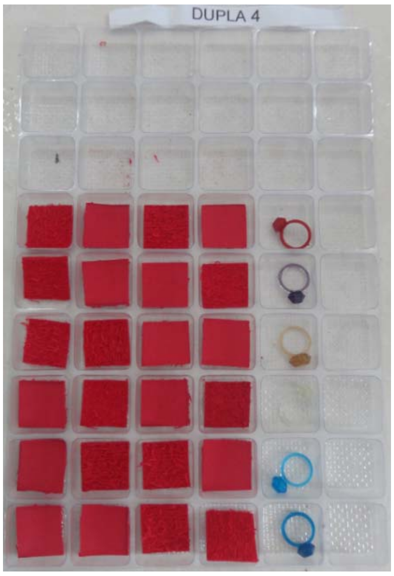
N	L	N	L		
N	N	L	L		
N	L	L	N		
L	N	N	L		
L	L	N	N		
L	N	L	N		

Fonte: Dados da pesquisa

Ainda no contexto da relação [S-(I)-O], diferentemente de D2, as duplas D1 e D4 não conseguiram, inicialmente, identificar os seis caminhos possíveis para chegar à casa de Abel, sendo necessária a interferência do pesquisador P, no sentido de incentivar as duplas a encontrarem os caminhos que faltavam. Vale salientar que, no estudo realizado por Guimarães (2014) e por Santos (2014), os sujeitos de pesquisa só conseguiram determinar quatro dos seis caminhos possíveis para chegar à casa de Abel. Nestes casos, também foi necessária a intervenção das pesquisadoras para que as duplas, formada por um estudante cego e um vidente, determinassem os outros dois caminhos. Resultado semelhante foi encontrado por Vita (2012) em seu estudo envolvendo somente estudantes cegos.

Investigando D4, depois de várias tentativas e sempre percorrendo os mesmos caminhos já registrados, P percebendo que os registros dos três primeiros caminhos iniciavam pelo Leste, e o quarto caminho iniciava pelo Norte, estimulou a dupla a raciocinar a partir desse padrão, ou seja, se já havia três iniciado com Leste deveria ter outros três iniciado por Norte. Assim, após outras tentativas, D4 encontrou os dois caminhos restantes (Figura 30).

Figura 30 - Registros dos caminhos à casa de Abel realizados pela Dupla 4

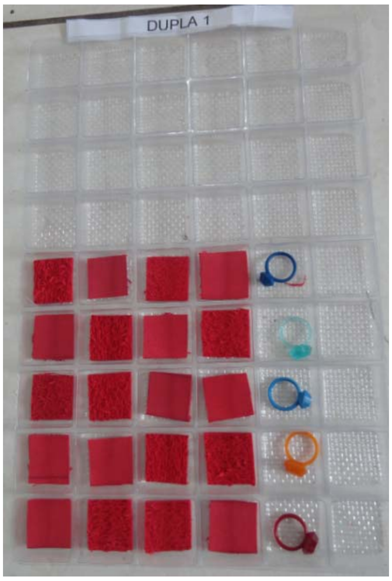


N	L	N	L		
N	L	L	N		
N	N	L	L		
L	N	L	N		
L	N	N	L		
L	L	N	N		

Fonte: Dados da pesquisa

Já D1, após diversas tentativas, identificou só cinco dos seis caminhos e considerou a tarefa finalizada (Figura 31). Salientamos que, em seguida, o pesquisador apresentou o outro caminho que faltava, para que não prejudicasse as respostas de tarefas posteriores que estão vinculadas a esse resultado.

Figura 31 - Registros dos caminhos à casa de Abel realizados pela Dupla 1



N	L	N	L		
L	N	L	N		
N	N	L	L		
L	L	N	N		
L	N	N	L		

Fonte: Dados da pesquisa

Diante desses resultados, apontamos com a análise instrumental, na relação [S-(I)-O], que as dificuldades observadas podem nos levar a várias conjecturas. Por exemplo, consideramos que até a Tarefa 3, quando investigávamos a relação [S-I], os estudantes estavam familiarizando-se com as peças da maquete, e que, a partir da Tarefa 4, eles não apresentariam maiores dificuldades para manuseá-las, mas a repetição de caminhos apresentadas por D1 e D4 parece indicar o contrário, isto é, que eles ainda não se apropriaram satisfatoriamente dos significados das peças envolvidas no desenvolvimento da tarefa. Por conseguinte, pode também dificultar as relações [S-O] e [S-(I)-O], porque partimos do princípio que a relação [I-O] é satisfatória, visto que o instrumento foi proposto para abordar os conceitos envolvidos nas tarefas.

Outra conjectura é a de que as dificuldades podem não ter sido influenciadas pela interação entre o sujeito e o instrumento, mas sejam causadas por uma limitação da relação [S-O]. Essa nossa suposição se respalda nos resultados de pesquisas com crianças na mesma faixa etária da nossa pesquisa, tais como, Watson e English (in the press) e Tonouti (2013).

Watson e English (in the press) verificaram que apenas 23% dos estudantes identificaram os quatro resultados possíveis, utilizando duas moedas, considerando que esta pesquisa apresenta resultado similar ao nosso, acreditamos que essa tarefa apresenta uma dificuldade natural, independente do artefato utilizado, por exigir dos estudantes que relacionem combinações de resultados. Tonouti (2013) também observou essa mesma dificuldade, isto é, quanto maior era o número de combinações possíveis nas questões que envolviam a construção do espaço amostral, menor foi o índice de acerto, sugerindo que os estudantes ainda encontram dificuldades para criar estratégias que os possibilitem localizar todas as combinações, sem que haja repetição.

Reapresentamos as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análise, de forma resumida, na Tabela 5,

Tabela 5 – Interação, à luz do modelo S.A.I., presente na Tarefa 4

Relação	Polo I	Polo O
[S-O]	-	Eventos simples e compostos; frequência esperada
[S-I]	Tabuleiro, colmeia e fichas	-
[S-(I)-O]	Tabuleiro, colmeia e fichas	-

Tarefa 5

5. Registrem na colmeia todos os caminhos possíveis para cada um dos demais amigos.

Nessa tarefa, em que os estudantes deveriam registrar todos os caminhos possíveis para cada um dos demais amigos de Jefferson, os conceitos envolvidos são: eventos (simples e compostos), frequência esperada e espaço amostral.

Ao final desta tarefa, todas as duplas analisadas (D1, D2 e D4) registraram satisfatoriamente todos os caminhos possíveis para Jefferson chegar às casas dos demais amigos: Babi, Beto, Duda e Pelé (Figura 32).

Figura 32 - Registros dos caminhos realizados pela Dupla 1

L	N	L	L
N	L	L	L
L	L	N	L
L	L	L	N
L	L	L	L
N	L	N	N
N	N	L	N
N	N	N	L
L	N	N	N

N	N	N	N
N	L	L	N
N	L	N	L
L	N	L	N
N	N	L	L
L	L	N	N
L	N	N	L

Fonte: Dados da pesquisa

Destacamos alguns fatos que podem contribuir para elucidar a análise instrumental. Um deles, computamos como sendo uma falta de atenção, e não desconhecimento por parte dos estudantes de D2, que ao relacionarem os caminhos para a casa de Beto, representaram cinco ao invés de quatro caminhos (Figura 33). O pesquisador P alertou a D2, e que após a constatação da repetição (destacada em negrito na Figura 33), organizou corretamente os registros.

Figura 33 - Registro dos caminhos para a casa de Beto realizado por D2 (com repetição)

L	L	L	N		
L	**N**	**L**	**L**		
L	**N**	**L**	**L**		
L	L	N	L		
N	L	L	L		

Fonte: Dados da pesquisa

Percebemos que os estudantes tiveram mais atenção em não repetir caminhos para chegar à casa de Babi, o que pode ser observado no diálogo entre eles.

$D2_2$: LESTE, NORTE, NORTE, NORTE. PERAÊ. FAZENDO NESSE! LESTE, NORTE, NORTE E NORTE. DEIXA VER SE TEM UM IGUAL. TEM UM IGUAL, ENTÃO TENTA OUTRA COISA TIPO: NORTE, NORTE, LESTE E NORTE.

$D2_2$: VAMOS VER SE A GENTE TEM ESSA. LESTE... NÃO TEMOS UM DESSE... NÃO TEMOS ESSA! PORQUE NO COMEÇO VAI LESTE, NÃO TEMOS NENHUM QUE NO COMEÇO VAI LESTE. VAI, A GENTE VAI FAZER ISSO... LESTE, NORTE...

$D2_1$: É!

A partir do diálogo e das ações de D2, fica visível o papel mediador do instrumento na relação [S-(I)-O], visto que, para atender à solicitação da tarefa, e, por conseguinte, trabalhar com os conceitos, eles manuseiam intensamente o instrumento, especificamente, o tabuleiro. Essa nossa constatação, nos leva a refletir sobre duas relações [S-O] e [S-I].

Quanto à relação [S-O], acreditamos que, uma vez que houvesse um avanço na interação entre o sujeito e o objeto, eles poderiam resolver a tarefa sem o tabuleiro, isto é, observando as combinações de Norte e Leste, determinando de forma correta todos os caminhos possíveis.

No que se refere à relação [S-I], observamos que os estudantes apresentaram um domínio cada vez maior sobre o tabuleiro, e no sentido contrário, que este se tornou eficazmente adaptado a estes sujeitos, o que nos permite inferir que, com o desenvolvimento desta tarefa, foi cada vez mais intenso o papel mediador desse instrumento entre os estudantes e o objeto, o que era esperado da maquete proposta como material didático para trabalhar com esses conceitos, evidenciando assim a relação [I-O].

Ainda observando este diálogo, foi possível colocar em destaque na análise a interação entre os estudantes, a relação [$D2_1$-$D2_2$], a existência de uma decisão negociada para o registro na colmeia, e que nos leva a crer que foi acertada a decisão de organizá-los em grupos.

Vale ressaltar que a intensidade do uso do tabuleiro como instrumento mediador, bem como essas decisões negociadas, foram tônicas observadas nas ações das outras duplas. Destacamos uma particularidade da decisão negociada de D4, que optaram por alternar a descoberta dos caminhos, demonstrando inclusive bastante entusiasmo para a realização da tarefa.

Outro fato que nos chamou a atenção foi o comentário de D2, que pode ser observado no diálogo abaixo, ao descrever o caminho para a casa de Duda, reconhecendo certa semelhança com o caminho para a casa de Pelé, demonstrando como diferença que um ia só para Leste e outro só para o Norte, evidenciando as relações já descritas.

P: VAMOS PARA CASA DE QUEM?

$D2_2$: DUDA.

$D2_1$: FACINHO. AQUI Ó! NORTE, NORTE, NORTE E NORTE!

$D2_2$: EU ACHO QUE SÓ TEM UM, SÓ TEM UM MESMO!

$D2_1$: AQUI Ó, NORTE, NORTE, NORTE, NORTE.

$D2_2$: EM DUDA SÓ TEM UM! EM DUDA, PORQUE SE A GENTE FOR PRA CÁ, A GENTE NÃO VAI PODER VIRAR PRA CÁ!

$D2_1$: É!

$D2_2$: É QUE NEM... DO... ALI DO PELÉ! PORQUE O PELÉ TAMBÉM SÓ TEM UM QUE NÃO PODEMOS IR EM OUTRO.

$D2_2$: É! AI DO PELÉ SÓ É ASSIM...

$D2_1$: AI, VAI FICAR PARECIDO, MAS TEM UM DE LESTE E UM DE LESTE...

P: AH SIM... CERTO, CERTO!

$D2_2$: QUE É A MESMA COISA SE A GENTE VIRÁ ASSIM...

$D2_1$: OLHA A DIFERENÇA!

P: E COMO É A DIFERENÇA?

$D2_2$: A DIFERENÇA, A ÚNICA DIFERENÇA É QUE AS DUAS ESTÃO VIRADAS UMA DE UM JEITO E OUTRA DE OUTRO.

Ao analisar a relação [S-O] no diálogo de D4 para o registro dos caminhos para a casa de Babi, observamos a utilização do termo "possibilidades" por $D4_1$ de forma coerente.

$D4_1$: AI... SÓ QUATRO, QUE CHATO! (referiu-se ao número de caminhos)

$D4_2$: AGORA É COM A TUA TABELA. (referiu-se à colmeia)

$D4_1$: PERAÊ. PERAÊ. DEIXA EU VER! DEIXA EU VER TODAS AS **POSSIBILIDADES**... (grifo nosso)

$D4_2$: PERAÊ, DEIXA EU VER AQUI!

Acreditamos que uma das possíveis explicações para este resultado seja a presença da expressão “caminhos possíveis” no próprio texto da tarefa, entretanto temos que considerar que, mesmo que tenha sido este motivo, ela correlaciona as palavras “possíveis” com “possibilidades”, o que pode sinalizar, por um lado a eficácia da interação entre tarefa e o conceito, relação [I-O] e por outro lado, a uma maior apropriação do conceito pelo estudante, [S-O], o que permite então refletir mais uma vez sobre a relação [S-(I)-O], só que I sendo a tarefa como mediadora e não o tabuleiro.

Reapresentamos, de forma resumida, na Tabela 6, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises, nesta tarefa.

