



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**CENTRO DE EDUCAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E**  
**TECNOLÓGICA**  
**CURSO DE DOUTORADO**

**ROBSON DA SILVA EUGÊNIO**

**LETRAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO**  
**FUNDAMENTAL: um processo de formação dialógica com professores de matemática**

**RECIFE**

**2019**

**ROBSON DA SILVA EUGÊNIO**

**LETRAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: um processo de formação dialógica com professores de matemática**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

**Área de Concentração:** Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr.: Carlos Eduardo Ferreira Monteiro

Coorientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>.: Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho

**RECIFE**

**2019**

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Natália Nascimento, CRB-4/1743

- E871 Eugênio, Robson da Silva.  
Letramento probabilístico nos anos finais do ensino fundamental:  
um processo de formação dialógica com professores de matemática. /  
Eugênio Robson da Silva. – Recife, 2019.  
232f.
- Orientador: Carlos Eduardo Ferreira Monteiro.  
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.  
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica,  
2019.
- Inclui Referências e Apêndices.
1. Probabilidade – Estudo e ensino. 2. Estatística. 3. Formação de  
professores. 4. Ensino Fundamental. 5. UFPE - Pós-graduação. I.  
Monteiro, Carlos Eduardo Ferreira. (Orientador). II. Título.
- 519.2 (23. ed.) UFPE (CE2020-028)

ROBSON DA SILVA EUGÊNIO

**LETRAMENTO PROBABILÍSTICO NOS ANOS FINAIS DO ENSINO  
FUNDAMENTAL: um processo de formação dialógica com professores de matemática**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

**Aprovado em: 28/11/2019**

**Comissão Examinadora**

**Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro**  
**Universidade Federal de Pernambuco**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Dra. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho**  
**Universidade Federal de Pernambuco**  
**(Coorientadora)**

---

**Prof. Dra. Lícia de Souza Leão Maia**  
**Universidade Federal de Pernambuco**  
**(Examinadora Interna)**

---

**Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho**  
**Universidade Federal de Pernambuco**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Dra. Celi Espasandin Lopes**  
**Universidade Cruzeiro do Sul**  
**(Examinadora Externa)**

---

**Prof. Dra. Irene Mauricio Cazorla**  
**Universidade Estadual de Santa Cruz**  
**(Examinadora Externa)**

Dedico este trabalho ao autor e consumidor da minha fé, Jesus Cristo, que sempre me conduziu pelos seus caminhos. Nos momentos de maiores dores que passei na vida, Ele me segurou em seus braços e disse: “Não temas, porque Eu estou contigo e não te assombres, porque EU SOU TEU DEUS”. Sem Ele, nada do que foi feito se faria.

Aos meus pais, Aíás Eugênio e Maria de Lourdes, que acreditaram em mim desde pequeno e depositaram toda a sua força e dignidade para me formar como homem, cidadão e professor que hoje sou.

Ao meu avô Pedro Cordeiro da Silva (In Memoriam), pelo amor que tinha e pelo ser humano puro que era. Eu o amo!

A minha esposa, Nayana, por representar um recomeço na minha vida e o cuidado do Senhor para comigo.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter me sustentado no decorrer dos 4 anos de doutoramento. Na Bíblia, no livro de Romanos 8:28, lê-se: “*Sabemos que todas as coisas cooperam para o bem daqueles que amam a Deus, daqueles que são chamados segundo o seu propósito*”. Foram os anos mais difíceis da minha vida, não somente por causa dos estudos, mas por várias situações que aconteceram de ordem pessoal e profissional. Mas tudo cooperou para que eu me fortalecesse, confiasse mais em DEUS, percebendo que a Sua vontade é boa, perfeita e agradável sempre em minha vida. Só vamos entendendo o real sentido da vida quando vamos vivendo e amadurecendo com as alegrias e tristezas. E é com muita alegria em meu coração que digo que venci o maior desafio pessoal da minha vida, não por mérito individual somente, mas porque DEUS me sustentou e trouxe até aqui. Todas as palavras seriam insuficientes para agradecer a Ti, meu criador e Senhor.

Agradeço aos meus pais, Aías Eugênio da Silva e Maria de Lourdes da Silva Eugênio, por serem os genitores não somente biológicos, mas intelectuais também. Porque foram vocês que desde a tenra idade mostraram aos seus filhos o valor que existe no estudo e na luta de vencer na vida. Vocês são os meus maiores inspiradores, porque venceram e vencem até hoje. Sinto muito orgulho de vocês. Muito Obrigado! Estendo os meus agradecimentos aos meus irmãos, Roberto e Rodolfo, que sempre estão torcendo por mim e porque cada um contribuiu muito na minha formação, nas mais diversas áreas. Amo vocês também.

Agradeço a minha esposa, Nayana Pimentel Fernandes Eugênio, por ser essa pessoa meiga, sensível, atenciosa e linda, não somente por fora, mas por dentro também. Refiro-me ao caráter de cristã que é e em muitos momentos me deu forças para continuar lutando e não esmorecer. Por representar a mão de Deus na minha vida e ser a confirmação de que sempre depois de uma grande tempestade, o Senhor renova as nossas forças e faz tudo novo. Obrigado!

Agradeço aos meus sogros, Nilson e Betânia, por orarem e torcerem por mim. Sei que a oração do justo tem muito poder em seus eleitos.

Agradeço em especial aos meus orientadores: Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro, que desde o momento em que nos conhecemos, no ano de 2009, demonstrou ser uma pessoa compromissada com a Educação, em especial a Educação do Campo e Educação

Matemática. Sendo para mim uma referência de professor e pesquisador, que, na minha análise, está entre os grandes nomes da Educação Matemática Pernambucana. Agradeço por me orientar, ter paciência comigo e entender os momentos pelos quais passei nesta fase. Meus sinceros agradecimentos e minha consideração. A minha coorientadora, Profa. Dra. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho, por sempre estar presente na minha formação no contexto da Pós-graduação e me ensinou com o seu exemplo de professora, pesquisadora e mulher, sempre com muita leveza e competência, demonstrando a excelência no que faz através de vários atributos humanos. Para mim, a senhora sempre estará no meu coração, e é uma amizade para além dos muros da universidade. Nunca me esquecerei dos conselhos e das palavras de incentivo. Muito obrigado!

Agradeço aos amigos José Roberto e Michela Macêdo, por conselhos, risadas, palavras de apoio, diálogos que me fizeram crescer como pessoa e pesquisador. Vocês são especiais e marcaram minha vida.

Agradeço à escola e aos professores sujeitos desta pesquisa, pela disponibilidade e presteza, porque sem vocês não teria conseguido realizar este estudo. No meu coração há o desejo de serem melhores professores para os seus alunos. Obrigado!

À turma 2016 do Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, que colaborou no curso das disciplinas, em trabalhos, apresentações, resumos e reflexões.

Aos amigos(as) Juliana Azevedo, Rosário, Clóvis Lisboa, Rita, Mika, Cris, Nahum e Alissá, pelo apoio na pesquisa e pela ajuda de diferentes modos, auxiliando direta ou indiretamente no avanço e na conclusão do trabalho.

Aos alunos e ex-alunos das escolas, cursinhos, universidades e demais contextos educacionais, os quais fizeram parte da minha vida de professor. Cada um(a) deixou as suas marcas para a minha caminhada profissional e acadêmica.

Aos integrantes da República Psyduck (Raphael Lira, Matheus Lira, Mateus Estevam, João Marcos e Brunno Lira), que me ajudaram desde a época do mestrado e no doutorado foram imprescindíveis, acolhendo-me sempre de braços abertos. Essa amizade segue para o resto da vida.

Aos professores e aos colegas da linha de pesquisa Processos de Ensino Aprendizagem em Educação Matemática e Científica, que ajudaram significativamente nas discussões das aulas de nos seminários.

À Profa. Dra. Gilda Lisbôa Guimarães, por sempre se fazer presente nas aulas de seminários e contribuir na construção de todas as pesquisas da nossa linha de pesquisa. A senhora é muito importante no processo de todos.

Aos funcionários do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, pelos serviços prestados com muito profissionalismo, em especial a Clara, por sua dedicação e seu empenho para nos orientar nos aspectos burocráticos, como relatórios, matrículas do curso (agradecimento especial), organização das bancas etc. Você faz parte dessa história.

Agradeço aos participantes do grupo GPEME (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Estatística) e GPEMCE (Grupo de Pesquisa em Educação Matemática nos Contextos da Educação do Campo). Vocês contribuíram bastante nesta pesquisa, nas reuniões de estudo indispensáveis na construção deste trabalho.

Agradeço aos participantes do GIPEM (Grupo Intellectus de Pesquisa e estudos em Educação Matemática), pelas sugestões no início da minha pesquisa, em especial ao Prof. Me. Diógenes Maclyne Bezerra de Melo, por ser uma referência de ser humano e Educador Matemático que me ajudou em diversos momentos da minha formação enquanto formador de Professores, nas discussões e nos debates da área. Você faz parte da minha história, irmão.

À Profa. Dra. Rute Elizabete de Sousa Rosa Borba, por conselhos, sugestões e incentivos durante a qualificação. A senhora é uma referência para mim.

À Profa. Dra. Irene Cazorla, pelas contribuições na qualificação e por me ajudar a refletir sobre o meu estudo de forma mais crítica e sistemática.

À Profa. Dra. Celi Espasandin Lopes, que junto com outros professores e pesquisadores, levanta a bandeira da Estatística, Combinatória e Probabilidade na Educação Brasileira. Obrigado por me fazer refletir e estudar mais sobre Educação Estatística e tentar contribuir para que esta pesquisa seja uma continuidade de estudos na área, no Brasil.

À Profa. Dra. Lícia de Souza Leão Maia, pela participação e pelas contribuições na defesa desta tese.



Ao Prof. Dr. José Ivanildo Felisberto de Carvalho, que considero como um amigo e militante da Educação Estatística e que tive o prazer de conhecer ainda no mestrado (temos formações semelhantes como pesquisadores). Obrigado por ter contribuído de forma crítica na qualificação e defesa desta tese.

Ao Prof. Dr. Luciano Cavalcanti, por ter me mostrado a Educação Matemática e por ter se tornado um grande amigo e referência em minha formação. Obrigado, meu Diácono.

À Profa. Dra. Juliene Barros, por ter plantado em mim uma semente de sonho de carreira acadêmica. A senhora é uma referência na Educação.

A todos os professores que passaram por mim desde a alfabetização à Pós-graduação e que contribuíram em minha formação. Muito obrigado!

A todo(a)s que não tiveram os seus nomes citados aqui, mas que contribuíram direta ou indiretamente para o desenvolvimento e a finalização deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela concessão da bolsa de estudos, que possibilitou a minha dedicação exclusiva à pesquisa.

## RESUMO

O conceito de Letramento Probabilístico está relacionado à capacidade de leitura, interpretação e estabelecimento de sentido pelo trabalho com conceitos de aleatoriedade, acaso, espaço amostral e diferentes significados da probabilidade, que possibilitem a tomada de decisões dos cidadãos. A formação continuada de professores que ensinam Estatística adquire relevância, porque pode possibilitar a compreensão de conceitos e melhor efetivação do ensino de Probabilidade. Esta tese relaciona-se a uma pesquisa que analisou como ensinar Probabilidade sob a perspectiva do letramento probabilístico, no âmbito de encontros de formação continuada de professores dos anos finais do Ensino Fundamental. O objetivo geral é analisar, no âmbito de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, competências para o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico. Tem-se como objetivos específicos: identificar o que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade, numa perspectiva do letramento probabilístico; analisar as atividades de Probabilidade propostas pelo sistema de ensino utilizado pelos professores no contexto do grupo de formação na perspectiva do letramento probabilístico; compreender como conceitos de Probabilidade são trabalhados pelos professores participantes do grupo; analisar, à luz da abordagem do Letramento Probabilístico de Gal, atividades sobre Probabilidade com os professores do grupo. Participaram do estudo cinco professores de Matemática que atuam do 6º ao 9º ano, em uma escola particular de um município do Agreste do estado de Pernambuco. Foram realizados 6 encontros com duração de duas horas e meia, nos quais foram trabalhados aspectos conceituais e pedagógicos sobre o ensino de Probabilidade na perspectiva do letramento probabilístico. Os resultados apontam que os professores tinham uma compreensão elementar sobre o conceito de Probabilidade e seu ensino, seguindo uma perspectiva voltada para a aplicação da forma laplaciana de Probabilidade, sem desenvolver em sua prática uma discussão crítica sobre os conceitos nem que fomentasse a ideia de letramento probabilístico. Os encontros proporcionaram reflexões sobre essas práticas e o confronto com a compreensão de letramento probabilístico, o qual demanda posturas ativas e reflexivas dos professores. Os docentes demonstraram as suas compreensões e como deveriam agir em determinadas situações probabilísticas, discutindo e dialogando entre si em contextos diferentes dos usuais utilizados na escola. Ficou perceptível que os sujeitos da pesquisa avançaram em suas compreensões e posturas em relação à Probabilidade e ao Letramento Probabilístico. Eles conseguiram, no decorrer da pesquisa, aprender e discutir conceitos e posturas de como ser e como fazer para ensinar na perspectiva crítica do Letramento Probabilístico. A formação continuada conseguiu fomentar a perspectiva do Letramento Probabilístico com a postura crítica e reflexiva do pesquisador como condutor do processo de formação, trazendo um olhar diferenciado para a formação continuada de Professores que ensinam Probabilidade.

**Palavras-chave:** Educação Estatística. Letramento Probabilístico. Formação de Professores. Ensino de Probabilidade.

## ABSTRACT

The concept of Probability Literacy as the ability to read, interpret and establish meaning by approaching concepts of randomness, chance, sample space and different meanings of probability, which enable citizens' decision making. The in-service statistics teacher education is relevant because it can enable the understanding of concepts and better effectiveness of the teaching of Probability. This thesis is related to research study that analysed how to teach Probability from the perspective of probability literacy, in the context of in-service final years of elementary school teacher education. The general objective was to analyse competencies for teaching probability in a perspective of Probability Literacy within a group of final years of elementary school mathematics teachers. Specific objectives: identify what final years of elementary school teachers know about the teaching of probability in a perspective of probability literacy; Analyse probability activities from the education system used by teachers in the context of teacher education group from the perspective of probability literacy; Understand how Probability concepts are worked on by the teachers participating in the group; Analyze, in the light of Gal's (2005) Probability Literacy approach, activities on Probability with the group's teachers. The participants were five mathematics teachers who teach 6<sup>th</sup> to 9<sup>th</sup> graded in a private school located in a country side town in the state of Pernambuco, Brazil. Six meetings were held with a duration of two and a half hours, in which conceptual and pedagogical aspects were discussed on the teaching of probability based on probability literacy. The results indicated that the teachers had an elementary understanding of probability and its teaching, following a perspective focused on laplacian probability application, without developing in their practice a critical discussion about the concepts or promoting the idea of probability literacy. The meetings provided reflections on these practices and comparison with the understanding of probability literacy, which demands active and reflective postures from teachers. Teachers demonstrated their understandings and how they should act in certain probability situations, discussing and dialoguing with each other in different contexts which are not used at school. It was noticeable that the research subjects advanced in their understandings and attitudes regarding probability and Probability Literacy. During the research study, teachers were able to learn and discuss concepts and attitudes of how to be and how to teach in a critical perspective of Probability Literacy. Continuing education was able to foster the perspective of Probability Literacy with researcher's critical and reflective stance as a coordinator of meetings. Bringing a different perspective to probability in-service teacher education.

**Keywords:** Statistics Education. Probability Literacy. Teacher training. Probability Teaching.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 01: Sistematização da Revisão Sistemática.....	61
Figura 02: Árvore de possibilidades dos resultados possíveis na sacola da quadrabilidade...	86
Figura 03: Imagem da situação apresentada no Problema de Monty Hall.....	87
Figura 04: Resolução através de árvore de possibilidades do Problema de Monty Hall.....	87
Figura 05: Previsão do tempo para Garanhuns no dia 01/07/2019.....	90
Figura 06: Previsão do tempo para Garanhuns na segunda-feira, 01/07/2019.....	90
Figura 07: Probabilidade de o Brasil chegar à final da Copa do Mundo de 2018.....	92
Figura 08: Probabilidade de o Brasil chegar à final, de acordo com a FGV EMaP.....	93
Figura 09: Informação Probabilística sobre a Copa do Mundo de 2018.....	94
Figura 10: Uso do cinto de segurança.....	95
Figura 11: Definição de Probabilidade apresentada em slide.....	115
Figura 12: Significado Subjetivo de Probabilidade .....	141
Figura 13: A probabilidade no livro do 6º ano do Sistema de Ensino Bernoulli - Coleção 4v. Matemática Bernoulli (2019).....	156
Figura 14: Orientação da BNCC para o ensino de Probabilidade no 6º ano.....	157
Figura 15: Orientação da BNCC para o ensino de Probabilidade no 7º ano.....	158
Figura 16: Introdução ao ensino de Probabilidade no 8º ano.....	158
Figura 17: Orientação para o ensino de Probabilidade no 8º ano, segundo a BNCC.....	159
Figura 18: Propriedades da Probabilidade para o 8º ano no livro do sistema de ensino Bernoulli.....	160
Figura 19: O Problema dos Bodes no livro do 8º ano do sistema de ensino Bernoulli .....	161
Figura 20: Orientação para o ensino de Probabilidade para o 9ºano na BNCC.....	162
Figura 21: Definição de Probabilidade no livro do 9º ano do sistema Bernoulli de ensino ...	163

## LISTA DE QUADROS

Quadro 01:	Orientações da BNCC sobre a unidade temática de Probabilidade	28
Quadro 02	Letramento Probabilístico de Gal (2005)	34
Quadro 03:	Contextos de Probabilidade segundo Gal (2005)	41
Quadro 04:	Áreas para questões críticas sobre Probabilidade	42
Quadro 05:	Modelo de revisão sistemática segundo o Cochrane do Brasil	55
Quadro 06:	Particularidades das revisões narrativas e sistemáticas	55
Quadro 07:	Expressões de busca no periódico da Capes	59
Quadro 08:	1ª etapa de levantamento de artigos a partir dos descritores	60
Quadro 09:	Artigos selecionados na Revisão Sistemática	62
Quadro 10:	Organização dos encontros de formação e atividades	80
Quadro 11:	Anotação dos Resultados da atividade soma dos dados	84
Quadro 12:	Notícia na íntegra sobre uso do cinto de segurança	96
Quadro 13:	Resultados do lançamento dos dados pelos professores	119
Quadro 14:	Espaço amostral do lançamento da atividade soma dos dados	121
Quadro 15:	Resultado do experimento da sacola quadrabilidade	123
Quadro 16:	Perguntas sobre a avaliação da formação	205

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>15</b>
<b>1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>21</b>
1.1 CONCEITO DE PROBABILIDADE.....	21
1.2 ENSINO DE PROBABILIDADE.....	27
1.3 LETRAMENTO PROBABILÍSTICO.....	29
1.4 FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	44
<b>2 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA.....</b>	<b>53</b>
2.1 O MÉTODO DA REVISÃO SISTEMÁTICA.....	56
2.1.1 Objetivo.....	57
2.1.2 Problema de pesquisa.....	57
2.1.3 Expressões de busca.....	57
2.1.4 Critérios de exclusão.....	58
2.2 BUSCAS NO PORTAL DE PERIÓDICOS DA CAPES .....	59
2.3 PESQUISAS NACIONAIS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	66
2.4 PESQUISAS INTERNACIONAIS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE.....	71
<b>3 MÉTODO.....</b>	<b>77</b>
3.1 CONTEXTO DA PESQUISA DE CAMPO.....	78
3.2 PARTICIPANTES.....	78
3.3 ORGANIZAÇÃO DOS ENCONTROS DE FORMAÇÃO.....	80
3.4 - ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA.....	83
<b>4 ANÁLISE DOS DADOS .....</b>	<b>98</b>
4.1 ENCONTRO 01: ANÁLISE DAS QUESTÕES DA ENTREVISTA E DISCUSSÃO INTRODUTÓRIA DA TEMÁTICA.....	99

4.2 ENCONTRO 02: DISCUSSÃO SOBRE PROBABILIDADE E SEUS SIGNIFICADOS.....	131
4.3 ENCONTRO 03: ANÁLISE DO MATERIAL DO SISTEMA DE ENSINO E DISCUSSÃO SOBRE LETRAMENTO PROBABILÍSTICO.....	154
4.4 ENCONTRO 04: DISCUSSÃO SOBRE LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE GAL (2005) E O PAPEL DOS DIFERENTES CONTEXTOS.....	175
4.5 ENCONTRO 05: DISCUSSÃO SOBRE OS DIFERENTES CONTEXTOS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE.....	186
4.6 ENCONTRO 06: INTERPRETAÇÃO DE SITUAÇÕES REAIS NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO E AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA.....	191
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>212</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>218</b>
<b>APÊNDICES</b>	
<b>A - SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DA PESQUISA EM UMA ESCOLA DA REDE PRIVADA NO MUNICÍPIO DE GARANHUNS.....</b>	<b>231</b>
<b>B - TERMO DE CONSENTIMENTO.....</b>	<b>232</b>

## INTRODUÇÃO

O conceito de Probabilidade pode ser relacionado às mais diversas situações sociais, tais como: jogos de azar, loteria, previsão do tempo, investimentos financeiros, estudos demográficos, dentre outros. Batanero (2002) e Gal (2005) apontam que a Probabilidade tem um papel fundamental na compreensão de fenômenos de natureza não determinística, também denominados fenômenos aleatórios, cujos resultados não são conhecidos de antemão, mas podem ser calculados. Por exemplo, ao jogar uma moeda, não se pode afirmar com toda certeza qual será a face que irá aparecer para cima, porém se sabe que será cara ou coroa, então se pode mensurar a probabilidade do acontecimento, que será de  $\frac{1}{2}$ , 0,5 ou 50% para cada face, caso a moeda seja honesta. No caso desse exemplo, essa aleatoriedade caracteriza a Probabilidade do referido evento. Entende-se evento como um conjunto de resultados (um subconjunto do espaço amostral) ao qual é associado um valor de probabilidade. No lançamento da moeda, o espaço amostral seria cara ou coroa, totalizando apenas duas possibilidades em um lançamento.

Novaes e Coutinho (2009) consideram que a probabilidade pode ser entendida como a medida de incerteza na ocorrência de um evento resultante de uma experiência aleatória. A quantificação de fenômenos aleatórios, portanto, é central na definição do conceito de probabilidade.

A discussão sobre o ensino de Probabilidade no currículo escolar está inserida em uma reflexão ampla contida na Educação Estatística, que por sua vez faz parte dos estudos e das pesquisas realizadas na área de Educação Matemática no Brasil. Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997) utilizaram a nomenclatura Tratamento da Informação para um eixo curricular de Matemática, o qual incluía elementos concernentes à Combinatória, Estatística e Probabilidade voltados para os anos iniciais e finais de escolarização. Já numa discussão recente na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017, p. 279), aborda-se o ensino de Probabilidade desde o 1º ano do Ensino Fundamental (6 anos de idade), quando já se prevê uma reflexão sobre o que seria o acaso e a classificação dos eventos através da utilização de expressões como: “talvez aconteça”, “acontecerá com certeza”, “é impossível acontecer”.



A BNCC inclui em suas diretrizes as habilidades que os estudantes devem desenvolver até o 9º ano do Ensino Fundamental (14 anos de idade). Espera-se que ao final dessa etapa da escolarização, o estudante já tenha compreendido elementos conceituais da Estatística e Probabilidade e consiga resolver problemas probabilísticos.

A probabilidade é um conceito que pode ser estudado a partir de diferentes olhares e possui em sua natureza diferentes abordagens. Batanero (2005) aponta que existem cinco significados para a Probabilidade: intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e axiomático. E que cada um desses significados precisa de um olhar específico para se obter uma compreensão consistente do conceito.

Batanero (2002) e Gal (2005) têm justificado a necessidade da inserção do estudo da probabilidade nas escolas apresentando razões diversas, tais como: a formação crítica do sujeito, demandas na área de formação inicial e continuada de professores que ensinam estatística e probabilidade. Os autores apontam que a compreensão de um conceito multifacetado, como é o caso da probabilidade, necessita de bastante reflexão e estudo e que precisa ser desenvolvido paulatina e longitudinalmente no processo de escolarização formal.

Além desses aspectos de inserção na escola e da natureza complexa do conceito de Probabilidade e sobre o ensino de Probabilidade, destaca-se, nesta pesquisa de doutoramento, a necessidade de investigar o letramento em probabilidade. A ideia de Letramento Probabilístico (GAL, 2005) relaciona-se com uma das habilidades básicas esperadas de todos os cidadãos, sendo um agregado de habilidades cognitivas e de fatores disposicionais (crenças, atitudes e hábitos da mente). O autor aponta que o letramento probabilístico seria a capacidade de lidar com uma ampla variedade de situações do mundo real que envolvem interpretação ou geração de mensagens probabilísticas, bem como de tomada de decisão. O autor chama de Letramento Probabilístico o desenvolvimento dessa capacidade de calcular, mensurar, comparar analisar probabilisticamente a partir de situações reais da sociedade.

Gal (2005) discute que o letramento Probabilístico requer o desenvolvimento do letramento estatístico geral. Além disso, precisa ser construído no decorrer do processo de escolarização, crescendo gradativamente a complexidade do estudo, por envolver os seguintes aspectos conceituais: acaso, incerteza, comunicar/calcular probabilidades, linguagem, contexto do conceito e questões críticas envolvendo diferentes situações para a Probabilidade.

Percebe-se que o ensino da Probabilidade se constitui como um desafio para a pesquisa em Educação Matemática. Nesse sentido, é introduzida aqui uma reflexão inicial sobre alguns estudos realizados na área, para que se possa entender em que momento se encontra o estudo sobre a formação do professor que ensina Probabilidade, pois Estatística, Combinatória e Probabilidade já fazem parte do currículo brasileiro há mais de 20 anos. Assim, percebe-se que já deveria existir uma considerável produção em relação à problemática em questão, mas esses pontos serão aqui amadurecidos.

Resultados de pesquisas realizadas no Brasil colocam em evidência dificuldades por parte dos estudantes do Ensino Fundamental para lidar com aspectos da linguagem e do pensamento probabilístico (SANTOS; GRANDO, 2011), e vê-se a pouca relevância dada ao trabalho com Estatística e Probabilidade em cursos de formação inicial de professores (CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013, KATAOKA et al., 2008). Santos e Grando (2011) constataram que estudantes do Ensino Fundamental apresentam pouca habilidade verbal para descrever com coerência situações probabilísticas. Elas sugerem que metodologias centradas em cenários de investigação, segundo a Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2008), podem contribuir para propiciar o desenvolvimento do pensamento probabilístico dos estudantes, uma vez que a problematização teria como base dados reais, os quais poderiam proporcionar a reflexão dos sujeitos sobre o que lhe fora posto de forma crítica na perspectiva de resolução de problemas.

Campos e Pietropaolo (2013) destacam que a inclusão da Probabilidade como componente estruturante no Ensino Fundamental requer inicialmente convencer os professores de que as aprendizagens de Probabilidade são aplicadas no cotidiano das pessoas e que consistem em importantes habilidades cognitivas, sobretudo por envolver elementos do pensamento hipotético dedutivo. Em sua pesquisa, a maioria dos professores afirmou que a Probabilidade deveria ser vista apenas no ensino médio, quando o estudante está com 16 anos de idade. Esses resultados fazem refletir sobre a importância de se investigar como professores têm realizado o ensino de Probabilidade nos anos finais do Ensino Fundamental, com o intuito de buscar possíveis encaminhamentos para os problemas apontados.

Em nível internacional, estudos também têm evidenciado a importância da formação inicial e continuada de professores para o ensino de probabilidade. Contreras, Diaz, Batanero e Ortiz (2010) realizaram uma pesquisa envolvendo 166 professores de Matemática em

formação no México, em Portugal e na Espanha e identificaram que os professores possuíam intuições incorretas sobre Probabilidade, revelando não possuir conhecimentos básicos sobre o tópico; além disso, eles ainda pensavam de forma equivocada na resolução de problemas. Os autores destacam que para um melhoramento no ensino de Probabilidade, seria necessária uma formação adequada para os professores; essa é uma condição inegociável para se desenvolver um ensino de qualidade que faça com que os estudantes pensem probabilisticamente.

Esses pesquisadores sugerem que uma possível solução para se trabalhar com professores já formados seriam oficinas formativas (*workshops*) sobre o ensino de Probabilidade. Essas oficinas poderiam ser desenvolvidas, de forma que os professores fossem contrariados em suas intuições e assim refletissem sobre as diferentes visões da Probabilidade. Essa proposta de oficina formativa contribuiria para que os professores vivenciassem um modelo educativo, o qual poderia ser utilizado *a posteriori*, quando eles estivessem lecionando probabilidade em suas salas de aula.

Aqui no Brasil, essa perspectiva seria entendida como o processo de formação continuada de professores, porque dentro da realidade brasileira, a maioria dos professores estão vinculados a diferentes instituições de ensino. E assim, para terem acesso a oficinas de formação, precisam do desenvolvimento da formação continuada, sendo a forma mais coerente e acessível para o professor voltar a estudar sobre a sua prática. Pode-se perceber que os estudos citados até agora apontam para lacunas existentes na formação inicial e continuada de professores de Matemática no tocante à compreensão das dimensões conceituais de Probabilidade, o que reforça a importância do desenvolvimento de pesquisas no contexto do ensino de Probabilidade e formação de professores.

Nesse sentido, a escolha pelo tema justifica-se pelos elementos demonstrados em estudos prévios na área – que serão apresentados de forma sistemática no decorrer do texto – e pela sociedade que demanda de seus cidadãos um letramento estatístico e probabilístico, haja vista que em todos os contextos há indagações acerca de como interpretar e tratar a informação que aparece, a partir de diferentes representações e modos.

O tema desta pesquisa também se justifica pela trajetória pessoal do pesquisador, que possui formação na área de Pedagogia e Matemática, especialização em ensino de Matemática, Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica. Atua como professor na

educação básica há 12 anos, perpassando os mais diversos níveis: educação infantil, anos iniciais, anos finais do ensino fundamental, Educação de Jovens e Adultos, ensino médio, cursinho preparatório para concursos, na graduação em Pedagogia e Matemática, na especialização em ensino de Matemática e na formação continuada de professores que ensinam Matemática. Atualmente vem desenvolvendo pesquisas na área da Educação Estatística, especificamente na construção e interpretação de gráficos estatísticos com o uso de tecnologias (EUGÊNIO, 2013) e na área do ensino de Probabilidade na perspectiva do Letramento Probabilístico Eugênio (2016). Esta pesquisa surgiu da inquietação sobre a formação de professores que ensinam Matemática, especificamente os elementos concernentes ao ensino de Probabilidade e da ausência de pesquisas específicas no âmbito dos professores dos anos finais do ensino fundamental. As pesquisas na área serão apresentadas ao decorrer deste texto.

No contexto da Probabilidade na vida real, existem características da vida adulta envolvendo tomadas de decisões baseadas em análises matemáticas, que em sua origem levam em consideração o raciocínio Probabilístico como argumento para tomar a decisão mais acertada.

Os professores que ensinam Matemática precisam refletir sobre a importância do seu trabalho no que concerne ao ensino de Probabilidade e, embora apresentem lacunas em relação ao ensino desse conceito, resultantes em parte por deficiências advindas da sua formação inicial, podem desenvolver diferentes aspectos do ensino em processos de formação continuada. Esta deve ser uma proposta de formação que contribua para a reflexão dos docentes sobre a forma como vêm ensinando a Probabilidade e como deveriam trabalhar para desenvolver o letramento probabilístico com os seus alunos.

Esses aspectos sobre o ensino da Probabilidade na perspectiva do letramento probabilístico são centrais nesta tese de doutorado, a qual tem como questões de pesquisa: O que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico? Como o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico pode ser explorado com um grupo de professores de matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental?

Esta pesquisa tem como objetivo geral:

- Analisar no âmbito de um grupo de professores de Matemática, dos anos finais do Ensino Fundamental, competências para o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico.

Os objetivos específicos são:

1. Identificar o que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade numa perspectiva do letramento probabilístico;
2. Analisar as atividades de Probabilidade propostas pelo sistema de ensino utilizado pelos professores no contexto do grupo de formação dos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva do letramento probabilístico;
3. Compreender como conceitos de Probabilidade são trabalhados pelos professores participantes do grupo;
4. Analisar, à luz da abordagem do Letramento Probabilístico de Gal (2005), atividades sobre Probabilidade com os professores do grupo.

Delineando a estrutura desta tese, em sequência a esta introdução, no capítulo 1, discutem-se elementos teóricos concernentes ao conceito de Probabilidade, ensino de Probabilidade, Letramento Probabilístico e a formação dos professores que ensinam Matemática, Estatística e Probabilidade. No capítulo 2, é exposta a Revisão Sistemática da Literatura. No capítulo 3, discorre-se sobre o método, o contexto da pesquisa, os participantes e a organização dos encontros e do roteiro de entrevistas. No capítulo 4, apresentam-se os resultados, assim como são tecidas as considerações finais e os apontamentos para pesquisas futuras. Em seguida, apontam-se as referências e os apêndices do estudo.

## 1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 1.1 CONCEITO DE PROBABILIDADE

A Probabilidade é uma área de estudos vinculada à Matemática e à Estatística. No âmbito da Matemática, podem-se destacar conceitos chaves para que haja uma compreensão sobre o que a Probabilidade se propõe investigar. Assim, um importante conceito refere-se ao experimento aleatório que surgiu quando os matemáticos reproduziram um experimento em condições consideradas idênticas, podendo apresentar resultados diferentes. Essa característica dos resultados contempla elementos da variabilidade, ou seja, os resultados não seguem um padrão específico e predeterminado a priori. Outros elementos importantes no estudo da Probabilidade seriam o Espaço Amostral e o Evento.

Espaço Amostral de um experimento aleatório seriam todos os possíveis resultados do experimento. Convencionou-se utilizar a letra grega ômega  $\Omega$  para representar o espaço amostral de um experimento qualquer. Já o Evento seria qualquer subconjunto do espaço amostral, ou seja, qualquer conjunto formado por partes do espaço amostral é considerado um evento. O evento é representado pelas letras maiúsculas do alfabeto latino, como: A, B, C, D, E, F, dentre outras. Por exemplo, no lançamento de um dado honesto, o espaço amostral seria  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ . Já o evento pode ser considerado quantos resultados em um lançamento de um dado poderiam ser número primos:  $A = \{2, 3, 5\}$  ou quantos resultados teremos com números maiores que 4?  $B = \{5, 6\}$ ; esses seriam exemplos de eventos dentro do espaço amostral definido.

Em relação ao espaço amostral, pode haver duas situações. O espaço amostral Discreto, que consiste em um conjunto finito ou infinito contável dos resultados, como se observou no parágrafo anterior. Por outro lado, tem-se o espaço amostral Contínuo, que se apresenta em um intervalo tanto finito como infinito de números reais; por exemplo, se Maria e João lançam sucessivamente um par de dados honestos até que um deles obtenha a soma de 7 pontos e vença o jogo. Qual seria a Probabilidade de Maria ou João vencer o jogo? Essa situação poderia ser um exemplo no qual se teria um espaço amostral infinito, em que, a cada rodada de lançamento de dados, seria possível calcular a Probabilidade da soma 7 nos dados para Maria ou para João, assim configurando um espaço amostral infinito de possibilidades de resultados.

A Probabilidade é uma função matemática, cujo domínio é o espaço amostral e cuja imagem são os números reais de 0 a 1, tal que as operações com subconjuntos do domínio cumprem três axiomas, que são: Axioma 1:  $0 \leq P(A) \leq 1$ , indicando que a Probabilidade de qualquer acontecimento A deve ser um número real não negativo. Axioma 2:  $P(S) = 1$ , indicando que a Probabilidade de um acontecimento certo é igual a 1 (100%); Axioma 3: Se A e B são eventos mutuamente excludentes, então:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ . Esse axioma diz que se A e B são acontecimentos incompatíveis, a probabilidade de A ou B é a soma das probabilidades de A e de B.

Batanero e Manfred (2016) afirmam que a Probabilidade pode ser entendida a partir de dois olhares. O primeiro seria enquanto Medida, considerando a Probabilidade como uma propriedade de objetos físicos como comprimento, sendo possível um espaço amostral infinito. E o segundo pode ser entendido como um procedimento qualitativo de anexar subjetivamente valores numéricos a fenômenos incertos.

Batanero (2005) discute que existem 5 significados para o conceito de Probabilidade, a saber: Intuitivo, Clássico, Frequentista, Subjetivo e Axiomático. Será apresentado cada um deles e discutidas as suas características.

A Probabilidade pode ser compreendida a partir de diferentes olhares, mas na sua história, percebe-se que as primeiras incursões são referidas na Idade Média a partir dos jogos de sorte e azar, quando as pessoas tentavam descobrir padrões matemáticos para poderem aumentar as suas chances de ganhar. Nesse sentido, *Pierre Simon Laplace (1749 – 1827)*, matemático, físico e astrônomo francês, foi um dos matemáticos que sistematizou o que viria depois a se tornar a teoria das Probabilidades.

O *significado Intuitivo de Probabilidade*, de acordo com Batanero (2005), surge com dos jogos de sorte ou azar que se difundiram nas mais diferentes sociedades e que não se pode precisar em qual ano realmente começaram. Mas a história da Matemática aponta que foi desde o final do século XVII que surgiram as primeiras interpretações sobre a Probabilidade, a partir dos trabalhos dos Matemáticos Girolamo Cardano (1501-1576), Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665).

O *significado Intuitivo de Probabilidade* está ligado às experiências que as pessoas vão tendo com a Probabilidade por meio de diferentes situações, como jogos ou tomadas de decisão que exijam um pensamento probabilístico, e, conseqüentemente, a linguagem vai

fazer parte desse universo. Por exemplo, utilizam-se expressões como: “é certo que vai acontecer”, “provavelmente”, “possivelmente”, “é impossível acontecer”, “existe a chance”, “acho pouco provável” etc. Essas expressões esboçam uma intuição sobre elementos probabilísticos e fazem com que se tenha uma reação perante fenômenos que acontecem aleatoriamente.

A intuição em Matemática se desenvolve a partir dos contatos com elementos que requeiram a forma de pensar Matemática.

Durante um processo de raciocínio, temos de acreditar – pelo menos temporariamente (mas absolutamente) – nas nossas representações, interpretações ou soluções momentâneas, de outro modo o nosso fluxo de pensamentos paralisaria. É a este tipo de crença que chamamos intuição. Crenças cognitivas, elaboradas e confirmadas repetidamente pela prática, podem adquirir um carácter axiomático (FISCHBEIN, 1987, p. 28).

Pode-se perceber que a intuição seria o elemento inicial para se entender um conceito matemático ou de outra área. Assim, seria necessário acionar esse significado para poder avançar nas aprendizagens. Um ponto em que Batanero (2005) inicia a discussão, mas não desenvolve, é que a Probabilidade pode se caracterizar como contra intuitiva, referindo-se a situações nas quais os indivíduos tomam decisões erradas em vários momentos em que se defrontam com questões Probabilísticas. Assim, por um lado, a intuição ajuda a compreender os fenômenos ao redor, mas, por outro lado, dificulta uma melhor compreensão sobre o não determinístico.

O segundo significado seria o que se chama de Probabilidade Clássica, Laplaciana, formal ou regra de Laplace para Probabilidade, conhecida a partir da seguinte relação:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Pode-se supor que a probabilidade de acontecer A é dada pela divisão do número de casos em que A ocorre pelo número total de casos  $\Omega$ , afirmando-se, então, que a Probabilidade seria:

$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favoráveis}}{n^{\circ} \text{ de casos possíveis}}$$

Por exemplo: se um dado é jogado sobre uma mesa, qual seria a probabilidade de sair o número 2?



$$P(A) = \frac{n^{\circ} \text{ de casos favoráveis}}{n^{\circ} \text{ de casos possíveis}} = \frac{1}{6}$$

A probabilidade seria de 1/6, porque há seis faces, e uma delas seria a face representada pelo número 2.

Assim se percebe que a fórmula de Probabilidade concebida inicialmente por Laplace mostra que no numerador da fração estarão os casos favoráveis, e no denominador os casos possíveis, o que em probabilidade é chamado de *espaço amostral*, ou seja, o conjunto de todas as possibilidades. E a característica fundamental dessa compreensão da Probabilidade é não saber o que irá acontecer, por causa da sua natureza aleatória, mas é possível medir essa incerteza.

De acordo com Batanero (2005), o *significado Clássico da Probabilidade* é entendido *a priori*, não sendo necessário se fazer um experimento para poder ser calculada a Probabilidade. No entanto, também há as suas limitações, porque não consegue abarcar todas as situações que envolvem probabilidades, por exemplo, quando os eventos não são equiprováveis e quando o espaço amostral é de natureza contínua.

Batanero (2005) aponta outro significado para a Probabilidade, que seria denominada de *Frequentista*. De acordo com James Bernoulli, na quarta parte de seu livro *Ars Conjectandi*, publicado em 1713, o significado de *Frequentista* surge quando se podem repetir diversas vezes eventos aleatórios nas mesmas condições, e com isso se gera uma frequência relativa. Essa ideia foi desenvolvida e ficou conhecida como a *Lei dos Grandes Números*.

A *Lei dos Grandes Números* pode ser entendida de forma bastante intuitiva. Por exemplo, se uma moeda honesta for lançada 1000 vezes, qual será a probabilidade de sair cara? Se for realizado o lançamento da moeda  $n$  vezes, então se perceberá que a razão do número de caras e o número de lançamentos observados tendem a  $\frac{1}{2}$ , à medida que o tamanho da amostra tende a infinito<sup>1</sup>.

A *Lei dos Grandes Números* afirma que a média aritmética dos valores observados tende à esperança da variável aleatória. Essa afirmação foi exaustivamente testada pelos

---

<sup>1</sup> Apesar de reconhecermos a importância da *Lei dos Grandes Números* dentro da teoria das Probabilidades, não desenvolvemos uma discussão pormenorizada por não ser o objeto central de estudo desta pesquisa.

matemáticos na época de seu desenvolvimento, os quais perceberam que quanto maior era o número de repetições do experimento, mais próximo do valor esperado o experimento resultava, considerando que o experimento era comparado com o cálculo clássico da probabilidade. Mas a afirmação da *Lei dos Grandes Números* se comprovou verdadeira porque a esperança matemática de uma distribuição binomial é igual a  $n \cdot p$ , em que  $n$  é o tamanho da amostra e  $p$  é a probabilidade de sair cara. O que se deseja é estimar  $p$  em  $n$  lançamentos, logo a esperança da binomial dividido por  $n$  dá o valor  $p$  teórico.

Com o *significado Frequentista de Probabilidade*, é possível ter-se um espaço amostral infinito, e, com isso, poderiam ser utilizados conceitos como o de limite, para determinar a Probabilidade de um acontecimento. Posteriormente foi utilizado esse significado de probabilidade para saber a previsão do tempo, bem como em aplicações na economia, para saber quantas peças sairiam defeituosas se fossem produzidas 10.000 unidades em massa. Outra característica desse significado é que ele seria entendido a *posteriori*, ou seja, o experimento deverá ser realizado para que posteriormente seja calculada a probabilidade a partir da frequência relativa, diferentemente do *significado Clássico*, que é *a priori*.

O *Significado Subjetivo de Probabilidade* refere-se a quando a probabilidade de um evento, interligado a um experimento independente, não pode ser repetida nas mesmas condições que inicialmente foram realizadas. Assim, não se garantem as condições idênticas para se realizar o experimento. Pode-se compreender esse significado a partir de alguns exemplos. A) Quem vencerá o próximo jogo de futebol entre as seleções do Brasil e da Argentina? B) Se uma criança passou por uma cirurgia e não conseguiu ficar curada, qual a probabilidade de essa criança fazer novamente a cirurgia e desta vez ficar curada?

No exemplo do jogo, por mais que existam estatísticas que registrem o número de vezes em que as seleções do Brasil e da Argentina se enfrentaram e em que cada time ganhou uma quantidade de partidas, essas estatísticas não garantem que o time que tem mais vitórias ganhará o próximo jogo. Os times são diferentes, comissão técnica diferente, campos diferentes, jogadores diferentes. Assim, todas as condições são diferentes das que foram vivenciadas anteriormente. Mas o que caracteriza a subjetividade é porque ela se baseia em julgamento pessoal, acúmulo de conhecimento e experiência. Por exemplo, médicos algumas

vezes atribuem probabilidades subjetivas à expectativa de vida para pessoas com câncer. Previsão do tempo é outro exemplo de probabilidades subjetivas.

Em relação ao exemplo da cirurgia da criança, refere-se a um novo procedimento, não se pode garantir que seja a mesma equipe da primeira cirurgia, pode ser utilizada uma técnica diferente, então como as condições não seriam as mesmas, as probabilidades de sucesso também seriam diferentes.

Batanero (2005) aponta ainda que existe o *Teorema de Bayes*, o qual descreve a probabilidade de um evento baseada em um conhecimento anterior, que poderia ser um acontecimento possivelmente relacionado ao evento e seria interpretado *a priori*. Esse teorema demonstra como mudar as respectivas *probabilidades a priori*, tendo em vista novos resultados de evidências para probabilidades *que aparecerão a posteriori*. Assim, o *Teorema de Bayes* faz parte do *significado Subjetivo da probabilidade*.

O último significado de Probabilidade é o denominado *Axiomático*. De acordo com Batanero (2005, p.10):

Ao longo do século 20, diferentes autores contribuíram para o desenvolvimento de uma teoria matemática, formalizada sobre a probabilidade. Borel contemplando a probabilidade como um tipo especial de medição, enquanto Kolmogorov usou a ideia de medição, aplicando a teoria de conjuntos e da medida, para deduzir axiomas que fossem aceitos por todas as escolas da época, independentemente do significado filosófico concedido à natureza da probabilidade. Desde então, a probabilidade é simplesmente um modelo matemático que podemos usar para descrever, interpretar a realidade dos fenômenos aleatórios e mostrou sua utilidade em quase todos os campos da atividade humana, como a ciência, técnica, política e gestão.

Pode-se perceber que o *significado Axiomático* tenta algebrizar tudo o que já existia em relação à Probabilidade produzida pelos matemáticos e tenta generalizá-la para as mais diversas áreas da sociedade. Foi o esforço de diversos matemáticos em conseguir fazer a Probabilidade ter um lugar de destaque na Matemática formal, mais conhecida como Matemática pura. Esse esforço rendeu o reconhecimento da Probabilidade enquanto função Matemática e convergência entre a teoria dos Conjuntos e a teoria da Medida, as quais até então nunca tinham tido diálogo como áreas da Matemática.

## 1.2 ENSINO DE PROBABILIDADE

O ensino de Probabilidade na Educação Básica no Brasil se constitui um elemento de discussão na área da Educação Matemática e Estatística. Com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1997), contemplou-se o Tratamento da Informação como bloco de conteúdos voltado para discussões de elementos concernentes à Estatística, à Combinatória e à Probabilidade.

Essa prescrição dos PCN envolve de forma mais ampla os elementos da Estatística, Combinatória e Probabilidade. De acordo com Lopes (2008), essa inserção de conteúdos estatísticos referiu-se a uma discussão mundial, a qual vinha sendo apontada a partir dos congressos internacionais como aqueles promovidos pela *International Association for Statistical Education* (IASE), *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI), pelo *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), bem como pelas reformulações curriculares de vários países, como Espanha (MEC, 2006) e Austrália (ACARA, 2010). Esse movimento internacional evidenciou a importância do ensino de Estatística, Combinatória e Probabilidade e enfatizou a sua problemática.

Autores como Azcárate (1997), Batanero (2002), Gal (2005), Shaughnessy (2007), Lopes (2008), Costa e Nacarato (2011), Vargas e colegas (2012), Ortiz e colegas (2012), Gomez e colegas (2014), Pietropaolo e colegas (2014) apontam que o ensino de Probabilidade se constitui como um elemento multifacetado, ou seja, que pode ser interpretado e estudado a partir de diferentes olhares e definições.

O ensino de Probabilidade no Brasil ganhou mais força curricular recentemente, com a publicação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017). Nesse documento oficial brasileiro, houve uma ampliação do que já vinha sendo ensinado em Probabilidade e era preconizado nos PCN (1997). Na própria redação da BNCC, indica-se que o estudo da incerteza e do tratamento de dados seja discutido em uma unidade temática chamada de *Probabilidade e Estatística*, que é uma das cinco que integram a Matemática, enquanto componente curricular.

A BNCC divide o ensino da Probabilidade a partir de objetos de conhecimento, que seria o conceito probabilístico de forma mais geral e as habilidades relacionadas ao que deve ser aprendido sobre o conceito. O Quadro 1 apresenta as orientações sobre os conteúdos de

Probabilidade que devem ser trabalhados com estudantes brasileiros de 06 a 14 anos de idade, matriculados do 1º ano ao 9º ano do Ensino Fundamental.

Quadro 01: Orientações da BNCC sobre a unidade temática de Probabilidade

ANO	Objetos de Conhecimento	Habilidades
1º	Noção de acaso	(EF01MA20) Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano.
2º	Análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano	(EF02MA21) Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis”.
3º	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral	(EF03MA25) Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.
4º	Análise de chances de eventos aleatórios	(EF04MA26) Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações.
5º	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios; cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis	(EF05MA22) Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não. (EF05MA23) Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis).
6º	Cálculo de probabilidade, como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável; Cálculo de probabilidade por meio de muitas repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	(EF06MA28) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
7º	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de	(EF07MA28) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou

	probabilidade por meio de frequência de ocorrências	estimativas por meio de frequência de ocorrências.
8º	Princípio multiplicativo da contagem; Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA19) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
9º	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(EF09MA19) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.

Fonte: BNCC (BRASIL, 2017).

No Quadro 01, vê-se que a Base Nacional Comum Curricular apresenta objetos de conhecimento da Probabilidade, relacionando-os com tipos de habilidades a serem desenvolvidos pelos estudantes. Espera-se que essa forma de estruturação do conhecimento contribua para direcionar a organização do ensino de Probabilidade para o Ensino Fundamental brasileiro. Mas é válido salientar: esta pesquisa irá se debruçar sobre o que é ensinado a partir do 6º ao 9º ano, isto é, os anos finais do Ensino Fundamental. Pode-se perceber que a BNCC direciona o ensino de Probabilidade abordando os *significados clássico e frequentista da Probabilidade*.

Ressalte-se que a BNCC (2017) está em fase de implantação no Brasil. E de acordo com as orientações do Ministério da Educação (MEC), ela será cobrada de forma sistemática através das avaliações externas, análise dos livros didáticos que serão utilizados nas escolas e monitoramento dos municípios e estados a partir de conferências e encontros regionais para a implantação da BNCC. A partir do ano de 2020, as diversas ações serão sistematizadas para garantir a implementação da proposta, haja vista que todos os 26 estados e o distrito federal já tiveram a oportunidade de discutir e analisar o conteúdo da BNCC.

### 1.3 LETRAMENTO PROBABILÍSTICO

A ideia de letramento se insere em uma discussão aqui no Brasil sobre a distinção entre Alfabetização e Letramento. O termo alfabetização é entendido pelos especialistas da área como o ato de se ensinar a ler e escrever. Seria o momento em que o(a) professor(a) iria

disponibilizar o alfabeto para as crianças ou adultos, de diferentes maneiras, para que eles conseguissem articular os grafemas (letras) e relacionassem com os fonemas (sons). Quando os sujeitos conseguem fazer a devida relação entre as letras e os seus respectivos sons, então são considerados alfabetizados.

O termo Letramento tem uma conotação diferente, por englobar a alfabetização e avançar no sentido de que a leitura e a escrita seriam não apenas das letras e palavras, mas envolveriam uma leitura de mundo (SOARES, 2005). O termo Letramento surge no final da década de 1980, a partir do esforço de pesquisadores brasileiros da área da Língua Portuguesa em perceber que existem usos sociais da linguagem. Assim, crianças e adultos estão inseridos em uma sociedade que demanda diuturnamente a leitura de placas, outdoors, jornais, revistas, reportagens, propagandas, letreiros de ônibus, bulas de remédios, crônicas etc. A leitura e a compreensão de vários gêneros textuais seriam o que Soares (2005) defende por Letramento, ou seja, o estabelecimento de sentido para o que se lê e a interpretação crítica dos fenômenos ao redor.

Monteiro (2016) argumenta que o termo letramento advém do termo em inglês *literacy*. Semelhante ao que se entende aqui no Brasil, a pessoa letrada tem condições de fazer o uso da linguagem em prol de suas demandas sociais básicas. Em outros países falantes do português e naqueles de língua espanhola, utiliza-se o termo *Literacia*<sup>2</sup>, que envolve a ideia de Letramento, mas agora associado a elementos não só da língua Portuguesa, mas também a elementos da Matemática.

Gal (2000) aponta que o termo Literacia é visto como o domínio da leitura básica ou mínima de habilidades de escrita, mas que estão articuladas à vivência dos sujeitos em sociedade. Outro termo que surge é a numeração ou numeramento, o qual, segundo Gal (2000), não é bem aceito na área de Educação Matemática e Estatística. Uma expressão utilizada na área, de acordo com esse pesquisador, é a Numeracia, indicada como um agregado de habilidades e conhecimentos, fatores disposicionais (crenças, hábitos da mente, atitudes), na resolução de problemas e a capacidade dos indivíduos em interpretar e gerenciar situações de numeração, ou seja, situações que envolvam números.

---

<sup>2</sup> Está sendo utilizado o termo Letramento ao invés de Literacia, pois se acredita que a palavra Letramento condiz com os usos sociais que podem ser aplicados aos conceitos estudados na escola. Além disso, traduz de forma fidedigna a conotação que as palavras Literacy e Literacia representam em seus respectivos idiomas de origem.

Para Kilpatrick (2001), poder-se-ia entender o letramento como “Alfabetização Matemática” e, para Steen (2001), como “Alfabetização Quantitativa”. O NCTM (2000) utiliza o termo alfabetizado para denotar o sujeito capaz de agir de forma crítica nas diferentes situações cotidianas que envolvam a Matemática e a Estatística, assim como as suas diferentes aplicações.

Niss e Jablonka (2014) discutem o termo *mathematical literacy*, que poderia ser interpretado para o Brasil como o letramento Matemático. Shamos (1995) utiliza o termo “alfabetização científica”. Outros autores como Wallman (1993), Watson (1997), Watson e Callingham (2003) e Gal (2002) discutem sobre a ideia de Letramento Estatístico. Todas as expressões defendidas pelos respectivos pesquisadores têm em comum a defesa de que o letramento tem em sua essência elementos da criticidade, da argumentação, da especulação científica e que as pessoas se baseiam em elementos matemáticos, estatísticos e científicos para tomarem decisões acertadas em relação ao fenômeno que lhes é posto para análise.

Gal (2002a) amplia a discussão sobre letramento, indicando que existe o Letramento Estatístico, isto é, a capacidade de interpretar, avaliar criticamente, expressar opiniões sobre informações estatísticas e comunicar-se através delas. O autor defende que o Letramento Estatístico habilita o cidadão letrado a separar e interpretar as estatísticas e analisa quem produz e quem está pagando pelas pesquisas apresentadas, bem como qual seria o destino dessa informação. Assim, permite que os dados sejam analisados não só pelo olhar técnico da Estatística, mas pela sua essência crítica, interpretando o que está além dos dados apresentados.

Em continuidade à reflexão sobre letramento estatístico, Gal (2005) expõe a ideia de Letramento Probabilístico, refletindo sobre dois questionamentos. O primeiro envolve a noção de que a Probabilidade faz parte da Matemática e da Estatística. Como parte da Educação atual, os adultos precisam da Probabilidade para compreender também os conceitos, como Amostragem e Inferência Estatística. Assim, a Probabilidade seria um conceito nuclear, no sentido de ser base para outras aprendizagens nos campos da Estatística e da Matemática. O segundo questionamento de Gal (2005) relaciona-se com a aprendizagem de Probabilidade voltada para ajudar a preparar os alunos para a vida social, desde a compreensão de eventos que acontecem de forma aleatória, como fenômenos de chance que permeiam a vida das pessoas de forma simples e prática e em diferentes ambientes.



Gal ainda propõe algumas reflexões sobre a natureza da Probabilidade: quais seriam as suas principais características? O que os adultos precisam saber sobre Probabilidade para poderem lidar com as mais diferentes situações do dia a dia? Nesse sentido, questiona sobre as implicações da Probabilidade no mundo real e que esses fenômenos podem influenciar uma mudança no currículo escolar e no planejamento do professor em sala de aula.

Gal afirma que letramento de adultos, numeracia e alfabetização estatística são os pressupostos que definem o terreno em que o conhecimento da probabilidade está situado. Ele ainda discute elementos básicos de conhecimentos relacionados à probabilidade e elenca algumas disposições que são necessárias para que os adultos possam efetivamente interpretar e envolver situações probabilísticas do mundo real.

No contexto da Probabilidade na escola, é perceptível que os fenômenos envolvendo a ideia de chance permeiam a vida das pessoas de várias maneiras. Noções sobre Probabilidade, incerteza e risco aparecem em várias mensagens que os adultos encontram, por exemplo, quando recebem previsões de riscos médicos, financeiros, ambientais, midiáticos, conselheiros ou organizações de pesquisa (GAL, 2005).

Profissionais ou leigos dos mais diversos segmentos estarão sempre se defrontando com situações que envolvem a forma de pensar probabilística (GIGERENZER, SWIJTINK, PORTER, DASTON, BEATTY, KRUGER, 1989; GAL, 2000). Nesse contexto de vida, as pessoas têm que gerar estimativas de Probabilidade de certos eventos, independentemente da quantidade de treinamento formal que possuam sobre probabilidade, mas que exigem uma tomada de decisão, sendo necessário, portanto, agir na situação.

Dentro da perspectiva de Gal (2005), a Probabilidade não é algo tangível, mas sim uma percepção que pode ser expressa através de uma notação matemática formal ou através de meios informais que expressam possibilidades ou Probabilidade de ocorrência de eventos. Assim se percebe que a Probabilidade tenta prever acontecimentos de diferentes naturezas, medir o grau de incerteza de determinado experimento e tem como característica principal a aleatoriedade. Portanto, não existe um padrão pré-determinado para esse evento ocorrer, ele acontecerá sem um padrão fixo e mensurável *a priori*. Mas a partir da observação dos elementos que compõem o fenômeno, pode-se prever quais seriam os possíveis resultados.

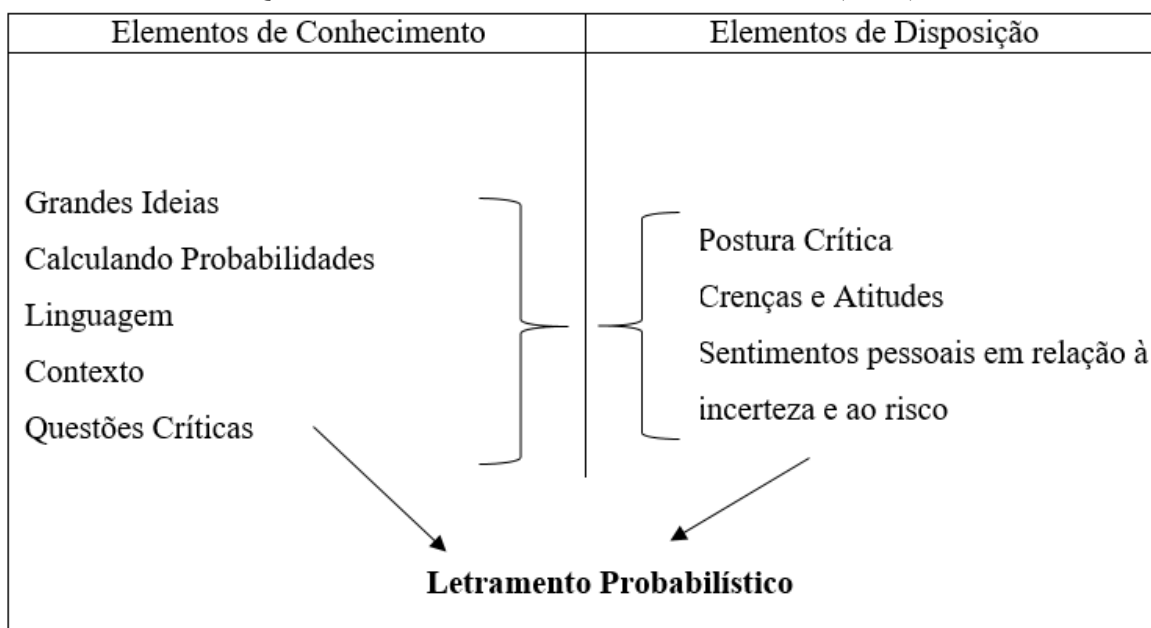
Por exemplo, uma pessoa tem 35 anos de idade, acabou de ter o seu primeiro filho, está bem acima do peso para a sua altura e idade, sente dores frequentes no peito e tem a

impressão de que desenvolverá problemas cardíacos. A mãe dessa pessoa a aconselha a fazer um seguro de vida, porque as pessoas da sua família possuem histórico de problemas cardíacos, e que ela faça um regime articulado à atividade física, para melhorar a sua qualidade de vida. Após uma consulta, o médico afirma que existe uma chance maior do que 50% de essa pessoa ter um ataque cardíaco se ela continuar com o mesmo estilo de vida que está levando. Essa pessoa com esse histórico deve ou não fazer o seguro de vida, pensando no futuro do seu filho que acabou de nascer? Essa situação expressa um contexto no qual será utilizado o raciocínio probabilístico para a tomada de decisão, em que a pessoa terá que analisar as suas condições de saúde, histórico da família, conselho do médico, questões financeiras sobre a mensalidade do seguro de vida e, ainda, pode analisar as estatísticas de casos de ataques cardíacos em pessoas com o mesmo perfil que ela.

Gal (2005) considera o Letramento Probabilístico a partir de duas perspectivas: os elementos *do conhecimento* e da *disposição*. Os elementos *do conhecimento* estão ligados aos cálculos de Probabilidade, a linguagem utilizada para se comunicar probabilisticamente, contextos diferentes de uso da probabilidade e perguntas críticas sobre o conceito. Já os elementos da disposição estão ligados às crenças pessoais, atitudes e hábitos.

Para compreender-se melhor, apresenta-se abaixo o Quadro 02, que esboça a forma como Gal (2005) sistematiza o Letramento Probabilístico.

Quadro 02: Letramento Probabilístico de Gal (2005).



Fonte: Adaptado de Gal (2005).

Em relação aos elementos de conhecimento, Gal (2005) explica que as *Grandes Ideias* se relacionam àquelas principais noções e aos conceitos de Probabilidade dos quais o indivíduo letrado precisa se apropriar, tais como: aleatoriedade, independência, variação, além da compreensão sobre derivação, representação, interpretação e implicações de declarações probabilísticas. As grandes ideias também podem ser representadas através de símbolos matemáticos ou termos estatísticos.

Mesmo que Gal (2005) tenha destacado essas grandes ideias, elas não são verdades absolutas, uma vez que os conceitos são reconstruídos por pesquisas na área de Probabilidade. Por exemplo, o conceito de Aleatoriedade tem sido alvo de debate de pesquisadores da Estatística e Matemática. Bennett (1998) aponta que a aleatoriedade seria a propriedade de um resultado que não se saberia *a priori* o que aconteceria. Por exemplo, se uma moeda for lançada 20 vezes, quantas caras sairão e quantas coroas? Esses resultados apareceriam de forma aleatória, ou seja, de maneira desordenada, não se conjecturando com certeza a quantidade exata que sairia de cada face da moeda.

Outra compreensão sobre Aleatoriedade seria a ideia de que existem vários fenômenos que acontecem na sociedade sem uma causa determinística subjacente. Assim, a aleatoriedade estaria ligada à ideia de acaso, que no latim significa *sem causa*. Mas os

Estatísticos têm levado em consideração que a aleatoriedade não é algo que acontece sem causa, pois está associada a uma quebra de padrão. Dessa maneira, o resultado do experimento poderá ser calculado, mas ele não poderá ser determinado, por causa da *aleatoriedade*.

