

**UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**  
**DOUTORADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

**Reflexões e ações de professores sobre modelagem na  
Educação Estatística em um grupo colaborativo**

**LUZINETE DE OLIVEIRA MENDONÇA**

**Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Celi Aparecida Espasandin Lopes**

**Tese apresentada ao Doutorado em Ensino  
de Ciências e Matemática, da Universidade  
Cruzeiro do Sul, como parte dos requisitos  
para a obtenção do título de Doutor em  
Ensino de Ciências e Matemática**

**SÃO PAULO**  
**2015**

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE  
TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO,  
PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA  
BIBLIOTECA CENTRAL DA UNICSUL



**UNIVERSIDADE CRUZEIRO DO SUL**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO**

**Reflexões e ações de professores sobre modelagem na**  
**Educação Estatística em um grupo colaborativo**

**Luzinete de Oliveira Mendonça**

**Tese de doutorado defendida e aprovada pela**  
**Banca Examinadora em 06/03/2015.**

**BANCA EXAMINADORA:**

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Celi Espasandin Lopes**  
**Universidade Cruzeiro do Sul**  
**Presidente**

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Norma Suely Gomes Allevato**  
**Universidade Cruzeiro do Sul**

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Maria de Lourdes Maciel**  
**Universidade Cruzeiro do Sul**

**Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Andrea Maria Pereira de Oliveira**  
**Universidade Estadual da Bahia**

**Prof. Dr. Ademir Donizete Caldeira**  
**Universidade Federal de São Carlos**

**À**

**Minha filha Taline.**

**Aos**

**Meus pais Rosalino Ferreira de Mendonça (em  
memória) e Carminda de Oliveira Mendonça.**

## **AGRADECIMENTOS**

À professora Celi Lopes pela orientação, pelo auxílio e pela disponibilidade na elaboração desta tese.

Aos professores membros do GIFEM (Grupo de Investigação e Formação em Educação Matemática) por caminhar comigo nessa jornada.

Aos professores participantes da banca – Norma Allevato, Maria de Lourdes Maciel, Andreia Oliveira e Ademir Donizete Caldeira – pelas contribuições para a finalização deste trabalho.

Aos meus amigos e companheiros de todas as horas dessa jornada: Meri Bello Kooro, Rui Edson Aluvei, José Ferreira, Mariza Kitamura e Marisa Anaclério, pela confiança e incentivo.

A todos os professores que fizeram parte de minha formação.

Aos meus familiares e amigos pelo apoio e pela compreensão de minha ausência nesse período.

Aos meus alunos que me inspiraram e impulsionaram minha busca por uma educação melhor.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro.

**“SE A EDUCAÇÃO SOZINHA NÃO PODE TRANSFORMAR A SOCIEDADE,  
TAMPOUCO SEM ELA A SOCIEDADE MUDA”.**

**PAULO FREIRE**

**(1921-1997)**

**Educador e pesquisador brasileiro.**

MENDONÇA, L. O. **Reflexões e ações de professores sobre modelagem na Educação Estatística em um grupo colaborativo**. 2015. 247 f. TESE (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

## **RESUMO**

Este trabalho buscou aprofundar compreensões acerca da modelagem matemática na Formação de Professores. Para isso, foi desenvolvida uma investigação de natureza qualitativa. Os dados da pesquisa foram gerados a partir de discussões e ações referentes à modelagem matemática, na perspectiva reflexiva, em um grupo colaborativo de professores que tem como foco de reflexão a Educação Estatística no Ensino Básico. A dinâmica empreendida nesse processo possibilitou construir elementos para a observação da relevância de algumas ações, propostas na literatura, para a formação de ideias sobre modelagem. Assim, os professores foram provocados a assumir papel ativo para intervir em seus contextos de atuação de forma criativa e contínua. Para isso, utilizaram um referencial teórico sólido com o apoio dos pares no grupo, assumindo a compreensão do ensino como uma prática construída socialmente, em que o professor é um componente fundamental para provocar mudanças. Os resultados mostram a ratificação de algumas conjecturas e as refutações de outras. Expõem ainda um cenário de insatisfação dos professores com a forma como a gestão das escolas em que atuam controla e limita suas práticas, o que gerou condições para a reflexão sobre a necessidade de um posicionamento político para exercer uma prática inovadora e produtiva. Além disso, conclui-se que atividades dessa natureza demandam uma ação pedagógica com foco na intervenção estratégica em um processo contínuo de problematização de sua prática. Nessa perspectiva a modelagem se constituiu em um meio de formação contínua.

**Palavras-chave:** Formação do Professor que ensina Matemática, intervenção estratégica, modelagem matemática, grupo colaborativo, Educação Estatística.

MENDONÇA, L. O. Thoughts and teacher actions about modeling in Statistics Education in a collaborative group. 2015. 247 f. THESIS (Doctorate in Science and Mathematics Teaching) Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2015.

### **Abstract**

This work aimed to deepen understanding about mathematical modeling in the teacher training. For that, a qualitative study was developed. The research data were generated from the discussions and actions related to mathematical modeling, on a reflective perspective, in a collaborative group of teachers whose reflection focus is the Statistics Education in the Basic Education. The dynamic undertaken in this process allowed the construction of elements in order to observe the relevance of some actions, proposed in the literature, for originate to ideas about modeling. Therefore, the teachers were challenged to take an active role to intervene in their respective context in a creative and continuous way. For that, they used a solid theoretical framework with the support of the peers in the group, assuming the understanding of teaching as a socially constructed practice, in which the teacher is the key component to cause changes. The results show the ratification of some conjectures and refutations of the others. It is further exposed a scenery of teachers' dissatisfaction with the way how the management of the schools where they work controls and gives limits to their practices, it was what generated conditions to a reflection about the necessity of a political position to exercise an innovative and productive practice. In addition, it is concluded that activities of this nature require a pedagogical action focused in the strategic intervention in an ongoing process of questioning the practice. From this perspective, the modeling is constituted in a means of continuous training.

**Key words:** Mathematics teacher training; pedagogical intervention; mathematical modeling; collaborative group; Statistics Education.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 –	MÉDIA DE VENDAS E TEMPO MÉDIO DE TRABALHO DOS VENDEDORES.....	107
Figura 2 –	MÉDIA DE VENDAS DOS FUNCIONÁRIOS POR HORA.....	109
Figura 3 –	AJUSTE DE CURVA DAS VENDAS EM RELAÇÃO AO TEMPO DE TRABALHO DOS ENDEDORES.....	111
Quadro 1 –	DISPERSÃO DAS VENDAS EM TORNO DA MÉDIA DE MARIA E KIM .....	110

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	DÓLARES GANHOS POR CADA VENDEDOR NO PERÍODO TRABALHADO.....	100
Tabela 2 –	TEMPO DE TRABALHO DE CADA VENDEDOR NO PERÍODO ANALISADO.....	100
Tabela 3 –	DESEMPENHOS DOS VENDEDORES G1.....	104
Tabela 4 –	DESVIO-PADRÃO DAS VENDAS TOTAIS DE CADA FUNCIONÁRIO NOS TRÊS MESES.....	110
Tabela 5 –	RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS "QUANTAS VEZES SE BRINCA" E "BRINCADEIRA FAVORITA" .....	146
Tabela 6 –	ORGANIZAÇÃO DOS ACERTOS NA BOCA DO PALHAÇO.....	152

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO: DA TRAJETÓRIA PROFISSIONAL À CONSTITUIÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA.....</b>	<b>11</b>
<b>A pesquisa.....</b>	<b>12</b>
<b>Objetivos e justificativa.....</b>	<b>14</b>
<b>O contexto da pesquisa.....</b>	<b>15</b>
<b>Metodologia.....</b>	<b>18</b>
<b>Encaminhamento metodológicos.....</b>	<b>21</b>
<b>Organização da Tese.....</b>	<b>24</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
<b>1 EMBASAMENTO TEÓRICO.....</b>	<b>28</b>
<b>1.1 O professor e sua formação.....</b>	<b>28</b>
1.1.1 A reflexão como elemento estruturador da identidade do professor..	33
1.1.2 A formação profissional do docente e a complexidade do ensino.....	37
1.1.3 Um espaço para a formação contínua do professor: grupos colaborativos.....	41
<b>1.2 O professor que ensina Matemática e a modelagem matemática.....</b>	<b>47</b>
1.2.1 A modelagem na Educação Matemática.....	50
1.2.1.1 O currículo escolar e as atividades de modelagem matemática.....	53
1.2.1.2 A elaboração de atividades de modelagem matemática.....	55
1.2.1.2.1 A problematização na elaboração de atividades de modelagem matemática.....	58
1.2.2 A intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem.....	65
1.2.3 A problematização no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.....	71
1.2.4 O planejamento de atividades de modelagem.....	73
1.2.5 A formação do professor e a modelagem matemática.....	76
<b>1.3 A Formação do professor e a Educação Estatística.....</b>	<b>81</b>
1.3.1 A Educação Estatística na escola básica.....	82
1.3.2 Tendências metodológicas para a Educação Estatística.....	86
1.3.3 A modelagem matemática na Educação Estatística.....	89
1.3.4 Uma proposta de discussão sobre modelagem matemática em um grupo de natureza colaborativa.....	92

	<b>CAPÍTULO II</b>	
<b>2</b>	<b>DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....</b>	<b>97</b>
<b>2.1</b>	<b>A modelagem matemática nas discussões do GIFEM.....</b>	<b>97</b>
2.1.2	Vivência em atividade de modelagem como aluno.....	98
2.1.2.1	A socialização da ação “vivência em atividade de modelagem como aluno”.....	108
2.1.3	A ação "estudo de caso de ensino".....	113
2.1.4	A ação “análise de modelos prontos”.....	121
2.1.5	Ação “elaboração de atividades de modelagem”.....	123
2.1.6	A ação “implementação de atividades de modelagem”.....	131
2.1.6.1	O projeto “Música”.....	137
2.1.6.2	O projeto “Brincadeiras”.....	139
2.1.6.3	A atividade “Boca de palhaço”.....	148
<b>2.2</b>	<b>Síntese das vivências nas ações propostas.....</b>	<b>154</b>
	<b>CAPÍTULO III</b>	
<b>Artigo 1</b>	<b>Planejamento de atividades de modelagem matemática: um caminho possível.....</b>	<b>157</b>
<b>Artigo 2</b>	<b>A intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.....</b>	<b>183</b>
<b>Artigo 3</b>	<b>As aprendizagens oportunizadas a um grupo de professores em um espaço de discussão sobre modelagem matemática.....</b>	<b>197</b>
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>228</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>235</b>

## **INTRODUÇÃO: DA TRAJETÓRIA PROFISSIONAL À CONSTITUIÇÃO DO OBJETO DE PESQUISA**

Ao me inserir no espaço escolar em 2001, no Ensino Básico, deparei-me com situações de sala de aula que me inquietaram e me incitaram a buscar meios de transformar a cultura de passividade dos estudantes e de conformismo dos professores, de forma geral, e, em particular, dos de Matemática. Para enfrentar esse desafio, participei de cursos de formação e me aproximei de outros professores mais experientes.