Tabela 6 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 5

Relação	Polo I	Polo O
[S-O]	-	Eventos simples e compostos; frequência esperada
[S-I]	Tabuleiro	-
[I-O]	Tabuleiro	Eventos simples e compostos; frequência esperada
[S-(I)-O]	Tabuleiro, colmeia e fichas	Eventos simples e compostos; frequência esperada
[$D2_1$-$D2_2$] *		

*Interação entre o estudante 1 e o estudante 2 da Dupla 2

Tarefa 6

a) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Abel?
O que eles têm em comum?
b) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Duda?
O que eles têm em comum?
c) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Babi?
O que eles têm em comum?
d) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Beto?
O que eles têm em comum?
e) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Pelé?
O que eles têm em comum?

Esta tarefa contempla os conceitos como frequência esperada, padrão esperado (presente no questionamento o que eles têm em comum), espaço amostral e eventos.

Refletindo à luz da relação [S-(I)-O], observamos que as duplas, após superarem as dificuldades encontradas na tarefa anterior, não encontraram dificuldade em responder corretamente o número de visitas possíveis de Jefferson a cada amigo, sendo seis caminhos para Abel, um para Duda, quatro para Babi, quatro para Beto e um para Pelé. Esse resultado indicou a eficácia do instrumento, as colmeias contendo a resolução das Tarefas 4 e 5, como mediador entre os estudantes e os conceitos (frequências esperadas e espaço amostral) uma vez que, provavelmente, eles não tinham esses números memorizados.

Com relação ao padrão esperado nos caminhos para Jefferson chegar à casa dos amigos, iniciamos a análise com o diálogo de D1 referente à casa de Abel:

> $D1_1$: O que ele... eles tem em comum? Nada (risos)
>
> P: Nada, olha aí pros caminhos aí. O quê que precisa pra chegar na casa de Abel?
>
> $D1_1$: É... Leste e norte...
>
> P: Leste e norte, sim quantos leste e norte?
>
> $D1_1$: Um, dois, três, quatro, cinco, seis...
>
> P: Não... não... Para cada caminho, pra cada caminho!
>
> $D1_1$: Um, dois...
>
> $D1_2$: Norte... Norte, vamos ver o norte: Dois, quatro, seis.

Buscando compreender a interação entre os estudantes e o instrumento, relação [S-I], revisitamos as gravações e observamos que D1, ao responder a tarefa, fez uma leitura no sentido vertical, o que era um equívoco, já que eles haviam registrado cada caminho no sentido horizontal. Com essa análise instrumental, passamos a considerar que uma apropriação satisfatória dos instrumentos (colmeia, fichas e objetos), implicaria um registro e uma leitura correta por parte dos estudantes.

Ao final, P precisou indicar que o padrão estava relacionado à quantidade de Nortes e Lestes presentes em cada caminho, assim D1 registrou a resposta de forma escrita “2 Lestes e 2 Nortes” para a casa do Abel. Após a interferência de P, eles identificaram corretamente o padrão esperado para cada um dos demais amigos.

Quando analisamos esse resultado, percebemos que a relação [S-O], ao mostrar-se insatisfatória, o que pode ter sido fruto de uma relação [I-O] inconveniente, em que I é a tarefa, isto é, a falta de uma expressão mais adequada do que “o que eles têm em comum?” para a solicitação do padrão esperado. Nessa perspectiva, a partir da análise instrumental, podemos considerar essa inadequação como uma limitação do instrumento, o que confirma os resultados de outras pesquisas (com *Os Passeios Aleatórios da Mônica, Os Passeios Aleatórios da Carlinha, Os Passeios Aleatórios do Jefferson*) que indicaram essa mesma dificuldade dos estudantes. Por exemplo, no estudo de Guimarães (2014), as estudantes, uma cega e uma vidente, deram respostas coerentes para visitar Abel, mas vagas para o que era esperado, tais como: o movimento é sempre Leste e Norte, o caminhar quatro quarteirões, o registro feito com quadrado que tinha um lado liso e outro atoalhado.

No que se refere a D2, refletindo à luz da relação [S-(I)-O], as suas respostas também foram vagas como da pesquisa de Guimarães (2014), como pode ser observado no diálogo entre os estudantes e o pesquisador para a casa de Abel.

> $D2_1$: É porque tem uns que são diferentes e outros que são iguais.
>
> P: Como? Vê aí, vê aí... olha pra casa de Abel!
>
> $D2_2$: Que todos são diferentes.
>
> P: Todos diferentes como?
>
> $D2_2$: Todos diferentes, como esse já são... Esse já tem leste, norte, leste, norte. Aí... Já esse é leste, leste, norte, norte. Aí já são diferentes... Aí já são diferentes.

Apesar dessas solicitações do pesquisador, D2 não conseguiu perceber o que os caminhos têm em comum para Abel, não respondendo a esse questionamento.

Para os demais amigos, após extensos diálogos com o pesquisador, os estudantes de D2 conseguiram determinar o que existia de comum para os caminhos dos demais amigos. Salientamos três ocorrências que nos chamaram a atenção. A primeira é que o pesquisador conduziu os estudantes a refletirem primeiro sobre o caminho de Pelé e de Duda, que só tinha Leste e só Norte, respectivamente; o que pode ter auxiliado nas respostas dos estudantes para os casos de Babi e Beto. A segunda é que, em alguns momentos, esses estudantes, da mesma forma que D1, efetuaram uma leitura equivocada dos registros na colmeia. E a terceira quando $D2_2$, em diálogo com P, questionou sua própria resposta à questão do que tem em comum entre os caminhos para chegar à casa de Duda, conforme podemos observar a seguir:

> $D2_2$: Tem em comum né? Mas, também a gente não vai saber assim... saber direito o que vai responder porque só tem um caminho.
> P: Certo!
> $D2_2$: Aí, não tem uma coisa pra dizer se é igual ou não é igual.

De fato, os estudantes dessa dupla já haviam dado a resposta, inclusive de forma correta, porém demonstram ter percebido uma incoerência na pergunta, dizendo não saber como responder à solicitação de “o que os caminhos têm em comum” para chegar à casa de Duda, visto que só havia um caminho. Ao analisar esse procedimento, colocando em evidência a relação [S-I], podemos entender que esses estudantes foram capazes de emitir uma opinião crítica ao instrumento (tarefa).

Refletindo sobre os demais resultados de D2, achamos desnecessário apresentar uma análise a partir do modelo S.A.I., uma vez que esses resultados são semelhantes aos apresentados por D1; com exceção da interferência do pesquisador. Vale lembrar que não faz parte do escopo dessa pesquisa considerar a interação, à luz do modelo S.A.I., entre o pesquisador e os estudantes.

Quanto a D4, foi necessário também a presença de P para incentivá-los a buscar o padrão esperado para casa de Abel, como podemos verificar no diálogo a seguir.

> P: Não, não apague não! Apague não. Escreva embaixo! Mas, assim... a gente tá falando da casa de Abel, então todos vão para a casa de Abel aí, são os seis caminhos para ir pra casa de Abel. Só que você, olhando pra colmeia, vocês dois, olhando pra colmeia, olhe são seis caminhos diferentes, certo? Você acha que esses caminhos tem alguma coisa

> PARECIDA, OLHANDO PRA COLMEIA O QUE É QUE ELE TEM PARECIDOS SE TEM ALGUMA COISA PARECIDA.
>
> D4$_2$: "TEM... TEM AQUI Ó! AQUI VAI DOIS, AQUI VAI DOIS, AQUI VAI DOIS, AQUI VAI DOIS, AQUI VAI DOIS E AQUI VAI DOIS... CADA UM VAI UMA QUANTIDADE DO MESMO CAMINHO!"

No diálogo acima D4$_2$ se referiu ao número de Nortes em cada caminho que leva à casa de Abel, registrando na forma escrita "porque todos os caminhos tem 2 caminhos para cima e dois para o lado". Analisando essa resposta à luz da relação [S-O] verificamos que a interação entre os estudantes e o conceito (padrão esperado) foi satisfatória. Esse resultado parece colocar em evidência a presença do instrumento mediador (tabuleiro), ou seja, a relação [S-(I)-O], uma vez que eles trazem como resposta os movimentos feitos no tabuleiro. Portanto, entendemos que eles utilizaram uma linguagem não usual para o que esperávamos como resposta desta tarefa, qual seja: dois Nortes e dois Lestes.

No que se refere ao padrão esperado nos caminhos dos demais amigos, D4 só não reconheceu o padrão para a casa de Beto, respondendo "nada, não tem nada em comum". Esse resultado nos permite inferir que acertos e erros podem fazer parte de uma construção mais eficiente do conceito por parte do estudante, assim, potencializando ou a relação [S-(I)-O] quando houver a presença do instrumento ou apenas a relação [S-O].

Reapresentamos, de forma resumida, na Tabela 7, as interações do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises, nesta tarefa.

Tabela 7 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 6

Relação	Polo I	Polo O
[S-O]	-	Padrão observado
[S-I]	Tarefa	-
[I-O]	Tarefa	Frequência esperada, padrão esperado, espaço amostral, eventos simples e compostos.
[S-(I)-O]	Tabuleiro	Frequência esperada e espaço amostral.

Tarefa 7

7. Qual o total de caminhos possíveis para Jefferson visitar todos os amigos?

Na Tarefa 7, o conceito envolvido foi o espaço amostral, evidenciando o número total de elementos contidos nesse conjunto. Como as duplas, ao final das Tarefas 5 e 6, responderam corretamente aos questionamentos no que se refere ao número de visitas de Jefferson a cada um dos amigos, não tiveram dificuldade para informar dezesseis caminhos no total, que para nós representava justamente o número de elementos do espaço amostral.

Avaliando as ações que os estudantes desenvolveram para responder a tarefa, observamos que eles direcionam seus olhares para as colmeias (I), fazendo o reconhecimento de todos os caminhos possíveis para se chegar à casa de cada um dos amigos de Jefferson, visto que eles não tinham mentalmente esse número e precisaram do instrumento, o que nos permite inferir a presença do mesmo como mediador na interação entre sujeitos e o conceito, evidenciando a relação [S-(I)-O], o que também, por conseguinte, reflete a eficácia do instrumento para abordar esse conceito, destacando a relação [I-O].

Reapresentamos, de forma resumida, na Tabela 8, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises, nesta tarefa.

Tabela 8 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 7

Relação	Polo I	Polo O
[I-O]	Colmeia	Espaço amostral
[S-(I)-O]	Colmeia	Espaço amostral

Tarefas 8 e 9

8. Separe cada tipo de objeto que está na colmeia em cinco copos. Em outra colmeia, utilizando os objetos que estão nos copos, represente a quantidade de caminhos possíveis para o Jefferson visitar cada um dos seus amigos.

Na Tarefa 8, os estudantes deveriam construir o pictograma das frequências esperadas de visitas de Jefferson a cada um dos amigos, utilizando as peças de registro, isto é, a colmeia e os objetos.

9. Imaginem que vocês tenham que explicar para o Jefferson o que está representado na colmeia. O que vocês escreveriam?

Na Tarefa 9, as duplas deveriam explicar o que está representado no pictograma. Nessas duas tarefas, os conceitos envolvidos são: frequência esperada e espaço amostral.

Para cada dupla, iniciamos pela exposição dos pictogramas construídos e, em seguida, apresentamos a análise instrumental dos resultados em conjunto das Tarefas 8 e 9.

No que se refere a D1, os estudantes construíram uma primeira representação (Figura 34) considerada não usual para o que esperávamos como um pictograma nos moldes em que ele é proposto na escola; fato que levou o pesquisador a questionar se dessa forma estava "bom", fazendo-os refletir sobre sua construção, como podemos observar no diálogo a seguir:

P: VOCÊS ACHAM QUE ASSIM ESTÁ BOM?

$D1_1$: NÃO! PÉRA

Após essa interferência do pesquisador, os estudantes organizaram uma segunda representação, mas ainda também não usual (Figura 34).

Figura 34 - Pictogramas das frequências esperadas construído por D1 (1ª e 2ª representações)

Primeira representação Segunda representação

Fonte: Dados da pesquisa

Após a segunda representação, P continuou estimulando a dupla com um intuito dos estudantes perceberem que o pictograma poderia ser representado de outra forma.

P: Vocês acham que assim tá bom agora?

$D1_1$: Tá!

$D1_2$: Sim!

$D1_1$: Achamos que tá bom...

P: Ei... Do jeito que tá aí, ó do jeito que tá, vocês acham que qualquer pessoa que pegasse esse... Isso daqui daria pra saber quantas visitas teve cada um dos amigos?

$D1_1$: Não!

P: Do jeito que tá aqui?

$D1_1$: Dá!

P: Dá?

$D1_1$: Eu acho que dá.