A falta de consenso sobre o conceito de aleatoriedade tem ocasionado que as discussões não têm sido feitas sistematicamente, envolvendo pesquisas empíricas, ficando assim no âmbito da discussão *teórica*.

Noções sobre aleatoriedade, independência e variação devem ser entendidas não apenas como um fim em si mesmas, mas também como blocos de construção para compreensão das grandes ideias complementares à compreensão de Probabilidade, que são: *previsibilidade e incerteza* (noções relacionadas de *risco e confiança*). A previsibilidade e a incerteza dizem respeito ao estado de conhecimento sobre determinado evento; como por exemplo, ao se prever: amanhã choverá em todo o estado de Pernambuco. Pode-se descrever a probabilidade de esse evento acontecer por uma declaração probabilística do tipo: *Há 20% de chance de chover em Pernambuco amanhã*. No entanto, não é possível prever se isso realmente acontecerá, apenas existe a previsão que aponta que tal evento poderá acontecer. Nesse sentido, entende-se que a chuva não ocorrerá de forma totalmente aleatória, porque existem motivos que provocam a chuva. Por outro lado, não se sabe se ela ocorrerá na semana prevista, assim, existem características aleatórias presentes na situação.

De maneira diferente, numa situação em que um dado é lançado e obtém-se o resultado 6, as variáveis envolvidas na situação são bem mais simples, porque uma pessoa fará o lançamento do dado, sem interferir no resultado. Já no caso da situação da possibilidade de ocorrer chuva, necessita-se de mais elementos para que chova, como a chegada de uma *frente fria*, a evaporação da água, a influência das estações do ano. Conclui-se então que existem diferenças dentro da própria aleatoriedade enquanto área conceitual da probabilidade.

Outro exemplo a ser oferecido sobre a compreensão das grandes ideias pode vincular-se ao *simulador de probabilidades* para realizar um determinado experimento. Se fosse utilizado um *software* para simular lançamentos repetidos de uma moeda por 1000 vezes, esse experimento seria aleatório? Como o *software* está realizando esse experimento? Existe algum padrão por trás dos lançamentos? Quem programou o computador deixou algum

indicativo para isso? Assim, nota-se que as grandes ideias são elementos constitutivos e essenciais para a compreensão da natureza da Probabilidade.

Ainda no contexto das grandes ideias que Gal (2005) aponta, há a *independência* na Probabilidade. Entende-se esse conceito através da seguinte situação: se for considerado um baralho com 52 duas cartas, as quais estão subdivididas em 4 naipes (Paus, Espadas, Ouro e Copas), tem-se 13 cartas de cada naipe, enumeradas de 1 a 10 e as cartas de Valette, Dama ou Rainha e o Rei. Nessa situação, imagine-se a retirada de uma carta, definindo o seguinte evento:

E = “Carta de espadas”;

D = “Carta de Dama”

Pr = “Carta de naipe preto”

Pode-se observar a Probabilidade de cada evento acontecer:  $P(E) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$ ;  $P(D) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$ ;

$P(Pr) = \frac{26}{52} = \frac{1}{2}$ .

Para se compreender melhor a situação, será calculada a probabilidade condicional de alguns eventos. Lembrando que a Probabilidade condicional para a Matemática é a probabilidade de um evento A acontecer, sabendo que ocorreu outro evento B. Não haverá foco na Probabilidade condicional, porque não é tema central de estudo desta pesquisa, mas será usada sua forma de calcular probabilidade, para exemplificar o que seria independência em Probabilidade.

Em relação à situação do baralho, serão calculadas as seguintes probabilidades condicionais:  $P(D|E)$  e  $P(Pr|E)$ . Na primeira situação, está sendo calculada a probabilidade de sair uma dama, dado que a carta é de espadas. Na segunda situação, calcula-se a probabilidade de sair uma carta preta, dado que saiu uma carta de espadas.

$$\text{i)} \quad P(D|E) = \frac{P(D \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{1}{52}}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} = P(D)$$

$$\text{ii)} \quad P(Pr|E) = \frac{P(Pr \cap E)}{P(E)} = \frac{P(E)}{P(E)} = 1 \neq P(Pr)$$

Na primeira situação, saber que a carta é de espadas não acrescentou informação plausível para avaliar a probabilidade de sair uma dama, isto é, saber ou não que saiu uma carta de espadas não altera a probabilidade de sair uma dama. Já na segunda situação, saber se já saiu uma carta de espadas faz com que se mude a probabilidade de uma carta preta. Como se pode perceber, se saiu uma carta de espadas, então obrigatoriamente ela será de cor preta. Dessa forma, é possível entender o conceito de independência, haja vista que na primeira situação, diz-se que D e E são *independentes* e, na segunda situação, que os eventos Pr e E são *dependentes*. Na primeira situação, a ocorrência de E não traz qualquer indício ou informação para ser reavaliada a probabilidade de D. Já na segunda situação, ter ciência da ocorrência de E faz com que seja feita uma mudança na estimativa da probabilidade de Pr. Dessa forma, compreende-se a definição da independência de dois eventos:

Sejam A e B eventos de um espaço de probabilidade  $(\Omega, \Gamma, P)$ , então A e B são independentes se:

$$P(A|B) = P(A) \leftrightarrow P(B|A) = P(B).$$

Essa definição é importante para a Probabilidade se for considerado que A e B são independentes e com  $P(B) \neq 0$ . Então, pela definição, tem-se:

$$P(A|B) = P(A) \rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = P(A) \rightarrow P(A \cap B) = P(A) P(B)$$

Reciprocamente tem-se  $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ , então:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{P(A) P(B)}{P(B)} = P(A)$$

Gal (2005) aponta que a variação também faz parte da compreensão das grandes ideias no estudo sistemático da Probabilidade. Nesse sentido, na teoria da Probabilidade e em Estatística, a variância de uma variável aleatória será uma medida de dispersão estatística. Pode-se assim entender que a variação irá apontar para quão esticada ou espremida é uma distribuição dentro do contexto de uma amostra. A dispersão é paradoxal em relação à posição em que os dados irão se encontrar e em relação à tendência central dos dados analisados. Existem diferentes formas e estratégias para que sejam calculadas as variações

em um determinado grupo de dados. Dentro do contexto da variação, podem se citar as principais medidas de dispersão: variância, coeficiente de variação, razão variância média, desvio padrão, amplitude, amplitude interquartil, desvio absoluto, desvio de distância padrão.

Para que se entenda melhor a ideia de variação, pode-se perceber o seguinte exemplo: para se deslocar de casa para o centro, uma pessoa tem 3 opções de transporte: táxi, mototáxi e ônibus. Imagine-se que três pessoas distintas irão precisar se deslocar de um ponto em comum para o centro da cidade. O táxi passa no ponto a cada 6 minutos, pontualmente. Então cada pessoa gastaria 6 minutos para chegar ao centro. Já utilizando o mototáxi, o primeiro passa com 4 minutos, e o segundo e o terceiro com 7 minutos de diferença. Já o ônibus passa de acordo com a sua lotação. O primeiro saiu com 1 minuto, o segundo com 3 minutos de diferença e o terceiro 14 minutos depois da saída do segundo. O tempo médio de espera das pessoas para se deslocarem seria de quanto tempo? R= 6 minutos, utilizando qualquer um dos meios de transporte. Mas uma segunda pergunta pode ser feita: em qual dos meios de transporte (táxi, mototáxi ou ônibus), há uma variação maior no tempo de espera? R= Seria no ônibus. Com isso, reflete-se que a média de espera dos três meios de transporte é a mesma, no entanto, a variação muda em cada caso.

Destarte, vê-se que existe variação no contexto das variáveis aleatórias na probabilidade, assim como em distribuições de Probabilidade. Por isso, a ideia e o conceito de variação estão presentes dentro da Estatística e da Probabilidade.

O segundo elemento de conhecimento do modelo de Gal (2005) é denominado por ele de *calculando probabilidades*<sup>3</sup>, que se refere às maneiras pelas quais se calcula ou estima a probabilidade de eventos. Conforme se apresentou, Batanero (2005) argumenta que existiriam cinco tipos de abordagens na Probabilidade: *intuitiva*, *clássica*, *frequentista*, *subjettiva* e *axiomática*. Nesse sentido, serão salientadas quais as maneiras de se chegar a uma compreensão em cada uma dessas abordagens.

A abordagem *intuitiva* seria aquela em que os indivíduos na verdade não realizam procedimentos de cálculo formais. Assim, a partir das suas experiências de mundo,

---

<sup>3</sup> Gal (2005, p. 51) apresenta a seguinte explicação para esse elemento de conhecimento do letramento probabilístico: *Figuring probabilities: Ways to find or estimate the probability of events*. Nesta tese, usa-se a tradução “calculando probabilidades”, ao invés de “figurando”, por ser menos usual o emprego dessa palavra no português do Brasil.

conhecimentos prévios e contato com jogos de azar e sorte, as pessoas mentalmente calculam a probabilidade.

A perspectiva da abordagem *clássica* seria a que Laplace sistematizou e, dessa maneira, a probabilidade estaria vinculada ao cálculo do conjunto de casos favoráveis sobre o conjunto de resultados possíveis para a probabilidade de um evento.

A abordagem *frequentista* estaria associada à Probabilidade *a posteriori*, na qual seria necessário levantar uma frequência para poder estimar resultados, como por exemplo, usar um simulador de probabilidades para lançar um dado 500 vezes e perceber quantos numerais 4 saíram.

A abordagem *subjetiva* relaciona-se ao cálculo num contexto no qual não se consegue repetir um experimento nas mesmas condições iniciais em que foi realizado anteriormente outro. Assim, há o fator subjetivo das pessoas que estão realizando os experimentos probabilísticos, bem como a atribuição de probabilidade de acordo com evidências subjetivas e que diferem de um indivíduo para outro. Os seus resultados não são determinísticos, mas são autônomos.

Na visão *axiomática*, os cálculos se debruçam sobre a fundamentação matemática da Probabilidade e em seu embasamento teórico enquanto área da Matemática que lida com o não determinístico. Foi um esforço de vários matemáticos em compreender melhor a Probabilidade e fundamentá-la como uma teoria dentro da Matemática, aplicando o rigor e metodologias próprios dessa ciência para se compreender mais e melhor os fenômenos que envolvem a incerteza, a partir das formulações de modelos e depois a testagem da aderência desses modelos matemáticos.

Ainda no que se refere ao elemento de conhecimento *calculando probabilidades*, Gal (2005) afirma sobre a existência de pesquisadores que defendem, nessa fase, o acesso dos estudantes ao ensino de Probabilidade mais aprofundado. Por exemplo, poderia ser introduzido o Teorema de Bayes, que estuda a probabilidade condicional a partir de fenômenos que já aconteceram, para então entenderem os resultados desses acontecimentos. Em resumo, o elemento de conhecimento denominado por *calculando probabilidade* refere-se a diferentes facetas da Probabilidade enquanto componente Matemático e Estatístico.

Outro elemento de conhecimento apresentado no modelo de Gal seria a *Linguagem*, a qual se vincula aos termos utilizados para comunicar sobre acaso, aleatoriedade etc., por



exemplo, expressões linguísticas, tais como: *é possível, é provável, improvável, evento certo, evento impossível, chance, probabilidade, acaso, aleatório, pode acontecer, não pode acontecer, experimento, evento, espaço amostral, sorte, azar, a esmo*. Essas expressões de linguagem são usadas para comunicar o que se quer descobrir ou analisar sobre a Probabilidade.

Segundo Konold (2005, p.12):

Os professores devem atender não só na medida em que eles explicam conceitos abstratos em linguagem clara e usá-los de forma consistente, mas também para a capacidade de falar dos alunos (com entendimento) sobre e com esses termos (Tradução nossa).

A linguagem, na perspectiva de Gal (2005), é utilizada para favorecer a compreensão sobre os aspectos probabilísticos, ou seja, os estudantes, professores ou profissionais de diferentes áreas, devem saber utilizar a linguagem de forma coerente para realmente expressarem de maneira correta os elementos da probabilidade.

Parece existir uma confusão em relação ao uso de termos sobre Probabilidade, tais como: chance, aleatoriedade, espaço amostral. Nesse sentido, no âmbito desta pesquisa, vê-se que esse seria um aspecto a ser abordado na formação continuada de professores sobre o letramento probabilístico.

O *contexto* seria o quarto elemento de conhecimento apresentado no modelo de letramento probabilístico de Gal (2005). Para o autor, ser letrado probabilisticamente requer que o sujeito possa desenvolver elementos das grandes ideias, calcular probabilidades e utilizar-se adequadamente da linguagem probabilística, a partir de um conhecimento de mundo (GAL, 2002a). Esse conhecimento é entendido como conhecimento sobre o contexto no qual as pessoas apresentam expectativas específicas sobre o papel e impacto da chance e da aleatoriedade em diferentes processos e situações em que são requeridas. De acordo com Gal (2005, p. 2), o contexto se apresenta da seguinte maneira:

O contexto é educacionalmente importante, pois ajuda a explicar o porquê de ser necessário aprender sobre probabilidade ou incerteza em diferentes circunstâncias da vida. Essa é a base para se criar motivação, estudar a probabilidade e incorporar a sua aprendizagem socialmente em contextos significativos (Tradução nossa).

Para Gal (2005), existem diferentes contextos em que a Probabilidade pode ser estudada e compreendida. Podem-se observar, no Quadro 03 a seguir, alguns desses contextos pressupostos por Gal para a compreensão da Probabilidade na perspectiva do Letramento.

Quadro 03: Contextos de Probabilidade segundo Gal (2005).

- |  |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> <li>1. O mundo natural e físico (por exemplo, clima, evolução)</li> <li>2. Processos tecnológicos (por exemplo, garantia de qualidade, fabricação)</li> <li>3. Comportamento humano (por exemplo, encontros de serviço, esportes, condução)</li> <li>4. Medicina, saúde pública (por exemplo, distúrbios genéticos, riscos relacionados ao tabagismo)</li> <li>5. Justiça e crime (por exemplo, correspondência de impressões digitais ou DNA)</li> <li>6. Finanças e negócios (por exemplo, mercados de investimento, seguros)</li> <li>7. Pesquisa e estatísticas (por exemplo, amostragem, inferência estatística)</li> <li>8. Política pública, previsão (por exemplo, imunização)</li> <li>9. Jogos de azar e apostas (por exemplo, dados, loterias)</li> <li>10. Decisões pessoais (por exemplo, usando cinto de segurança, aceitação da faculdade).</li> </ol> |
|--|

Fonte: Gal (2005) tradução nossa.

O autor explicita 10 contextos diferentes para o desenvolvimento do trabalho com o ensino da Probabilidade. Contreras (2011) aponta que ainda se utiliza com muita frequência a situação de jogos no ensino de Probabilidade, assim como a formação dos professores ainda é muito focada nos aspectos axiomáticos da Probabilidade, sem estabelecer o desenvolvimento de discussões de outros contextos de aplicação.

Pietropaolo et al. (2015) apontam que os professores ainda estão arraigados a um ensino na perspectiva da abordagem clássica de probabilidade e que não dão a devida importância ao tópico. Quando trabalham com o conteúdo, ainda têm uma visão de que não seria importante na formação dos estudantes. Ao que as pesquisas acima apontam, somente o contexto 9 aparece com mais frequência nas salas de aula, ou seja, o livro didático e os próprios professores privilegiam o trabalho com os jogos de azar e sorte, como: dados, baralho, roleta, moedas etc. Assim, desconsideram que existem vários outros contextos nos quais poderiam trabalhar com o conceito de Probabilidade para se estudar o fenômeno em questão. Essa perspectiva de enfatizar apenas um contexto probabilístico de certa maneira limita as possibilidades de compreensão do conceito (GAL, 2005).

A visão de Gal sobre o *elemento de conhecimento* denominado de *contexto* refere-se à sua perspectiva de que deve haver situações de ensino que envolvam os diversos contextos de Probabilidade e utilizando dados reais. Esse tipo de abordagem pedagógica seria fundamental para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico.

O quinto e último elemento de conhecimento de acordo com o modelo de letramento probabilístico de Gal (2005) refere-se às *questões críticas* sobre Probabilidade. Não adianta somente trabalhar com as *grandes ideias, calculando probabilidades, linguagem, contexto*, se não há um trabalho de reflexão sobre o que se quer indagar probabilisticamente. O Quadro 04 a seguir traz algumas das ideias de Gal (2005) sobre como trabalhar com questões críticas em Probabilidade.

#### Quadro 04: Áreas para questões críticas sobre Probabilidade.

1. Contexto. Qual é a natureza do domínio sobre a qual uma declaração probabilística está sendo feita? Em que medida as situações em questão envolvem aleatoriedade, independência, variação, etc.?
2. Fonte. Quem é a fonte de uma reivindicação probabilística (por exemplo, organização, pessoa) e quais são as qualificações, experiências, características e os motivos?
3. Processo. Como essa fonte chegou à afirmação? Que tipos de fontes de informação foram usadas (por exemplo, uma análise "clássica" de eventos equiprováveis; informações frequentistas ou dados relacionados, tais como estatísticas oficiais ou resultados de estudos; estimativas subjetivas)? Qual é a relevância desses dados para a questão em discussão e qual é a sua qualidade? Se foram utilizadas múltiplas fontes, como se chegou às informações integradas ou aos conflitos entre fontes de dados resolvidas?
4. Significado da mensagem. Qual é o significado da declaração probabilística? Está sendo feita de que forma (numérica ou verbal) e deve ser traduzida ou representada de outra maneira para ser esclarecida? Para que exatamente faz a declaração de referência de probabilidade? (A questão do significado pode surgir quando uma declaração pode "ser confundida"  $P(A | B)$  e  $P(B | A)$  ou quando uma fonte usa frases de probabilidade vagas).
5. Interpretação reflexiva. Como a mensagem deve ser interpretada? Deveria ser questionada, dado o que é conhecido sobre o contexto, a fonte, a derivação, processo e a clareza do significado da mensagem? Quão razoáveis são as estimativas feitas à

luz do conhecimento mundial? É possível que haja suposições, e conhecimentos podem ser defeituosos? Ou é possível que a probabilidade estivesse superestimada ou subestimada pela fonte que a gerou, devido a autoatendimento, interesses, motivos ocultos, aversão ao risco etc.?

Fonte: Gal (2005) tradução nossa.

As questões críticas, de acordo com Gal (2005), fazem com que as crianças ou os adultos que estão interpretando dados probabilísticos reflitam sobre todos os momentos pelos quais passaram uma informação ou afirmação probabilística até que chegasse a eles. O Letramento Probabilístico está articulado ao Letramento Estatístico e ao Letramento na língua materna do indivíduo, porque são diversos conhecimentos que estão em jogo e precisam dialogar, a fim de haver estabelecimento de sentido por parte de quem interpreta a situação.

No Quadro 02, viu-se que no modelo de Letramento Probabilístico de Gal (2005) existem também os *elementos de disposição*, os quais são: *postura crítica, crenças e atitudes, sentimentos pessoais em relação à incerteza e risco*. Em seu artigo, o autor não desenvolve de maneira mais ampla a compreensão dos *elementos de disposição*, mas faz alguns apontamentos em relação aos termos. O autor afirma que cada indivíduo teve as suas experiências no decorrer de sua vida, como a vivência em diferentes setores sociais, a saber: família, igreja, escola, bairro, cidade, estado e país. Essas experiências nos vários segmentos sociais fizeram as pessoas terem contato com diversas situações envolvendo probabilidade e que fizeram com que as pessoas tomassem decisões. Então a postura crítica vai ser influenciada de acordo com os ambientes e contextos vivenciados.

Compreende-se que as crenças, por exemplo, vão variar de acordo com a realidade de cada pessoa. Se, por exemplo, em uma família já morreram três pessoas com ataque cardíaco e se uma quarta pessoa da família fosse entrevistada sobre o risco de ter um ataque cardíaco, a sua resposta seria a mesma de uma pessoa que não teve nenhum caso em sua família? Possivelmente as respostas seriam diferentes, devido à vivência de cada pessoa. Consequentemente, isso vai influenciar em suas respectivas respostas.

Em relação ao risco e à incerteza, as pessoas sentem dificuldade em ser desafiadas em situações envolvendo tomada de decisão, porque é sempre mais cômodo se manter na posição de conforto. As pessoas têm uma tendência de não quererem se arriscar, por medo

de perderem aquilo que já conquistaram ou de levarem prejuízo na situação. Dessa forma, Gal (2005) aponta que os elementos da disposição têm a mesma importância dos elementos de conhecimento, já que ambos estão amalgamados no Letramento Probabilístico, e qualquer um dos fatores poderá influenciar positiva ou negativamente na tomada de decisão dos sujeitos.

Eugênio (2016) desenvolveu uma discussão refletindo sobre o objetivo e a importância do trabalho com o letramento probabilístico em diferentes situações, como formação inicial e continuada de professores que lecionam Matemática, na tentativa de compreender o impacto para a Educação Básica de um ensino que leve em consideração os conceitos probabilísticos e façam a ligação com a vida social dos estudantes. Essa abordagem promove uma articulação entre teoria e prática, favorecendo aos estudantes a percepção de que a natureza da probabilidade é a incerteza, mas que essa incerteza pode ser mensurada e pode influenciar as tomadas de decisão dos indivíduos.

O mesmo autor afirma que a partir do olhar de pesquisadores da área da Educação Estatística, assim como o que é proposto por alguns documentos oficiais da educação, deve existir um trabalho com a Probabilidade, a partir de diferentes temáticas relacionadas com área de saúde, jogos, problemas da justiça, problemas concernentes a investimentos, financeiros, que façam haver um pensamento voltado para o desenvolvimento do letramento probabilístico. A discussão de Eugênio (2016) trabalha com a perspectiva de que haja, nos momentos de formação inicial ou continuada, um trabalho de reflexão e aprofundamento nos elementos concernentes ao ensino de Estatística e Probabilidade e aos entraves que os docentes e discentes têm para se tornarem letrados probabilisticamente.

#### 1.4 FORMAÇÃO DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE NA EDUCAÇÃO BÁSICA

A formação continuada de professores se constitui um grande desafio para a Educação Básica no Brasil. Em geral, os professores são formados em cursos de graduação que têm duração de 4 a 5 anos em Instituições de Ensino Superior (IES) públicas e particulares. Esses cursos oferecem uma formação inicial para o professor, independente da área que irão atuar, seja ela de forma mais abrangente, como é o caso da Licenciatura em Pedagogia, seja nas áreas específicas, como: Matemática, Letras, História, Geografia, Química, Biologia etc.

COSTA e PAMPLONA, 2011; LOPES, 2013 apontam que deve existir um tempo maior de discussão sobre os elementos estatísticos e probabilísticos na formação de professores que irão ensinar Estatística na Educação básica, para que assim haja uma melhor preparação na formação dos professores. Essa discussão já permeia os fóruns das licenciaturas em Matemática, e já existe uma boa discussão sobre modificar a formação do professor na licenciatura (COSTA e PAMPLONA, 2011).

Autores afirmam que os saberes docentes e a formação profissional na área de Educação, assim como outras áreas do saber, estão em constante movimento e precisam estar sempre sendo atualizados ao seu campo de estudo (TARDIF, 2014; GAUTHIER et al, 2013; SHULMAN, 1986). Dizem ainda que as sociedades se modificam, crescem, e a educação precisa acompanhar esse desenvolvimento. Por ser uma área base de qualquer sociedade, a educação tem o papel de teorizar os mais variados fenômenos que acontecem no mundo e, conseqüentemente, explicá-los a partir de pesquisas realizadas nas mais diferentes áreas. Isso faz com que haja uma demanda de formação continuada de professores, porque as ciências não param, produzem conhecimentos novos constantemente.

ALMEIDA, 2000; FIORENTINI; NACARATO, 2005 apontam que a formação continuada de professores é uma necessidade para os profissionais da Educação, tendo em vista que os professores vivem em uma sociedade onde se podem quebrar paradigmas e se reinventar modelos de ensino e aprendizagem que contribuam para uma formação crítica, política e epistemológica de sujeitos que vivem sociedade.

Fiorentini e Nacarato (2005) defendem

(...) professor de Matemática como sujeito capaz de produzir, (re)significar, a partir de prática, saberes da atividade profissional e de promover seu próprio desenvolvimento profissional. A formação e o desenvolvimento profissional do professor como uma conquista contínua e sempre inconclusa, que tem início muito antes do ingresso na licenciatura e se prolonga por toda a vida, ganhando força principalmente nos processos compartilhados de práticas reflexivas e investigativas.

Assim, o professor de matemática precisa ter uma formação continuada que o faça refletir constantemente sobre a sua prática, configurando-se, portanto, um momento imprescindível de formação docente. O professor de Matemática está em constante

aprendizagem e, para que alcance êxito na sua prática pedagógica, precisa se atualizar e se moldar a uma sociedade em constante evolução e mudança.

De acordo com a lei nº 12.056, de 13 de outubro de 2009, em complemento ao artigo 62 da Lei de Diretrizes e Bases da Educação LDB (BRASIL, 1996), a formação inicial e continuada é um direito dos professores da educação básica.

§ 1º A União, o Distrito Federal, os Estados e os Municípios, em regime de colaboração, deverão promover a formação inicial, a continuada e a capacitação dos profissionais de magistério. § 2º A formação continuada e a capacitação dos profissionais de magistério poderão utilizar recursos e tecnologias de educação à distância.

A formação continuada de professores se torna complexa a partir do momento em que ainda vigoram modelos de formação com caráter compensatório daquilo que os professores não estudaram no contexto da sua formação inicial. Silva e Almeida (2010) criticam a perspectiva de uma formação com o caráter de “reciclagem”, de complemento daquilo que não foi visto na universidade em relação aos conteúdos específicos, abordando assim um perfil conteudista da formação continuada. Assim, os autores argumentam que a formação continuada de professores não deve focalizar somente naquilo que falta ser aprendido pelo professor, mas que a formação contemple outras discussões como a parte didática e pedagógica, para que os professores possam ensinar de forma efetiva aquele conceito.

Estudos como o de Saviani (2006) apontam que a formação continuada de professores deveria privilegiar o ambiente da escola como principal fonte de formação, pois é nesse ambiente, especificamente em sala de aula, que os diferentes fenômenos se materializam.

A escola é um espaço que está em constante e contínua transformação, porque faz parte de uma sociedade que muda e quer produzir sujeitos que sigam as orientações e respectivos interesses dos modos de produção da respectiva sociedade. Por exemplo, se há inserção em uma sociedade que tem por modo de produção o capitalismo, então a produção de bens de consumo e serviços seguirá o patamar que o capitalismo aponte que seja “produtivo”, ou seja, que satisfaça aos interesses de quem está à frente do processo. Dessa maneira, percebe-se que a formação de professores, na perspectiva de uma sociedade capitalista, irá seguir pressupostos que talvez não sejam de uma reflexão crítica por parte dos

professores da Educação Básica, haja vista que esses profissionais formam a opinião da grande massa da população.

Sacristán (2000) aponta que o professor, ao dialogar com os teóricos da sua área e mergulhar de maneira reflexiva sobre a sua práxis, analisará o seu cotidiano escolar e social e, assim, construirá a sua autonomia didático-científica. Nessa perspectiva, o(a) professor(a) não será visto(a) apenas como um profissional “prático” da Educação, que apenas aplica teorias didático-pedagógicas, mas sim como um intelectual que produz conhecimento para a sua área e é capaz de refletir criticamente para uma formação inicial e continuada de professores.

Freire (1987) afirma que a formação continuada de professores não pode ser apenas um complemento da formação inicial do professor. Ela deve ir muito além de complementar uma formação em que ficaram diversas lacunas de âmbito conceitual, didático-pedagógico e que podem influenciar direta e negativamente na postura profissional do professor em exercício.

De acordo com Silva e Almeida (2010), a formação continuada propõe “o encontro sistemático entre os professores para fomentar diálogos em torno de suas práticas pedagógicas, dos problemas que enfrentam e das soluções que tecem”. A formação de professores se configura como um desafio para quem organiza e para quem vivencia o processo, haja vista a constante evolução e busca de ressignificação para a práxis docente. A característica primordial da formação do professor deveria ser o desenvolvimento de trocas de experiências entre professores em diferentes níveis, para que tenham uma formação plural, a fim de poderem dialogar sobre os mais diversos problemas e desafios que surgem no contexto de sala de aula, em Matemática e nas mais diversas áreas do saber.

O professor de Matemática é formado em um modelo de universidade que contempla docentes da área de Educação Matemática, Matemática pura, Matemática aplicada, Psicologia, Pedagogia, Computação, Libras, Física, dentre outras. Cada docente formador de uma IES<sup>4</sup> irá contribuir na formação do estudante de graduação, a partir das suas experiências e seus conhecimentos adquiridos em sua área de formação inicial.

Desse modo, a formação inicial de um professor de Matemática pode estar muito ligada às concepções de conhecimento do corpo docente que a compõe e como esses

---

<sup>4</sup> Instituição de Ensino Superior.



professores entendem como deve ser a formação de um professor de Matemática. De uma maneira geral, a formação inicial de professores de Matemática tem se preocupado muito com os elementos conceituais para poderem ensinar Matemática. Nesse sentido, reflexões sobre como ensinar e para que ensinar as diferentes Matemáticas, incluindo conteúdos ligados à Estatística e à Probabilidade, ainda não estão sendo desenvolvidas de forma suficiente nos cursos iniciais de graduação em Matemática. Silva (2014) argumenta que os cursos de licenciatura em Matemática do Brasil têm em suas matrizes curriculares as disciplinas de Estatística e Probabilidade, mas que a formação ainda acontece de forma tradicional, privilegiando os aspectos conceituais, e não dando atenção devida a como os professores irão ensinar os conceitos matemáticos.

Kuenzer (2000) aponta que uma formação de professores ideal seria aquela que tenha como pressuposto principal a construção da autonomia intelectual e ética, por meio do acesso ao conhecimento tecnológico, científico e sócio-histórico. Além disso, faz-se necessário o desenvolvimento de uma formação continuada com métodos que contribuam para a produção de conhecimento novo por parte dos professores em sala de aula.

Entende-se que a formação continuada de professores se constitui um desafio, por encontrar em seu lócus uma variedade de condições de trabalho, em diferentes estágios de sua carreira, cada um com suas expectativas em relação ao que deveriam vivenciar em sua formação continuada.

Gatti (2010) discute elementos concernentes à educação, escola e formação de professores e aponta caminhos para a formação de professores na contemporaneidade. Um primeiro aspecto que se pode pontuar no contexto da formação continuada de professores seria se ela contempla realmente as demandas atuais, quais sejam: elementos conceituais, atitudinais, tecnológicos, postura em sala de aula, reflexão sobre o que se deve ensinar e o que os alunos devem aprender, elementos sociais articulados aos conteúdos vivenciados.

No decorrer da discussão sobre a formação de professores, percebe-se esse direito como inalienável, devendo ser desenvolvido de maneira séria pelas instituições que conduzem a Educação. É necessário considerar a escola como o lugar essencial para a formação continuada do professor e que ele precisa entender o trabalho, a posteriori, como resultado de diferentes formações e construções teórico-didáticas em Educação. Segundo Gatti (2010), a formação de professores, na perspectiva contemporânea, envolve a escola

como um dos principais veículos de formação do professor, seja na perspectiva de se reinventar no processo de ensino, seja na formação continuada no diálogo com os colegas e especialistas da área.

Viali (2008) apontou que em uma pesquisa realizada com 125 cursos de Licenciatura em Matemática, envolvendo instituições públicas e privadas, as disciplinas de Estatística e Probabilidade são ensinadas por professores que têm formações diferenciadas, como: Estatísticos, Engenheiros, Matemáticos, Administradores, Economistas, Sociólogos, Psicólogos, dentre outros. Essa característica faz haver diferentes compreensões em relação a como ensinar Estatística e Probabilidade em um curso de Licenciatura em Matemática, porque a percepção sobre como ensinar pode ser influenciada pela formação inicial e continuada do professor que está ensinando no curso de licenciatura em Matemática. Já na Educação Básica, o professor que ensina Estatística, Combinatória e Probabilidade é geralmente um(a) licenciado(a) em Matemática.

A pesquisa de Viali (2008) ainda aponta que em relação à carga horária geral do curso de licenciatura em Matemática, dentro da amostra de 125 cursos pesquisados, as disciplinas de Estatística e Probabilidade só representavam 2,4% da carga horária em relação à total. Se for incluído também o componente curricular Combinatória, esse percentual vai para 2,7%. Nota-se que existe uma discrepância muito grande em relação a outras áreas da Matemática, como a Geometria e a Álgebra. Por mais que as diretrizes curriculares apontem para o trabalho com Estatística, Combinatória e Probabilidade, a formação inicial do professor não está acompanhando essas mudanças. Para que os futuros professores tenham domínio dos conteúdos que irão trabalhar, seria necessária uma vivência mais contundente com a Educação Estatística, e não apenas com a parte técnica da Estatística, Combinatória e Probabilidade.

Outro aspecto que Viali (2008) analisa refere-se à abordagem essencialmente algorítmica, sem considerar o processo de formação do professor de Matemática. Essa abordagem faz com que os professores os quais irão à escola estejam despreparados e inseguros em relação ao que irão ensinar no contexto da Estatística, Combinatória e Probabilidade. Isso faz com que haja uma demanda de formação continuada capaz de discutir elementos não apontados no momento da formação inicial e que tentem de alguma forma auxiliar os professores de Matemática a superarem as lacunas de sua formação.

De acordo com o que foi apontado na discussão sobre formação de professores, pode-se perguntar: quais seriam os problemas da formação continuada no ensino da Probabilidade?

A partir da Revisão Sistemática da Literatura, encontram-se estudos como o de Lopes (2008), que apresenta uma discussão sobre a necessidade dos professores refletirem sobre os tipos de conhecimento e como estão ensinando esses conhecimentos profissionais construídos na formação inicial e no ambiente escolar, contexto da formação continuada. Lopes afirma que é necessário um esforço da academia em reformular o seu currículo, a fim de haver uma discussão mais forte em relação à Educação Estatística, que contemple o ensino da Estatística, Combinatória e da Probabilidade e que essa discussão tenha caráter conceitual e didático.

Uma alternativa para o melhoramento do ensino da Estatística, Combinatória e Probabilidade no ambiente escolar seriam as formações continuadas de professores. Esta pesquisa defende ser o ambiente escolar propício para a discussão de conceitos matemáticos, didáticos e pedagógicos para o professor em exercício.

Nesse sentido, esta pesquisa foi realizada em um ambiente escolar, onde já existe de forma institucional a formação continuada de professores e que segue as orientações da Lei de Diretrizes e bases da Educação (LDB, 9394/96) (BRASIL, 1996), a qual propõe o que deve ser realizado enquanto formação, obedecendo aos aspectos pedagógicos, didáticos e tecnológicos.

No contexto da Educação brasileira, há instituições reconhecidas pelas suas contribuições no âmbito da pesquisa e do ensino e que contribuem diretamente para o desenvolvimento da Educação Básica e Superior. A Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) surgiu a partir dos esforços de vários professores e pesquisadores em janeiro do ano de 1988. A partir desse início, a SBEM se preocupou em buscar meios para desenvolver uma formação matemática para todo cidadão brasileiro.

Nesse sentido, ela reúne profissionais e alunos envolvidos com a área de Educação Matemática e áreas afins e procura promover o desenvolvimento dessa área do conhecimento científico. A SBEM tem, dentro do seu campo de atuação, uma divisão em grupos de trabalho, chamados de GT. Atualmente contempla 15 Grupos de Trabalho que visam discutir o ensino da Matemática nas diferentes áreas de atuação do professor que ensina matemática na Educação Infantil, nos anos iniciais, nos anos finais, no Ensino Médio ou no Superior.

Dentro dessa perspectiva de discussão e aprendizagem na Educação Matemática, a SBEM tem o Grupo de Trabalho GT07: Formação de Professores que ensinam Matemática. Esse GT tem por objetivo desenvolver a pesquisa na formação inicial ou continuada, assim como tentar compreender como seriam os processos inerentes à docência de quem ensina matemática. Também desenvolve reflexões sobre os formadores de professores de matemática e modalidades e contextos socioculturais da aprendizagem do professor. Existe também o GT12: Educação Estatística, preocupando-se em estudar e compreender como as pessoas ensinam Estatística, lembrando que esses estudos contemplam a Combinatória e Probabilidade, refletindo sobre os aspectos cognitivos e afetivos no ensino e aprendizagem, além da discussão epistemológica dos conceitos das áreas acima citadas.

Outra instituição de referência à educação brasileira é a Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação – ANPED, criada em 1978, comprometida com a universalização do direito à educação no contexto brasileiro. A Associação construiu de forma sólida práticas acadêmico-científicas que contribuíram para a produção realizada nas universidades poder chegar à sala de aula através de reflexão para o professor e contribuir para a reformulação da formação inicial e continuada dos respectivos docentes.

No âmbito da ANPED, foi mencionado o Grupo de Trabalho *Formação de Professores* (GT8), por vir discutindo sobre o caminho que deve ser percorrido para se ter uma formação de professores que leve à criticidade, à emancipação do sujeito, à tomada de decisões e que reflitam uma direção baseada em fatos. O GT 08 da ANPED tem feito várias discussões no decorrer de seus encontros distribuídos nas diferentes regiões do país, no que concerne à formação de professores.

Pode-se perceber que existe um grande esforço no Brasil em compreender o que deve ser feito para o desenvolvimento de uma formação de professores, inicial e continuada, de modo que haja um avanço no que concerne à qualificação docente, percebendo as diferentes nuances existentes nesse complexo campo chamado Educação. No contexto desta pesquisa, citam-se pesquisas realizadas pelas duas instituições citadas acima.

A palavra Formação vem do latim “*Formatione*”, que quer dizer ato, modo ou efeito de formar. A etimologia da palavra formação traz a ideia de formar algo em alguém, ou seja, o verbo formar tem o caráter de um verbo transitivo, precisando de complemento para que haja uma compreensão do que se quer formar e em quem se quer. Dessa maneira, a formação

de professores traz uma conotação na qual se pode ver que a transitividade vai perpassar toda a carreira docente, e é necessária muita reflexão e discussão sobre o que é necessário na formação do professor, e mais especificamente na formação do professor que ensina Matemática.

Os mais diferentes autores têm discutido fortemente sobre a formação de professores, como: Shulmann (1986), Fiorentini, Souza e Melo (1998), Gauthier et al (1998), Tardif (2002), Fiorentini (2006), Hill, Ball e Schilling (2008), dentre outros. A preocupação maior desses professores e pesquisadores é com a discussão e reflexão sobre os saberes docentes que devem ser desenvolvidos no contexto da universidade e na vida social das pessoas, juntando os aspectos didáticos, metodológicos e posturas críticas que devem acompanhar os professores que ensinam matemática ou qualquer outra área do saber.

A presente pesquisa enfocou a formação continuada do professor de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, na perspectiva do Letramento Probabilístico, ou seja, como se constrói o ensino sobre Probabilidade no contexto dos anos finais, bem como visou contribuir para reflexão sobre as práticas pedagógicas de acordo com o Letramento Probabilístico (GAL, 2005).

## 2 REVISÃO SISTEMÁTICA DA LITERATURA

De acordo com Lima e Miotto (2007), existem dois tipos de revisão de literatura que estão sendo praticadas pelos pesquisadores no contexto da produção de conhecimento novo. A primeira, é denominada de revisão narrativa, que seria um estudo de caráter amplo e não possui em sua constituição elementos pré-determinados e sistematizados. Esse modelo busca publicações amplas e que podem ser mais apropriadas para discutir o desenvolvimento do “estado da arte” em determinado campo do saber, ou seja, esse modelo de revisão tentaria ajudar na compreensão de tudo o que já foi publicado na área pesquisada. Mas é válido salientar que a revisão narrativa não tem em sua constituição as fontes de informação utilizadas, o tipo de metodologia utilizada na busca das referências, nem os critérios utilizados para seleção ou exclusão dos trabalhos achados na pesquisa.

Assim, a revisão narrativa expressa um caráter muito pessoal do autor que está desenvolvendo esse tipo de revisão e, nesse sentido, vai ter um viés de quem está pesquisando, das suas influências pessoais, experiências prévias da sua formação e do percurso que o autor da revisão opta em seguir. Percebe-se, assim, que esse tipo de revisão abre uma margem maior para críticas e questionamentos sobre como foi desenvolvido o protocolo de pesquisa para se estudar sobre determinado tema científico.

A revisão narrativa foi a forma de revisão bibliográfica mais utilizada no decorrer de vários anos no mundo inteiro, haja vista que a internet veio se difundir de forma ampla nos últimos 20 anos. E antes da difusão da internet, não havia acesso aos periódicos das mais diversas áreas do saber, não se tinha acesso a bases de dissertações e teses como a da CAPES<sup>5</sup>, que congrega muitas bases de dados, aos quais estão veiculados milhares de artigos, dissertações e teses. Nesse sentido, a revisão narrativa serviu, por muito tempo, de forma muito eficaz no desenvolvimento da pesquisa e da ciência de forma geral.

A Revisão Sistemática da Literatura (RSL), segundo tipo de revisão, teve como objetivo buscar elementos teóricos e metodológicos para a constituição do corpus de estudo e contribuir com a construção dos pressupostos teóricos que oferecessem elementos para o desenvolvimento da pesquisa de campo.

A Revisão Sistemática da Literatura pode ser entendida como:

---

<sup>5</sup> CAPES: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. <http://www.capes.gov.br/>.

Um método de síntese que visa localizar e sintetizar estudos relacionados a questões específicas, organizar achados, analisar impactos ou evidências e responder questões específicas de forma rigorosa, por meio de procedimentos estruturados, transparentes e replicáveis, tomando o cuidado para minimizar erros e vieses em cada etapa desse processo (LITTEL et al, 2008, p.45).

Em um estudo de doutoramento, existe a necessidade da realização de uma pesquisa bibliográfica capaz de refletir sobre o que já foi produzido na área em que se está analisando. Nesta tese, salienta-se que as pesquisas sobre o que já foi escrito, não se restringiram apenas ao que foi publicado no Brasil; buscou-se ampliar a visão e estudar o que vem sendo produzido no mundo, de forma mais contundente, na área de estudo em questão.

A Revisão Sistemática da Literatura, ao contrário da revisão narrativa, é uma revisão planejada de forma sistemática e criteriosa. Essa forma de revisão tenta responder a uma pergunta específica de pesquisa, utiliza métodos explícitos e sistemáticos de busca e tenta identificar, selecionar e avaliar criticamente os estudos e as pesquisas desenvolvidas no âmbito da área em que a revisão sistemática está sendo desenvolvida.

A Colaboração Cochrane do Brasil é uma organização internacional, com o objetivo de ajudar e fomentar as pessoas a tomar as suas decisões baseadas em informações de boa qualidade na área da saúde. Segundo o seu site institucional, <http://www.centrocohranedobrasil.org.br/revisoes.html>, não tem fins lucrativos nem fontes de financiamento internacionais. A sua sede fica em Oxford, no Reino Unido. De acordo com essa organização, existem 7 passos para o desenvolvimento de uma Revisão Sistemática, que se pode ver no Quadro 05:

Quadro 05: Modelo de revisão sistemática segundo o Cochrane do Brasil.

Elementos de uma Revisão Sistemática
a) Formulação da pergunta; b) Localização dos Estudos; c) Avaliação crítica dos Estudos; d) Coleta de Dados; e) Análise e apresentação dos dados; f) Interpretação dos dados; g) Aprimoramento e atualização da Revisão.

Fonte: ROTHER (2007, p. 1).

Como se pode perceber no Quadro 05, a revisão sistemática tem diversos elementos para serem seguidos e que vão direcionar o estudo bibliográfico, de maneira que este poderá ser reproduzido por qualquer pessoa ou pesquisador (a) a fim de replicar se aquela pesquisa realmente chegou aos resultados apontados. Assim, tem-se um viés muito pequeno em relação à revisão sistemática, porque quem for executar esse modelo de revisão irá descrever explicitamente como realizou a pesquisa, em quais bases de dados, periódicos e bibliotecas digitais buscou os elementos, ou seja, todo o processo de busca de elementos que irão fundamentar o trabalho através dos estudos anteriores. No quadro 6, veem-se de forma mais clara as características dos dois tipos de revisão que foram descritas: a narrativa e a sistemática.

Quadro 06: Particularidades das revisões narrativa e sistemática.

Itens	Revisão Narrativa	Revisão Sistemática
Questão	Ampla	Específica
Fonte	Frequentemente não especificada, potencialmente com viés	Fontes abrangentes, estratégia de busca explícita
Seleção	Frequentemente não especificada, potencialmente com viés	Seleção baseada em critérios aplicados uniformemente
Avaliação	Variável	Avaliação criteriosa e reprodutível
Síntese	Qualitativa	Quantitativa*
Inferências	Às vezes baseada em resultados de pesquisa clínica	Frequentemente baseada em resultados de pesquisa clínica
*Uma síntese quantitativa que inclui um método estatístico é uma metanálise. (COOK, 1997)		

Fonte: (ROTHER, 2007, p.02).



A partir do exposto no Quadro 06, distinguem-se as principais características das revisões de literatura narrativa e sistemática. A partir dessas características, assume-se aqui que se está utilizando a Revisão Sistemática da Literatura para conseguir fazer uma pesquisa nas principais bases de dados com publicações nacionais e internacionais, em relação ao ensino de Probabilidade, na perspectiva do Letramento Probabilístico de professores dos anos finais do ensino fundamental. Em particular, tentou-se responder à seguinte questão no contexto da revisão sistemática: quais são os estudos nacionais e internacionais sobre como o ensino de probabilidade é desenvolvido por professores de Matemática do 6º ao 9º do ensino fundamental nos últimos 10 anos?

A Revisão Sistemática da Literatura foi pensada tendo como critério o período de tempo de 10 anos, porque de acordo com a revisão, ficou perceptível que havia, de pouca a média produção nos últimos 5 anos. Por essa razão, ampliou-se para os últimos 10 anos, a fim de ter mais estudos que contribuam para o entendimento do fenômeno desta pesquisa.

## 2.1 O MÉTODO DA REVISÃO SISTEMÁTICA

A revisão sistemática desenvolvida foi elaborada em duas etapas. A primeira foi realizada nos periódicos nacionais avaliados pelo sistema de avaliação da CAPES *Web Qualis* como A1, A2, B1, B2 e B3 (disponível na plataforma Sucupira, no endereço [www.sucupira.capes.gov.br](http://www.sucupira.capes.gov.br)). Essa etapa foi realizada de 01 de janeiro de 2010 a 21 de agosto de 2016. A revisão foi desenvolvida na própria base de dados da Capes, que contempla a maioria dos periódicos nacionais em Educação Matemática e ainda vários internacionais. A segunda etapa da revisão sistemática foi realizada nos periódicos internacionais de maior expressão dentro da área pesquisada, seguindo-se o mesmo protocolo de busca para identificar os trabalhos no contexto desta pesquisa. Essa segunda etapa foi realizada de 01 de janeiro de 2016 a 31 de dezembro de 2017. No contexto desta pesquisa, dentro do site de periódicos da capes (<http://www.periodicos.capes.gov.br/>), investigaram-se os artigos voltados para as áreas de *Ensino e Educação*.

Para a realização do processo, foi indicado no portal da Capes que a pesquisa seria realizada nos últimos 10 anos e, posteriormente, definiram-se os idiomas nos quais a busca seria realizada, assim como as expressões utilizadas. Vale salientar que as expressões de

busca (descritores ou palavras-chave), que envolveram palavras nos idiomas de português, português de Portugal, espanhol e inglês, foram elencadas a partir de leituras anteriores sobre a temática de Educação Estatística e sobre os contextos de ensino de Probabilidade na formação de professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental. Além disso, as expressões também foram fruto coletivo da construção da problemática a partir do diálogo com os orientadores da pesquisa.

A divisão da pesquisa em etapas se faz importante para conhecer o que foi feito antes do projeto de qualificação, como forma de delineamento de pesquisa e quais as produções que vêm sendo desenvolvidas no decorrer da escrita desta tese de doutoramento.

### **2.1.1 Objetivo:**

Analisar as publicações científicas, com o propósito de identificar estudos em Educação Matemática e Estatística, envolvendo ações colaborativas no ensino de Probabilidade nos anos finais do ensino fundamental, que tenham como foco os conhecimentos docentes, principalmente os que dizem respeito ao ensino e aprendizagem da Probabilidade, no contexto acadêmico, e estejam voltados à formação de professores de Matemática da Educação Básica.

### **2.1.2 Problema de pesquisa:**

Como o ensino de probabilidade é desenvolvido por professores de Matemática do 6º ao 9º do ensino fundamental?

### **2.1.3 Expressões de busca:**

Português, Inglês e Espanhol

- Educação Estatística AND Formação do professor de Matemática;
- Educação Estatística AND Formação de professores and Matemática;
- Educação Estatística OR Formação do professor de Matemática (Inglês);
- Statistics Education AND Teacher education and Mathematics;
- Statistics Education AND Teacher training and Mathematics;
- Ensino de Probabilidade;
- Probabilidade AND Ensino;

- Probabilidade AND Professores;
- Probability AND training;
- Probability AND Conhecimentos de professores;
- Probability AND teacher education;
- Probabilidade AND Professor;
- Probabilidade no ensino fundamental;
- Probabilidade AND ensino fundamental;
- La enseñanza de probabilidad;
- Probabilidad de educación y formación docente;
- Probabilidade AND Formação de Professores;
- Probability Teaching;
- The Probability of teaching;
- Ensino de Estatística AND Probabilidade AND Formação de professores;

Destaca-se que os artigos selecionados tiveram como enfoque pesquisas sobre formação inicial e/ou continuada do professor de Matemática da Educação Básica no contexto do ensino da Probabilidade.

#### 2.1.4 Critérios de exclusão

Foram definidos os seguintes critérios de exclusão dos artigos que serão recuperados pela busca e, a partir dessa exclusão, serem eleitos os artigos para a leitura e análise dos mesmos.

- **CRITÉRIO 1 - (Duplicação):** repetição de artigos, mesmo com expressão de busca distinta;
- **CRITÉRIO 2 - (Temática e/ou área):** estudos que não têm como foco a Educação Estatística com o foco em Probabilidade;
- **CRITÉRIO 3 - (Data de publicação):** estudos que não foram publicados entre 2006 e 2016;
- **CRITÉRIO 4 - (Idioma):** estudos em outros idiomas que não o Português, Português de Portugal, Espanhol e Inglês;
- **CRITÉRIO 5 - (Tipo de publicação):** outros tipos de estudo que não artigos de periódicos (editoriais, comentários, resenhas, bibliografias, entrevistas);

- **CRITÉRIO 6 - (Nível educacional):** estudos que não abordam o contexto da Formação de Professores no que concerne ao ensino de Probabilidade.

## 2.2 BUSCAS NO PORTAL DE PERIÓDICOS DA CAPES

Por meio do sistema de buscas avançadas do portal de periódicos da Capes, foi possível recuperar artigos publicados no período de 01 de janeiro de 2006 a 21 de agosto de 2016, com o protocolo de acordo com as expressões e os descritores do Quadro 07:

Quadro 07: Expressões de busca no periódico da Capes

<b>PROTOCOLO DA REVISÃO SISTEMÁTICA CAPES</b>		
Expressão de Busca (Descritores)	Artigos	Total
Educação Estatística and Formação do professor de Matemática	5	<b>5</b>
Educação Estatística e Formação do professor de Matemática	6	<b>6</b>
Ensino de Probabilidade	78	<b>78</b>
Probabilidade and Ensino	83	<b>83</b>
Probabilidade and Professores	25	<b>25</b>
<i>Probability and study</i>	<u>136.316</u>	<u>136.316</u>
<i>Probability and teacher</i>	<u>919</u>	<u>919</u>
Probabilidade and Professor	12	<b>12</b>

Fonte: elaborado pelo autor.

Os quantitativos de artigos que estão sublinhados não entraram na contabilização, uma vez que a expressão de busca em inglês levou a milhares de artigos que continham o termo *probability* e que não tinham relação com o contexto desta pesquisa.

Um ponto a ser destacado aqui seria a realização da revisão sistemática nos periódicos específicos em Educação Matemática no Brasil. Vale salientar que não existe uma sincronização das publicações indexadas na base de dados da Capes com as publicações realizadas pelos periódicos nacionais na área de Educação Matemática. Por essa razão, tomou-se a iniciativa de realizar o protocolo de revisão nos principais periódicos que apareceram na revisão feita na Capes, a fim de não perder nenhum artigo publicado nos últimos 10 anos na área de ensino de Probabilidade.

Desse modo, os artigos levantados na RSL são resultados da busca nos periódicos da Capes e nos seus respectivos sites específicos. Assim, pôde-se ter uma fidedignidade dos resultados, evitando perder informações. A partir dos critérios de exclusão elencados para identificar os artigos importantes, chegou-se ao levantamento exposto no Quadro 08:

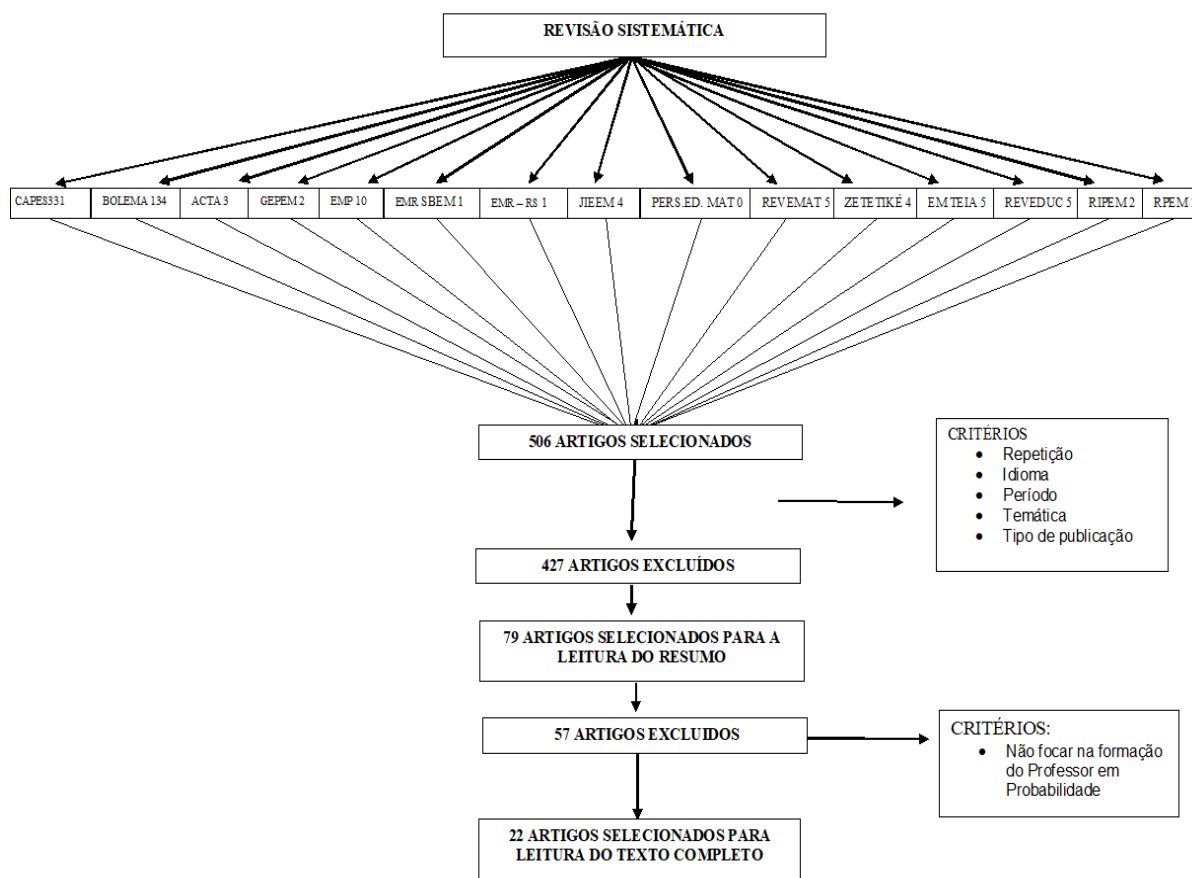
Quadro 08 - 1ª etapa de levantamento de artigos a partir dos descritores.

<b>SISTEMA DE BUSCA</b>	<b>ARTIGOS LEVANTADOS</b>
PORTAL DE PERIÓDICOS DA CAPES	331
BOLEMA	134
ACTA SCIENTAE	03
BOLETIM GEPEM	0
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA	10
EDUCAÇÃO MAT. EM REVISTA -SBEM	01
EDUCAÇÃO MAT. EM REVISTA - RS	01
JIEEM	04
PERSPECTIVAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	0
REVEMAT	05
ZETETIKÉ	04
REMATEC	0
EMTEIA	05
REVEDUC	05
RIPEM	02
RPEM	01
<b>TOTAL DE ARTIGOS LEVANTADOS</b>	<b>506</b>

Fonte: elaborado pelo autor.

Pode-se perceber que houve a busca no banco de dados da Capes e nos periódicos específicos que apareceram mais vezes na revisão da Capes. Com isso, teve-se a completude de que os estudos estariam categorizados e iriam aparecer na revisão de forma sistemática. Abaixo segue a Figura 10, esboçando o que foi encontrado na Capes e nos periódicos específicos, bem como a aplicação dos critérios de exclusão e a quantidade de artigos que restaram para a leitura do texto completo.

Figura 01 – (Sistematização da Revisão Sistemática)



Fonte: elaborado pelo autor.

Ao realizar a revisão sistemática, chegou-se ao término dessa primeira etapa com 22 artigos selecionados para a leitura na íntegra. Após a leitura dos artigos, foram classificadas inicialmente as pesquisas em estudos nacionais e internacionais. Destacou-se que iria se complementar esses dados no decorrer da escrita da tese, haja vista que a produção acadêmica cresce de forma exponencial e precisa sempre ser atualizada, para que o estudo tenha mais solidez em relação aos estudos anteriores já realizados. O Quadro 09 apresenta dados dos 22 artigos considerados nessa etapa.

Quadro 09: Artigos selecionados na Revisão Sistemática.

Nº	AUTOR/ANO	TÍTULO DO ARTIGO	REVISTA
01	Sandra Maria Oliveira Quintas; Hélia Margarida Aparício Pintão de Oliveira; Rosa Antónia de Oliveira Figueiredo Tomás Ferreira (2011).	O Conhecimento Didático em Estatística: um estudo exploratório com professores de matemática do ensino secundário	<i>Nuances: estudos sobre Educação, Presidente Prudente</i> , SP, v. 18, n. 19, p. 36-51, jan./abr. 2011
02	Adriana Costa; Adair Mendes Nacarato (2011).	A Estocástica na Formação do Professor de Matemática: percepções de professores e de Formadores	<i>Boletim de Educação Matemática</i> , vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 367-386.
03	Renata C. Geromel Meneghetti; Rosemeire de Fátima Batistela; Maria Aparecida Viggiani Bicudo (2011).	A Pesquisa sobre o Ensino de Probabilidade e Estatística no Brasil: um exercício de Metacompreensão	<i>Boletim de Educação Matemática</i> , vol. 24, núm. 40, diciembre, 2011, pp. 811-833.
04	Marianela Alpízar Vargas; José Pablo Barrantes Quirós; Helen Bolaños González; Michael Céspedes López; Evelyn Delgado Carvajal; Dylana Freer Paniagua (2012).	Aspectos relevantes sobre la formación docente em I y II ciclos en los temas probabilidad y estadística	<i>Revista Electrónica Educare</i> Vol. 16, N° 2, [113-129], ISSN: 1409-42-58, mayo-agosto, 2012.
05	Ruy César Pietropaolo; Angélica da Fontoura Garcia Silva; Tânia Maria Mendonça Campos José Ivanildo Felisberto de Carvalho (2015).	Conhecimentos de Professores para Ensinar Probabilidade nos anos finais do ensino fundamental	<i>JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática</i> <b>IJSME</b> – International Journal for Studies in Mathematics Education. 127 – v.8(3)-2015.

06	Juan Jesús Ortiz; Carmen Batanero; José Miguel Contreras (2012).	Conocimiento de Futuros Profesores sobre la Idea de Juego Equitativo	<i>Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa</i> (2012) 15 (1): 63- 91.
07	Emilse Gómez; Carmen Batanero; José Miguel Contreras (2011).	Conocimiento Matemático de Futuros Profesores para la Enseñanza de la Probabilidad desde el Enfoque Frecuencial	<i>Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa</i> (2012) 15 (1): 63- 91.
08	Emilse Gómez; Carmen Batanero; José Miguel Contreras (2014).	Conocimiento Matemático de Futuros Profesores para la Enseñanza de la Probabilidad desde el Enfoque Frecuencial	<i>Bolema, Rio Claro</i> (SP), v. 28, n. 48, p. 209-229, abr. 2014.
09	Everton José Goldoni Estevam; e Márcia Cristina de Costa Trindade Cyrino (2014).	Educação estatística e a formação de professores de matemática: cenário de pesquisas brasileiras	<i>Zetetike – FE/Unicamp</i> – v. 22, n. 42 – jun/dez-2014.
10	Celi Espasadin Lopes (2013).	Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática	<i>Bolema, Rio Claro</i> (SP), v. 27, n. 47, p. 901-915, dez. 2013.
11	Wanderleya Nara Gonçalves Costa; Admur Severino Pamplona (2011).	Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de Professores de Matemática	<i>Boletim de Educação Matemática</i> , vol. 24, núm. 40, dezembro, 2011, pp. 897- 911.
12	Carmen Díaz; J. Miguel Contreras; Carmen Batanero; Rafael Roa (2012).	Evaluación de Sesgos en el Razonamiento sobre Probabilidad Condicional en Futuros Profesores de Educación Secundaria	<i>Bolema, Rio Claro</i> (SP), v. 26, n. 44, p. 1207-1225, dez. 2012.
13	Leandro de Oliveira Souza (2015).	Formação Colaborativa para Ensino de Probabilidade e Estatísticas: Aproximações Empíricas e Simulação com a Escola Primária Estudantes	<i>In: M. A. Sorto (Ed.), Advances in statistics education: developments, experiences and assessments. Proceedings of the Satellite conference of the International Association for Statistical Education (IASE), July 2015, Rio de Janeiro, Brazil.</i>
14	Natalia Ruiz López (2014).	La enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina	<i>REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio</i>



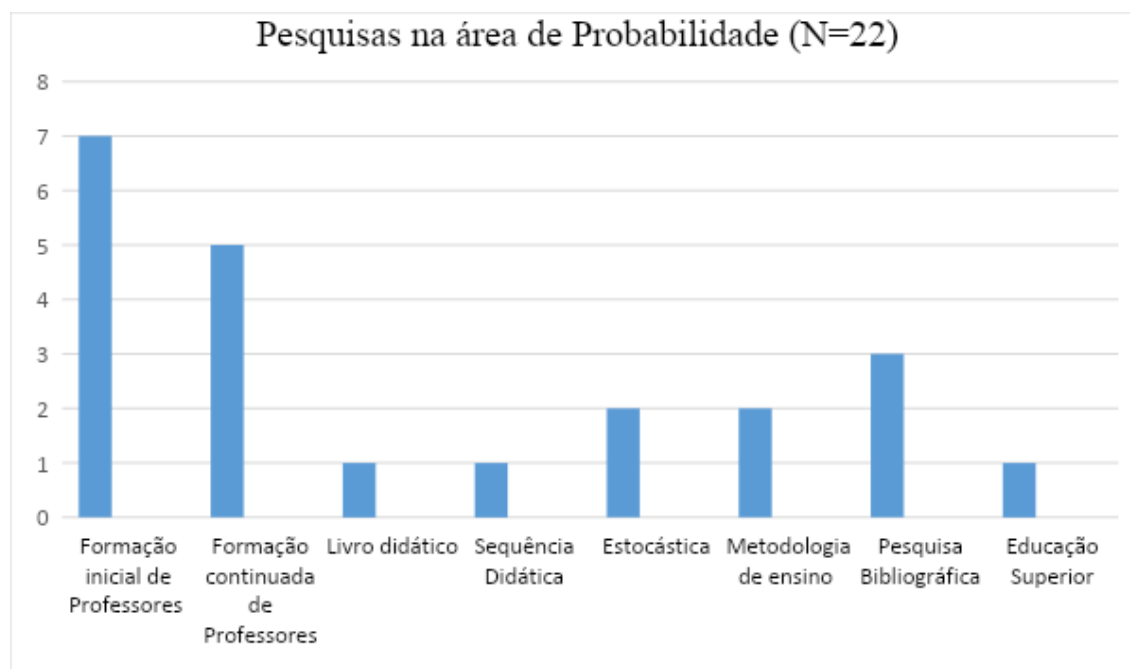
			<i>en Educación, 13(1), 103-121. 2014.</i>
15	Nelly A. León Gómez (2006).	La Probabilidad en los Textos de Matemática de 7º Grado de Educación Básica	<i>Investigación y Postgrado. Vol. 21, No. 2, 2006.</i>
16	Celi Espasandin Lopes (2008).	O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores	<i>Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.</i>
17	Jaqueline A. Foratto L. Santos; Regina Célia Grando (2011).	O Movimento das Ideias Probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso	<i>Boletim de Educação Matemática, vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 561-584.</i>
18	Paulo César Oliveira; Júlio César Pereira (2012).	Planejamento e delineamento de experimentos probabilísticos para o Ensino Fundamental I	<i>Linhas Críticas, vol. 18, núm. 35, enero-abril, 2012, pp. 151-170.</i>
19	Carmen Batanero; Pedro Arteaga; Luis Serrano; Blanca Ruiz (2014).	Prospective Primary School Teachers' Perception of Randomness	<i>En E. J Chernoff, y B. Sriraman, (Eds.), Probability thinking: presenting plural perspectives. Advances in Mathematics Education Series. Springer, 2014. (pp. 345-366).</i>
20	José Miguel Contreras; Carmen Díaz; Carmen Batanero; Juan Jesús Ortiz (2010).	Razonamiento Probabilístico de Profesores y su Evolución en un Taller Formativo	<i>Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.12, n.2, pp.181-198, 2010.</i>
21	Irene Mauricio Cazorla; Tânia Cristina Gusmão; Verônica Yumi Kataoka (2011).	Validação de uma sequência didática de probabilidade a partir da análise da prática de professores, sob a ótica do enfoque Ontossemiótico	<i>Boletim de Educação Matemática, vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 537-560.</i>
22	Blanca Ruiz; Carmen Batanero; Pedro Arteaga (2011).	Vinculación de la Variable Aleatoria y Estadística en la Realización de Inferencias Informales por parte de Futuros Profesores,	<i>Boletim de Educação Matemática, vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 431-449.</i>

Fonte: elaborado pelo autor.