Nesse caminho, em muitos momentos senti entusiasmo, mas em outros, frustrações. O estado de insatisfação ocorria em função de não encontrar respostas para as questões que me incomodavam. Estas se referiam à dinâmica de possibilitar, em sala de aula, aos estudantes a ampliação de sua visão de mundo, de modo que se sentissem parte dele, e de rememorar aos professores seu poder de intervir no espaço escolar e contribuir para a transformação deste. Assim, a pressuposição, presente na escola, de que o conhecimento matemático é inatingível para muitos estudantes e a compreensão de que o professor tem poder de transformação de seu campo de atuação guiavam minha busca pelo conhecimento de conceitos, ações, atitudes e métodos que pudessem contribuir para a mudança desse quadro.

Em meu percurso, encontrei o debate da Educação Matemática sobre a modelagem matemática. Ele reforçou a ideia de que os conceitos da Matemática poderiam ser apresentados para os estudantes de forma mais natural, nesse caso, tomando, pelas lentes dessa perspectiva, seu contexto como objeto de estudo e reflexão.

Minhas experiências concretas com a modelagem me fizeram considerar que talvez esse fosse um caminho para amenizar as dificuldades que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática enfrenta. A partir de então, venho

buscando me familiarizar com os aspectos teóricos, metodológicos e práticos da modelagem matemática<sup>1</sup> na Educação Matemática.

A vivência com a modelagem na prática de sala de aula de Matemática e as discussões desta temática no campo da Educação Matemática têm sido um de meus principais objetos de estudo. Já em 2006, ao elaborar a monografia da pós-graduação *lato sensu*, tomei essa perspectiva como foco de discussão teórica. Ao ingressar no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul, em 2007, a modelagem foi instrumento de ação e reflexão para a implementação da Educação Estatística na sala de aula, culminando, assim, na dissertação do Mestrado Profissional. Com ela, obtive respostas significativas para minhas inquietações com a passividade dos estudantes na aprendizagem da Matemática. A partir daí, esse objeto se ampliou para a Formação de Professores, que passa a ser meu campo de ação, estudo e reflexão.

## **A pesquisa**

A modelagem matemática na formação de professores se constitui o foco deste projeto de Doutorado. No entanto, em função da abrangência dos dois campos, fez-se necessário delimitar o campo de observação para as ações, vivenciadas por docentes em um grupo colaborativo e em seu contexto profissional, relacionadas à modelagem matemática. Considerei que o envolvimento dos educadores nessas ações daria indicações da pertinência delas para a ampliação das ideias sobre modelagem.

Com o intuito de construir dados, de forma sistemática, para essa compreensão, apresentei o projeto desenvolvido com estudantes do terceiro ano do Ensino Médio para a implementação da Educação Estatística (MENDONÇA, 2008) a alguns professores, envolvidos em um grupo de natureza colaborativa, que se mostraram interessados em aprofundar a discussão sobre o tema. Esse grupo, do qual faço parte, tem como foco de discussão a Educação Estatística.

---

<sup>1</sup> A partir deste ponto, por vezes, o termo “modelagem” será usado para me referir à modelagem matemática no campo da Educação Matemática, evitando repetições.

Com isso, considerei pertinente propor que, no decorrer de um semestre, tratássemos da modelagem. A partir do aceite dos professores um questionamento direcionou os passos da investigação: quais as ações favoráveis à construção de ideias sobre a modelagem matemática e ao aprofundamento dessa perspectiva?

Na busca de resposta para essa questão, construí um embasamento teórico para organizar uma proposta de discussão ampla, que contemplasse aspectos teóricos e práticos acerca da modelagem. No entanto, levei em conta um fator imprescindível na formação de adultos: os interesses e as necessidades dos professores. Nesse caso, esses fatores deveriam encaminhar o processo, a reflexão e as ações do grupo.

Assim, algumas ações, de aspectos teóricos e práticos, referentes à modelagem, foram vivenciadas nos espaços de discussão do grupo e na prática dos professores, as quais forneceram elementos para esta investigação. Busquei compreender como o grupo de professores se envolve com a modelagem matemática para abordar a Educação Estatística no Ensino fundamental, o que subsidiaria a compreensão da relevância das ações vivenciadas para a formação de juízo sobre a modelagem matemática. Naquele primeiro momento, tinha como norte a seguinte pergunta: como professores que ensinam Matemática, envolvidos em um grupo de estudos sobre a Educação Estatística, se apropriam da Modelagem Matemática para seu desenvolvimento profissional?

Tal questionamento refletia a ideia de que a modelagem matemática se constituiria em um meio à formação do professor e, por conta disso, contribuiria para o seu desenvolvimento profissional. Contudo, apesar de essa ser uma das perspectivas deste estudo, à medida que as reflexões se aprofundavam, ficava evidente que esse não era o foco principal.

O cerne da pesquisa estava na compreensão das ações pertinentes para os professores construírem elementos para avaliar a possibilidade de usar a modelagem matemática em sua prática, o que poderia ser observado a partir do envolvimento dos professores nas ações propostas para debate no grupo. Desse

modo, a pergunta norteadora da pesquisa foi modificada, passando a ser: *como se dá o envolvimento de um grupo de professores com a modelagem matemática na Educação Estatística no Ensino Fundamental?*

A busca de respostas para esse questionamento pode fornecer elementos para a construção de um quadro amplo sobre a pertinência das ações propostas para o aprofundamento teórico e prático no que se refere à modelagem matemática. O que pode contribuir para a ampliação do debate sobre a formação de professores no que tange a modelagem na Educação Matemática, em particular na Educação Estatística.

Assim, esta pesquisa se situa no âmbito da Educação, mais especificamente na Educação Matemática, campo que abrange as duas principais áreas nas quais o objeto em estudo está inserido: a formação de professor que ensina Matemática e a modelagem matemática. Em função do foco de discussão do grupo, este estudo também aborda a Educação Estatística.

### **Objetivos e justificativa**

Esta pesquisa tem como objetivo geral compreender quais ações favorecem o entendimento dos professores no que se refere à modelagem na Educação Matemática. Esse intento é levado a cabo com a observação do envolvimento de um grupo de professores com a modelagem para abordar a Educação Estatística no contexto de suas práticas.

Em consequência desse objetivo geral, alguns propósitos específicos são pertinentes:

- fazer um levantamento das discussões sobre a prática com modelagem na Educação Básica na atualidade;
- elencar as ações relevantes para a formação de professores no que tange à modelagem na Educação Matemática;
- Incentivar o envolvimento dos docentes nas ações propostas;
- descrever e interpretar as vivências dos educadores nas ações propostas.

Os dois primeiros objetivos contemplam a necessidade de conhecer as discussões atuais sobre a prática pedagógica com modelagem no Ensino Básico, o que contribuiu para proporcionar condições para que os professores tenham contato com a modelagem em todas as suas dimensões. Já os dois últimos possibilitam construir dados para atender ao objetivo deste estudo.

Tendo isso em vista, esta investigação é relevante, pois, apesar de as pesquisas sobre modelagem terem se ampliado consideravelmente nos últimos anos, são poucas as que tratam da questão da Formação de Professores na modelagem, todavia, são esses que a efetivam na sala de aula. Além disso, estudos empíricos mostram uma presença tímida da modelagem nas aulas de matemática do Ensino Básico, ainda que as investigações sobre ela apontem como uma abordagem inovadora para a aprendizagem da Matemática. Tais pesquisas expõem ainda resistência de muitos docentes para adotar a modelagem e dificuldades de diversas naturezas quando eles se envolvem com essa perspectiva em sua prática ou em processos de formação.

Desse modo, esse estudo se justifica em função da necessidade de ampliar as discussões sobre o fazer modelagem na Educação Básica, com foco na formação do professor, atentando para o contexto complexo em que o ensino se insere e para as especificidades da modelagem matemática. Particularmente no que se refere à Educação Estatística esse aprofundamento se faz necessário, por conta dos raciocínios específicos que essa área demanda.

### **O contexto da pesquisa**

A pesquisa se estabelece a partir de um grupo de natureza colaborativa que discute a Educação Estatística em encontros quinzenais de três horas. Ele foi formado a convite da professora Celi Lopes a docentes da rede municipal de Valinhos, no interior de São Paulo, no início de 2012. A adesão dos professores foi voluntária e na ocasião quatro deles aceitaram o convite. No segundo semestre daquele ano, juntei-me ao grupo e, no final do ano, apresentei o trabalho realizado com meus alunos do Ensino Médio para a implementação da Educação



Estatística, usando a modelagem matemática. Esse projeto foi desenvolvido no processo de coleta de dados para a pesquisa de Mestrado, defendida em 2008.

No início de 2013 mais uma professora, desta vez da rede municipal de Campinas, se juntou a nós. Com isso, ao iniciar a discussão sobre modelagem matemática, o grupo contava com quatro professores especialistas, sendo dois mestres em Educação, um mestrando em Matemática e uma especialista em Educação Matemática, além de uma pedagoga com atuação nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que ingressou, no segundo semestre daquele mesmo ano, em uma especialização em Ensino de Ciências e Matemática. Nesse caso, no período de construção dos dados o grupo contava com cinco professores da Educação Básica, além de mim e da professora Celi.