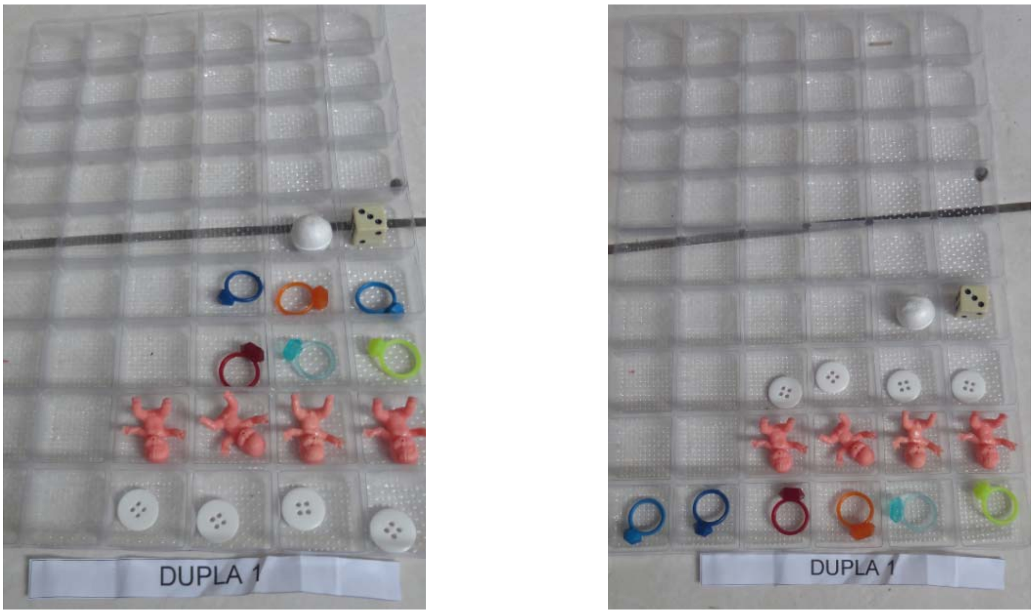
P: Por que você acha que dá?

$D1_1$: Porque mostra tudo. Do mesmo jeito né...

P: NÃO, EU TENHO QUE FICAR OLHANDO PRA CONTAR NÃO É? VÁ... VÁ, AJUDA ELE! VOCÊS ACHAM QUE ASSIM TÁ MELHOR?

Neste momento D1$_1$ organiza sucessivamente mais duas representações que também foram questionadas por P (Figura 35).

Figura 35 - Pictogramas das frequências esperadas construídos por D1 (3ª e 4ª representação)

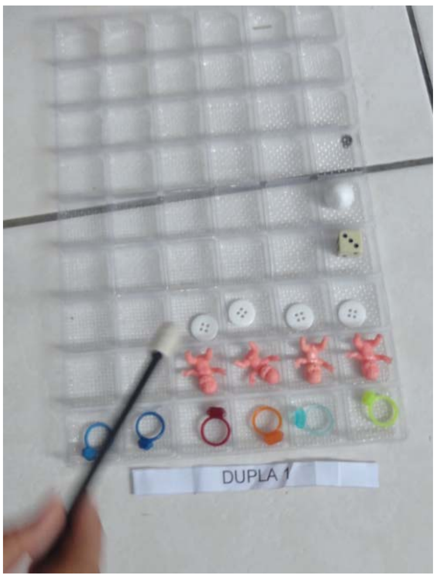


Terceira representação | Quarta representação

Fonte: Dados da pesquisa

Por fim, D1 apresenta o último pictograma (Figura 36).

Figura 36 - Pictograma das frequências esperadas construído por D1 (representação final)



Fonte: Dados da pesquisa

Para a análise dessas cinco representações, evidenciamos a relação [S-O], porque nos interessávamos em analisar a interação entre os estudantes e o conceito (frequências esperadas) no transcorrer da construção dessas representações. Na primeira representação, os estudantes a construíram de acordo com o seu conhecimento, mas como dito, com a interferência do pesquisador, eles colocaram na colmeia os anéis de forma mais agrupada; a bola e o dado, como só tinha um de cada, deixaram mais próximos. Na terceira representação, os tipos de objetos ficam mais separados, indicando uma seleção dos mesmos.

Na quarta representação, além da seleção, aparece uma organização em ordem decrescente, mas ainda com a bola e dado na mesma linha da colmeia. E na quinta, eles apresentaram o pictograma usualmente ensinado na escola, e era esse modelo que tínhamos em mente.

E para saber se foi casual ou se havia alguma intenção para que os estudantes considerassem esta última representação como sendo a final, o pesquisador fez ainda alguns questionamentos, conforme o diálogo a seguir, que também foi considerado com a resposta para a Tarefa 9:

P: Vocês acham que fica melhor assim? Ficou melhor?

$D1_1$: Ficou.

$D1_2$: Ficou. Porque esse daqui dá pra contar quantos caminhos dá pra Babi né? Babi. Pra...

P: Isso... Vá fala!

$D1_2$: Abel, Duda e Pelé.

P: Ah...

$D1_2$: Dá pra contar melhor que assim dá caminhos diferentes.

P: Ok! Muito bem! ...

O diálogo confirmou a nossa suposição de que os estudantes tornavam-se paulatinamente mais eficientes para lidar com a representação das frequências esperadas, portanto evidenciando a relação [S-O] cada vez mais de forma satisfatória. Ressaltamos que essa eficiência se refere à seleção por tipo e em seguida a ordenação dos objetos, o que pareceu indicar que os estudantes, com esse procedimento, buscaram dar significados coerentes, em uma escala crescente, para as suas construções.

Na busca de maior compreensão sobre essa eficiência, lançamos mão da relação [S-(I)-O], para inferir sobre uma possível mediação do instrumento (colmeia e tarefa) na interação entre os estudantes e o conceito. No que se refere à colmeia, entendemos que a sua própria estrutura em linhas e colunas, pode ter contribuído como uma guia de referência, e quanto à tarefa, destacamos a instrução, que já solicitava aos estudantes a separação dos objetos em cinco copos antes de mesmo de organizá-los na colmeia.

Nesse contexto, refletimos que todas as representações poderiam ser consideradas corretas, mas do ponto de vista do conceito de frequência esperada, era importante a seleção por tipo e organização por ordem, justamente para dar maior destaque, melhorar a visualização das informações nelas representadas, o que nesta tarefa consideramos como um pictograma construídos nos moldes escolares. Reforçamos essa nossa afirmação, observando o resultado apresentado por Santos (2014), quando da construção do pictograma por uma estudante cega. Essa autora questionou à estudante se com um pictograma similar à quinta representação de D1, facilitaria saber quem tinha sido menos visitado e mais visitado. A estudante respondeu que sim, dizendo que Abel foi mais visitado e Pelé e Duda os menos visitados. Explicou que fez o gráfico dessa forma porque facilitava a leitura, demostrando com movimentos da mão, que usava o final da colmeia como guia de referência, indo então de forma gradativa do amigo mais visitado para o menos visitado.

Da mesma forma que a dupla analisada anteriormente, analisamos que D2 apresentou um pictograma também de uma forma não usual, como pode ser observado na Figura 37.

Figura 37 - Pictograma das frequências esperadas construído por D2 (primeira representação)

Fonte: Dados da pesquisa

Para termos mais elementos para analisar essa representação, buscamos o diálogo entre P e D2.

> P: Vocês acham que essa arrumação que vocês fizeram aí fica mais fácil pra contar pro amiguinho?
>
> D2$_2$: Sim!
>
> P: O que é que vocês acham?
>
> D2$_1$: Ah han!
>
> D2$_2$: A gente que é do quarto ano dá pra ver mais fácil.
>
> P: Do quarto ano sabe mais fácil? Por que, diga aí por quê?
>
> D2$_2$: Porque a gente já sabe todas as coisas de Matemática, né. É...
>
> P: Como é, diga aí?
>
> D2$_2$: Aqui tem seis não é? Mas aí eu contaria assim: quatro mais... Quatro... Tem quatro aqui... Quatro mais quatro dá oito mais dois dá dez, mais seis dá dezesseis.

Observamos que D2 justificou a organização do pictograma pela facilidade de contar o número de caminhos, e nesse sentido utilizou a seleção por tipo de objeto. No entanto, o pesquisador tentou mais uma vez que os estudantes apresentassem a representação nos moldes escolares, falou para eles:

P: DO JEITO QUE VOCÊS ARRUMARAM AÍ ERA FÁCIL PRA DIZER PRO AMIGUINHO, OLHA VISITOU MAIS FULANO VISITOU MENOS BELTRANO, COMO É QUE A GENTE FAZ AÍ. DO JEITO QUE ESTÁ REPRESENTADO AÍ?

Após esta indagação, D2 reorganizou os objetos, construindo o pictograma apresentado na Figura 38.

Figura 38 - Pictograma das frequências esperadas construído por D2 (representação final)

Fonte: Dados da pesquisa

Notamos que, em sua mudança, D2 também priorizou uma organização em linhas de forma decrescente, com vistas a facilitar a leitura das informações presentes. Para construirmos um melhor juízo dessa representação, investigamos o seguinte extrato de diálogo:

P: O QUE É QUE VOCÊ ACHA, PRA AVISAR AO AMIGUINHO QUANTAS VEZES VISITOU ABEL, BABI... QUAL DAS ARRUMAÇÕES SERIAM MELHOR, AQUELA ANTERIOR OU ESSA?

$D2_2$: ESSA! PORQUE ASSIM, TODOS OS QUE JÁ TÊM AS BONECAS, OS BOTÕES, ASSIM... JÁ ESTÃO JUNTOS, SÓ ELES JUNTOS, DÁ PRA SABER A QUANTIDADE, PORQUE ESTÃO MAIS JUNTINHOS.

P: Ah, você acha que assim facilita? E você acha que só crianças de quarta série sabem fazer coisas assim? Por que elas já aprenderam alguma coisa na escola.

$D2_2$: Não, só assim da quarta série num... num... Não iria só a gente saber outras séries também iriam saber...

P: Ah... Outras séries também iriam saber... Outras séries mais avançadas ou menos avançadas?

$D2_2$: Assim, tipo segundo ano iriam saber também.

P: Ah...

$D2_2$: Porque aí ia poder contar e ia saber mais fácil.

Percebemos que D2 ao comparar um pictograma com o outro, o faz de forma coerente e demonstra ter consciência de que o segundo, por ter os objetos mais agrupados, facilitaria a leitura do número de visitas de Jefferson a cada amigo, até por estudantes de anos menos avançados.

Além do que pudemos verificar no diálogo, D2 registra de forma escrita a maneira como explicariam o que estava representado na colmeia, respondendo ao questionamento da Tarefa 9 da seguinte forma: “todos os objetos estão representando os caminhos que você poderia fazer”.

Por considerarmos que os resultados são semelhantes aos de D1, não apresentamos as relações do modelo S.A.I para não nos tornarmos repetitivos.

Para analisar a construção de D4, observamos na filmagem que os estudantes estabeleceram, antes mesmo da construção do pictograma, um diálogo com o pesquisador, como podemos observar a seguir:

$D4_1$: Tem que colocar em ordem?

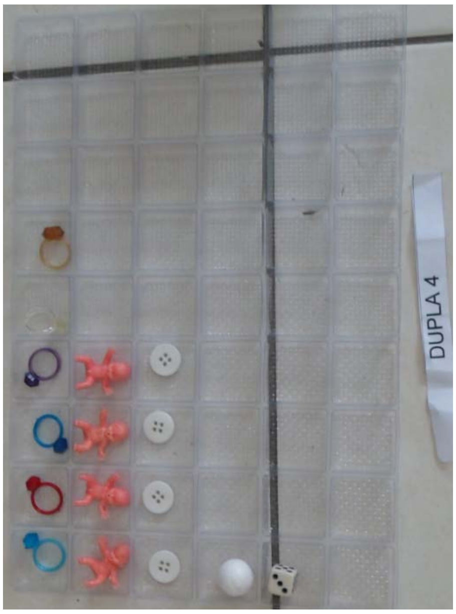
P: Tem que colocar do jeito que vocês imaginarem.

$D4_1$: Pode colocar?

P: Pode, do jeito que vocês acharem que deve ser, tá? Pelé, só tem um caminho, né? Pode colocar... Já acabaram?

Após receber a orientação do pesquisador que poderiam organizar da forma que achassem melhor, eles manipularam os objetos e construíram o pictograma que pode ser observado na Figura 39.

Figura 39 - Pictograma das frequências esperadas construído pela Dupla 4



Fonte: Dados da pesquisa

Buscando compreender que motivos levaram esses estudantes organizarem o pictograma dessa forma, lançamos mão do seguinte diálogo:

P: Vocês acharam que ficou bom assim?

D4$_{2}$: Que ficou em ordem de...

P: É! Eu vi que você tirou a bolinha que estava aqui e botou pra cá, não foi. Por quê?

D4$_{2}$: Pra ficar em ordem, aqui tem um e aqui tem um, então pra diferenciar

D4$_{1}$: Eu entendi, do menor pro maior.

Com relação à Tarefa 9, D4 registrou, por escrito, sua resposta da seguinte forma: “Os caminhos em ordem para saber quantos têm para cada amigo”.

Analisamos que os estudantes demostraram eficiência ao lidar com o conceito, assim concluímos que a relação [S-O] foi satisfatória, porque eles, logo em sua primeira representação, apresentaram o pictograma que esperávamos. Aproveitamos esse fato para inferir que a relação [S-(I)-O] também pode ser considerada satisfatória, tendo a colmeia e as tarefas como um eficaz instrumento mediador.

Ao final, considerando os resultados das três duplas, evidenciamos a relação [I-O], e inferirmos que o instrumento (I), representado pela colmeia, objetos e tarefas, possibilitou aos estudantes materializarem o conceito de frequência esperada (O) em um pictograma, facilmente interpretado pelos mesmos, visto que eles atribuíram algum sentido às informações ali representadas.

Reapresentamos, de forma resumida, na Tabela 9, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises, nesta tarefa.