O Quadro 9 acima apresenta, de forma sistematizada, os 22 artigos selecionados após a aplicação dos critérios de exclusão utilizados na revisão sistemática da literatura já apresentados nesse texto. Foi realizada a leitura integral dos referidos artigos, para que houvesse uma compreensão por parte do pesquisador, sobre o que as pesquisas nos últimos 10 anos apontavam a respeito do ensino de Probabilidade voltado para os anos finais do ensino fundamental no Brasil e no mundo. É válido salientar que até a conclusão do doutoramento, será complementada a revisão realizada, com outros artigos encontrados no decorrer da pesquisa, assim como dissertações e teses publicadas durante o processo de escrita desta pesquisa.

Para compreender o que os artigos selecionados apontavam, foi construído um gráfico que caracteriza em que se debruça o artigo encontrado: se trata da formação inicial ou continuada do professor que ensina Probabilidade, se fala sobre livro didático, pesquisa bibliográfica, estocástica, metodologia de ensino, sequência didática e educação superior.

Gráfico 1: Caracterização dos artigos encontrados na Revisão Sistemática



Fonte: Elaborado pelo autor.

Como se pode observar no Gráfico 1, a maioria dos artigos selecionados na revisão discutem sobre a formação inicial ou continuada de Professores, 12 artigos especificamente.

Os demais artigos discutem sobre diferentes abordagens do ensino da Probabilidade, a partir da sua compreensão conceitual e como diferentes países avaliam como deveria ser trabalhado o ensino atual da Probabilidade.

Identificou-se na leitura dos artigos sobre a formação de professores em ensino de Probabilidade que a discussão sobre o Letramento Probabilístico se faz ausente e apenas é citada em algumas passagens dos textos publicados, mas sem haver uma discussão mais aprofundada e reflexiva sobre o Letramento Probabilístico nos anos finais do ensino fundamental, que é ponto de discussão desta pesquisa.

Mesmo aplicando os critérios de exclusão da revisão sistemática e fazendo a leitura dos artigos selecionados na íntegra, houve alguns que não contribuíram de forma direta para esta pesquisa, mas serviram como elemento de reflexão metodológica e teórica, a partir do momento que todos os artigos tratavam sobre o ensino de Probabilidade e Estatística por alguma perspectiva. Nesse sentido, apresenta-se abaixo uma divisão e discussão dos artigos nacionais e internacionais encontrados na revisão sistemática.

### 2.3 PESQUISAS NACIONAIS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Lopes (2008) realizou um estudo sobre a Estocástica, ou seja, ensino de Estatística e Probabilidade na educação básica brasileira, a partir do cenário das pesquisas realizadas na área. A autora aponta que existe um paradigma denominado de Linearidade, que seria um tipo de cultura que há no Brasil de ensinar conteúdos voltados para os seguintes pressupostos: Números e Operações, Grandezas e Medidas e a Geometria.

Dessa forma, seguindo um sentido diferente do paradigma da Linearidade, pode-se perceber que a Estatística e a Probabilidade são os eixos de conteúdos mais recentes na história do ensino da Matemática brasileira a partir da publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), no bloco de conteúdo denominado tratamento da informação, que contempla a Combinatória, a Estatística e a Probabilidade. A partir do final da década de 90, foram surgindo publicações mais frequentes em trabalhos e pesquisas na Estocástica, seguindo uma tendência mundial na temática.

Lopes (2008) afirma que o trabalho com a Estocástica contribui para uma ruptura do paradigma da linearidade e adiciona elementos para que estudantes possam aprender a tomar

decisões a partir de uma análise de aspectos da estatística e da probabilidade. Em particular, a autora destaca a importância do raciocínio hipotético-dedutivo, que precisa ser desenvolvido por crianças, jovens e adultos, como forma de emancipação do sujeito, para haver uma sociedade que saiba reivindicar os seus direitos e possa fazer a leitura correta do que está acontecendo ao seu redor.

Lopes (2008) aponta, na discussão teórica do seu artigo, que de acordo com Skovsmose (1994), é necessário matematizar os conceitos estudados em sala de aula, o que seria: formular, criticar e desenvolver modos de compreensão sobre qualquer assunto que lhe seja posto. Essa perspectiva do trabalho com a matematização encontra na Estocástica um vasto campo de atuação, porque a mídia utiliza diuturnamente dados estatísticos e probabilísticos em suas notícias. Não se pode deixar de mencionar que a Educação é um ato político, então requer que os seus cidadãos saibam manusear os conhecimentos necessários para viverem de forma integral e justa na sociedade. Essa perspectiva de reflexão crítica do sujeito é apontada no decorrer do artigo.

Lopes (2008) ainda menciona que os professores em formação e os já formados precisam refletir sobre os tipos de conhecimento com o qual lidam, por exemplo: conhecimento de conteúdo, psicopedagógico, didática do conteúdo e do contexto. Esses conhecimentos são adquiridos na universidade e fora dela no ambiente escolar e da formação continuada. A autora aponta nos seus resultados de pesquisa, que os professores de forma geral não sabem com clareza o que devem ensinar sobre estocástica e a quem vão ensinar. Isso faz com que haja grandes lacunas no desenvolvimento profissional do professor.

Assim, a pesquisa aponta que no Brasil existe uma demanda de formação inicial e continuada no que concerne ao ensino de Estatística e Probabilidade, para que haja um ensino de qualidade e que leve os estudantes a se tornarem pessoas críticas e que enfrentem os desafios de viver na sociedade da informação.

Costa e Nacarato (2011) realizaram uma pesquisa que investigou como professores de Matemática em pleno exercício entendem a inserção da Estocástica em sua formação e prática profissional e ainda como formadores de professores de Matemática percebem a Estocástica na formação dos professores. De acordo com as autoras, o ensino de Estatística e Probabilidade ganhou força no Brasil na década de 90, mais especificamente com a

publicação dos parâmetros curriculares nacionais. Em outros países, comumente é utilizado o termo estocástica para representar o ensino de Estatística e Probabilidade.

A pesquisa aponta que existem modificações curriculares nos mais diversos países, em consequência, os professores e as professoras terminam os seus cursos de graduação (licenciatura) e acabam não vendo conceitos relacionados ao que está sendo posto pelos documentos oficiais para a educação básica.

Pietropaolo et al (2014) desenvolveram uma pesquisa para investigar os conhecimentos de um grupo de professores dos anos finais do ensino fundamental do estado de São Paulo. A pesquisa foi realizada dentro do contexto do Observatório da Educação (OBEDUC), desenvolvida por professores pesquisadores e alunos do Mestrado e Doutorado do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera. Os autores apontam que os currículos de diferentes países da América Latina e do mundo estão defendendo o trabalho com a Probabilidade de forma longitudinal no decorrer do processo de escolarização e que a perspectiva desse conceito reflete a preparação de cidadãos para uma atuação crítica em uma sociedade cada vez mais exigente.

O estudo realizado buscou identificar os conhecimentos e as concepções de 23 professores dos anos finais do ensino fundamental, em relação ao ensino de conceitos e procedimentos concernentes à Probabilidade.

Os professores participantes da pesquisa fizeram parte de um processo de formação continuada sobre o ensino de Probabilidade e foram questionados sobre elementos conceituais, que tinham por base os seguintes questionamentos: o que sabem esses professores sobre probabilidade? Quais estratégias de ensino conhecem? Quais as razões e a importância que atribuem ao ensino desse tema? Eles foram questionados sobre o que seria Probabilidade, se conheciam outra definição de Probabilidade e quais seriam os usos sociais dessa temática. Dos 23 professores envolvidos na pesquisa, 17 deram uma resposta que se enquadra dentro da visão de Probabilidade clássica, que foi sistematizada pelo matemático Laplace no século XVIII. Dos 23 professores envolvidos no estudo, apenas um professor fez menção à abordagem axiomática da Probabilidade e que geralmente é vista na universidade, mas não soube argumentar sobre essa abordagem. Eles não fizeram menção a outra abordagem de Probabilidade.

Os professores ainda se saíram mal nas perguntas que retratavam o conceito de Probabilidade na abordagem clássica, que é o que os livros didáticos do ensino fundamental abordam, demonstrando em mais um momento as lacunas na formação inicial em relação ao ensino de Probabilidade. Por último, os professores foram questionados sobre quais seriam as principais dificuldades dos estudantes na aprendizagem do tema. A maioria dos professores apontaram que uma grande parcela da dificuldade na aprendizagem da Probabilidade viria da incompreensão da análise combinatória, porque em várias questões de Probabilidade, são requeridos conhecimentos combinatórios. Outros professores argumentaram que como os estudantes não veem de forma mais intensa esse conteúdo no ensino fundamental, apresentam muitas lacunas na compreensão do conceito na 2ª série do ensino médio e assim não desenvolvem os conhecimentos necessários para a temática.

Pietropaolo et al (2014) concluem que uma boa parte dos professores pesquisados não tem um domínio satisfatório sobre noções e procedimentos relacionados à Probabilidade. Os professores ainda apontaram que não tinham um arcabouço de estratégias para o processo de ensino da Probabilidade, sobretudo para os estudantes do 6º ao 9º ano do ensino fundamental. Nesse sentido, os pesquisadores apontam para a necessidade de processos de formação inicial e continuada para professores do ensino fundamental, no que concerne ao ensino de Probabilidade.

Estevam e Cyrino (2014) realizaram uma pesquisa traçando o perfil das pesquisas brasileiras envolvendo Educação Estatística e a formação de professores de Matemática. Essa análise foi realizada a partir do levantamento no banco de dados da CAPES, no período de 1998 a 2011. Os autores buscaram de forma interpretativa identificar quais eram os eixos temáticos estudados no contexto das pesquisas nacionais. O estudo aponta quatro eixos temáticos, a saber: (I) os objetivos para o ensino de Probabilidade e Estatística; (II) o nível de letramento estatístico de professores de Matemática da Educação Básica; (III) as impressões e práticas letivas de professores da Educação Básica quanto à Probabilidade e Estatística; e (IV) a formação de professores de Matemática que ensinarão/ensinam Probabilidade e Estatística na Educação Básica.

De acordo com Estevam e Cyrino (2014), os resultados da pesquisa apontam, por um lado, a existência de poucos trabalhos se debruçando especificamente sobre Educação Estatística na formação de professores de Matemática e que existem muitos desafios a serem

enfrentados nesse campo de pesquisa. Por outro lado, contribui para colocar em evidência que a área de Educação Estatística tem crescido paulatinamente no Brasil e que vem se consolidando como uma área de investigação central nas pesquisas brasileiras.

Conforme se pôde evidenciar, as pesquisas nacionais levantam aspectos pertinentes sobre a temática da probabilidade. Lopes (2008), por exemplo, enfatiza a existência de lacunas no desenvolvimento profissional do professor sobre o ensino de estocástica. Costa e Nacarato (2011), assim como Pietropaolo et al (2014), destacam dificuldades de professores de Matemática na compreensão de conceitos e procedimentos relacionados à probabilidade. Para esses autores, fragilidades nos cursos de formação inicial de professores de matemática e carência de formações continuadas poderiam se constituir em possíveis explicações para esse fato. Além desses aspectos, Estevam e Cyrino (2014) também identificam carências de trabalhos sobre educação estatística na formação de professores de Matemática. Esses estudos, portanto, colocam em evidência a necessidade de um entendimento mais aprofundado do tema e apontam para a necessidade de pesquisas voltadas para a formação inicial e continuada de professores de matemática sobre o ensino de probabilidade.

Santos e Felisberto de Carvalho (2018) realizaram uma revisão sistemática da literatura para identificar e mapear pesquisas acadêmicas entre os anos de 2012 a 2017, que versassem sobre o ensino de Probabilidade na Educação Básica. Os autores chegaram a 16 artigos, depois de aplicarem os critérios de exclusão na Biblioteca de Teses e Dissertações (BDTD) e no site de periódicos da Capes (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). A pesquisa mostrou que a produção voltada para o ensino de Probabilidade aponta para a importância de se utilizar recursos didáticos, metodologias diferenciadas no ambiente escolar. Ficou perceptível, na pesquisa realizada, que existem lacunas no ensino de Probabilidade na formação de professores. Esse artigo vem corroborar com os achados da presente pesquisa, uma vez que está sendo desenvolvido um estudo no campo da formação do professor de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, na perspectiva do Letramento Probabilístico.

## 2.4 PESQUISAS INTERNACIONAIS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE

Contreras, Diaz, Batanero e Ortiz (2010) destacam que a formação adequada dos professores é uma condição para melhorar o ensino de probabilidade nas escolas. Com essa perspectiva, identificaram algumas intuições incorretas sobre probabilidade de futuros professores e professoras de Matemática e avaliaram a eficácia de workshops/oficinas formativas, baseadas em jogos paradoxais, para provocar nos professores reflexões sobre essas intuições incorretas e promover mudanças. Essa proposta proporciona um modelo educativo que os professores podem utilizar com seus estudantes no ensino de probabilidade.

O estudo realizado envolveu 166 participantes de três países: México, Portugal e Espanha. De acordo com a pesquisa realizada nos três países citados, os professores têm em sua formação básica contato com disciplinas que versam sobre conteúdos voltados para a área da Estatística e Probabilidade. Mas os professores já formados e em formação dos três países ainda demonstram lacunas no que concerne ao trabalho didático com os conceitos apresentados.

Gomez, Batanero e Contreras (2014) desenvolveram um estudo com 157 professores espanhóis, referente ao conhecimento matemático sobre o ensino de Probabilidade a partir da abordagem frequentista. Os pesquisadores constataram que existe a necessidade de os professores terem contato com diferentes abordagens da Probabilidade. Enquanto metodologia de pesquisa, foram disponibilizadas para os professores situações que requerem um tipo de raciocínio que concebe a probabilidade *a posteriori*, ou seja, as situações são vivenciadas de forma experimental. Por exemplo: foram jogadas 100 tarraxas no chão; quantas caíram com a ponta virada para cima e quantas caíram com a ponta virada para baixo? Os professores deveriam fazer as suas observações em relação a essa situação e assim tirarem as suas conclusões.

Ficou perceptível, no estudo, que os professores envolvidos na pesquisa não tinham uma compreensão sobre a abordagem frequentista de Probabilidade, porque no início do estudo, suas respostas não esboçaram abordagens de interpretação satisfatórias. As respostas eram baseadas em suas impressões pessoais, e não a partir de um tipo de raciocínio probabilístico. Posteriormente, no decorrer da pesquisa, os professores foram mudando as



suas percepções e conseguiram avançar em suas compreensões sobre a abordagem frequentista de Probabilidade.

Pesquisas como essa demonstram que nesses países ainda não se conseguiu um modelo de formação de professores que consiga contemplar as mais diferentes facetas da Probabilidade e como abordar esses conceitos de forma teórica e didática.

Gómez (2006) desenvolveu uma pesquisa bibliográfica com análise hermenêutica sobre coleções de livros didáticos venezuelanos. A autora destaca que a ideia de azar está presente em vários contextos e por isso seria importante entender como se dá a formação de conceitos concernentes à Probabilidade, que estão presentes em livros a partir do pensamento aleatório. O estudo foi realizado em 4 coleções de livros didáticos venezuelanos do 7º ano, do ensino fundamental, e que foram denominados de coleção A, B, C e D, por questões éticas de pesquisa. A pesquisa analisou como era trabalhada a linguagem probabilística presente nos livros, assim como as abordagens de Probabilidade, que no caso foram a abordagem Clássica e a Frequentista.

O estudo apontou que as 4 coleções analisadas estão de acordo com as exigências do programa curricular de Matemática Venezuelano para a Educação Básica. Na coleção A foi observada deficiência em relação aos elementos conceituais elementares sobre Probabilidade e em relação ao conteúdo esperado para o ano analisado. A coleção B se destacou na qualidade de exposição da abordagem clássica do conceito de Probabilidade a partir de diferentes representações e contextos da probabilidade, tais como jogos de azar e situações da sua realidade. Essa forma de abordagem contribui para uma compreensão do conceito por estudantes.

As coleções C e D tiveram muitas semelhanças em seu alcance teórico, mas a coleção C se mostrou mais completa, pois trabalha a abordagem frequentista de Probabilidade, que não foi abordada na coleção D. Ambas as coleções são de uma mesma editora, mas que por questões autorais, divergem em suas abordagens conceituais. De forma geral, a autora aponta que mesmo as coleções sendo utilizadas no país de forma efetiva, elas apresentavam alguns erros conceituais que deveriam ser corrigidos para as próximas edições.

A autora afirma que um ponto que foi analisado em sua pesquisa e precisa de mais atenção em estudos posteriores seria a linguagem utilizada nos livros didáticos analisados. A linguagem matemática, especificamente a Probabilística, é utilizada de forma muito genérica

e associada ao senso comum das pessoas. Todavia, ela destaca que é necessário um olhar para a linguagem de forma mais incisiva, para que assim se possa fomentar uma aprendizagem mais consistente em relação ao ensino de Probabilidade. A autora ainda afirma que a análise do livro didático de Matemática pode ser uma atividade pedagógica realizada na formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática e que essa atividade irá contribuir para o desenvolvimento da criticidade dos respectivos professores.

Díaz, Contreras, Batanero e Roa (2012) pesquisaram sobre os conhecimentos apresentados por futuros professores de Matemática Espanhóis em relação à Probabilidade Condicional. No estudo, foram analisados sete itens retirados do questionário RPC (Raciocínio sobre Probabilidade Condicional). Participaram deste estudo 196 estudantes espanhóis. Como referencial teórico, foi utilizada a perspectiva de Hill, Ball e Schilling (2008) sobre os conhecimentos do Professor de Matemática segundo os quais os conhecimentos se dividem em: conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do horizonte Matemático. Esses conhecimentos estão relacionados ao professor, mas existe a discussão em relação ao conhecimento dos estudantes.

Hill, Ball e Schilling (2008), professores em formação, apresentam dificuldades na compreensão do conceito de probabilidade condicional, como: confundir probabilidade conjunta com condicional, falácia de conjunção, falácia da condicional transposta, falácia de base, dentre outros elementos.

Os resultados deste estudo colocam em evidência a existência de fragilidades em relação a aspectos conceituais de Probabilidade na formação dos professores espanhóis, e isso faz com que haja uma demanda de pesquisas que possam diagnosticar e propor soluções para essas dificuldades na formação inicial de professores de Matemática.

Vargas et al (2012) desenvolveram um estudo sobre a formação dos docentes em relação ao ensino de Estatística e Probabilidade na educação básica do país da Costa Rica. O estudo investigou acerca da formação universitária que os docentes das regiões de Heredia y Pérez Zeledon, que ficam no sul da Costa Rica. Também foi questionado no estudo como foi o processo de formação inicial que os professores costarriquenhos vivenciaram, ou seja, se no período da graduação eles tinham estudado disciplinas que contemplassem o ensino da Estatística e Probabilidade.

Participaram do estudo 207 professores de Matemática dos I e II ciclos da Educação Básica da Costa Rica, oriundos de 23 universidades. Na pesquisa, os professores foram questionados se cursaram alguma disciplina relacionada à didática do ensino de Estatística e Probabilidade. Das 23 universidades citadas, apenas 6 ofertavam uma disciplina ligada à didática.

Os docentes envolvidos na pesquisa afirmaram que não se consideravam preparados para exercerem a função de docente nas áreas citadas, porque o contato que tiveram com os conteúdos de Estatística e Probabilidade foram vivenciados de forma tecnicista, apenas trabalhando os conteúdos de forma axiomática, dando muita ênfase aos procedimentos de cálculo e demonstração.

De acordo com os resultados do estudo, os docentes apresentavam muitas lacunas conceituais e didáticas e afirmaram que o próprio Ministério de Educação Costa Riquenho, em suas diretrizes nacionais, preocupava-se de forma muito incisiva com a Estatística Descritiva, não oportunizando momentos de discussão sobre os seus usos sociais. E em relação à Probabilidade, a discussão ainda era muito inicial e focada no cálculo.

Os docentes afirmaram que há raros momentos de formação continuada para quem já saiu da universidade, e assim a base que eles têm para trabalhar os conteúdos permanece a mesma de quando terminaram a graduação. A maioria dos professores apontou que gostariam de participar de processos formativos que os levassem a refletir sobre as suas práticas e que desenvolvessem metodologias de ensino diferenciadas.

Ortiz, Batanero e Contreras (2012) realizaram um estudo com 167 futuros professores da educação primária na Espanha em relação a um jogo equitativo. O estudo se preocupou em avaliar o conhecimento comum do conteúdo, a partir de respostas dadas pelos docentes a dois problemas abertos envolvendo o conceito de Probabilidade. Nesse estudo, ainda foram investigados componentes do conhecimento didático dos professores.

A pesquisa aponta que há um crescente interesse sobre o desenvolvimento da temática sobre o ensino de Probabilidade na Espanha e no mundo. O Ministério de Educação Espanhol no ano de 2006 inclui os conteúdos concernentes à Estatística e Probabilidade, dando ênfase à linguagem utilizada, ao contexto social em que os alunos se encontram e a partir desses elementos constroem uma narrativa que a Estatística e Probabilidade são necessárias na formação de cidadãos críticos para uma sociedade em desenvolvimento.

No decorrer do estudo, os pesquisadores disponibilizam protocolos nos quais existem situações aleatórias, cálculo de probabilidade e respostas de alunos em relação a perguntas de probabilidade, voltados para os anos iniciais da Espanha.

Os futuros professores analisaram os protocolos e classificaram em correto e incorreto o que foi respondido por alunos e tentaram refletir sobre as respectivas respostas dadas. Um exemplo que foi estudado na pesquisa fez referência à seguinte situação: Em uma caixa, Eduardo tem 10 bolas brancas e 20 bolas pretas. Em outra caixa, Luís tem 30 bolas brancas e 60 bolas pretas. Se ambos forem retirar bolas de suas respectivas caixas, a probabilidade de sair bolas brancas ou pretas para Eduardo e Luís é a mesma? Esse jogo pode ser considerado equitativo? Luís afirma que o jogo não é equitativo, porque na sua caixa há mais bolas brancas e pretas do que na caixa de Eduardo. Já Eduardo afirma que o jogo é equitativo.

Os estudantes envolvidos na pesquisa responderam aos questionamentos de acordo com a sua formação probabilística e intuição. As respostas se apresentaram de forma variada e não esboçaram uma unicidade de compreensão da atividade. Ficou perceptível para os pesquisadores a fragilidade na formação inicial dos docentes envolvidos na pesquisa, e os resultados sugerem a necessidade de reforçar a formação desses futuros professores tanto em relação ao conhecimento Matemático que se mostrou insuficiente, quanto em relação ao conhecimento didático, pois os docentes não demonstraram ter boas posturas em relação a como trabalhar com o conceito de Probabilidade.

Vê-se que a Estatística e a Probabilidade estão crescendo em relação à área de pesquisa e ensino nos mais diferentes países da América Latina e do mundo. Hill, Ball e Schilling (2008), Contreras, Diaz, Batanero e Ortiz (2010) e Gomez, Batanero e Contreras (2014) destacam que professores de Matemática demonstram lacunas na compreensão de probabilidade e no trabalho didático sobre esse conteúdo. Ortiz, Batanero e Contreras (2012) destacam fragilidades na formação inicial sobre conhecimentos de probabilidade, enquanto Vargas et al. (2012) apontam carências de formação continuada de professores sobre probabilidade, o que dificulta processos de ensino.

Tanto os estudos nacionais como os internacionais apontam que a formação inicial e continuada do professor se mostra um grande desafio para as universidades e os pesquisadores da área, constituindo-se em temática que necessita de mais pesquisas na área.

No desenvolvimento futuro desta pesquisa de doutoramento, espera-se entender como os professores dos anos finais do ensino fundamental, participantes de um grupo, compreendem a Probabilidade enquanto campo de saber da Matemática, quais são os conceitos e elementos primordiais para o desenvolvimento de um Letramento Probabilístico. Será percebida, no decorrer da formação continuada que será trabalhada, a perspectiva teórica do Letramento Probabilístico de Gal (2005) e as abordagens de Probabilidade de acordo com Batanero (2005).

Acredita-se que, no decorrer da formação continuada com os professores, será possível atestar qual será o nível de compreensão dos professores envolvidos na pesquisa sobre o ensino de Probabilidade e se haverá uma validação dos elementos teóricos discutidos nesta tese e se poderá haver uma ampliação para uma discussão sobre níveis de Letramento Probabilístico, diferentes dos apontados por Gal (2005). Nesse sentido, este estudo contribuirá para o desenvolvimento da área de Educação Estatística, especificamente sobre o ensino de Probabilidade voltado para os anos finais do ensino fundamental, configurando-se uma grande contribuição de pesquisa para a área.

### 3 MÉTODO

Esta tese refere-se a um trabalho de investigação sobre o Letramento Probabilístico de professores dos anos finais do Ensino Fundamental. Associado a uma Revisão Sistemática da Literatura (RSL), realizou-se uma pesquisa de campo com abordagem qualitativa, a qual possibilitou identificar e aprofundar o objeto de estudo com a análise de dados coletados e a utilização do instrumento metodológico entrevista.

Conforme apresentado anteriormente, o problema da pesquisa versa sobre as seguintes questões: o que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico? Como o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico pode ser explorado com um grupo de professores de Matemática do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental?

Esta pesquisa tem como objetivo geral:

- Analisar, no âmbito de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental, competências para o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico.

Os objetivos específicos são:

- Identificar o que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade numa perspectiva do letramento probabilístico;
- Analisar as atividades de Probabilidade propostas pelo sistema de ensino utilizado pelos professores no contexto do grupo de formação dos anos finais do Ensino Fundamental na perspectiva do letramento probabilístico;
- Compreender como conceitos de Probabilidade são trabalhados pelos professores participantes do grupo;
- Analisar, à luz da abordagem do Letramento Probabilístico de Gal (2005), atividades sobre Probabilidade com os professores do grupo.

Nesta seção, discorre-se sobre a organização da pesquisa de campo, no que se refere aos participantes, aos encontros de pesquisa e aos demais procedimentos da pesquisa.

### 3.1 CONTEXTO DA PESQUISA DE CAMPO

A pesquisa de campo foi realizada em uma escola da rede privada do município de Garanhuns, localizado na região Agreste do estado de Pernambuco. Trata-se de uma escola confessional e estabelecida há mais de cem anos, tendo uma boa qualificação para a população do município e da região circunvizinha.

A escolha por essa escola aconteceu por dois motivos. Primeiramente, porque havia um acesso em função de o autor desta pesquisa já haver sido docente naquele estabelecimento de ensino, conhecendo os gestores e os professores. Um segundo fator refere-se ao fato de existir um grupo de professores que se reúne periodicamente para momentos de formação continuada e para discussão de conceitos matemáticos voltados para o melhoramento do ensino de Matemática. Esses encontros de formação são organizados pela própria escola, contemplando os professores do Ensino Fundamental e Médio. Geralmente os encontros de formação acontecem no primeiro sábado de cada mês durante o ano letivo e já fazem parte do calendário e planejamento da escola. Na formação continuada, os docentes vivenciam momentos nos quais todos estão juntos, independente da área em que atuam, sendo que em outros momentos, são divididos por áreas de conhecimento, para que haja uma discussão mais direcionada. Para o contexto da pesquisa, os encontros de formação aconteceram em outros dias, porque o calendário de formação da escola já estava fechado, assim impossibilitando de ocorrer aos sábados. Mas os professores se disponibilizaram a vir em dias da semana, no horário da noite.

### 3.2 PARTICIPANTES

Participaram da pesquisa 5 professores de Matemática que atuam nos anos finais (6º ao 9º ano) do Ensino Fundamental. A escolha de professores que ensinam Matemática, como participantes, também se justifica pelo fato de que eles são responsáveis pelo ensino de conteúdos estatísticos nos anos finais do Ensino Fundamental, conteúdos que devem incluir

Probabilidade e Estatística, cuja compreensão pode contribuir para o desenvolvimento do raciocínio hipotético dedutivo e o inferencial.

Os participantes foram contatados formalmente por meio de uma carta de anuência (Apêndice A), que explica o teor da pesquisa e sugestão de distribuição dos encontros de formação. A participação deles na pesquisa foi oficializada por meio da assinatura do termo de consentimento (Apêndice B), no qual são explicados os procedimentos previstos no método da pesquisa e as possíveis implicações em participar, realizando assim uma importante etapa da dimensão ética do estudo.

Após esse contato inicial e os procedimentos para o resguardo ético do estudo de campo, o pesquisador, autor desta tese, pediu a permissão dos participantes para estabelecer contato mais frequente com eles, com o objetivo de organizar as ações da pesquisa. Assim, foi criado um grupo no aplicativo *WhatsApp*, denominado *Pesquisa Probabilidade*, para que houvesse uma comunicação mais rápida com o grupo de professores participantes. Com isso, o pesquisador apresentou em linhas gerais a proposta e sugeriu a utilização dessa ferramenta para se comunicarem em relação à realização da pesquisa.

A escola campo de pesquisa faz uso de um sistema de ensino denominado Coleção, 4 volumes, Matemática Bernoulli (2019), que foi implementada desde o ano de 2017 e está em fase de experimentação na escola. Essa coleção foi adotada para os anos finais do ensino fundamental do 6º ao 9º ano, no primeiro e segundo anos do ensino médio e gradualmente será ampliado para os outros níveis da escola. É válido salientar que a escola trabalha com todos os anos da Educação Básica.

O sistema de ensino Bernoulli possui os materiais didáticos impressos, para que todos os alunos tenham o seu material individual, e disponibiliza ainda uma plataforma online, na qual são aplicados simulados baseados em avaliações externas e que visam à preparação dos estudantes para exames a que eles terão que se submeter em anos subsequentes. O sistema ainda conta com ferramentas online que oferecem as seguintes possibilidades: Bernoulli Digital, conteúdo digital, games, simuladores, vídeos e animações interativas, elaborados a partir da Coleção Bernoulli. De acordo com a proposta do sistema, com os recursos oferecidos, os estudantes estarão sempre sendo acompanhados pelos professores e coordenadores pedagógicos da escola, para que assim possam tomar decisões para o melhoramento do ensino da escola.



A escola e os professores têm direito a solicitarem a presença de um assessor pedagógico do sistema Bernoulli, para que assim possam sanar as possíveis dúvidas que venham a aparecer no manuseio do sistema online e em relação ao calendário de simulados realizados pelo sistema de ensino. Quando o material foi adotado pela escola, o sistema de ensino enviou um assessor pedagógico para implantar o material e discutir com os docentes possíveis ações a serem realizadas com o material. Além dessa formação inicial, foram realizadas formações a cada semestre para acompanhamento e utilização do material ou com a solicitação da escola sobre mais algum tema específico dentro do material utilizado pela escola. No momento em que se for discutir o material com os professores, por ocasião da discussão e análise do processo de formação, será dada uma maior ênfase à descrição do material pedagógico e o que os professores acham dele.

### 3.3 ORGANIZAÇÃO DOS ENCONTROS DE FORMAÇÃO

O Quadro 10 apresenta a estrutura geral dos encontros com os participantes (individuais e coletivos) e suas respectivas finalidades. Elaborou-se uma sequência de atividades a serem vivenciadas no grupo, através de 6 encontros presenciais, com uma média de 2 horas e meia de duração cada um. O primeiro encontro de formação aconteceu no dia 22/03/2019, o segundo no dia 09/04/2019, o terceiro no dia 23/04/2019, o quarto encontro em 17/05/2019, o quinto encontro em 06/06/2019 e o sexto e último encontro no dia 01/07/2019.

Quadro 10: Organização dos encontros de formação e atividades

<b>Encontro e temática</b>	<b>Atividades de pesquisa</b>	<b>Objetivos</b>	<b>Materiais utilizados</b>
1. Análise das questões da entrevista; discussão introdutória da temática (Acaso e Aleatoriedade); e realização de duas atividades.	Discussão sobre os elementos coletados no momento da entrevista semiestruturada com os professores e apresentação do modelo da formação de forma coletiva.	Conhecer o perfil dos participantes, suas experiências com o ensino da Probabilidade em sua prática pedagógica; Marcar o calendário da formação.	Roteiro de Entrevista Individual; Respostas dadas na entrevista semiestruturada.

1ª Atividade da soma dos dados; 2ª Atividade da sacola da quadrabilidade			
2. Discussão sobre Probabilidade e seus significados	Discussão sobre os significados de Probabilidade (BATANERO, 2005) e atividades que investigavam a compreensão sobre: Categorização do espaço amostral e quantificação de Probabilidades	Desenvolver uma discussão sobre o Ensino de Probabilidade a partir das respostas dadas pelos professores na entrevista semiestruturada e identificar o conhecimento dos professores sobre Probabilidade.	Atividade sobre equiprobabilidade para os professores envolvidos na pesquisa.
3. Análise do material do Sistema de Ensino e discussão sobre Letramento Probabilístico	Discussões de situações-problema voltadas para o Letramento Probabilístico a partir da análise do sistema de Ensino utilizado pela escola	Identificar e analisar no sistema de ensino utilizado pela escola o que estava sendo trabalhado de Probabilidade em paralelo com o que a BNCC (2017) orienta, articulando as discussões com a perspectiva teórica de (GAL, 2005).	Material didático do Sistema de Ensino Bernoulli utilizado na escola do 6º ao 9º ano do ensino fundamental.
4. Discussão sobre Letramento Probabilístico de Gal (2005) e o papel dos diferentes contextos	Comparação de Probabilidades e Linguagem Probabilística no contexto do Letramento Probabilístico; Análise e discussão de atividades sobre Probabilidade a partir dos apontamentos de Gal (2005)	Analisar a atitude e postura dos professores perante as diferentes situações que envolvem a Probabilidade e o Letramento Probabilístico na Perspectiva de Gal(2005).	Situações e questionamentos de Letramento Probabilístico na Perspectiva de Gal (2005).
5. Discussão sobre os diferentes contextos para o ensino de Probabilidade	Letramento Probabilístico em situações no viver social de adultos; Análise e discussão de atividades sobre	Identificar e analisar atividades de Letramento Probabilístico de Gal (2005).	Situações de Letramento Probabilístico na Perspectiva de Gal (2005).

	Probabilidade a partir dos apontamentos de Gal (2005) e Batanero (2005).		
6. Interpretação de situações reais na perspectiva do Letramento Probabilístico e avaliação do processo de Formação Continuada	Interpretação de situações reais que envolvem o Letramento Probabilístico e a Sistematização do que foi desenvolvido no decorrer da formação e socialização dos docentes sobre a experiência de formação.	Finalizar o processo formativo e avaliar o que aconteceu no decorrer da pesquisa.	Apresentação em PowerPoint com a síntese e sistematização do que foi realizado no decorrer da formação.

Fonte: Elaboração do autor.

A formação foi organizada de modo que os professores pudessem discutir e analisar as suas respostas em duplas, para fomentar diálogos mais profundos entre eles. Todos esses diálogos, assim como todos os momentos da formação, foram filmados para que se pudesse capturar ao máximo a interpretação e abordagens desenvolvidas pelos participantes da pesquisa. Em estudo prévio (EUGÊNIO, 2013), situações de pesquisa nas quais se propõe trabalho em dupla de participantes podem favorecer a discussão e o debate de opiniões, o que contribui para a produção de dados qualitativos mais robustos.

A formação foi desenvolvida na perspectiva do Letramento Probabilístico de Gal (2005), envolvendo exemplos e situações reais que acontecem na sociedade e que demandam tomadas de decisão de forma coerente e que envolvesse o raciocínio hipotético dedutivo desenvolvido pelo trabalho sistematizado com situações probabilísticas. Ainda foram utilizadas as abordagens de Batanero (2001; 2013) concernentes ao ensino de probabilidade e as demandas cognitivas Bryant e Nunes (2012). Essa última abordagem teórica não consistiu no foco desta pesquisa, porém, esteve permeando alguns estudos e algumas pesquisas sobre ensino de Probabilidade apresentadas aos professores. O foco das atividades e reflexões da formação, conforme já se mencionou, esteve baseado em Gal (2005).

As referidas atividades apresentadas no Quadro 10 foram vivenciadas durante os encontros de formação e versaram sobre questões relacionadas ao letramento probabilístico

na perspectiva de Gal (2005), significados de Probabilidade de acordo com Batanero (2005), questões selecionadas sobre tomada de decisões e risco, além de atividades que a literatura aponta que complementam as reflexões sobre Probabilidade e seu ensino.

Inicialmente, antes do primeiro encontro, foi realizado um diagnóstico dos conhecimentos dos professores por meio da entrevista semiestruturada que será apresentada a seguir, para se identificar o perfil dos professores. Cada professor participante da pesquisa respondeu individualmente a essas questões. Ainda nesse momento inicial, o pesquisador abordou elementos que faziam parte da prática pedagógica do grupo de professores, na perspectiva de compreender o que vinha sendo desenvolvido por eles, nesse sentido. As respostas dos professores a essa entrevista semiestruturada foram utilizadas no primeiro encontro de formação. Veja-se o roteiro a seguir.

#### 3.4 ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

1º) Na sua opinião, como você definiria a Probabilidade ou o que você entende por Probabilidade? Você poderia dar algum exemplo? (Conhecimento do Professor)

2º) Você conhece outra definição de Probabilidade, além dessa que você colocou acima? (Abordagens diferentes)

3º) Quais os conceitos que você acha que são importantes para os alunos dos anos finais do ensino fundamental aprenderem sobre Probabilidade? Dê exemplos. (Compreensão conceitual de Probabilidade).

4º) Como você avalia que seu estudante aprendeu Probabilidade? (Compreensão sobre o ensino de Probabilidade)

5º) Como você inicia e conduz a sua aula sobre Probabilidade? E quais experiências você já teve no ensino da Probabilidade? (Compreensão sobre o ensino de Probabilidade)

6º) Quais são os lugares e as situações em que se pode perceber aplicações da Probabilidade na nossa vida? (Probabilidade nos contextos sociais)

A entrevista semiestruturada foi realizada no dia 11/03/2019, antes do primeiro encontro de formação. As respostas dos professores às questões da entrevista foram utilizadas como elemento inicial do primeiro encontro, para que se pudessem perceber quais eram as compreensões iniciais que os professores tinham sobre probabilidade e seu ensino, com uma

discussão inicial sobre elementos da natureza conceitual da probabilidade como acaso e aleatoriedade.

No primeiro encontro de formação, os professores foram solicitados a resolver a atividade 1, denominada de *soma dos dados*. Segue a descrição da atividade: Ao serem lançados 2 dados não viciados, a soma das faces que foram obtidas teria maior probabilidade de resultado  $Soma \leq 7$  ou  $Soma > 7$  ou ainda se teria a mesma Probabilidade de acontecer? Seria essa atividade equiprovável? (Quem tem a mesma Probabilidade de acontecer?). O pesquisador solicitou que os professores fizessem os 30 lançamentos com dois dados cada um, mas antes disso, ele questionou se essa tarefa era equiprovável ou não. O objetivo da atividade seria que os professores observassem a partir dos resultados que iriam obter e tomassem uma decisão sobre a atividade, afirmando se ela seria equiprovável ou não.

Do jeito que está proposta a tarefa, ela não é equiprovável, porque o espaço amostral para 2 dados seria 36 possibilidades, das quais 21 teriam a soma  $\leq 7$  e apenas 15 teriam soma  $> 7$ . Então a Probabilidade de sair a soma  $\leq 7$  é superior à soma  $> 7$ . O objetivo da tarefa era justamente fazer com que os professores refletissem sobre o espaço amostral e chegassem a essa conclusão. Os professores teriam nessa atividade, a oportunidade de realizar o experimento para, a partir daí, tirarem as suas conclusões sobre a tarefa, se seria equiprovável ou não, testando assim os seus conhecimentos sobre probabilidade. O quadro 11 foi disponibilizado para os professores, para eles realizarem o experimento do lançamento dos dados de forma individual e registrarem os seus respectivos resultados.

Quadro 11 - Anotação dos Resultados da atividade soma dos dados

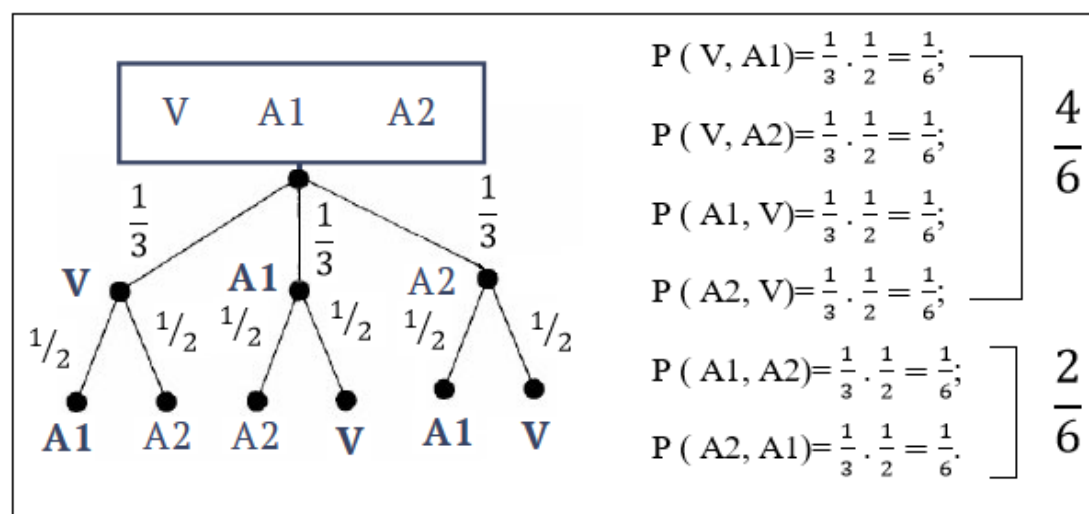
Lançamentos	$Soma \leq 7$	$Soma > 7$
1º lançamento		
2º lançamento		
3º lançamento		
4º lançamento		
5º lançamento		
6º lançamento		
7º lançamento		
8º lançamento		
9º lançamento		
10º lançamento		
11º lançamento		
12º lançamento		

13º lançamento		
14º lançamento		
15º lançamento		
16º lançamento		
17º lançamento		
18º lançamento		
19º lançamento		
20º lançamento		
21º lançamento		
22º lançamento		
23º lançamento		
24 º lançamento		
25º lançamento		
26º lançamento		
27º lançamento		
28º lançamento		
29º lançamento		
30º lançamento		
Total		

Fonte: elaborado pelo autor

Ainda no primeiro encontro de formação, foi realizada uma segunda atividade, que foi denominada de **sacola da quadrabilidade**, na qual o pesquisador solicitou que os participantes resolvessem a seguinte atividade: “Em uma sacola preta, há 2 quadrados azuis e um quadrado verde; qual dos resultados tem maior chance de acontecer, retirando dois quadrados da sacola sem reposição? Qual seria o mais provável? Seria sair um verde e um azul? Ou dois azuis? Quem tem a Probabilidade maior de sair (Azul, azul) ou (Azul e verde)?”. Pode-se observar a resposta dessa atividade na Figura 02 abaixo:

Figura 02: Árvore de possibilidades dos resultados possíveis na sacola da quadrabilidade

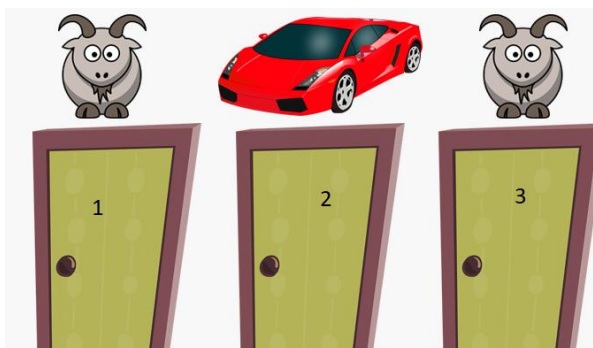


Fonte: elaborado pelo autor.

De acordo com a árvore de possibilidades das retiradas dos quadrados azuis e verdes da Figura 02, percebeu-se que a combinação azul e verde tem 4 possibilidades, e a combinação azul e azul tem apenas 2. O azul possui dois quadrados, e o verde apenas um. Na figura 02, foram enumerados os quadrados azuis, apenas para diferenciar um do outro e para que o leitor pudesse entender de forma mais fluida. Os quadrados que foram utilizados no encontro de formação são idênticos ao da figura 02, mas confeccionados com material plástico EVA, para ser manipulado pelos participantes.

No segundo encontro de formação, intitulado “Discussão sobre Probabilidade e seus Significados”, o pesquisador iniciou a formação com o famoso problema de Monty hall, adaptado de Soltadelli (2016). Monty Hall era um apresentador de um programa de TV exibido nos Estados Unidos, na década de 1970. O programa tinha como nome *Let's Make a Deal*, que quer dizer: Vamos fazer um acordo? O programa de televisão tinha como enredo a seguinte situação: no palco do programa, existiam três portas, e o participante tinha o direito de escolher uma. Em uma das portas tinha um carro 0km como premiação, nas outras duas portas existiam bodes, como se pode visualizar na imagem da Figura 03, que segue:

Figura 03: Imagem da situação apresentada no Problema de Monty Hall.



Fonte: <https://www.google.com/search?q=Monty+Hall&client=firefox-b>

Um aspecto interessante do problema é que depois que o participante escolhe uma porta, o apresentador revela o que se encontrava escondido em uma das duas portas restantes. Com isso, o participante poderia continuar com a porta escolhida no início do jogo ou mudar de porta. Essa situação pode ser entendida matematicamente da seguinte maneira: para cada porta, existe  $1/3$  de chance de o carro estar nela, ou seja, 33,33%. Quando o apresentador revela uma das portas, as probabilidades se mantêm, e o participante tem o direito de trocar de porta ou de permanecer na escolhida inicialmente. Analisando matematicamente a situação, percebe-se que a troca seria a decisão mais acertada a se fazer, conforme mostra a Figura 04.

Figura 04: Resolução através de árvore de possibilidades do Problema de Monty Hall.



Fonte: Adaptado de Soltadelli (2016).



Como se pode observar na imagem da Figura 04, se o participante escolhe uma porta e permanece nessa escolha até o fim, ele terá 3 resultados possíveis. No primeiro resultado, ele permanece na porta e perde o prêmio; no segundo resultado, ele permanece e perde o prêmio; e só apenas na terceira tentativa ele permaneceria e ganharia o prêmio. Se cada porta tem  $1/3$  de probabilidade de conter o prêmio, que seria o carro 0km, então trocando de porta, o participante teria  $2/3$  de chance de ganhar ou 66,66%, mas se não trocar de porta, tem apenas  $1/3$  de chance de ganhar, que seria 33,33%. Com isso, conclui-se que se qualquer participante decidisse trocar de porta, ele dobraria as suas chances de ganhar. Esse problema clássico da probabilidade tem por objetivo perceber como os professores de Matemática dos anos finais reagem em uma situação de tomada de decisão com elementos probabilísticos. Essa atividade é mais uma que mostrou elementos sobre o conhecimento probabilístico dos professores.

Ainda no segundo encontro de formação, os professores foram apresentados aos significados de Probabilidade de acordo com Batanero (2005), a saber: intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e axiomático, já apresentados nesta pesquisa. E puderam discutir com o pesquisador se já conheciam esses significados e o que a compreensão deles poderia ajudar no melhoramento da compreensão sobre o conceito matemático e consequentemente o ensino da probabilidade no contexto dos anos finais do ensino fundamental.

Para finalizar o segundo encontro de formação, os professores foram apresentados ao que a Base Nacional Curricular Comum (BNCC, 2017) aponta para o ensino de Probabilidade do 1º ao 9º ano do ensino fundamental brasileiro, conforme foi mostrado na parte teórica da pesquisa no Quadro 01, pág. 29.

No terceiro encontro de formação, intitulado “Análise do material do Sistema de Ensino e Discussão sobre Letramento Probabilístico”, os objetivos foram: analisar o material pedagógico utilizado pela escola, qual seria a abordagem desse material em relação ao ensino de probabilidade e o que os professores achavam da proposta do material, à luz do que já tinham discutido nos encontros anteriores de formação continuada. Além disso, fez-se também um paralelo quanto ao que os documentos oficiais da educação apontam que deveria ser trabalhado do 6º ao 9º dos anos finais do ensino fundamental.

A terceira e última atividade do encontro 3 consistiu na leitura da tradução do texto de Gal, (2005), intitulado *Towards 'probability literacy' for all citizens*. Essa leitura na sala

teve como finalidade levar os professores a terem acesso ao que Gal (2005) aponta sobre Letramento Probabilístico. A partir dessa leitura, os professores puderam debater entre si sobre o que entenderam a respeito do texto, e o pesquisador sistematizou em slides as ideias principais, assim como questionamentos para reflexões dos professores. Ao final desse encontro, o pesquisador entregou a cada um dos professores, para leitura em casa e discussão no próximo encontro, uma cópia do texto de Eugênio (2016), que discute o letramento probabilístico na formação do professor de Matemática.

No quarto encontro de formação, foi dada continuidade à discussão sobre o Letramento Probabilístico de Gal (2005) e do texto de Eugênio (2016). Nesse encontro, foi iniciada a discussão sobre os 10 contextos que Gal (2005) aponta como necessários para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico. Puderam se observar os contextos no Quadro 03, já apresentado na parte teórica desta pesquisa. Os professores foram apresentados ao Quadro 03, adaptado do texto de Gal (2005), mas puderam visualizar novamente na apresentação do pesquisador, que fez questionamentos em relação às possibilidades do trabalho, com diferentes contextos para o ensino de Probabilidade.

O quinto encontro de formação teve como temática: “Discussão sobre os diferentes contextos para o ensino de Probabilidade”. No momento em que os professores fizeram a leitura do texto de Gal (2005), viram que o autor propunha uma forma de se analisar uma informação probabilística, apresentada no capítulo teórico desta pesquisa, na página 43. Os professores tiveram acesso ao quadro com as *áreas para questões críticas sobre Probabilidade* (Quadro 04, na p. 43) e puderam refletir sobre o que seria necessário para se analisar uma situação probabilística. Mas o pesquisador também apresentou o modelo de Letramento Probabilístico segundo Gal (2005).

Os professores de Matemática participantes da pesquisa então tiveram acesso às ideias de Letramento Probabilístico de Gal (2005), para que pudessem analisar situações reais em contextos de informações probabilísticas que foram discutidas no encontro seis.

No encontro 6, intitulado “Interpretação de situações reais no contexto do Letramento Probabilístico e avaliação do processo de formação continuada”, os professores realizaram a interpretação de situações reais, envolvendo notícias probabilísticas reais. A primeira foi sobre a Probabilidade de chover na cidade de Garanhuns no dia 01/07/2019, que foi a data do último encontro de formação. Veja-se a Figura 05 abaixo:

Figura 05: Previsão do tempo para Garanhuns no dia 01/07/2019.



Fonte: <https://g1.globo.com/>. Acesso em <01/07/2019>.

Logo após a apresentação da figura, o pesquisador questionou que achou curioso a notícia apontar que existia uma probabilidade de 0% de chover em Garanhuns na segunda-feira, dia 01/07/2019. De forma proposital, o pesquisador tirou um *print* da notícia retirada do site G1, da emissora de TV Globo. Isso aconteceu para que os professores questionassem a fonte e a data da respectiva notícia. Em seguida, o pesquisador mostrou a Figura 06, para uma melhor visualização da notícia por parte dos professores.

Figura 06: Previsão do tempo para Garanhuns na segunda-feira dia: 01/07/2019



Fonte: <https://g1.globo.com/>. Acesso em <01/07/2019>.

O objetivo dessa atividade de interpretação da notícia probabilística foi levar os professores a questionar a notícia de acordo com os modelos de interpretação de informações probabilísticas propostos por Gal (2005). É válido salientar que no dia 01/07/2019, choveu o dia todo na cidade de Garanhuns. E de acordo com a previsão do tempo, a probabilidade de chuva para o dia 01/07/2019 era de 0%. Como os professores moram em Garanhuns, eles estavam sendo confrontados com uma notícia que não aconteceu. Os professores foram questionados em relação à notícia sobre a chuva na cidade seguindo os questionamentos abaixo:

- Essa notícia é confiável?
- Choveu em Garanhuns neste dia?
- O que aconteceu com a afirmação probabilística?
- Quais inferências podemos ter em relação a essa notícia?
- Como deveria ser a nossa intervenção com os nossos alunos a respeito de notícias baseadas em dados reais?
- Esse é um dos contextos que Gal (2005) aponta que podem ser trabalhados para o ensino de Probabilidade. Contexto (*Mundo natural e físico*).

A segunda notícia real apresentada aos professores versou sobre a Probabilidade de a seleção de futebol do Brasil chegar à final da Copa do Mundo, e se chegasse, qual seria a probabilidade de a seleção ser campeã. Observe-se a Figura 07, que segue:

Figura 07: Probabilidade de o Brasil chegar à final da Copa do Mundo de 2018



Fonte: <https://exame.abril.com.br/> Acesso em <01/07/2019>.

Na Figura 08, é possível observar qual foi a instituição responsável pelos cálculos probabilísticos que geraram a notícia de que o Brasil tinham o maior percentual de chegar à final da Copa do Mundo de 2018.

Figura 08: Probabilidade de o Brasil chegar à final, de acordo com a FGV EMap.

São Paulo – Mesmo com o empate no primeiro jogo contra a Suíça, o Brasil é um dos países favoritos para passar por todas as etapas e chegar à final da **Copa do Mundo 2018**.

Segundo um estudo feito pela **Escola de Matemática Aplicada da Fundação Getulio Vargas** (FGV EMap), a **seleção brasileira** tem 32% de chances de disputar a final e, se chegar até lá, tem também 21% de chances de conquistar o hexacampeonato.

As probabilidades tiveram como base os resultados dos confrontos das seleções da **Fifa** nos últimos quatro anos, que foram usados para comparar as seleções e chegar às possíveis hipóteses.

De acordo com a EMap, o objetivo do estudo não é adivinhar o que vai acontecer de fato em cada jogo e nem determinar o vencedor, mas sim chegar a algumas possibilidades baseadas em números.

Fonte: <https://exame.abril.com.br/> Acesso em <01/07/2019>.

Para finalizar o contexto da notícia probabilística sobre a seleção brasileira, apresentou-se ao grupo a Figura 09, que mostra as probabilidades de outras seleções que estavam na disputa para chegarem à final e serem campeãs também.

Figura 09: Informação Probabilística sobre a Copa do Mundo de 2018.

País	Probabilidade de ser campeão	Probabilidade de chegar às oitavas	Probabilidade de chegar às quartas	Probabilidade de chegar à semifinal	Probabilidade de chegar à final
Alemanha	10%	85%	52%	34%	19%
Arábia Saudita	< 0,5%	21%	3%	< 0,5%	< 0,5%
Argentina	7%	81%	46%	26%	14%
Austrália	< 0,5%	13%	3%	1%	< 0,5%
Bélgica	6%	87%	55%	26%	13%
Brasil	21%	91%	65%	47%	32%
Colômbia	3%	69%	35%	15%	7%
Croácia	3%	65%	30%	15%	6%
França	11%	82%	54%	35%	19%

Fonte: <https://exame.abril.com.br/> Acesso em <01/07/2019>.

Realmente o Brasil era a seleção que tinha a maior probabilidade de chegar à final e consequentemente ser a campeã. Mas o que os professores deveriam levar em consideração seria como o instituto Getúlio Vargas chegou a essa conclusão, se os cálculos consideraram os resultados da seleção que estava competindo ou os resultados de outras seleções anteriores à Copa de 2018. Como o Brasil ainda é a seleção que tem mais títulos mundiais de futebol e levando em consideração o seu passado vitorioso, a Probabilidade de ele ter a seleção campeã seria realmente maior. Os professores deveriam perceber como acontece a produção das notícias probabilísticas e criticá-las. Os professores ainda responderam aos questionamentos abaixo:

- Quais times foram à final?
- Quem foi a seleção campeã? R= França
- Aconteceu algum erro no cálculo das Probabilidades?
- O que podemos trazer de Letramento Probabilístico nesse contexto?

- O que vocês acharam deste contexto Probabilístico?
- Esse é um dos contextos que Gal(2005) aponta que podem ser trabalhados para o ensino de Probabilidade. Contexto (Comportamento Humano).

A terceira e última questão realizada no 6º encontro de formação foi sobre a utilização do cinto de segurança e a sua eficácia em situação de colisão. Pode-se observar na imagem 10 abaixo:

Figura 10: Uso do cinto de segurança.

**Os dados e estatísticas comprovam a eficiência do cinto de segurança para o motorista e também para os passageiros. Para que você compreenda melhor a importância do cinto de segurança, separamos algumas informações valiosas. Confira abaixo!**

**Apenas metade dos brasileiros usa cinto de segurança no banco de trás**

Segundo pesquisa nacional promovida pelo Ministério da Saúde, apenas 50,2% da população brasileira possui o hábito de usar o cinto de segurança no banco traseiro.

**Acidente de trânsito é a principal causa de mortes de jovens no mundo**

De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), a principal causa de mortes entre jovens de 15 a 29 anos está relacionada a acidentes de trânsito.

**Reduz o risco de lesões**

Em um acidente, a utilização do cinto de segurança reduz o risco de lesões entre 50% e 80%.

Fonte: <http://bvsms.saude.gov.br/ultimas-noticias/1596-metade-dos-brasileiros-nao-usa-cinto-de-seguranca-no-banco-de-tras>. Acesso em <01/07/2019>.

Os dados dessa informação estatística foram retirados da Organização Mundial de Saúde (OMS), e vê-se que há uma sistematização de informações para convencer o leitor com resultados verídicos de que usar o cinto de segurança é realmente válido. As notícias sobre o uso do cinto de segurança foram retiradas da Biblioteca Virtual em Saúde, que está ligada ao Ministério da Saúde Brasileiro. Esses dados foram embasados em pesquisas realizadas pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e pela OMS. Veja-se na íntegra a notícia no Quadro 12, que segue:



## Quadro 12: Notícia na íntegra sobre uso do cinto de segurança.

Muitos brasileiros ainda não têm o hábito de usar o cinto de segurança no banco de trás. Pesquisa do Ministério da Saúde, realizada em parceria com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), **aponta que apenas 50,2%** da população afirmam sempre usar o cinto quando estão no banco traseiro de carro, van ou táxi. Os entrevistados mostram mais consciência quando está no banco da frente, em que 79,4% das pessoas com 18 anos ou mais dizem sempre usar o item de segurança. Contudo, o cinto na parte traseira do veículo reduz mais o risco de morte, pois, em uma colisão, impede que o corpo dos passageiros seja projetado para frente, atingindo o motorista e o carona.

O uso do cinto de segurança no banco de trás é ainda menor na zona rural, onde 44,8% disseram ter o hábito de colocar o cinto. Entre as regiões, Norte e Nordeste registram os índices mais preocupantes, 36,7% e 39,5%, respectivamente, enquanto os moradores da região Sul demonstraram ter mais consciência da importância deste item de segurança. Lá, 65,1% das pessoas com 18 anos ou mais disseram sempre usar cinto no banco de trás. O cenário nas regiões se repete quando o assunto é utilizar o cinto no banco da frente: Norte e Nordeste apresentaram os menores índices (67,2% e 66%) e Sudeste e Sul os maiores (86,5% e 86,2%).



A probabilidade de sobrevivência em um acidente de trânsito é maior de acordo com as estatísticas se o condutor e os passageiros estiverem utilizando o cinto de segurança. Em caso de acidente, a Probabilidade de sobreviver **é 5 vezes maior do que sem ele.**

Fonte: <http://bvsms.saude.gov.br/ultimas-noticias/1596-metade-dos-brasileiros>. Acesso em <01/07/2019>.

A partir das figuras apresentadas, os professores deveriam refletir sobre a notícia probabilística e sobre o que deveriam fazer para interpretar a informação de forma crítica, com base no letramento probabilístico de Gal (2005). Eles ainda foram direcionados a responder os seguintes questionamentos:

- O que podemos entender dessa afirmação Probabilística?
- Você sempre usa o cinto de segurança?
- Já sofreu algum acidente de trânsito e o cinto o(a) ajudou?
- Sabia que desde 1997 é obrigatória a sua utilização no Brasil?
- No que a Probabilidade poderia nos ajudar em relação à utilização do cinto de segurança?
- Que situações problematizadoras vocês poderiam levar para os alunos?
- Tem como desenvolver o Letramento Probabilístico com diferentes contextos?
- Esse é um dos contextos que Gal (2005) aponta que podem ser trabalhados para o ensino de Probabilidade. Contexto: Medicina, saúde pública ou Pesquisas Estatísticas.

O objetivo das questões trabalhadas no último encontro era perceber o desenvolvimento da compreensão sobre Letramento Probabilístico na perspectiva de Gal (2005) e o posicionamento dos professores perante as situações postas. Para finalizar o encontro, os professores fizeram a avaliação da formação continuada como um todo a partir dos seguintes questionamentos:

- 1º) Quais aspectos positivos você destaca da formação?
- 2º) Teve algum ponto negativo ou que deveria ser revisto ou que em outra formação deveria ser feito diferente?
- 3º) Você daria alguma sugestão para melhorar a formação?
- 4º) O que foi mais importante para você na formação?
- 5º) Depois desse processo de formação sobre Letramento Probabilístico, se alguém perguntasse a você o que seria Letramento Probabilístico, o que você diria?
- 6º) Você ensinará daqui para frente nessa perspectiva do letramento Probabilístico ou tentará?
- 7º) Como você avalia os seus conhecimentos sobre Letramento Probabilístico antes e depois da formação?