Passo a caracterizar cada um dos professores participantes do grupo, buscando captar seus interesses e suas expectativas. O que pode contribuir para compreensão de suas opções e suas ações no decorrer das discussões do grupo. Cabe ressaltar que os nomes são fictícios para preservar a identidade dos docentes. As informações aqui apresentadas foram fornecidas pelos próprios professores em um formulário preenchido na ocasião da adesão ao grupo.

*Rodrigo* é graduado em Matemática, tem 13 anos de magistério, trabalha na rede estadual e na municipal. Tem especialização em Didática da Matemática. O professor iniciou o mestrado em Matemática pelo PROFMAT<sup>2</sup> em 2013, mas desistiu desse curso um ano depois, porque ele não atendia às suas necessidades no que se refere ao ensino e à aprendizagem da Matemática no Ensino Básico.

O docente considera que a experiência adquirida com o tempo de trabalho e as capacitações, além dos “bons exemplos” de outros professores, influenciou sua metodologia de ensino, que passou a ser mais diversificada, pois atualmente faz uso de pesquisas em jornais e livros no desenvolvimento de suas aulas. Além disso, sempre que possível, leva situações de interesse dos estudantes para

---

<sup>2</sup> Programa de Pós-Graduação *stricto sensu*, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática, para aprimoramento da formação profissional de professores da Educação Básica.

discussão. Ele afirma que, no ensino, sua abordagem dos conceitos de Estatística não se diferencia da usada para os conceitos da Matemática.

*Amanda* é formada em Matemática, tem mestrado em Educação e 10 anos de magistério. Atua na rede municipal como professora do E.F.II<sup>3</sup> e foi coordenadora da área de Matemática nessa mesma rede. Participa de outro grupo de estudos, Grupo de Sábado (GDS), na UNICAMP e já fez diversos cursos de formação continuada na busca de levar atividades diferenciadas para a sala de aula, como jogos e vídeos; mas considera que, de forma geral, sua ação pedagógica é tradicional.

Para o ensino de Estatística, costuma trabalhar com temas que sejam relevantes para os estudantes, inclusive, com alguns sugeridos por eles. Ela considera que trabalha pouco a Probabilidade e a Combinatória com os estudantes e que, quando o faz, utiliza o livro didático. Portanto, tem expectativa de aprender mais sobre Estatística, Combinatória e Probabilidade no grupo, pois tem muitas dúvidas sobre seus conceitos.

*Sara* é bacharel em Química e licenciada em Matemática, em 2014 iniciou Mestrado em Educação Matemática. Tem 10 anos de magistério, atua na rede estadual e na municipal, nas duas esferas do Ensino Fundamental. Fez dois cursos de especialização – MAT500<sup>4</sup> e REDEFOR<sup>5</sup> – e diversos cursos de aperfeiçoamento.

Na abordagem da Estatística com seus estudantes, usa vídeos, resolução de situação-problema e elaboração de problemas. Considera que, em alguns momentos, sua ação pedagógica, relacionada a alguns conteúdos, é diferenciada, por exemplo, quando mostra, com alguns objetos concretos, “os porquês” de definições. No entanto, coloca que normalmente sua prática é tradicional. Ela utiliza tanto exercícios com dados reais para despertar o interesse dos estudantes,

---

<sup>3</sup> O Ensino Fundamental II compreende do quinto ao nono ano.

<sup>4</sup> Curso de Especialização em Matemática para Professores do quinto ao nono do Ensino Fundamental.

<sup>5</sup> Programa Rede São Paulo de Formação Docente

como atividades dos livros didáticos, por julgar que eles auxiliam na memorização. A expectativa em relação à participação no grupo é de crescer profissionalmente, pois acha relevante manter relacionamento com os colegas da área para trocar experiências.

*Nádia* é formada em Matemática, tem 10 anos de magistério e é mestre em Educação. Atua na rede estadual e na municipal. Declara que cursou as disciplinas de Estatística e Probabilidade na graduação de forma tradicional e trabalha desse modo esses conceitos com seus alunos. No entanto, considera um diferencial a iniciativa de estimular os estudantes a pensar e a tirar as próprias conclusões. A professora não explicita expectativas em relação à participação no grupo.

*Sílvia* é formada em Pedagogia, tem sete anos de magistério e cursa especialização em Ensino de Ciências e Matemática. Trabalha na rede municipal de Campinas. Participa de outro grupo de estudos na Unicamp (GDS). Estudou Probabilidade e Estatística na graduação por meio de apostila com lista de problemas para resolver, a maior parte de média aritmética. Usa material manipulável no ensino de todas as turmas em que trabalha. Considera que sua prática é diferente de sua formação, pois usa a resolução de problemas, material concreto, desafios e situações de interesse dos estudantes. Usa livro didático, jornais, revistas etc. Sua expectativa em relação ao grupo é a de aprender formas diferenciadas de levar os conceitos referentes à Educação Estatística para a sala de aula e ajudar os estudantes a aprendê-los.

Com esta apresentação, é possível observar, em parte, a perspectiva dos professores participantes do grupo colaborativo.

A interação vivenciada no grupo, deverá fornecer elementos para a compreensão do envolvimento deles com a modelagem na Educação Estatística. Para tanto, exporei a seguir o método utilizado para analisar os dados gerados nesse contexto.

## **Metodologia**

Este estudo se insere no campo das Ciências Sociais, dentre as quais se inclui a Educação. Nesse âmbito, apresento uma pesquisa de natureza qualitativa, não há, portanto, uma hipótese *a priori* sobre seus resultados, em função da transitoriedade desses, conforme pondera Garnica (2004). As considerações do autor se adequam ao campo desta investigação, o da formação de professores, fenômeno que envolve fatores subjetivos, os quais não são mensuráveis, controláveis ou previsíveis.

Assim, a opção por essa abordagem de pesquisa decorre da priorização dos procedimentos descritivos e da assunção da interferência subjetiva do pesquisador. Essa escolha é particularmente pertinente neste caso, em que o pesquisador se insere de forma ativa em um contexto específico no qual busca promover condições capazes de gerar transformações da prática.

Consciente dessa interferência, adoto a explicitação minuciosa de cada passo no decorrer da experiência de investigar, o que, conforme Goldenberg (1999), é um esforço válido na busca de conter a subjetividade, inerente à pesquisa qualitativa. Conforme essa autora, a pesquisa social se ocupa da compreensão de casos particulares com experiências específicas em contextos bem delimitados por características significativas que os tornam peculiares. Essa perspectiva converge com este estudo, uma vez que ele lida com um número reduzido de professores, reunidos em um grupo, que discutem a Educação Estatística com adesão voluntária. Nesse caso, o uso dessa abordagem se justifica, pois

na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, de uma trajetória etc. (GOLDENBERG, 1999, p. 14).

Diante da impossibilidade de construir resultados generalistas, busco elaborar meios sistemáticos que gerem compreensões sobre ações vivenciadas em um contexto único, em que alguns professores se lançam em um processo de

discussão e ação sobre modelagem matemática para a abordagem da Educação Estatística no Ensino Fundamental.

Em função de me inserir no contexto pesquisado, objetivando transformá-lo com a introdução de uma discussão de interesse pessoal, assumo, neste estudo, a pesquisa-ação, já que esta pressupõe a imersão do pesquisador no processo. Para Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 112),

a pesquisa-ação é um tipo pesquisa participante, em que o pesquisador se introduz no ambiente a ser estudado não só para observá-lo e compreendê-lo, mas sobretudo para mudá-lo em direções que permitem a melhoria das práticas e maior liberdade de ação e de aprendizagem dos participantes.

No entanto, é pertinente levar em conta os papéis sociais dos envolvidos na investigação. No que se refere ao pesquisador, Franco (2005, p. 495) afirma que suas ações “devem caminhar dentro de um paradigma de ação comunicativa, com foco na garantia de espaço de expressão e participação aos práticos e foco também na garantia da intencionalidade de uma pesquisa-ação”. Essa perspectiva ressalta a necessidade de uma ação conjunta em que todos os envolvidos sejam ouvidos, e suas opiniões, valorizadas. Contudo, concordo com o autor quando destaca a necessidade de algum direcionamento para atingir os objetivos pretendidos, o que demanda disponibilidade, cooperação e envolvimento de todos com esse propósito. Compreensão compartilhada por Nacarato (2011).

Sobre esse aspecto, Franco (2005, p. 491) alerta: “Considerando-se a pesquisa-ação um processo eminentemente interativo, a análise da qualidade da ação entre os sujeitos que dela participam é fundamental para definir sua pertinência epistemológica e seu potencial praxiológico”. Nessa compreensão, esse processo deve ser fundamentalmente democrático e flexível, pautado na confiança e no compromisso de todos os envolvidos.

Para Thiollent (1997, p. 36), a ação, na perspectiva da pesquisa-ação, “requer, no mínimo, a definição de vários elementos: um agente, um objeto sobre o qual se aplica a ação, um evento ou ato, um objetivo, um ou vários meios, um

campo ou domínio delimitado”. Fazendo uma analogia com esses elementos, no caso específico desta pesquisa, tem-se respectivamente: a pesquisadora (agente), já que as ações vivenciadas foram propostas por ela, os professores (aqueles que as experimentaram), a reflexão sobre modelagem (evento), o espaço de formação e o contexto de atuação desses professores (meios), além da formação dos professores na modelagem (campo de domínio).

A construção de dados ocorreu no processo de interação, tanto no contexto do grupo como nas circunstâncias em que os professores desenvolveram atividades de modelagem com seus alunos.

Desse modo, as vivências e as discussões no grupo, assim como o desenvolvimento das atividades dos docentes com seus alunos na sala de aula, foram gravadas em áudio e vídeo. As impressões sobre as interações vivenciadas, por sua vez, foram registradas no diário de campo imediatamente após cada encontro ou atividade desenvolvida, naqueles casos em que minha participação foi aceita pela escola.