Tabela 9 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes nas Tarefas 8 e 9

Relação	Polo I	Polo O
[S-O]	-	Frequência esperada
[I-O]	Colmeia, objetos, tarefas	Frequência esperada
[S-(I)-O]	Colmeia, objetos, tarefas	Frequência esperada

Tarefa 10

Recordando:
Jefferson resolveu visitar os seus amigos utilizando sorteios, tocando uma campainha; se saísse o som “pim”, andaria um quarteirão para o Norte, se saísse o som “pom”, um quarteirão para o Leste. Cada jogada representava andar um quarteirão. Jefferson deveria tocar a campainha quatro vezes para poder chegar à casa de um dos amigos e dar um presente para a sua coleção.

Observando a colmeia organizada na questão 8, vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não. Quais são as chances:
( ) Sim. Qual é a chance:

Por que vocês acham isso:

Os conceitos envolvidos nessa tarefa são: chance e possibilidade de ocorrência de eventos. Esperávamos que os estudantes respondessem que nem todos os amigos têm a mesma chance e justificassem de maneira coerente, ou seja, observando o pictograma da Tarefa 8, poderiam responder que Abel tinha mais chance, seguidos de Beto e Babi, e por fim, Duda e Pelé com menos chance, mesmo tratando esses conceitos de maneira informal.

Salientamos que, nessa tarefa, o questionamento é o mesmo feito na Tarefa 2, a menos da solicitação de observar a colmeia organizada na Tarefa 8.

Ao contrário do que esperávamos, D1 declarou que “Sim”, apresentando a seguinte justificativa “todos são amigos e têm a mesma chance de serem visitados”. Observamos que os estudantes utilizaram expressão similar à resposta da Tarefa 2. Buscando elementos esclarecedores para tal resultado, revisitamos a filmagem, e percebemos que, apesar de o pesquisador ter estimulado os estudantes a dar uma explicação para a sua resposta, inclusive solicitando que observassem a colmeia da Tarefa 8, eles nem olharam, nem manusearam o registro, mantendo, assim, a resposta inicial. Uma possível explicação pode ter sido o cansaço.

Observando a resposta de D2: “Não, as chances de uma pessoa ser visitada mais de uma vez”, e a justificativa “porque pode cair a mesma coisa”, verificamos eles mantiveram a mesma resposta para a Tarefa 2.

D4 respondeu “Sim, vai ser uma coisa justa” e justificou “vai ser uma coisa justa”. Ao buscarmos esclarecimento sobre essa resposta, analisamos o seguinte diálogo:

> P: E aí? Vá, tão pensando? Vamos, *voc*ê disse que, a gente tem cinco amigos aqui né? Eu vou sortear, qual é a chance do amigo ser sorteado, no caso, o que tá perguntando aí, qual é a chance? Nada? Sabe responder não?
>
> $D4_2$: A chance é a mesma. Porque vai ser sempre, que nem ali, sorteou caiu Abel... A chance vai ser a mesma. Porque vai ser uma coisa justa! (grifo nosso)

Analisando à luz da interação [S-O], pontuamos que os estudantes demostraram compreender a aleatoriedade envolvida na nova forma de visita, e eles utilizaram o termo justo como a mesma chance de ocorrência, ou seja, equiprobabilidade. Mesmo não sendo a resposta que esperávamos, consideramos como sendo coerente, pois entendemos que os estudantes se referiam a apenas um sorteio, tomando os amigos de Jefferson como sendo o espaço amostral e, dessa forma, teriam razão em responder que todos têm a mesma chance. Essa análise traz elementos que sinalizaram a dubiedade de informação na instrução da tarefa, representando o instrumento, que nos levou considerar com a relação [I-O], a insuficiência desse instrumento para se trabalhar o conceito como se espera.

Ressaltamos que, ao observarmos as filmagens, não podendo inferir que as respostas dos estudantes foram, ou não, influenciadas pela colmeia, não estabelecemos nenhuma análise a respeito da interação [S-(I)-O].

Na Tabela 10 apresentamos, de forma resumida, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análise nesta tarefa.

Tabela 10 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 10

Relação	Polo I	Polo O
[S-O]	-	Aleatoriedade, chance
[I-O]	Tarefa	Frequência esperada
[S-(I)-O]	Colmeia	Frequência esperada

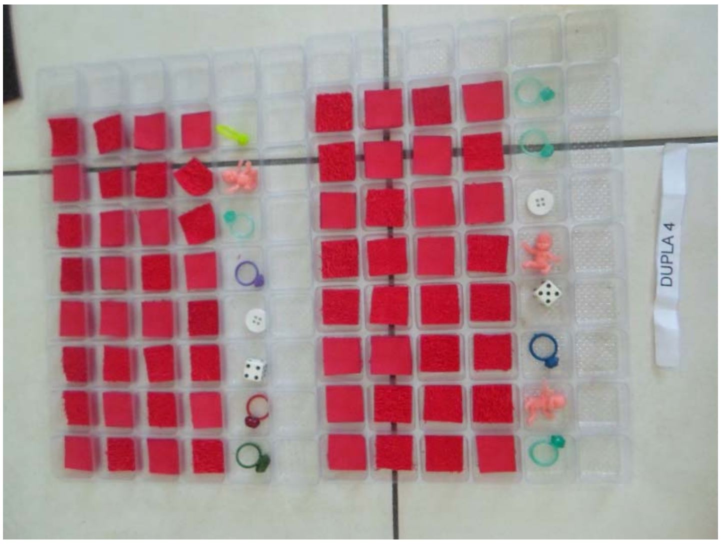
Tarefa 11

Agora vocês vão fazer 16 sorteios (cada sorteio a campainha deve ser tocada 4 vezes) para ver o que acontece na prática com as visitas do Jefferson. Registrem na colmeia cada um dos caminhos sorteados e no quinto espaço da linha coloquem o objeto que representa o amigo visitado.

Os conceitos envolvidos nessa tarefa são: aleatoriedade e frequência observada. Para realizar a Tarefa 11, as duplas realizaram o sorteio para o Jefferson visitar os seus amigos usando uma campainha sonora que indicava o sentido Norte ou Leste, dependendo do som “Pim” ou “Pom”, respectivamente.

De uma maneira geral, as duplas não apresentaram dificuldades em realizar esta tarefa de forma satisfatória (Figura 40).

Figura 40 - Registro das frequências observadas da experimentação realizada por D4



N	N	L	L
L	N	N	N
N	L	L	N
N	L	N	L
L	L	L	N
N	N	N	N
N	L	N	L
L	N	L	N

N	L	N	L
N	L	L	N
L	N	L	L
N	N	L	N
N	N	N	N
L	L	N	N
L	N	N	N
L	N	N	L

Fonte: Dados da pesquisa

Observamos apenas que, no início desta tarefa, o estudante D2$_1$ apresentou certa dificuldade ao registrar corretamente o resultado do sorteio na colmeia, o que consideramos apenas uma falta de atenção, uma vez que ele já demonstrava ter se apropriado do instrumento e de seus significados nas tarefas anteriores, registrando o Norte com a face lisa da ficha. Apesar desse equívoco inicial, que foi logo corrigido por ele mesmo, o desenvolvimento da tarefa (Figura 41) transcorreu, de forma geral, com muita motivação.

Figura 41 - D2 realizando a Tarefa 11

Fonte: Dados da pesquisa

Os resultados satisfatórios das três duplas na realização dessa tarefa parecem indicar que os estudantes já estavam bem familiarizados com as peças da maquete, assim, à luz do modelo S.A.I., ao evidenciarmos a relação [S-I], constatamos a habilidade dos estudantes na manipulação de todas as peças da maquete (campainha, colmeia, ficha, objetos, tabuleiro, porta-copos), no sentindo contrário, [I-S], que o instrumento mostrou-se totalmente conveniente para que o estudante realizasse a tarefa.

Ao analisar o desenvolvimento da experimentação aleatória, nas filmagens, observamos, a partir da relação [S-(I)-O], com I sendo representado pela campainha e O como o conceito de aleatoriedade, que os estudantes ficaram bastante estimulados a realizar a tarefa com o uso do instrumento, por ter permitido que os sorteios fossem realizados de uma forma mais rápida, evidenciando, por conseguinte, uma relação [I-O] coerente. Santos (2014) e Guimarães (2014) fizeram comentários similares nos seus estudos quanto ao uso da campainha pelos estudantes investigados.

Na Tabela 11, apresentamos, de forma resumida, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises nesta tarefa.

Tabela 11 – Interações, à luz do modelo S.A.I., presentes na Tarefa 11

Relação	Polo I	Polo O
[S-I]	Maquete (peças)	-
[I-O]	Campainha	Conceito de aleatoriedade
[S-(I)-O]	Campainha	Conceito de aleatoriedade

Tarefa 12

Separem cada tipo de objeto que está na colmeia em cinco copos. Em outra colmeia, utilizando os objetos que estão nos copos, representem a quantidade de visitas que Jefferson fez a cada um de seus amigos.

Nesta tarefa, o conceito envolvido é a frequência observada. Os estudantes construíram o pictograma da frequência observada nos resultados da experimentação realizada na Tarefa 11, conforme as orientações. Os pictogramas construídos pelos estudantes podem ser observados das Figuras 42 a 44.

Figura 42 - Pictograma das frequências observadas construído por D1

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 43 **-** Pictograma das frequências observadas construído por D2

Fonte: Dados da pesquisa

Figura 44 - Pictograma das frequências observadas construído por D4

Fonte: Dados da pesquisa

Verificando as filmagens, constatamos que os estudantes realizaram a tarefa com rapidez, provavelmente fruto da vivência na Tarefa 8, a qual propiciou aos estudantes uma apropriação desse modelo de representação, isto é, a atribuição de significado para as informações ali representadas. A partir desses resultados, evidenciamos que a presença de uma relação [S-(I)-O] foi satisfatória.

Na Tabela 12, apresentamos, de forma resumida, as interações entre os polos do modelo S.A.I., utilizadas como categorias de análises, nesta Tarefa 12.

Tabela 12 – Interação, à luz do modelo S.A.I., presente na Tarefa 12

Relação	Polo I	Polo O
[S-(I)-O]	Colmeia	Frequências observadas

Tarefa 13

Após o sorteio, vocês acham que todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não. Quais são a chances:
( ) Sim. Qual é a chance:

Por que vocês acham isso:

Esperávamos que os estudantes percebessem a diferença entre o que se espera e o que é observado com os sorteios, estimando a possibilidade de visitas de Jefferson a cada um dos amigos. Nesta tarefa, consideramos o envolvimento de todos os conceitos abordados nessa sequência.

Analisamos, a seguir, para cada uma das duplas, a resolução da tarefa.

Iniciando pela D1, observamos, no diálogo a seguir, uma insegurança na resposta, alternando-a entre “não” e “sim” quando questionado por P.

> $D1_2$: APÓS O SORTEIO VOCÊS ACHAM QUE TODOS OS AMIGOS TÊM A MESMA CHANCE DE SEREM VISITADOS? (faz a leitura da Tarefa 13 e responde)
> $D1_2$: NÃO!
> P: E AÍ, DEPOIS DE TUDO QUE VOCÊS FIZERAM, VOCÊS AINDA ACHAM QUE TODOS OS AMIGOS TÊM A MESMA CHANCE DE SEREM VISITADOS?
> $D1_1$: SIM!
> $D1_2$: SIM!
> P: DEPOIS DE TUDO QUE VOCÊS FIZERAM.
> $D1_1$: NÃO...

Em seguida, em atendimento à pergunta “Por que vocês acham isso”, D1 tenta explicar, sem estabelecer uma relação com a chance, baseando-se apenas no pictograma das frequências observadas. No diálogo abaixo, podemos constatar essa observação e, a partir dele, tecer novos comentários.

> $D1_2$: PORQUE, PORQUE TEM QUE SER: UM, DOIS, TRÊS, QUATRO, CINCO, SEIS, SETE. TEM QUE UM SER SETE VEZES VISITADO, O OUTRO TEM QUE SER QUATRO VEZES E, O OUTRO QUATRO E UM UMA VEZ SÓ, UMA VEZ NA SEMANA. (grifo nosso)
> P: PESSOAL, ERAM DIFERENTES...
> $D1_2$: AQUI PODE SER: DOMINGO, SEGUNDA, TERÇA, QUARTA, QUINTA, SEXTA E SÁBADO. E AQUI VAI SER: DOMINGO, SEGUNDA, TERÇA E QUARTA. AQUI, VAI SER: QUINTA, SEXTA, SÁBADO E DOMINGO.
> $D1_1$: SEGUNDA-FEIRA!
> $D1_2$: E AQUI VAI SER SÓ SEGUNDA.
> P: HUM, É PORQUE SÃO DIFERENTES AS... AS... AS CHANCES DE CADA UM?

D1$_2$: São!

P: É o número de visitas de cada um é diferente é isso?

D1$_2$: É!

P: É? D1$_1$ o que você fala, você concorda, discorda? Quê, que você acha?

D1$_1$: Eu concordo!

D1 não relaciona os resultados obtidos pelo sorteio com a incerteza de ocorrência delas quando afirma “... tem que ser sete vezes, o outro tem que ser quatro vezes ...”, supomos, com isso, que não perceberam a aleatoriedade existente no sorteio. Apesar de não ter respondido como o esperado, observamos uma tentativa de justificar a partir dos resultados obtidos nas tarefas e ao contexto da história, abandonando a resposta inicial de que todos tinham a mesma chance porque “todos são amigos”. À luz da relação [S-O], percebemos que houve uma diferenciação na resposta desses estudantes, mesmo que ainda utilizando uma linguagem informal.