#### 4 ANÁLISE DOS DADOS

A análise dos dados desta pesquisa se deu por etapas. Como já se mencionou na metodologia, inicialmente os professores foram entrevistados individualmente e em seguida participaram de 06 encontros de formação.

Iniciou-se a análise com a apresentação sistematizada das respostas dos professores às questões da entrevista; nesse intuito, foram apresentados os dados relacionados aos aspectos conceituais de Probabilidade e, na sequência, àqueles relacionados ao Letramento Probabilístico.

As entrevistas realizadas com os professores foram transcritas na íntegra. A primeira ação desenvolvida foi essa transcrição, para que fosse possível fazer uma leitura geral sobre o esse momento, buscando identificar elementos importantes para relacionar com o aporte teórico. O objetivo maior foi conseguir associar as respostas dadas pelos professores, no processo de entrevista, com as suas respectivas análises. No primeiro encontro de formação, os professores analisaram as respostas dadas na entrevista, mas de maneira anônima, ou seja, não sabiam quem tinha dado determinada resposta, porém sabiam que as suas próprias respostas estavam representadas ali, assim como a de todos os colegas envolvidos na pesquisa.

O processo de categorização das respostas nesse primeiro encontro foi realizado a partir da proposta de Letramento Probabilístico de Gal (2005), por meio da qual o autor faz a distinção de dois tipos de elementos, que seriam os elementos de conhecimento e os de disposição. Nesse sentido, foram classificadas as respostas dos professores participantes da pesquisa com base nesse olhar de Gal (2005).

É importante destacar que nessa análise, consideraram-se as respostas dadas pelos professores no momento da entrevista, através da discussão desenvolvida na formação, iniciando com as discussões estabelecidas no primeiro encontro de formação. Os professores analisaram as suas próprias respostas, mas isso, como já foi mencionado, aconteceu às cegas, porque as respostas foram codificadas de forma anônima, conforme segue: PF1(Professor 01), PF2 (Professor 02)...PF06 (Professor 06), e o pesquisador foi designado pela sigla PE. Participaram da pesquisa 4 professoras e 1 professor, mas para esta análise, os professores

serão chamados de PF1, PF2, PF3, PF4, PF5 e PF6, sem discriminar o gênero, isto é, todos serão chamados de professor.

É válido salientar que um professor (PF02) participou da entrevista semiestruturada, e não participou dos encontros de formação. No entanto, as suas respostas aos questionamentos foram levadas em conta. Considerando esses aspectos gerais referentes aos procedimentos, passa-se, em seguida, à análise do primeiro encontro de formação com os professores.

#### 4.1 ENCONTRO 01: ANÁLISE DAS QUESTÕES DA ENTREVISTA E DISCUSSÃO INTRODUTÓRIA DA TEMÁTICA

O questionamento que deu início à discussão do primeiro encontro de formação foi: *“Na sua opinião, como você definiria a Probabilidade ou o que você entende por Probabilidade? Você poderia dar algum exemplo?”* Postas essas perguntas para os professores, por ocasião da entrevista semiestruturada, eles deram as seguintes respostas:

**PF1:** Na minha opinião, o estudo de Probabilidade está ligado à questão do...da aleatoriedade, do estudo dos casos da aleatoriedade. É você estudar é... os possíveis acontecimentos de eventos onde eles não são é...previsíveis, digamos assim, onde eles são é... a ocorrência depende de alguns.... é...elementos não, é...aleatórios.

**PF2:** Probabilidade....nós entendemos como sendo uma perspectiva positiva ou negativa da ocorrência de algum fato, de alguma coisa, de alguma situação.

**PF3:** Não respondeu.

**PF4:** É uma medida de chance de algo acontecer...Você vai ver um percentual, uma medida de chance de algo acontecer, de alguma coisa acontecer.

**PF5:** É a ocorrência né...hum, daquela determinada situação acontecer, né?

**PF6:** Mas eu acho que são as possibilidades de eventos acontecerem, aos quais a gente destaca e observa a ação destacada dentro de um todo dentro da probabilidade.

As respostas sem identificação, da forma como estão postas, foram apresentadas através de slides pelo pesquisador, e na ocasião foi perguntado se os professores mudariam de opinião ou se complementariam as suas respectivas respostas. Como a formação se deu a partir do diálogo entre o pesquisador e os professores, não se tratarão na íntegra os diálogos decorridos nos encontros, haja vista a diversidade de elementos, tais como: vícios de

linguagem, risos, pausas e as respectivas respostas dadas aos questionamentos. Sendo assim, realizou-se uma triagem das falas para poder trazer as passagens discutidas nos encontros e que faziam menção à opinião dos professores sobre o ensino de Probabilidade.

Após o pesquisador apresentar as respostas no slide, PF1 fez uma afirmação, levando os demais professores a se posicionarem, conforme segue:

**PF1:** Acho que temos que discutir o que seria ACASO e o que seria ALEATORIEDADE, né?

**PE:** É a mesma coisa Acaso e Aleatoriedade?

**PF1:** Eu acho que tem coisas que eu poderia classificar como acaso e tem coisas que dependendo....do meu contexto, do meu conjunto, digamos assim, é uma aleatoriedade, né? Né? Eu acho que o acaso é mais imprevisível, digamos assim...

**PE:** Tô entendendo. Quem poderia dar um exemplo para entendermos melhor?

**PF1:** Acaso?!!! Bom, eu chegar na sala de aula, eee... de repente o teto cair! É um acaso! No meu ponto de vista, foi acaso...Aleatoriedade: eu tenho um conjunto de certa forma já predefinido, que eu quero ver um evento que vai acontecer naquele conjunto. E para que eu não interfira no resultado dele, eu uso éééé... lanço mão do pensamento aleatório. NÉ?!! Eu quero pegar aqui um aluno que está usando relógio, na sala...Daí eu tenho um conjunto de alunos e vou pegar aleatoriamente...Vou pegar o seu, o seu e o seu... Então acaso seria diferente... Tem uma discussão aí...

Percebe-se, nesse diálogo, que o professor 01 conseguiu desenvolver uma discussão sobre o que seria aleatoriedade, que estaria dentro da subcategoria Grandes ideias, baseada em Gal (2005). As grandes ideias referem-se ao conceito de Probabilidade a partir da sua essência, ou seja, o que é uma característica principal, que seria a Aleatoriedade. De acordo com Bennett (2003), a aleatoriedade seria uma característica de um evento probabilístico, em que, ao repetir-se um dado evento, não se pode ditar com precisão o que acontecerá no evento em termos de ordenamento. Existe uma quebra de padrão no evento e é guiado por algo que não se define a priori, ou seja, o evento acontece de forma autônoma e independente. Já o acaso seria algo que simplesmente acontece a esmo, sem uma causa pré-determinada.

Na discussão sobre o que seria acaso e Aleatoriedade, os professores sistematizaram alguns aspectos e ainda questionaram o que o livro didático traz em relação a essa discussão, que de acordo com o professor 01, está equivocada, como se pode perceber no diálogo a seguir:

**PF4:** O acaso é como se você não esperasse! Você não prevê... Não, prever não!!!éééé...

**PF6:** Você não pode definir a situação...Pelo menos escolher a situação, né? O acaso você não pode escolher a situação...

**PF4:** Isso!

**PF5:** É totalmente sem esperar, né?

**PF3:** É.

**PF1:** É onde muitas vezes o livro didático deixa a gente um pouco confuso...Porque ele diz assim: Jogando um par de dados ao acaso! Ou jogando um par de dados aleatoriamente?

**PF6:** Porque se você já jogou um par de dados já não é ao acaso, né?

**PF4:** Explicou bem agora!!! Gostei!!!

**PE:** Será que é ao acaso o lançamento? Já que você sabe o que poderá acontecer?

**PF4:** Então não é ao acaso!!!

**PF1:** Eu já sei o que vou fazer, que é jogar os dados!

**PE:** Você sabe as possibilidade que tem ali?

**PF6:** Já está predefinida a situação que você vai fazer, né? Você só não sabe a resposta final.

**PF3:** É.

**PE:** Então seria errado a forma como o livro conduz?

**PF1:** Eu acredito que SIM! Eu acredito que sim. Porque aí você vai criar na cabeça do menino duas situações que não irão ficar claras: a diferença entre acaso e aleatoriedade.

**PE:** OK!

No diálogo realizado pelos professores, nota-se que eles chegaram a um consenso sobre o que seria acaso e aleatoriedade. O papel do pesquisador era de mediar e problematizar as falas dos professores, fazendo com que eles refletissem sobre as suas análises e pudessem, através da discussão, chegar as suas conclusões. Apenas posteriormente o pesquisador pontua sobre o que a Matemática conceitua sobre esses elementos probabilísticos. Nesse sentido, a preocupação do pesquisador voltou-se para que a formação não perdesse o seu caráter de

reflexão e debate, fugindo de um modelo de aula/formação na qual o professor chega e define matematicamente os termos e logo oferece a definição pronta, sem que haja reflexão pelo grupo.

Dessa maneira, a presente pesquisa traz essa perspectiva de construção do conhecimento por parte dos professores através do debate, diálogo e do direcionamento do pesquisador. Esse é um modelo que se acredita fomentar a construção do conhecimento e que contribuirá para que os professores construam elementos concernentes ao Letramento Probabilístico.

Vê-se, no diálogo acima, que os professores mais uma vez foram guiados pela fala do professor 01, para a discussão sobre o que seria acaso e aleatoriedade. Ficou evidente na fala do PF1 (em negrito, nos extratos acima), que antes de se discutir qualquer aspecto relacionado à Probabilidade em si, deveria haver por parte dos estudantes uma compreensão sobre a natureza da Probabilidade, ou seja, eles precisariam perceber que existem eventos que acontecem de forma aleatória e não podem ser determinados na íntegra no momento do experimento.

Cabe aqui a seguinte indagação: o que acontece com um evento aleatório? A resposta a essa pergunta se dá a partir do momento em que se lança um simples dado com seis faces (1, 2, 3, 4, 5 e 6). A Probabilidade de sair qualquer uma das faces seria de  $1/6$ , ou 0,16. Mas não se consegue dizer com precisão que sairá o número 2 no lançamento do dado. Isso indica que a Probabilidade vem romper com o determinismo matemático de se calcular determinada coisa e afirmar que acontecerá com certeza daquela forma. Pelo contrário, com o rompimento do determinismo, a Matemática se abre para outra discussão, que seria lidar com elementos aleatórios, ou seja, pode-se medir a incerteza e dar um valor numérico para ela, mas não se consegue determinar o resultado final do experimento. Isso indica que a Probabilidade tem em sua natureza a quebra de padrão, que vai destoar da forma de pensar da tradicional, Matemática pura, a qual estuda como se formam os padrões a partir do ponto de vista científico e também observando o comportamento dos fenômenos da natureza.

Percebeu-se que os professores também apresentam em seus relatos crenças e atitudes em relação ao acaso e à aleatoriedade, o que Gal (2005) aponta como elementos de disposição. Quando o PF1 diz que entra em uma sala de aula e o teto cai em sua cabeça, ele expõe a sua crença para dizer que algo acontece ao acaso. É importante destacar que o

significado da própria palavra acaso, que vem do latim: *a + caso*, quer dizer sem causa. Então seria algo que simplesmente acontece de forma inesperada, e não havia, a princípio, uma compreensão de que aquele evento poderia acontecer. Estabeleceu-se, assim, uma distinção entre acaso e aleatoriedade: algo que acontece ao acaso seria fortemente imprevisível e que simplesmente não se esperava acontecer em determinado momento, já algo aleatório implica em uma quebra de padrão, ou seja, esse evento não segue uma sequência lógica e determinista, mas acontece de forma particular e não pode ser determinado previamente. O que pode ser calculado é a Probabilidade de o evento acontecer, mas não existe uma certeza do resultado desse evento.

Pode-se afirmar que os professores conseguiram extrair essa compreensão no momento de formação, a partir do questionamento do pesquisador e na interação dos mesmos, em que o PF1 afirma que existe uma compreensão partida dos estudantes em relação à compreensão de acaso e aleatoriedade, porque o livro didático traz essa confusão nos conceitos. O PF1 cita uma situação do livro didático que diz: “um dado é lançado ao acaso”; o PF1 diz que se essa situação foi pensada previamente e montada para se entender a Probabilidade, ela não é ao acaso. Porque, como foi apontado acima, ao acaso seria algo que acontece a esmo, sem uma explicação prévia. Como o pesquisador questiona se o livro didático estaria errado, o PF1 afirma que sim e que isso vai gerar dúvidas e entraves na construção do conceito por parte dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental, haja vista que o material pedagógico usado não traz essa discussão de forma explícita e fica a critério do professor realizar essa distinção entre acaso e aleatoriedade. Ao que parece, os professores tratam essas duas palavras como sinônimas e conseqüentemente vão denotar o mesmo significado. Sendo assim, vê-se a importância de um processo de formação no qual os professores têm a oportunidade de expor as suas crenças e atitudes e postura crítica, como aponta GAL (2005), e terem um *feedback* dos seus pares para refutar e/ou confirmar as suas impressões iniciais sobre os conceitos matemáticos.

Logo após a discussão inicial sobre acaso e aleatoriedade, os professores passaram a discutir a resposta dada pelo professor PF2 na ocasião da entrevista semiestruturada, qual seja: “No ensino fundamental, creio que os conceitos introdutórios ao estudo prático propriamente dito... espaço amostral, evento, o conceito e a definição de probabilidade como a razão de número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis...”. O PF1



discordou dessa resposta dada pelo PF2, colocou e argumentou mais uma vez que a discussão deveria ser sobre acaso e aleatoriedade, asseverando a sua compreensão de que para avançar na aprendizagem de um conceito matemático, é necessária a compreensão de seus fundamentos, antes mesmo de avançar nos cálculos daquele determinado conteúdo.

Percebeu-se, nos momentos em que o PF1 argumentava, que os outros colegas demonstravam um respeito em relação a sua fala, por ele(a) ser experiente e com anos de bagagem no processo de ensino da Matemática. É importante também ressaltar que havia também questionamentos no momento em que os demais colegas não concordavam com as ponderações de PF1. Esse é um dos aspectos ricos e plurais do processo de formação continuada de professores.

Nas respostas dadas pelos professores no momento da entrevista, foi recorrente a ideia de que os estudantes precisavam desenvolver uma compreensão sobre a fração em seus diferentes significados e, sobretudo ao seu significado como Probabilidade. Os professores afirmaram que se os estudantes têm dificuldade em compreender o que seria uma fração, consequentemente terão dificuldade de compreender o que significaria aquele resultado relacionado ao contexto da Probabilidade ou até mesmo poderiam calcular a Probabilidade, mas não saberiam interpretar o resultado do cálculo. Sobre essa questão, o pesquisador fez o seguinte questionamento: *qual seria o elemento importante e inicial que tem que se trabalhar com esses estudantes, sabendo que depois eles terão que estudar fração, já que eles ainda estão começando esse processo? Será que eu tenho um nível para trabalhar no 6º, 7º 8º e 9º? Como seria mais ou menos? O que é que vocês acham?* Seguem as falas dos professores participantes da formação:

**PF1:** Acho que no 6º ano, seria a questão do experienciar...situações em que o menino pudesse experimentar e fosse percebendo a Probabilidade acontecendo, mas sem a formalização. Não é? Se você pudesse fazer ele experienciar, começar a fazer ele ter o contato com a coisa...Por exemplo nos documentos oficiais da Educação hoje, orientam que o trabalho deve começar nos anos iniciais. Assim também como o ensino da Álgebra, mas sem generalizar, que já seria Álgebra mais formal. Mas que ele comece a perceber a questão da generalização aos poucos... Então para o 6º ano aí...Diferenciar situações de ocorrência de determinação, seria interessante...

**PF5:** Agora assim, como eu também trabalho com os menores [anos iniciais], lá inclusive a gente já tem pela própria (BNCC), agora está vindo com um formato diferente, que não tinha Probabilidade nos menores. Inclusive Probabilidade com os dados mesmo...Nessa questão mesmo com os dados, qual a Probabilidade de sair números pares ou ímpares. Isso já é uma

construção mesmo do raciocínio formal para que mais tarde ele chegue ao professor dos anos finais do ensino fundamental, já com uma compreensão melhor do processo de Probabilidade.

**PE:** Qual é o termo que é utilizado nos anos iniciais? Chance ou Probabilidade? Você lembra?

**PF5:** Não. Não é Probabilidade não. É bem assim... ao acaso, chance...é feito o possível para que eles venham compreender...

**PF6:** Também é utilizado o termo possibilidade.

**PF5:** Isso, também é utilizado o termo possibilidade.

**PE:** OK. Mais alguém quer colocar mais alguma coisa sobre essa questão? Ou não?

**PF1:** Assim...Na Probabilidade, eu acho que se o menino não tiver noção do sentido de fração, **ele pode ter problema em interpretar o que ele fez**...Porque qual é...o que é mais visto, que fração é uma divisão do inteiro em partes iguais e tal...então ali (referindo-se a outra resposta apresentada no slide) o outro professor já insere a questão da razão...Então a fração é muito importante no estudo da Probabilidade, no sentido que ela vai assumir. Se é medida, se é razão, se é fração...entendeu? De repente eu acho que a fração pode se tornar um impedimento para a compreensão da Probabilidade no resultado final que ele irá encontrar.

**PE:** Então a gente poderia dizer que já que o aluno tem dificuldade em Fração, ele também terá dificuldade em Probabilidade?

**PF1:** Não necessariamente no cálculo, mas... assim PE, não no cálculo em si, mas na interpretação do resultado. Que significado tem aquele resultado?

Vê-se, no diálogo, que os professores discutiram com o pesquisador que o ensino de fração poderá fazer o estudante ter certa dificuldade em interpretar o que significa aquela fração achada por ele como resposta. O PF1 afirma que o estudante deveria ter uma compreensão básica sobre fração para poder saber distinguir e analisar a resposta encontrada. O professor 01 afirma que o estudante está acostumado a ver a fração como a divisão do inteiro em partes iguais e esse significado predomina na compreensão dos estudantes. Assim, possivelmente o estudante não conseguirá entender, por exemplo, a fração  $\frac{3}{7}$ ; o que essa fração significará em relação ao inteiro? O que ela representa em relação à Probabilidade?

O pesquisador questiona: já que o estudante tem dificuldade em compreender a fração, ele também terá dificuldade na compreensão da quantificação da Probabilidade? O PF1 afirma que não necessariamente, mas que o estudante terá dificuldade em interpretar os resultados que encontrar através do cálculo, uma vez que a Probabilidade será representada através de uma fração (número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis).

Os professores dão continuidade à discussão sobre a importância da compreensão da fração para a aprendizagem de Probabilidade. PF5 então afirma que a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) também traz para os estudantes dos anos iniciais o que seria Probabilidade, mas que o foco ainda não seria o cálculo em si, porque esses estudantes ainda estão desenvolvendo a compreensão sobre fração. Diz ainda que os livros estão focados na utilização de jogos e dados para o ensino de Probabilidade nesse nível. Já PF6 afirma o seguinte:

**PF6:** Porque não é simplesmente fazer a conta, entendeu? **Ele tem que desenvolver o raciocínio em construir a representação daquela fração, por exemplo.** É um total de tantos números, mas ele selecionou os pares, por exemplo, no dado, ou em outra situação...foram 4 pares em um total de 10 números...4/10. É ter essa noção de montar a fração, mas talvez ele não consiga entender, interpretar a sua resposta final... É dessa forma também que eu enxergo. Que ele no caso teria a dificuldade de interpretar o porquê daquilo... No final.

Na fala de PF6, vê-se que é dada uma importância muito grande em relação à compreensão do conceito de fração, para que haja um entendimento posterior sobre a Probabilidade. Na sua fala, fica evidente que para desenvolver o raciocínio do estudante sobre fração, ele terá que experimentar a fração no contexto da Probabilidade e perceber que aquela divisão não representa simplesmente a divisão do inteiro em partes iguais. Na verdade, aquele inteiro representa agora 100% (denominador) e que o numerador (partes) representaria o evento, ou seja, em relação ao inteiro, aquela parte é que tem a possibilidade de acontecer, que poder ser representada por um percentual, para haver uma melhor compreensão do resultado. Por exemplo: uma moeda é lançada, e a Probabilidade de cair cara é de  $\frac{1}{2}$ , isto é, em duas possibilidades de resultado, há uma de sair cara. Então a fração  $\frac{1}{2}$  representaria 50% de Probabilidade. Essa compreensão é desenvolvida pelos professores no decorrer do processo de escolarização, realizado nos anos finais do ensino fundamental.

A discussão mobilizou os professores e foi realizada no momento da formação, fazendo refletir que o conceito de Probabilidade é multifacetado, podendo ser estudado e compreendido a partir de diferentes olhares e significados, e para que haja uma compreensão sistemática do conceito, é necessário um trabalho amplo com diferentes significados e compreensões.

Essa discussão pode envolver outros aspectos, tal como a discussão sobre dados discretos e dados contínuos. Um dado discreto seria a quantidade de ovos que as galinhas de seu Marcos botaram em uma semana, os quais representam uma contagem. Por outro lado, poder-se-ia pensar na quantidade de leite produzido pelas vacas de seu Marcos no decorrer de uma semana, que seria um dado contínuo, porque a quantidade de litros poderia assumir um valor dentro de um intervalo contínuo, como por exemplo: 112,3 litros de leite durante a semana. Os professores chamaram a atenção para a compreensão dos estudantes para o que está acontecendo na interpretação de uma fração: pode haver uma distinção necessária e plausível sobre o que seriam dados discretos e contínuos.

Outra pergunta que norteou o 1º encontro de formação foi: *Como você avalia que seu estudante aprendeu Probabilidade?* Os professores deram as seguintes respostas no momento da entrevista semiestruturada:

**PF1:** Quando ele entende que um acontecimento, ele... só pode ser...ele não é previsível e só pode ser determinado, após a ocorrência desse evento, ele não pode determinar antes a.....certeza do acontecimento, do evento, a não ser depois da experimentação.

**PF2:** Na prática...calculando matematicamente.

**PF3:** Não respondeu.

**PF4:** Através das avaliações e no dia a dia, através das respostas deles aos questionamentos.

**PF5:** Se ele consegue responder àquilo que está sendo solicitado na aula e nas provas e testes.

**PF6:** Se ele consegue tanto aprender a disciplina como um todo, como quanto criar contextos... e a própria resolução, criar situação, onde haja uma criação dele, entendeu? Um conceito criado já por ele.

O pesquisador, sempre que apresentava uma pergunta que foi realizada no momento da entrevista semiestruturada, mostrava as respectivas respostas dadas pelos professores e a partir daí continuava a discussão. Nesse momento, o pesquisador perguntou se os professores acrescentariam algo nas suas respostas ou se tinham mudado de opinião, levando em consideração que avaliar é algo bem difícil e que existe muita discussão em como fazer esse processo.

A discussão se inicia com PF1 afirmando que avaliar é difícil e não tem consenso sobre a temática. Mas é levada em consideração a resposta de PF6, que afirma que o estudante

deveria “criar contextos...e a própria resolução, onde haja criação dele”. Pode-se perceber esse diálogo dos professores no extrato de fala que segue:

**PF1:** Porque a partir do momento que ele começa a criar, vão aparecer dúvidas onde o professor vai poder mediar a coisa. Não é? Então quando eles estão nesse processo e criam contextos de resolução, criam uma situação onde haja uma criação dele, então houve uma criação dele...Algo que ele fez como estudante.

**PF4:** Porque houve uma criação dele, né?

**PF1:** Porque aí abriria a mente do menino para que ele pudesse pensar...

**PF6:** Desenvolver o raciocínio dele, e não apenas a mera reprodução.

**PF4:** Que é diferente de só jogar, jogar conteúdo e faça isso e faça aquilo...Nesse momento o professor instiga o aluno a criar...e a partir dessa criação, estimular ele a desenvolver o conceito... O que você entendeu disso aí? Você acha que é o quê? O que aconteceu? Não é fácil...MASSSSS é interessante.

**PF3 e PF5:** É! Concordo.

**PF4:** É muito interessante para o aluno criar, mas para que o aluno crie, ele tem que ver exemplos também... Ele tem que ter exemplos práticos onde o professor deve direcionar... não é uma questão de copiar do professor, é um direcionar... ele tem que entender...

**PF5:** Ele tem que entender a dinâmica...

**PF4:** Tem que entender a dinâmica, aonde é que eu quero chegar? Eu quero que ele leia alguma coisa? Então o professor poderia jogar um desafio...Como você faria isso aqui? Montaria uns grupos... teria que fazer isso... Entendi dessa forma a resposta do(a) prof. 6.

**PF1:** O que eu acredito é que o prof. 6 pensou em uma situação de problematização na sala... É propor a discussão na sala...

**PF4:** Incentivar o aluno?!!!

Nesse extrato de fala, fica perceptível que os professores consideram importante o processo de criação por parte do aluno. É interessante destacar que essa menção sobre a participação do aluno na construção do conhecimento emerge em meio a uma discussão sobre avaliação. A resposta do(a) Prof. 06 impulsionou essa discussão. Os PF4 e PF1 afirmam que o estudante, quando é colocado em uma situação na qual precisa criar algo, ele mobiliza elementos em seu raciocínio que o fazem subir mais um degrau na sua aprendizagem, o que leva esse estudante a refletir sobre o que está fazendo e tenha o seu momento de autonomia em relação a sua aprendizagem. Assim, o estudante estaria sendo avaliado por algo que ele

mesmo construiu, e não apenas por um instrumento realizado pelo professor. O PF6 ainda colocou que o momento criativo não é um ato de reprodução, ou seja, os estudantes já estão acostumados a reproduzir o que os professores colocam no quadro. Mas um tipo de atividade que leva em consideração a participação do estudante mudaria a visão do processo. O questionamento do pesquisador se a criação seria possível em sala de aula gerou a seguinte reflexão de PF4:

**PE:** Você falou nessa questão de criar, é mais difícil trabalhar nesta perspectiva de deixar o aluno criar do que ser... tipo chegar aqui, definir, exercício e depois problemas???

**PF4:** Não, eu acho hiper interessante....não é fácil, não é fácil...Para que o aluno crie, ele precisa ter um pré-requisito...o prof. Tem que instigar de alguma maneira....não é a cópia, porque a gente fala...ele tem a tendência de fazer igual está no livro, mas a ideia é fazer diferente, eu acho superinteressante, e eles tem condições...ele tendo um pré-requisito, todo um aparato, uma discussão, uma roda de conversa, aí de **represente** você pede para ele criar...é superinteressante. Eu acho que daria.... Não sei se relacionado à Probabilidade...Porque é complexo assim, principalmente quando ele não tem uma noção do que é, do que seja... Mas sei lá, de repente você pode pedir ao aluno: estude!!!! Olhe, estude sobre Probabilidade, a medida de chance! Pega aí um exemplo, veja o exemplo. Você debate e depois você diz...Crie aí...eu acho que eles conseguem.... e acho superinteressante, como seria bom se o aluno construísse a prova dele, imaginem...Eles trouxessem os exemplos deles em todos os conteúdos...Por exemplo, crie aí uma equação, mostre a seu amigo!!

Percebe-se no diálogo acima que PF4 considera muito importante o processo de criação por parte do estudante, mas que seria necessária uma postura diferenciada do professor, para que o estudante esteja apto a criar no seu processo de ensino e aprendizagem. PF4 ainda afirma que seria muito interessante se os próprios estudantes criassem a sua própria avaliação. Essa é uma discussão que ainda precisaria ser amadurecida em termos do processo de avaliar como desenvolvimento da aprendizagem, mas que mostra que os professores têm a percepção de que é necessário mudar.

O pesquisador ainda indaga se os professores acham os estudantes dos anos finais do ensino fundamental sem autonomia. No decorrer do diálogo realizado pelos professores sobre esse assunto, eles afirmam que acham que eles mesmos não têm tanta autonomia por causa do sistema de ensino praticado; que precisam seguir a orientação da escola, a vontade dos pais, os interesses da sociedade e que muitas vezes suas práticas não convergem para uma educação crítica e reflexiva, permanecendo engessada em exercícios de fixação e repetição,

visando à aprovação em concurso no futuro, como é o caso do ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), porta de entrada dos estudantes na universidade.

Ainda no decorrer do 1º encontro de formação, foi discutida a seguinte pergunta: *Como você inicia e conduz a sua aula sobre Probabilidade? No material didático utilizado pela escola, existe um tópico que discuta especificamente a Probabilidade do 6º ao 9º ano?* Podem-se visualizar as respostas dos professores no extrato de fala a seguir:

**PF1:** Levando o aluno a identificar situações de.... é....aleatoriedade. Tudo em cima disso! No meu ponto de vista, a Probabilidade se edifica na Aleatoriedade. Em relação ao livro didático, aparece Probabilidade nos conteúdos que temos que trabalhar com os alunos.

**PF2:**É...penso eu que...o ensino ele torna-se mais atrativo, aceitável e agradável para o estudante, quando a gente trabalha com ele de forma prática, relacionando aquilo que a gente vai mostrar, com coisas cotidianas, para que ele possa fazer mais sentido...Daí trabalho com exemplos práticos, como eu já citei e outros também. Eu início, na verdade, com os exemplos, para depois partir para as definições, os conceitos e o desenvolvimento da habilidade propriamente dito. Com exemplos relacionados a outras ciências, por exemplo: eu posso citar aí relacionado à meteorologia, à probabilidade de chover ou não, posso ver os dados se choveu ou não em anos anteriores. Na genética, qual a probabilidade de um casal ter um filho ou uma filha, aí é bem simples, mas com algumas características do pai, com características da mãe, e assim por diante.

**PF3:** Através de jogos e coisas do dia a dia.

**PF4:** Eu iria pensar em algum jogo, em algo que eu pudesse movimentar um pouquinho eles, mostrando logo...antes de entrar no conceito mesmo.

**PF5:** Eu acredito que com algum exemplo, né? Com um exemplo para começar...para poder puxar o assunto mesmo, o conceito.

**PF6:** Eu utilizaria meus alunos como exemplo e eu traria o conceito deles, o contexto deles, para que depois eu pudesse apresentar o objeto matemático, eles em si seriam o meu exemplo, tipo: quantos alunos temos na sala? 30. Quantos estão usando tênis? 20. Então qual seria a Probabilidade de retirarmos um aluno dessa turma e ele estar usando tênis? Qual a probabilidade de sortearmos alguém que não está usando o tênis? Eu ensino dessa forma.

Assim como procedeu no caso das respostas à pergunta inicial da entrevista semiestruturada, o pesquisador apresentou em slides as respostas dadas pelos professores, sempre questionando se as respostas condiziam com a compreensão atual dos professores pesquisados. Um dado a ser pontuado é que PF3 afirmou que “a aleatoriedade ainda estava prevalecendo em sua cabeça”, indicando, dessa forma, que ainda não estava se sentindo confortável para dar uma boa aula de Probabilidade, além disso, as respostas dos professores

ainda estavam muito confusas. A despeito dessa insegurança, PF3 afirma ter clareza de que a aleatoriedade seria um conceito chave para se abordar no ensino de Probabilidade. Considerou-se ser relevante salientar essas passagens, porque mostram que os professores vão amadurecendo as suas compreensões e percebendo as suas limitações em determinadas tarefas e discussões realizadas no processo de formação. É válido também ressaltar que em vários momentos, quando o pesquisador questionava os professores, eles passavam um tempo em silêncio, pensando e refletindo sobre as indagações, para que assim conseguissem discutir e compreender melhor o questionamento.

PF1 iniciou a discussão sobre o que poderia ser um entrave para os estudantes entenderem o conceito de Probabilidade. Nesse sentido, coloca como central para poder assim iniciar o conteúdo de uma aula a própria compreensão deles sobre a palavra, conforme se pode perceber no diálogo que segue.

**PF1:** Eu tava até comentando com os meus alunos hoje, é... que às vezes, o entendimento de algum conceito, de alguma definição... ela tem um entrave em alguma palavra que você desconhece, não é? Estava até falando com eles a questão do Teorema de Tales e surgiu algumas palavras, que se eu não souber o sentido daquela palavra, é um entrave para que eu entenda o que eu estou discutindo ali...né???Então o menino saber qual é o significado de probabilidade....O que é Probabilidade para você? Não é?

**PF1:** Não é? Eu não sei. O que é Probabilidade? Não sei! Então, como você vai iniciar e trabalhar Probabilidade se o menino não sabe o significado da palavra Probabilidade? Daí você pode dar a definição, né? Porque a palavra Probabilidade pode ser um entrave. Eu acho assim, que a gente deve ter um cuidado muito grande, até por nós já percebermos pela nossa prática do dia a dia, que passamos por cima de palavras, que para aquele menino não está claro, e ele precisa entender. Você ainda não entendeu? Não! Porque aquela palavra ali foi um entrave. Então eu acho assim, que primeiro se apropriar do sentido de Probabilidade, fazer uma tempestade de ideias do que seria Probabilidade... E por aí começar a ideia do conceito...

**PF4:** Mandar pesquisar sobre o conceito. O que significa. Perguntar ao avô, avó, sei lá, o que eles entendem por Probabilidade...Fazer uma roda de conversa...

**PF1:** Por exemplo: Você já viu o que seria Probabilidade, amigo?

**PF4:** Você acha que é o quê? Tem que instigar mesmo, para ver se eles têm uma noçãozinha...para depois tentar, né?

**PF3:** Esse movimento é muito interessante. Inclusive se você permitir... Tem aluno que já pega o celular, para pesquisar, e inclusive já questiona você!!!Inclusive já aconteceu comigo já. Por quê? O quê? O que a senhora acha disso, então? E isso muito bom porque ativa a curiosidade deles. Porque eles são muito rápidos... Até mesmo nossos ex-alunos que agora estão no ensino médio vêm nos perguntar as coisas também... Chegam lá com os caderninhos



para saber...Professora, pelo amor de DEUS, ajude aqui...nos ajude a resolver!! Então isso aguça a curiosidade deles também.

Foi consenso entre os professores que para iniciar o processo de ensino sobre Probabilidade, seria necessário que os estudantes entendessem o significado da palavra, para que assim iniciassem o processo de aprendizagem do conceito. O PF1 sugeriu uma tempestade de ideias, por exemplo, escrevendo no quadro o que cada aluno(a) entende sobre o que seria Probabilidade e, a partir daí, iniciar a discussão sobre o conceito. PF3 e PF4 afirmaram que poderiam solicitar ao estudante que pesquisasse sobre o assunto e que poderia usar o celular na aula para realizar esse procedimento, articulando assim o ensino com elementos iniciais da pesquisa; dessa forma se iniciaria uma boa aula de Probabilidade. Sobre a importância de levar os estudantes a entenderem inicialmente o significado da palavra probabilidade, mencionou-se Gal (2005), que mostra a importância de se trabalhar com as “Grandes Ideias”, parte conceitual de Probabilidade, como: aleatoriedade, acaso, espaço amostral, evento e com a postura crítica, que já seriam elementos da disposição do sujeito, a partir de aspectos que envolvem também a linguagem.

O pesquisador deu um exemplo do início de sua carreira docente, quando estava lecionando em uma turma do 9º ano do ensino fundamental, sobre o conteúdo de relações trigonométricas no triângulo retângulo: “Eu trabalhava com um livro que tinha muito exercício e tinha uma tabela trigonométrica que mostrava as relações de seno, cosseno e tangente de 1º a 89º. Um determinado aluno chegou e fez o seguinte questionamento: ‘Professor? E quanto é o seno de 90º? Quanto é a tangente de 90º e o cosseno?’” Esses momentos de questionamentos dos alunos geram a necessidade de uma postura de contrapartida do professor, porque se ele não responder, pode gerar insegurança no aluno. É possível também o professor sugerir uma pesquisa de aprofundamento sobre o tema. Essa postura crítica do professor frente ao seu próprio conhecimento e ao do aluno é fundamental para que ele não perca a credibilidade dos estudantes. O exemplo que aconteceu com o pesquisador fez com que os professores refletissem sobre a importância de terem uma base sólida sobre o conteúdo matemático que irão abordar em sala de aula. Isso fez com que o PF1 afirmasse:

**PF1:** Eu acho que é muito interessante, PE, porque a questão é que cada conteúdo de Matemática, ele tem um contexto histórico... Não é? Então, eu contextualizar o surgimento da Probabilidade, né... responde até muitas perguntas dos meninos, por exemplo, por que eu

estudo isso? Não é? Porque Probabilidade para ser sistematizada e chegar até hoje onde a gente estuda, passou por um processo muito longo... Não só a Probabilidade. E de repente a gente lança na sala de aula coisas que o menino tem que aprender em 1 bimestre, coisas que Matemáticos e Filósofos se reuniram e cientistas e trocaram tapas para chegar a uma conclusão, que demorou séculos...

**PF4:** É verdade, séculos e séculos...

**PF1:** Então trazer um pouquinho da história do conceito, contextualizar... Não é? Eu acho que seria interessante para começar a aula. Com o menino de 6º ano, contextualizar, né? O do 9º ano espera-se que já tenha um pouquinho, né? Talvez!!!

Nesse extrato de fala, notou-se que os professores na discussão perceberam a importância de trazer o contexto histórico para a sala de aula e que isso deve contemplar a aula sobre Probabilidade, para que percebam a importância do conceito e como ele surgiu no contexto da Matemática enquanto ciência. A partir dessa construção da importância histórica, o pesquisador indaga se eles (professores) sabiam em que momento surgiu a Probabilidade. O PF1 afirma que essa informação histórica às vezes chega fragmentada para o professor, mas que os livros didáticos indicam que foi a partir dos jogos de azar, e que não se abordava em que contexto, se era a nobreza da época, se envolvia muito dinheiro em apostas ou se os jogos eram acessíveis a todos da sociedade, deixando assim certa lacuna no surgimento do conceito matemático.

Dando prosseguimento ao encontro, o pesquisador fez a seguinte pergunta: *Quais são os lugares e as situações em que podemos perceber aplicações da Probabilidade na nossa vida?*

Os professores afirmam que a Probabilidade se encontra presente em vários seguimentos da sociedade, como: jogos de azar, loteria, meteorologia, Medicina, Biologia, Estatística e na ciência de forma geral e que, por estar presente em tantos lugares ao mesmo tempo, torna-se um conceito que deve ser aprendido e discutido em sala de aula. Mas o grande questionamento trabalhado na formação seria como esse conceito deve ser trabalhado, de que forma. O pesquisador apontou um pouco da sua visão sobre como o ensino vem sendo trabalhado, de acordo com sua visão e pesquisas na área:

**PE:** Então, pessoal, eu acho que o ensino de Probabilidade ainda segue de forma muito tradicional e focado muito em jogos...Eu creio que a gente tem como abrir um leque de possibilidades para ensinar probabilidade, que não seja apenas através de....

**PF5:** De dados, cartas, moedas...

**PE:** Como? Quando? Como iremos fazer? Né? Ensinar Probabilidade a partir de uma perspectiva diferente... Como PF1 falou, se eu não resgato o contexto histórico, se eu não digo a palavra mesmo o que significa... E chego para o menino e solto a definição... Para ele é mais um conteúdo, mais uma fórmula matemática, que não vai servir para “nada”.

Professores: Nada.

**PF6:** Ele só vai reproduzir, reproduzir, reproduzir...

**PE:** Consequentemente, se o aluno disser que aquele conceito não servirá para nada... E o nosso próprio cérebro, quando não usamos com frequência determinado conceito, ele (cérebro) interpreta que não precisa daquilo e joga na lata do lixo. Mas aquilo que a gente relaciona com algo na nossa vida, ele(cérebro) vai dizer: isso aqui é importante, vou guardar.

Essas falas do pesquisador mostram uma preocupação sobre o ensino de Probabilidade na perspectiva do Letramento Probabilístico, que envolve o trabalho com a Probabilidade não apenas como um conteúdo matemático, mas como uma ferramenta que será utilizada como possibilidade de reflexão para tomadas de decisão e aprendizagem de outros conceitos Estatísticos, como a inferência estatística. Essa reflexão sobre a Probabilidade abre um leque de possibilidades que irão ser trabalhadas pelos professores com os estudantes do ensino fundamental brasileiro.

Gal (2005) aponta nos elementos da disposição a postura crítica em que as perguntas devem ter o seu papel bem definido e que devem levar o sujeito a refletir sobre aquilo que foi indagado, fazendo com que haja uma reflexão sobre o conceito matemático ou estatístico. Desse modo, levam-se os sujeitos envolvidos no processo de aprendizagem, sejam eles professores ou alunos, a questionarem o que sabem e conhecem sobre a Probabilidade e seu ensino. Gal (2005) afirma que esse processo de reflexão, apoiado em questões reais e motivadoras, faz com que haja o desenvolvimento paulatino do Letramento Probabilístico.

O pesquisador deu prosseguimento à formação e colocou a seguinte situação para os professores:

**PE:** Bom, agora eu vou definir Matematicamente o que seria a Probabilidade com vocês... Eu trouxe uma atividade, e vocês vão analisar se ela é equiprovável ou não...Por exemplo: Se eu lançar uma moeda, qual é a probabilidade de sair cara e qual é a probabilidade de sair coroa? 50% para cada face. Então, um lançamento da moeda seria algo equiprovável. Mas será que essa atividade será também? Vejamos a definição na Figura 11 (foi apresentada em slide aos professores):

Figura 11: Definição de Probabilidade apresentada em slide.

**$P = \text{probabilidade}$**

Função que atribui a cada elemento  $\omega \in \Omega$  um número real entre 0 e 1, de modo que:

$$\sum_{\{\omega \in \Omega\}} P(\omega) = 1$$

Fonte: [www.google.com/search?q=Probabilidade&cliente](http://www.google.com/search?q=Probabilidade&cliente).

Os professores tiveram uma surpresa muito grande em relação a essa definição formal de Probabilidade, porque estão acostumados a ver a definição clássica de Probabilidade que diz que ela é a razão entre o número de casos favoráveis, dividido pelo número de casos possíveis. O pesquisador definiu Probabilidade como a função matemática cujo domínio é o espaço amostral e cuja imagem seriam os números reais de 0 a 1 e que obedecem aos seguintes axiomas:

Axioma 1:  $0 \leq P(A) \leq 1$ , indicando a Probabilidade de qualquer acontecimento A ser um número real não negativo.

Axioma 2:  $P(\Omega) = 1$ , indicando a Probabilidade de um acontecimento certo ser igual a 1 (100%);

Axioma 3: Se A e B são eventos mutuamente excludentes, então:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ . Esse axioma diz que se A e B são acontecimentos incompatíveis, a probabilidade de A ou B é a soma das probabilidades de A e de B.

Logo após a apresentação e explicação dos axiomas, o pesquisador também apresentou a Probabilidade como sendo a medida de incerteza na ocorrência de um evento resultante de uma experiência aleatória, de acordo com a definição de Novaes e Coutinho (2009), que foi denominada pelo pesquisador como uma definição pedagógica da Probabilidade.

O diálogo que segue denota a opinião dos professores a respeito da definição Matemática e o que seria necessário para um estudante entender essa definição.

**PF1:** Isso... Que, é uma situação que a gente deve deixar bem clara. E que gera muita dúvidas nos meninos... Que eles devem entender essa Probabilidade entre 0 e 1, não é?

Professores: Exatamente...

**PE:** Por que não é entre 0 e 10, por exemplo?

**PF1:** Exato! Por quê? Porque ele tem que entender que o 1 está representando a totalidade da situação...

**PF6:** O todo!

**PF1:** Isso. Por exemplo, para muitos, o  $\frac{3}{7}$  excede o 1. Por não compreender a questão da divisão... Porque quando você diz...deu 75% de chance do evento ocorrer, para o menino, 75% é maior do que o 1. É onde eu acho que...

**PF5:** Por isso ele tem que saber, dominar porcentagem, fração...

**PF1:** Por isso eu acho que a definição precisaria ser mais clara, assim... tipo abrir o espaço para a compreensão...Né? Eu tenho entre 0 e 1 o quê? 0% e 100%!!!! O que é 100% para você???? (aluno)? 100% é o quê? Por exemplo: O menino vem e me pergunta... o que é por cento??? Não é?

**PF5:** Para ele poder chegar ao conceito desse 1, né?

**PF1:** Quando eu digo 3% das pessoas não gostam de determinada coisa... Certo, o que significa esses 3% para você? Então quer dizer que naquele grupo de 100, você tem 3. Entendesse? Então, é o momento quando a gente começa a questionar a própria definição em si... que é apresentada!

**PE:** Isso.

**PF1:** Como ele vai entender o que está entre 0 e 1? Se deu 70%?

**PF4:** Deixa para lá.....(Risos)...

**PF1:** Não é? Isso é interessante, ou seja, **temos que ter crítica em relação à definição...Eu não vou dizer que está errada a definição, mas é que ela deveria abrir espaço para uma discussão.**

Vê-se, no diálogo, que os professores discutem a definição matemática de Probabilidade exposta pelo pesquisador e propõem uma discussão para que haja entendimento por parte dos alunos. As passagens que estão em negrito foram reforçadas para identificar a proposta de PF1, a fim de que os estudantes falem as suas opiniões sobre o que eles entendem a respeito do que seria 100% e o que seria 0%, e também como eles poderiam achar 70% em um cálculo, sabendo que a Probabilidade está entre 0 e 1. Então isso iria fazer com que o estudante refletisse que o intervalo representado pela Probabilidade contempla o

0 como 0% e o 1 como 100%, e o estudante iria, na discussão e problematização, perceber que o 70% está entre 0 e 1.

PF1 ainda propõe que a definição matemática deveria sugerir uma discussão, mas quem realmente desenvolverá a discussão será o/a professor(a) que estiver trabalhando com o conceito de Probabilidade. Percebeu-se, neste ponto, que a formação contribuiu para os professores discutirem entre si sobre a definição de Probabilidade e poderem pensar em como fazer aquela definição ser entendível para os estudantes, para que assim o trabalho estivesse contemplando o desenvolvimento da criticidade do estudante.

No momento em que a definição de Novaes e Coutinho (2009) foi apresentada, PF1 diz: *“Como é que eu passo a vida inteira dizendo que a Matemática é uma ciência exata e agora eu posso medir a incerteza?”*. PF4 diz que uma estudante do 6º ano do ensino fundamental questionou o porquê de todas as pessoas do seu entorno, como: pai, mãe, irmãos, professores e colegas dizem que a Matemática é exata em todo lugar, mas ela tinha divisões que eram inexatas, raízes quadradas inexatas e o número pi. E agora, quem está certo? Então, como isso poderia acontecer? Houve uma discussão entre os professores para se pensar em como inserir essa ideia de incerteza do 6º ao 9º ano, e nessa ocasião, PF4 fez a seguinte pergunta: *“Veja bem...você acha que uma definição dessa caberia nos anos finais do ensino fundamental?”*. A pergunta reflete uma preocupação do(a) professor(a) em não gerar uma dúvida na cabeça do estudante, haja vista que a Matemática até então é vista como uma ciência exata e que não abre a discussão para a incerteza. E isso pode acontecer, como foi visto no relato de uma estudante do 6º ano.

O pesquisador responde à pergunta de PF4, e há um diálogo com PF1, como se pode observar no diálogo que segue:

**PE:** Ainda não... Assim a definição é a definição e ponto. Mas, para a construção dessa definição com eles, vai demorar um pouco...Porque teremos que discutir alguns elementos para que o estudante possa entender. Como por exemplo, quando você vai dar aula de fração, que você pega o chocolate e divide em 4 partes, daí você diz...coma um pedacinho dos 4...Pronto, você comeu que parte do chocolate? O menino diz: eu comi 1 de 4! Mas aí o que significa isso? Mas se você for definir em relação à fração... Eu acho que tudo o que a gente for definir... se torna algo um pouco complexo, e Probabilidade se torna ainda mais...Porque ela mistura várias coisas em uma só. Assim a definição, a gente terá que trabalhar bastante e mostrar para o aluno, ou seja, preparar um ambiente para que ele entenda a definição...

**PF4:** Assim ele vai entender o que é um evento, o que é o acaso, aleatoriedade... Pra que, quando for definir, ele já tenha uma determinada noção... OK, entendi!!!

**PF1:** Assim, são muitos fatores, não é? Que você tem que observar... Eu posso apresentar a definição? Posso! Não tem problema, né? Mas que alunos irão alcançar essa minha definição??? Não é?

**PE:** Isso!

**PF1:** Você vai definir de forma igual para todos os alunos da sala, mas o processo de maturidade de 30 alunos não é igual... Entendesse? Porque o professor deve estar sempre com muito cuidado, porque ele tem que ver o leque do público que ele tem, porque o meu linguajar pode alcançar alguns, mas não a totalidade. E a gente sabe que nem sempre ocorre a totalidade do entendimento. Voltando à questão das palavras... O que eu senti falta aí... (definição mostrada), falar em evento...

**PF4:** Seria a medida de chance...

**PF1:** Evento não, desculpe, fenômeno! E acontecimento... Que são palavras importantes para a Probabilidade.

**PE:** É.

**PF4:** E chance? Eu acho tão mais simples essa palavra. Sei lá... E possibilidade?

**PF5:** A possibilidade... nos anos iniciais.

Percebe-se, nesse diálogo, a preocupação com a definição de Probabilidade para os estudantes do ensino fundamental, mas também ficou perceptível que os professores acham a definição incompleta para a compreensão dos estudantes, e que deveriam aparecer outras palavras, como: evento, fenômeno, chance, possibilidade. Esse movimento de reflexão sobre a definição levou o grupo de professores a entender melhor o que está sendo ensinado e propor mudanças na redação da definição. Os axiomas e as fórmulas não serão mudados porque podem ser demonstrados e têm uma base matemática sólida, porém a redação do texto que define os axiomas e as fórmulas pode ser modificada para dar uma compreensão melhor do que seria Probabilidade.

Os professores sugerem, no diálogo com o pesquisador, que a palavra chance deveria aparecer com mais frequência nos livros didáticos e na relação entre os docentes e os estudantes, para que estes consigam compreender de forma mais clara a ideia da Probabilidade.

Em seguida a essa discussão, o pesquisador iniciou os trabalhos sobre a atividade do lançamento dos dois dados com os professores. Eles realizaram experimento lançando os

dois dados 30 vezes e anotando os respectivos resultados em um quadro disponibilizado para tal (ver Quadro 11, na página 85).

Antes de solicitar que os professores fizessem os lançamentos, o pesquisador questionou se essa tarefa era equiprovável ou não. Ou seja, se a soma dos resultados dos dois dados seria  $\leq 7$  ou  $> 7$ , se teria a mesma Probabilidade de acontecer e o que eles poderiam observar a partir dos resultados que iriam obter. O objetivo da tarefa era justamente fazer com que os professores refletissem sobre o espaço amostral. Os professores tiveram a oportunidade de realizar o experimento para tirarem as suas conclusões, mas de início todos afirmaram que seria equiprovável, ou seja, as probabilidades de ambas as somas seriam iguais. O Quadro 13, elaborado pelo pesquisador, apresenta os resultados obtidos pelo lançamento dos dados pelos 5 professores que realizaram a atividade.

Quadro 13 – Resultados do lançamento dos dados pelos professores.

Professores	Soma $\leq 7$	Soma $> 7$	Total
PF1	16	14	30
PF3	17	13	30
PF4	20	10	30
PF5	18	12	30
PF6	17	13	30

Fonte: Elaborado pelo autor

Pode-se notar no Quadro 11, pág. 85, que todos os professores obtiveram a soma  $\leq 7$  com uma frequência maior do que a soma  $> 7$ . A partir dos resultados com uma amostra de apenas 30 lançamentos, a soma  $\leq 7$  teria a maior probabilidade de acontecer. Em seguida, veja-se o diálogo estabelecido pelos professores:

**PF3:** Em todos o  $\leq 7$  deu maior do que o  $> 7$ .

**PF4:** Deve ser por conta **do menor ou igual**. Rapaz, parece que tem mais chances de acontecer **esse menor ou igual a 7. E se fosse maior ou igual a 7 a soma do outro?** Será que seria igual? Tem alguma coisa a ver?

**PE:** Tem...

**PF4:** Porque o de todo mundo deu mais o  $\leq 7$ !!!!

**PE:** Se fosse baseado nesses dados aí, esse jogo seria equiprovável ou não? Baseado nos resultados que vocês acham! É equiprovável ou não?



**PF4:** Eu acho que ééé... (com medo de falar).

**PE:** É o quê?

**PF4:** É equiprovável!!! Sei lá, pesquisador!!!

**PE:** Eu pergunto: se fosse equiprovável, era para sair quanto?

**PF6:** Deveria ser 15 e 15!

**PE:** Vejamos os resultados... E aí? É equiprovável ou não é equiprovável?  
(Houve silêncio por alguns instantes na sala...)

**PF5:** NÃO... (Mas insegura).

**PF4, PF3 e PF6:** Não é.

**PF1:** E se aumentássemos a quantidade de lançamentos? Interfere ou não em ser equiprovável?

**PF3:** PRONTO... E agora?

**PE:** Se eu fizesse 1000 lançamentos? Então, dentro desta mesma situação... Iria seguir essa mesma tendência ou a coisa poderia mudar no decorrer do processo? Porque era 30, mas se fosse 1000? Iria mudar ou não?

**PF1:** Não mudaria não!!!

**PE:** Por quê?

**PF6:** Pela quantidade... pera.

**PF1:** Por que eu tenho quantos pares? Posso formar quantos pares aqui?

No diálogo dos professores há duas posturas distintas: a primeira aconteceu no início da atividade, quando eles afirmaram que ambas as somas teriam a mesma probabilidade. Depois do experimento, ocorreu uma segunda postura: apenas PF4 e PF1 afirmaram que seria equiprovável; já PF3, PF4 e PF6 timidamente, com muita insegurança, disseram que não era equiprovável, por causa dos resultados encontrados no Quadro 13. PF1 ainda questiona que se fosse aumentada a amostra, haveria os mesmos resultados. O pesquisador então problematiza e pergunta se no caso de 1000 lançamentos, a tendência seria a mesma, e PF1 afirmou que sim. O restante dos professores ficou em silêncio. Neste momento, os professores não conseguiram montar o espaço amostral por conta própria, para poderem tirar

as suas conclusões. O pesquisador insistiu em quantos pares de respostas poderiam aparecer combinando o lançamento de dois dados, com isso PF1 sugeriu que o pesquisador montasse o espaço amostral no quadro branco da sala. Essa montagem elaborada durante a formação encontra-se reproduzida em seguida (Quadro 14).

Quadro 14: Espaço amostral do lançamento da atividade soma dos dados.

**Espaço Amostral**

Dados	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
2	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
3	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
4	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
5	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
6	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Fonte: elaborado pelo autor.

Os pares que estão representados com a cor laranja são 21 com a soma  $\leq 7$ . Na diagonal, com a cor azul, tem-se os 6 casos cuja soma é igual a 7. E abaixo dessa diagonal, há os 15 casos com soma  $> 7$ . Logo, ao todo, existem 21 possibilidades em 36. Depois de construir o espaço amostral, o pesquisador perguntou novamente se a atividade seria equiprovável. PF1 afirmou que seria, então começou a contar as possibilidades; quando contaram os resultados de soma  $\leq 7$ , viram que dava 21; quando contaram os resultados soma  $> 7$ , viram que eram 15. Ficaram em silêncio por um tempo e não queriam reconhecer que a atividade não era equiprovável. Os professores se entreolharam e demonstraram que haviam achado interessante a atividade. Na ocasião, PF1 apontou que a representação que foi realizada no quadro deveria ser construída com os estudantes do ensino fundamental, para que eles pudessem compreender a situação na íntegra e tirar dela o maior proveito possível. E ressaltou que a experimentação seria o melhor caminho para os estudantes poderem chegar aos resultados.

Nessa atividade, mais uma vez foram vistos os elementos de conhecimento e da disposição que Gal (2005) aponta para a construção do Letramento Probabilístico. Esses elementos são concernentes à própria essência do conceito, como a aleatoriedade dos

resultados, mas por outro lado, a delimitação do espaço amostral, a experimentação e as crenças e atitudes surgiram por parte dos professores, na interpretação dos resultados no diálogo com o pesquisador. Esse processo mostra que a postura do pesquisador foi imprescindível para o bom andamento da formação, porque por um lado ele questionava os professores, e por outro lado estava confirmando algumas hipóteses dos professores e problematizando o que era dito a todo o momento. Ao que parece, essa postura deu voz a uma pluralidade de significados e posturas dos professores, assim como uma leveza na formação, em um contexto no qual os professores tiveram total liberdade para expor e discutir as suas opiniões em relação à atividade proposta.

Os professores perceberam que estavam tendo dificuldades em relação à interpretação da situação proposta e reconheceram que precisavam estudar mais sobre o conceito de Probabilidade. Lopes (2008) aponta que a formação inicial do professor não é suficiente para que ele consiga compreender todos os conteúdos que trabalhará na Educação Básica. A formação continuada e a constante prática de estudar farão com que os professores alcancem um nível cada vez melhor de conhecimento e que as suas práticas pedagógicas sejam um ambiente de pesquisa para o melhoramento do ensino e da aprendizagem.

Ainda no primeiro encontro de formação, o pesquisador propôs que os participantes resolvessem a atividade envolvendo o experimento da sacola quadrabilidade. Em uma sacola preta há 2 quadrados azuis e um quadrado verde; qual dos resultados tem maior chance de acontecer, retirando dois quadrados da sacola sem reposição? Qual seria o mais provável? Seria sair um verde e um azul? Ou dois azuis? Quem tem a Probabilidade maior de sair (Azul, azul) ou (Azul e verde)? Essa atividade encontra-se descrita em detalhes na metodologia (p.87). No extrato de fala que segue, vê-se a postura dos professores frente a essa atividade:

**PF6:** Na primeira retirada é mais provável sair o azul, né? Pela quantidade, que é maior. Por termos 2 azuis e um verde. Mas na segunda retirada, a probabilidade seria igual.

**PF3:** Isso mesmo.

**PF4:** Mas e se no primeiro você tirar um verde?

**PF5:** ÉÉÉÉÉ (ESPANTO!!!).

**PF6:** Mas isso é que é a aleatoriedade, né?

**PE:** Volto à pergunta: no final da retirada, ou seja, retirei os dois dados, qual seria a probabilidade maior (Azul, azul) ou (Azul e verde)?

**PF4:** Ele quer saber qual é o mais fácil de acontecer...

**PE:** Mais provável. (Azul, azul) ou (Azul e verde)?

**PF4:** (Azul, azul).

**PF3 e PF5:** Eu também acho.

**PF1:** (Azul, azul).

Os professores afirmaram que teria uma probabilidade maior de acontecer o evento (azul, azul). No diálogo apresentado acima, ficou nítido que os professores estavam sendo influenciados pela quantidade de quadrados azuis, deixando de refletir sobre as possíveis combinações que poderiam acontecer entre quadrados azuis e verdes. Essa estratégia de interpretação errônea sugere que os professores estavam muito focados na quantidade, esquecendo-se de tentar executar uma árvore de possibilidades, fazer o levantamento do espaço amostral, para poderem fundamentar uma opinião.

No Quadro 15, que segue, vê-se o resultado do experimento realizado pelos professores, para verificarem as suas hipóteses iniciais.

Quadro 15: Resultado do experimento da sacola quadrabilidade.

Professores	(Azul, azul)	(Azul e verde)
PF1	x	
PF3	x	
PF4	x	
PF5		X
PF6		X
PE	x	

Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível visualizar no quadro 15 que, no experimento, o evento que mais se repetiu foi (azul, azul). Isso fez com que os professores confirmassem a sua hipótese inicial que seria (azul, azul), por causa de a quantidade de quadrados azuis (dois) na sacola ser superior à de verde, que só tinha um. Analisando a tarefa de forma Probabilística, pode-se perceber que os

professores tomaram a decisão errada, porque foram guiados pela quantidade, e não pelas combinações que poderiam ser realizadas com os quadrados.

O espaço amostral dessa tarefa seria: (Azul1, Azul2), (Azul2, Azul1), (Azul1, Verde), (Azul2, Verde), (Verde, Azul1) e (Verde, Azul2). Então, do ponto de vista das combinações, haveria uma maior probabilidade de combinação de quadrados de cores diferentes, no caso a combinação azul e verde. É válido salientar que no espaço amostral acima, foram diferenciados os quadrados azul1 e azul 2, só para melhorar o entendimento do leitor.

Mas em termos do experimento, não foi o resultado (azul, verde) que se sobressaiu, pois foram seis retiradas apenas. Caso se tivesse uma amostra maior, os resultados de cores diferentes dos quadrados teriam aparecido em uma proporção maior. No entanto, esse dado é muito importante, porque contribuiu para a confirmação das hipóteses dos professores, os quais se basearam apenas na quantidade de quadrados azuis, que era maior do que a de quadrados verdes. Pode-se perceber essa abordagem no extrato de fala que segue.

**PF4:** O azul, azul ganhou... é ele, por conta da quantidade.

**PE:** Vou fazer a mesma pergunta, se nós fôssemos fazer esse experimento 1000 vezes? Seguiria essa mesma tendência? Ou não?

Silêncio....

**PF4:** Esse aí entra aquela historinha da sorte e do azar...

**PF6:** É a questão da incerteza, né?

**PF4:** A probabilidade de sair (Azul, azul) é maior porque você tem 2.

**PF5:** Dois de 3. Se dá uma zebra e dá (Azul e verde), (Azul e verde), (Azul e verde), e aí?

**PE:** Eu é que pergunto... e aí?

**PF3:** Aí vamos contar com a sorte... É sorte mesmo.

**PE:** A gente pode mapear as possibilidades do mesmo modo que fizemos com o dado?

Professores: Discutiram como seria o espaço amostral, mas não entraram em acordo... ficaram confusos.

A maior Probabilidade era de sair a combinação de quadrados (azul, verde). Das seis possibilidades apresentadas (na Figura 02, p. 87), (Azul1, Azul2), 4 são (azul, verde) e apenas

2 são (azul, azul). O experimento só foi realizado 6 vezes, mas se fosse repetido mais vezes, possivelmente esses resultados se inverteriam, e haveria como maioria, no final, (azul, verde). Esse questionamento ficou perceptível na fala dos professores:

**PE:** O que vocês concluem a partir desses resultados? Quantas possibilidades nós temos de sair azul e azul?

**PF6:** DUAS...

**PE:** E de sair Azul e verde?

**PF3:** 4

**PF4:** Não... É!!!

**PE:** Então do meu espaço amostral, que são 6 possibilidades, eu tenho:

**PF3:** 2 azul e azul e 4 de ser azul e verde.

**PF4:** EIIIIITAAAA. De novo quebramos a cara!!!!

**PE:** Quem tem maior probabilidade de acontecer?

**PF3:** Ô meu DEUS do céu... E agora, pesquisador?

**PF4:** Explique aí agora... Porque no experimento deu diferente!!!!

**PE:** O que foi que aconteceu? Que o experimento deu diferente em relação à situação dos dados?

**PF3:** Mas por que deu diferente?

**PE:** Veja que no da sacola só realizamos 6 vezes. No do dado foram 30. Vejam que mesmo tendo uma quantidade maior de quadrados, **nós estamos fazendo combinações...** Eu tenho uma quantidade maior de quadrados azuis, mas a probabilidade do resultado que **é a combinação azul e verde** é maior.

**PF3 e PF4:** É verdade.

**PE:** Qual é a conclusão que a gente pode tirar disso? PF,1 que está pensando aí...?

**PF1:** A questão é o que vai influenciar no resultado.

**PE:** O que foi que influenciou, então?

**PF5:** A sorte...

**PF1:** Foi o que você falou, que nesse caso nós podemos fazer as **combinações!!!** E tem outro fator aí que poderia interferir... A ordem! A ordem aí não estaria importando.