### **Encaminhamentos metodológicos**

Na procura de dados para responder ao questionamento inicial, construí um referencial teórico para embasar a elaboração de uma proposta de discussão sobre a modelagem no mencionado grupo colaborativo de professores. Esse processo de busca foi registrado em um trabalho elaborado em conjunto com minha orientadora, intitulado “Estocástica na Educação Básica: uma busca de subsídios para uma proposta de formação continuada de professores que ensinam matemática” (MENDONÇA; LOPES, 2012) e apresentado no II Encontro de Produção Discente UNICSUL/PUC, naquele ano. Nele, há um levantamento de trabalhos de pesquisa que apresentam oportunidades de formação, para professores que ensinam Matemática, vinculadas à Estatística, à Probabilidade e à Combinatória, particularmente no que tange à modelagem, buscando observar a forma como essas propostas de formação foram estruturadas e desenvolvidas.

Assim, esse e outros estudos foram dando subsídios para construir o embasamento teórico para a elaboração de uma proposta de discussão sobre

modelagem matemática no grupo de professores, proporcionando um espaço fecundo para a reflexão sobre a possibilidade de usar a modelagem para ensinar, e também para estudar as ideias e os conceitos referentes a essa área. Esperava, desse modo, construir uma proposta capaz de oportunizar um ambiente promissor para os professores terem contato com aspectos teóricos e práticos da modelagem. Dessa forma, eles vivenciariam situações geradoras de discussões sobre uma prática pedagógica fundamentada na construção de conceitos, no desenvolvimento do raciocínio e na formação geral dos estudantes, que passariam a assumir papel ativo na investigação de situações reais.

Nesse caso, objetivava proporcionar condições para os professores mobilizarem e construírem conhecimentos teóricos e práticos, de forma a obterem subsídios para o aprofundamento sobre a modelagem e, assim, avaliarem a possibilidade de adotá-la em sua prática. Desse modo, o referencial teórico construído possibilitou a promoção de uma proposta de reflexão, que compreendeu a vivência em diversas ações nos espaços de discussão do grupo e de ação do professor.

As discussões no grupo aconteceram em encontros quinzenais no primeiro semestre de 2013 e foram embasadas em textos teóricos. As ações desenvolvidas no contexto da sala de aula dos professores com seus alunos foram discutidas posteriormente no grupo. Elas foram sendo vivenciadas de acordo com as expectativas e os interesses dos professores, com exceção da primeira, proposta por mim.

À medida que as ações sugeridas eram vivenciadas, o referencial teórico era revisitado, e novos fundamentos eram introduzidos. Isso ocorria quando notava a fala recorrente dos professores sobre os problemas diários enfrentados em suas salas de aulas e na escola de modo geral, sobre a dificuldade de diálogo com a equipe gestora e com os pais, e sobre outras questões. Essas falas, por vezes, se sobressaíam à temática tratada, o que me levou a buscar compreensões acerca da complexidade na qual o ensino está imerso, a partir de conversas com a orientadora do Doutorado, que também é membro do grupo.

Assim, apoiando-me na discussão de Arnaus (1999), esse aspecto tem papel relevante em minhas considerações e análises. Essa dinâmica demandou reflexão constante para garantir a contemplação de uma discussão democrática e esclarecedora, de modo a colaborar para a formação de ideias sobre a temática em foco, atendendo aos interesses dos professores, e a fornecer elementos que contribuíssem com este estudo.

Em meio a esse processo, algumas reflexões se efetivaram em trabalhos publicados. Por exemplo, em 2013, quando a construção de dados já se concretizava no grupo, foi produzido o texto “Modelagem matemática no desenvolvimento profissional dos professores: reflexões e ações” (MENDONÇA; LOPES, 2013), no qual a análise de dados já se iniciava, ainda que de forma tímida. Esse trabalho foi apresentado na VIII Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática em Santa Maria, no Rio Grande do Sul. Houve também a publicação do texto “A ação pedagógica e o desenvolvimento profissional de professores em Educação Estocástica” em um capítulo da obra *Discussões sobre o ensino e a aprendizagem da Probabilidade e da Estatística na Escola Básica*, organizada pela Professora Cileda Coutinho.

Nessas produções, compartilho minhas impressões e visões a cerca do tema. São ampliadas, assim, as reflexões acerca da Formação de Professores, da Educação Estatística e dos conceitos a ela relacionados; além de serem construídas compreensões sobre a inserção da modelagem matemática nesses dois campos, o que forneceu subsídios para efetivar este trabalho.

Com esse referencial, pude analisar os dados desta pesquisa. Estes são formados por: gravações em áudio e vídeo, transcritas na íntegra; material elaborado pelos professores – como procedimentos usados no desenvolvimento de atividades, relatórios apresentados e atividades elaboradas e socializadas no grupo–; e impressões efetivadas durante as discussões nesse contexto e na sala de aula na implementação das atividades. Também se constituíram em dados para esta investigação os registros dos alunos dos professores, os quais foram objeto de discussão dos docentes.



A análise dos dados se iniciou durante sua construção, em função do caráter aberto da proposta de discussão. Esta, apesar de contar com um plano geral de ações a serem vivenciadas, foi sendo efetivada de acordo com as necessidades dos sujeitos envolvidos no processo e com os interesses deste estudo, o que exigia uma avaliação contínua.

Ao final do período de coleta dos dados, não obstante possuir algumas análises iniciais, optei por retomar as gravações de áudio e vídeo e transcrevê-las, buscando captar, nos diálogos, indícios de compreensões, aprendizagens, atribuição de significados e sentimentos, os quais iam sendo comparados às análises iniciais e às discussões da literatura. Esse esforço buscava embasar as análises teoricamente e afastar a possibilidade de me deixar contaminar por impressões momentâneas e crenças pessoais. Além disso, pretendia abstrair dos dados o que Ludke e André (1986, 48) denominam “conteúdo latente”, que poderia se configurar em elementos não capturados no decorrer do processo.

A partir dessa visão geral e das considerações da banca, por ocasião da qualificação, foi possível reunir as reflexões que considerei relevantes para responder ao questionamento inicial em três categorias: as aprendizagens dos professores, o planejamento e a intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem. Desse modo, as categorias elencadas foram aprofundadas tomando como base o envolvimento dos professores nas ações vivenciadas no grupo e em seus contextos de ação, à luz do referencial teórico construído.

### **Organização da Tese**

O texto está organizado no formato de *multipaper*<sup>6</sup>. Esse tipo de apresentação de pesquisa vem sendo usado por outras áreas das ciências. Na área de Educação Matemática no Brasil, foram localizadas: quatro dissertações, todas da Universidade Federal da Bahia (UFBA); e cinco teses, sendo três da UFBA, uma da Universidade Estadual de São Paulo (UNESP) de Rio Claro e outra da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Os textos apresentam

---

<sup>6</sup> Este termo significa “vários artigos”.

formatos diversificados de organização, tendo em comum a apresentação de artigos a serem divulgados posteriormente.

O formato usado neste texto contempla, além desta seção introdutória, o primeiro capítulo, que terá o embasamento teórico, abrangendo as três áreas que envolvem este estudo, o qual deu suporte à elaboração da proposta de discussão efetivada com o grupo de professores e às análises construídas. O segundo capítulo apresentará o detalhamento das vivências no espaço de discussão do grupo e no contexto de ação dos professores e sua análise.

O terceiro capítulo será composto dos três artigos. Por fim, a última seção conterá a discussão dos resultados observados nos artigos, as conclusões e a sugestão para trabalhos futuros.

Os artigos que integram a tese foram compostos por mim e pela Prof.<sup>a</sup> Celi, orientadora desta tese. Portanto – diferente desta parte do texto, redigida na primeira pessoa do singular –, eles utilizam a primeira pessoa do plural, contemplando as duas vozes que os elaboraram.

Esses três textos contemplam as categorias de análise, as quais apresentam elementos que possibilitam responder nosso questionamento inicial. Este, por sua vez, poderá gerar compreensões sobre a pertinência das ações vivenciadas para que os professores formem juízo sobre a modelagem para abordar a Educação Estatística no Ensino Fundamental. Por conseguinte, os artigos discutem o envolvimento dos professores nas ações propostas, sendo que cada um aborda um aspecto considerado relevante para atender ao objetivo deste estudo. Cada um dos artigos será submetido a um periódico e estão formatados de acordo com as normas desses para publicação posterior à defesa da Tese.

No primeiro artigo, “O planejamento de atividades de modelagem matemática: um caminho possível” são construídas ideias sobre a elaboração de atividades de modelagem, considerando: sua natureza, as especificidades do contexto de aplicação e dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, e os controles impostos pelo contexto institucional e social no qual o ensino se insere. Interessa, particularmente nesse artigo, compreender como os

professores elaboram atividades de modelagem para a abordagem da Educação Estatística e da probabilidade, levando em conta os fatores considerados anteriormente e aqueles relativos à natureza dos raciocínios e dos procedimentos que esses conhecimentos demandam. O artigo será submetido à revista *Em Teia*, periódico do programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco.

No segundo artigo, “A ação pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática como aluno”, o foco de análise e reflexão está na intervenção do professor no desenvolvimento da atividade pelos estudantes, atentando para sua essencialidade para que a modelagem matemática se concretize de modo que os estudantes construam conhecimentos de forma autônoma. Nesse caso, a partir de um estudo de caso, no qual se tomam para reflexão episódios de sala de aula, de uma das professoras, no desenvolvimento de uma atividade de modelagem, são buscadas compreensões acerca da atividade desenvolvida, em particular da influência da intervenção pedagógica no processo de construção dos estudantes. O texto será submetido à REMATEC, revista da Universidade Federal do Rio Grande do Norte.

No último artigo, “As aprendizagens oportunizadas a um grupo de professores em um espaço de discussão sobre modelagem matemática”, são tomadas, para reflexão, algumas situações vivenciadas pelos professores no espaço de discussão do grupo e na implementação de atividades de modelagem com seus estudantes. Nele, destacam-se as possibilidades de aprendizagem dos professores, desencadeadas nesse processo.

São abordadas as situações relacionadas às ações que envolveram vivências dos professores, no papel de alunos, no desenvolvimento de atividades de modelagem, reflexão sobre caso de ensino e análise de modelos. Ademais, são relatadas a socialização e a discussão sobre essas vivências e sobre a implementação das atividades em seus espaços de atuação profissional. O objetivo é observar o envolvimento dos professores nessas ações e as aprendizagens possibilitadas por elas, buscando compreensões acerca da

relevância dessas vivências para a formação do professor no nível geral e no particular, referente à modelagem. O texto será submetido à Revista Quadrante, periódico da Associação de Professores de Matemática de Portugal.