No que se refere a D2, nas Tarefas 2 e 10, observamos as respostas “Não, porque uma pessoa pode ser várias vezes visitada”, justificando da seguinte forma: “porque pode sair a mesma coisa”, se referindo ao sorteio. Já nesta tarefa eles responderam: “Não. Porque nós não sabemos o que vai cair” (grifo nosso), justificando que “porque um pode ir mais de uma vez”. À luz da relação [S-O], inferimos que os estudantes notaram a presença da incerteza num fenômeno aleatório, bem como os conceitos de aleatoriedade e chance (O), mesmo que intuitivamente, demonstrando um amadurecimento na linguagem.

Com relação à Dupla 4, quando questionados novamente se achavam que todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados, responderam da seguinte forma: “Não. Abel tem mais chances” e justificaram “porque existem mais caminhos para a casa de Abel”.

Antes de analisar essa resposta, recordamos a resposta à Tarefa 2, na qual D4 respondeu “Não. O Duda e o Pelé têm mais chances de serem visitados” e justificaram “porque para ir às casas de Babi, Abel e Beto não poderia ter sorteio” e à Tarefa 10, “Sim. Vai ser uma coisa justa”.

Observamos que antes da experimentação, D4 não demonstrou conhecimento a respeito dos conceitos envolvidos nessas tarefas, apresentando respostas sem fundamentos e, assim, analisando à luz da relação [S-O], podemos perceber que os estudantes dessa dupla notaram a presença da incerteza num fenômeno aleatório, os conceitos de aleatoriedade e chance (O), demonstrando um amadurecimento na forma de se expressar e no entendimento do contexto como um todo.

Na Tabela 13, apresentamos os conceitos básicos de Probabilidade abordados nesta tarefa e evidenciados ao analisar a relação [S-O] do modelo S.A.I.

Tabela 13 – Interação, à luz do modelo S.A.I., presente na Tarefa 13

Relação	Polo O
[S-O]	Conceitos básicos de Probabilidade: eventos simples e compostos, espaço amostral, probabilidade de eventos simples e compostos, situação determinística, experimento aleatório, frequências esperada e observada, padrões observados e esperados

Por fim, após realizarmos a análise instrumental dos dois blocos de atividades, quais sejam: *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho* e *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*; apresentamos, na seção seguinte, os principais resultados dessa análise, com o intuito de reforçar os nossos argumentos para responder à questão de pesquisa que norteou esta tese.

4.3 Principais resultados

A análise instrumental foi desenvolvida tarefa a tarefa, sendo que apresentamos os principais resultados considerando os dois blocos de atividade.

Primeiro bloco: O jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho* era composto de duas atividades, em que, na primeira, os estudantes tinham que determinar uma forma justa de iniciar o jogo, e, na segunda, executar o jogo. Salientamos os seguintes resultados:

Primeira atividade: Investigando a relação [S-O], isto é na direção da interação entre os estudantes (S) e os conceitos supracitados (O), observamos que a participação dos estudantes foi determinante para que eles pudessem compreender que, para realizar uma escolha justa, o método a ser adotado deveria ser um experimento aleatório, em que todos os participantes tivessem a mesma chance de ser escolhido. Por outro lado, refletindo na direção da interação entre os conceitos e os estudantes [O-S], consideramos que a atividade foi conduzida de maneira satisfatória, tratando os conceitos no nível do entendimento dos estudantes.

Segunda atividade: Analisando os resultados com a relação [S-I], sendo I a campainha, percebemos que, ainda que houvesse certa dificuldade, eles conseguiram finalizar o jogo, o que demonstra uma coerência entre o som da campainha e o movimento do estudante no tabuleiro, e, por conseguinte, mostrando ser um instrumento adequado para que os sujeitos realizem sorteios, evidenciando assim de forma satisfatória as relações [I-O], [I-S] e [S-(I)-O].

<u>Segundo bloco</u>: Constituído pelas 13 tarefas da sequência de ensino *Passeios Aleatórios do Jefferson,* sendo que os principais resultados para cada tarefa foram:

Tarefa 1: Se referia à apresentação das peças da maquete, mais especificamente do tabuleiro. Examinando a relação do sujeito com o instrumento [S-I], tendo I como sendo o tabuleiro, verificamos que os grupos, sob orientação do pesquisador, não apresentaram dificuldades em posicionar corretamente as casas dos personagens da sequência, e demonstraram facilidade para entender que o tabuleiro representa um bairro, que contém vinte e cinco quadras, onde moram Jefferson e seus amigos. Pontuamos que o sujeito se mostrou competente para lidar com o instrumento, assim como, o instrumento está adequadamente organizado para o nível de conhecimento dos estudantes, possibilitando que as relações [S-I] e [I-S] sejam consideradas satisfatórias.

Tarefa 2: Numa primeira etapa, os estudantes leram a história e a relacionaram às peças da maquete. Desenvolvemos a análise instrumental focada na relação [S-I], isto é, entre os estudantes e o tabuleiro como I, e observamos que as dificuldades de manuseio apresentadas por eles foram plenamente aceitáveis, visto que era o primeiro contato com as peças nesse contexto da maquete. Inclusive tendo ultrapassada essa dificuldade inicial, eles apresentaram uma crescente agilidade na manipulação das peças, não demonstrando neste momento mais dúvidas, pelo menos evidentes.

Numa segunda etapa, os estudantes responderam ao seguinte questionamento: “Vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?” e tinham que justificar suas respostas. Analisando à luz do modelo S.A.I., evidenciando a relação [S-O], de uma maneira geral, verificamos que as respostas e/ou justificativas dos estudantes envolveram: conceito de distância euclidiana ao invés de conceitos probabilísticos; o uso de linguagem informal, respostas pragmáticas com um forte conteúdo de vivências de visitas a amigos do cotidiano; respostas inconsistentes e provavelmente fundamentas nos possíveis movimentos do tabuleiro.

Tarefa 3: Os estudantes tinham que indicar e registrar na colmeia um caminho para Jefferson chegar à casa de Abel. À luz do modelo S.A.I., ao investigarmos a interação [S-I], observamos que apenas D2 apresentou duas dificuldades, a primeira com relação à forma de locomoção de Jefferson no bairro (tabuleiro) e a segunda no registro do caminho na colmeia. Essas dificuldades iniciais já eram previstas por nós, uma vez que os sujeitos estavam ainda se familiarizando com o instrumento. Sendo assim, nessa investigação não pudemos inferir que o instrumento não seja adaptável a esse sujeito, não nos permitindo explicitar qualquer análise na direção [I-S], visto que não há estudos da utilização desse instrumento com sujeitos nessa faixa etária.

Ainda que os estudantes estivessem organizados em duplas ou trio, não era garantia de que ocorresse a interação entre eles, como a exemplo de D4, salientando que, a princípio, o instrumento não apresentou limitações para o trabalho em grupo.

Tarefa 4: Os estudantes tinham que determinar e registrar todos os caminhos possíveis para chegar à casa de Abel. Tomando a relação [S-(I)-O], verificamos que somente D2 conseguiu identificar facilmente os seis caminhos possíveis para chegar à casa de Abel, portanto pontuamos que, para esses estudantes, possivelmente foi satisfatório o papel mediador do instrumento, na relação entre o sujeito e o objeto. Já D4 só conseguiu determinar os seis caminhos com a participação do pesquisador, e

D1 só chegou a cinco caminhos, tendo o pesquisador apresentando o sexto caminho.

Diante desses resultados, apontamos com a análise instrumental que, na relação [S-(I)-O], as dificuldades observadas nos levaram estabelecer duas conjecturas: a primeira é que os estudantes ainda estavam se familiarizando com as peças e que não tinham se apropriado satisfatoriamente dos significados das peças envolvidas no desenvolvimento da tarefa no contexto dessa tarefa (a relação [S-I]). Por conseguinte, pode também dificultar as relações [S-O] e [S-(I)-O], porque partimos do princípio que a relação [I-O] é satisfatória, visto que o instrumento foi proposto para abordar os conceitos envolvidos nas tarefas. A segunda conjectura é que as dificuldades podem não ter sido influenciadas pela interação entre o sujeito e o instrumento, mas sejam causadas por uma limitação da relação [S-O], no sentido de que quanto maior for o número de combinações possíveis para ser determinada, maior a dificuldade dos estudantes.

Tarefa 5: Os estudantes tinham que determinar e registrar todos os caminhos possíveis para os demais amigos. Ao final desta tarefa, todas as duplas analisadas (D1, D2 e D4) registraram satisfatoriamente todos os caminhos possíveis para Jefferson chegar às casas dos demais amigos: Babi, Beto, Duda e Pelé (Figura 32). Apesar de não estar explícita a solicitação do uso do tabuleiro, ficou visível o papel mediador desse instrumento na relação [S-(I)-O], visto que, para atender à solicitação da tarefa, e, por conseguinte, trabalhar com os conceitos, os estudantes o manusearam intensamente.

Essa nossa constatação nos levou a refletir sobre a relação [S-I], em que observamos que os estudantes apresentaram um domínio cada vez maior sobre o tabuleiro, e no sentido contrário, que este se tornou eficazmente adaptado a estes sujeitos, o que nos permite inferir que com o desenvolvimento desta tarefa foi cada vez mais intenso o papel mediador desse instrumento entre os estudantes e o objeto, o que era esperado da maquete proposta como material didático para trabalhar com esses conceitos, evidenciando assim a relação [I-O].

Foi possível colocar em destaque na análise a interação entre os estudantes, a relação [Dx_1-Dx_2], a existência de uma decisão negociada para o registro na colmeia, e que nos leva crer que foi acertada a decisão de organizá-los em grupos.

Por fim, ao analisar a relação [S-O] no diálogo de D4 para o registro dos caminhos para a casa de Babi, observamos a utilização do termo “possibilidades” por $D4_1$ de forma coerente.

Tarefa 6: Os estudantes tinham que informar a quantidade de caminhos possíveis para Jefferson chegar à casa de cada um dos amigos, bem como dizer, para cada amigo, o que os caminhos tinham em comum. Refletindo à luz da relação [S-(I)-O], observamos que as duplas não encontraram dificuldade em responder corretamente o número de visitas possíveis de Jefferson a cada amigo. Esse resultado indicou a eficácia do instrumento, neste caso, as colmeias contendo a resolução das Tarefas 4 e 5, como mediadoras entre os estudantes e os conceitos (frequências esperadas e espaço amostral) uma vez que, provavelmente, eles não tinham esses números memorizados. Isso nos levou a perceber que, com o transcorrer das tarefas, os estudantes iam apresentando maior agilidade no manuseio das peças, quanto à habilidade de fazer os registros nas colmeias. No entanto, salientamos que nessa tarefa os estudantes apresentaram dificuldades na leitura desses registros (lendo na vertical ao invés da horizontal), mas, levando em consideração que esta habilidade começou a ser requerida a partir dessa tarefa, entendemos que eles estavam ainda na fase de familiarização.

Quanto à determinação do padrão de visitas, os estudantes apresentaram muitas dificuldades como, por exemplo, a falta do entendimento da expressão “o que eles têm em comum”, o que pode ter sido fruto de uma relação [I-O] inconveniente, em que I é tarefa. Para todas as duplas, foi necessária a interferência do pesquisador.

Destacamos ainda que D4 utilizou uma linguagem correta, mas não usual para o que esperávamos como resposta desta tarefa, qual seja: dois Nortes e dois Lestes.

Tarefa 7: Os estudantes tinham que informar o total e caminhos possíveis para Jefferson visitar todos os amigos. Como as duplas, ao final das Tarefas 5 e 6, responderam corretamente aos questionamentos no que se refere ao número de visitas de Jefferson a cada um dos amigos, não tiveram dificuldade para informar dezesseis caminhos no total. Eles utilizaram o instrumento, nesse caso, as colmeias com os registros das Tarefas 5 e 6, ainda que eles já poderiam ter esse número em mente, o que nos permite inferir a presença desse instrumento como mediador na interação entre sujeitos e o conceito, evidenciando a relação [S-(I)-O], o que também, por conseguinte, reflete a eficácia do instrumento para abordar esse conceito, destacando a relação [I-O].

Tarefas 8 e 9: Na Tarefa 8, os estudantes deveriam construir o pictograma das frequências esperadas de visitas de Jefferson a cada um dos amigos, utilizando as peças de registro, isto é, a colmeia e os objetos. Na Tarefa 9, eles deveriam explicar o que está representado no pictograma. Salientamos que D1 e D2 precisaram da interferência do pesquisador para construir um pictograma nos moldes da escola, e tiveram que organizar, respectivamente, cinco e duas representações para finalizar a tarefa. Já D4 construiu o pictograma logo na primeira representação.