**PE:** Se a ordem importasse, mudaria alguma coisa?

**PF1:** Se a ordem importasse, o evento azul1 e verde seria mesmo evento verde e azul 1?

**PF4:** SIM?

**PE:** Seria!

**PF4:** Boa pergunta.

**PE:** Então azul1 e verde e verde azul1 seriam o mesmo evento, da mesma forma azul 1 com azul 2. Assim eu teria quantas possibilidades? Qual seria o nosso novo espaço amostral? [O pesquisador mostra o novo espaço amostral no quadro]. (Azul, azul) uma possibilidade e (azul 1 e verde e azul 2 e verde) 2 possibilidades. [Os professores concordam com a representação exposta no quadro]. O que é que a gente pode trazer dessa experiência? Eu diria que a Probabilidade é contra intuitiva, porque ela quebra com a nossa intuição... Porque o que a nossa intuição vai dizer... Que como tem mais quadrados azuis, a probabilidade maior será azul, azul!

**PF6:** Agora ele foi mais além...

O diálogo mostra esse movimento de opiniões e tomada de decisões a partir dos resultados obtidos no experimento, porém envolvendo a opinião particular de cada professor. Ficou perceptível que os professores foram guiados pela sua intuição, que apontava para a maior quantidade de quadrado, e não para as possíveis combinações que poderiam ser realizadas. Esse tipo de raciocínio é desenvolvido no trabalho com a Combinatória a partir dos contextos de arranjo, combinação e permutação, além do próprio princípio fundamental de contagem. Vê-se aqui uma evidência da importância do raciocínio hipotético dedutivo, que irá ajudar na interpretação e resolução de problemas dessa natureza. Como o experimento contrariou a resposta real da tarefa, surgiu uma dúvida em relação à amostra da qual deve ser realizado um experimento. Veja-se o extrato de fala a seguir:

**PE:** Daí a gente leva em consideração outra coisa: será que em uma amostra pequena, eu posso tirar determinadas conclusões? Será que me dá força para validar uma hipótese? Ou teria que repetir várias vezes o experimento ou uma quantidade meio que mínima de vezes para poder inferir alguma coisa?

**PF4:** Não... Você teria que repetir mais vezes o experimento...

**PF1:** Eu acho que temos que ter cuidado com o tamanho do espaço amostral... Por exemplo, se você vai fazer a pesquisa com a eficácia de um determinado medicamento, quantos ratos

você utilizaria para perceber a eficácia do medicamento da probabilidade dele ser bom para a doença em questão?!

**PF1:** Agora isso aí, PE, é um alerta para gente enquanto professor, o quanto que a gente tem questionar, o porquê. Esse questionamento todo aqui, ele pode ser levantado no 6º ano.

**PF4:** E eu já irei fazer isso aí com os meninos...

**PF1:** Esse leque de possibilidades eu preciso trazer para a sala de aula, porque se você for analisar direitinho... Poderia ser até o seu pós-doc, quem sabe? Qual é a influência que o livro didático exerce sobre isso? Não é? Por quê? Ele não traz essa discussão...

Nesse extrato, nota-se a importância do diálogo e da postura crítica de questionamento do pesquisador, para que os professores possam refletir sobre aquilo que estão fazendo, ou seja, será que as suas decisões estão levando em consideração aspectos probabilísticos ou estão apenas sendo guiados pela intuição? Esse processo de formação é muito rico de elementos didáticos, pedagógicos e teóricos, pois pode potencializar uma gama de possibilidades que os professores têm para fazer e replicar com os seus estudantes em sala de aula. Esse processo de idas e vindas com perguntas problematizadoras pode contribuir para que os estudantes reflitam e aprendam com esse movimento da descoberta e do diálogo com o outro.

Gal (2005) assevera que as questões críticas contribuem para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico. Sem a postura crítica não existe discussão, e sem a discussão não há como os estudantes se desenvolverem de forma mais crítica e cidadã, colocando-se em uma sociedade em que é requerida dos seus sujeitos uma postura crítica e madura para se produzir e analisar dados estatísticos.

Por outro lado, percebe-se, a partir das falas dos participantes, que o livro didático é insuficiente no tocante ao levantamento de questionamentos em relação a atividades de Probabilidade. As atividades do livro muitas vezes estão apenas focadas no cálculo em si da Probabilidade, mas não contribuem para fomentar aspectos do desenvolvimento de um Letramento Probabilístico, que seria o ideal, de acordo com o que se está estudando e constatando. Os professores ainda discutem o que seria zona de conforto e por que a maioria dos professores e alunos seguem um modelo de não questionamento em suas aulas. Vejam-se alguns extratos de fala.



**PF6:** E o próprio professor se prende ao livro didático... para não sair da sua zona de conforto!!!

**PF1:** Porque essa zona de conforto é questionável não é? O que é a zona de conforto? Essa seria outra situação... A situação seria explicada por outros fatores... Se o professor dá aula manhã, tarde e noite... Qual seria o momento que ele teria para pesquisar e questionar, avaliar as coisas??? O cara só tem o sábado e domingo... Ele quer tomar uma cervejinha...se divertir com a família e com os amigos... Então o professor está muito focado no livro didático... Certo... Mas quais são as circunstâncias que fazem ele se limitar ao livro didático? Não é? Então... Mas questões como essas trazidas nos instigam a buscar... Questionar aquilo que vem pronto. Quando a gente é questionado pelos meninos... ficamos um pouco assim... Porque já estamos dando tudo pronto... Porque você está questionando aqui que eu estou lhe dando pronto? Por que você não engole do jeito que está??? Mastigue e vai “simbora”...

**PF3:** Fique calado e aceite, pelo amor de DEUS...

**PF1:** O nosso aluno de hoje é completamente diferente da época em que eu era aluno... Eu aceitava as coisas porque o meu acesso às coisas era limitado. Hoje o espaço de acesso à informação não é limitado. Aí eu questiono... Por que muitos professores têm medo dos alunos utilizarem celular na sala de aula? Por quê? Porque o celular tem sido grandemente utilizado no processo de ensino e aprendizagem...

**PF4:** Também acho...

**PF1:** Isso seria outra discussão. Mas isso nos instiga a procurar mais... Porque no mundo que a gente vive hoje na rapidez da comunicação... E que em alguns casos você pode não saber...Então você coloca o menino para lhe explicar e você aprender, ou como você chegou aí nesse pensamento???

O momento dessas colocações foi muito rico de informações, porque os professores conseguiram dialogar sobre o novo perfil de alunos que têm. Perceberam também que a forma como a aprendizagem ocorre hoje é diferente da forma que aprenderam na época em que foram estudantes do ensino fundamental, quando a figura do professor era tida como um ser inquestionável e que sempre tinha a resposta correta. A conversa tomou o rumo de se discutir o papel do professor como problematizador no processo de ensino e aprendizagem, e não apenas como uma enciclopédia ou como o Google, no qual você digita o que quer saber, e a resposta vem logo em seguida. A discussão perpassou a postura crítica e reflexiva que o professor precisa assumir, a fim de os estudantes poderem construir o conhecimento e entender aquilo que estão fazendo em sala de aula. Isso porque é um grande desafio ensinar para estudantes imersos na sociedade do conhecimento e que têm acesso a qualquer assunto ou tópico na palma da sua mão através dos seus smartphones. Sendo assim, as competências esperadas para adultos do século XXI são outras (GAL, 2012). A sociedade espera que um

sujeito seja capaz de resolver problemas, seja criativo e consiga mediar conflitos, independente do lugar e da situação a que esteja submetido.

Os professores ainda discutem o que fazem quando não sabem responder ao aluno o que deveriam fazer. Pode-se acompanhar esse diálogo no extrato que segue.

**PF6:** Quem nunca fez isso???? (Quando não sabe responder ao aluno).

**PF4:** Aí vem a malandragem do professor...

**PF1:** Aí... era isso que eu queria que você observasse...

[RISOS]

**PF1:** Ou você fica com a cara mexendo e diz: eu não sei! Porque o aluno também tem que ter consciência de que o professor não é um computador que sabe de tudo e que aperta o botão e ele dá a resposta correta! Tem coisa que eu vou ser um estudante igual a ele. O senhor não sabe isso não? Sou, mas qual é o problema de não saber isso? De ser limitado nessa situação e que agora eu posso estudar? Gostei muito desse encontro e dessa situação, muito instigante!!!

**PF4:** Vamos dizer...vamos pesquisar juntos...

**PE:** É uma situação complexa essa?

**PF1:** Não!

**PE:** Uma coisa interessante que irei ressaltar aqui é que essa foi a primeira vez que aplico essa atividade e sai (azul e azul) mais que (azul e verde). Nas outras vezes que apliquei saiu azul e verde... E isso quebrava com a intuição das pessoas...Porque sempre as pessoas escolhiam (azul e azul), por conta da quantidade...Mas aí no experimento sempre dava mais azul e verde. Hoje foi a primeira vez que deu diferente. Uma coisa que eu sempre digo aos meus alunos é... Pense antes de responder... nunca dê uma resposta de supetão... Pense antes de falar!!! Por que eu digo isso? Porque muitas vezes não dá tempo nem de pensar...e daí você já responde...Porque nem todas as perguntas são simples...Existem perguntas simples e perguntas complexas...

Dessa forma, o primeiro encontro de formação foi encerrado com a discussão sobre o papel do professor e como esse profissional lida com os mais diferentes desafios da profissão no contexto do ensino de Probabilidade. Os professores perceberam a importância da formação continuada e a necessidade de aprofundarem os estudos para acompanharem as mudanças da sociedade e suas implicações curriculares.

Em termos gerais, nesse primeiro encontro, foi possível identificar, a partir dos diálogos e das narrativas construídas coletivamente, a emergência das subcategorias

referentes a elementos do conhecimento e a elementos de disposição, conforme apontado por Gal (2005). Reiterando a organização do modelo desse teórico, identificou-se que esses elementos emergiram de forma articulada, ao invés de se configurarem em categorias isoladas.

Em síntese, no primeiro encontro, viu-se que os professores tiveram a oportunidade de analisar as suas próprias respostas, dadas no momento da entrevista semiestruturada. Esse processo de autoanálise fez com que os professores percebessem que as suas respostas não foram suficientes para refletir o que seria a Probabilidade. Pelo contrário, foi realizada toda uma discussão sobre o que seria acaso e o que seria aleatoriedade. Essa discussão fez com que os professores amadurecessem suas compreensões e pudessem perceber que esses conceitos representam coisas distintas. Os professores ainda levantaram a questão da importância do ensino de fração na compreensão da Probabilidade. Implicitamente pode-se perceber que na gênese da discussão sobre um número racional, existe a distinção de como explicar para o aluno o que seriam grandezas discretas e contínuas. Nesse sentido, o papel mediador do pesquisador se fez necessário para o desenvolvimento de percepções que estavam adormecidas por parte dos professores, assim corroborando com Lopes (2008) e Nacarato (2005), que defendem ser a formação continuada imprescindível para o desenvolvimento dos professores, pois a escola é um ambiente dinâmico e que sempre está em evolução. Profissionais que refletem e pesquisam sobre a sua prática pedagógica poderão produzir conhecimento novo e ressignificar conceitos limitados.

No primeiro encontro, ficou perceptível que os professores estavam seguindo um modelo de escola, no qual o(a) professor(a) de Matemática chega e define matematicamente um conceito, mas que não abre um momento de discussão para os alunos perguntarem nem tampouco propõe uma reflexão sobre o conceito. Os professores parecem estar obedecendo a interesses da escola, da família, do livro didático e da sociedade. Ao que parece, o(a) professor(a) acaba ficando sem voz, em meio a um processo de múltiplas compreensões do que deveria ser a Educação. Mas no decorrer do primeiro encontro de formação, os professores retomaram a prática de questionarem o que estava sendo posto para eles e avaliarem se deveria acontecer daquela forma ou não, assim demonstrando que os processos de ensino e aprendizagem não devem acontecer de forma estática, mas sim a partir do diálogo e do debate entre professores e alunos.

No encontro 2, conforme se discutirá em seguida, o grupo continuou a análise sobre o conceito de Probabilidade com o foco em seus significados. Para fundamentar esse encontro, utilizou-se também a perspectiva teórica de Batanero (2005).

#### 4.2 ENCONTRO 02: DISCUSSÃO SOBRE PROBABILIDADE E SEUS SIGNIFICADOS

Esse encontro teve início com as boas vindas do pesquisador ao grupo de professores e a apresentação do famoso Problema de Monty Hall (uma pessoa tem três portas na sua frente e pode escolher apenas uma. Depois que a pessoa escolhe uma porta, o apresentador do programa revela o que está por trás de uma das portas restantes e questiona o participante se ele gostaria de trocar de porta ou se gostaria de permanecer na porta que escolheu inicialmente). Esse problema se encontra descrito com mais detalhes na metodologia (p. 88). A partir desse problema, iniciou-se o trabalho no segundo encontro, refletindo sobre aspectos relacionados à questão da incerteza e do risco. A maioria das pessoas que já interpretaram esse problema tende a escolher determinada porta e nela continuar até o fim da situação. Pode-se interpretar que essa postura das pessoas revela que elas querem passar uma imagem de serem firmes em suas convicções (crenças). Contudo, ao agirem assim, estariam tomando uma decisão errada probabilisticamente. Observe-se a situação a seguir, que foi replicada com os professores participantes da formação, depois da explicação do problema e escolha da porta por parte de um dos professores.

**PE:** O pesquisador mostra a porta 2 aos outros professores, onde estaria o prêmio (carro/livro).

**PF5:** Eu escolho a porta 2. [Não teve acesso à porta correta].

**PE:** Será que está na porta 3? [Risos] Você escolheu a porta número 2; eu vou revelar uma das outras duas, certo?

**PF5:** Certo!

**PE:** Vou revelar a porta número 3, e nela está um... bode. [Sempre o apresentador vai revelar uma porta onde está um bode]. Agora você tem a oportunidade de trocar de porta ou de permanecer na que escolheu inicialmente. Você vai permanecer na porta número 2 ou vai mudar para a porta número 1?

**PF5:** Vou permanecer para depois não me arrepender...

Professores: Risos...

**PF1:** Se eu estivesse no auditório, iriam gritar....troca, troca...

**PF5:** Mas vou permanecer...

**PE:** Tem certeza? [Risos] Rapaz, e se tu trocar e ganhar....Pense melhor!!!

**PF3:** E se ela trocar e perder????

**PF5:** Não. Eu vou permanecer na porta número 2 mesmo.

**PE:** Revela a porta número 2, e nela está o prêmio, que era um livro!!!!  
[Os professores parabenizam a colega].

De acordo com esse diálogo, pôde-se visualizar que PF5 escolheu a porta número 2 e em nenhum momento quis trocar de porta. A sua crença era que a premiação estaria na porta número 2 e que não deveria trocar de porta. De acordo com Gal (2005), as pessoas de forma geral têm aversão ao risco, ou seja, preferem ficar em sua zona de conforto a arriscar e perder aquilo que poderiam ganhar como premiação. Esse fato pode ser evidenciado na postura de PF5, que escolheu a porta 2; além disso, o pesquisador revelou a porta 3, e atrás dela estava um bode. Então a situação agora estaria em um patamar mais simples, porque ou o carro/prêmio estaria na porta 2 ou na porta 1.

Como foi mostrado na explicação do problema, se qualquer pessoa troca de porta quando o apresentador dá a sugestão, ela dobra a Probabilidade de acertar o prêmio. A cada 3 situações, não trocar de porta só garante 1 acerto no prêmio, mas se houver a troca, a pessoa ganha em duas situações e erra em apenas uma.

Dessa forma, PF5 não tomou a melhor decisão probabilisticamente falando, porque decidiu permanecer na porta 2, confirmando a tendência de quem resolve esses problemas, e não aceitou a oferta do pesquisador de trocar de porta. Essa postura na resolução desse problema confirma a hipótese de (GAL, 2005) que aponta que as pessoas de forma geral têm aversão ao risco. Dessa forma, para não correr riscos, conforme interpretação de PF5, a melhor decisão seria permanecer na porta escolhida inicialmente. Assim, para concluir o problema, o pesquisador revela a porta 1, e PF5 conseguiu ganhar o prêmio porque estava na porta de número 2.

**PF3:** Tá vendo aí? [Porque ela acertou, achou que ela tomou a decisão correta].

**PE:** Ok. Vou pagar o prêmio a PF5. **Mas pessoal, ela tomou uma boa decisão probabilisticamente? Ou não? Você acha que tomou a decisão correta?**

[Silêncio...]

**PF5:** Não é de certeza, né? **Porque poderia estar na porta 1. Eu acho que nesse caso, é uma questão de sorte, porque quando você abre uma porta e ficam as outras duas, é de 50% cada uma, né?**

**PE:** O que é que os outros colegas acham? **Ela tomou uma boa decisão ou não?**

**PF5:** Em não trocar?

**PE:** Isso. [Silêncio]... Se ela tivesse trocado, ela teria aumentado a chance dela ganhar, por exemplo? [Silêncio]...

**PF4:** Não. Não. Eu acho que é o que ela falou! **Como você mostrou a porta 3 e não estava nela, ela teria 50% de acertar na porta 2 e 50% de acertar na porta 1. Como era igual, ela preferiu ficar na porta 2.**

**PF3:** É uma faca de dois gumes, né?

**PE:** Certo...

**PF3:** A gente está errada, é?

No diálogo, os professores acham que permanecer na porta escolhida inicialmente é uma decisão correta, porque quando o pesquisador revela uma porta, sobram apenas duas, ou seja, a porta que a pessoa escolheu inicialmente e a outra porta. Mas aqui está um erro probabilístico, porque o espaço amostral não se modifica no decorrer do problema. Cada porta tem 33,33% de probabilidade de conter o prêmio; quando se elimina uma porta, as probabilidades se mantêm, mas agora não se conta com o percentual da porta revelada, que seria de 33,33%. Na fala dos professores, como uma porta foi eliminada, agora cada porta teria 50% de probabilidade, mas isso não ocorre na Probabilidade, porque se assim o fosse, realmente não faria sentido trocar de porta. Mas como foi mapeado o espaço amostral, o percentual não muda no decorrer do problema, e isso é contra intuitivo, porque há uma porta a menos.

Esse aspecto abre uma nova discussão, mostrando que os professores não estão acostumados a lidar com situações problema envolvendo a Probabilidade, e isso os faz tomar

as decisões de forma intuitiva e acreditar estar tomando a melhor decisão probabilística. Assim, reflete-se que o ensino de probabilidade abordado nos livros didáticos ainda está muito preso a jogos de sorte/azar, não abrindo para discussões sobre o desenvolvimento de um raciocínio dentro da perspectiva do Letramento Probabilístico.

Outro aspecto relevante que se pode perceber na situação discutida é que quando os professores foram questionados se PF5 tinha tomado a melhor opção Probabilística, houve um silêncio na sala, e os professores ficaram se olhando. Esse silêncio indica que eles não sabiam dizer se PF5 tinha tomado a melhor decisão ou não. Um fator que influenciou na argumentação dos professores foi que PF5 ganhou a premiação não trocando de porta, então os professores acharam que não trocar e trocar de porta representaria o mesmo raciocínio probabilístico e que não teria nenhuma influência no resultado final do problema. Mencionou-se Gal (2005) para distinguir que esse tipo de raciocínio utilizado por PF5 e demais professores se configura como um elemento de disposição que ele denomina de aversão ao risco. Esses seriam sentimentos pessoais em relação à incerteza e ao risco e que levariam a pessoa a ficar com um peso na sua consciência se trocasse de porta e perdesse, porque o seu pensamento a acusaria de ter perdido porque trocou de porta. Já na situação de não trocar de porta e perder o prêmio, a mente da pessoa não iria acusar, porque ela acha que teria tomado a melhor decisão e que só não ganhou o prêmio por causa do fator sorte.

Ao que parece, quando existe uma aversão ao risco, a possibilidade de as pessoas permanecerem na porta que escolheram inicialmente aumenta, porque assim as pessoas interpretarão que tomarão a melhor decisão e que vão ter que contar com a sorte. Mas como já se mostrou a Probabilidade envolvida nesse problema, trocar de porta seria a decisão mais acertada, e o jogador não dependeria da sorte e trocando de porta, estaria tomando a melhor decisão.

O pesquisador decidiu então repetir o problema para confirmar a hipótese de que PF5 escolheria uma porta e permaneceria nela até o fim, sem aceitar a troca. Para tanto, solicita que PF5 novamente escolha uma porta. PF5 então fecha os olhos, e o pesquisador mostra aos demais colegas que nessa nova situação o prêmio estaria na porta número 3, e consequentemente nas portas 1 e 2 estariam os bodes. Veja-se a decisão de PF5 no extrato de fala que segue.

**PE:** Calma! PF5 vai escolher outra porta!

**PF5:** Pode ser PF3 agora!

**PE:** Escolha outra porta para percebermos o que acontece!

**PF5:** Zerou tudo de novo, né isso?

**PE:** Zerou tudo. 1, 2 ou 3?

**PF5:** Porta 3.

**PE:** Certo. Eu revelo a porta número 2. Olha aí, tem um bode aqui. **Você vai continuar na porta número 3 ou vai trocar para a porta número 1?**

**PF5:** Não,...vou ficar na 3.

**PE:** Tem certeza? Estava na porta número 3.[O pesquisador faz a discussão se seria mais correto permanecer na porta ou se seria trocar de porta].

**PE:** Permanecer na porta seria a melhor opção ou trocar de porta seria a melhor opção? Ou tanto faz?

**PF5:** Para mim tanto faz...

No diálogo, vê-se que a hipótese inicial do pesquisador se confirmou, porque PF5 escolheu a porta número 3 e permaneceu até o fim com a sua decisão. Mais uma vez essa postura converge para a discussão de Gal (2005), de aversão ao risco em situações probabilísticas.

PF5 teve o que se chama de sorte dupla nesse contexto, porque ela escolheu a primeira vez a porta 2 e acertou, e na segunda vez em que vivenciou o problema, escolheu a porta 3 e também ganhou o prêmio. O problema de Monty Hall leva a refletir mais uma vez sobre a necessidade de uma amostra maior em determinados problemas de Probabilidade, porque com apenas dois eventos, não é possível inferir que seria a melhor opção não trocar de porta. Se fosse se repetir esse problema 500 vezes, seria perceptível que a maioria das pessoas que trocassem de porta iria ganhar o prêmio, enquanto as que não trocassem, em sua maioria, iriam perder. Mas como não se podem controlar as variáveis do problema nem os seus resultados, PF5 ganhou nas duas situações. Assim, abriu-se um precedente para o pensamento do grupo de que trocar de porta não valeria a pena, conforme pode ser visto no diálogo que segue:



**PE:** [O pesquisador explicou, e os professores viram que seria mais interessante trocar de porta].

**Professores:** Poxa! Seria melhor trocar de porta!

**PE:** Os professores perceberam que se trocassem de porta, teriam  $\frac{2}{3}$  de chance de ganhar e  $\frac{1}{3}$  de perder. Caso não queira trocar de porta, essa Probabilidade se inverte para: perder  $\frac{2}{3}$  e ganhar  $\frac{1}{3}$ .

**PE:** O que foi que aconteceu com a PF5?

**Professores:** Teve sorte!!!!

**PE:** Exatamente!!!

**PE:** Então, voltando para o problema dos quadrados e agora esse de Monty Hall, as pessoas quase nunca trocam, sempre permanecem nas suas escolhas iniciais, ou seja, a Probabilidade é contraintuitiva. Eu já apliquei esse problema umas 30 vezes em lugares **diferentes e sem querer parecer machista, nas vezes que foram mulheres que participaram, elas nunca trocaram.**

**PF5:** Nós somos orgulhosas...

**PE:** E aí, gostaram do problema?

**Professores:** GOSTAMOS... risos...

**PE:** Não está aceitando, PF5? [Ficou olhando para o quadro, querendo entender].

**PF5:** SIM!!!

Um dos pontos mais ricos da formação continuada com professores de Matemática seria justamente a possibilidade de diálogo e de reconhecimento de equívocos em determinados raciocínios. Fernandes (1999) apontou em sua pesquisa que as intuições em vários momentos podem fazer a pessoa tomar uma decisão, mas que não tenha sido fruto de uma reflexão sobre o problema posto. Quando o pesquisador montou o espaço amostral no quadro e construiu as possibilidades de acerto e erro de escolha das portas, os professores viram que trocar seria sempre a melhor opção em detrimento de não trocar. Esse momento de verificação de possibilidades foi muito rico no processo de formação, porque “as certezas” dos professores foram sendo desmontadas no decorrer de cada atividade, e eles começaram a perceber que a Probabilidade precisa ser trabalhada de forma diferenciada, problematizadora e que através da experimentação, os estudantes poderão compreender de uma melhor maneira o conteúdo exposto pelo professor. Outro ponto a ser salientado é que

os professores tinham competências iniciais em relação à Probabilidade, e as suas respostas em relação às tarefas apresentadas convergiram para o que Gal (2005) coloca como aversão ao risco e que está imerso dentro da discussão sobre Letramento Probabilístico.

Isso significa dizer que os professores, assim como as pessoas sem formação técnica na área Matemática em nossa sociedade, estavam dando uma maior vazão as suas crenças e atitudes do que aos elementos probabilísticos que poderiam ser discutidos na tarefa. Isso faz com que parte dos resultados desta pesquisa convirja para resultados já encontrados em outras pesquisas, como as de Gal (2002, 2005), Contreras, Diaz e Batanero (2010), Lopes (2008) e Costa e Nacarato (2014). Essas pesquisas apontam para a fragilidade da formação inicial e continuada do professor de Matemática para ensinar Probabilidade, assim como a ênfase nos elementos disposicionais de Gal (2005), que estão relacionados às crenças e às atitudes das pessoas. Não se está aqui criticando o aparecimento dos elementos disposicionais, mas o ideal é que existisse um equilíbrio entre esses elementos (crenças, atitudes, aversão ao risco) e os elementos de conhecimento (grandes ideias, linguagem, calculando probabilidade, contexto e questões críticas).

Assim, nota-se que existe um caminho para o ensino de Probabilidade, que começa a ser contemplado a partir de elementos constatados nesta pesquisa, que seria um trabalho reflexivo e crítico na perspectiva do Letramento Probabilístico. Como se vê nos dados postos até agora, existem lacunas conceituais na formação dos professores, mas que podem ser reduzidas em um trabalho de formação, em que os professores tenham voz e tempo de estudar diferentes perspectivas para o ensino de Probabilidade e assim tenham a oportunidade em diminuir as suas inseguranças e perceber que a postura de um professor precisa ser a de sempre estar aprendendo e sempre pesquisando sobre a sua prática pedagógica.

Momentos de formação continuada com um tempo maior de duração possibilita aos professores criar um vínculo maior e ter uma maior liberdade para perguntar coisas que normalmente em uma formação de um encontro não fariam.

Ao longo desse segundo encontro, PF4 vez por outra fazia perguntas ao pesquisador, para poder entender melhor aspectos relacionados à Probabilidade. Veja-se o extrato a seguir:

**PF4:** Posso fazer uma pergunta, PE?

**PE:** Pode.

[A professora questiona que se o menino ficasse em dúvida em 2 questões de 5 no ENEM, seria interessante ele trocar também? O pesquisador aponta que seria um outro contexto e que seria a mesma possibilidade, haja vista que no problema de Monty Hall o apresentador sabe onde estão as cabras e onde está o prêmio. Mas no ENEM, o estudante não tem com quem dialogar. Isso faz com que as questões tenham a mesma Probabilidade em relação a acerto e erro.]

Dando prosseguimento ao segundo encontro, os professores, no momento da entrevista semiestruturada, foram questionados se conheciam outra definição ou abordagem de Probabilidade. Todos os professores afirmaram que não conheciam e até estranharam a pergunta realizada. Nesse momento da formação, o pesquisador iniciou a explicação dos 5 significados da Probabilidade de acordo com Batanero (2005): intuitivo, clássico, frequentista, subjetivo e axiomático. Segue o diálogo que introduziu o tema:

**PE:** A primeira abordagem seria a intuitiva. Jogos de azar, sorteios, adivinhação, linguagem (senso comum), intuição do sujeito a partir de suas experiências de vida.

**PE:** [O pesquisador ressaltou que aspectos relacionados à criação e à pluralidade de situações a que os professores tiveram acesso quando eram crianças podem influenciar no senso intuitivo de Probabilidade. Como exemplo, uma criança que teve acesso a jogos de azar/sorte, como baralho, lançamento de dados (bozó), dominó etc., é diferente de uma pessoa que foi criada em apartamento e que não tinha acesso à rua nem muito menos a esses tipos de jogos. Essa intuição vai variar de pessoa para pessoa.]

**PF1:** Agora eu quero falar... Você falou que a Probabilidade é contraintuitiva, e como fica esse negócio agora?

**PE:** Exatamente!

**PF1:** Porque esse significado vai ficar meio... complicado!!!!

**PF1:** Porque se eu tenho uma definição intuitiva e ela é contraintuitiva (Probabilidade), **como a gente vai sair dessa?**

**PE:** Nós vamos utilizar a intuição para a compreensão de qualquer conceito matemático, mas nesse caso, a intuição, ela é desenvolvida no acesso da criança ou adulto ao conceito por meio de diferentes situações. Mas em vários momentos, a nossa intuição falhará, porque a Probabilidade tem uma forma própria de raciocinar, por isso que ela é estudada na escola, universidade e por aí vai. É engraçado porque a nossa mente tem uma forma de raciocinar, por exemplo, seguindo a lógica de operações fundamentais, números naturais, frações, e ela vai seguir essa linha.

Quando você vai para a Probabilidade, você vai trabalhar com outros tipos de raciocínio como, por exemplo, **o hipotético dedutivo e inferencial**. Assim, em alguns momentos, a nossa mente vai ser enganada e vai se contrapor a esse significado.

Não sei se respondi, mas é isso!

**PF1: É porque ficou claro que esse significado de Probabilidade terá algumas ressalvas, e é necessário ter esse entendimento para poder ir além.**

**PE:** Por exemplo, em Probabilidade condicional, o sujeito pode se equivocar com a sua intuição e não acertar a questão ou o que lhe foi solicitado.

No extrato de fala acima, percebe-se a preocupação de PF1 em existir um significado da Probabilidade que seja intuitivo, porque nas três situações vivenciadas (tarefa com os quadrados, soma dos dados e o problema de Monty Hall), as intuições foram utilizadas e levaram ao erro probabilístico. Sendo assim, PF1 questionou de imediato como poderia existir um significado que poderia me levar a errar. O pesquisador respondeu e mostrou que a intuição é algo inerente a qualquer pessoa e que para entender qualquer conceito matemático, é necessária a intuição. Mas ressaltou que a intuição em si mesma não é suficiente para dar conta de todas as situações e todos os contextos que irão aparecer na escola, na universidade e na vida dos sujeitos. Então, PF1 percebeu que o significado intuitivo seria o pontapé inicial de qualquer estudante dentro do contexto de ensino de Probabilidade.

As vivências intuitivas que as pessoas tiveram em sua infância poderiam levá-las a ter mais facilidade ou dificuldade na aprendizagem da Probabilidade. Destaca-se também, com esse diálogo, que essa formação continuada de professores vai desvelar mais aspectos conceituais, pedagógicos e didáticos do que se pensou previamente, porque a partir do momento em que os professores podem perguntar e questionar o pesquisador, eles trazem à discussão elementos que não foram pensados *a priori*. Esse movimento então contribui para a formação continuada ser um ambiente rico de discussão e aprendizagem no contexto da Educação Matemática e Estatística.

O segundo significado de Probabilidade, de acordo com Batanero (2005), foi o clássico, desenvolvido por Pierre-Simon, marquês de Laplace, conhecido Matemático Francês. Foi um matemático, astrônomo e físico francês que organizou a astronomia matemática, resumindo e ampliando o trabalho de seus predecessores nos cinco volumes do seu *Mécanique Céleste* (Mecânica celeste) (1799-1825). A sua contribuição para a Probabilidade foi sistematizar que a Probabilidade seria a razão entre o número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis, como já foi discutido na parte teórica desta pesquisa.

O pesquisador não fez muitas ponderações em relação ao significado clássico, porque os professores conheciam e já trabalhavam esse significado com os seus alunos. Em seguida, apresentou o significado frequentista. Com esse intuito, apresentou em slide o trecho a seguir:

Chamaremos probabilidade de um evento o número ao redor do qual oscila a frequência relativa do evento considerado [...]. Consideramos então a probabilidade como um valor independente do observador, que indique aproximadamente com qual frequência o evento considerado se produzirá ao longo de uma série de repetições do experimento (COUTINHO, 2001, p.38).

O significado frequentista então é uma probabilidade que acontece *a posteriori* e pode ser expressa através de alguns exemplos: lançar um dado 1000000 de vezes; lançar uma moeda 1000000 de vezes. O que acontecerá com os possíveis resultados?

O pesquisador ainda citou a lei dos grandes números, para que os professores tivessem conhecimento sobre o tópico.

Houve alguns questionamentos em relação à abordagem frequentista de probabilidade no diálogo a seguir:

**PE:** O que é que essa abordagem traz de diferente em relação à abordagem **Laplaciana clássica em que o menino já sabe os resultados antes do experimento!**? Porque é uma outra perspectiva, né? Porque uma coisa é você chegar e dizer: está aqui o problema, e a outra é termos aqui o resultado. Crie **você um problema ou o que podemos entender desse problema? Eu estou propondo o desenvolvimento de visão, diferente no aluno!**

**PF4:** Eu percebo que é como se fosse afunilando... Eu acho que os meninos de hoje iriam dar um tico e teco...[risos]. Iriam estranhar essa forma.

**PF1:** Porque quando você lança essa questão... uns vão desenvolver o raciocínio, outros irão se prender ao significado de Laplace.

**PF5:** Eu acho que eles terão a oportunidade de experimentar e construir, para poder chegar em... no formal, né?

**PF6:** Como você fez conosco no encontro passado, né? Nós fizemos o experimento com os dados e com os quadrados azuis e verdes, e foi muito produtivo fazer o experimento e a discussão entre nós... Enfim, a gente teve uma ideia inicial da atividade e quando foi para o quadro, a gente viu que era outra...

Os professores afirmaram que seria interessante abordar a Probabilidade a partir do significado frequentista, porque os estudantes teriam a oportunidade de experimentar a

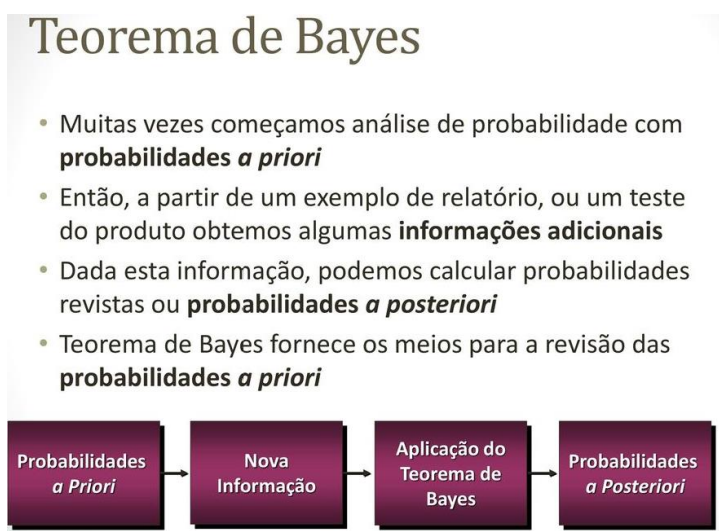
probabilidade a partir do empirismo, ou seja, da experiência. PF1 afirma que alguns iriam responder utilizando o significado clássico, mas outros iriam desenvolver outro raciocínio.

Ao que parece, fica perceptível que a postura do professor influencia para indicar quais caminhos os estudantes iriam seguir. PF5 aponta que trabalhando com o significado frequentista, poderia chegar ao significado clássico, mas de uma forma diferente e reflexiva. Nesse momento, reiterou-se a importância de os professores terem acesso aos diferentes significados da Probabilidade, porque, assim, conseguem vislumbrar diferentes possibilidades de trabalhar esse conceito multifacetado. Já PF6 analisa que o significado frequentista seria muito pertinente, porque os estudantes iriam experimentar e confirmar ou refutar hipóteses, construídas no decorrer da aula, através de diferentes situações colocadas pelo professor. Inclusive PF6 afirmou que já estavam vivenciando a experiência com Probabilidade através dessa formação, como já tinham realizado experimentos no primeiro encontro, e que isso foi muito positivo para a discussão e o aprendizado coletivo.

Nesse momento da formação, já foi possível perceber que os professores estavam se habituando ao formato reflexivo e questionador da formação e estavam se colocando de forma mais crítica e conseguindo estabelecer relações com o que já tinham visto até o momento.

Dando prosseguimento aos significados de Probabilidade, o pesquisador trabalhou o significado Subjetivo e mostrou no slide a imagem da Figura 12 a seguir:

Figura 12: Significado Subjetivo de Probabilidade



Fonte: elaborado pelo autor.

O pesquisador levantou a discussão sobre o significado subjetivo de Probabilidade a partir da discussão de Batanero (2005) e utilizou o teorema de Bayes para exemplificar esse significado. Os professores afirmaram que não conheciam esse significado e que estavam surpresos com ele. Os professores perceberam que, através do Teorema de Bayes, a Probabilidade poderia assumir um novo caráter de análise e seria possível avançar na compreensão do conceito a partir do momento que se pudesse calcular uma probabilidade inicial e depois refiná-la com informações adicionais sobre o problema. Os professores pediram um exemplo prático de Probabilidade subjetiva, e o pesquisador perguntou qual seria a Probabilidade de PF3 ter pedras nos rins. Veja-se o extrato de fala:

**PE:** O pesquisador realiza a explicação da abordagem subjetiva. E pergunta: qual seria a Probabilidade da PF3 ter problemas nos rins? Ou pedra nos rins?

**PF3:** Grande.

**PE:** Eu poderia calcular essa Probabilidade sem conhecer a realidade da vida de PF3 e chegar a um resultado. Mas poderia calcular essa mesma Probabilidade com algumas informações adicionais, como: ela é professora e fala muito, ela bebe água com frequência? Vai ao banheiro quando sente vontade? Faz alguma atividade física? Tem algum caso na família de pedra nos rins?  
[Risos]...

**PF4:** Eu acho que seria maravilhosa essa possibilidade de trabalhar com essa perspectiva. Colocar os meninos e meninas para pesquisarem coisas... Obter informações delas... Eles teriam a possibilidade de fazer Probabilidade de uma forma diferente e criativa... de uma forma ativa! Seria massa. A gente poderia colocar eles no contexto da pesquisa, e eles poderiam tirar as suas próprias conclusões...

**PE:** Eles poderiam ter uma opinião sobre o assunto e depois poderiam mudar de opinião de acordo com a pesquisa?

**PF4:** Com certeza. Isso acontece conosco também, a todo momento. Como acontece com a gente. Em vários momentos estamos trabalhando nessa perspectiva, mas sem saber que poderíamos aprofundar e entender como uma abordagem subjetiva de Probabilidade. Como por exemplo: quando fazemos um pré-julgamento de uma pessoa... Depois que realmente você a conhece....diz, caramba, essa pessoa não é assim! Claro que estou dizendo essa questão da Probabilidade subjetiva em outro sentido, mas que poderíamos aplicar com os nossos alunos do fundamental.

**PE:** Mais alguém?

**PF5:** Eu acho esse teorema complicado de se trabalhar... [Teorema de Bayes]. Porque seria fácil dos alunos se complicarem, né? **Porque trabalha muito com a questão do contexto...**

**iria mexer com a cabecinha deles. Puxa muito do aluno... Realmente seria levar o aluno a analisar diferentes contextos e situações...**

**PE:** Vocês acham que ensinar Probabilidade com um contexto, temos aqui a Probabilidade subjetiva, faria mais sentido para ele? Do que ensinar sempre através do clássico com moedas, dados etc.?

**PF5:** Com certeza, como PF4 disse, seria um ensino de Probabilidade para a vida.

**PF4:** Eu acho que a gente poderia iniciar o processo com os alunos usando essa abordagem subjetiva, adequando para os estudantes e depois poderíamos entrar na parte clássica de Laplace. Para depois dizer: bora, meu filho... agora é assim [o cálculo].

**PE:** Então quer dizer que a abordagem subjetiva poderia influenciar na aprendizagem da clássica?

**PF4:** Na minha opinião, sim. Posso até estar errada, mas acredito que pode contribuir.

**PE:** Aqui não tem certo ou errado. Estamos discutindo e aprendendo.

Os professores acharam muito interessante a proposta de trabalhar com a Probabilidade subjetiva, porque se abririam muitas possibilidades de trabalhar a Probabilidade através da pesquisa. E essa pesquisa poderia contemplar temas do próprio interesse dos estudantes. Isso poderia contribuir para que os estudantes se engajassem no conteúdo de Probabilidade e aprendessem de forma crítica e reflexiva, e assim não iriam fazer a pergunta clássica: “Onde utilizarei Probabilidade na minha vida?”.

O pesquisador ainda questionou se o trabalho com o significado subjetivo ajudaria na compreensão do significado clássico, e os professores afirmaram que sim. Somente PF5 pontuou que trabalhar com o teorema de Bayes seria muito difícil para os estudantes, inclusive esse tópico é visto em cursos na área de ciências exatas e não é comumente trabalhado no ensino médio. Mas na fala, o pesquisador apontou que haveria uma modelização do teorema de Bayes: ele não seria utilizado na íntegra, seriam utilizadas abordagens e reflexões que são parte do significado subjetivo. Afirmou-se que o ensino com esse significado seria muito rico de informações e significado real para os estudantes, porém é necessário realizar mais pesquisas dentro desse tópico e sequências didáticas e projetos que abordem essa perspectiva.

Gal (2005) destaca que existem diferentes contextos para o ensino de Probabilidade e que o professor não pode se pautar apenas no contexto de jogos. Existem várias áreas e



vários contextos em que a probabilidade pode ser vivenciada, como justiça, saúde, educação financeira, natureza, tecnologia, decisões pessoais etc. No extrato de fala que segue, o pesquisador questiona se daria muito trabalho desenvolver a Probabilidade a partir do significado subjetivo.

**PE:** Ou daria muito trabalho montar uma situação assim, contextualizada?

**PE:** Por exemplo, qual é a probabilidade de alguém aqui dessa sala fazer aniversário no mesmo dia que eu? Daí vamos dizer que essa pergunta tenha sido feita numa sala com 40 alunos. Dentro desse espaço amostral. Daí PF3 diz “Desses 40, temos 15 que são do mês de outubro”. Então qual é a Probabilidade de um desses 15 completar ano no mesmo dia que eu, que sou de outubro?

**PE:** O que eu quero dizer com isso? Inicialmente eu tinha 40 pessoas que eu não sabia o mês de aniversário delas... Mas outra coisa é saber que 15 são do mês de outubro. E aí? Será que o resultado seria diferente?

**PF4:** SIM!!!!

**PE:** Poderia ser uma situação onde eu poderia utilizar probabilidade subjetiva.

**PF1:** E desses 15, você poderia dizer que 50% aniversariam na primeira quinzena de outubro e os outros 50% no final de outubro.

**PE:** Que é o meu caso, que sou do dia 27 de outubro.

**PF1:** Qual é a chance disso acontecer?

O pesquisador modelou uma situação para que os professores pudessem perceber que é possível trabalhar com o significado subjetivo de Probabilidade. Mas é válido salientar que como foi uma ideia surgida no momento da formação, não foi uma proposta refinada, contudo, contribuiu para que os professores percebessem uma possível situação de utilização do referido significado.

O último significado trabalhado pelo pesquisador foi o Axiomático/Matemático, de acordo com Batanero (2005). O pesquisador apresentou quem foi o matemático russo Andrei Nikolaevich Kolmogorov, que deu muitas contribuições significativas para a teoria das probabilidades, topologia, lógica intuicionista, turbulência, mecânica clássica, teoria algorítmica da informação e análise de algoritmos.

O pesquisador desenvolveu uma discussão sobre o porquê de a Probabilidade ter demorado a se desenvolver como área de estudo da Matemática e por que nos cursos de

formação de professores, só oferecerem uma ou no máximo 2 disciplinas envolvendo Probabilidade, em paralelo com outras áreas, como a Geometria e a Álgebra, que têm uma atenção bem maior do que a Estatística e a Probabilidade, de acordo com as pesquisas na área.

O pesquisador então reforçou para o grupo que a Probabilidade veio a ser estudada e respeitada a partir das contribuições mais contundentes de Kolmogorov, a partir da construção de axiomas que iriam sustentar a teoria das Probabilidades. Kolmogorov ainda conseguiu fazer a articulação entre a teoria da medida e a teoria dos conjuntos. Com esse arcabouço teórico, a Matemática começou a respeitar e olhar a Probabilidade a partir de uma nova perspectiva. No contexto da formação de professores, o pesquisador, mostrou através de slides, os 3 axiomas de Kolmogorov, que já foram apresentados nesta pesquisa, e mostrou a importância dessa teoria para a Matemática e seu ensino. No extrato de fala, pode-se perceber a discussão sobre a importância do significado subjetivo:

**PE:** [Houve uma discussão sobre o que seriam axiomas e a força que a Probabilidade ganhou dentro da Matemática depois das contribuições de Kolmogorov].

**PF1:** O material que nós temos acesso **não dá os créditos a quem primeiro pensou a coisa, porque neles têm esses axiomas.** A quem de verdade desenvolveu. **Os livros trazem esses axiomas como se fossem deles e não dão crédito ao que o cidadão russo fez!**

**PE:** Essa é uma discussão ampla. Por exemplo, a fórmula de Bháskara, em muitos países, não se chama a fórmula desse jeito. Na China, no Japão, em Cingapura. E na história da Matemática recente, percebeu-se que não foi ele que inventou a fórmula.

**PF1:** Isso acontece até hoje PE, muitas pessoas desenvolvem determinada coisa, mas não publicam. Daí vai receber o crédito da coisa quem publicar primeiro. Também... ou alguém que se apropriou e assumiu como dele.

**PE:** Outro exemplo é o nosso velho amigo Pitágoras, que tinha uma escola, e os conhecimentos desenvolvidos pelos seus alunos eram creditados a ele.

**PF1:** Daí vem a Probabilidade e quebra com essa perspectiva da Matemática **como ciência exata e abre o leque para a discussão e o trabalho com a incerteza, e daí a coisa muda de tom. Ela vai trabalhar com o contraponto da matemática normal.**

**PE:** E vai trabalhar justamente com o não determinístico. Então como você consegue medir a incerteza? E a partir de Kolmogorov, é possível medir a incerteza e dizer exatamente o grau... E aí como ele conseguiu demonstrar, daí foi aceito. Que até então ninguém havia conseguido e existia uma ideia da Probabilidade como uma coisa solta, simples e superficial... E a gente sabe que a Matemática não aceita isso, tem que ser exato e tem que ter raízes profundas...

**PF1:** Para nós... a história diz que... Quem foram os nossos primeiros professores? Foram os religiosos... Especificamente quem?

Professores: Os jesuítas...

**PF1:** Daí a questão religiosa mandava no ensino... Então tudo deveria ser na rédea curta. Então o camarada não tinha o direito livre de pensar. A religião, ela poda muito o camarada... era ela que guiava o ensino.

Na fala dos professores, fica evidente que o grupo não conhecia ou não lembrava o significado axiomático de probabilidade e que os livros didáticos introduzem essa temática sem dar o crédito a quem primeiro desenvolveu a discussão. PF1 ainda afirma que como a Educação passou muito tempo na mão da Igreja Católica, muitas coisas não eram permitidas e eram consideradas pecado. Assim com o domínio da religião, algumas áreas demoraram um pouco mais para se desenvolver. Uma discussão que surgiu foi como deveriam ser apresentados os 5 significados de Probabilidade no contexto dos anos finais do ensino fundamental. E se era possível fazer essa relação? Observe-se o extrato de fala a seguir:

**PE:** Então vimos os 5 significados de Probabilidade: Intuitivo, Clássico, Frequentista, Subjetivo e Axiomático. Dentro disso, podemos fazer uma reflexão: **quantos desses significados são trabalhados em sala de aula? No livro didático?** Que é o que a gente tem...

**PF4: O clássico/ Laplaciano, né?** Não é não? Eu nem conhecia essas outras... Inclusive sou fã agora do Kolmogorov.

**PE:** Então a gente começa a perceber por que não se trabalha com as outras, por exemplo? Já que eu tenho 5 abordagens, por que eu só trabalho com uma? É como o que acontece com a fração: eu tenho 7 significados e só vou trabalhar com o significado parte-todo?

**Professores:** Não.

**PF1:** Temos que trabalhar com os outros contextos, né?

**PE:** Então, ao que parece, o livro só tem trazido, das 5 abordagens, apenas a clássica, e em alguns momentos, a frequentista, ainda de forma resumida. Isso será verificado no material utilizado na escola também.

Os professores afirmam que só a abordagem clássica é vista com frequência em sala de aula e que não conheciam as outras abordagens ou não lembravam mais. PF4 questiona

ao pesquisador se deveriam existir as outras abordagens no livro didático de Matemática dos anos finais. Observe-se a resposta do pesquisador no extrato de fala abaixo:

**PE:** Na minha opinião, o livro deveria trazer todas, mas dosando cada uma delas... Por exemplo, a abordagem axiomática precisaria de uma modelagem maior para os anos finais, porque ainda estão em processo de maturação para perceber como funciona a escrita matemática formal. Então seria necessário fazermos algumas adaptações para os anos finais do ensino fundamental. Já a abordagem axiomática para o ensino médio, por exemplo, no 2º ano é possível fazer uma discussão mais aprofundada e fazer o menino entender o porquê das coisas. Essa dosagem que eu falo... por exemplo, vocês podem criar situações/ proporem para os alunos... Por que a Probabilidade é uma fração? Em algum momento, ela é negativa? E nem nunca passa de 1? Por que isso acontece? Então ele vai perceber que tem uma lógica, que tem alguma coisa ali por trás... Teria a abordagem subjetiva que nós trabalhamos aqui alguns exemplos... mas o professor terá que ter essa autonomia... E para que o professor tenha essa autonomia, ele tem que ter bagagem... Ele tem que ter conhecimento da coisa. Como é que eu vou aplicar a abordagem subjetiva se eu não conheço ou se eu nunca vi? Por exemplo, o teorema de Bayes... É algo profundo, mas será que eu posso fazer um recorte para a minha prática em sala de aula? O que eu posso fazer para trazer esse significado, esse contexto para o aluno? Porque aí sim deve haver essa dosagem para os anos finais, que é o nosso contexto da pesquisa. Para o ensino médio eu não vejo nenhuma obstrução... Mas para os anos finais, precisamos de uma autonomia maior do professor... De saber fazer a coisa acontecer... **Qual seria a dificuldade?** É que os cursos de formação não trabalham nesta perspectiva...

**PF4:** Trabalham não mesmo!

**PE:** É visto de forma isolada e desconexa... Por exemplo, eu vi a abordagem axiomática, inclusive sei que PF5 e PF6 também viram, por conta do ano que terminaram a graduação, por conhecer a universidade em que terminaram... Lá não existia uma transposição para a aplicação no contexto do ensino. O professor da disciplina afirmava: “Quando vocês forem para a sala de aula, vocês vão aprender como se deve fazer na prática... na nossa formação, como foi que aconteceu? Demonstre o axioma 1, demonstre agora o 2, demonstre o 3... Fomos formados em uma perspectiva e fomos inseridos no mercado de trabalho em outra perspectiva.

O pesquisador responde à pergunta de PF4 e faz um breve relato do que aconteceu em sua formação acadêmica e de outros colegas que se formaram nos últimos 10 anos. Nesse sentindo, viu-se a necessidade de que os cursos de formação tenham uma atenção maior para a Educação Estatística, que contempla o ensino de Estatística, Combinatória e Probabilidade. As pesquisas na área apontam isso, e constatou-se na fala dos professores que apenas cursaram de 2 a 3 disciplinas e que ainda eram divididas com outros tópicos da Matemática. Isso fragiliza o trabalho voltado para o ensino de Probabilidade.

PF1 traz à tona que as avaliações em larga escala não se preocupam com a formação inicial e continuada do professor, mas avaliam os estudantes que estudaram com esses professores e que os resultados não serão satisfatórios. Segue o extrato de fala:

**PF1:** E isso se reflete nas avaliações em larga escala, por exemplo, o PISA (O Programa Internacional de Avaliação de Estudantes) não quer saber como os professores são formados... Ele vai avaliar o aluno nesta perspectiva diferenciada... Inclusive o Brasil é um **dos poucos países em que se adota e se usa o livro didático**. Em outros países, não existe livro didático, e quem faz a coisa acontecer é o professor. **Isso pode se tornar um entrave aqui no Brasil**. Porque para trabalhar com os esses 5 significados, você precisa desconstruir muita coisa...

**PE:** Por exemplo?

**PF1:** Por exemplo, **tem que desconstruir o uso do livro**, não é?

**PE:** Você não acha que o livro não poderia trazer os 5 significados?

**PF1:** Poderia... **Mas aí ainda tem um detalhe. Nós temos uma educação em nosso país, em que tudo está obedecendo o objetivo de alguém... Por que o livro didático atende ao objetivo de quem? Ele é bom para quem? Entendeu?** O aluno fica no meio desse fogo cruzado... Quem quer que ele se saia bem ou não? O livro didático é bom? R=É. Mas é um instrumento para você trabalhar... É algo pensado por alguém e para alguém...

Nessas falas. Percebeu-se, a partir da discussão realizada por PF1, que o Brasil não forma os professores da forma como deveria ser e usam o livro didático que obedece a interesses de alguém que está por trás do processo. PF1 foi questionado pelo pesquisador se o livro não poderia trazer os 5 significados de Probabilidade, ao que ele afirma que sim, mas questiona quem estaria por trás do processo de formação/construção do livro. Quem está no poder quer que os estudantes sejam críticos e reflexivos? PF1 traz questionamentos pertinentes em relação à ideologia que está por trás do ato de educar. A educação é um ato político e que demanda uma convergência de várias áreas e profissionais para que possa alcançar o seu maior objetivo, que seria fomentar a emancipação do sujeito e que ele possa ser um cidadão crítico, reflexivo e atuante na sociedade em que vive.

Os professores ainda levantam uma discussão para entender em que momento do ensino fundamental os estudantes deixam de gostar da Matemática e passam a odiá-la. A primeira hipótese abordada é que a culpa seria dos professores pedagogos que ensinam do 1º ano (6 anos de idade) até o 5º ano (10 anos), que não gostam de Matemática e que em seu ensino, refletiriam essa negatividade nos estudantes. O pesquisador problematizou sobre a

formação tradicional do professor especialista em Matemática. Em suma, foram citados vários fatores: abstração, formação do pedagogo, formação do licenciado em Matemática, livros utilizados, complexidade da própria Matemática, dentre outros que contribuem para o desgosto pela Matemática no ensino fundamental. Em uma formação continuada de professores, estes podem expressar as suas ansiedades e desabafam sobre os elementos que causam mal a prática pedagógica deles. Nesse sentido, o professor formador deve ter maturidade e consciência de mediar esse processo de escuta, para que se possa perceber o que está acontecendo na prática do professor, e assim se propor mudanças e ações pedagógicas que promovam uma mudança e que gerem aprendizagem mútua.

O pesquisador avança para a última discussão do encontro 02, que seria sobre o que a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) preconiza a respeito do ensino de Probabilidade para os anos finais do ensino fundamental. Os professores receberam o Quadro 01 (p. 29 da parte teórica), que expressa o que preconiza a BNCC sobre o ensino de Probabilidade.

Os professores foram questionados em relação ao que a BNCC estava trazendo em seu texto e o que eles tinham discutido até aquele momento. Veja-se o extrato de fala:

**PE:** Dentro do que a gente vem discutindo aqui, a BNCC traz essa perspectiva ou algo novo? O que vocês acham?

**PF5:** O que eu acho interessante aqui nesse documento é a gente conseguir enxergar todas as definições que você trouxe para gente de forma explícita... E o que eu achei novo foi a base trazer isso desde os anos iniciais, que eu não sabia que já começava lá... Isso foi muito bom! A única (abordagem/significado) que eu não vi aqui foi a subjetiva.

**PF4:** PE, a clássica está aqui no 9º ano... isso já existia antes, né?

**PE:** Já existia nos PCN. A gente observa esse aumento na abordagem que no 6º ano já podemos ver a clássica e frequentista andando juntas. A gente percebe que os documentos oficiais estão dando uma orientação melhor para o professor, agora nos cabe analisar se o livro irá acompanhar esse trabalho... Um exercício que eu gostaria que você fizessem agora era a análise dos livros do sistema de ensino aqui da escola para percebermos as análises.

**PF1:** Tá querendo comprar briga, né, pesquisador? Você quer o quê?

**PE:** Que vocês analisem o material e percebam como o livro aborda o conteúdo de Probabilidade e se reflete o que já discutimos até aqui...

**PF1:** Na realidade esse material é anterior à base...

**PF4:** Não, os 6<sup>os</sup> e 8<sup>os</sup> anos já estão de acordo com a base. Só os 7<sup>os</sup> e 9<sup>os</sup> anos que só virão a partir do ano que vem. Isso nos foi repassado nas reuniões sobre o sistema de ensino Bernoulli.

**PF4:** Eu terminei hoje o último exercício do livro 2 e não tinha nem nos 6<sup>os</sup> e nem nos 7<sup>os</sup> anos.

**PE:** O que vocês acham que esse material traz para o aluno? Ele atende as demandas que nós queremos e precisamos? 1º sobre o ensino de Matemática e depois sobre o ensino de Probabilidade...

**PF1:** [Olhando com um ar de riso e ironia....]

**PE:** [Não é fácil criticar algo que somos obrigados a seguir...]

**PF1:** A perspectiva do material é de: Definição, exercício, exercícios e exemplos para reproduzir os exercícios... Coloca o aluno como reproduzidor. Em que espaço o menino vai construir o seu conhecimento? R=Ele é reproduzidor... reproduzidor do material e daquilo que ele é cobrado para que reproduz. **Aqui não tem espaço para que o aluno coloque o que ele construiu ou pensa sobre Probabilidade. Entendeu?** E o pior vem uma série de... **zilhões de exercícios... e aí um menino vai ser esse boneco que vai reproduzir exaustivamente...sem questionar e refletir em cima do conteúdo... Entendesse?** Não é que seja diferente do livro didático, mas é que **o livro dá mais possibilidades e abre um leque maior... Eu sempre digo que esse trabalho com o material apostilado engessa o trabalho do professor e valoriza o tipo de ensino tradicional, onde o aluno é um mero receptor... é a velha educação bancária...você só deposita, deposita e deposita e depois o menino só vai replicar...** Aonde eu sei que o meu aluno construiu a compreensão daquele objeto matemático? **Quando ele reproduz na prova? A prova não me diz nada... Porque a prova é um espelho do que eu trabalhei mecanicamente em sala de aula...** Por que o Bernoulli não faz diferente? **Daria muito trabalho para eles... É uma hierarquia que já vem de cima....**

**Onde nós iremos discutir com os nossos alunos? Em que espaço? Veja o que estamos fazendo nesses encontros de formação: discutindo o que é acaso, o que é aleatoriedade, o que devemos ensinar, como...isso nos enriquece como professores e como pessoas...porque estamos dialogando em prol de algo...** Aonde tem espaço para você debater com o menino? **Aonde está o espaço aqui para você debater as abordagens/significados frequentista, clássico, subjetivo? Não tem! Aí não tem...** Você pega esse material e vai para uma avaliação como o ENEM...Que o menino tem que ter uma mente aberta para interpretar, analisar, ler sobre as questões... Então esse material não dá conta do recado... Não venha me dizer que isso aqui [material Bernoulli] é sinônimo de sucesso no ENEM, que não é!

**Poderia ser no vestibular tradicional. Se o professor do ensino fundamental e médio não tiver um cuidado especial de trabalhar os conceitos de uma perspectiva diferenciada, esse material não dá conta... Porque a boa escola não é aquela que forma para o ENEM, é aquela que forma o cidadão crítico para que viva de forma coerente e reflexiva em sociedade, preparando-o para os diversos desafios que ele vai enfrentar... Sou contra esse sistema apostilado, e ele é um retrocesso, mas que todas as escolas particulares de Garanhuns estão utilizando sistemas de ensino...**

Eu acho que o diferencial daqui da escola era que não tinha esse modelo, mas as irmãs agora estão seguindo esse modelo também. **TÁ, colocou a BNCC, Mas será que eu consigo perceber o desenvolvimento das habilidades da BNCC aqui? Colocar no papel é muito**

**fácil. Vamos pegar o capítulo e analisar as habilidades... o que ela traz em relação à BNCC, será que realmente contempla? Está de acordo? Ou é só conversa?**

**PE:** Será que você vai achar?

**PF1:** Entendeu? Os conteúdos estão? Talvez os conteúdos estejam de acordo com a BNCC, Mas os exercícios estão? **Que essa é a grande polêmica nos livros didáticos também. Será que as atividades vão contemplar as habilidades preconizadas na base?**

Percebeu-se, no extrato de fala, que PF1 falou tudo o que realmente acontecia dentro do contexto de ensino utilizado pela escola. Os professores não gostam do sistema de ensino adotado pela escola (e que se encontra detalhado na página 80 da metodologia) e expressam que preferiam a utilização do livro didático que era trocado na escola a cada 3 anos. Esse material utilizado atualmente, o sistema de ensino Bernoulli, tem uma visão muito tradicional do ensino e, embora apresente aspectos de uso das tecnologias e curiosidades para encher os olhos de estudantes e pais, na realidade traz um ensino tecnicista baseado na repetição de resolução de exercícios. Além disso, contém muitos exercícios e com o grau de dificuldade elevado, no qual o aluno não consegue responder sozinho à grande maioria.

Os professores concordaram com a fala de PF1, que ainda apontou que o material não propicia a discussão. Nesse sentido, fez um paralelo sobre como estavam acontecendo as discussões na formação e considerou que essa experiência estava sendo muito rica para a formação pessoal e profissional do grupo. Nesse momento de desabafo, os professores demonstraram a sua insatisfação com o uso do material e afirmaram que ele deixa lacunas na formação matemática dos estudantes e que o professor tem que sanar essas dificuldades por conta própria.

Um dos professores ainda aponta que seu sobrinho é aluno de uma das professoras que estava na formação e leva para casa muitos exercícios para fazer, que, ao ver dele, não tem necessidade, porque senão o estudante vai passar a odiar a Matemática por conta da quantidade de exercício que tem que fazer todos os dias. Uma das professoras ainda aponta que para os estudantes do 6º e 7º anos são muitos e exaustivos exercícios e que eles nem têm condição de fazer, pelo tamanho das expressões e por serem utilizadas, em algumas ocasiões, quase todas as letras do alfabeto como exercício. Podem-se perceber as ponderações dos professores no extrato de fala que segue:



**PF1:** Exatamente. Aí vamos para a realidade e trazer para o cotidiano do aluno. Tem alguns alunos que têm habilidade para a Matemática e dá show nisso aí[livro], mas tem os que não têm habilidade...

Professores: Os que não têm habilidade são a maioria...

**PF1:** E aí, para você atender os dois?

**PE:** Que é a maioria, né?

**PF3:** É a maioria...

**PF1:** Então, como vai funcionar a coisa? **Nós seres humanos só nos atentamos com aquilo que tem sentido para a gente...** Se eu estiver numa reunião que tiver conversa mole para mim...vou dormir, cochilar, passear...mexer no celular e por aí vai!!! Assim é a sala de aula! **É lógico que você não vai dizer isso ao menino...Tem que prestar atenção, vamos prestar atenção... Essa conversa não está servindo de nada para a maioria...** É por que você está trabalhando errado? R=NÃO. É porque não faz sentido, não faz sentido! Por exemplo, eu vou trabalhar no município X, e 90% são da zona rural... eu vou empurrar de goela abaixo tudo que o livro didático traz? R=Não.

**PF6:** Isso não faz sentido para eles porque não faz parte da realidade deles...

**PF5:** E quando o livro engessa a gente... e esses poucos alunos que realmente têm as habilidades e que dão show de bola e aí é onde mora a nossa dificuldade... porque a maioria não consegue acompanhar e resolver o que tem no livro. Então nós, como professores, temos que fazer essa ponta para chegar àqueles que têm dificuldade, mas a gente não tem tempo...Tempo de fazer com eles...Porque a gente tem que dar conta disso aqui...[livro]. A gente é cobrado para dar conta disso aqui...