Com essa apresentação, elucido as três categorias centrais estudadas nesta tese. Além disso, ficam indicados meu percurso profissional e os pressupostos teóricos, que possibilitaram a construção desta pesquisa. Passo agora a expor detalhadamente os fundamentos teóricos desta investigação.

## 1 EMBASAMENTO TEÓRICO

A busca de meios para construir os dados para compreender quais ações podem favorecer a formação de juízo, de um grupo de educadores, sobre modelagem me encaminha para o aprofundamento sobre os diversos campos em que se insere a atividade profissional do docente. Tais áreas incluem: a formação de professores de modo geral e daqueles que ensinam Matemática em particular, a modelagem na Educação Matemática e na formação do professor para a Educação Estatística. Esse aprofundamento ofereceu subsídios para pensar uma proposta de reflexão sobre modelagem, a qual foi efetivada no espaço de discussão do grupo e gerou ações dos professores em seu contexto profissional.

Com isso, nesta seção abordarei as questões abrangidas na fundamentação teórica. Para tanto, considerarei as diversas instâncias que circundam o professor, as relações estabelecidas por ele nesse contexto. Discutirei ainda, as posturas que o professor pode tomar diante delas.

### 1.1 O professor e sua formação

A profissão docente tem sido alvo de debates nos meios acadêmicos e sociais. Em muitas dessas colocações, o professor tem sido apontado como responsável pelo desempenho dos estudantes, especialmente quando o nível é baixo. No entanto, outros fatores que envolvem e influenciam o trabalho docente, por serem implícitos, são deixados de fora dessas discussões. Nesse sentido, Arnaus (1999, p. 599) considera que

o ensino é um ofício especialmente complexo. No entanto, durante muito tempo, a formação do professor tem pretendido abordar essa complexidade com uma estratégia que hoje se mostra insuficiente: a simplificação. [...] Esta simplificação tem sido usada na redução do ensino em uma custódia puramente instrutiva, deixando de lado todos os fatores pessoais, contextuais e institucionais que fazem do ensino um ofício com claras implicações morais, emotivas e políticas.

As afirmações do autor explicitam as dificuldades que envolvem o desenvolvimento da ação docente, além das complexidades advindas do reducionismo e da simplificação. Os professores são submetidos a essas questões por aspectos – muitas vezes não declarados, derivados da vivência

cotidiana nessa simplificação – que não lhes permitem capturá-las para entendê-las. No entanto, tais fatores condicionam suas ações.

Um dos pontos destacados por Arnaus (1999) é a cultura do ensino restringido à sala de aula. Ela advém da consideração de que as ações “ensinar” e “aprender” ocorrem, nesse espaço, de forma isolada uma da outra. Essa cultura, conforme o autor, atribuiu ao professor a responsabilidade sobre os alunos e sua aprendizagem, o que lhe confere o controle de tudo o que acontece na sala de aula, incluindo aspectos de comportamento e conhecimentos a serem ensinados. Nesse caso, o conhecimento é diminuído a “um saber reproduzido” e o professor assume a representação da autoridade institucional, legitimando a cultura imposta.

Essa limitação do ensino ao espaço da sala de aula, na perspectiva do autor, é tanto uma restrição institucional como uma estratégia pela qual os professores se sentem resguardados, considerando estar privados de ameaças e controles. Entretanto, essa privacidade pode isolar o professor da compreensão dos fatores que estão além da sala de aula e daqueles que condicionam sua ação profissional. O que o responsabiliza por tudo o que vier a acontecer nesse ambiente.

Outro fator destacado por Arnaus (1999) é a variedade da dinâmica da sala de aula e as estratégias defensivas dos professores. Esse aspecto realça a complexidade presente no contexto da sala de aula; onde acontecem diversos eventos e processos simultaneamente, e o professor precisa lidar com “um alto nível de ambiguidades, incertezas e complexidade para conduzir em tempos determinados e com a precisão de satisfazer demandas institucionais determinadas segundo seu papel” (LISTON; ZEICHNER, 1993 apud ARNAUS, 1999, p. 601). Tais concomitâncias não só ocorrem entre acontecimentos pertinentes ao espaço da aula, mas também envolvem pressões, pretensões e expectativas do contexto social e institucional. Essas ocorrências, muitas vezes, entram em conflito, e, para fazer seu papel de mediador dessa complexidade, os professores desenvolvem estratégias defensivas na busca de simplificar sua prática.

Essas estratégias, conforme Arnaus (1999) permitem, aos professores, dar conta das exigências institucionais, evitar “terrenos pantanosos”, no que se refere a questões conceituais ou metodológicas, e manter o controle dos alunos. O que, em certa medida, lhes possibilita cumprir com os trâmites administrativos que sua função exige e com o currículo estabelecido.

A postura apresentada ocorre por uma questão de sobrevivência (permanência) dos professores em seu ofício. Contudo, é preciso refletir sobre as implicações da vivência nessa ótica para que se constituam a identidade profissional docente e a escola que a sociedade precisa. Arnaus (1999) elenca ainda dois elementos que estão presentes no ensino e contribuem para aumentar sua complexidade. São eles: a mentalidade burocrática e o controle técnico do contexto institucional.

Para o pesquisador, as escolas estão cercadas da mentalidade de controle burocrático, tanto aqueles ditados pela administração geral como aquelas concebida pela própria escola. No que se refere à questão do tempo, essa mentalidade prioriza aspectos quantitativos, que não levam em conta as relações e as aspirações pessoais e contextuais dos sujeitos, o que controla a ação do professor restringindo-a e limitando-a.

A ação docente também está sujeita ao que o autor denomina *controle tecnocrático*, o qual é a forma mais frequente de domínio docente na escola. Esse controle, na perspectiva do autor, “está incrustado na própria estrutura do trabalho dos docentes como resultado de um amplo processo de divisão e subdivisão de seu trabalho” (APPLE, 1986 apud ARNAUS, 1999, p. 602). Tal divisão separa, por exemplo, a tarefa de concepção e elaboração do currículo, a prática educativa e os processos de avaliação e controle curriculares.

Nesse caso, os professores são agentes na implantação de currículos, avaliações e ações pensadas por outras pessoas, à margem de seu contexto, de suas percepções e de suas perspectivas. Nesse sentido, Santana (2013, p. 16), ao refletir sobre a escola como um espaço de formação de pessoas, considera que

a situação do sistema de ensino em nosso país, como um todo, e mais especificamente o cotidiano da sala de aula é, no mínimo, desoladora do ponto de vista do desenvolvimento das potencialidades humanas. Tanto professores quanto alunos encontram-se totalmente alheios à produção das suas ações durante a execução do trabalho escolar, que tornou-se meramente burocrático.

A autora considera que os professores, que deveriam ser sujeitos do planejamento e das ações pedagógicas, tornaram-se reféns de sistemas e programas de ensino que determinam o currículo a ser contemplado. Também ressalta que essa situação ocasiona insatisfação dos professores e resultados indesejados da aprendizagem dos alunos; o que gera conflitos dentro e fora da escola.

Sobre esse aspecto, Arnaus (1999) entende que a desarmonia entre a mentalidade burocrática e tecnocrática e as finalidades da educação produz uma tensão na prática docente, porque a escola assume as responsabilidades de educar e controlar. Essas duas funções, por sua vez, apresentam valores contraditórios – quando o educar é compreendido em sua verdadeira concepção – e influenciam negativamente as relações professor-aluno, que ficam limitadas pela autoridade imposta.

É possível inferir que essa situação afeta o professor também de forma pessoal e emotiva quando ele tem consciência dos significados e das consequências particulares e sociais dessas contradições para a vida dos alunos. Isso decorre das imposições da organização institucional, aos docentes, para garantir o cumprimento de diretrizes curriculares e normas administrativas. O que muitas vezes os impede de se dedicarem ao desenvolvimento dos saberes que realmente importam para a formação de pessoas.

Entretanto, Arnaus (1999) considera o risco que o professor corre quando o aceita o mito de que em uma sala de aula tudo depende de si, já que, na dinâmica exposta, ele assume a culpa por não conseguir resolver e gerenciar situações conflitantes que surgem diariamente em sua prática. Essas circunstâncias geram sentimentos de frustração, angústias, insatisfação, desgaste e desmotivação, o



que produz, com frequência, “um alto custo pessoal”, nas palavras de Arnaus (1999, p. 604).

Diante desse cenário, Arnaus (1999) atenta para a necessidade de que o ensino seja concebido como uma prática institucional, social, histórica e política. No entanto, pondera que essa compreensão é prejudicada por uma barreira constituída pela legitimação dada pelos professores às ações institucionais, quando adotam estratégias simplificadoras em sua prática. O que dificulta a análise e a compreensão dos fatores externos à ação docente e afeta o ensino de forma negativa e comprometedora.

Ao concluir suas reflexões sobre o ensino, Arnaus (1999, p. 604) o considera como:

[...] um jogo de “práticas aninhadas”, onde fatores históricos, culturais, sociais, institucionais e de trabalho tomam parte junto com os individuais. Desse ponto de vista, os docentes são simultaneamente veículos, através dos quais se concretizam as influências que geraram todos esses fatores e podem ser também criadores de respostas mais ou menos adaptativas e críticas a esses mesmos fatores.

Nessa perspectiva, o ensino é entendido como uma prática social institucionalizada historicamente, de acordo com determinadas condições sociais e políticas, e validada por critérios e tradições publicamente compartilhados. A apreensão dos significados desses processos possibilita compreender a dinâmica social que constitui o ensino como forma organizada; as diretrizes e os controles do Estado; as hierarquias e toda a gama de trâmites administrativos e burocráticos que essa regulamentação requer; além das influências desta no ensino. Essas compreensões permitem um posicionamento consciente dos professores diante dos controles impostos no espaço educativo e do verdadeiro objetivo da educação, possibilitando que ajam sobre elas (ARNAUS, 1999).