Em especial, no caso de D1, que precisou organizar representações, observamos que os estudantes tornaram-se paulatinamente mais eficientes para lidar com a representação das frequências esperadas, portanto evidenciando a relação [S-O] cada vez mais de forma satisfatória. Ressaltamos que essa eficiência se refere à seleção por tipo e em seguida a ordenação dos objetos, o que pareceu indicar que os estudantes, com esse procedimento, buscaram dar significados coerentes, em uma escala crescente, para as suas construções. Na busca de maior compreensão sobre essa eficiência, lançamos mão da relação [S-(I)-O], para inferir sobre uma possível mediação do instrumento (colmeia e tarefa) na interação entre os estudantes e o conceito. No que se refere à colmeia, entendemos que a sua própria estrutura em linhas e colunas pode ter contribuído como uma guia de referência, e quanto à tarefa, destacamos a instrução, que já solicitava aos estudantes a separação dos objetos em cinco copos antes de mesmo de organizá-los na colmeia. Nesse contexto, refletimos que todas as representações poderiam ser consideradas corretas, mas do ponto de vista do conceito de frequência esperada, era importante a seleção por tipo e organização por ordem, justamente para dar maior destaque, melhorar a visualização das informações ali representadas.

Ao final, considerando os resultados das três duplas, evidenciamos a relação [I-O], e inferirmos que, o instrumento (I), representado pela colmeia, objetos e tarefas, possibilitou aos estudantes materializarem o conceito de frequência esperada (O) em um pictograma, facilmente interpretado pelos mesmos, visto que eles atribuíram algum sentido às informações ali representadas.

Tarefa 10: Os estudantes, observando a colmeia organizada na Tarefa 8, responderam ao seguinte questionamento: “Vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?” e tinham que justificar suas respostas, à semelhança da Tarefa 2.

D1 e D2 utilizaram expressão similar à resposta da Tarefa 2, inclusive os estudantes de D1 nem olharam, nem manusearam o registro, uma possível explicação pode ter sido o cansaço.

Em relação aos resultados de D4, analisando à luz da interação [S-O], os estudantes demostraram compreender a aleatoriedade envolvida na nova forma de visita, e eles utilizaram o termo “justo” como a “mesma chance de ocorrência”, ou seja, equiprobabilidade. Mesmo não sendo a resposta que esperávamos, consideramos como sendo coerente, pois, entendemos que os estudantes se referiam a apenas um sorteio, tomando os amigos de Jefferson como sendo o espaço amostral e, dessa forma, teriam razão em responder que todos têm a mesma chance. Essa análise traz elementos que sinalizaram a dubiedade de informação na instrução da tarefa, representando o instrumento, que nos levou considerar, com a relação [I-O], a insuficiência desse instrumento para se trabalhar o conceito como se espera.

Tarefa 11: Os estudantes realizaram 16 sorteios utilizando a campainha, determinando assim, as frequências observadas de visitas do Jefferson a cada um dos seus amigos. De uma maneira geral, as duplas não apresentaram dificuldades em realizar esta tarefa de forma satisfatória (Figura 40). Esses resultados parecem indicar que estudantes já estavam bem familiarizados com as peças da maquete. Assim, à luz do modelo S.A.I., ao evidenciarmos a relação [S-I], constatamos a habilidade dos estudantes na manipulação de todas as peças da maquete (campainha, colmeia, ficha, objetos, tabuleiro, porta-copos); no sentindo contrário, [I-S], que o instrumento, na sua totalidade, mostrou-se conveniente para que o estudante realizasse a tarefa.

Ressaltamos também que, ao analisar o desenvolvimento da experimentação aleatória, nas filmagens, observamos, a partir da relação [S-(I)-O], com I sendo representado pela campainha, e O como o conceito de aleatoriedade, que os estudantes ficaram bastante estimulados com a realização da tarefa com o uso do instrumento, e por ter permitido que os sorteios fossem realizados de uma forma mais rápida, evidenciando, por conseguinte uma relação [I-O] coerente.

Tarefa 12: Os estudantes construíram um pictograma representando as frequências observadas obtidas no experimento da Tarefa 11. Verificando as filmagens, constatamos que os estudantes realizaram a tarefa com rapidez, provavelmente fruto da vivência com a Tarefa 8, a qual propiciou aos estudantes uma apropriação desse modelo de representação, a atribuição de significado para as informações ali representadas. A partir desses resultados, evidenciamos que a presença de uma relação [S-(I)-O] foi satisfatória.

Tarefa 13: Após o sorteio, os estudantes responderam ao seguinte questionamento: “Vocês acham que todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?” e tinham que justificar suas respostas, à semelhança das Tarefas 2 e 10.

Quanto aos resultados de D1, à luz da relação [S-O], percebemos que houve uma diferenciação na resposta desses estudantes, mesmo que ainda utilizando uma linguagem informal. No que se refere aos resultados de D2, lançando mão da relação [S-O], verificamos que os estudantes notaram a presença da incerteza num fenômeno aleatório, bem como os conceitos de aleatoriedade e chance (O), mesmo que intuitivamente, demonstrando um amadurecimento na linguagem.

No que tange aos resultados de D4, observamos que, antes da experimentação, essa dupla não demonstrou conhecimento a respeito dos conceitos envolvidos nessas tarefas, apresentando respostas sem fundamentos. Analisando à luz da relação [S-O], podemos perceber que os estudantes dessa dupla puderam notar a presença da incerteza num fenômeno aleatório, os conceitos de aleatoriedade e chance (O), demonstrando assim um amadurecimento na forma de se expressar e no entendimento do contexto como um todo.

Diante dos resultados da análise instrumental, desenvolvida sob o foco da Teoria da Instrumental de Rabardel (1995), encontramos elementos para apresentar as considerações finais desta tese, visando responder à questão de pesquisa e, por conseguinte, atingir os objetivos, geral e específicos, deste trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

No início de nossas reflexões, já reconhecíamos que existiam muitos desafios relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade na educação básica. Reconhecimento este provindo da leitura de pesquisas na área e da nossa experiência como professor da Universidade Federal de Sergipe, ministrando aulas de Estatística e Probabilidade para recém-egressos do ensino médio.

Diante de tantos desafios observados, vertemos o nosso olhar para dois deles. O primeiro se referia à importância da escolha de um material didático ou instrumento com o qual sejam trabalhadas atividades que abordem diferentes conceitos probabilísticos dentro de um contexto que tenha significado para os estudantes e que possibilite aos mesmos a utilização de diferentes registros, a realização de experimentos, coleta e organização dos dados; e o segundo, à nossa percepção da necessidade premente de se trabalhar a Probabilidade com estudantes desde os anos iniciais de escolarização.

Tendo em mente essas delimitações no nosso campo de observação dos desafios relacionados aos processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade na educação básica, selecionamos para o desenvolvimento desta pesquisa a maquete tátil (composta por peças e tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*) proposta por Kataoka et al. (2013) como instrumento, os conceitos básicos de Probabilidade (espaço amostral, eventos simples e compostos, probabilidade de eventos simples e compostos, situação determinística, experimento aleatório, frequências esperada e observada, padrões observados e esperados) como o objeto matemático; e os estudantes do quarto ano do ensino fundamental como sujeitos. Salientamos mais uma vez que nessa pesquisa esses conceitos básicos de Probabilidade, apesar de estarem presentes nas tarefas, foram apenas tratados de maneira informal com os estudantes.

Desenvolvemos a nossa pesquisa tendo como objetivo: analisar as interações que emergem quando estudantes do 4º ano do ensino fundamental, mediados pela Maquete Tátil, solucionam tarefas envolvendo conceitos básicos de Probabilidade.

Para atingir esse objetivo, consideramos que a Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995) foi pertinente à nossa pesquisa por acreditarmos que, por meio dela, observamos e analisamos de maneira detalhada as ações dos estudantes quando interagiram com a maquete tátil, denominada maquete, para a realização das atividades que envolveram os conceitos básicos de Probabilidade, nomeados como conceitos.

Desta teoria, utilizamos, especificamente, o modelo das Situações de Atividades Instrumentadas (S.A.I.), adaptado à nossa pesquisa, que descreve as relações entre *os estudantes (S)*, os *conceitos (O)* e a *maquete (I),* e evidencia as múltiplas interações que intervêm nas atividades instrumentais. Assim, considera além da interação estudantes-conceito [S-O], estudantes-maquete [S-I], maquete-conceito [I-O] e, também, a relação estudantes-conceito mediada pela maquete [S-(I)-O]. Com esse modelo, pudemos descrever minuciosamente as ações que os estudantes seguiram na realização das tarefas, bem como o papel do instrumento utilizado.

Com essas relações postas, tivemos nessa pesquisa como objetivos específicos:

- **Investigar a interação dos estudantes (S) com a maquete tátil (I), evidenciando a relação [S-I];**
- **Analisar a interação dos estudantes (S) com os conceitos básicos de Probabilidade (O), isto é a relação [S-O];**
- **Identificar a interação dos estudantes (S) com os conceitos básicos de Probabilidade (O) mediada pela maquete tátil (I), ou seja, a relação [S-(I)-O];**
- **Investigar a interação entre a maquete tátil (I) e os conceitos básicos de Probabilidade (O), colocando em evidência a relação [I-O].**

Após a análise das informações coletadas e diante dos resultados da análise instrumental desenvolvida sob o foco da Teoria da Instrumentação de Rabardel (1995), sentimo-nos confiantes para responder à questão de pesquisa:

Quais são as contribuições que o estudo das interações presentes no modelo S.A.I. adaptado trazem para analisar a atuação de estudantes do 4º ano do ensino fundamental em atividades envolvendo conceitos básicos de Probabilidade, mediados pela maquete tátil?

Iniciamos por afirmar que somos favoráveis que os professores utilizem materiais didáticos ou instrumentos do tipo visual, imagens ou visual-tátil como facilitadores da aprendizagem matemática. Para essa pesquisa, o instrumento selecionado foi a maquete. Os resultados da análise nos permitiram constatar que somente a presença da maquete não é garantia de um bom ensino dos conceitos abordados e, muito menos, da aprendizagem dos estudantes acerca destes conceitos.

Vamos responder a questão de pesquisa, tendo em mente cada um dos nossos objetivos específicos, a começar pelo primeiro: **Investigar a interação dos estudantes (S) com a maquete tátil (I), evidenciando a relação [S-I]**. A partir dessa relação, consideramos como contribuição, para analisar a atuação dos estudantes nas atividades envolvendo os conceitos mediados pela maquete, conhecer as potencialidades e limitações do instrumento para serem trabalhadas por esses estudantes. Quanto às potencialidades destacamos:

- À medida que as atividades foram sendo aplicadas, os estudantes foram se apropriando do instrumento, no caso das peças, conseguindo com a sua manipulação atribuir sentido a cada uma delas, assim como, o instrumento está adequadamente organizado para o nível de conhecimento dos estudantes, possibilitando que as relações [S-I] e [I-S] sejam consideradas satisfatórias;
- O arranjo físico das peças se mostrou bem configurado para as necessidades físicas, afetivas e cognitivas. No que se referem às afetivas, os estudantes acharam as peças coloridas, bonitas e ficaram bastante entusiasmados com a manipulação das mesmas. Salientamos que não fizemos menção anteriormente a esse resultado, por acharmos que ele é bem geral;
- Destacamos que os estudantes ficaram bastante estimulados na realização da tarefa com o uso do instrumento campainha;

- O instrumento também permite a realização das atividades em grupo.

Em relação às limitações:

- Observamos que expressões utilizadas no instrumento, melhor dizendo, em algumas tarefas, se mostraram inadequadas para a faixa etária dos estudantes;
- O instrumento campainha tem um fator que pode ser limitante, que é a necessidade do uso de um computador, um notebook com o programa em Java instalado.

O segundo objetivo específico foi **Analisar a interação dos estudantes (S) com os conceitos básicos de Probabilidade (O), isto é a relação [S-O]**. A partir dessa relação, podemos considerar as seguintes contribuições para analisar a atuação dos estudantes nas atividades envolvendo os conceitos mediados pela maquete:

- Revelar que é possível trabalhar esses conceitos com estudantes dessa faixa etária e nesse contexto, considerando uma linguagem adequada no trato dos conceitos, a escolha responsável e criteriosa do material, bem como, a participação do professor estimulando os estudantes;
- Ter oportunidade de conhecer as concepções e linguagens dos estudantes acerca dos conceitos trabalhados.

O terceiro objetivo específico foi **Identificar a interação dos estudantes (S) com os conceitos básicos de Probabilidade (O) mediada pela maquete tátil (I), ou seja, a relação [S-(I)-O]**. Na análise, a partir dessa relação, podemos considerar como contribuição, para desvelar a atuação dos estudantes nas atividades envolvendo os conceitos mediados pela maquete, a possibilidade de observar o instrumento assumindo um papel mediador, facilitador entre os estudantes e os conceitos.

O quarto objetivo específico foi **Investigar a interação entre a maquete tátil (I) e os conceitos básicos de Probabilidade (O), colocando em evidência a relação [I-O]**. Na análise, a partir dessa relação, podemos considerar as seguintes contribuições para desvelar a atuação dos estudantes nas atividades envolvendo os conceitos mediados pela maquete:

- Confirmar que, com os estudantes nessa faixa etária, o uso do instrumento campainha propicia a realização de sorteios de forma eficiente e rápida;
- Verificar que o instrumento tarefa por apresentar algumas expressões inadequadas, dificulta o tratamento correto dos conceitos da forma como se espera;
- Sinalizar mudanças no instrumento tarefa para que abordagem do conceito seja feita de forma progressiva, de um nível de dificuldade menor para o maior. Por exemplo, recomendamos que haja uma mudança nas solicitações das Tarefas de 3 a 5, ao invés de solicitar inicialmente o registro de todos os caminhos para a casa de Abel, que seja solicitado de Duda ou de Pelé, para depois os de Babi ou de Beto e por último o de Abel, uma vez que existem 1, 4 e 6 caminhos, respectivamente. Além da mudança na Tarefa 6, sobre o questionamento do que tem em comum os caminhos para chegar à casa de cada um dos amigos, que se inicia também por Abel. Acreditamos que, com essas mudanças, estaríamos apresentando uma proposta em nível progressivo de dificuldade.