**PF4:** A gente sempre falou disso...Tem que dar...

**PF5:** Isso é o que me frustra...

**PF1:** Os meninos tinham contato com esse material no ensino médio, mas agora expandiu para todo o fundamental... E agora generalizou a coisa... Eu trabalho assim: **Quer fazer o que está aqui? Faça! Agora eu vou trabalhar os conteúdos e não tenho tempo de fazer todos os exercícios não...** Quem quiser fazer capa a capa isso aqui... Parabéns, mas não tem sentido eu passar tudo isso para o aluno fazer em casa. E outra coisa... nós temos que privilegiar algumas coisas, porque nem tudo é tão importante assim...

**PF5:** Por exemplo, Probabilidade, você pode levar para a sala e mostrar um bingo... Mas na sua cabeça, a consciência começa a dizer, e o conteúdo do teste e o conteúdo da prova e o que ainda falta para terminar o capítulo...Isso engessa demais a gente...

**PF3:** E como a gente vai dar conta disso tudo?

**PF1:** Por exemplo, esse sistema vem de Minas Gerais... Qual é a realidade do meu aluno? Igual ao de Minas? Ah mas em Minas já estão no livro 3. Mas eu **digo: traga o livro 2, porque eu ainda não terminei o que precisamos ver... E outra: a realidade de**

**Pernambuco interior é bem diferente da capital de Minas. Talvez a realidade lá seja melhor... ou pior...**

Ficou claro no discurso dos professores que o material proposto pelo sistema de ensino Bernoulli não dá conta das demandas sociais que eles devem desenvolver nos estudantes do ensino fundamental, nos anos finais, mas que são cobrados por esse material e que ainda devem fazer todo o exercício com eles. Nesse momento, PF1 mostrou que por ter experiência com sala de aula, tem autonomia e não trabalha os conteúdos na íntegra, caso contrário, não conseguiria trabalhar com todos os conteúdos que devem ser vistos em determinado ano escolar. PF4 concorda com a postura de PF1 e afirma trabalhar na mesma perspectiva, porque senão teria que responder “n” exercícios com os estudantes que em sua grande maioria não fazem a atividade de casa.

Esse sistema de ensino vem do estado de Minas Gerais e da sua capital, Belo Horizonte, que tem uma realidade bem diferente do contexto do ensino do interior de Pernambuco. Os professores afirmam que esse formato de ensino é para manter no poder os filhos da burguesia que estudam na referida escola. Os professores trazem diversas reflexões e comentários que não foram abordados nesta pesquisa de forma aprofundada, porque não foi o foco deste estudo, mas que são imprescindíveis no papel do professor e na discussão sobre uma educação de qualidade e que levem os estudantes a desenvolverem habilidades e competências para uma vida complexa em sociedade.

Para finalizar o encontro, o pesquisador aborda na história da Matemática elementos que apontam para descobertas de matemáticos que também contribuíram para o desenvolvimento da Probabilidade e questiona se os professores já ouviram falar em Letramento Probabilístico. Eles afirmam que não, que já ouviram falar em pró-letramento matemático, mas Letramento Probabilístico não.

Em síntese, no encontro 2, o processo de formação continuada fez com que os professores desenvolvessem compreensões sobre a Probabilidade de forma geral. Eles se posicionaram de forma crítica e debateram entre si elementos teóricos e didáticos que fomentavam o Letramento Probabilístico. Nesse encontro, os professores interpretaram o problema de Monty Hall e perceberam que as suas intuições podiam levá-los a interpretações errôneas de situações probabilísticas. Fernandes (1999) percebeu, em sua pesquisa, que a intuição é a primeira compreensão que professores e estudantes desenvolvem na

compreensão de conceitos matemáticos. Mas especificamente na Probabilidade, a intuição pode fazer com que o sujeito não consiga perceber as particularidades do evento solicitado, e esse raciocínio equivocado leve o sujeito ao erro. Não se considerou o erro como algo negativo, mas que pode ser convertido em aprendizagem quando percebido e questionado. Assim, no encontro de formação continuada, os professores tiveram a oportunidade de falar e discutir entre si as suas impressões e conclusões a partir dos dados e contextos diferenciados.

Outro aspecto importante relacionado ao segundo encontro foi o trabalho com os significados de Probabilidade de Batanero (2005), em que os professores afirmaram ter contato com o significado intuitivo, por ser algo inerente ao sujeito, mas que não tinham consciência dele, o significado clássico e em alguns momentos o frequentista. Mas não lembravam ou não tinham visto em sua formação inicial os significados axiomático e subjetivo. Outra contribuição do processo formativo seria o levantamento de elementos conceituais que os professores esqueceram ou que não tinham conhecimento simplesmente. Mas a contribuição maior foi fazer com que os professores se apropriassem dos elementos concernentes à Probabilidade e os seus principais conceitos, porém que eles a partir de então se posicionassem de forma crítica através desses conceitos recém aprendidos. Isso mostra que um processo de formação continuada na perspectiva do Letramento Probabilístico pode fazer com que os professores se desenvolvam nos aspectos teóricos e didáticos em relação ao ensino de Probabilidade.

#### 4.3 ENCONTRO 03: ANÁLISE DO MATERIAL DO SISTEMA DE ENSINO E DISCUSSÃO SOBRE LETRAMENTO PROBABILÍSTICO

O objetivo desse terceiro encontro de formação foi dar continuidade à análise o sistema de ensino na parte concernente à Probabilidade do 6º ao 9º ano, à luz do que a BNCC preconiza, e iniciar a discussão sobre Letramento Probabilístico a partir da perspectiva de Gal (2005). No início do encontro, os professores mostraram os livros que trouxeram sobre o sistema de ensino Bernoulli, utilizados pela escola para auxiliar no ensino de Probabilidade.

Como o sistema divide o conteúdo do ano letivo em 4 volumes, essa divisão pressupõe a utilização de 4 bimestres, ou seja, 1 volume a cada bimestre. O professor e os alunos não

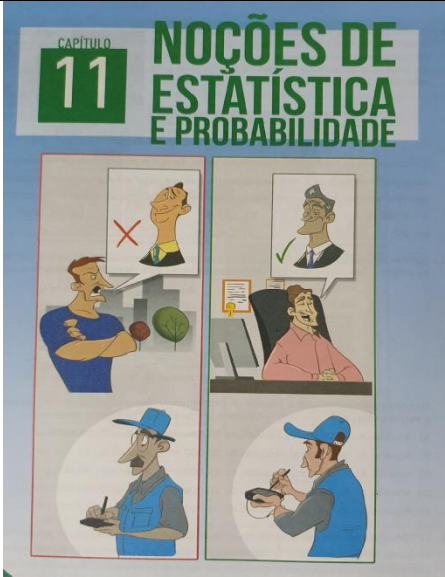
recebem os 4 volumes no início do ano, vão recebendo de acordo com o avanço dos bimestres. Na ocasião da coleta de dados da pesquisa, os professores estavam finalizando o 2º bimestre no final do mês de junho. Então os professores só tinham acesso aos 2 livros utilizados nos 2 bimestres vivenciados até aquela data. No volume 1 de cada componente curricular/área do saber, existe um sumário que indica quais serão os conteúdos que serão vivenciados no decorrer do ano nos 4 volumes.

Os professores fizeram a análise dos sumários dos volumes 1 de cada ano de escolarização envolvidos na pesquisa: 6º, 7º, 8º e 9º anos. Eles perceberam que os volumes/livros do 6º e 8º anos já estavam alinhados com o que preconiza a BNCC (2017), que é o novo documento oficial do Brasil que orienta o ensino de Matemática. Já os livros do 7º e 9º anos não estavam alinhados com a BNCC. Uma das professoras relatou ter participado de uma formação dada pelo Sistema Bernoulli, na qual eles afirmaram que a partir do ano de 2020, toda a coleção do 6º ao 9º estaria adequada de acordo com as novas orientações curriculares brasileiras BNCC (BRASIL, 2017).

Uma primeira impressão sobre os volumes de Matemática que são utilizados na escola pelos professores é que não haveria como analisar naquele momento da formação o que cada volume traz em relação ao ensino de Probabilidade, porque os professores constataram que para o 6º ano, a parte de Probabilidade só seria vivenciada no 3º bimestre, enquanto no 7º ano, o conteúdo de Probabilidade não é visto. No 8º ano, o conteúdo aparece no 3º bimestre, e no 9º ano a Probabilidade é vista apenas no 4º bimestre. Com essa análise inicial, os professores perceberam que não poderiam analisar se os volumes estariam seguindo as orientações, porque não estavam com o material em mãos. Mas mesmo sem o material em mãos, os professores afirmaram que pelo que tinham visto nos dois encontros de formação, o material do sistema de ensino estava muito voltado para o significado clássico ou Laplaciano da Probabilidade, não contemplando os outros significados vistos.

Já que não se teve acesso ao material pedagógico utilizado para o ensino de Matemática, haja vista que se estava no final do 2º bimestre, a análise do material ficou como uma tarefa que seria realizada pelo pesquisador no momento em que os professores recebessem esse material. Na imagem da Figura 13, que segue, pode-se observar como a Probabilidade é apresentada no volume 3 do 6º ano do ensino fundamental:

Figura 13: A probabilidade no livro do 6º ano do Sistema de Ensino Bernoulli Coleção 4v. Matemática Bernoulli (2019).




**3. Possibilidades e probabilidade**

A probabilidade de um evento acontecer é o mesmo que a chance de ocorrência desse evento dentre as várias possibilidades existentes.

O conjunto formado pelas possibilidades de um determinado acontecimento denomina-se espaço amostral. O número de elementos do espaço amostral é indicado por  $n(E)$ .

Veja o exemplo seguinte:

- No lançamento de um dado, o espaço amostral é o conjunto  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , uma vez que um dado comum tem 6 faces, numeradas de 1 a 6. Assim,  $n(E) = 6$ .

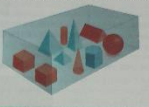


Para determinar a probabilidade de sair um número par no lançamento do dado, o conjunto formado pelos elementos que satisfazem à condição dada é  $U = \{2, 4, 6\}$ , ou seja,  $n(U) = 3$ .



Bernoulli Sistema de Ensino

25. Considere que Matheus vá retirar, do interior da caixa representada a seguir, um sólido dentre vários tipos disponíveis. **COMPLETE** a tabela com a probabilidade em cada caso.



Sólido retirado	Probabilidade		
	Forma fracionária	Forma decimal	Forma percentual
Um cubo			
Um sólido que não seja paléandro			
Um prisma			
Um poliedro			
Um poliedro que não seja pirâmide			


26. Jaqueline está fazendo uma prova de múltipla escolha. Cada questão tem 4 alternativas (A, B, C, D). Qual a probabilidade de ela "chutar" o gabarito e acertar a questão? **REPRESENTE** a resposta por meio de fração e utilizando a forma percentual.

27. Uma caixa de bombons vem com 12 bombons de chocolate ao leite, 3 de chocolate meio amargo e 10 de chocolate branco. Bárbara abriu a caixa e deixou cada um de seus colegas pegar um bombom sem olhar para dentro da caixa ao escolher. Qual a chance de o 1º a escolher pegar um bombom

A) de chocolate branco? C) que não seja meio amargo?

B) de chocolate branco ou meio amargo?

28. No jogo de roleta, cada um dos valores representados possui a mesma chance de sair. Considerando a roleta seguinte, qual é a chance de, ao girar a roleta, o ponteiro parar em um número múltiplo de 5? **REPRESENTE** a probabilidade na forma percentual.



A probabilidade de um evento é dada por  $P(U) = \frac{NU}{NE}$

Assim, a probabilidade  $P(U)$  de sair um número par no lançamento do dado é  $P(U) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ .

Essa probabilidade pode ser representada também na forma percentual, ou seja,  $\frac{1}{2} = 50\%$ .

**EXERCÍCIOS RESOLVIDOS**

03. Paulo e seu amigo estão brincando de jogar uma moeda e um dado simultaneamente e adicionar os resultados do lançamento. Quem acerta os dois resultados marca 5 pontos; quem acerta apenas um dos resultados marca 3 pontos; e quem erra os dois resultados não pontua.

A) **ESCREVA** todas as possibilidades de resultado.

B) Se um dos amigos escolher cara e 5, qual a chance de marcar 3 pontos?

**Resolução:**

A) Para o dado, as possibilidades são 1, 2, 3, 4, 5 e 6; já para a moeda, são cara e coroa. Assim, os possíveis resultados são:

Cara e 1	Coroa e 1
Cara e 2	Coroa e 2
Cara e 3	Coroa e 3
Cara e 4	Coroa e 4
Cara e 5	Coroa e 5
Cara e 6	Coroa e 6


B) Dentre as 12 possibilidades de resultado, ele marcará 3 pontos se sair uma das possibilidades seguintes:

Cara e 1
Cara e 2
Cara e 3
Cara e 4
Cara e 5
Coroa e 6

Assim, a chance será de  $\frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\%$ .

**EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM**

23. O dado representado tem 8 faces e é utilizado em alguns jogos.



A) Qual é o espaço amostral correspondente ao lançamento desse dado?

B) Qual é o conjunto que compõe o evento "sair número par no lançamento"?

C) Qual é a probabilidade de, no lançamento desse dado, a face voltada para cima ser um número ímpar? E um número primo?

24. Em um baralho com 52 cartas, existem 4 naipes – 2 vermelhos (copas e ouros) e 2 pretos (pau e espadas) –, cada um com 13 cartas numéricas, com valores de 2 a 10, e 4 cartas representadas por letras, sendo elas A, J, Q e K. Um mágico pede a você que escolha uma carta, sem olhar.

A) Qual a chance de essa carta ser um 7? E um 3?

B) Existe alguma carta que tem maior chance de ser escolhida? **JUSTIFIQUE.**

C) Qual a probabilidade de a carta escolhida ser vermelha e representada por letra?

Fonte: Sistema de Ensino Bernoulli (6º ANO, 2019. P.66).

A abordagem dada ao ensino de Probabilidade do 6º ano não segue de forma mais abrangente as orientações da BNCC (2016). O volume traz a definição de Probabilidade de forma sintética e não cita o significado frequentista de Probabilidade, que está presente na orientação para o ensino do 6º ano na BNCC. Veja-se a orientação para o 6º ano na Figura 14, que segue:

Figura 14: Orientação da BNCC para o ensino de Probabilidade no 6º ano

6º	Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável; Cálculo de probabilidade por meio de muitas Repetições de um experimento (frequências de ocorrências e probabilidade frequentista)	(EF06MA28) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, expressando-a por número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
----	---	--

Fonte: Elaboração do autor baseado na BNCC (BRASIL, 2017).

À luz do que o documento oficial aponta, o volume traz parcialmente a definição de Probabilidade na perspectiva clássica, mas não faz menção ao cálculo da Probabilidade a partir de frequências de ocorrências, que seria o significado frequentista, de acordo com Batanero (2005). Foge do escopo desta pesquisa analisar de forma aprofundada os volumes utilizados pela escola, assim como as orientações oficiais do Brasil. Contudo, pode-se tecer uma reflexão sobre ambos os aspectos, porque estão presentes de forma direta no fazer pedagógico do professor de Matemática, orientando a sua prática enquanto material disponível para o trabalho em sala de aula junto aos estudantes. Estão sendo estabelecidos cruzamentos de análise entre a BNCC (2016) e os volumes do sistema de ensino utilizados pelos professores, sobretudo para ser possível refletir que elementos estão postos e se fomentam ou não o Letramento Probabilístico, que é a ideia central desta pesquisa, no contexto da formação continuada de professores.

Como já mencionado, o livro/volume do 7º ano do ensino fundamental não traz indicações sobre o ensino de Probabilidade. Essa ausência não deveria acontecer, haja vista que se está pensando em um ensino em forma de espiral, em que os estudantes revisitam todos os conteúdos no decorrer do ensino fundamental e médio. Isso poderá contribuir para que os estudantes supostamente necessitem de mais anos de escolarização para aprender os conteúdos relacionados aos eixos norteadores do ensino de Matemática brasileiro: Estatística e Probabilidade, Números, Geometria, Álgebra e funções e Grandezas e Medidas.

A BNCC recomenda que no 7º ano deveria ser feito um trabalho com experimentos aleatórios, espaço amostral e com estimativas de probabilidade, conforme se pode perceber na Figura 15, que segue.



Figura 15: Orientação da BNCC para o ensino de Probabilidade no 7º ano.

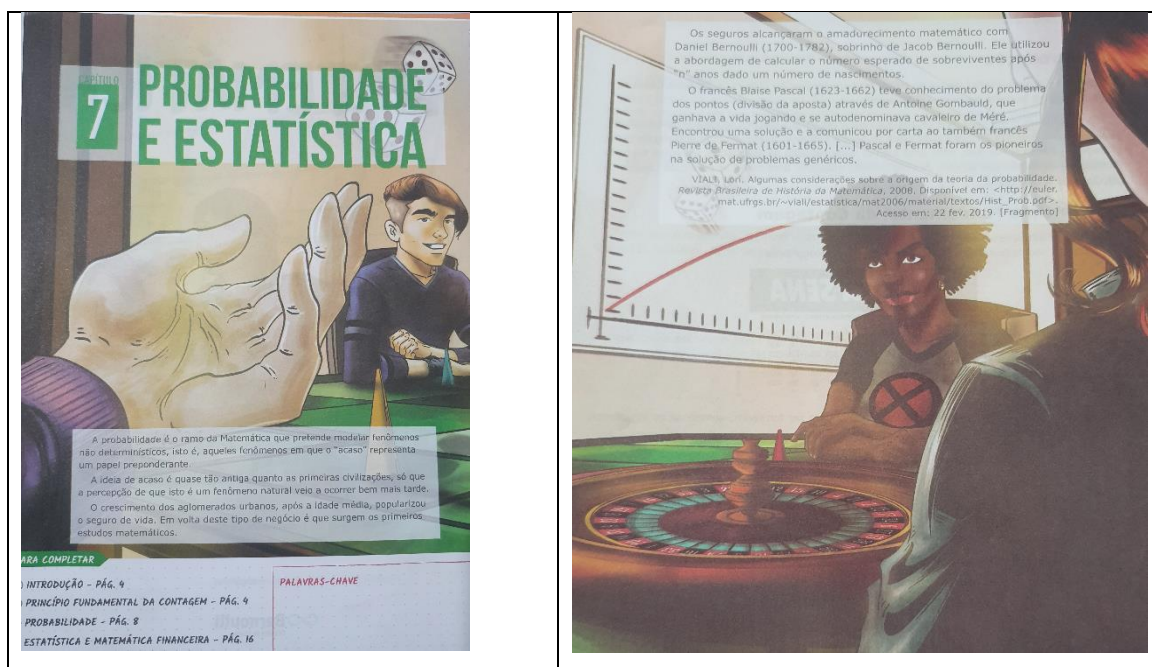
7º	Experimentos aleatórios: espaço amostral e estimativa de probabilidade por meio de Frequência de ocorrências	(EF07MA28) Planejar e realizar experimentos aleatórios ou simulações que envolvem cálculo de probabilidades ou estimativas por meio de frequência de ocorrências.
----	--	---

Fonte: Elaboração do autor, baseada na BNCC (2017).

De acordo com a BNCC (2016), nos anos finais devem ser trabalhadas determinadas habilidades para o desenvolvimento de competências em Matemática em cada ano de escolarização. Se não há discussão do conteúdo de Probabilidade em determinado ano, de acordo com as orientações oficiais, então, o ano seguinte acabará ficando sobrecarregado ou então suprimido da vivência do estudante, acarretando lacunas em sua formação.

No livro/volume do 8º ano do ensino fundamental, a Probabilidade aparece no 3º bimestre. Ficou perceptível que para o 8º ano a abordagem de apresentação da Probabilidade muda em relação ao 6º ano. Isso se dá porque logo de início, o material do sistema de ensino Bernoulli indica que a Probabilidade vai trabalhar com o acaso e em seguida faz um recorte histórico de onde surgiram os primeiros estudos em Probabilidade e quem foram os primeiros matemáticos a estudarem sobre o assunto (Figura 16).

Figura 16: Introdução ao ensino de Probabilidade no 8º ano



Fonte: Sistema de Ensino Bernoulli (8º ANO, 2019. PÁG. 02).

De acordo com as orientações da BNCC, para o 8º ano do ensino fundamental, deve ser abordada a Probabilidade em articulação com o Princípio Fundamental de Contagem (PFC), como o trabalho com a soma das probabilidades dos elementos de um espaço amostral. Pode-se observar essa orientação na Figura 17:

Figura 17: Orientação para o ensino de Probabilidade para o 8ºano na BNCC

8º	Princípio multiplicativo da contagem Soma das probabilidades de todos os elementos de um espaço amostral	(EF08MA19) Calcular a probabilidade de eventos, com base na construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo, e reconhecer que a soma das probabilidades de todos os elementos do espaço amostral é igual a 1.
----	---	--

Fonte: Elaboração do autor, baseada na BNCC (BRASIL, 2017).

O volume 3 do 8º ano aborda a Probabilidade de acordo com as orientações da BNCC (2017), iniciando através do princípio multiplicativo de contagem, para que os estudantes consigam perceber uma articulação entre a Combinatória e a Probabilidade. Considerou-se positiva essa postura de iniciar o estudo do conceito mobilizando a sua história, de onde surgiu e como pode ser ampliada a compreensão a partir de alguns aspectos do estudo da combinatória também. O livro traz as propriedades indicadas para o 8º ano, como se pode perceber na Figura 18.



Figura 18: Propriedades da Probabilidade para o 8º ano no livro do sistema de ensino Bernoulli.

### 3.6. Propriedades

**Propriedade 1**  
Se  $S$  é o espaço amostral, então  $P(S) = 1$ .  
Demonstração:  $P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1$

**Propriedade 2**  
A probabilidade do evento impossível é zero.  
Demonstração:  $P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0$

**Propriedade 3**  
Se  $A$  é um evento de um espaço amostral  $S$ ,  $\bar{A}$  é o evento complementar, ou seja,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ .  
Demonstração:  
Observe que  $n(\bar{A}) = n(S) - n(A)$ . Logo,  $P(\bar{A}) = \frac{n(S) - n(A)}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} - \frac{n(A)}{n(S)} = 1 - P(A)$ .

Exemplo:

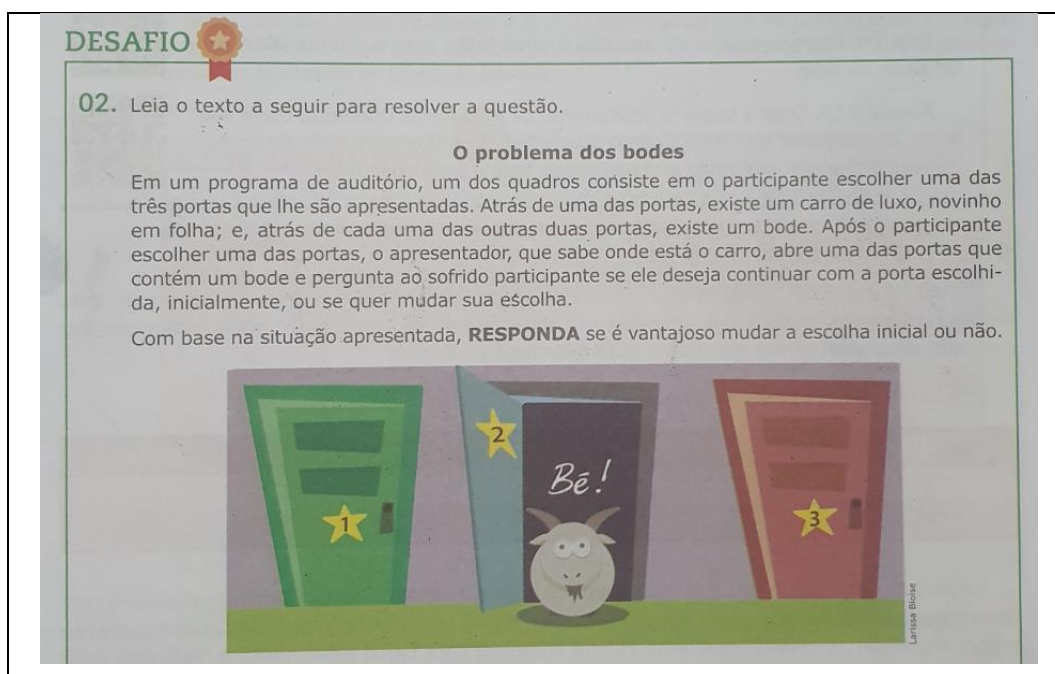
- Uma urna contém 80 bolinhas numeradas de 1 a 80. Qual a probabilidade de, ao retirarmos uma bolinha da urna, encontrarmos um número que não é múltiplo de 10?

Seja  $A$  o evento, o número sorteado é múltiplo de 10. Então,  $A = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80\}$  e a probabilidade de ocorrer  $A$  é  $P(A) = \frac{8}{80} = \frac{1}{10}$ . O evento que queremos calcular é a probabilidade do evento complementar de  $A$ . Ou seja,  $P(\bar{A})$ . Então,  $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{10} = \frac{9}{10}$ .

Fonte: Elaboração do autor, baseada na BNCC (BRASIL, 2017).

De uma maneira geral, o volume 3 apresenta o trabalho com a Probabilidade e ainda traz o problema de Monty Hall, já abordado por ocasião do segundo encontro de formação com os professores, mas com a denominação de “Problema dos Bodes” (Figura 19).

Figura 19: O Problema dos Bodes no livro do 8º ano do sistema de ensino



Fonte: Sistema de Ensino Bernoulli (8º ANO. PÁG.14).

O volume 3 do Sistema Bernoulli consegue abordar os principais temas orientados pela BNCC (BRASIL, 2017) para o 8º ano do ensino fundamental. Mas é válido salientar que se sentiu falta de mais atividades problematizadoras, como é o caso do problema dos bodes vistos na Figura 19. Em relação aos elementos de conhecimento e de disposição apontados por Gal (2005), viu-se que o livro traz a discussão da Probabilidade, mas ainda aborda de maneira inicial esses elementos, de modo a fomentar a tomada de decisão dos estudantes. Por exemplo, a maioria dos exercícios do volume 3 estavam pautados no cálculo da probabilidade de determinado evento acontecer. Essa deveria ser a postura inicial depois de uma problematização, haja vista que a tomada de decisão por parte do estudante só acontecerá se ele for questionado pelo material ou pelo professor, de forma que o leve à reflexão e análise crítica de uma situação a partir do olhar da Probabilidade.

Como o 8º ano já estava adequado às orientações da BNCC (2017), viu-se uma melhora em relação ao que foi iniciado no 6º ano do ensino fundamental, que ainda não estava adequado à BNCC. No entanto, acreditou-se que mais questões críticas podem ser inseridas na discussão do material, para que haja posteriormente uma construção de conhecimento em Probabilidade, pautada na perspectiva do Letramento Probabilístico.

Já o 9º ano do ensino fundamental traz o ensino de Probabilidade no 4º volume, na mesma perspectiva do trabalho desenvolvido no 8º ano, iniciando a partir da discussão sobre o princípio fundamental de contagem e discutindo problemas de contagem que são vistos na sociedade, tais como: a senha de um cofre de banco, códigos de barras de produtos, placas de automóveis, como ganhar na mega-sena (loteria) etc. Esses problemas possibilitam a criação de situações para a contextualização da Probabilidade, uma vez que os estudantes questionam de que maneira utilizarão esse conhecimento em suas vidas. A orientação para o ensino de Probabilidade para o 9º ano é apresentada na figura 20.

Figura 20: Orientação para o ensino de Probabilidade para o 9ºano na BNCC.

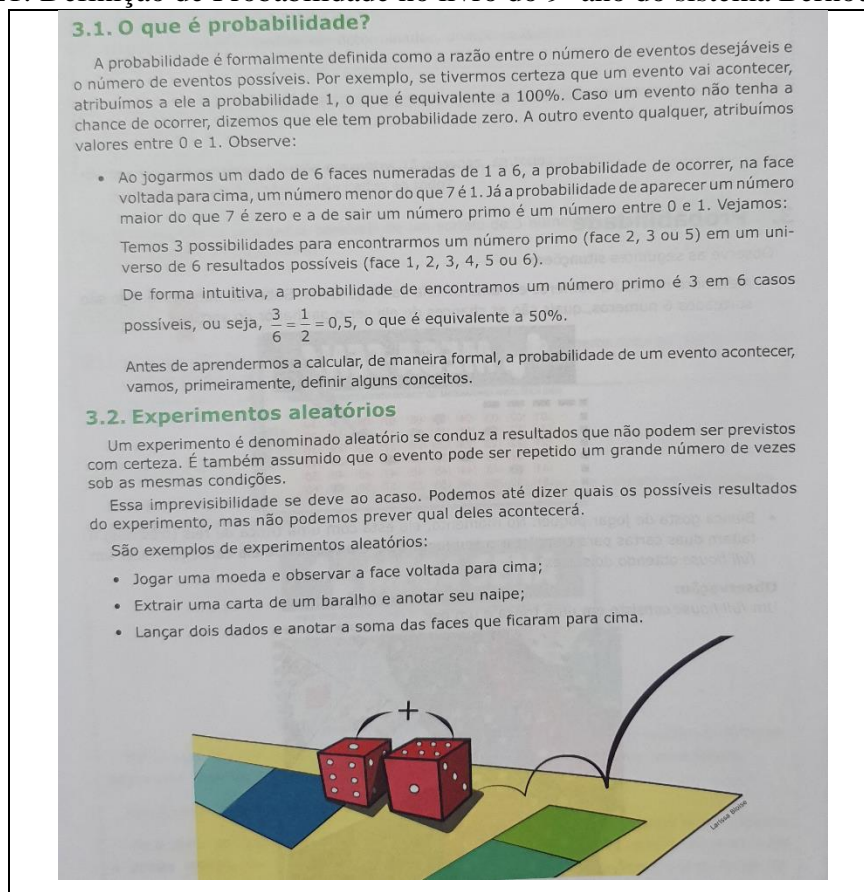
9º	Análise de probabilidade de eventos aleatórios: eventos dependentes e independentes	(EF09MA19) Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos.
----	---	--

Fonte: Elaboração do autor baseado na BNCC (BRASIL, 2017).

Como se pode perceber na Figura 20, a orientação afirma que deve ser trabalhada a análise de probabilidade em eventos aleatórios dependentes e independentes e que os estudantes consigam desenvolver o seu cálculo. O volume 4 do 9º ano não tem um olhar mais específico para a orientação da BNCC (BRASIL, 2016). O material aponta para a definição clássica de Probabilidade, que seria a razão do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis, e dá vários exemplos para que os estudantes apreendam essa ideia. O livro menciona que a Probabilidade estaria contida entre 0 e 1, mas não faz nenhum comentário para explicar essa afirmação.

O material do 9º ano ainda traz elementos concernentes ao espaço amostral, eventos aleatórios, evento complementar, propriedades, espaço amostral em eventos equiprováveis e o problema dos bodes também. Destacou-se a ênfase dada ao significado clássico de Probabilidade na Figura 21:

Figura 21: Definição de Probabilidade no livro do 9º ano do sistema Bernoulli de ensino



Fonte: Sistema de Ensino Bernoulli (9º ano, p. 14).

O volume 4 do 9º ano ainda não estava seguindo as orientações da BNCC (Brasil, 2017). O material ainda estava muito focado no significado clássico de Probabilidade, com ênfase no trabalho com jogos de azar/sorte e no significado clássico. Ao que parece, existe um esforço em fazer com que o estudante aprenda a definição clássica de Probabilidade e entenda o que são fenômenos aleatórios. Mas não foram identificadas nesse volume atividades que levassem os estudantes a realizar experimentos, nem sugestão de *softwares* que pudessem ser utilizados na experimentação, para que pudesse existir uma discussão sobre o significado frequentista de probabilidade.

Fazendo uma análise geral do que o material do Sistema Bernoulli do 6º ao 9º ano traz para o ensino de Probabilidade, pode-se dizer que o único ano que se aproxima do esperado para o ensino que se defende nessa formação seria o que está proposto no 8º ano. Nos demais volumes veem-se uma fragilidade nas abordagens e uma defesa implícita do significado clássico de Probabilidade. Isso faz refletir que esse material didático utilizado

pelos professores de Matemática dos anos finais nessa escola não contempla o que a BNCC coloca como básico, que deveria ser trabalhado no ano específico.

Salienta-se ainda que o material também deixa a desejar na perspectiva do Letramento Probabilístico, uma vez que não traz grandes questionamentos para os estudantes em relação ao desenvolvimento do raciocínio probabilístico. A grande maioria dos exercícios e das atividades trazidas no livro tem o foco no cálculo da Probabilidade, seguindo uma perspectiva da abordagem clássica. Pode-se entender que o objetivo do material é preparar o estudante para o cálculo, mas não abre o espaço para discussão de elementos que irão fomentar a tomada de decisão por parte dos estudantes e contribuir para o seu Letramento Probabilístico.

Assim, pode-se concluir que os professores envolvidos nesta pesquisa teriam que complementar a sua prática pedagógica em relação ao letramento probabilístico, com materiais complementares e que pudessem levar o estudante a se posicionar de forma crítica diante de situações problematizadoras que poderiam ser aplicadas nos mais diferentes contextos da sociedade.

Nesse sentido, como esse material de suporte para o ensino de Matemática na escola não contribui para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico, conforme essa análise introdutória e breve que foi feita, entende-se que no contexto da continuidade da formação, nesse terceiro encontro, os professores deveriam ser questionados se já tinham pensado nessa ideia de Letramento Probabilístico. Como os professores afirmaram que não, o pesquisador então questionou o que seria para eles alfabetizar e o que seria letrar. PF1 respondeu a esse questionamento da seguinte forma:

**PF1:** É... a alfabetização, o camarada lê, né? Escreve! Escreve e lê, né? Ele decodifica os sinais... agora o letramento acho que está na questão do entendimento do que ele está escrevendo e lendo. Porque eu posso ler tranquilamente, mas consigo interpretar o que está sendo escrito. Então eu estou alfabetizado.

**PE:** E o Letramento?

**PF1:** E o letramento, no caso da Língua Portuguesa, seria você ter uma visão crítica do que você está lendo. Não é?

**PE:** Ok!

**PF1:** Aí você passando na questão do Letramento Matemático, seria você **interpretar o sentido dos números**, conhecer os números, fazer as continhas, tudo direitinho, mas qual os sentidos dos números? Acho que é por aí, né?

**PF5:** É compreender o contexto que ele está, para poder resolver as situações...

**PF1:** Eu sei calcular probabilidade. Mas eu preciso saber dar sentido àquilo que eu calculei. É uma questão de uma visão crítica do que eu estou trabalhando, do que eu estou calculando.

PF1 afirma que estar alfabetizado está ligado a saber ler e escrever, já o letramento seria o estudante entender o que está lendo. Entende-se que a alfabetização seria a decodificação de símbolos, ou seja, o sujeito consegue estabelecer uma relação entre letras (grafemas) e sons (fonemas). Já a ideia de Letramento em Língua Portuguesa estaria ligada ao estabelecimento de sentido que uma pessoa faz em relação àquilo que está lendo. A resposta de PF1 com a ajuda de PF5 está de acordo com o que Soares (2005) aponta sobre alfabetização e Letramento e que já se abordou em outra seção do relato desta pesquisa de doutorado. Julgou-se interessante a resposta dos professores, porque até aquele momento, não se tinha abordado qualquer questão específica sobre Letramento. Mas de acordo com suas respostas, eles demonstram ter um conhecimento prévio na área de Língua Portuguesa sobre alfabetizar e letrar. Esse aspecto é muito positivo, porque contribui para que os professores articulem o que já sabem com a nova ideia sobre Letramento Probabilístico que estavam iniciando a discutir.

Gal (2005) aponta que o letramento, em língua materna, também contribui e é uma das etapas para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico, um vez que os sujeitos precisam compreender os enunciados que lhe são postos e as situações sociais que se apresentam diariamente no viver em sociedade.

O pesquisador questiona aos professores se existiria a possibilidade de trabalhar com os estudantes na perspectiva do Letramento Probabilístico. PF1 mais uma vez se antecipa e responde:

**PF1:** De acordo com o que a gente trabalhou no último encontro, por exemplo, **toda aquela questão... dos significados que a gente viu tudo direitinho... eu acho que você possibilita com que o aluno se aproprie dos significados de probabilidade, então você está no processo de Letramento...** Se você aplica só Laplace... a regrinha de Laplace, o número de casos favoráveis sobre o número de casos possíveis, isso para mim não é letramento, né? **Qual o significado que tem aquilo ali? Que interpretação o aluno está fazendo naquela situação?**

**PE:** É verdade! Pode falar...

**PF1:** Se aparecer na televisão alguma informação envolvendo probabilidade e estatística, será que o menino vai saber traduzir aquela informação? Ou será que ele vai saber tirar conclusões daquilo que está sendo mostrado na televisão? Não é? Na campanha política, por exemplo, aparece bastante, né?

**PE:** Isso!

**PF1:** Aí o camarada **tem que ter uma visão crítica daquilo ali, porque ... até porque os dados da Estatística eles podem ser muito manipulados, né?** Você estudar um gráfico Estatístico, por exemplo, em questões de voto, tem muita coisa por trás daquilo ali para poder sair aquela informação, né?

**PF4:** Até porque pode ter uma margem de erro, para mais ou para menos...

PF1 faz menção aos dois primeiros encontros de formação e afirma que se os estudantes tiverem acesso de forma crítica a todos os significados de Probabilidade, eles teriam ali o desenvolvimento do Letramento Probabilístico. Na visão de PF1, o estudante precisa se apropriar dos significados, para poder interpretar as informações que o rodeiam e que o trabalho, só com o significado clássico ou laplaciano de Probabilidade, seria insuficiente para o desenvolvimento do Letramento.

PF1 ainda questiona que a própria Estatística precisa ser analisada de forma crítica, haja vista que os dados estatísticos são produzidos, e as pessoas não sabem como eles foram obtidos, abrindo assim uma margem para a manipulação de dados. Essa análise contribuiu para que os professores percebessem que ensinar Probabilidade, na perspectiva do Letramento Probabilístico, seria levar o estudante a refletir sobre o que estão realizando, seja o cálculo, seja uma leitura que envolva informações probabilísticas, mas que precisaria de uma interpretação crítica.

Por outro lado, a fala de PF1 remete aos elementos já abordados nesta pesquisa sobre o Letramento Probabilístico na perspectiva de Gal (2005), o qual defende que a pessoa precisaria estar munida de elementos de conhecimento e de disposição para poder se posicionar criticamente frente a informações probabilísticas. Nesse momento da formação continuada, os professores iniciam uma compreensão mais profunda sobre o ensino através do Letramento Probabilístico.

O pesquisador questiona os professores sobre quem estaria por trás dos interesses do sistema de ensino. PF1, no encontro dois, fez os seguintes questionamentos: *Para que esfera estamos ensinando? Eles vão obedecer ao quê? Para qual interesse? Qual o interesse que a gente está formando neles? Será que essa formação é voltada só para o Enem? Ou só para um vestibular ou ela tem um algo a mais por trás?* Os professores estão cientes e percebem que essas questões fazem parte de uma reflexão maior sobre o ensino. O pesquisador então refaz essas perguntas. PF4 responde o seguinte:

**PF4:** O correto seria ter algo a mais nessa formação dos alunos... O correto seria, né? Mas infelizmente o sistema não é só aqui na escola não, mas o sistema (instituição escola) como um todo bate muito em cima, você faz até sem querer.... Ser rígido... “Estude meu filho para você entrar na faculdade! Estude!” Porque é assim a realidade... Na minha casa eu escutei muito isso! E eu repeti: “Meu filho, estude para você passar numa universidade pública”. Está entendendo?

**PF5:** Tudo é... estude para passar na prova... estude para você passar...

**PF4:** Entendeu? Para ter uma profissão...

PF4 demonstra que existe uma pressão relacionada ao estudo para se chegar a algum lugar, mas que muitas vezes não está relacionado ao que o estudante quer e nem para o que o professor gostaria de desenvolver. PF4 afirma que o sistema faz com que os professores cobrem muito dos estudantes, para que eles possam tirar uma boa nota nos exames como o ENEM, que seria a porta de entrada para a universidade. E a preferência da aprovação dos estudantes deveria ser uma universidade pública. O sistema a que PF4 se refere pode estar ligado a diferentes instituições, como aquelas que querem se manter no poder ou perpetuar as suas ideologias vigentes. Contudo, como esse aspecto não é o foco deste trabalho, não se aprofundará essa discussão.

Compreendeu-se a fala dos professores e afirmou-se que o momento de formação continuada que eles estão vivenciando é rico não apenas para eles como participantes, mas também para quem pesquisa na condição de formador e pesquisador, havendo, portanto, aprendizagens de ambos os lados. Apontou-se que essa formação tem como base as contribuições de professores e pesquisadores na área de Educação Estatística e que por uma escolha de pesquisa, os professores estavam trabalhando através da formação com a ideia de Letramento Probabilístico do professor e pesquisador Iddo Gal, da Universidade de Haia, em



Jerusalém, e com os significados de Probabilidade desenvolvidos pela professora e pesquisadora Carmen Batanero, da Universidade de Granada, na Espanha. Afirmou-se ainda que existiam outros teóricos que trabalham com o ensino de Probabilidade, como os professores e pesquisadores Peter Bryant e Terezinha Nunes, ambos da Universidade de Oxford, que defendem o ensino de Probabilidade através de demandas cognitivas.

O pesquisador mostrou para os professores que existiam diferentes discussões sobre o ensino de Probabilidade na atualidade, mas que no contexto desta pesquisa, eles iriam se aprofundar no que Gal (2005) desenvolveu e sistematizou sobre Letramento Probabilístico. Nesse momento, os professores receberam uma tradução do texto de Gal (2005), intitulado *Towards 'probability literacy' for all citizens*. Fizeram a leitura na sala, para que na sequência pudessem discutir e sistematizar os elementos do texto, com a mediação do pesquisador.

Por ocasião da leitura individual do texto de Gal (2005), os professores sorriam e balançavam a cabeça em sinal de concordância com o texto. Comentavam com o colega do lado que era exatamente o que eles estavam discutindo na formação. Após a leitura desse texto pelos professores, o pesquisador então entregou outro texto de sua autoria (EUGÊNIO, 2016) e intitulado “Letramento Probabilístico: o não determinístico é determinístico na formação do professor?” para os professores lerem em casa e discutirem no encontro 4.

Logo após a leitura do texto, o pesquisador faz a retomada da discussão sobre letramento probabilístico fazendo a leitura do slide 39:

Nos contextos do ensino da Matemática na Educação Básica, o letramento probabilístico seria semelhante ao letramento na língua materna. Na área de linguagem, uma pessoa é considerada alfabetizada quando consegue ler e escrever, ou seja, quando se consegue decodificar a simbologia da língua. Mas só é considerada letrada, quando consegue fazer uma leitura crítica do mundo que a rodeia através da leitura e escrita (SOARES, 2005, p. 30).

Dialogou-se com os professores, expondo algumas definições de Letramento, para poder depois chegar à ideia de Letramento Probabilístico. Nesse processo de construção/discussão dessa ideia, foram apresentadas também aos professores as demandas cognitivas sugeridas por Bryant e Nunes (2012), para a compreensão de Probabilidade. Esses autores apontam em seus estudos que a Probabilidade é um conceito complexo e que tem quatro demandas cognitivas para a sua construção: compreender a natureza e as consequências da aleatoriedade; formar e categorizar o espaço amostral; comparar e

quantificar probabilidades e entender as correlações. Nesta pesquisa, não foram realizadas atividades específicas baseadas nessas demandas postas por Bryant e Nunes (2012), mas reconheceu-se a importância e a contribuição desses pesquisadores para o campo de ensino da Probabilidade.

No slide seguinte, conforme se destacou em seguida, o pesquisador inicia a discussão do Letramento Probabilístico segundo Gal (2005), que se configura na proposta norteadora desta pesquisa.

**PE:** Gal (2005) aponta que o letramento probabilístico deve ser construído com os alunos desde o seu início de escolarização.

Diferentes olhares como: previsibilidade de um conceito, incerteza, calcular/comunicar probabilidades, linguagem, contexto do conceito, questões críticas envolvendo diferentes situações para o conceito.

Probabilidade precisa ser ensinada de forma longitudinal desde os anos iniciais de escolarização e solidificando no decorrer do processo até culminar na aprendizagem mais ampla no final do ensino médio.

Licenciaturas em Pedagogia e Matemática podem caminhar juntas na formação de professores letrados estatística e probabilisticamente.

Pode-se perceber no teor do texto desse slide que Gal (2005) se preocupa com a parte matemática do conceito, mas acrescenta a ela o fator da criticidade. Nesse sentido, o sujeito necessita ter o conhecimento matemático, mas precisa fazer um bom uso desse conhecimento a partir do estabelecimento de relações, tomada de decisão a partir de análise de dados, fatos ou argumentos.

Quando foi realizada a revisão sistemática da literatura no âmbito dos estudos de doutoramento, as pesquisas apontavam que os cursos de licenciatura têm poucas disciplinas voltadas para a discussão da Estatística e Probabilidade. Entende-se que os cursos de formação de professores em Pedagogia e Matemática precisam refletir e inserir mais componentes curriculares em suas matrizes para poderem discutir essas demandas. Os professores sujeitos desta pesquisa, que terminaram as suas graduações em anos distintos, afirmaram que tiveram em média de 2 a 3 disciplinas para discutir a parte de Estatística descritiva, Combinatória e Probabilidade, convergindo assim os seus relatos para o que as pesquisas apontam sobre a quantidade de componentes curriculares nos cursos de graduação.

No âmbito da apresentação sobre Letramento Probabilístico, o pesquisador apresentou passagens de outras pesquisas, como as de Ody e Viali (2013), que apontam para essa perspectiva de formação, conforme se pode observar:

No que concerne ao letramento estatístico, no qual o probabilístico se encontra, Ody e Vialy (2013) apontam que a alfabetização e o letramento remetem a conceitos de uma **formação crítica e cidadã**.

Implica o domínio e uso de competências adquiridas na leitura, na escrita (e no cálculo); Atividades cotidianas, ensinando e aprendendo com as interpretações extraídas das informações;

Preocupa-se com o vínculo das habilidades e competências com as funções que **a leitura e a escrita desempenham na capacidade de processar, perceber, interpretar e analisar** (ODY; VIALI, 2013, p.7).

Os professores mostraram-se atentos a essas discussões, fazendo anotações em seus cadernos e prestando bastante atenção sobre os aspectos concernente à ideia de letramento. Eles também tinham liberdade de expressão e se posicionavam no momento em que achavam que deviam.

A apresentação da perspectiva teórica de Gal (2005) sobre Letramento Probabilístico contou com uma intensa participação dos professores, pois como eles tinham acabado de fazer a leitura do texto desse autor, eles sentiram-se encorajados e com liberdade de interromper a fala do pesquisador e fazerem as suas observações sobre o que estava sendo exposto. Veja-se a fala de PF4:

**PF4:** Tem tanta coisa, mas tem uma aqui que eu achei mais importante, que é a probabilidade estar relacionada com a vida, não é? No dia a dia do cotidiano, aqui ele diz ó... Para lidar com a variedade de situações do mundo real... Como aquela história que a gente estava falando no outro encontro é... O conhecimento prévio que TODO MUNDO tem um conhecimento prévio. Se você pegar um pivetinho e perguntar: “Olhe, essa bolinha aqui é mais fácil cair aqui ou ali? Ele vai ter uma noção, que é mais fácil cair ali, que é mais íngreme... O pequenino, ele já tem uma noção, e é isso que a gente tem que instigar, desde pequeno... São essas coisas que eu estou aqui pensando...”. **Minha gente, será que isso vai dar certo?** A gente diz tanto isso na sala... Com mil coisas e exemplos da importância da Matemática e enfim... É algo que tentamos fazer no nosso dia a dia mesmo, né?

**PF5:** E assim, é tão complexo, né?

**PF4:** Porque a gente não pega um significado e leva... É isso, a gente não faz a correlação, **a gente que eu falo, sou eu também, que estou inserida nesse meio aqui... de probabilidade, muito interessante a gente estudar, e está me ajudando muito.**

**PF5:** É tão complexo que realmente se não trabalhar com os alunos de pequenininho, é impossível lá na frente retomar tudo isso, porque não é só a questão do conhecimento matemático, mas envolve mesmo a questão do conhecimento de vida, do contexto, a linguagem, é muita coisa envolvida...

Nesse diálogo, os professores argumentam que todo estudante, independentemente da idade, possui um conhecimento prévio e que pode ser utilizado na aprendizagem dos conceitos matemáticos. O pesquisador então utiliza um exemplo na área da saúde que é citado no texto de Gal (2005).

O pesquisador faz um questionamento dentro do contexto da saúde em que uma pessoa sente dores no peito e se questiona se não está na hora de fazer um seguro de vida, para que possa deixar as pessoas da sua família em uma situação financeira confortável, caso algo de mal lhe aconteça. Ainda nessa discussão os professores são questionados a tomar uma decisão se a mãe deles hipoteticamente iria fazer uma cirurgia, mas que tinha 50% de chance de morrer ou de sobreviver e que seria necessária a decisão deles. Seguem alguns posicionamentos dos participantes.

**PF4:** Eu arriscaria!

**PF5:** É, eu também assinaria!

**PF3:** Só se o doente disser que não queria fazer de jeito nenhum, aí eu não iria contra a vontade dele, mas se ele não desse palpite, eu assinaria.

**PF6:** Porque ela, com a doença, iria morrer, e ela com 50% de ser curada, caso faça a cirurgia...vamos tentar, se ela ficar com a doença... enfim, eu arriscaria.

Por ocasião dessa discussão, os professores decidiram que assinariam o termo concordando com a realização da cirurgia, porque no entendimento deles, se a mãe fizesse a cirurgia, teria 50% de chance de ficar boa; do contrário, ela teria menos tempo de vida. Nesse sentido, o problema envolve uma probabilidade equilibrada de cura, que acaba se tornando alta quando se refere à saúde de uma pessoa querida. Com esse exemplo, começou-se a perceber que a tomada de decisão a partir de dados probabilísticos não é tão simples assim, porque vai mexer diretamente com as crenças e atitudes das pessoas, com os seus sentimentos e com a aversão ao risco, conforma afirma Gal (2005).

O pesquisador continua a levantar situações que demandam tomadas de decisões a partir do contexto do texto de Gal (2005). O extrato de fala a seguir inclui algumas dessas reflexões sobre a tomada de decisão.

**PE:** São situações que ajudam a refletir, e eu acredito que vocês viram que uma palavra chave que ele [GAL, 2005] usa no texto é a tomada de decisão... como nós tomamos essa decisão? **Usando a emoção ou a razão** ou a gente leva em consideração... Por exemplo, todos nós somos professores de Matemática, mas como vocês decidem? Por exemplo, as mulheres são muito bombardeadas pela mídia, né? Esmalte, cosméticos e outros produtos para beleza, como é que vocês reagem a isso? Não é? Por que 80% do mercado são para vocês (mulheres) e 20% são para os homens, e aí como vocês lidam com isso?

Os professores afirmaram que vai depender do estado atual da vida da pessoa. Se for mulher e não tiver filhos, a grande parte do salário dessa pessoa será destinada para roupas, sapatos, comida e produtos de beleza. Mas se a mulher for casada e tiver filhos, a realidade já será diferente, porque como mãe, ela vai gastar um percentual bom do seu dinheiro com coisas voltadas para os filhos e para a casa. Essa foi a fala das professoras envolvidas na pesquisa. O pesquisador ainda aponta que Gal (2005) fala de um letramento mínimo para um bom funcionamento em sociedade. Vejam-se as falas a seguir:

**PE:** Vocês acham que... Ele fala que a gente tem que ter um letramento de funcionamento mínimo na sociedade. O que será que ele quis dizer?

**PF4:** Eu concordo, porque esse letramento mínimo é esse letramento que você ... Não é você se alfabetizar... que sabe só assinar o nome e que foi algo que a pessoa foi treinada a fazer, para assinar um documento de venda ou de troca.

**PF6: Só reproduzir...**

**PF4:** Mas essa pessoa vai saber lidar com problemas do cotidiano, como uma sacanagem de um “banco” que roube sua conta com juros abusivos... de um plano de saúde que de repente está cobrando uma taxa indevida para ele, eu estou vendo por isso aí...Nessa linha...

**PE:** Isso!

**PF4:** Então se ele não tiver um letramento mínimo de compreensão das coisas...

**PF6:** É feito de trouxa.

**PF4:** Tu tá entendendo, **não é só ser alfabetizado, o letramento você tem que ter um entendimento mínimo mesmo de mundo do que é uma taxa, do que pode ser passado a mais...**

**PE:** Pois é... eu acho interessante que ele (Gal, 2005) diz o seguinte: que a maioria da sociedade **são consumidoras de informação**. Consumidor... o que é o consumidor? É aquele que apenas consome, mas será que a agente questiona essa informação? Por exemplo, foi falado que 10% da população mundial vai ter problemas mentais, seja ele depressão, seja ele síndrome do pânico, seja ele TOC (Transtorno Obsessivo Compulsivo), o autismo está crescendo exponencialmente. Você começa a avaliar, certo, 10% é muita coisa, de onde vêm esses dados, qual a fonte desses dados? Porque nós somos ensinados a achar que porque é estatística, é verdadeiro; é necessário checar a fonte dos dados.

Percebe-se, no extrato de fala, que mais uma vez os professores conseguiram estabelecer uma diferenciação entre alfabetização e letramento e consequentemente levaram essa compreensão para o campo da Matemática, que é o objeto deste estudo. O pesquisador, baseado em Gal (2005), levou os professores a refletir sobre a notícia, qual seria a sua fonte e se poderiam levar em consideração ou não o que estava sendo informado, questionando assim a posição de consumidor de informações e problematizando sobre: quem produz as informações? Quem paga pelas informações? Quem encomendou as informações e qual seria o interesse por trás da situação? Esses são elementos imprescindíveis para quem trabalha com a perspectiva do Letramento Probabilístico para a tomada de decisão.

Um dos professores argumenta que a escola tem o papel de orientar os estudantes em relação ao consumismo, pois o ambiente da escola é elitizado, e a maioria dos estudantes possui celulares de última geração. Além disso, muitas vezes os pais não poderiam financiar o celular, mas por insistência do filho, com base no fato de que todos os colegas da sala teriam o celular, ele também precisaria adquirir. Isso acontece sem nenhuma discussão sobre Educação Financeira e sem um pensamento de Letramento Probabilístico. Será que a pessoa que vai comprar o celular teria condições financeiras de arcar com esse gasto no momento da compra? Essa seria uma prioridade da família? São algumas perguntas que contribuem para os sujeitos refletirem e se tornarem cidadãos mais preparados para uma sociedade complexa e consumista.

Encerrou-se o terceiro encontro afirmando que Gal (2005) ressalta que a aleatoriedade, a variação e a independência são elementos muito importantes a serem trabalhados dentro do contexto do Letramento Probabilístico. Reforça a necessidade da leitura do texto de Eugênio (2016) e que leiam novamente a parte do texto de Gal (2005), que aborda os diferentes contextos nos quais a Probabilidade pode ser vivenciada.

Em síntese, o encontro 3 abordou a análise do sistema de ensino utilizado pela escola, a partir do que apontam os documentos oficiais do Brasil, no caso a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), para os anos finais do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental em Matemática. Os professores afirmaram que o material do sistema não dá conta de desenvolver um senso crítico no estudante. Pelo contrário, a perspectiva do sistema é de preparar os estudantes para exames como o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), o qual é a forma como os estudantes poderão entrar na universidade. O trabalho na perspectiva do sistema de ensino, de acordo com os professores, está aquém dos pressupostos que são trabalhados no Letramento Probabilístico, uma vez que o estudante precisaria ter uma postura diferente, sendo ele protagonista em seu processo de aprendizagem. O sistema de ensino utilizado pela escola não conseguiu contemplar os aspectos básicos trazidos pela BNCC e muito menos o entendimento de uma atitude de Letramento geral ou Probabilístico. Os professores afirmaram que não estão satisfeitos com o material didático, e ele não consegue suprir a demanda que existe para os estudantes do século XXI.

No encontro 3, os professores tiveram acesso direto ao que Gal (2005) defende ser Letramento Probabilístico e começaram a inferir o que seria necessário para desenvolver esse Letramento em suas turmas do 6º ao 9º ano. Os professores perceberam que fazem parte de uma sociedade que é consumidora de informações e que na sua grande maioria, não faz uma triagem das informações recebidas. Simplesmente se alimenta da informação e a repassa como se fosse genuinamente verdadeira. Nesse contexto, é gerada a *fake news*, expressão utilizada para denotar uma notícia falsa. A perspectiva do trabalho com o Letramento Probabilístico segue o pressuposto de que todas as pessoas são capazes de ser críticas, de refletir sobre uma informação e a partir dela tomar decisões. Mas para isso acontecer, é necessário um estímulo que faça as pessoas reconhecerem que uma notícia sempre tem mais de um lado que precisa ser analisado. Por isso, os professores, no processo de formação continuada, viram que necessitavam de mais conhecimento e um senso crítico aguçado, para poderem guiar o processo educativo e fomentar o Letramento na formação dos estudantes do 6º ao 9º ano do ensino fundamental.

#### 4.4 ENCONTRO 04: DISCUSSÃO SOBRE LETRAMENTO PROBABILÍSTICO DE GAL (2005) E O PAPEL DOS DIFERENTES CONTEXTOS

O início do encontro 04 se deu com a retomada da discussão sobre o texto de Eugênio (2016), intitulado: “Letramento Probabilístico: o não determinístico é determinístico na formação do professor?”. O pesquisador inicia a formação perguntando aos professores se eles acham que é possível ensinar aos estudantes do 6º ao 9º ano, na perspectiva do Letramento Probabilístico. Pode-se acompanhar o diálogo no extrato de fala:

**PE:** É possível ensinar na perspectiva do Letramento Probabilístico?

**PF1:** Sim!

**PE:** E como seria?

**PF1:** É como nós discutimos na aula passada... Existe a diferença entre o aluno alfabetizado para o aluno letrado...O alfabetizado é quando você sabe decodificar...Agora, por exemplo, você sabe tirar uma média e dar sentido ao que está lendo? **Você coloca o menino para ler uma frase e pede para ele dizer o que ele entendeu...Você entendeu isso que você leu? Qual foi o contexto da situação?** Por exemplo, a Probabilidade de determinado evento acontecer é de x%, mas dentro do contexto que você calculou essa Probabilidade, **qual o significado desse percentual que você achou? Que leitura você faz dessa fração do resultado que você achou? Então aí é a questão do Letramento Probabilístico, eu acho. Não é? Porque o menino faz a conta e diz acertei... Mas qual é o contexto daquilo que você fez? O que significa? Dentro do espaço amostral, o que significa esse resultado que você obteve?**

**PE:** É um percentual alto ou é um percentual baixo?

**PF1:** Eu entendo que o trabalho deve ser feito assim... Entendesse? **Porque o menino não gosta de ser questionado... para ele é o cálculo e acabou... Daí a gente perguntaria: como você chegou aí? É isso mesmo? O que isso significa?**

**PF5:** Isso já é fruto dessa geração que já tem tudo pronto, né? Daí eles querem tudo pronto... **O grande desafio é esse... É a gente conseguir fazer esses questionamentos, que eles questionem aquilo que está vindo pronto e perguntem de onde vem esse percentual. Isso é verdadeiro? Qual é a fonte disso? Então seria o ideal que ele questione... que ele pergunte e saiba perguntar... E eu acho que o Letramento é isso, partir daquilo que você aprende....é jogar no contexto, entender esse contexto e usar de uma maneira social, né? Para exercer realmente a cidadania...**

Percebeu-se, no diálogo, que PF1 faz uma distinção do ato de alfabetizar para o ato de letrar. Os professores argumentam que desenvolver o Letramento seria o ato de questionamento em relação ao estudante. No momento em que o estudante está realizando



um cálculo Probabilístico e o professor questiona se ele entendeu aquilo que calculou, se aquela informação faz sentido, se ele consegue entender o que está por trás daquela fração que está representando a Probabilidade de o evento acontecer, qual seria o sentido daquela atividade e a finalidade dela, o professor estaria contribuindo para aspectos do Letramento estatístico.

PF5 comenta que a geração de estudantes não está acostumada a ser questionada, porque tudo a que tem acesso, seja na sua casa, seja na escola, seja na sua vida social, é dado em suas mãos sem muita reflexão e questionamento. Assim, em geral o estudante é treinado a resolver questões de Matemática, Física etc., mas nunca lhe perguntam o porquê de estar realizando aquela atividade. PF5 aponta que normalmente os estudantes não questionam de onde é aquela fonte da informação, se ela é verídica ou não. Então o caminho do Letramento seria o questionamento e a reflexão sobre as atividades desenvolvidas. Esse caminho de se trabalhar na perspectiva do questionamento pressupõe uma formação crítica, que levaria ao desenvolvimento da cidadania por parte dos estudantes.

Os professores indiretamente estão trabalhando com as questões críticas que Gal (2005) levanta como elemento do conhecimento e que está presente no desenvolvimento do Letramento.

O pesquisador questiona se a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) estaria apontando para uma formação na perspectiva do Letramento Probabilístico ou se mantinha uma visão mais conservadora. Veja-se o extrato de fala:

**PE:** Vocês acham que o currículo atual BNCC aponta para esse trabalho nessa perspectiva ou ainda segue uma visão tradicional do ensino de Probabilidade?

**PF5:** Aponta sim... eu acho.

**PF4:** Ele aponta para um letramento... **Mas bem lentinho...**

**PF6:** Aponta, mas ainda está muito amarrado no tradicional...no Clássico.

**PF3:** Eu acho que vai acontecer bem devagarinho...

**PF4:** Veja que a BNCC já vai trazer a Probabilidade desde o 1º ano do ensino fundamental, o menino com 6 anos de idade... Ótimo para ele ir desenvolvendo... Mas aí vêm 1000 questões, vêm os livros didáticos que temos que trabalhar, quer queira, quer não... Aí vem a parte do professor ou professora que é polivalente (formado em Pedagogia)... Isso tudo vai deixando o letramento aquém do esperado, porque não é fácil... **Porque não é fácil a gente instigar o aluno a pensar probabilisticamente... Não é fácil!** Eu acho superimportante, vai

começar a passos lentos, mas vai... Porque a BNCC tem que ser seguida por todas as escolas em 2020...estará sendo cobrada.

Nesse extrato de fala, os professores afirmam que a BNCC está apontando para um trabalho inicial com o Letramento Probabilístico, mas que acontecerá de forma lenta, porque as escolas ainda estão se adaptando à base e cada escola tem o seu livro didático ou sistema de ensino e que ainda pode não estar seguindo as novas orientações. PF4 reconhece que existe um esforço para que haja uma sistematização no ensino de Probabilidade e que poderá ajudar no desenvolvimento do Letramento Probabilístico, haja vista que o estudante iniciará o estudo do conceito no 1º ano do ensino fundamental com (6 anos de idade) e continuará estudando até o 9º ano (14 anos de idade). É um tempo em que o professor poderá problematizar a compreensão e aprendizagem do conceito matemático.

O pesquisador afirma que de acordo com os documentos oficiais, o trabalho com a Probabilidade acontecerá de forma longitudinal, e o professor terá tempo para abordar os conceitos inerentes à Probabilidade, mas que para que haja o desenvolvimento do Letramento Probabilístico, é necessária uma postura diferenciada do professor. Outro ponto positivo na discussão é que os professores reconhecem quais são as demandas e necessidades para que se desenvolva o letramento. Segue o extrato de fala a esse respeito:

**PE:** É um trabalho longitudinal que iniciará no 1º ano e será desenvolvido até o 9º ano...

**PF4:** Então teremos o tempo necessário para desenvolver o Letramento Probabilístico. Se realmente esse trabalho do letramento iniciar no 1º ano e for dada sequência com qualidade, os meninos irão chegar no ensino médio letrados...  
[RISOS].

**PF5:** Porque tem os materiais, a formação dos professores, é uma série de fatores...

**PF4:** Se realmente a BNCC for cobrada pelo governo nas escolas e começar esse trabalho no 1º ano com a Probabilidade, é possível eles saírem letrados probabilisticamente... É possível! Claro que com muita formação continuada... Muito cuidado.