Interessa particularmente a este estudo a última parte da declaração do autor. Ela vislumbra a possibilidade de os docentes serem veículos de mudanças de culturas que limitam sua ação ao promover uma educação centrada no desenvolvimento de pessoas em sua totalidade.

As discussões apresentadas mostram um quadro revelador e atual sobre o ensino. Nesse cenário, a formação do professor assume importância fundamental, já que para exercer seu ofício, esse profissional deve compreender integralmente o contexto de sua atuação. O que se constitui em elemento essencial para uma ação docente promotora de um ambiente escolar condizente com os anseios sociais e pessoais, exigindo do professor a adoção de uma postura ativa, reflexiva e comprometida, para que possa ter influência no contexto em que atua, de forma a provocar transformações positivas local e socialmente.

Freire (1996) discute os saberes necessários aos professores para o desenvolvimento de uma pedagogia para a autonomia, a qual vê os estudantes como sujeitos de sua formação. Para tanto, considera a reflexão crítica sobre a prática uma ação fundamental para o exercício da docência, argumentando: “na formação permanente dos professores, o momento fundamental é o da reflexão sobre a prática de hoje e de ontem”, que “pode melhorar a próxima prática” (FREIRE, 1996, p. 22).

Esse é um processo contínuo, que favorece o desenvolvimento da consciência crítica, ampliando as possibilidades de exercer a profissão com autonomia e entusiasmo. A partir dessa perspectiva, o docente pode se esquivar conscientemente dos controles impostos, como discutido nesta seção.

#### 1.1.1 A reflexão como elemento estruturador da identidade do professor

A reflexão crítica é, a meu ver, um aspecto importante no processo de constituição da identidade do professor. No entanto, é preciso que ela compreenda e relacione os fatores que envolvem o ensino em sua totalidade, indo além do contexto no qual o ofício docente acontece. Isso exige o conhecimento do ensino em sua essência e a assunção de fazer parte dele.

Assumir-se como um elemento do sistema educativo permite ao professor se posicionar, questionando sua ação e a dos outros sujeitos nele envolvidos. O que pode possibilitar a contestação de atitudes e controles limitadores de sua ação. Sobre esse aspecto, é pertinente observar uma afirmação de Freire (1996,

p. 22): “quanto mais me assumo como estou sendo e percebo a ou as razões de ser porque estou sendo assim, mais me torno capaz de mudar”.

Essa perspectiva destaca a consciência crítica como meio de construção da identidade do professor. O que permite inferir que a conscientização da própria postura em seu fazer pedagógico e em relação ao sistema de ensino é um fator importante para que o educador busque caminhos para atingir os objetivos de sua profissão. Essa consciência permite um posicionamento coeso perante o comportamento dos outros elementos do sistema, cobrando deles o cumprimento de seus papéis. Ademais, ela capacita o professor para a negação de se responsabilizar por suas falhas, além de possibilitar autonomia para a promoção de práticas inovadoras, capazes de provocar mudanças em outros. Tais práticas podem levar a educação a cumprir seu papel de formar pessoas e promover transformações sociais.

Entretanto, é preciso considerar que o professor, desde sua formação inicial na Escola Básica, presenciou um ensino nos moldes da racionalidade técnica. Nessa concepção, “a atividade do professor é, sobretudo instrumental, dirigida para a resolução de problemas mediante a aplicação rigorosa da teoria e técnicas científicas”. (PÉREZ GÓMEZ, 1997, p. 96). A vivência nessa perspectiva em sua trajetória de formação certamente deixa marcas e influencia a constituição da identidade profissional do docente.

Pérez Gómez (1997) discute os limites da racionalidade técnica para a formação profissional do educador. O autor destaca a imposição desses esquemas pré-estabelecidos, considerando-os incompatíveis com as características essenciais dos fenômenos práticos. Estes se caracterizam pela complexidade, pela incerteza, pela instabilidade, pela singularidade e pelo conflito de valores.

São essas contraposições, conforme o autor, que levam ao surgimento de outras aproximações, as quais compreendem a discussão sobre o papel desses profissionais. Dessas diversas abordagens, a consideração convergente à

perspectiva deste estudo é a do professor como um investigador na sala de aula e um prático reflexivo.

A proposta de uma formação profissional baseada na reflexão tem como principal referência Donald Schön, pesquisador que discute os conhecimentos construídos nas práticas profissionais. No que se refere à profissão docente, sua proposta se fundamenta na consideração da atividade docente como fundamentalmente prática, o que demanda um pensamento prático. Este, conforme o autor, compreende os seguintes conceitos de conhecimento-na-ação: reflexão-na-ação e reflexão sobre a ação e sobre a reflexão-na-ação (SCHÖN, 1997).

O conhecimento-na-ação é mobilizado pelo sujeito em sua ação prática. Nesse sentido, Pérez Gómez (1997, p. 104, grifos do autor) considera:

[...] há um tipo de componente inteligente que orienta toda a atividade humana e se manifesta no *saber fazer*. Há um tipo de conhecimento em qualquer acção inteligente, ainda que este conhecimento, fruto da experiência e da reflexão passada, se tenha consolidado em esquemas semiautomáticos ou em rotinas.

As declarações evidenciam que o conhecimento-na-ação vai sendo adquirido na atividade prática das pessoas, em um processo de uso contínuo de uma ação consolidada, pelo indivíduo, a partir de sua validade na resolução de seus problemas cotidianos. No processo de avaliar essa eficácia, é preciso por em jogo ações de reflexão sobre a similaridade da situação a ser resolvida com outras já ocorridas, processo que Schön (1997) nomeia *reflexão sobre a ação*. A reflexão pode ocorrer após a ação, como no caso explicitado, mas também pode acontecer durante a execução da ação, este ato o pesquisador denomina *reflexão-na-ação*.

O autor considera que o professor, ao se envolver na tarefa de ensinar, precisa levar em conta os conhecimentos que os alunos apresentam em sua ação diária. Ou seja, dessa vivência cotidiana ele deve extrair o modo de conhecer do aluno, estabelecendo a reflexão em meio à ação de ensinar (SCHÖN, 1997). Na prática docente, essa ação deve possibilitar a ajuda do professor ao aluno na articulação de seu conhecimento na ação com o saber escolar.

A reflexão-na-ação, na perspectiva de Pérez Gómez (1997, p. 104), “é um processo de reflexão sem o rigor, a sistematização e o distanciamento requerido pela análise racional, mas com a riqueza da captação viva e imediata das múltiplas variáveis intervenientes e com a grandeza da improvisação e criação”. Essa consideração evidencia a complexidade presente na atividade prática, pois essa reflexão, dentre outros pontos, compreende a subjetividade e os componentes pessoais, emocionais e contextuais.

O autor assinala que “a reflexão não é um conhecimento ‘puro’, mas sim um conhecimento contaminado pelas contingências que rodeiam a própria experiência vital” (PÉREZ GÓMEZ, 1997, p. 104). Nessa afirmação, está expressa a compreensão de que não é possível refletir sobre uma situação de forma isolada, sem fazer relações com outros contextos, fatores geradores em potencial ou consequências que ela pode provocar. Sendo assim, é possível concluir que quanto maior o número de relações feitas maior a possibilidade de compreensão da situação analisada.

Essa consideração tem respaldo na compreensão de que a reflexão, como instrumento de formação profissional, pode ser potencializada quando efetivada de forma coletiva. O que decorre das possibilidades de trocas oportunizadas nesse contexto.

Essa ideia leva à constituição de propostas de grupos colaborativos e comunidades de práticas como espaços promissores de Formação do Professor. Isso é fundamentado a partir da seguinte colocação: “hoje é razoavelmente compreendido que o aprendizado do professor ocorre ao longo do tempo, e não em momentos isolados, e que o aprendizado ativo requer oportunidades de conectar conhecimentos anteriores aos novos” (COCHRAN-SMITH E LYTLE, 1999, p. 358). Esse processo, conforme as autoras, é favorecido quando o contexto de ação é tomado como base para reflexão. Esse potencial é também reconhecido por Alarcão (2003), que o considera como um processo formativo pertinente e inovador.

Por meio de um processo reflexivo, portanto, o educador pode se situar diante de distintos fatores que se apresentam em sua prática. Assim, ele poderá ler criticamente as ações empreendidas no contexto de ensino. Porém, há diversas questões sobre a formação do professor que precisam ser consideradas para que essa capacidade reflexiva possa ser desenvolvida, como as que indicarei a seguir.

#### 1.1.2 A formação profissional do docente e a complexidade do ensino

Tenho observado frustrações, desgastes e desmotivação de muitos professores com sua profissão. A situação problemática vivida por esses profissionais apresenta indícios da presença dos fatores considerados anteriormente e mais alguns que não foram mencionados, como questões de salário, condições de trabalho e desvalorização da profissão, que desmotivam o professor. Sendo assim, considero pertinente refletir sobre a seguinte pergunta: que formação pode ajudar o professor a se mover do estado de “servidão” e “legitimação” para outro no qual o exercício da profissão ocorra de acordo com os verdadeiros objetivos da Educação?

Busco, nesta seção, ampliar a compreensão sobre esse questionamento. É preciso, no entanto, esclarecer que o termo “formação” está sendo usado na perspectiva de Larrosa (1998). O autor compreende que a estrutura básica da formação

[...] é um movimento de ida e volta que contém um movimento de saída de si seguido por outro movimento de regresso a si. O ponto de partida é sempre o próprio, o cotidiano, o familiar ou o conhecido que se divide e se separa de si mesmo para ir até o alheio, ou o estranho ou desconhecido e regressar depois, formado ou transformado, ao lugar de origem. (LARROSA, 1998, p. 315).

Partindo dessa perspectiva pode-se considerar que – ao se inserir em um processo de discussão e reflexão, tendo como ponto inicial o contexto de sua atuação profissional – o professor está se formando, já que os elementos observados após esse processo se apresentarão para ele de outra forma, transformados em maior ou menor medida. Nesse caso, a qualidade e a

intensidade da transformação, vão depender do caráter da discussão partilhada e da profundidade do envolvimento de cada um no percurso vivenciado.