A análise aponta que foi importante a utilização da maquete para motivar os estudantes, auxiliar o registro dos resultados, facilitar processos de descobertas, auxiliar na memorização de procedimentos, percepção de propriedades.

Outro aspecto a destacar é que a organização dos estudantes em grupos foi acertada, entretanto é preciso considerar que a presença do professor, no caso desta pesquisa, o pesquisador, é fundamental para dar esclarecimentos ou incentivar os estudantes a buscarem soluções mais coerentes com o solicitado nas tarefas.

Ressaltamos, também, que a análise instrumental nos permitiu, a partir dos olhares sobre as interações, conhecer de forma mais ampla todos os nossos polos, nos permitindo concluir que as nossas escolhas iniciais da maquete como instrumento mediador, dos conceitos básicos de Probabilidade como objeto de estudo e os estudantes do quarto ano do ensino fundamental como sujeitos da aprendizagem foram realmente adequadas, e agora, podemos justificar as nossas opções não mais a partir do olhar da literatura ou da nossa prática docente, mas como fruto dessa análise, enfim embasada teoricamente e comprovada na prática.

Refletimos, também, a partir das nossas análises, o quanto foi importante evidenciar nas nossas tarefas a presença dos elementos cognitivos do modelo letramento probabilístico de Gal (2005), uma vez que se espera que a aplicação das mesmas em sala de aula possa auxiliar os estudantes no desenvolvimento desta habilidade, qual seja a habilidade de leitura e interpretação crítica das informações probabilísticas.

Sugerimos para os pesquisadores de Kataoka et al. (2013) a inclusão do jogo *Os Passeios Aleatórios do Coelhinho* como tarefas da maquete tátil para serem aplicadas da mesma forma que nessa pesquisa, antecedendo as tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*.

Por fim, somos da opinião de que é viável o uso desta maquete em escolas da rede pública de ensino em sala de aula regular, incorporando à mesma as modificações sugeridas ou indicadas, bem como fracionando as atividades para serem aplicadas em quatro encontros de duas horas/aula. Por exemplo, no primeiro momento, podem ser trabalhadas as atividades do primeiro bloco e as Tarefas de 1 a 3 da sequência, no segundo encontro as Tarefas de 4 a 9; e no terceiro as Tarefas de 10 a 13 e no quarto momento a discussão coletiva, apresentação e formalização dos conceitos por parte do professor. É claro que esta é apenas uma sugestão, sendo papel do professor planejar a execução das atividades de acordo com a realidade dos estudantes dele.

Espera-se que os resultados desse estudo possam contribuir com pesquisas que envolvam o trabalho com crianças e a Probabilidade no âmbito da área Educação Matemática.

Sugestões para pesquisas futuras

Na nossa aplicação, trabalhamos com todos os estudantes só até Tarefa 3, como já justificado no Capítulo 4, mas como proposta de aplicação futura, seria manter todos os estudantes até o final.

Outra pesquisa poderia ter como foco, observar a atuação do professor na aplicação dessas atividades com seus estudantes em sala de aula.

Ainda como sugestão, poderia ser desenvolvida uma pesquisa utilizando para análise instrumental o modelo S.A.C.I., ou seja, analisando o polo Pesquisador e suas interações com os demais polos.

REFERÊNCIAS

ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. A Gênese Instrumental na interação com o GeoGebra: uma proposta para a formação continuada de professores de matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 39, 2013.

BATANERO, C. La comprensión de la probabilidad en los niños ¿Qué podemos aprender de la investigación?, 2013. In: III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola. Universidade Do Minho. **Anais**... 2013. Disponível em <http://www.ugr.es/~batanero/pages/didacticaprobabilidad.html>. Acesso em: 10 ago. 2014.

BATANERO, C. Razonamiento probabilístico em la vida cotidiana: Un desafio educativo. In: Investigación em el aula de matemáticas. Estadística y Azar. 2006, Granada. **Anais**.... Granada: Sociedad de Educación Matemática Thales, 2006. Disponível em <http://www.ugr.es/~batanero/pages/didacticaprobabilidad.html> Acesso em: 20 ago. 2014.

BATANERO, C.; BURRILL, G.; READING, C. Teaching statistics in school mathematics - Challenges for teaching and teacher education. **ICMI Study**. New York, v. 14, 2011.

BATANERO, C.; DÍAZ, C. **Meaning and understanding of mathematics:** The case of probability. In: Philosophical dimmensions in mathematics education, pp. 107-127, Nova York: Springer, 2007.

BATANERO, C.; DÍAZ, C. Training school teachers to teach probability. **Reflections and challenges**: Chilean Journal of Statistics. Chile, v. 3, n. 1, p. 3-13, 2012.

BATANERO, C.; GODINO, J. D. Estocástica y su didáctica para maestros. **Edumat – Teachers project**. Granada, Universidad de Granada, 2002. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/welcome.html>. Acesso em: 12 ago. 2014.

BATANERO, C., ORTIZ, J. J.; SERRANO, L. Investigación en didáctica de la probabilidad. **UNO**, v. 44, p. 7-16. 2007. Disponível em <http://www.ugr.es/~batanero/pages/didacticaprobabilidad.html>. Acesso em 20 jul. 2014.

BÉGUIN, P.; RABARDEL, P. Designing for instrument mediated activity. **Scandinavian Journal of information Systems**, v. 12, p. 173–190, 2000.

BIGGS, J.; COLLIS, K. **Evaluating the quality of learning: the SOLO taxonomy**. New York: Academic Press, 1982.

BOROVCNIK, M. Empirical research on understanding probability and related concepts – a review of vital issues.In: 9th **Conference International on Teaching Statistics** – ICOTS9. Arizona, USA. 2014.

BOROVCNIK, M.; KAPADIA, R**.** Research and Developments in Probability Education. In: **International Electronic Journal of Mathematics.** v. 4, n. 3, 2009. Disponível em: <http://www.iejme.com>. Acesso em: 20 nov. 2014.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental 1. Brasília: SEF/MEC, 1997.

_______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: adaptações curriculares. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Especial. **Projeto Escola Viva** – Garantindo o acesso e permanência de todos os alunos na escola – Alunos com necessidades educacionais especiais. Adaptações curriculares de pequeno porte, v. 6. Brasília: MEC/SEF, 2000.

CAIADO, M. R. M. **Depoimentos orais: a construção metodológica**. In: Aluno deficiente visual na escola: lembranças e depoimentos. Campinas: PUC. p. 41-54, São Paulo, 2003

CARVALHO, R. P. F. **A formação de conceitos probabilísticos em crianças da 4ª série do ensino fundamental.** 2005. 96f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Católica de Brasília, 2005.

CAZORLA, I.; SANTANA, E. **Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio. Itabuna**, Bahia: Via Litterarum, 2006.

CAZORLA, I. M.; SANTANA, E. R. dos S. (Org.). **Do Tratamento da Informação ao Letramento Estatístico.** Itabuna-BA: Via Litterarum, 2010.

CAZORLA, I. M.; GUSMÃO, T.; KATAOKA, V. Y. Validação de uma sequência didática de Probabilidade a partir da análise da prática de professores, sob a ótica do Enfoque Ontossemiótico. **Bolema**, São Paulo, v 24(39), p. 537-560, 2011.

CAZORLA. I; KATAOKA, V, Y.; NAGAMINE, C.M.L. **Os passeios aleatórios da Carlinha**. Tutorial do AVALE. Disponível em: < http://avale.uesc.br>. Acesso em: 30 dez. 2014.

CORDANI, L. K. Step-by-step activities in the classroom preparing to teach the frequentist definition of probability. In: 9th **Conference International on Teaching Statistics** – ICOTS9. Arizona, USA. 2014.

COUTINHO, C. Q. S. Estatística e Probabilidade no Currículo da Escola Básica. In: VII Encontro Paulista de Educação Matemática. São Paulo. **Anais**... 2004.

DIAS, A. L B. O Ensino de Probabilidade – **Módulo do Projeto Gestar**. Brasília, MEC, 2004.

ENGLISH, L.; WATSON, J. Fourth-grade students’ understanding of variation and expectation in dealing with probability. In: Curriculum in focus: Research guided practice, 37th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australia. **Anais**… p. 215–222. Sydney: MERGA, 2014.

FERNANDES, S. H. A. A. **Uma análise Vygotskiana da apropriação do conceito de simetria por aprendizes sem acuidade visual**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2004.

FERREIRA, R. S. **Ensino de probabilidade com o uso do programa estatístico R numa perspectiva construcionista**. 2011. 155f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo. 2011.

FERNANDEZ, D.; FERNANDEZ, D. X. O prazer de aprender probabilidade através de jogos: descobrindo a distribuição Binomial. In: Conferência Internacional “Experiências e Expectativas do Ensino de Estatística – Desafios para o Século XXI. **Anais**…Florianopolis, 1999.

FISCHBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht: Reidel, 1975.

FRIOLANI, L. C. **O pensamento estocástico nos livros didáticos do ensino fundamental.** 2007. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao luis cesar friolani.pdf>. Acesso em: 20 out. 2014.

GAL, I. Adults’ statistical literacy: meanings, components, responsibilities. **International Statistical Revew**, v. 70, n. 1, p. 1-50, 2002.

GAL, I. **Exploring probability in school**: Challenges for teaching and learning. In: Jones, G. A. USA: Springer: 2005.

GAL, I.; GINSBURG, L.; SCHAU, C. **Monitoring attitudes and beliefs in statistics education**. In I. Gal; J. B. Garfield (Eds.), The assessment challenge in statistics education, p. 37-51. Amsterdam: IOS Press, 1997.

GONZAGA, A. P.; KATAOKA, V. Y.; NAGAMINE, C. M. L. Atividade Didática para o ensino de probabilidade: passeios aleatórios da Mônica. In: X Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. **Anais**… Salvador - BA, 2010.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares**. Madrid: Síntesis, 1988.

GÓMEZ-TORRES, E.; CONTRERAS, M. J. Meanings of probability Spanish curriculum for primay school.In: 9th **Conference International on Teaching Statistics** – ICOTS9. Arizona, USA. 2014.

GONÇALVES, M. C. **Concepções de professores e o ensino de probabilidade na escola básica.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2004. Disponível em:

<http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertação Mauro césar gonçalves.pdf> Acesso em: 10 out. 2014.

GREEN, D. R. A Survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. In: **Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics**, v. 2, p. 766-783. Universidad de Sheffield: Teaching Statistics Trust, 1983.

GUIMARÃES, M. A. S. **A interação ente estudantes cego e vidente em atividades envolvendo conceitos básicos de probabilidade mediadas pela maquete tátil**. 2014. 90f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, 2014.

GUSMÃO, T. e CAZORLA, I. Uma análise semiótica dos passeios aleatórios da Mônica: atividade para ensinar conceitos básicos de probabilidade. In: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. SBEM. **Anais…** Taguatinga-DF, 2009.

HERNANDEZ T.; H. M.; KATAOKA, V. Y.; OLIVEIRA, M. S. Random walks in teaching probability at the high school. In: 8th **Conference International on Teaching Statistics -** ICOTS8. Ljubljana, Eslovênia. 2010.

JIMÉNEZ, L; JIMÉNEZ, J. R. Enseñar probabilidad en primaria y secundaria? ¿Para qué y por qué? **Revista Virtual Matemática, Educación e Internet**, v. 6, n. 1. 2005. Disponível em <http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/>. Acesso em 3 jul. 2014.

JONES, G.A.; THORNTON, C.A. An overview of research into the teaching and learning of probability. In: **Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning**. Berlin: Springer, p. 65-92, 2005.

JONES, G. A.; LANGRALL, C. W.; MOONEY, E. S. **Research in probability**: Responding to classroom realities. In F. K. Lester (Ed.), Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, p. 909-955. Reston, VA: NCTM, 2007.

KATAOKA, V. Y. Passeios Aleatórios da Carlinha: Uma Atividade Didática para o Ensino de Probabilidade. In: I Encontro Regional de Matemática Aplicada e Computacional – ERMAC. **Anais**... São João del-Rei, MG, 2010. Disponível em:< http://www.ufsj.edu.br/portal2-repositorio/File/i-ermac/anais/minicursos/mc2.pdf> Acesso em: 02 fev. 2015.

KATAOKA, V. Y. et al. **Uso de uma maquete tátil na aprendizagem de probabilidade por alunos cegos e vidente.** Edital Universal 14/2013: Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq; 2013**.**

LAROSE, F.; BOURQUE, J.; FREIMAN, V. The effect of contextualizing probability education on differentiating the concepts of luck, chance, and probabilities among middle and high schools pupils in Quebec. In: 8th **Conference International on Teaching Statistics -** ICOTS8. Ljubljana, Eslovênia. 2010.

LOPES, C. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. 2003. 281f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

LOPES, C. E. O ensino da Estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LOPES, C. E. A educação estocástica na infância. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 6, n. 1, mai. 2012. Disponível em <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/396>. Acesso 20 out. 2014.