**PF5:** E com o querer do professor, né?

**PF4:** Com certeza, claro! Porque assim, eu lendo o texto de EUGÊNIO (2016) e me recordando da faculdade... A Probabilidade e Estatística que eu vi lá, foi PURAMENTE MATEMÁTICA...Pura e pronto...não tem conversa!!!!

**PF6:** Exatamente... puramente AXIOMÁTICA.

**PE:** Entendo... Axiomática e Laplaciana, né?

**PF5:** Então a gente estuda... Mas quando a gente parte para a prática... é lá que a gente aprende... **Infelizmente não é na faculdade que você aprende...** É na prática.

**PF6:** A faculdade só te dá um documento dizendo **que você tem a propriedade para estar em sala de aula...** só isso. **Mas você só aprende mesmo na prática...** Não tem como.

**PF1:** Na realidade, a BNCC não precisa somente ser implantada, **ela vai modificar a perspectiva do trabalho do professor...**

**PF5:** Verdade, concordo!!!!

**PF1:** Porque veja que Matemática e Língua Portuguesa são duas áreas que são muito cobradas... e vão precisar de muito planejamento...Então não pode, por exemplo, os professores de Matemática trabalharem sem ter um momento de estudo e planejamento... Que é hoje um dos pontos que está errado... As reuniões pedagógicas...Teriam que ser reuniões de PLANEJAMENTO! É sentar e planejar! Essa sequência que vai ser dada do 1º ano ao 9º, só vai ser efetivada se tiver planejamento... reuniões de planejamento...

Os professores apontam que é possível desenvolver o Letramento Probabilístico no decorrer dos 9 anos de ensino fundamental, mas para que isso aconteça, deveria haver modificações no material didático utilizado, na postura deles enquanto professores, e que concomitantemente deveriam acontecer os processos de formação continuada. Os professores levam em consideração que a sua formação inicial em Licenciatura em Matemática só apresentou a Probabilidade na visão da Matemática pura, dos axiomas e teoremas. Eles não tiveram momentos de discussão sobre como ensinar Estatística e Probabilidade.

Nesse sentido, os professores ainda apontam que a universidade não prepara os professores como deveria, que eles só vieram aprender o que era ensinar Matemática quando estavam como professores em sala de aula, denotando assim uma formação puramente teórica e que não privilegiou a formação pedagógica. Os professores ainda afirmam que a BNCC está propondo uma mudança na forma como o professor trabalha. E para que essa mudança aconteça, seriam necessários muitos momentos de estudo e planejamento, que seriam os grandes alicerces para a real mudança em sala de aula.

O pesquisador questiona se existe uma insatisfação entre os professores em realizar reuniões pedagógicas para se discutir conceitos e novas ideias e metodologias de ensino. Por exemplo, tem professores que não querem se expor e mostrar que talvez não saibam de tanta

Matemática como outros colegas e que talvez isso incomode se os professores mais jovens de repente souberem mais do que os mais experientes. Veja-se o diálogo:

**PE:** Vocês acham que existe se, por exemplo, eu sei menos Matemática do que PF3 e eu for me reunir com ela e terei que dialogar, eu vou me expor e mostrar que não sei tanta Matemática assim...e vai criar um mal-estar? Existe isso ou não?

**PF1:** Eu acredito que ainda há resquícios disso, mas que já melhorou bastante. **Porque ninguém detém todo o conhecimento... Isso não existe! E assim eu aprendo com o outro a todo instante, a toda hora!** Porque há uma visão de que o professor de Matemática sabe de tudo... Que ele não erra... Eu acho isso uma visão deturpada da coisa... Porque a Matemática reprova... Muitos colegas usam essa arma que têm na mão... Que até hoje a reprovação é questionada... Eu sempre digo aos meus alunos... **Se professor bom é o que reprova, hospital bom é o que mata...** Você tem que pegar o aluno e ensinar a ele, recuperar, investir nesse menino. Se você vai a 3 médicos e não descobrem uma doença que você tem e vai a um 4º e ele descobre, você não vai se remeter aos 3 anteriores, você vai buscar a sua cura. Então isso deve acontecer com o professor. Peguei o menino em tal ano... agora ele vai ter que aprender...

Professores: Concordamos...

Os professores foram questionados se ainda existe resistência por parte dos docentes em relação ao processo de formação continuada, com um público diversificado de colegas. PF1 afirmou que está tendo uma modificação na postura dos professores de Matemática, mas que muitos ainda utilizam a reprovação como uma arma para forçar o estudante a ter a postura adequada em sala de aula. PF1 ainda afirma que “**Se professor bom é o que reprova, hospital bom é o que mata**”, mostrando que tem uma visão diferente em relação ao processo de ensino e aprendizagem e, sobretudo, com relação à avaliação. PF1 ainda afirma que o professor precisa investir no estudante para que ele possa obter um resultado plausível.

Vê-se nos diálogos que por mais que a formação continuada tenha o seu tema principal, que seria o trabalho com o ensino na perspectiva do Letramento Probabilístico, os professores vão apontando em suas falas vários elementos que serão necessários para que se possa vislumbrar qualquer concepção de Letramento. A exemplo disso, a fala é que os estudantes chegam sem embasamento em Matemática por falta do trabalho correto desenvolvido nos anos iniciais do 1º ao 5º ano, por professores formados em Licenciatura em Pedagogia. Mas o mesmo questionamento aparece com os estudantes que chegam ao Ensino Médio, que os professores dos anos finais do 6º ao 9º não trabalharam o que deveria ser

trabalhado, e não se acha um culpado específico. Dentro desse contexto, o pesquisador questiona:

**PE:** Eu ouço de vários colegas que não conseguem desenvolver mais com os estudantes, porque eles vêm com muitas lacunas dos anos anteriores... O que vocês acham disso?

**PF1:** Eu acho que essas lacunas... Não são bem lacunas... em algumas situações são... Mas por exemplo: estamos finalizando o 1º semestre, quando chegarmos na metade do 2º semestre, parece que não trabalhamos nada no 1º semestre, porque os meninos não lembram mais de nada quase...

[Risos]

**PF1:** Então o que foi que aconteceu? O conhecimento não foi construído? Ou então esse conhecimento não foi revisitado... Esse conhecimento foi compartimentalizado, esse é dessa unidade, esse é dessa unidade, esse é dessa e ponto. Existem lacunas? Existem... Mas a educação está sendo muito monitorada, e tem coisas que também são da própria maturidade do aluno, ele não sabe hoje... Mas amanhã ele saberá. Então ele vai precisar de um apoio do professor para visitar algumas coisas que ele precisa lembrar...

**PF1:** Eu vejo assim também ... Se um professor trabalha vários anos com uma turma só e depois vai trabalhar no outro nível... Ele vai ter que estudar muito... Se você não pratica, você esquece... **Assim é o menino... do mesmo jeito! Por exemplo, o menino só viu Probabilidade na 1ª unidade do 6º ano; se ele não estudar mais no decorrer do ano, no ano seguinte, 7º ano, ele terá que aprender tudo de novo...** Aí depende muito do material, porque se esse material não faz um espiral de ir e voltar com o conteúdo... o menino vai esquecer...

**PF5:** Na realidade, a preocupação **é com a prova, né?** Por exemplo, eu coloquei uma questão de equação do 1º grau envolvendo perímetro, e os alunos disseram que não sabiam... **então é algo complicado que a gente tem sempre que visitar para eles lembrarem...**

**PF3:** Um grande problema que eu acho é que os alunos não leem... Consequentemente não sabem fazer o que é requerido deles...

Viu-se no diálogo dos professores que são muitos desafios que aparecem para o professor fazer com que os estudantes aprendam os conceitos matemáticos. Mas um caminho seria o professor sempre estar revisitando os conceitos trabalhados porque os estudantes esquecem, inclusive o próprio professor esquece, caso não trabalhe sistematicamente com aqueles conteúdos. Os professores ainda apontam que os estudantes estudam para tirar boas notas na prova, e não para aprenderem de verdade, e que em vários momentos não leem nem a prova que estão realizando. Pode-se perceber, na fala dos professores, uma preocupação com o caminhar da escola na sociedade.

O pesquisador questiona se a linguagem é importante, e os professores afirmam que sim, porque é através da linguagem que os estudantes conseguem ler e entender em que estão sendo questionados.

**PE:** A linguagem na Matemática é importante?  
[SIM]

**P3:** Eles não leem... como vão resolver?

**PF5:** Eles pegam a minha prova e querem que um ser espiritual venha resolver... Daí eu digo: tem que ler, meu filho! Eu pergunto: você já leu a questão? Eita, tia... eu sei fazer... Depois que lê!!!

**PF6:** Eu não sei fazer, tia... Você já leu? Leia para mim... Daí ele vai lá e faz...

**PF4:** Os alunos são iguais em todo lugar... só muda o CPF.

Não se pode deixar de pontuar que a leitura em língua materna é imprescindível para o desenvolvimento do Letramento por parte do estudante. Quando um sujeito é alfabetizado, consegue decodificar a informação e ler aquilo que está sendo posto diante dele. O próximo passo seria ele começar a entender o que está lendo e assim estabelecer relações. Os professores apontam que os estudantes não conseguem resolver questões voltadas para Matemática, porque também têm dificuldade na língua portuguesa. Isso se tornaria outro entrave para o desenvolvimento do Letramento Probabilístico.

Veja-se, no diálogo que segue a preocupação dos professores com a formação dos estudantes nos dias atuais:

**PF6:** Um dos pontos que eu vejo de o sistema não privilegiar a formação crítica do aluno é porque se tivermos pessoas críticas, cidadãos críticos, muitos que estão no poder hoje irão cair. E eles, do alto escalão, não querem obviamente que isso aconteça.

**PE:** Que alunos nós queremos? Eu acredito que trabalhar na perspectiva da criticidade consegue até diminuir a nossa carga de estresse... Porque se PF5 chega e define matematicamente, dá exemplo, contraexemplo, dá resposta, faz tudo... Eu pergunto: e o que é que o estudante está fazendo sozinho? Praticamente nada... Precisamos dividir a responsabilidade da aprendizagem com eles...

**PE:** É você problematizar a coisa... Confrontar o menino... questionar ele... e aí essa abordagem dá trabalho... Não é simples... Porque não somos formados nesta perspectiva.

**PF1: É o famoso faça o que eu digo, mas não faça o que eu faço... Como formar cidadãos críticos... O que é a crítica?** Porque o aluno é o sujeito no meio do fogo cruzado... Porque qual é a fala de todos nós professores? **Que o aluno não quer nada... que o aluno não aprende... que o aluno não se interessa... Será que os alunos de hoje não se identificam com a forma em que estou trabalhando?** Se eu uso o Power Point e faço tudo do mesmo jeito, isso para mim não é utilizar a tecnologia... Então é isso que a gente discute nas formações... E os colegas dizem: “Ah eu não vou levar isso. porque os alunos não querem...” **Eu pergunto: Você levou quantas vezes?** Porque quando você faz algo diferente, o aluno acha que você não vai dar aula... Então tem que existir uma persistência por parte do professor... ele tem que acreditar no trabalho... Ele é acostumado a ver no quadro e escrever... responder... É cultural os alunos não estudarem... Mas podemos criar outra cultura... Uma cultura só sobrevive se ela for alimentada... Essa cultura do não estudar precisa acabar... precisamos desenvolver uma nova cultura nos alunos...

**PF4:** Nosso alunado não é o mesmo de 5 anos atrás... ele quer aprender de forma diferente... Temos que trabalhar de forma diferente... Tem uns que não querem estudar mesmo... Mas é a forma como trabalhamos também! Nós temos muitos alunos que são bolsistas... Que ganharam a bolsa para serem atletas do colégio, atrelado à questão filantrópica da escola... Esses alunos têm muita dificuldade... E a gente precisa fazer um trabalho diferenciado com eles...

Conforme indicado no diálogo, os professores identificam vários fatores que poderiam ser entraves para o ensino na perspectiva do letramento. Em termos gerais, eles apontam que os que estão no poder na sociedade não querem que haja um trabalho de criticidade com os estudantes, porque uma nação letrada é uma nação questionadora e que vai reivindicar os seus direitos.

Os professores apontam que a sociedade está em um novo modelo e que a forma como eles estão dando aula não é mais interessante para os estudantes, pois os jovens e as crianças de hoje se encontram em outra dinâmica social, imersos na tecnologia e desejosos de que tudo aconteça na velocidade de um click ou de toque na tela de seus smartphones. É uma geração que está em uma dinâmica diferente da qual os professores viveram e na qual foram formados. E isso gera um grande desafio para os professores, que muitas vezes estão confortáveis com a forma como trabalham e que pensam em como deve ser a Educação.

O pesquisador apresenta o quadro 3 apresentado na (pág. 42) e discute com os professores exemplos em cada um dos contextos apontados por Gal (2005). Segue o extrato de fala, no qual PF1 pede para falar e dá um exemplo de como ele trabalhou com a ideia de contexto com os seus alunos do 9º ano.

**PF1:** Olha, PE, às vezes a gente se preocupa com um contexto bem sofisticado, mas muitas vezes ele é bem simples... Eu fui dar aula sobre o teorema de Tales... E eles não sabiam o que era um feixe de retas paralelas... Eu perguntei: quem sabe o que é um feixe de lenha? Todos sabiam, e foi aquela resenha... aí aprenderam o que era um feixe de retas paralelas... Um deles falou que o pai fazia o feixe de lenha... Foi muito engraçado, que eu perguntei como ele amarrava a lenha, se era todas de qualquer forma. Ele disse: “Não... é tudo organizado uma em cima da outra...” Então veja aqui as retas paralelas... Todo mundo aprendeu. Porque essa turma que eu trabalho é em outro município, onde a maioria dos alunos é da zona rural, e esse contexto faz parte da realidade deles...

**PF1:** Vai depender de uma série de fatores, porque muitas vezes você vai se aprofundando na Matemática pura e você vai achar muita coisa também... E se você achar o contexto dentro da própria Probabilidade? Dentro da própria Matemática você pode contextualizar...

PF1 aponta que o contexto não precisa ser algo tão sofisticado para que o aluno possa aprender determinado conceito. O pesquisador aponta a importância dos contextos que Gal (2005) propõe e afirma que esses podem ser ampliados, mas que no contexto da Probabilidade, os professores possam ver outras possibilidades, haja vista que as pesquisas apontam que se usa muito o contexto de jogos de azar/sorte.

Dando prosseguimento ao processo de formação, o pesquisador apresentou os elementos de disposição de acordo com Gal (2005) a partir do esquema de Gal (ver no Quadro 2 do capítulo da fundamentação teórica).

**PE:** Se duas pessoas da minha família morreram com problema na próstata e meu pai precisa fazer uma cirurgia na próstata, eu vou relaxar no momento em que ele estiver fazendo a cirurgia? R=NÃO.

Professores: [NÃO]

**PE:** Porque já tive casos de morte na família... Então entra aí os elementos da **disposição...** **Minhas crenças** sobre aquilo que está acontecendo... Com certeza outra pessoa que não teve nenhum caso na família e que não tem histórico de morte vai reagir de uma forma diferente. Por que as suas crenças e atitudes são diferentes da minha? Porque essa pessoa não passou por situações traumáticas de perda de familiares, e isso vai influenciar na sua tomada de decisão. Então assim percebemos que a depender do contexto, as pessoas serão movidas por sentimentos. Um outro fator seria a Probabilidade envolvida na situação... Se nessa cirurgia de próstata tivesse um percentual de 60% de sucesso? Mesmo assim eu ficaria preocupado, mas outra pessoa que não passou pelas mesmas situações teria uma certeza maior do sucesso.

Professores: É muito interessante esse exemplo.

**PF3:** É verdade isso aí, PE.



**PF4:** Também concordo. Quando mexe com o emocional, é fogo.

De acordo com esse diálogo, o pesquisador cria uma situação hipotética para que os professores percebam a influência das crenças e atitudes na tomada de decisão. Porque quando uma determinada pessoa se defronta com uma situação com a qual ela não teve experiências negativas, ela reage de uma forma, mas quando ela já passou por experiências traumáticas ou que lhe causaram sofrimento, a sua postura poderá ser diferenciada. Por mais que a Probabilidade estude a incerteza e tente medi-la, os sujeitos que têm contato com a Probabilidade em um contexto que não seja o de jogos irão pensar de acordo com as suas vivências, e isso é muito importante no processo interpretativo, pois não se pode desfazer dos sentimentos, mas se pode dosar e tentar achar um equilíbrio entre os elementos de conhecimento e de disposição.

Gal (2005) apontou em seu estudo que o Letramento Probabilístico se faz necessário em qualquer sociedade, por conta de demandas sociais em que adultos precisarão de um letramento mínimo para conseguir sobreviver com dignidade. Todavia, parcela da população mundial está submetida a situações nas quais não conseguem agir de maneira crítica e reflexiva, porque no momento da escolarização, não foram imersos em situações que fomentassem o desenvolvimento de um senso crítico.

O pesquisador deu outro exemplo de contexto no ensino da Probabilidade, para que os professores percebessem a pluralidade de situações nas quais a Probabilidade está inserida e que podem ser abordadas com os estudantes em sala de aula. Essa postura pode fomentar ideias e reflexões que gerarão o ambiente para o Letramento Probabilístico. Veja-se o extrato de fala a seguir:

**PE:** Por exemplo: No mundo natural e físico [Um dos contextos apontados por Gal (2005)]: **Se eu plantar um pé de feijão, ele germina ou não germina? É mais difícil calcular essa probabilidade do que o cara e coroa?**

[Os professores ficaram com cara de espanto, mas gostaram do exemplo].

**PF4:** É porque aí tem mais coisas envolvidas... Sua mão é boa? O solo é bom?

**PE:** Fala de exemplos probabilísticos em cada um dos contextos levantados por Gal.

**PF1:** Engraçado que muitos idosos sofrem com empréstimos... Porque ligam dizendo que será dividido em 20 vezes... Mas essas vinte vezes estão cobrando juros abusivos... E eles muitas

vezes não têm essa consciência... Por exemplo, eles estão pagando 30 reais por mês... cabe no salário... Mas quando vamos ver a quantidade de parcelas... A coisa já vai longe...

**PE:** Muito bem... Dentro disso que estamos vendo de Gal (2005), eu tenho defendido que esse Letramento Probabilístico nos ajuda **na tomada de decisão...** A partir de uma análise que você faz previamente... Inclusive a gente pode trabalhar outras situações...

Os professores reconheceram, no momento da formação, que existem diferentes situações em que a Probabilidade está presente e que quebram com a formalidade na qual a Probabilidade é apresentada aos estudantes do ensino fundamental. No exemplo em que se discute se uma planta germina ou não germina, abrem-se possibilidades para as subjetividades das pessoas, na medida em que elas poderão refletir sobre o solo, sobre a semente, sobre as possíveis chuvas, sobre a mão das pessoas que plantam etc. Isso faz perceber que o Letramento Probabilístico, assim como a Estatística, trabalha com os números em um determinado contexto e determinada situação. Não é apenas a aplicação de cálculos matemáticos que gerarão resultados aleatórios. Pelo contrário, a Educação Estatística visa ao desenvolvimento pleno do sujeito a partir do desenvolvimento das mais diversificadas situações reais nos contextos da Estatística e Probabilidade.

O pesquisador encerra o quarto encontro realizando os seguintes questionamentos:

- Quem aqui tem plano de saúde ou alguém da sua família?
- Como você tomou/eles tomaram a decisão para escolher esse plano, e não outro?
- Quem aqui tem seguro de carro/ ou seus pais? Como eles tomaram a decisão para escolher o melhor plano de seguro?
- Devo fazer uma carta de crédito para comprar um carro ou moto? Ou devo fazer um financiamento do valor total? Ou devo fazer um empréstimo consignado?

Como síntese do 4º encontro de formação, pode-se afirmar que os professores discutiram a importância de se trabalhar com os diferentes contextos dentro do ensino da Probabilidade. O que foi discutido orientou a importância de se ter uma variação nos contextos apresentados aos estudantes. De acordo com a fala dos professores e com as análises realizadas com o material didático da escola, ficou claro que a Probabilidade ainda está muito associada aos jogos de azar e sorte, deixando de se trabalhar em uma perspectiva de Letramento, na qual os estudantes terão que se posicionar criticamente e irão argumentar

e contra argumentar sobre dados estatísticos e probabilísticos, bem como tomarem decisões acertadas a partir de uma análise reflexiva e crítica.

Os professores participantes da formação perceberam que um dos pontos essenciais para se ter resultado em sala de aula seria o trabalho com o questionamento, ou seja, os alunos precisam ser questionados e levados a perceber que o mundo é muito complexo e tudo que está ao redor deles é fruto de uma cultura, ideologia, processos construídos ao longo do tempo para funcionar daquela forma. Assim, faz-se com que os estudantes comecem a se posicionar sobre os conteúdos que lhe são ensinados e façam inter-relações com os acontecimentos de suas vidas, atribuindo sentido ao que está sendo estudado, chegando à compreensão dos problemas estudantis e sociais de uma maneira emancipatória.

Outro aspecto que apareceu de maneira explícita no 4º encontro foi a ideia do planejamento: que os professores deveriam ter momentos de formação continuada, especificamente para planejarem a suas ações pedagógicas. Destarte, abre-se espaço para a discussão e pode-se compreender quais são os desafios para se ensinar determinados conceitos e se ajudarem na perspectiva de construção de maneira de ensinar que leve ao Letramento dos estudantes em formação.

#### 4.5 ENCONTRO 05: DISCUSSÃO SOBRE OS DIFERENTES CONTEXTOS PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE

O pesquisador inicia o encontro de formação retomando o que tinha sido discutido no encontro anterior e compartilha uma experiência pessoal sobre a contratação de um seguro para o carro. Observe-se o extrato de fala:

**PE:** No início deste ano, eu estava me deslocando para Recife. Quando estava passando pelo município de Gravatá, onde há lombadas eletrônicas com a velocidade permitida de 60 km/h, fiz a redução da velocidade para passar pela lombada, e sem esperar, uma ambulância bate com toda força na traseira do meu carro, lançando o meu carro para o acostamento. Eu estava com mais 4 pessoas no carro, e graças a DEUS ninguém se machucou. Mas o impacto da batida foi muito grande, e nós não esperávamos. Batemos com a cabeça no encosto do banco, que se não tivesse o encosto, possivelmente teríamos quebrado o pescoço. Mas estou comentando esse ocorrido para mostrar a importância do seguro de carro. O rapaz não tinha seguro na ambulância e estava com a sua documentação errada para poder dirigir. Em resumo, ele assumiu os gastos! Pagou a franquia do meu seguro, e eu encaminhei o carro para o conserto. No contrato eu não coloquei carro reserva, por já dirigir há muito anos e nunca ter acontecido nada comigo, achei que não era necessário. O carro passou 3 meses na oficina, e

passei os 3 meses sem carro. Essa história real que aconteceu comigo é para mostrar a importância do conhecimento dos fatos para a tomada de uma decisão.

Professores: [Ficaram surpresos com o ocorrido].

Nessa situação, os professores foram levados a refletir sobre a importância do conhecimento do contexto para uma boa tomada de decisão. Se o pesquisador tivesse tido acesso às estatísticas sobre acidentes, o tempo de espera no conserto do carro, a oficina onde o carro ficaria, e o transtorno para se resolver a parte burocrática para o conserto, possivelmente teria contratado o carro reserva, mesmo pagando um pouco mais caro pelo seguro. O intuito desse exemplo trabalhado com os professores foi gerar a consciência de situações reais que acontecem diariamente e que vão ser confrontadas com decisões que foram tomadas muitas vezes equivocadamente e sem ter sido realizada uma análise estatística ou probabilística mais específica. O pesquisador, ao que parece, agiu baseado em suas crenças e atitudes de ser um bom motorista e nunca ter se envolvido em um acidente de trânsito. Ficou notório para os professores que todas as pessoas em sociedade agem de acordo com as suas crenças e atitudes e que elas exercem um peso muito grande na tomada de decisão.

Mostrou-se aos professores que, segundo Campos e Pietropaolo (2013), para se promover a inclusão da probabilidade no Ensino Fundamental, seria necessário primeiro convencer os professores de que a aprendizagem das noções relativas à Probabilidade não é apenas útil para aplicação no cotidiano das pessoas, mas também pelo desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar. Essa perspectiva estava sendo desenvolvida a partir dos encontros de formação continuada, e os professores afirmaram que estavam vendo a importância.

Na apresentação em slides, o pesquisador apontou que Kataoka et al. (2008) investigaram o cenário do ensino de Probabilidade no Brasil e constataram que os professores normalmente têm formação em Probabilidade e Estatística na graduação, mas que essas disciplinas são insuficientes para a discussão do ensino. Inclusive os próprios professores já afirmaram isso no decorrer dos encontros, conforme já mencionado. Baseado nas discussões realizadas até aquele momento, o pesquisador questiona se haveria um currículo escolar

inflado para dar conta em sala de aula sobre o que deveria ser realmente ensinado na escola. Veja-se o extrato de fala a esse respeito:

**PE:** Temos um currículo inchado... O que realmente deveríamos ensinar?

**PF1:** Se eles aprendessem tudo que tem no currículo, eles sairiam da educação básica **verdadeiros matemáticos**... Eu mesmo privilegio alguns conteúdos em detrimento de outros... Porque em Trigonometria tem muita coisa, ao meu ver, desnecessária... Você se estressa porque o menino não aprendeu... E vira uma bola de neve... Números complexos...

**PF3:** Eu acho que já passou do momento de mudar muita coisa. Agora com a BNCC, vamos ver se tem mudança mesmo!

**PF6:** PE, eu acho que deveríamos trabalhar uma Matemática mais próxima da realidade do aluno, que ele não se sentisse um peixe fora d'água toda aula... Na realidade, seria o correto seria a gente trabalhar nessa ideia de Letramento que você está nos mostrando... Achei muito boa a ideia... Mas para pôr em prática, a gente tem que mudar muita coisa...

**PF5:** Acho que com muito estudo e força de vontade, a gente vai chegar lá...

**PF4:** Outros problemas, meus amigos, é que nós não temos voz em lugar nenhum, e isso é muito triste na Educação... Quem sabe isso um dia não muda! O professor ser ouvido, aí acredito que a mudança começará de verdade...

Os professores apontam que realmente o currículo abrange muitos elementos da Matemática e que poderia ser redimensionado para um trabalho mais sistematizado com os conteúdos que tenham relação com a vida e que possam contribuir de forma mais ativa no desenvolvimento do estudante. Não se está aqui defendendo nenhum tipo de simplificação da Matemática, mas um repensar sobre a prática pedagógica do professor e que isso poderia trazer à tona quais seriam os conteúdos que os documentos oficiais de Educação orientam a serem trabalhados e que vão influenciar diretamente na prática do professor. PF4 afirma que o professor não é ouvido e que se isso mudar algum dia na Educação, realmente haverá mudanças significativas. Os professores ainda comentam sobre a importância da volta das pesquisas para a sala de aula, conforme mostra o extrato de fala que segue:

**PF1:** É uma coisa que eu estou discutindo bastante é a questão da volta das pesquisas para o **lugar correto, que seria a sala de aula... Porque ficar discutindo só no âmbito da universidade, não irá resolver nada... Tem que chegar na escola... Tem que voltar para a escola...essa pesquisa precisa chegar aqui! Entendesse? O camarada defendeu... fez de tudo, publicou artigo... Mas precisa voltar para a escola... Meu amigo, eu achei muito**

**interessante essa formação até agora... Muito válido... porque é um processo que eu aprendi muito... muito mesmo... Muito bom!!!**

**PF5:** Eu gostaria que a nossa reunião pedagógica fosse assim... dinâmica e produtiva...

**PF1:** Reunião pedagógica aqui é só para dizer o que vai acontecer... e que não acontece.  
[Recebeu aplausos pela fala...]

**PF1:** Me diga uma coisa...O que foi que aconteceu das coisas que já foram discutidas nas reuniões pedagógicas...? Quase nada... Vamos dividir por nível...

**PF4:** Isso mesmo!

**PF5:** Veja o quanto a gente aprendeu e discutiu... Mas vamos deixar a coisa acontecer e no final a gente avalia tudo.

Os professores discutem sobre a volta das pesquisas para a sala de aula e que estavam aprendendo bastante nesse processo de formação continuada. Pode-se ver que as falas dos professores validam o processo formativo, e a todo o momento eles criticam o sistema do qual fazem parte e dizem que gostariam que houvesse mudanças possivelmente advindas da postura deles em sala de aula com os alunos. Os professores querem que as reuniões pedagógicas da escola sejam mais produtivas, nas quais eles possam discutir, aprender e avançar em suas visões sobre a área em que atuam, que seria a Matemática.

No encontro 5, também foi trabalhada a importância dos elementos que Gal (2005) aponta que são necessários para uma análise crítica em uma situação de Letramento Probabilístico. Já no encontro 6, foi realizada a interpretação de questões com dados reais e a avaliação da formação continuada por parte dos professores.

O pesquisador direcionou a última atividade do encontro 5, que envolveu uma situação probabilística a partir da perspectiva de Gal (2005) e introduziu os trabalhos a partir da seguinte fala, acompanhada do modelo da Figura 5 (pág. 91), que foi apresentada aos professores:

**PE:** Pessoal, o objetivo dessa última atividade do encontro de hoje é discutirmos como pode ser analisada uma informação Probabilística de acordo com um modelo de Gal (2005). Para no último encontro analisarmos seguindo esse modelo. Mas vocês poderão utilizar outros aspectos que consideram relevante, é claro. Vejamos o modelo...

Para essa atividade, utilizou-se o modelo proposto por Gal (2005) para se analisar uma informação probabilística, que se encontra descrita na parte teórica (pág. 43). Veja-se a fala do pesquisador:

**PE:** A gente observa nessa questão da fonte... Em um estado vizinho nosso, aqui no Nordeste, em duas eleições que eu acompanhei, o segundo colocado, que estava com 9 pontos atrás do primeiro colocado em intenções de voto... não iria vencer... Se chegasse longe, seria no segundo turno... Foi lá e venceu no primeiro turno! Então, o que foi que aconteceu com a pesquisa de opinião? Quem está pagando para se realizar essa pesquisa? A grande massa vai votar naquele candidato que a mídia aponta... Quem contrata as empresas?

O pesquisador apresenta para os professores o modelo de interpretação de informações Probabilísticas de Gal (2005), o qual se encontra no texto de Gal (2005), trabalhado com os professores. Depois da explanação desse modelo, o pesquisador finalizou o encontro 05 de formação.

Com relação ao encontro 5, pode-se enfatizar a discussão sobre a importância de se ensinar a Probabilidade nos anos finais do ensino fundamental. Os professores tiveram acesso a pesquisas que apontavam as potencialidades no trabalho com a Probabilidade, afirmando que esse conceito não deveria ser apenas visto no Ensino Médio, mas que o trabalho sistematizado no Ensino Fundamental traria muito frutos para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes. Nesse quinto encontro, os professores iniciaram um processo de avaliação da formação, afirmando que esse modelo de formação propicia a criticidade e faz com que os sujeitos envolvidos se posicionem e tentem compreender de forma mais profunda os fenômenos que lhe são postos.

Outro aspecto importante do 5º encontro de formação foi o entendimento de que as pesquisas que são realizadas precisam voltar para o ambiente de sala de aula. Os professores apontaram que muitas pesquisas são realizadas em Educação, mas que os resultados obtidos deveriam alcançar o estudante e mudar o cenário educacional, que não bastam apenas as referidas publicações de estudos e pesquisas na área. Sugeriram que as formações continuadas discutam os resultados encontrados, faça-se um planejamento de ação e se execute o que deve ser feito para o melhoramento no ensino de Estatística e Matemática no Ensino Fundamental. Por fim, os professores foram apresentados a um modelo de Gal (2005), que propõe como deve ser analisada uma informação probabilística e qual deve ser a postura de quem a interpreta.

#### 4.6 ENCONTRO 06: INTERPRETAÇÃO DE SITUAÇÕES REAIS NA PERSPECTIVA DO LETRAMENTO PROBABILÍSTICO E AVALIAÇÃO DO PROCESSO DE FORMAÇÃO CONTINUADA

O pesquisador inicia o último encontro de formação agradecendo pela participação e assiduidade dos professores e logo de início apresenta a informação apresentada na Figura 5 da metodologia (p. 91) e que faz menção à previsão do tempo na cidade Garanhuns, Pernambuco. A probabilidade de chuva em Garanhuns era de 0%, 0mm, de acordo com a notícia. Esse dado foi apresentado para os professores em forma de slide. Os professores ficaram pensativos e não esboçaram nenhuma opinião. Em seguida, foi apresentada a Figura 06, também já descrita no capítulo da metodologia (p. 91).

Figura 06: Previsão do tempo para Garanhuns na segunda-feira, dia: 01/07/2019



Fonte: <https://g1.globo.com/>. Acesso em <01/07/2019>.

Os professores esboçaram as suas opiniões em relação à notícia dada pelo jornal G1<sup>6</sup>. A notícia causou muita estranheza por parte dos professores, porque afirmava que no município de Garanhuns, estado de Pernambuco, a Probabilidade de chuva seria de 0%. Mas na segunda-feira, dia 01/07/2019, a cidade de Garanhuns passou o dia todo com chuva, garoa

<sup>6</sup> É um portal de notícias brasileiro mantido pelo Grupo Globo e sob orientação da Central Globo de Jornalismo, principal emissora de televisão aberta do Brasil.



e muito frio. É válido salientar que nesse período, por estar na estação de inverno, é natural estar chovendo na cidade e fazendo muito frio, pois Garanhuns é uma cidade serrana e que tem o seu ponto mais alto a 1030m acima do nível do mar. Então, o normal seria que a Probabilidade de chuva nesse período do ano para a cidade fosse no mínimo de 60% aproximadamente. Segue o extrato de fala sobre a situação do site jornalístico.

**PF4:** NÃO.....Que mentira.....mentiríssima, mentiríssima...Choveu hoje o dia todo em Garanhuns...Que mentira...Assim, não abriu o sol hoje... Foi chuva o dia inteiro...

**PE:** E agora? Qual é o ponto?

**PF4:** Meteorologia erra...

**PE:** Contexto. Qual é a natureza do domínio sobre a qual uma declaração probabilística está sendo feita? Meteorologia Qual é a fonte? G1. Complicado porque choveu hoje em Garanhuns, e a Probabilidade ali era de 0%. O que a gente pode refletir? Qual seria a crítica a essa notícia?

**PF5:** Meteorologia nunca é assim um dado... certo!

**PF1:** Mas assim, foi um erro e tanto, né? Porque 0% de Probabilidade é muito para não chover...

[Professores: Complicada essa notícia]...

**PF1:** Você consultou outro site de meteorologia?

**PE:** Não. Só consultei esse e vi essa notícia e trouxe de forma proposital para a nossa discussão...

Todos: AHHHHH....

Pode-se perceber, no diálogo acima, que os professores se espantam com a notícia sobre a previsão do tempo para a cidade de Garanhuns, porque nesse dia choveu o dia todo na cidade, e a Probabilidade de chuva, de acordo com a previsão, era de 0%. Pode ter acontecido algum erro técnico no site, mas ressalta-se que os dados foram reais e retirados do site G1. Os professores, no encontro anterior, tiveram acesso à discussão sobre como deveria ser analisada uma informação ou notícia probabilística. Então começam a análise criticando a meteorologia e questionam se o pesquisador confirmou essa notícia em outro site de meteorologia. Isso remete a uma análise crítica da informação, e percebe-se que os professores no último encontro de formação, já tinham construído e discutido bastante sobre Letramento Probabilístico. Assim, já possuíam elementos teóricos para fazer uma análise

crítica de situações envolvendo informações Probabilísticas. Veja-se o desenvolver do diálogo dos professores e pesquisador sobre a notícia dada acima:

**PE:** Porque eu confiei nesse dado, mas achei estranha a Probabilidade de não chover e trouxe para vocês analisarem...

**PF1:** **Porque a gente tem que ir atrás da veracidade da notícia... Beleza, está aí no G1, mas eu posso confiar 100% nessa notícia? Eu tenho que procurar outras fontes e confrontar a notícia...**

**PE:** Porque eu escolhi essa notícia?... Porque estava vasculhando na internet questões e dados reais para discutir com vocês em diferentes contextos e vi **essa notícia e achei gritante...** Como é que eu dou 0% de chuva para a cidade de Garanhuns, no inverno, uma cidade alta e considerada a suíça Pernambucana? Então tirei o print e trouxe para a gente discutir...

**PF4:** **Outra coisa que eu acho... Eu não sou meteorologista, mas na hora do almoço estava um frio incontrolável... Não tinha como ser uma mínima de 20°, estava pelo menos uns 16°. Aquele vento gelado... Ontem a temperatura estava 17°. Então a notícia estava toda estranha...**

**PF3:** Eu concordo com PF4. Muito frio hoje!

**PF1:** **Outra coisa, amigo... Segunda-feira... Mas que segunda-feira foi essa? Temos muitas durante o ano, e não está ali na notícia a data...**

**PF3:** **OLHE... tá vendo aí?**

**PF5:** **Verdade, PF1.**

**PF1:** **Até porque uma temperatura máxima de 27° em junho?**  
[Muita discussão entre os professores afirmando que não era a segunda-feira do dia 01 de julho... Que não tinha condições...]

**PF3:** É outra segunda... Não tem condições.

**PE:** E tem outra questão... Que é a temperatura e tem também a sensação térmica... Porque, por exemplo, aqui em Garanhuns poderíamos estar com 17°, mas com uma sensação de 13°.

**PF3:** Realmente isso acontece muito.

**PF1:** Essa notícia está parecendo a da rádio x... porque todo dia a gente escuta no carro, seja em casa, e nunca bate com a realidade....

**PE:** Outra coisa também... É que se mede muitas vezes a temperatura no alto do Magano...O lugar mais alto de Garanhuns, e não necessariamente representa a temperatura da cidade. Vamos lá...

Os professores começaram a questionar o site do G1, se ele seria confiável de verdade em relação à previsão do tempo. Outro ponto crítico da notícia foram as temperaturas mínimas e máximas, que estavam marcando 20° e 27°. Essas temperaturas não acontecem normalmente nesse mês em Garanhuns. Um dos professores ainda menciona uma rádio da cidade, que com frequência também erra a previsão do tempo.

Pode-se concluir, nessa situação, que os professores realizaram uma boa análise da situação probabilística e desenvolveram o seu senso crítico em relação à notícia. O pesquisador ainda questiona os seguintes aspectos baseados no modelo de interpretação de Gal (2005):

**PE:** Essa notícia é confiável? Professores: **Não.**

**PE:** Choveu em Garanhuns neste dia? Professores: **Muito.**

**PE:** O que aconteceu com a afirmação probabilística? Professores: Ela foi por água abaixo.... Não se confirmou...

**PE:** Quais inferências podemos ter em relação a esta notícia?

**PF5: O menino iria dizer... Oh, tia, por que a senhora trouxe algo que está errado? Por que a gente está estudando isso?**

**PE:** Como deveria ser a nossa intervenção com os nossos alunos com notícias baseadas em dados reais?

**PE:** Porque desde o primeiro encontro, nós estamos trabalhando na perspectiva da Estatística e Probabilidade com dados reais...

**PF4: É como a notícia da ANAC, ela disse que iria chover do sábado até a segunda-feira em Recife... e não choveu...**

**PF1:** Outra coisa também é que quando você diz que vai chover em Garanhuns... Pode haver chuvas isoladas... chove em um bairro e em outro não... Por exemplo: vai fazer sol em Garanhuns... Mas chove no centro... Garanhuns é grande!!! Na zona rural choveu, e na zona urbana fez sol.

**PF1: Temos que analisar a coisa de forma mais específica. Temos que ver qual é a abrangência da notícia...**

**PE:** Concordo... Já aconteceu comigo... liguei para um amigo que mora no bairro do Parque Fênix, e estava fazendo sol, e aqui na escola (centro) estava chovendo....

Os professores afirmaram que uma notícia tem que ser analisada de forma abrangente e que os alunos iriam questionar a notícia e perguntariam por que foi trazida, haja vista que

não aconteceu, na realidade. Quando uma notícia não corresponde à realidade, as pessoas vão buscar argumentos para tentar justificá-la. Os professores tentaram dar explicações, como chuvas isoladas em alguns pontos, sensação térmica. Mas os professores decidiram que a notícia não era confiável e que a informação probabilística não se confirmou.

O Letramento Probabilístico é algo que vai se desenvolvendo no decorrer de um processo de aprendizagem, que envolve diálogo, discussão, debate, questionamentos, postura crítica e tomada de decisão. Os professores estavam seguindo esse caminho na interpretação de informações probabilísticas.

Através da notícia da chuva na cidade de Garanhuns, os professores puderam colocar em prática as suas reflexões construídas sobre Letramento Probabilístico e continuaram a discussão, como se pode acompanhar no diálogo a seguir:

**PE:** Essa notícia está dentro de um dos contextos que Gal (2005) aponta que podem ser trabalhados para o ensino de Probabilidade.

**PE:** Contexto do **(Mundo natural e físico)**.

**PE:** Então o ideal é que quando vocês forem levar para a sala de aula notícias reais... Vocês checarem as informações e confrontá-las com as crenças dos estudantes, para que eles argumentem baseados em dados reais... Aí é onde entra essa proposta de Gal (2005): qual é a fonte? Qual é o contexto? Como foi realizado o processo da notícia? Quem pesquisou? O site no qual você está pesquisando a notícia tem confiabilidade?

**PF3:** Pega o seu celular e verifica que a notícia é verdadeira, conforme o site...

**[Os professores discutem questões sobre o senso comum das informações que são passadas... Como em todo o Nordeste faz muito calor... no Sul e Sudeste é muito frio... será que tem exceções?].**

**PF1:** A quem interessa a notícia e a que público ela quer atingir? Uma notícia pode ser manipulada...

**PE:** Existe um discurso que as Estatísticas não mentem... Que a Matemática é sempre exata e verdadeira... E aí, com a perspectiva da Educação Estatística, a gente começa a combater **essa ideologia da certeza...** A gente tem que perceber que estamos trabalhando com a incerteza... Se fosse 45% de chance de chover... Estaria abaixo de 50%, mas poderia acontecer...

**PF1:** Por exemplo... Teve uma pesquisa que saiu há mais ou menos um ano, que dizia que a maioria as mulheres **que são estupradas são culpadas pela situação de estupro... Porque vestiam roupa curta... andavam por lugares inadequados e horários inadequados também...** Só que a informação foi passada de forma errada. Porque a notícia foi bem categórica: As mulheres são estupradas porque provocam os homens e usam roupas de meio metro de pano para cobrir as coisas... **ENTÃO... É muito complicado você trazer um contexto para a sala de aula... Porque você tem que estudar esse contexto, pesquisar esse contexto para poder trazer. Não pode ser de qualquer forma... Porque o contexto pode ter muitas variáveis... E para você trazer para a sala de aula com 40 cabeças pensando**

**diferente... Até mesmo você pode vir como professor com uma interpretação pronta, mas aí você bate de frente com quem tem uma visão diferente da sua.**

O pesquisador levanta a discussão de checagem da fonte, do processo, qual seria o contexto da notícia baseado em Gal (2005), e os professores percebem a importância de ter um parâmetro para que você possa analisar situações probabilísticas. PF1 questiona que as informações podem ser manipuladas, obedecendo a algum interesse, por isso, é necessário analisar de acordo com um modelo que possa validar ou não a notícia dada.

O pesquisador ainda ressalta a importância da Probabilidade e Estatística como o combate à ideologia da certeza, que muitas vezes é esperada na Matemática. PF1 ainda afirma que para se levar um contexto para a sala de aula, é necessária muita preparação, porque são muitos alunos que irão emitir as mais diversas opiniões, e o professor tem que estar preparado para mediar esse processo. Assim, percebe-se a importância do modelo de Gal (2005), que vai gerar uma tomada de decisão para o estudante ou adulto nos mais diferentes contextos sociais.

A próxima notícia que envolvia informações probabilísticas foi dada em relação à Seleção Brasileira de futebol, quando a fundação Getúlio Vargas (FGV) apontou que o Brasil teria 32% de chance de chegar à final da copa do mundo (ver Figura 7, na metodologia, pág. 93).

Realmente o Brasil era a seleção que tinha a maior probabilidade de chegar à final e, consequentemente, ser a campeã. Mas o que os professores deveriam levar em consideração seria como o instituto Getúlio Vargas chegou a essa conclusão, se os cálculos consideraram os resultados da seleção que estava competindo ou os resultados de outras seleções anteriores à Copa de 2018. Como o Brasil ainda é a seleção com mais títulos mundiais de futebol, consequentemente, levando em consideração o seu passado vitorioso, a Probabilidade de ele ter a seleção campeã seria realmente maior. Os professores deveriam perceber como acontece a produção das notícias probabilísticas e criticá-las. Os professores ainda responderam aos questionamentos abaixo:

- Quais times foram à final?
- Quem foi a seleção campeã? R= França.
- Aconteceu algum erro no cálculo das Probabilidades?

- O que podemos trazer de Letramento Probabilístico nesse contexto?
- O que vocês acharam desse contexto Probabilístico?
- Esse é um dos contextos que Gal (2005) aponta que podem ser trabalhados para o ensino de Probabilidade. Contexto: (Comportamento Humano).

Quando se trabalha com situação de jogos, devem-se levar em consideração diferentes aspectos, além dos resultados dos jogos. Por exemplo: a idade dos jogadores, estatura, se os jogadores têm entrosamento, se jogam em outros clubes em comum, o lugar onde está acontecendo o jogo, se tem altitude ou não, o aspecto emocional dos jogadores, a preparação física, torcida etc. São muitas variáveis que podem influenciar no resultado de um jogo. Em seguida, foi apresentada a informação probabilística sobre a Copa do Mundo (ver Figuras 8 e 9, nas páginas 94 e 95 da metodologia).

O pesquisador então inicia uma discussão com os participantes da formação sobre os dados apresentados relacionados com a notícia.

**PE:** O pesquisador pediu para os professores analisarem os dados de Brasil e França e questionou quem foi o país campeão.

Professores: França.

**PE:** E jogou contra quem na final? Contra a Croácia... Quais times foram à final? França e Croácia.

**PE:** O pesquisador fez os professores analisarem as probabilidades de chegar à final e de ser campeão: Brasil, Croácia, Bélgica e França.

**PF4:** Eu acho que quando parte para o JOGO... muda tudo Porque tem a questão física... a questão emocional...TÁ entendendo? Isso é um conjunto de fatores que interfere muito... A torcida... Até chegar à final tem n fatores... Pessoas com cartão amarelo...O melhor jogador do time pode estar machucado...e por aí vai!!!

**PF1:** Tem outro detalhe aí... Os elementos, que foram utilizados para fazer as Estatísticas, não eram os mesmos no momento da Copa do Mundo... Porque os cálculos foram baseados em resultados passados... outros times... outros jogadores, e aí foi calculada uma estimativa... Então mudou o cenário da coisa... a seleção do Brasil que foi calculada a Probabilidade não participou dos cálculos para se chegar ali...

**PE:** Todo mundo percebe isso? O Brasil era a melhor seleção até o ano de 2002. E ainda é, em termos de títulos... Mas PF1 falou que esses cálculos foram com as seleções anteriores à de 2018, e isso é um dado muito importante... Nós só temos a Itália e Alemanha que são Tetracampeãs mundiais, as outras seleções têm menos títulos... Nós tínhamos um histórico vencedor... Então vejamos todo esse histórico de grandes títulos e jogadores, e tudo isso é levado em consideração na hora de calcular aquelas Probabilidades...

**PF1:** Outro detalhe é que os países não pararam no tempo... investiram em tecnologia... estudaram o próprio Brasil jogando. E outra coisa muito importante... Vocês imaginam o impacto de dizer que o Brasil só teria 6% de chance de chegar na final? O que essa notícia causaria? Quem iria assistir ao jogo, quem iria comprar o ingresso para ir assistir? Como seria isso? Qual o patrocinador que iria investir no Brasil?

**PE:** Se essa notícia fosse dada pela USP, UNICAMP, UNB, UFPE do departamento de Matemática, que são universidades renomadas aqui no Brasil...

**PF1:** E se fosse o G1? Vejam a previsão do tempo... E ele não é uma referência... A FGV é uma referência... Mas outra fonte participou da pesquisa? Entendesse? Eu confiaria mais naquele povo da Espanha que dizia que seria campeão... Os gurus.

Observa-se, no diálogo, que PF1 conseguiu fazer uma análise além dos dados postos na questão, ou seja, ele conseguiu analisar a situação a partir dos aspectos do Letramento Probabilístico. PF1 percebeu que os cálculos probabilísticos foram feitos tomando em consideração aspectos anteriores a Copa do Mundo de 2018 e que também foram inseridos jogos da Copa corrente, mas que não tinham tanto peso como os resultados das Copas anteriores. PF4 apontou que em uma situação de jogo, tudo pode mudar, haja vista que existem muitos fatores que podem influenciar na vitória ou derrota de um time.

Gal (2005) aponta que deve existir uma postura crítica em relação à informação probabilística. PF1 afirmou que se os resultados apontassem para um desempenho negativo do Brasil, existiria um prejuízo muito grande para diversos setores. Por exemplo, a empresa que fabrica as camisas da seleção brasileira teria um prejuízo imenso, as emissoras de televisão também iriam perder em audiência – a Copa estava acontecendo na Rússia. A própria população não iria desenvolver o seu espírito patriota de torcer pelo Brasil apaixonadamente, e os resultados estatísticos e probabilísticos poderiam fazer com que os próprios jogadores desanimassem e já entrassem em campo com uma visão de pouca chance de vencer.

A análise realizada pelos professores, a partir da mediação do pesquisador, mostra que a formação continuada fomentou elementos de criticidade nos professores, aguçados a partir do debate de questões problematizadoras e que fizeram com que a informação fosse criticada e analisada de forma coerente com os pressupostos defendidos pela Educação Estatística.

O pesquisador questionou se houve algum erro probabilístico, porque o Brasil não chegou à final e muito menos foi campeão. Segue o extrato de fala:

**PE:** Aconteceu algum erro no cálculo das Probabilidades?

**PF3:** Não.

**PE:** Como a gente poderia justificar isso para uma pessoa que viesse nos questionar o resultado?

**PF6:** É como PF1 falou, né? As variáveis mudaram... o fator psicológico, o machucado do Neymar... O tempo frio na Rússia... o clima... O time da França era um time jovem e entrosado... 60% e poucos por cento... jogavam juntos... São várias coisas que influenciam...

**PF1:** E a Probabilidade **trabalha com a incerteza**... São as chances de algo vir a acontecer... **Ela não afirma que vai acontecer isso**... Então não é que vá ocorrer... Há Probabilidade, ela faz uma projeção... E para que essa projeção ocorra, existem vários fatores... **Quem diria que Dilma não seria Senadora? Na véspera da eleição, ela estava em primeira colocada... Mas, no entanto, ficou em 4º.** Quem apostou tendo como confiável aquele resultado se ferrou... A Probabilidade trabalha com a incerteza.

**PF4:** Qual é a Probabilidade de o Brasil ir para a final agora na Copa América?

Os professores argumentaram que não ocorreram erros de cálculo probabilístico, apenas que vários fatores influenciam no resultado de um jogo. Foi citado que o jogador Neymar se machucou, e isso poderia ter abalado emocionalmente o time, porque ele era considerado um dos destaques do time e que iria fazer muita falta. Também foi citado que a Probabilidade vai trabalhar com a incerteza, e ela não pode predizer o que acontecerá na íntegra em relação a uma situação. Ela pode calcular a probabilidade de acontecimentos da situação e mostrar quais são os possíveis resultados e quais os que teriam uma maior ou menor chance de ocorrer. Essa afirmação demonstra uma maturidade em relação à análise de situações probabilísticas e corrobora com o que Lopes (2008) aponta como a quebra do paradigma da linearidade, em que há uma atenção exacerbada em áreas clássicas, como Aritmética, Álgebra, Geometria, e a Estatística e a Probabilidade são deixadas em segundo plano.

A quebra de paradigma se tornará mais contundente, quando os professores começarem a trabalhar os conteúdos voltados para a Educação Estatística, na perspectiva da análise crítica, privilegiando o Letramento Estatístico e Probabilístico dos estudantes. Sabe-



se que a formação continuada é uma das ações que podem contribuir para o desenvolvimento de cidadãos críticos e que tomam decisões acertadas a partir de análises coerentes e sistemáticas.

Um aspecto muito importante na constituição do Letramento Probabilístico seria a presença das crenças e atitudes dos sujeitos, conforme indicado em várias passagens deste capítulo. Um dos professores aponta por que não torce mais para o Brasil e faz a justificativa, que pode ser lida no extrato de fala a seguir.

PF1: Eu mesmo tenho **uma crença** comigo... Deixei de torcer pelo Brasil... Por quê? Porque ganhar o que eles ganham... aquelas fortunas... para fazer o que eles fazem... Isso é um absurdo... **Eu acho que a gente fica meio que fantoche... Ganhando rios de dinheiro...** Mesmo sendo bom de bola, eu não sou bom de bola, mas não torço pela desgraça do outro... 1º Eles ganham uma maravilha nos clubes deles... **Ganham patrocínio... ganham muita coisa com propaganda por fora... então o estímulo é outro...** Agora nesse contexto (Copa América), eu gostaria que eles ganhassem para tirar essa história que o **Brasil precisa ter um mito...** Uma pessoa especial... Não, tem que ser um time!

PF4: Eu também concordo com você, amigo. Precisamos ganhar sem Neymar e acabar com essa história!

PF1: Para dizerem... perdeu porque Neymar não estava... Para mim Neymar não é o melhor jogador do Brasil... Porque por trás de Neymar existe uma máquina... A grande mídia em cima dele!

PF6: Ele é o grande capotador... cai, cai sempre...

PF1: Por que Neymar é convocado? Porque senão os patrocinadores caem em cima... **É uma pressão externa muito grande...** Tem outros camaradas que não têm o patrocínio que ele tem e não são chamados... **Então podemos entender o seguinte: nesse contexto, essa Probabilidade é utilizada para manter esse fanatismo pelo BRASIL E VENDER MUITO... Esse esporte não evoluiu mais e agora é apenas uma moeda de troca!**

PF1: Por exemplo, você tem o futebol feminino... que jogam com raça... com garra... Porque o dinheiro não entrou ali dentro... Você vê o vôlei masculino e feminino, que estão chocados aí e não têm esse destaque todo... Porque o dinheiro que rola no futebol é uma coisa surreal...

Os professores continuam a fazer a análise sobre o resultado do Brasil na Copa do Mundo, só que no momento da coleta de dados da pesquisa, o Brasil iria jogar contra a Argentina pela Copa América. Os professores mostraram perceber, em suas crenças, que o futebol mundial não é mais o mesmo; que o dinheiro fala mais alto do que a raça, a força de vontade, e os resultados podem ser comprados e mudados. Os professores ainda demonstraram que o time do Brasil deveria ganhar sem a presença do jogador Neymar, para

ficar claro que uma seleção não precisa de apenas um jogador, mas de um grupo coletivo, que trabalha com o mesmo objetivo. Um dos professores afirmou que não torce mais, por causa da corrupção que existe no meio futebolístico. Todas essas análises pressupõem elementos do Letramento Probabilístico.

O pesquisador ainda questiona como ficaria o Letramento Probabilístico em meio ao contexto de situações críticas e como os professores reagiriam. Veja-se o extrato de fala abaixo:

**PE:** Como fica a questão do Letramento?

**PF1:** Isso tudo que a gente está discutindo aqui no contexto de sala de aula seria onde está o processo formativo do estudante através da Matemática, não é? Aí sim nós iremos desenvolver o processo formativo nos meninos... Vamos ter muitas gente contra e muita gente a favor... Mas aí é onde você vai lidar com as opiniões diferentes...

**PF1:** ENTÃO... O Letramento Probabilístico é muito importante mesmo...

**PE:** Esse é um dos contextos que Gal (2005) aponta que podem ser trabalhados para o ensino de Probabilidade. Contexto: (Comportamento Humano)...Vai ter muito debate em sala de aula.

**PF3:** Mas a ideia do Letramento que eu estou entendendo é essa... Debate, discussão e defesas de opinião... Assim eles vão crescer...

**PF4:** É, dá trabalho, mas é possível de acontecer...

Os professores apontam que o Letramento Probabilístico vai estar amalgamado com discussão, debate, reflexão crítica dos estudantes e, para que isso aconteça, é necessário o confronto de ideias e opiniões por parte dos estudantes; que esse processo é possível de acontecer em sala de aula, mas dará mais trabalho ao professor, o qual terá que fazer a mediação. Mas é válido salientar que os professores estavam gostando da situação geradora da discussão, pois tinham a oportunidade de debater com os colegas e ouvir opiniões divergentes da sua, podendo fazê-los pensar de uma forma diferente. Esse processo de criticidade na informação estava sendo construído por parte dos professores.

O pesquisador apresentou a última situação probabilística para os professores no processo de formação. Foi uma pesquisa realizada sobre a utilização do cinto de segurança e que usou dados estatísticos e probabilísticos fornecidos pela Organização Mundial de Saúde

(OMS) sobre a importância da utilização do cinto de segurança, no caso de acidentes de trânsito (ver Figuras 10 e Quadro 12 e explicação sobre essa atividade nas páginas 96 e 97 do capítulo da metodologia).

O pesquisador apresentou as figuras e fez a leitura dessa notícia, questionando os professores sobre o que eles achavam da situação, conforme diálogo que segue.

**PE:** O que podemos entender dessa informação Probabilística que diz que a pessoa que estiver usando o cinto tem a Probabilidade 5 vezes maior de sobreviver...?

**PE:** Vale a pena usar o cinto de segurança?

Professores:[SIM]...

**PE:** Vocês usam o cinto de segurança?

**PF3:** Na frente sim, mas atrás depende...

**PF4:** Se for na cidade, atrás a gente não usa...Mas viajando sim...

**PE:** Você já sofreu algum acidente de trânsito e o cinto te ajudou?

**PF3:** Graças a DEUS não...

**PE:** Eu já sofri um acidente e inclusive foi esse ano... Se eu não estivesse usando o cinto, possivelmente não estaria aqui para contar história... Porque o cinto me segurou e o encosto de cabeça do banco... Teve o efeito chicote...a batida no meu carro foi atrás...e o cinto me impediu de bater a cabeça no para-brisa, e o encosto de cabeça evitou que quebrasse o pescoço por conta do impacto atrás, da batida.

PE: Como poderíamos abordar essa questão em sala de aula?

**PF4:** É mostrar que o uso do cinto reduz de **50% a 80% o número de lesões e que na maioria dos casos não usar o cinto é fatal!**

[OS professores comentaram de amigos e conhecidos que foram salvos pelo uso do cinto de segurança e o airbag]. Crenças.

PE: No que a Probabilidade poderia nos ajudar? O que poderíamos trabalhar de Letramento Probabilístico? Que situações problematizadoras você poderiam levar para eles?

**PF1:** Eu acho que aí entraria a questão da Probabilidade condicional, né? **Que a Probabilidade que eu vou fazer alguma coisa, sabendo que já aconteceu outra... Tipo... Qual é a Probabilidade de você ter um problema sério sem o uso do cinto? Sabendo que já aconteceram várias situações na problemática de você estar sem o cinto?**

É você pensar de acontecer alguma coisa, sabendo que já aconteceu com outros... Qual é a Probabilidade de acontecer esse acidente? Se nunca ocorreu o fato com alguém da família da pessoa ou alguém bem próximo? Qual a Probabilidade de se repetir... Dado o fato que já aconteceu com outras pessoas em situações semelhantes?

[Uma Professora cita a situação de uma colega professora que deixou a sua filha sair da cadeirinha porque estava perto de casa, e a menina puxou o freio de mão e foi arremessada contra o para-brisa e o quebrou com a sua cabeça...].

Os professores foram questionados sobre a notícia e se a utilização do cinto de segurança realmente valeria a pena. Inicialmente eles responderam que sim, baseados nos dados trazidos pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística) e OMS. Mas no âmbito da discussão dialogada, cada um dos professores envolvidos na pesquisa contou um exemplo que aconteceu com algum amigo, conhecido ou até mesmo com algum familiar. O pesquisador também relatou que tinha sofrido um acidente recentemente e que o cinto de segurança foi eficaz na situação.

Percebeu-se, na questão acima, que os professores conseguiram realizar uma análise coerente da notícia, mas fizeram também análises paralelas, baseadas em evidências advindas de suas experiências pessoais. Como se observou nas questões anteriores, as crenças e atitudes se fazem presentes em cada situação de análise. Gal (2005) aponta que os elementos de disposição são muito importantes e são inerentes ao processo de análise de dados Probabilísticos.

O pesquisador ainda questiona se é possível trabalhar na perspectiva do Letramento Probabilístico. Segue o extrato de fala:

**PE:** Vejam que Gal (2005) aponta que temos diferentes contextos para trabalhar, mas nós temos as nossas crenças e atitudes... que irão influenciar na nossa tomada de decisão... Nós não somos iguais a uma parede, e nossos sentimentos vão aflorar no decorrer das situações.

**PE:** Tem como desenvolver o Letramento Probabilístico utilizando diferentes contextos?

**PF6: Por tudo isso que estamos vendo, sim!**

Professores:[SIM]

**PE:** É fácil?

Professores: [Não....]

**PF6: Leva tempo, né? Como eu estava falando no último encontro, o contexto não é algo tão simples. É preciso pensar bem antes...**

**PF1:** Em outro contexto... A genética... A gente poderia trabalhar a questão de pais de pele clara e nasce um filho de pele escura.. .Quem traiu?

**PF6:** Pai e mãe são morenos, e eu nasci dessa cor [parda]...

**PF1:** Qual seria a Probabilidade de isso acontecer? 10% é pequeno, mas pode acontecer... Qual seria a árvore genealógica dessa família? Era fácil de isso acontecer? Era difícil? Mas aconteceu... Quem eram os avós...os bisavós? E por aí vai...

**PF4:** [Deu um exemplo de um sinal que tem na cabeça... para mostrar a sua recessividade...].

Os professores afirmam que o Letramento Probabilístico pode ser utilizado no contexto de sala de aula, mas que é necessário um bom planejamento. Os professores ainda citam outros contextos em que a Probabilidade poderia ser ensinada, como é o caso da Genética, através de aspectos como dominância e recessividade e características que são passadas de pai e mãe para os filhos.

Os professores concluíram a análise da situação sobre o cinto de segurança afirmando que é útil e que iriam repensar a sua utilização quando estão no banco traseiro do carro. Porque de acordo com a notícia trabalhada, os passageiros são arremessados para frente e acabam contribuindo para a morte do motorista e de quem também estiver na frente. Afirmaram que aquela situação, baseada em fatos reais, fez com que eles repensassem uma postura que realizam com certa frequência. Ainda pontuaram sobre a importância de se trabalhar com dados reais no contexto da Estatística e Probabilidade, para que os estudantes, assim como eles, possam mudar de postura a partir de uma tomada de decisão baseada na análise crítica de dados.

O pesquisador agradeceu pelas respostas dos professores e apresentou em slide o que os professores acharam do processo de formação continuada. Pediu que eles avaliassem a formação, apontando os pontos positivos e negativos que ocorreram no decorrer do processo. Vejam-se as perguntas e, na sequência, as respostas dos professores no Quadro 16:

Quadro 16: Perguntas sobre a avaliação da formação

- 1º) Quais aspectos positivos você destaca da formação?
- 2º) Teve algum ponto negativo ou que deveria ser revisto ou que em outra formação deveria ser feito diferente?
- 3º) Você daria alguma sugestão para melhorar a formação?
- 4º) O que foi mais importante para você na formação?
- 5º) Depois desse processo de formação sobre Letramento Probabilístico, se alguém perguntasse a você o que seria Letramento Probabilístico, o que você diria?
- 6º) Você ensinará daqui para frente nessa perspectiva do Letramento Probabilístico ou tentará?
- 7º) Como você avalia os seus conhecimentos sobre Letramento Probabilístico antes e depois da formação?