Focar-se no contexto de trabalho dos professores em um processo de formação é pertinente, pois é nessa circunstância que eles enfrentam as situações problemáticas de sua prática. Nesse caso, para buscar soluções para essas questões, os professores precisam criar estratégias de ação a cada nova situação, levando em conta as necessidades e os interesses envolvidos em seu contexto de atuação, o que é favorecido pelo compartilhamento de ideias com seus pares. Esse processo demanda mobilização de conhecimentos teóricos e práticos, os quais exigem uma reflexão crítica com compromisso ético e moral para contestar as limitações e os controles presentes em seu contexto de ação (ARNAUS, 1999).

É esse contínuo fazer, refletir sobre o fazer e refazer que possibilita ao docente construir uma identidade profissional por meio da qual se posiciona, assumindo-se como sujeito em seu contexto de ação, o que pode leva-lo a promover mudanças pessoais, profissionais e sociais. Nesse sentido, é pertinente observar as considerações de Pérez Gómez (1997, p. 103):

É importante frisar que a reflexão não é apenas um processo psicológico individual, passível de ser estudado a partir de esquemas formais, independentes do conteúdo, do contexto e das interações. A reflexão implica a imersão consciente do homem no mundo da sua experiência, um mundo carregado de conotações, valores, intercâmbios simbólicos, correspondências afetivas, interesses sociais e cenários políticos.

Como se observa, a reflexão, nessa perspectiva, é um elemento próprio para a problematização da prática, compreendendo todo o contexto em que a ação se insere.

Nesse sentido, ao discutir a ampliação do paradigma reflexivo de Donald Schön no âmbito educacional, Santos (2008) considera que conhecer e fazer são inseparáveis, pois meios e fins, nesse caso, são interdependentes.

Nessa direção, não se está negando a necessária mediação teórica no denominado processo reflexivo, nem mesmo a ativação de meios, necessários para atingir metas. Pelo contrário, a possibilidade do profissional situar-se e sentir-se sujeito de sua própria ação, amplia sua capacidade de buscar novos

conhecimentos e resolver as problemáticas que enfrenta, na perspectiva de transformação do processo educativo e dos próprios homens. Entende-se que o acesso ao conhecimento científico favorece a compreensão do profissional sobre sua prática, porém, tal acesso só adquire significado a partir de relações que se constroem um percurso de formação, numa interação entre os pólos teórico e prático. (SANTOS, 2008, p. 208-209).

As considerações da autora mostram um processo cíclico, em que o conhecimento prático e o científico se retroalimentam, mediados pela reflexão. No entanto, é prudente salientar que essa dinâmica demanda um nível de reflexão que Zeichner e Liston (1987 apud GARCIA, 1997, p. 63) denominam *considerações éticas*. Estas passam pela análise ética e política da própria prática bem como de suas repercussões contextuais, constituindo, assim, uma consciência crítica.

Para construir um cenário claro da constituição desse desafio, é pertinente discutir sobre as ações necessárias para uma prática reflexiva. Entendo que, dessa forma, há mais elementos para expandir o envolvimento dos professores no movimento de se estabelecerem como construtores dos conhecimentos inerentes à sua prática.

Nesse sentido, é significativo observar a afirmação de Dewey (1987 apud GARCIA, 1997, p. 62): “o mero conhecimento de métodos não basta, pois é preciso que exista o desejo e a vontade de os empregar”. Essa declaração advém da compreensão de que, para desenvolver uma prática reflexiva, é preciso que o professor tenha algumas atitudes, as quais abarcam os seguintes fatores:

[...] *mentalidade aberta*: é a ausência de preconceitos, de parcialidade e de qualquer hábito que limite a mente e a impeça de considerar novos problemas e de assumir novas ideias [e que] integra um desejo activo de escutar mais do que um lado, de acolher os fatos independentemente da sua fonte, de prestar atenção sem melindres a todas as alternativas, de reconhecer a possibilidade de erro mesmo relativamente àquilo em que mais acreditamos;

*responsabilidade*: ser intelectualmente responsável [do] que dizer [e] considerar as consequências de um passo projectado, significa ter vontade de adoptar essas consequências quando decorrem de qualquer posição previamente assumida. A responsabilidade



intelectual assegura a integridade, isto é, a coerência e harmonia daquilo que se defende. (DEWEY, 1987 apud GARCIA, 1997, p. 62, grifos do autor).

A terceira atitude, nas palavras de Garcia (1997, p. 63), é o *entusiasmo*, que é “a predisposição para afrontar a atividade com criatividade, energia e capacidade de renovação e de luta contra a rotina”. Nessa perspectiva, o entusiasmo é a chave para o envolvimento do professor em seu processo formativo e em seu fazer diário. Para o autor, esse fator é essencial ao desenvolvimento da prática docente, pois é ele que impulsiona a busca de meios de empreender uma prática autêntica e produtiva.

A partir dessa discussão é possível considerar que a Formação de Professores precisa ter como base a reflexão e a análise do contexto de sua prática. O que pode ser favorecido pela participação em espaços de discussões coletivas, onde as expectativas e as apreensões que os professores vivenciam diariamente sejam ouvidas e refletidas, de modo a proporcionar condições para a conscientização dos elementos institucionais e sociais que influenciam e controlam sua ação, assim como de seu papel nesse contexto. Esse processo pode levar o docente a empreender inovações e mudanças.

Contudo, o paradigma da reflexão, conforme Nacarato (2011), recebeu muitas críticas por não apresentar uma discussão substancial sobre a sustentação teórica dessa prática. Nesse sentido, é pertinente refletir sobre as considerações de Pérez Gómez (1997, p. 103):

O conhecimento acadêmico, científico ou técnico, só pode ser considerado instrumento dos processos de reflexão se for significativamente, não em parcela isoladas da memória semântica, mas em esquemas de pensamento mais genéricos ativados pelo indivíduo quando interpreta a realidade concreta em que vive e quando organiza a sua própria experiência.

As afirmações do autor destacam a necessidade de uma reflexão ampla, que leve em conta os diversos fatores que fazem parte do contexto das experiências vivenciadas, observando as possíveis relações entre eles. A ampliação do paradigma reflexivo se deu quando foi incorporada a ele a investigação, já que essa se constituiu uma possibilidade de abordagem da prática

como campo de reflexão teórica. O que possibilitou a comunicação dos saberes produzidos na prática, evidenciando como esses se relacionam com os conhecimentos produzidos academicamente (NACARATO, 2000).

A partir dessa ampliação é que a proposta de grupos colaborativos se consolida, talvez, conforme Nacarato (2011), em função da necessidade de validação, pelos pares e pela academia, das produções decorrentes das reflexões individuais e dos grupos isolados. O que foi um marco importante na instituição dos professores como produtores de conhecimento, não apenas consumidores das teorias e dos métodos produzidos academicamente.

Para a autora, esse movimento deu origem a uma nova concepção de formação, a qual buscou articular a reflexão prática com a teórica. Encaminhamento que promove a parceria entre pesquisadores e professores, que passam a ser também pesquisadores. Na perspectiva da autora, “a pesquisa deixou de ser *para* e *sobre* os professores e passou a ser *com* professores” (NACARATO, 2011, p. 4).

Essa nova forma de conceber a produção do professor atribui valor a uma prática reflexiva que nutre o docente e faz com que ele produza teoria. Com isso, ele pode sair do estado de frustração, descrito no início desta seção, e consolidar um novo processo formativo. Tratarei desse processo a seguir.

### 1.1.3 Um espaço para a formação contínua do professor: grupos colaborativos

A partir dos eventos discutidos na seção anterior, as pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática no Brasil passaram a ser marcadas pela ideia do trabalho ou dos grupos colaborativos (NACARATO, 2011). É pertinente esclarecer que a concepção de colaboração da pesquisadora, a qual é a adotada neste trabalho, é aquela concebida por Ibiapina (2008, p. 20), para quem:

[...] a colaboração é produzida por intermédio das interações estabelecidas entre as múltiplas competências de cada um dos partícipes, os professores, com o potencial da análise das práticas pedagógicas; e o pesquisador, com o potencial de formador e de organizador das etapas formais da pesquisa. A interação entre esses potenciais representa a qualidade da colaboração [...].

Essa noção está em consonância com uma proposta de formação em grupos de professores que se propõe a refletir, discutir, construir e avaliar os conhecimentos necessários à sua prática. No entanto, é preciso equilibrar as relações de poder dentro desses grupos. Essa consideração se dá em função da presença de pesquisadores no grupo, o que pode gerar algum conflito (NACARATO, 2011).

A participação em grupos de natureza colaborativa pode ser promissora para o desenvolvimento de uma cultura de formação ao longo da vida profissional. Essa consideração se pauta na ideia de que, mais que conhecimentos teóricos e práticos, o professor precisa adquirir a cultura de se formar continuamente, adotando o aprimoramento de sua carreira profissional também como realização pessoal e situando-se como um ser social com propósitos de influenciar e contribuir para o desenvolvimento das pessoas e da comunidade.

Cochran-Smith e Lytle (1999) consideram relevante para a formação do professor o estabelecimento de uma cultura de investigação, a qual tem a prática como objeto de análise. Essa concepção é conhecida como conhecimento *da* prática. Segundo os autores, a base dessa concepção

[...] é que os professores, ao longo de sua vida, têm papel central e crítico na geração de conhecimento sobre a prática, uma vez que suas salas de aula são locais de investigação, e, ao conectar seu trabalho nas escolas às questões mais amplas, assumem um ponto de vista crítico em relação à teoria e à pesquisa de outros. (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999, p. 376, tradução minha).

Nessa perspectiva, a escola pode se constituir em um espaço de discussão, a partir de redes de professores ou comunidades de investigação. Os autores consideram que esses ambientes se constituem em um contexto privilegiado para o aprendizado do professor (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999) e ressaltam que, nessa compreensão de formação profissional, não há distinção entre conhecimento formal (produzido na academia) e prático (elaborado na atividade prática). Destaco também as considerações de Pérez Gómez (1997, p. 111):

Nega-se a separação artificial entre teoria e prática no âmbito profissional. Em primeiro lugar, só a partir dos problemas concretos é que o conhecimento acadêmico teórico pode tornar-se

útil e significativo para o aluno-mestre. Em segundo lugar, o conhecimento que se mobiliza para enfrentar as situações divergentes da prática é o tipo idiossincrático, construído lentamente pelo profissional no seu trabalho diário e na sua reflexão na e sobre a acção.