NAGAMINE, C. M. L.; HENRIQUES, A.; CAZORLA, I. Análise a priori dos Passeios Aleatórios da Mônica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. **Anais**... Salvador, Bahia, Brasil, 2010.

NAGAMINE, C. M. L.; HENRIQUES, A.; UTSUMI, M. CAZORLA, I. Análise Praxeológica dos “Passeios Aleatórios da Mônica”. **Revista Bolema**, 24, p. 451-472, 2011.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Va: NCTM, 2000.

OLIVEIRA, P. I. F. **A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de Matemática no ensino médio**. Porto Alegre, Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). 2006. Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2006.

PATTON, M. **Qualitative evaluation methods**. Londres: Sage Publications, 1986.

PEIXOTO. J. L. B; HORA, G. S. Deficiência não é Incapacidade ou Doença. In: VITA, A. C; PEIXOTO, j. L. B; HORA, G. S. **Inclusão na Escola**: um bate-papo com a comunidade. Ilhéus-BA: Editus, Itabuna-BA: Via Literarum, p.5-9, 2011

PÉREZ, B. R., CASTILLO, A.; COBOS, S. L. **Introducción a la Probabilidad.** México: Universidad Autónoma Metropolitana, 2000.

PIAGET, J; INHELDER, B. **A origem da ideia de acaso na criança**. Tradução de Ana Maria Coelho. Rio de Janeiro: Record, 1951.

RABARDEL, P. **Les hommes et les technologies:** approach e cognitive des instruments contemporains. Paris: Armand Colin, 1995.

RODRIGUES, J. M. S. **A probabilidade como componente curricular na formação matemática inicial dos professores polivalentes**. 2011. 150f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Paraná, 2011.

SALAZAR, J. V. F. **Gênese instrumental na interação com Cabri 3D**: um estudo de transformações geométricas no espaço. 2009. 319f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SANTANA, M.R.M. **O acaso, o provável, o determinístico:** concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental**.** 2011. 94f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Pernambuco, 2011.

SANTOS, F. B. **Análise da construção de pictogramas 3D no contexto da aprendizagem de probabilidade por estudantes cegos e videntes**. 2014. 102f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, Bahia, 2014.

TONOUTI, R. R. **Avaliação de um programa de ensino para a aprendizagem de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2013. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2013.

TRIOLA, M. F. **Introdução à Estatística**. Rio de Janeiro: LTC, 2005.

VERGNAUD, G. La théorie de champs conceptuels. **Recherches em Didactique de Mathématiques,** Editora La Pensée Sauvage, Genoble, França, v.10, n. 2, p 133-170, 1990.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, Á..Ensenãnza de La Probabilidad em Educación Primaria. Um Desafio para La Formación Inicial y Continua del Profesorado. **Revista Didáctica de las Matemáticas**. 85, 5-23, 2014

VITA, A. C. **Análise instrumental de uma maquete tátil para a aprendizagem de probabilidade por alunos cegos**. 2012. 239f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2012.

VITA, A. C. et al. **Uso de uma maquete tátil na aprendizagem de probabilidade por alunos cegos e videntes de escolas públicas baianas de Itabuna e Ilhéus.** Universidade Estadual de Santa Cruz. Ilhéus; 2012**.**

WALICHINSKI, D.; SANTOS JUNIOR, G. Educação Estatística: objetivos, perspectivas e dificuldades. **Imagens da Educação**, v. 3, n. 3, p. 31-37, 2013.

WATSON, J.M. **Statistical literacy at school**: Growth and goals. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 2006.

WATSON, J.; ENGLISH, L. **Confronting expectation in Grade 4: Tossing two coins (in the press).**

WAY, J. A. **The development of children’s notions of probability**. 2003. 271f. Tese (Doutorado em Filosofia). University of Western Sydney, 2003.

ANEXO A – Tarefas da sequência de ensino *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*

As tarefas deverão ser realizadas em duplas

1. Explorem livremente os seguintes materiais:
Tabuleiro - o bairro;
Copos com os objetos – a coleção de cada um dos amigos;
Campainha – para o sorteio;
Ficha – para registro da direção com uma face lisa – Leste e outra atoalhada – Norte;
Copos vazios – para guardar os objetos;
Colmeias com 9 linhas e 6 colunas – para registrar os caminhos e os amigos visitados pelo Jefferson.

2. Leiam a história:

"OS PASSEIOS *ALEATÓRIOS* DE JEFFERSON"

O Jefferson e seus amigos moram no mesmo bairro. Os nomes dos amigos são: Duda, Babi, Abel, Beto e Pelé. Cada amigo coleciona um tipo de objeto, sendo que Duda coleciona dado, Babi coleciona boneca, Abel coleciona anel, Beto coleciona botão e Pelé coleciona bola. A distância da casa de Jefferson a casa de cada um dos amigos é sempre de quatro quarteirões. Jefferson costumava visitar seus amigos nos mesmos dias da semana em uma ordem pré-estabelecida: 2ª feira, Duda; 3ª feira, Babi; 4ª feira, Abel; 5ª feira, Beto e 6ª feira, Pelé. Mas, para tornar mais emocionante os encontros, a turma combinou que a visita seria definida por sorteio, da seguinte forma: Jefferson deve tocar uma campainha; se sair o som "pim", andará um quarteirão para o Norte, se sair o som "pom", um quarteirão para o Leste. Cada jogada representa andar um quarteirão. Ele deve tocar a campainha quatro vezes para poder chegar à casa de um dos amigos e dar um presente para a sua coleção. Vamos ver o que acontece utilizando o material que acompanha esta ficha.

Vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não. Quais são as chances:____

( ) Sim. Qual é a chance: ____

Por que vocês acham isso: ____

____

3. Indiquem um caminho para sair da casa de Jefferson e chegar à casa de Abel. Registrem esse caminho na primeira linha da colmeia usando as fichas (Norte – atoalhado e Leste – liso) e no quinto espaço dessa mesma linha, coloquem o objeto colecionado pelo amigo visitado.

4. Existem outros caminhos para chegar à casa de Abel? Registrem na colmeia todos os que são possíveis.

5. Registrem na colmeia todos os caminhos possíveis para cada um dos demais amigos.

6.

a) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Abel? _________

O que eles têm em comum?____

b) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Duda? _________

O que eles têm em comum?____

c) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Babi? _________

O que eles têm em comum?____

d) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Beto? _________

O que eles têm em comum?____

e) Quantos caminhos diferentes existem para visitar Pelé? _________

O que eles têm em comum?____

7. Qual o total de caminhos possíveis para Jefferson visitar todos os amigos? ___________

8. Separe cada tipo de objeto que está na colmeia em cinco copos. Em outra colmeia, utilizando os objetos que estão nos copos, representem a quantidade de caminhos possíveis para o Jefferson visitar cada um dos seus amigos.

9. Imaginem que vocês tenham que explicar para o Jefferson, o que está representado na colmeia. O que vocês escreveriam?

____

____

____

Recordando:

Jefferson resolveu visitar os seus amigos utilizando sorteios, tocando uma campainha; se saísse o som “pim”, andaria um quarteirão para o Norte, se saísse o som “pom”, um quarteirão para o Leste. Cada jogada representava andar um quarteirão. Jefferson deveria tocar a campainha quatro vezes para poder chegar à casa de um dos amigos e dar um presente para a sua coleção.

10. Observando a colmeia organizada na questão 8, vocês acham que pelo sorteio todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não. Quais são as chances:____

( ) Sim. Qual é a chance: ____

Por que vocês acham isso: ____

____

11. Agora vocês vão fazer 16 sorteios (cada sorteio a campainha deve ser tocada 4 vezes) para ver o que acontece na prática com as visitas do Jefferson. Registrem na colmeia cada um dos caminhos sorteados e no quinto espaço da linha coloquem o objeto que representa o amigo visitado.

12. Separem cada tipo de objeto que está na colmeia em cinco copos. Em outra colmeia, utilizando os objetos que estão nos copos, representem a quantidade de visitas que Jefferson fez a cada um de seus amigos.

13. Após o sorteio, vocês acham que todos os amigos têm a mesma chance de serem visitados?

( ) Não. Quais são as chances:____

( ) Sim. Qual é a chance: ____

Por que vocês acham isso: ____

____

ANEXO B – Carta de anuência do Diretor

Ao:
Comitê de Ética em Pesquisa com seres humanos
Universidade Estadual de Santa Cruz
Senhor(a) Coordenador(a) do CEP-UESC

Eu, ____, responsável pela ____, conheço o Protocolo de Pesquisa intitulado "**O uso de uma maquete tátil na aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos e videntes de escolas públicas baianas de Itabuna e ilhéus**", desenvolvido pelo pesquisador **Professora Dra. Aida Carvalho Vita**, e concordo com sua realização após a apresentação do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido devidamente preenchido e assinado pelas partes.

O início desta pesquisa nesta Instituição só poderá ocorrer, a partir da apresentação da carta de aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa da UESC.

Atenciosamente,

____

ANEXO C – Carta de esclarecimento sobre o Projeto e a Pesquisa e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Carta de esclarecimento sobre o Projeto e a Pesquisa

Pesquisa: O uso de uma maquete tátil na aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos e videntes de escolas públicas baianas de Itabuna e ilhéus.

Pesquisadora: Aida Carvalho Vita.

Informações sobre o projeto e sobre a pesquisa: A pesquisa a ser realizada tem como objetivo investigar a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade (cbP), mediada pelo uso de uma maquete tátil, de alunos cegos e videntes em sala de aula regular do ensino médio de escolas públicas do Estado da Bahia. Para isso, convidamos o aluno sob sua responsabilidade para participar desta pesquisa. A pesquisa consta da aplicação de uma sequência de ensino, denominada *Os Passeios Aleatórios do Jefferson*. O nome do aluno sob sua responsabilidade será mantido em sigilo, assim escolheremos um nome fictício a fim de poder descrever suas respostas e opiniões durante os encontros. Os encontros serão gravados e sua transcrição será lida para o aluno sob sua responsabilidade a fim de que tome conhecimento do conteúdo da entrevista. Essas fitas e suas transcrições serão guardadas em sigilo por cinco anos.

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, ____, portador (a) do RG ___________________,responsável pelo aluno ____, residente na ____, com número de telefone ________________________e e-mail ____________________________________, abaixo assinado, dou meu consentimento livre e esclarecido para a participação do aluno acima referido como voluntário da pesquisa supracitada, sob a responsabilidade da pesquisadora Aida Carvalho Vita.

Assinando este Termo de Consentimento, estou ciente de que:

1) O objetivo da pesquisa é investigar a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade, utilizando uma maquete tátil, de alunos cegos e videntes em sala de aula regular do ensino médio de escolas públicas baianas de Itabuna e Ilhéus;
2) A realização desta pesquisa é fundamental para contribuir com a integração entre alunos cegos e videntes em salas de aula regular, bem como com a aprendizagem de conceitos básicos de Probabilidade;
3) Durante o estudo, o aluno sob minha responsabilidade estará resolvendo as tarefas de uma sequência de ensino utilizando uma maquete tátil;
4) Assim que for terminada a pesquisa, terei acesso aos resultados globais do estudo;

5) O aluno sob minha responsabilidade está livre para interromper, a qualquer momento, sua participação nesta pesquisa;
6) A participação nesta pesquisa é voluntária, sendo que estou ciente que o aluno sob minha responsabilidade não receberá qualquer forma de remuneração;
7) O risco desta pesquisa é mínimo e restringe-se ao constrangimento do aluno sob minha responsabilidade não saber responder os problemas propostos ou a lembrança de algum evento desagradável durante sua experiência escolar com a própria Matemática ou disciplinas afins;
8) Os dados pessoais do aluno sob minha responsabilidade serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos com a pesquisa serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada;
9) Sempre que julgar necessário poderei entrar em contato com a pesquisadora Aida Carvalho Vita pelo e-mail aida2009vita@gmail.com ou pelo telefone (73) 8802-8649;
10) Obtive todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre a participação do aluno sob minha responsabilidade na referida pesquisa;
11) Este Termo de Consentimento é feito em duas vias, de maneira que uma permanecerá em meu poder e a outra com os pesquisadores responsáveis.

Itabuna, ______de ____________________ de 2014.

____

Assinatura do responsável pelo aluno participante

____

Coordenadora do projeto - Aida Carvalho Vita

ANEXO D – Termo de Direito de Uso de Imagem

Eu, ____, portador(a) de cédula de identidade nº _______________________, **autorizo** a Pesquisadora Aida Carvalho Vita gravar em vídeo as imagens, tirar fotos e depoimentos do aluno sob minha responsabilidade durante os encontros, no(a) ____, referentes ao desenvolvimento do Projeto de Pesquisa “O uso de uma maquete tátil na aprendizagem de Probabilidade por alunos cegos e videntes de escolas públicas baianas de Itabuna e ilhéus” e veicular em qualquer meio de comunicação para fins didáticos, de pesquisa e divulgação de conhecimento científico sem quaisquer ônus e restrições.

Fica ainda **autorizada**, de livre e espontânea vontade, para os mesmos fins, a cessão de direitos da veiculação, não recebendo para tanto o aluno sob minha responsabilidade qualquer tipo de remuneração.

Ilhéus, _____ de __________________ de 2014.

Assinatura do responsável: ____

RG: ____________________________