Fonte: Elaboração do autor.

**PF3:** Os aspectos positivos que eu achei foi a troca de experiências... a troca... a gente aprende muito... A gente já conhecia algumas coisas, mas a gente trocou muito e se aprofundou bastante... Trocamos muitas fichas, para mim foi muito bom e positivo nisso aí.

**PF4:** O estudo, né? Eu acho que nós, como profissionais na área de Educação, precisamos sempre estar estudando... acho isso hiper importante...Aperfeiçoando mesmo...No início eu vinha meio... aquela preguiça, feriado... enfim... Professor não tem tempo, mas quando a gente chegava, era tão bom... que eu acabava esquecendo do tempo... Então para mim foi muito positivo e aprendi muito... Já mudei um pouco até o meu jeito de dar aula! Foi ótimo assim, vários aspectos, como PF3 falou... Coisas muito boas do aprendizado mesmo...

**PF1:** Realmente os aspectos positivos são o que o pessoal falou, né? É... é importante porque assim, não só nesse momento, mas se tiver assim como fizemos pontos de pesquisa, discussão...Vamos pegar determinado conteúdo e discutir...Como a gente pode levar para a sala de aula, como poderíamos abordar de uma forma diferente... E cada um aqui trouxe suas experiências e diferentes situações... Então tudo o que ocorreu com a gente, teve muita discussão... Porque a gente cresce, e cresce o aluno que está sendo ensinado por nós... Então é isso: discussão, tirar dúvida, aprender... aprendizado...

**PF5:** É... para mim também a questão de compartilhar a experiência, né? Como já foi dito... a questão do estudo... A gente precisa estar se reciclando, né? Sempre para buscar o melhor...Tanto quanto o nosso trabalho, como para o aluno. E assim, a gente saiu um pouco da mesmice, né? A questão de sala de aula, a gente trabalhando, né? A gente acaba virando um robzinho...

**PF1:** Eu acho que com o tempo, nos tornamos previsíveis... Porque todo mundo segue a mesma linha... O mesmo formato de aula... A forma como aborda os conteúdos...

**PF6:** É o que eles já falaram, né? Achei muito importante, porque nós como alunos não tivemos a construção da Probabilidade por meio do ensino, né? Não tivemos essa oportunidade... Tivemos uma Probabilidade bem Matemática pura... Axiomática, bem tradicional, e nunca foi visto isso de olhar a Probabilidade com um olhar didático, um olhar

pedagógico para a gente... Eu, pelo menos, não tive essa experiência... E para mim foi muito importante!

Na fala dos professores, pode-se perceber o grau de satisfação com o processo de formação, e a palavra de ordem foi a interação. Os professores conseguiram, no processo de interação, perceber que existem lacunas em suas formações iniciais que se tornaram mais perceptíveis, quando eles foram defrontados com problemas básicos de Probabilidade e não conseguiram analisar da forma correta, demonstrando assim algumas fragilidades conceituais em relação ao conceito. Esse processo de consciência de fragilidades conceituais contribuiu para que os professores se engajassem melhor no processo de formação e assim percebessem que era necessário estudar mais aquela problemática.

Por outro lado, os professores foram iniciando um processo de aprendizagem e reflexão sobre a Probabilidade, a partir do momento em que foram definindo e discutindo entre si os termos e definições probabilísticas, bem como as intervenções do pesquisador, sempre problematizando o que estava sendo discutido. A articulação entre os professores e a postura crítica e problematizadora do pesquisador fez com que os elementos de Letramento Probabilístico de Gal (2005) fossem trabalhados paulatinamente no decorrer dos encontros de formação.

Os professores avançaram em suas compreensões, porque a cada encontro, amadureciam em suas conclusões e análises das situações, questionando os dados que lhe eram postos, seguindo o modelo proposto por Gal (2005), assim como a força que suas crenças e atitudes foram tomando no decorrer do processo. Os professores ainda apontaram que não tiveram em sua graduação a oportunidade de discutir o ensino de Probabilidade na perspectiva do Letramento. E nem sequer discutiram a Probabilidade como algo que iriam ensinar no futuro, apenas foram apresentados às definições clássica e axiomática e foram solicitados a fazerem as respectivas demonstrações matemáticas.

Dessa maneira, vê-se que a formação continuada foi um ambiente de diálogo e construção do conhecimento por parte de todos os sujeitos envolvidos no processo. Todos tiveram a oportunidade de expor a sua opinião e dialogar com a visão do colega e conseguiram analisar diferentes situações por diferentes olhares, sendo a todo momento desafiados a se posicionar criticamente sobre as informações fornecidas.

Os professores foram questionados em relação a pontos negativos da formação e que poderiam ser modificados em formações posteriores. Seguem as respostas:

**PE:** Teve algum ponto negativo? Ou poderíamos fazer algo diferente? Como PF1 falou, nós podemos manter esse grupo sim...

**PF4:** Eu gostaria que a gente mantivesse o grupo.

**PF3:** Eu só achei negativo que um encontro coincidiu com a semana de prova, nota na caderneta... e daí ficou muito pesado... Então seria bom rever para em outras oportunidades não chocar...

**PF5:** Gostaria que você levasse para gente aquela sugestão do trabalho com Fração... Gostei muito da ideia. Achei muito interessante...

**PE:** A gente pode manter o grupo e nos ajudarmos no que for necessário. PF1, PF3, PF4... podem direcionar os próximos encontros... Eu sempre falo para vocês em relação à seleção do Mestrado em Educação Matemática ou em Ensino das Ciências. Todos aqui podem submeter o projeto ao Mestrado.

**PF1:** Eu acho que é onde a gente pode fazer a diferença... Vamos nos juntar e fazer as coisas... A gente poder trabalhar com pesquisa. A gente trabalhando através desses questionamentos, observando pesquisas que já foram feitas na área, a gente cresce e consegue trabalhar com mais qualidade. Por exemplo, em algum conteúdo você pode fazer uma investigação na sua sala de aula e saber se alguém já fez algo parecido em outro lugar... Esse momento de estudo é muito rico, e nós vamos trazer coisas que já foram estudadas e comprovadas, que enriquece o trabalho da gente...  
[Professores comentam sobre os estudantes que montam o cubo mágico...]

**PF1:** É porque nós ainda somos muito engessados... Nós não sabemos o potencial que esses meninos têm de aprender... A questão é que nós estamos ensinando do jeito que nossos tataravós aprenderam... Por que a gente não faz diferente? Porque o sistema não permite... E cabeça de gestor(a) é igual a coco seco... É dura... Mas é complicado... Você vai dizer que aluno tal não tem jeito para Matemática? Ele talvez não tenha da forma que você quer...

**PE:** Então precisamos trabalhar de uma forma que desperte esses gatilhos nos alunos...

**PF4:** Uma sugestão é que em outras oportunidades, quando tiver um texto que tenha mais páginas, que a gente tenha mais tempo para ler... uns 8 dias... Vida de professor(a) é corrida... Daí a gente já chegaria com a discussão mais amadurecida...

É perceptível que os professores gostaram muito da formação continuada e da sistemática dos encontros. Um dos pedidos que foram realizados pelos professores foi que o grupo de formação continuasse e que não acabasse junto com a finalização da pesquisa. Mas que outros temas fossem abordados na mesma perspectiva de Letramento e que os colegas que desejassem pudessem socializar as suas práticas e atividades que realizam em sala de



aula e que dão certo. O pesquisador ainda estimulou o grupo a iniciar a escrita de um projeto de pesquisa para submissão em algum programa de Pós-Graduação em Educação Matemática ou Ensino de Ciências. Os professores se mostraram muito motivados e firmaram o compromisso de estudar e manter o grupo em funcionamento.

Os professores reconheceram que tinham muita resistência em mudar a dinâmica de suas aulas, estavam engessados e a maioria deles segue uma mesma linha de aula expositiva, precisando de um processo de formação continuada que pudesse fazê-los refletir sobre a sua prática pedagógica e assim conseguissem mudar enquanto professores de Matemática.

O pesquisador perguntou aos professores o que eles tinham achado de mais importante no processo de formação continuada, ao que eles responderam:

**PE:** 4º) O que foi mais importante para você na formação?

**PF3:** Para mim foi o diálogo...

**PF4:** Para mim foi estudar mesmo... Conhecer mais a fundo a Probabilidade... Perceber como eu tinha um pensamento arcaico... assim...

**PF3:** Da época que a gente estudou só...

**PF4:** Muita coisa nova para mim... Eu achei super interessante. Seu tema realmente é muito relevante... eu acho um excelente tema enquanto pesquisa.

**PF1:** O que eu achei mais importante foi no decorrer da formação, eu ir me vendo como professor... E me imaginando na sala de aula como eu iria abordar aquilo que estávamos discutindo... E realmente fazendo uma retrospectiva de como eu estava trabalhando Probabilidade aqui... Conseguindo ver onde foi que eu acertei... e onde foi que eu errei, né? Foi importante para mim eu me ver na situação...

**PF5:** Para mim o mais importante foi refletir mesmo sobre a nossa prática... Como PF4 falou, a gente que é da Matemática pega muito a questão do cálculo... como o livro aborda... Mas é importante que nós sejamos bons ouvintes, né? Para podermos conseguir desenvolver esse letramento probabilístico, né?

**PF6:** Para mim foi a oportunidade de conhecer a Probabilidade, no contexto educacional mesmo... que a gente não vê na universidade... Para mim foi importante conhecer ela e perceber como posso passar ela para o meu aluno. Dando a devida importância a ela. Porque os livros sempre é a mesma coisa... E daí a gente fica muito bitolado... Daí você trouxe várias coisas diferentes... Como eu posso trabalhar com o meu aluno... Quais são os contextos em que posso trabalhar... Que existem pesquisas nessa área que já comentaram como a gente deveria trabalhar...

Os professores afirmaram que o ponto que mais gostaram da formação continuada foi o processo de diálogo e o momento de fazer a retrospectiva sobre a sua prática pedagógica. Afirmaram que a relação que tinham com a Probabilidade era insuficiente para realizar uma aula dentro da perspectiva do Letramento Probabilístico; que os seus conhecimentos precisavam ser revisitados e precisavam ainda de uma ressignificação, pois nas suas formações iniciais a ênfase foi dado ao aspecto Matemático puro, sem discussão para o ensino de Probabilidade, conforme já mencionado. Os professores também disseram que esse processo de se colocar no lugar do outro ajudou bastante no processo de formação, ao passo que eles se colocaram no lugar do aluno e perceberam que a sociedade do conhecimento na qual se está inserido precisa de cidadãos críticos e reflexivos, e eles só irão se posicionar criticamente se tiverem uma formação que propicie a tomada de decisão de forma sistemática e crítica.

O pesquisador solicitou que os professores ainda se posicionassem sobre o que eles entendiam agora sobre Letramento Probabilístico e como seriam as suas práticas pedagógicas depois do encerramento da formação continuada. Veja-se o extrato de fala a seguir:

**PE:** 5º) Depois desse processo de formação sobre Letramento Probabilístico, se alguém perguntasse a você o que seria Letramento Probabilístico, o que você diria?

**PE:** 6º) Você ensinará daqui para frente nessa perspectiva do letramento Probabilístico ou tentará?

**PE:** 7º) Como você avalia os seus conhecimentos sobre Letramento Probabilístico antes e depois da formação?

**PF3:** Eu mesmo nem imaginava que existia um negócio desses: Letramento Probabilístico.

**PF6:** Eu sabia que existia essa ideia de Letramento Matemático no geral... **Mas que existia na Estatística e Probabilidade, foi através de você...**

**PF3:** Mudou muita coisa na minha cabeça, e a gente fica se questionando como fazer diferente... A gente fica com muitas interrogações... Para mim foi muito bom, porque no ano passado, quando eu abri a unidade 4, que vai abordar Probabilidade no 9º ano... Olhei e não vi nada e trabalhei tal e qual estava no livro... Mas agora não... Já tenho muita interrogações e questionamentos para o próprio livro... Por exemplo, será que esse sistema vai chegar na Probabilidade da BNCC... Acho que não... Já são reflexões daqui...

**PF4:** Letramento Probabilístico... É a história da certeza e da incerteza... Eu também não conhecia até você ter falado aqui... Achei muito bom... Eu acho que esse Letramento Probabilístico tem muito a ver com o social... É muito o social... Como naqueles casos que você falou... O que pode acontecer? Será que isso pode acontecer? Porque a gente vai tão certinho em uma determinada coisa e de repente não é aquilo que a gente

**imaginava... Para mim o ponto crucial no Letramento Probabilístico seria a implicação no social!**

**PE:** ISSO. O que Gal aponta? Quais são as habilidades necessárias para um cidadão crítico no século XXI? Vocês mesmos mostraram na entrevista que a escola não prepara socialmente o estudante... O que é que estamos fazendo de diferente na vida dos estudantes? Será que ficaremos marcados na memória deles? Cada um de nós marca...

**PF1:** Eu acho que essa questão é um grande desafio... Não só a questão do Letramento, mas o Letramento na própria Matemática, **o Letramento Estatístico, assim você está indo de encontro com as... Massas dominantes. É, você está indo contra quem manda no sistema!** Porque a gente pode refletir sobre a questão salarial do professor, que é pouco... Por que não aumenta o salário do professor? **Porque se aumentar o salário do professor, ele vai se dedicar a apenas um ambiente, ele vai estudar... Vai formar melhor os seus alunos e vai formar melhor cidadãos críticos...** Você como professor taxista não tem tempo para estudar. E aí vai trabalhar o que está nos livros e acaba por ali... Então o sistema está nos estrangulando... Só quem poderia derrubar a classe dominante? A escola!!!

Os professores finalizaram a sua participação na formação continuada demonstrando uma nova postura em relação ao que deveriam fazer em suas respectivas salas de aula. Os participantes ainda afirmaram que a partir dessa formação, irão analisar o sistema de ensino utilizado pela escola de uma forma diferente, porque já conseguiam reconhecer os significados de Batanero (2005) nas atividades propostas. E que iriam realizar intervenções críticas baseadas nas atividades vistas na formação e sugerirem novas propostas. Um dos professores ainda aponta que o não desenvolvimento do Letramento Matemático, Estatístico e Probabilístico é proposital, para que as pessoas que se encontram no poder consigam sempre manipular a grande parcela da população que não tem o senso crítico exercitado, para perceber que está sendo massa de manobra de interesses de outros. E que o trabalho e as condições dos professores não mudam, porque se o professor tivesse tempo para se dedicar a penas um vínculo e colocasse em prática o Letramento, o sistema vigente cairia, e assim seria construída uma nova democracia.

Os professores fizeram grandes incursões dentro do Letramento Probabilístico e conseguiram perceber que é possível trabalhar nessa perspectiva da criticidade, que tem como premissa básica a tomada de decisão a partir de uma análise sistemática e acertada de dados.

Assim se finalizou a formação continuada com os professores de Matemática dos anos finais do ensino fundamental, com uma visão de que o processo formativo contribuiu na formação dos professores e que a ideia de Letramento Probabilístico de Gal (2005) pode ser

colocada em prática e surtir efeitos positivos no campo educacional, a partir da mudança de pensamento de um dos principais agentes do processo de aprendizagem: o professor.

Como síntese do último encontro, pode-se afirmar que foram discutidas as informações probabilísticas baseadas em fatos reais, notícias que foram veiculadas em sites disponíveis na internet. O trabalho com os dados reais fez com que os professores pudessem se posicionar criticamente em relação ao conteúdo das mensagens, qual seria a fonte, quem encomendou a pesquisa, a que interesse ela estava obedecendo e a qual sociedade essa notícia estava servindo. Os professores desenvolveram paulatinamente o seu senso de criticidade e mudaram de postura a partir da evolução e temáticas abordadas nos encontros de formação. Os professores afirmaram que trabalhar na perspectiva do Letramento Probabilístico exige uma postura pedagógica diferente, porque é necessário o estudo sistematizado do contexto no qual o conceito será trabalhado. Por exemplo, para se trabalhar com a Probabilidade, seria necessário analisar qual seria o conceito a ser discutido e em quais contextos ele poderia ser vivenciado pelo estudante. Essa forma de abordar um conceito leva o professor a se planejar para as mais diferentes respostas e os pensamentos que irão surgir no ambiente de sala de aula.

Na finalização do 6º encontro, os professores esboçaram a vivacidade do que pode acontecer quando professores começam a dialogar sobre as suas práticas pedagógicas e começam a trocar experiências sobre esse complexo processo que é ensinar. Mas constataram que o caminho do estudo e da pesquisa pode contribuir bastante para o melhoramento do ensino e aprendizagem no contexto da Educação Estatística.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo geral analisar o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico, no âmbito de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Esse objetivo foi alcançado quando se iniciou a sondagem do perfil através da entrevista semiestruturada, em que os professores demonstraram as suas primeiras impressões sobre o que seria a Probabilidade e o seu ensino.

Foram desenvolvidos 6 encontros de formação, nos quais se conseguiu identificar o que sabem professores dos anos finais do Ensino Fundamental sobre o ensino de Probabilidade numa perspectiva do letramento probabilístico, primeiro objetivo específico.

No início da formação, os professores demonstraram que tinham um conhecimento básico e insuficiente para ensinarem Probabilidade nos anos finais do ensino fundamental, haja vista que no momento da entrevista semiestruturada, os professores esboçaram que só conheciam o significado clássico da Probabilidade. Alguns professores ficaram inseguros e não responderam aos questionamentos, por ocasião das entrevistas.

Logo no primeiro encontro de formação, a partir das intervenções realizadas pelo pesquisador, os professores se sentiram à vontade para perguntar e dialogar entre os colegas a respeito dos elementos conceituais em relação à Probabilidade. Ressaltou-se a importância da postura do pesquisador de não dar respostas prontas aos professores, mas sempre questionando e tentando alimentar a discussão com argumentos que fizessem os professores refletir sobre o conceito probabilístico e sobre a sua própria prática.

Percebeu-se que, no primeiro encontro de formação, os professores foram defrontados com as suas próprias respostas e perceberam que elas não respondiam às indagações realizadas pelo pesquisador. Nesse sentido, os docentes viram que existem diferenças entre acaso e aleatoriedade, compreenderam o que seria um evento aleatório, espaço amostral e conseguiram perceber que a Probabilidade trabalha com a incerteza, mas que pode ser mensurada e que o não determinístico pode fazer haver desenvolvimento do raciocínio hipotético dedutivo dos estudantes.

Os professores responderam atividades básicas sobre Probabilidade e foram guiados pelas suas intuições, não levando em consideração o mapeamento do espaço amostral e as combinações que poderiam ser realizadas nos respectivos problemas, mostrando que não

tinham um arcabouço teórico sólido para discutir as atividades de forma que conseguissem analisar profundamente a situação que lhes estava posta. Mas é válido salientar que com a intervenção do pesquisador e do diálogo entre os professores, eles foram capazes de interpretar a questão e consequentemente realizar o levantamento do espaço amostral da situação. Nesse momento, o pesquisador sempre indagava se a decisão inicial dos professores estava correta, e eles próprios percebiam que tinham se equivocado e que tinham analisado a situação de forma intuitiva, baseados muitas vezes na quantidade, e não nas combinações a serem realizadas. Quando erravam, ficam em silêncio, refletindo que, como professores, deveriam ter acertado a determinada questão. No entanto, reconheciam que poderiam aprender e que na discussão e análise de cada situação, o conhecimento deles crescia e se tornava mais forte para um trabalho na perspectiva do letramento probabilístico.

A formação continuada de professores se mostrou ser um ambiente muito rico para a construção de conhecimento, uma vez que tiveram total liberdade de se posicionarem, além de questionarem o pesquisador quando tinham alguma dúvida. Até mesmo para perceberem se aquilo que estavam pensando tinha um respaldo teórico ou se representava algum equívoco conceitual. A confiança dos professores na postura do pesquisador fez com que a formação continuada pudesse crescer paulatinamente a cada encontro.

Ficou perceptível, nesta pesquisa, que quando os professores se sentem acolhidos e são questionados a refletir sobre a sua prática pedagógica, respondem de forma coerente e tentam superar os desafios encontrados na formação continuada. Esse ambiente de estudo foi muito produtivo para os professores, pois afirmaram que as últimas formações realizadas pela escola tinham apenas o cunho pedagógico e motivacional, sem discutir a parte conceitual.

Outro aspecto positivo da formação continuada foi o clima de confiança entre pesquisador e professores, no que cada um colocava no processo de formação. Não se levou em consideração o acerto e o erro, pelo contrário, cada afirmativa era utilizada como mote de discussão e análise de todos os envolvidos na pesquisa. Pode-se assim entender que em um processo de formação continuada que tem como elemento estruturante o Letramento, é necessário maturidade e paciência para que haja uma progressão de compreensões dos professores, sabendo que as formações de professores convencionais, ao que parece, são

limitadas às situações de escuta do professor e as suas reais necessidades para o melhoramento de sua prática pedagógica.

Percebeu-se que os professores estudavam e revisitavam aquilo que tinha sido discutido no encontro anterior, inclusive quando levaram um texto para ser realizada a leitura em casa, fizeram-na e chegaram com a discussão amadurecida e com vários questionamentos. Essa postura dos professores validou a proposta da formação continuada, que era de fazer os professores esboçarem o que sabiam sobre ensino de Probabilidade e consequentemente avançassem em seu conhecimento em relação à Probabilidade e seu ensino, chegando a desenvolver a perspectiva do Letramento Probabilístico.

Os professores perceberam, no decorrer da formação, que não tinham uma fundamentação teórica para ensinar Probabilidade. No segundo encontro de formação, demonstraram que não tinham conhecimento ou esqueceram a maioria dos significados de Probabilidade trabalhados no momento da formação continuada. Os professores ficaram impressionados com o nível de discussão que já existia na área e com a ausência dessa aprendizagem em suas respectivas formações. Isso converge para resultados de pesquisas e estudos citados nesta tese, que apontaram as deficiências da formação inicial do professor de Matemática para ensinar tópicos de Probabilidade e Estatística na Educação Básica. Essa pesquisa confirma que a insuficiência de disciplinas voltadas para a discussão conceitual e didática da Probabilidade, nos cursos de formação de professores em Matemática, acarretará em profissionais que não se sentem preparados para ensinar Probabilidade e que repassarão essa insegurança para os seus estudantes em formação.

Outro aspecto que foi muito forte neste estudo foi a inovação de ensinar a Probabilidade na perspectiva do Letramento Probabilístico de Gal (2005). Os professores já achavam difícil ensinar os tópicos abordados em Probabilidade, mas perceberam que com a junção da compreensão entre os significados e com as situações reais que exigem a Probabilidade, o estudante irá conseguir estabelecer sentido naquilo que está estudando e compreenderá que a Probabilidade é um componente muito importante do ensino da Matemática e que tem diversas aplicações no mundo e dentro da própria Matemática. Os professores relataram que trabalhar na perspectiva do letramento seria bastante complexo, mas que seria possível a partir do momento em que o(a) professor(a) se dispõe a fazer da sua prática pedagógica um momento diferenciado de aprendizagem.

Apontou-se que o trabalho na perspectiva do Letramento Probabilístico contribuiu para que os estudantes sejam melhores preparados para a vida real, ou seja, para o mercado de trabalho, para o ingresso na universidade e para o exercício da sua cidadania. A partir do momento em que os professores foram desenvolvendo as suas compreensões sobre a amplitude do conceito de Probabilidade, perceberam que precisavam modificar a sua prática, que de acordo com o ponto de vista deles, caracterizava-se como tradicional e engessada. Os professores afirmaram que formações como essa que foi vivenciada os fariam pensar fora do padrão e ter a coragem de ousar mais em sua sala de aula, além de poder investir mais no aluno de uma maneira diferenciada e que faça sentido para o estudante.

Percebeu-se, com este estudo, que a formação continuada de professores que tem sido praticada pelas escolas está aquém do que seria necessário para contribuir com o melhoramento da educação como um todo. Os professores relataram que trabalham em outras instâncias, como: escolas estaduais, anos iniciais e formação de professores. E nesses lugares citados, a formação ainda não estava sendo trabalhada na perspectiva do Letramento.

Os professores afirmaram que uma formação continuada deveria propiciar o diálogo entre os colegas, além de metodologias que fizessem com que eles se movimentassem e refletissem sobre a sua prática pedagógica, e não apenas a exposição do que os teóricos da Educação ou da Matemática apontam que deve ser realizado por eles. Em linhas gerais, o modelo de formação utilizado nesta pesquisa, que interage com o professor e dá espaço para que ele se posicione, surtiu o efeito esperado, como se pôde observar no avanço da compreensão dos professores no decorrer dos encontros de formação.

Viu-se também que a escola vivencia diferentes tipos de currículo e vai fazer deles a sua prática pedagógica. De acordo com os encontros realizados neste estudo, constatou-se que os professores estão iniciando a discussão sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) e que ainda não tinham discutido os elementos concernentes ao ensino de Estatística e Probabilidade. Isso mostra que a formação continuada de professores tem o papel de atualizar de forma mais rápida e efetiva as mudanças que ocorrem no âmbito educacional, mas levando em consideração que o seu papel não é apenas assistencial, e sim um momento de muita reflexão e de mudança de postura a partir do estudo e do diálogo.

Os professores avaliavam e se avaliavam a cada encontro de formação, demonstrando que aqueles momentos estavam contribuindo para a mudança da postura deles em sala de



aula, porque refletiam se aquilo que estavam praticando em sala de aula era reflexo de um ensino na perspectiva do Letramento, que visa à formação do sujeito crítico.

Esta pesquisa teve como análise a abordagem qualitativa, a partir do que pesquisadores e teóricos da área apontam como deveria ser trabalhado o ensino da Probabilidade para os anos finais do ensino fundamental. Percebeu-se com esta pesquisa que é necessário que o professor se aprofunde no conhecimento matemático sobre Probabilidade, mas que também se aprofunde em como trabalhar esse conceito de forma crítica e que faça os estudantes se revestirem de elementos teóricos que os ajudem a tomarem decisões acertadas probabilisticamente.

Defendeu-se que o trabalho na perspectiva do Letramento Probabilístico fomenta uma tomada de decisão por parte de quem tem acesso a esse modelo e faz com que o sujeito consiga refletir e se posicionar criticamente antes de realizar determinada tarefa, vendo assim quais seriam os melhores caminhos a serem tomados. A ideia de letramento não se restringe apenas à Probabilidade, mas pode e deve ser vivenciada em todos os eixos estruturantes da Matemática e das demais ciências trabalhadas no ambiente de sala de aula com os estudantes.

Conseguiu-se analisar as atividades de Probabilidade trazidas no sistema de ensino utilizado pelos professores no contexto do grupo de formação dos anos finais, que era o nosso segundo objetivo de pesquisa, percebendo-se que o material pedagógico utilizado não satisfaz as demandas de criticidade e desafios que existem na sociedade, pois ainda é focado na abordagem clássica de Probabilidade e de forma resumida no significado frequentista. Essa informação demonstra o que a literatura da área aponta: o ensino de Probabilidade ainda está muito articulado às situações de jogos, não explorando assim outros contextos.

Também foi possível compreender como conceitos de Probabilidade são trabalhados pelos professores participantes do grupo, que foi o terceiro objetivo específico. No decorrer dos encontros, ficou perceptível que os professores se resumiam ao que o livro trazia e que os professores estavam focados no cálculo da Probabilidade, e não em situações que propiciem a tomada de decisão e o desenvolvimento do pensamento crítico.

O último objetivo específico foi analisar, à luz da abordagem do Letramento Probabilístico de Gal (2005), situações probabilísticas vivenciadas pelos professores envolvidos na formação continuada. Esse objetivo foi alcançado no quinto e sexto encontros

de formação. Os professores já estavam com o senso de criticidade bastante aguçado e questionavam tudo que era apresentado para eles.

Um ponto bastante interessante e primordial nessa formação foi a postura do pesquisador, que não dava respostas prontas aos professores, mas sempre questionando e propiciando um ambiente de criticidade e crítica. Dessa maneira, os professores conseguiram perceber que poderiam mudar de postura em sala de aula e fazer com que o ensino de Probabilidade se faça de forma dinâmica, envolvendo todos os estudantes e os temas em alta na sociedade, a partir do trabalho com os dados reais e que propiciam uma tomada de decisão de forma acertada e refletida previamente.

Assim como toda pesquisa realizada, não há aqui a pretensão de esgotar as possibilidades de estudo sobre a temática. Aponta-se que em estudos futuros, será possível identificar e analisar como seria o trabalho do professor em sala de aula na perspectiva do Letramento Probabilístico e como os estudantes reagiriam a um novo formato de ensino, que busca fazer com que esses estudantes se posicionem criticamente sobre aquilo que lhes é apresentado. Ressalte-se também que o trabalho com situações reais, envolvendo a Probabilidade, faz com que os estudantes avancem mais do que aqueles que simplesmente trabalham com a probabilidade no contexto de jogos de azar e sorte. Outro estudo futuro seria a influência que os diferentes contextos podem ter na formação de estudantes, assim como na compreensão dos professores sobre o que é ensinar e aprender Probabilidade.

Notou-se que uma formação que tem como pressuposto teórico o Letramento Probabilístico pode fomentar uma postura crítica no grupo de professores participantes do estudo, bem como a mudança de postura a partir desse trabalho de criticidade e emancipação em relação a um conceito multifacetado como a Probabilidade. Leve-se em conta que a postura do pesquisador no processo foi imprescindível para a convergência do Letramento Probabilístico, com a reflexão dos professores perante as situações vivenciadas na formação. Assim, afirma-se que os professores participantes dessa pesquisa evoluíram em suas compreensões e seus raciocínios a partir da vivência de uma formação continuada que teve como essência a criticidade, o diálogo, a discussão e a contraposição de fatos e ideias que geraram uma postura crítica e reflexiva, ideal para um(a) educador(a) do século XXI.

## REFERÊNCIAS

- ACARA, **What makes the Australian Curriculum a world-class curriculum?**, Australian Curriculum Information Sheet ACARA, can be accessed at: 2010. [http://www.acara.edu.au/verve/\\_resources/What\\_makes\\_AC\\_a\\_world\\_class\\_curriculum.pdf](http://www.acara.edu.au/verve/_resources/What_makes_AC_a_world_class_curriculum.pdf).
- ALMEIDA, M. E. B. (2000). *Informática e Formação de Professores*, vol 2, 1oedn. Ministério da Educação, Brasília. **American Statistical Association**, v. 88, n. 421, p. 1-8, 1993. Associados, 2006.
- ATALLAH, A.N. **Systematic reviews of medical literature and metanalyses**. São Paulo Medical Journal, v.114, n.5, p.1285-1287, 1996.
- AZCÁRATE, P.; **Que matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual? Investigación en la Escuela**. 1997, 32,p. 77 – 86.
- BATANERO, C. Significado y comprensión de las medidas de posición central. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. **UNO: Revista de didáctica de las matemáticas**, Nº. 25, (Ejemplar dedicado a: Construcción de conocimientos matemáticos para el siglo XXI), 2000, pp. 41-58.
- BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. Vol. 8. Nº3. México. pp.247-263. 2005.
- BATANERO, C., ARTEAGA, P., SERRANO, L., & RUIZ, B. **Prospective primary school teachers' perception of randomness**. In E. Chernoff & B. Sriraman (Eds.), *Probabilistic thinking: Presenting plural perspectives*,(2014), (pp. 345–366). New York: Springer. [https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0\\_19](https://doi.org/10.1007/978-94-007-7155-0_19).
- BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M.; DÍAZ, C. Sesgos en el razonamiento sobre probabilidad condicional e implicaciones para la enseñanza. **Revista Digital Matemática, Educación e Internet**. Vol. 12, No 2. 2012.
- BATANERO, C.; DÍAZ, C. Probabilidad, grado de creencia y proceso de aprendizaje. **Actas de las XIII Jornadas Nacionales de Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas**. Federación Española de Profesores de Enseñanza de las Matemáticas. España: Granada, 2007.
- BATANERO, C.; ESTEPA, A.; GODINO, J. D. Análisis exploratório de dados: sua possibilidades en La enseñanza secundaria. **Suma**, 9, p. 25 - 31.1991.
- BATANERO, C.; GODINO, J. D.; ESTEPA, A. Construcción del significado de la asociación estadística mediante actividades de análisis de datos. En, A. Olivier y K. Newstead (eds.), **Proceedings of the 22 nd Conference of the International Group for**

**the Psychology of Mathematics Education (Research Forum)**, Vol 1: 221-236. University of Stellenbosch, South Africa. 1998.

BATANERO, C.; GREEN, D.R.; SERRANO, L. Randomness, its meanings and educational implications. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, 29(1), 113-123. 1998.

BATANERO, Carmen. **Hacia donde va la Educación estadística?** Granada: Grupo de Investigación em Educación Estadística. Departamento de Didáctica da la Matemática. Universidade de Granada, 2000. Disponível em: [www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX](http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/BLAIX). Pdf Acesso em: 20 Mai. 2018.

BATANERO, Carmen. Treinta años de Investigación en Educación estocástica: Reflexiones y desafíos. In: Congreso International Virtual de Educación Estadística, 3., 2019, Granada. **Actas...** Granada, Espanha: CIVEEST, 2019. p. 1-15. Disponível em: [www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html](http://www.ugr.es/local/fqm126/civeest.html) Acesso em: 27 fev. 2019.

BATANERO, Carmen; MANFRED, Borovcnik. **Statistics and Probability in High School**. Rotterdam/Boston: Sense Publishers, 2016, 224 p.

BENNETT, Deborah J.. **Randomness**. London: Harvard University Press, 1998.

BERNEBEU, Carmen Batanero. TORRES, Emilse Gómez. GARCIA, José Miguel Contreras. BATANERO, Carmen Díaz. **Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad: un estudio exploratório**. Práxis Educativa, Ponta Grossa, v. 10, n. 1, p. 11-34, jan./jun. 2015.

BERNOULLI, Jacob. **Ars Conjectandi. Opus Posthumum**. Basileae: Thurnisiorum, 1713.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Versão final. Brasília: MEC, dezembro de 2017.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Ensino de 1a a 4a série**. Brasília, MEC/ SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação do Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC-SEF. 1998.

BRASIL. Lei 13.005, de 25 de junho de 2014. **Aprova o Plano Nacional de Educação – PNE**. Congresso. Brasília, DF, 2014.

BRASIL. Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Congresso. Brasília, DF, 1996.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Jogos na Alfabetização Matemática**. Ministério da Educação. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Brasília: MEC, SEB, 2014.

BRYANT, P.; NUNES, T. **Children's Understanding of Probability: a literature review**. 2012. Disponível em: <[www.nuffieldfoundation.org](http://www.nuffieldfoundation.org)>. Acesso em: 10 jan. 2016.

CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, R. C. **Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais**. In: Rute Borba; Carlos Monteiro (Organizadores). *Processos de ensino e aprendizagem em educação matemática*, 1. Recife: Editora Universitária da UFPE, p. 55-61, 2013.

CARDANO, G. **Omnia Opera. Hieronymus Cardanus: Faksimile-Neudruck der Ausgabe Lyon**. 1663 mit einer Einleitung von August Buck. Stuttgart/Bad Cannstatt: Friedrich Frommann Verlag, 1966.

CAZORLA, I. M.; KATAOKA, V. Y.; SILVA, C. B. Trajetórias e perspectivas da educação estatística no Brasil: um olhar a partir do GT12. In: LOPES, C. E.; COUTINHO, C. Q. S.; ALMOULOU, S. A. (Orgs.). **Estudos e Reflexões em Educação Estatística**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2010.

CAZORLA, Irene Mauricio; GUSMÃO, Tânia Cristina; KATAOKA, Verônica Yumi. Validação de uma Sequência Didática de Probabilidade a partir da Análise da Prática de Professores, sob a Ótica do Enfoque Ontossemiótico. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 537-560 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil.

COLEÇÃO 4V. **Matemática. Módulo 14. Frente A, B e C**. Volume 1- 4. Bernoulli Sistema de Ensino, 2019. Disponível em: <https://bernoulli.com.br/sistema-de-ensino/solucoes-educacionais/solucoes-ensino-fundamental-finais/>. Acesso em 08 de Junho de 2019.

CONTRERAS, J. M. Avaliação de conhecimentos e recursos didáticos na formação de professores sobre Probabilidade Condicional. Tese de doutorado – Departamento de Didáctica de la matemática – Universidade de Granada. 2011. Retrieved from <http://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/artega.pdf>.

CONTRERAS, José Miguel; DIAZ, Carmen; BATANERO, Carmen; ORTIZ, Juan Jesús. **Razonamiento Probabilístico de Profesores y su Evolucion en un Taller Formativo**. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.12, n.2, pp.181-198, 2010.

COSTA, A.; NACARATO, A. M. A Estocástica na Formação do Professor de Matemática: percepções de professores e de formadores. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, pp. 367-386, 2011.

COSTA, Wanderleya N. Gonçalves; PAMPLONA, Admur Severino, Entrecruzando Fronteiras: a Educação Estatística na formação de Professores de Matemática. **Boletim de**

**Educação Matemática**, vol. 24, núm. 40, dezembro, 2011, pp. 897-911. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil.

COUTINHO, C. Q. S. **Introdução ao conceito de probabilidade por uma visão frequentista – estudo epistemológico e didático**. 1994. 151 f. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1994.

COUTINHO, C. Q. S. **Introduction aux situations aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. Tese de doutorado. Grenoble I: Iniversité Joseph Fourier. 2001.

COUTINHO, C. Q. S. Probabilidade Geométrica: Um contexto para a modelização e a simulação de situações aleatórias com Cabri. In: **Anais da 25ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação - ANPED**, Caxambu, Minas Gerais. 2002. Disponível em <http://www.anped.org.br/app/webroot/files/probabilidade.pdf>. de Educación y Ciencia, 2006.

DÍAZ, Carmen; CONTRERAS, J. Miguel; BATANERO, Carmen; ROA, Rafael. Evaluación de Sesgos en el Razonamiento sobre Probabilidad Condicional en Futuros Profesores de Educación Secundaria **Boletim de Educação Matemática**, vol. 26, núm. 44, dezembro, 2012, pp. 1207-1225. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil.

ESPAÑA. Ministério da Educação. **Real Decreto 1513/2006**, de 7 de Diciembre, por el que se establecen lãs enseñanzas minimas de La educacion primaria. 2006. Disponível em: [www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf](http://www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf) Acesso em: 25 jan. 2016.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T. Desenvolvimento Profissional de Professores em Educação Estatística. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, Londrina (PR), v. 9, n. 1, 2016.

ESTEVAM, Everton J. Goldoni. CYRINO, Maria C.C. Trindade. *Educação estatística e a formação de professores de matemática: cenário de pesquisas brasileiras Zetetike* – FE/Unicamp – v. 22, n. 42 – jun/dez-2014.

EUGÊNIO, R. S. (2013) **Explorações sobre a média no software TinkerPlots 2.0 por estudantes do Ensino Fundamental**. 230 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) -- Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

EUGÊNIO, R. S. Letramento Probabilístico: o não determinístico é determinístico na formação do professor?. In: Mesa redonda: Letramento Estatístico como conhecimento fundamental para a compreensão do mundo na contemporaneidade no **IX Encontro Paraibano de Educação Matemática**. Campina Grande. 2016. ANAIS. Campina Grande: V. 1, 2016.

FELISBERTO DE CARVALHO, J. I.; MACEDO, R. C. Conhecimentos Necessários para o Ensino de Probabilidade: Discussão de uma Sequência Didática Desenvolvida com Estudantes de Matemática. **Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática**. Pirenópolis – Goiás. 2015.

FELISBERTO DE CARVALHO, J. I.; ROCHA, C. A. **Probabilidade nos primeiros anos escolares**. In: Brasil. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. Pacto nacional pela alfabetização na idade certa: Educação Estatística / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

FERNANDES, E.; LOPES, P. C. Literacia, Raciocínio e Pensamento Estatístico com Robots. **Quadrante**, v. 23, n. 2, 2004.

FERNANDES, J. A. da S. **Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidade no 9º ano de escolaridade**. Tese de Doutorado. Universidade do Minho. 1999.

FIORENTINI, D. Pesquisando com Professores: Reflexões sobre o Processo de Produção e Ressignificação dos Saberes da Profissão Docente. In: MATOS, J.F.; FERNANDES, E. (Eds). **Investigação em Educação Matemática – perspectivas e problemas**. Lisboa: APM, 2000. p. 187-195.

FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. **Introdução: Investigando e teorizando a partir da prática a cultura e o desenvolvimento de professores que ensinam matemática**. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.) **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa Editora, 2005, p. 7-17.

FIORENTINI, Dario; SOUZA Jr. Arlindo José; MELO, Gilberto F.Alves. **Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos**. In: GERALDI, Corinta M. G.; FIORENTINI, Dario; PEREIRA, Elisabete M. de A (Org.) **Cartografias do trabalho docente: professor (a)pesquisador (a)**. Campinas: Mercado de Letras/Associação de Leitura do Brasil, 1998.

FISCHBEIN, E. **Intuition in science and mathematics**. Dordrecht: D.Reidel, Publishing Company, 1987.

FISCHBEIN, E.; **The Intuitive Sources of Probability Thinking in Children**, Reidel, Dordrecht, 1975.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia do oprimido**. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

GAL, I. (2012). **Developing probability literacy: needs and pressures stemming from frameworks of adult competencies and mathematics curricula**. 12th International

Congress on Mathematical Education Program Name XX-YY-zz (pp. abcde-fghij) 8 July – 15 July, 2012, COEX, Seoul, Korea, 2012.

GAL, I. Adult statistical literacy: Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, v. 1, n. 70, p. 1-25, 2002.

GAL, I. **Adult's statistical literacy**: meanings, componentes, responsabilidades. *International Statistical Review*, 70, 2002, pp. 1-25. Disponível em: <https://www.iase-web.org/document/intstatreview/02.Gal.pdf> Acesso em: 05 jun. 2016.

GAL, I. **Dispositional aspects of coping with interpretive numeracy tasks**. *Literacy and Numerat Studies*, 11 (2), pp. 47-61, 2002a.

GAL, I. **Exploring probability in school: Challeges for teachingand learning**. 39-63p. 2005.

GAL, I. **Towards 'probability literacy' for all citizens**. In G. Jones (ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Kluwer Academic Publishers, 2005, 136.

GATTI, B. (2003). **Formação continuada de professores: a questão psicossocial**. *Cadernos de Pesquisa*, nº119. São Paulo.

GATTI, B. A. **Formação de professores no Brasil: características e problemas**. *Educação & Sociedade*, Campinas, v. 31, n. 113, p. 1.355-1.379, out./dez. 2010.

GATTI, B. A.; NUNES, M. M. R. (orgs.). **Formação de Professores para o Ensino Fundamental: Estudo de Currículos das Licenciaturas em Pedagogia, Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Biológicas**. *Coleção Textos FCC*, vol. 29, 2009.

GAUTHIER, C. et al. **Por uma teoria da pedagogia: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente**. Ijuí: Ed. UNIJUÍ, 1998. 457p. (Coleção fronteiras da educação).

GIGERENZER, G.; SWIJTINK, Z.; PORTER, T.; DASTON, L.; BEATTY, J. e KRUGER, L. **The Empire of Chance: how probability change science and everyday life**. Cambridge University Press, 1989.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6 ed. – São Paulo: Atlas, 2002 2002.

GÓMEZ, B. El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas. *PNA*, Granada, v. 5, n. 2, p. 49-65, 2011.

GOMEZ, E.; BATANERO, C; CONTRERAS, J. M. **Pre-service teachers' mathematical knowledge for teaching probability using a frequentist approach**. *Bolema* [online]. 2014, vol.28, n.48, pp.209-229. ISSN 0103-636X.



GÓMEZ, N. A. **La Probabilidad en los Textos de Matemática de 7° grado de Educación Básica Investigación y Postgrado**. Vol. 21, No. 2, 2006.

HERNÁNDEZ, Sergio González; RUIZ, Blanca Hernández; PINTO, Jesús e Sosa.; ALBERT, J. Huerta. Armando retos para la enseñanza y la formación de profesores de estadística en México **Revista de Matemática: Teoría y Aplicaciones**, vol. 20, núm. 2, julio-, 2013, pp. 257-273 Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

HILL, H. C., BALL, D. L., SCHILLING, S. G. **Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge os students**. Journal for Research in Mathematics Education, vol.39, n.4, 372-400. 2008.

IMBERNÓN. F. **Formação docente e profissional: formar-se para a mudança e a incerteza**. 7ª Ed. São Paulo: Cortez. 2009.

IVES, SARAH ELIZABETH. **Learning to Teach Probability: Relationships among Preservice Teachers' Beliefs and Orientations, Content Knowledge, and Pedagogical Content Knowledge of Probability**. Faculty of North Carolina State University - 2009.

JUNQUEIRA, A. L. N. **Probabilidade na educação básica: uma abordagem do design experiment na formação continuada de professores São Paulo**. Tese de doutorado - Universidade Bandeirante Anhanguera, 412 f., São Paulo, 2013.

KATAOKA, V. Y.; SOUZA, A. A.; OLIVEIRA, A. DE C. S.; FERNANDES, F.; PARANAÍBA, P.; OLIVEIRA, M. S. Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention. **Anais do ICME 11**, TSG 13, Monterrey, Mexico, 2008.

KATAOKA, V. Y; et al. Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention. **ICME 11**, TSG 13, México, 2008.

KILPATRICK, J.; SWAFFORD, J.; e FINDELL, B. Adding. **It Up: Helping Children Learn Mathematics**. Washington, DC: National Academy Press, (2001).

KOLMOGOROV, A. N. **Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitrechnung, Ergebnisse Der Mathematik**. Berlin: Julius Springer, 1933; traduzido como Foundations of Probability, New York: Chelsea Publishing Company, 1956.

KONOLD, C. (1991). **Understanding students' beliefs about probability**. In E. von Glaserfeld (Ed.), Radical constructivism in mathematics education (pp. 139-156), Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

KONOLD, C. **Informal Conceptions of Probability**. Cognition and Instruction, 6(1), 59-98. 1989. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/3233463>.

KONOLD, C., & Miller, C., D. (2005). **TinkerPlots: Dynamic data exploration**. Emeryville, CA: Key Curriculum Press.

KUENZER, A. Z. **A questão do ensino médio no Brasil: a difícil superação da dualidade estrutural.** In: Coletânea CBE. Série trabalho e educação. São Paulo: Papirus, 1992.

KUENZER, A. Z. **O ensino médio agora é para vida: entre o pretendido, o dito e o feito.** v. 21, n.70, Ed. Soc, 2000, p. 15-39.

LAPLACE, P. S., M. Le Marquis de. **Théorie Analytique des Probabilités.** Paris: Mme. Ve. Courcier 1812.

LAPLACE, P. S., M. Le Marquis de. **Essai Philosophique sur les Probabilités.** Paris: Bachelier 1825; traduzido como A Philosophical Essay on Probabilities. New York: Dover Publications Inc., English edition 1951.

LECOUTRE, M. **Cognitive models and problem spaces in "purely random" situations.** Educational Studies in Mathematics, Springer Netherlands, v. 23, n. 6, p. 557-568, 1992.

LIMA, T. C. S. de; MIOTO, R. C. T. **Procedimento Metodológico na Construção do Conhecimento Científico: a pesquisa bibliográfica.** Katál, Florianópolis, n. 10, p. 37 –45, 2007.

LOPES, C. A. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil.** 290 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação. 2003.

LOPES, C. E. A implementação curricular da Estatística e da probabilidade na educação básica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. **Anais [...]** Brasília: SBEM, 2009. v. 1. p. 1-18.

LOPES, Celi Espasandin. Educação Estatística no Curso de Licenciatura em Matemática. *Bolema, Rio Claro (SP)*, v. 27, n. 47, p. 901-915, dez. 2013.

LOPES, Celi Espasandin. **O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores.** Cad. Cedes, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008.

LÓPEZ, Natalia Ruiz. La Enseñanza de la Estadística en la Educación Primaria en América Latina REICE. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, vol. 13, núm. 1, enero-marzo, 2015, pp. 103-121 **Red Iberoamericana de Investigación Sobre Cambio y Eficacia Escolar.** Madrid, España.

MEC. **Decretos de Enseñanza Secundaria Obligatoria.** Madrid, España: Ministerio de Educación y Ciencia, 2006.

MENEGHETTI, Renata Cristina Geromel; BATISTELA, Rosemeire de Fátima; BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. A pesquisa sobre o ensino de probabilidade e estatística no Brasil: um exercício de metacompreensão. **BOLEMA : Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, UNESP, v. 24, n. 40, p. 811-833, 2011.

MLODINOW, LEONARD. **O andar do bêbado: como o acaso determina nossas vidas**. Rio de Janeiro: Zahar, 2011.

MOHR, M.J. **Mathematics knowledge for teaching: The case of preservice teachers**. In G. Kulm, (Ed.), *Teacher knowledge and practice in middle grades mathematics*. (pp.19-43). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers. 2008.

MONTEIRO, C. E. F. Letramento estatístico: conceituações e implicações para a Educação Estatística. In: ENCONTRO PARAIBANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2016, Campina Grande. **Anais [...]** Campina Grande: SBEM-PB, 2016. p. 1-8.

MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira; AINLEY, Janet Mary. The interpretation of graphs: Reflecting on contextual aspects. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 3, n. 2, p. 17-30, 2010.

NACARATO, A. M. **A escola como locus de formação e de aprendizagem: possibilidades e riscos da colaboração**. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.) *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir de prática*. São Paulo: Musa Editora, 2005. p. 175-195.

NCTM. National Council of Teachers of Mathematics. *Principles and Standards for School Mathematics*. **Reston**. Va.: 2000.

NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. **Reston**, Virginia. 2000. Disponível em: <http://standards.nctm.org>. Acesso em: 10 dez. 2016.

NISS, M. A.; JABLONKA, E. Mathematical Literacy. In: LERMAN, S. (Ed.) **Encyclopedia of Mathematics Education**. Dordrecht: Springer, 2014. p. 391-396.

NOVAES, D. V.; COUTINHO, C. Q. S. **Estatística para educação profissional**. São Paulo: Atlas, 2009.

NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L.; TERLEKTSI, M. **Teaching primary school children about probability**. Teacher handbook. Departamento de Educação, Universidade de Oxford. [CD-ROM]. 2012.

ODY, Magnus Cesar, VIALI, Lori. Alfabetização, letramento e literacia: da aquisição e das habilidades de leitura, de escrita e de cálculo, à utilização de suas competências na estatística e na probabilidade. **VII CIBEM** (Congresso Ibero Americano de Educação Matemática). Montevideu, Uruguai. De 16 a 21 de setembro de 2013.

OLIVEIRA, Paulo César; PEREIRA, Júlio César. Planejamento e delineamento de experimentos probabilísticos para o Ensino Fundamental I. **Linhas Críticas**, vol. 18, núm. 35, enero-abril, 2012, pp. 151-170 Universidade de Brasília, Brasília, Brasil.

ORTIZ, C. A. V. **Evaluación de los conocimientos didáctico-matemáticos para la enseñanza de la probabilidad de los profesores de educación primaria en activo.**

Programa de Doctorado en Educación, Universidad de Girona, 533f. 2014.

ORTIZ, J. J. **La Probabilidad en los Libros de Texto.** 264 p. Tese de doctorado.

Universidad de Granada, Granada. 2002.

ORTIZ, J.; BATANERO, C.; CONTRERAS, C. Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. **Relime - Revista Latino Americana de Matemática Educativa**, México, v. 15, n. 1, p. 63-91. 2012.

ORTIZ, Juan Jesús, BATANERO, Carmen, CONTRERAS, José Miguel; **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa** (2012) 15 (1): 63-91.

Recepción: Abril 23, 2010 / Aceptación: Septiembre 28, 2011.

PAMPLONA, A. S. **A Formação Estatística e Pedagógica do Professor de Matemática em Comunidades de Prática.** 2009. 256 f. Tese (Doutorado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Estadual de Campinas (Unicamp), Campinas, 2009.

PAMPLONA, A. S. A formação estatística e pedagógica do professor de Matemática.

**Revista Zetetiké**, FE/Unicamp, v. 20, n. 1, pp. 91-105, 2012.

PAMPLONA, A. S.; CARVALHO, D. L. A Educação Estatística e as Relações de Poder em Comunidades de Prática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 351-366, dez. 2011.

PERNAMBUCO, **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco:**

parâmetros curriculares de Matemática para o ensino fundamental e médio. Recife:

Secretaria de Educação, 2012.

PIETROPAOLO, R. C.; CAMPOS, T. M. M.; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I.; TEIXEIRA, P. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos anos iniciais. **Anais do IV Seminário do Observatório da Educação da CAPES.** Brasil, 2013.

PIETROPAOLO, R. C.; SILVA, A. F. G.; CAMPOS, T. M. M.; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I. Conhecimentos de professores para ensinar probabilidade nos anos finais do ensino fundamental. **JIEEM – Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática IJSME – International Journal for Studies in Mathematics Education**, p.126, 8(3), 2015.

PIETROPAOLO, R. C; CAMPOS, T. M. M; SILVA, A. F. G. Formação continuada de professores de matemática da Educação Básica em um contexto de implementação de inovações curriculares. **Revista Brasileira de Pós-Graduação RBPG**, supl. 2, v. 8, p. 377 – 399, 2012.

QUINTAS, S. M. O.; OLIVEIRA, H. M. A. P.; FERREIRA, R. A. O. F. T. O conhecimento didático em estatística: um estudo exploratório com professores de matemática do ensino secundário. **Nuances Estudos sobre Educação**, Presidente Prudente, SP, ano 2011, v. 18, ed. 19, p. 36-51, 28 abr. 2020. DOI <http://dx.doi.org/10.14572/nuances.v18i19.346> 36 Nuances: estudos. Disponível em: <https://revista.fct.unesp.br/index.php/Nuances/article/view/466/498>. Acesso em: 15 maio 2016.

RIBEIRO, S. D. **As pesquisas sobre o Ensino da Estatística e da Probabilidade no período de 2000 a 2008**: uma pesquisa a partir do Banco de Teses da CAPES. 2010. 115 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC), São Paulo, 2010.

ROTHER, E. T. Revisão sistemática x revisão narrativa. **Acta Paulista de Enfermagem**, São Paulo, v. 20, n. 2, p. v-vi, jun. 2007.

ROTHER, Edna Terezinha. Revisão sistemática X revisão narrativa. **Acta Paulista de Enfermagem**, São Paulo, v. 20, n. 2, editorial, abr./jun. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ape/v20n2/a01v20n2.pdf> >. Acesso em: 20 nov. 2017.

RUIZ, Blanca; BATANERO, Carmen; ARTEAGA, Pedro Vinculación de la Variable Aleatoria y Estadística en la Realización de Inferencias Informales por parte de Futuros Profesores. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 431-449 Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil. saber docente. Ijuí: Ed. UNIJUÍ, 1998. 457p. (Coleção fronteiras da educação).

SACRISTÁN, José Gimeno. **O currículo: uma reflexão sobre a prática**. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SANTANA, M. R. M. de. **O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado, 94 p. Recife: UFPE, 2011.

SANTOS, I. P; FELISBERTO DE CARVALHO, J. I. **Uma revisão sistemática sobre o ensino de probabilidade na educação básica**. Revista Educação Matemática em Foco. v7. n3. 2018.

SANTOS, Jaqueline A. F. Lixandrão; GRANDO, Regina Célia. O Movimento das Ideias Probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 24, núm. 39, agosto, 2011, pp. 561-584. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, Brasil.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. 38 ed. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

SHAMOS, M. H.; **The myth of scientific literacy**. New Brunswick: Rutgers University Press, 1995.

SHAUGHNESSY, J. M. **Research on statistics learning and reasoning**. In F. K. Lester Jr (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 957-1009). Reston: The National Council of Teachers of Mathematics (2007).

SHULMAN, L. S. Knowledge and Teaching: foundations of the New Reform. **Harvard Educational Review**, vol.57, n.1. 1987.

SHULMAN, L.S. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Education Researcher**, v.15, n.2, p.4-14, 1986.

SILVA, J. F; ALMEIDA, L.A.A. **Política Permanente de Formação Continuada de Professores: entraves possibilidades**. In: Andrea Tereza Brito Ferreira, Shirleide Pereira da Silva Cruz *Formação continuada de professores: reflexões sobre a prática/*. –Recife. Ed. Universitária da UFPE, 2010.

SILVA, L. B. **A Estatística e a Probabilidade nos Currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil**. 2014. 129 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), 2014.

SKOVSMOSE, O. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. São Paulo: Papirus, 2008.144 p.

SOARES, M. Letramento e escolarização. In: RIBEIRO, V. M. (Org.). **Letramento no Brasil**: reflexões a partir do INAF 2001. 2ª ed. São Paulo: Global, 2004b.

SOARES, M. **Letramento**: um tema em três gêneros. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

SOARES, M. **Alfabetização: a resignificação do conceito**. *Alfabetização e Cidadania*, 2003. n° 16, p 9-17, jul.

SOARES, M. **Letramento e alfabetização**: as muitas facetas. **Revista Brasileira de Educação**. São Paulo, n° 25, 2005.

SOARES, M. **O que é letramento e alfabetização**. SOARES, M. *Letramento: um tema em três gêneros*. Belo Horizonte: Autêntica, 1998.

SOLDATELLI, A.; **O Paradoxo da Porta dos Desesperados**. *Scientia cum Industria*, v. 4, p. 228-231, 2016.

SOUZA, A. C. ; SOUZA, L. O. ; MENDONÇA, L. O. ; LOPES, C. E. . *O ensino da Estatística e a Probabilidade na Educação Básica: Atividades e projetos gerados a partir de pesquisas de mestrado profissional*. **Vidya** (Santa Maria. Impresso) , v. 1, p. 49-66, 2013.

SOUZA, L. O. . Collaborative training for teaching probability and statistics: empirical approaches and simulation with elementary school students. In: *Satellite conference of the International Association for Statistical Education (IASE)*, 2015, Rio de Janeiro. *Advances*

in statistics education: developments, experiences and assessments. Rio de Janeiro: M.A. Sorto (Ed.), 2015. p. 1-6.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 2.ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 17.ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

TRACTENBERG, L. E. F. **Colaboração docente e ensino colaborativo na educação superior em ciências, matemática e saúde** – contexto, fundamentos e revisão sistemática. 2011. 320 f. Tese (Doutorado em Ciências e Saúde) – Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, 2011.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em Ciências Sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1995.

VARGAS, M. A.; QUIRÓS, B. J. P.; B. GONZÁLEZ, H.; LÓPEZ, C. M.; DELGADO, E. C.; Evelyn; DYLANA, F. P.; MORA P.; ORTIZ, E. R.V.; FERNANDA, M. .Aspectos relevantes sobre la formación docente en I y II ciclos en los temas probabilidad y estadística. **Revista Electrónica Educare**, vol. 16, núm. 2, mayo-agosto, 2012, pp. 113-129. Universidad Nacional Heredia, Costa Rica.

VIALI, L. **Algumas Considerações Sobre a Origem da Teoria da Probabilidade**. Revista Brasileira de História da Matemática, v. 8, p. 85-97, 2008.

VIALI, Lori, CURY, Helena Noronha. Análise de erros em probabilidade: uma pesquisa com professores em formação continuada. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v.11, n.2, pp.373-391, 2009.

WALLMAN, K. Enhancing statistical literacy: Enriching our society. **Journal of the American Statistical Association**, v. 88, n. 421, p. 1-8, 1993.

WATSON, J. Assessing statistical literacy through the use of media surveys. In: Gal, I.; Garfield, J. (Ed.). **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdam: IOS, Press International Statistical Institute, 1997. p. 107-121.

WATSON, J.; CALLINGHAM, R.; Statistical Literacy: a complex hierarchical construct. **Statistical Education Research Journal**, v. 2, n. 2, p. 3-46, 2003. Disponível em <http://fehps.une.edu.au/serj>. Acesso em 2016.

WILD, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, 67(3), 223-265. Retrieved September 18, 2014, from, <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.Wild.Pfannkuch.pdf>.



Universidade Federal de Pernambuco  
Centro de Educação  
Pós-Graduação em Educação Matemática e  
Tecnológica - EDUMATEC

Av. Acadêmico Hélio  
Ramos, s/n, Cid.  
Universitária  
Fone/FAX (81) 2126-  
8324

## APÊNDICE A

### SOLICITAÇÃO DE AUTORIZAÇÃO PARA A REALIZAÇÃO DA PESQUISA EM UMA ESCOLA DA REDE PRIVADA NO MUNICÍPIO DE GARANHUNS

À Escola X.

O Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco, solicita permissão para que **Robson da Silva Eugênio**, doutorando da Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, realize nessa Instituição a coleta de dados da sua pesquisa de Tese intitulada “Letramento Probabilístico de Professores do Ensino Fundamental: explorações em um grupo formativo”, é orientado pelo Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro e pela Profa. Dra. Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho. O objetivo da pesquisa é analisar o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico no âmbito de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.

Para a obtenção dos dados, o pesquisador precisará realizar uma formação com professores que ensinam Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental. A formação será composta de 6 encontros, cada um com duração máxima de 3 horas; com um intervalo de 15 dias de um encontro para outro.

Os professores envolvidos na pesquisa não terão nenhum gasto financeiro, mas terão a oportunidade de participar de uma formação que trará novos elementos para as suas práticas pedagógicas e que consequentemente irá trazer benefícios para o seu desenvolvimento profissional.

Os dados obtidos a partir das atividades realizadas durante a formação, assim como aqueles obtidos em eventuais entrevistas e questionários, só serão analisados pelo pesquisador e seus orientadores.

Todo o processo será conduzido a partir de procedimentos éticos em pesquisa, sendo garantido o anonimato dos participantes, bem como dessa instituição em qualquer publicação nos quais os dados coletados sejam apresentados.

Agradecemos antecipadamente e nos colocamos à disposição para quaisquer esclarecimentos pelo e-mail: [robsonseugenio@gmail.com](mailto:robsonseugenio@gmail.com) e celular (81) 998746436.

Atenciosamente,

Garanhuns, 25 de maio de 2018.



## APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO



### UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO CENTRO DE EDUCAÇÃO

Rua Acadêmico Hélio Ramos S/N. Cidade Universitária- Recife - PE, 50670-901, Brasil  
Fone e Fax: 55 [81] 2126 8323

**Título da Pesquisa:** Letramento Probabilístico de Professores do Ensino Fundamental: explorações em um grupo

**Pesquisador:** Prof. Me Robson da Silva Eugênio

**Orientadores:** Prof. Dr. Carlos Eduardo Ferreira Monteiro e a Profa. Dra Liliane Maria Teixeira Lima de Carvalho.

O(a) senhor (a) está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa Letramento Probabilístico de Professores do Ensino Fundamental: explorações em um grupo, por ser professor(a) da Educação Básica de Matemática. Sua participação não é obrigatória. A qualquer momento, você poderá desistir de participar e retirar seu consentimento. Sua recusa, desistência ou retirada de consentimento não acarretará em nenhum prejuízo para si. A pesquisa tem por objetivo analisar o ensino de Probabilidade numa perspectiva do Letramento Probabilístico no âmbito de um grupo de professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental. Consideramos que a sua contribuição será muito importante para a produção de conhecimento na área de Educação Matemática e Estatística. O material coletado no processo de formação, as atividades realizadas, os áudios e vídeos gravados, as transcrições e os registros escritos estarão estritamente guardados, preservando o sigilo da pesquisa. Todo o processo será conduzido a partir de procedimentos éticos em pesquisa, os quais preservam a sua identidade, assim como de sua instituição, em qualquer publicação em que os dados coletados sejam apresentados.

Após esses esclarecimentos, solicitamos o seu consentimento, e autorizamos a execução do trabalho de pesquisa e a divulgação dos dados obtidos neste estudo.

Não assine esse termo se ainda tiver dúvida a respeito da pesquisa.

Tendo em vista os termos apresentados, eu, de forma livre e esclarecida, manifesto o meu consentimento em participar da pesquisa.

O pesquisador responsável por essa pesquisa é **Robson da Silva Eugênio**, que poderá ser contatado pelo telefone (81)998746436 ou pelo e-mail: robsonseugenio@gmail.com.

Data:     /     /

Assinatura do participante: .....

Testemunha 1

Testemunha 2