Nessa concepção, o conhecimento das ciências é um instrumental importante, quando integrado ao pensamento prático do professor. Esse, por sua vez, é compreendido como uma competência complexa e holística (PÉREZ GÓMEZ, 1997).

A partir dessas perspectivas, originam-se as comunidades de investigação, as quais são compostas por professores e pesquisadores que trabalham de forma colaborativa. Os resultados apresentados por essas comunidades vêm mostrando que este pode ser um caminho promissor para a formação contínua dos educadores (GOOS, 2004; JAWORSKI, 2008).

É necessário indicar que essas comunidades não foram impostas, mas surgiram no movimento de busca desses profissionais pelo desenvolvimento de sua prática, conforme assinala Nacarato (2011). Além disso, as mudanças observadas no movimento de Formação de Professores dão indícios de que esse pode ser um caminho para uma transformação importante na construção da identidade profissional do docente.

Esse movimento é relevante por mostrar que é possível intervir no contexto de ação profissional quando o professor se assume como parte dele e busca meios de adequar sua ação aos verdadeiros objetivos da Educação, em meio à complexidade própria desse campo, de modo a promover mudanças positivas no contexto em que atua. O que, à medida que se consolida, reflete na Educação como um todo. Essa tarefa é favorecida quando compartilhada com seus pares, que assumem o ensino como um compromisso social e a formação de uma cultura profissional voltada para a transformação pessoal e coletiva, como assinala Nóvoa (2009).

As discussões anteriores mostram um cenário em que a perspectiva reflexiva vem ampliando tanto no que se refere à prática como à pesquisa. No entanto, apesar da evolução apresentada, grande parte do contingente de

professores ainda permanece cética quanto a essas propostas, pois muitos docentes não veem com bons olhos as discussões que supõem vir da academia, por considerar que esta não tem conhecimento dos problemas reais de sua prática.

Nacarato (2011) pontua que o desafio que se impõe agora é levar, a esses professores, o entendimento de que essas discussões e propostas foram geradas pelo movimento dos professores e não da academia, por isso não é uma imposição institucional.

A partir das discussões apresentadas, é possível pontuar promissoras propostas de discussão que estejam abertas para incorporar temas e situações problemáticas da prática cotidiana dos professores em formação, de forma a contemplar suas necessidades, suas angústias e suas conquistas. O que pode gerar aprendizagem<sup>7</sup> sobre questões conceituais, pedagógicas e metodológicas de sua prática, além de relacionar-se com eventos sociais e políticas que influenciam o desenvolvimento da profissão docente.

Contudo, é pertinente levar em conta a consideração de Nacarato (2011, p.46): “além do desejo de estar junto, compartilhar, o grupo precisa ter objetivos definidos, traçar metas, desenvolver projetos”. O alerta sobre essa condição ocorre em função da necessidade de garantir que a essência da colaboração seja efetivada. Desse modo, ao pensar uma proposta de discussão em um grupo de natureza colaborativa, é relevante planejar algumas ações, ainda que para serem efetivadas demandem negociações nesse contexto.

Assim, há algumas convergências entre as diversas perspectivas discutidas anteriormente para o processo de Formação de Professor. O uso de casos de ensino é uma delas. Sobre essa proposta, Arnaus(1999, p. 621) esclarece:

Os casos de ensino descrevem exemplos práticos da realidade de ensinar. Provém da prática educativa observada, documentada, sistematizada e apresenta mais ou menos extensão – relato, narração, exposição, descrição etc. São textos de muita riqueza porque apresentam rastro humano da realidade educativa e porque relaciona claramente com a experiência diária. Contam

---

<sup>7</sup> “A aprendizagem docente é decorrente de práticas reflexivas e compartilhadas” (NACARATO, 2011, p. 31).

história e situações do que ocorre na aula e incluem o que dizem, fazem, pensam e sentem os protagonistas implicados – professores e alunos.

Esse tem sido considerado, por vários pesquisadores, um importante instrumento para a Formação de Professores. Entre esses estudiosos estão Nóvoa (2009) e Garcia (1997). Nono e Mizukami (2002), têm usado o estudo de casos de ensino para provocar reflexões e discussões sobre a dinâmica do processo de ensino-aprendizagem na Formação de Professores de séries iniciais, considerando que essa forma de intervenção pode contribuir para o desenvolvimento profissional do educador. Para elas, um caso de ensino envolve

[...] uma representação multidimensional do contexto, participantes e realidade da situação. É criado explicitamente para discussão e procura incluir detalhes e informações suficientes para permitir que análises e interpretações sejam realizadas a partir de diferentes perspectivas. (NONO; MIZUKAMI, 2002, p. 72).

Dessa forma, apresentar um caso de ensino para o debate em um ambiente de formação centrado na reflexão sobre a prática pode contribuir para a construção de saberes relacionados à própria prática. Nesse sentido, Merseth (1996 apud NONO; MIZUKAMI, 2002) apresenta três possibilidades para o uso de *casos de ensino* na Formação de Professores: exemplos, oportunidades para praticar a tomada de decisões e a resolução de problemas práticos, e estímulo à reflexão pessoal. O autor considera que

casos como exemplos, enfatizam a teoria e priorizam o conhecimento proposicional; seu objetivo é desenvolver o conhecimento de uma teoria ou a construção de novas teorias. Como oportunidades para praticar processos de tomada de decisões, casos podem ajudar professores a “pensar como professores” pela apresentação de situações escolares das quais a teoria emerge; trazem situações problemáticas que requerem identificação e análise do problema, tomada de decisão definição da ação. Finalmente, o caso como estímulo à reflexão enfatiza a introspecção e o desenvolvimento do conhecimento profissional pessoal; permite o desenvolvimento de hábitos e técnicas de reflexão. (MERSETH, 1996 apud NONO; MIZUKAMI, 2002, p. 74).

As três configurações apresentadas podem ser potencializadoras de aprendizagens dos professores, pois têm a ação pedagógica e o processo de construção dos alunos como objetos de análise e reflexão. No Brasil, os casos de

ensino se apresentam mais em formato de relatos de experiências e narrativas apresentadas em eventos ou publicadas em revistas. Mas também é possível encontrar algumas pesquisas acadêmicas com resultados de intervenções de professores.

Nacarato (2011) tem feito uso dos casos de ensino nos grupos de estudo em que participa. Para ela, “os casos de ensino podem ser usados tanto como práticas de formação quanto como ferramenta de pesquisa, como possibilidade de captar os saberes docentes (teóricos e práticos) dos professores” (NACARATO, 2011, p. 41). A autora define o “estudo de caso” como uma metodologia de pesquisa. Esse esclarecimento é bem-vindo, pois essas duas formas de uso do termo “caso” na educação brasileira, às vezes, são confundidas.

As autobiografias também têm sido consideradas instrumentos importantes na Formação de Professores. O que pode ser constatado em Lopes (1999), Lopes de Oliveira (2012), Nacarato (2000, 2011) e Pérez Gómez (1999).

Freitas e Fiorentini (2007) discorrem sobre o uso das narrativas na formação profissional de docentes. Nessa discussão, os autores abordam, teórica e metodologicamente, duas formas de uso das narrativas. Uma utiliza esse recurso como um meio de comunicação e reflexão sobre a experiência docente. Já a outra faz uso dessa estrutura como uma forma de interpretar e compreender a experiência docente, levando em conta as perspectivas dos próprios professores (FREITAS; FIORENTINI, 2007).

Os autores consideram essa uma forma próspera para compreender o fenômeno da aprendizagem em ambientes de colaboração entre pesquisador e professores. Essa perspectiva é compartilhada por Nacarato (2011), como podemos notar no seguinte trecho:

as narrativas docentes têm se revelado mais promissoras no campo da formação, principalmente quando sua produção é compartilhada. No movimento dialógico entre teoria e prática, o professor busca validar os saberes produzidos em sala de aula. Esse movimento dialógico possibilita a circulação de significações do que seja ensinar e aprender... [...] do modo de organizar uma sala de aula de modo que possibilite aprendizagens discentes e docentes, de administrar e gestar o currículo, enfim, de como

enfrentar a complexidade de uma sala de aula. (NACARATO, 2011, p. 42).

Nesse caso, as narrativas, orais ou escritas, se constituem em um meio de formação e autoformação<sup>8</sup>, já que sua produção exige reflexão, retomada e reconstrução, o que dá sentido à experiência narrada. Esse processo, conforme Freitas e Fiorentini (2007), pode contribuir para a constituição da identidade do sujeito dessa experiência. Nesse sentido, Passos e Galvão (2011, p.79) afirmam: “a valorização das narrativas de professores vem fazendo parte do movimento que busca, cada vez mais, formar docentes reflexivos”. Essas considerações estão de acordo com o entendimento, observado anteriormente, sobre a necessidade de compreender, na formação docente, a complexidade na qual o ensino se insere. Essa perspectiva também é ratificada por Santos (2008).

As discussões apresentadas evidenciam as contribuições das narrativas para a investigação das aprendizagens dos docentes inseridos em um processo reflexivo, assim como para a comunicação dos conhecimentos produzidos nesse contexto. Nesse caso, considero que, com as narrativas das situações vivenciadas em um espaço de formação, agrega-se valor ao potencial formativo de um grupo de professores que se propõe a refletir sobre os conhecimentos necessários à sua prática e a construí-los.

## **1.2 O Professor que ensina Matemática e a modelagem matemática**

É consenso nos debates da Educação Matemática a necessidade de modificar a forma como a Matemática tem sido abordada nas salas de aula de todos os níveis. No entanto, apesar da defesa do uso de abordagens pedagógicas dinâmicas e reflexivas nas aulas de Matemática, a formação inicial do professor, de forma geral, pouco contribui para essa prática. Sendo assim, para grande parte dos professores, é na formação contínua que ocorre o contato com essas práticas, à medida que buscam meios de enfrentar a realidade das salas de aula em que trabalham, pois o cenário em que o docente atua profissionalmente é, com

---

<sup>8</sup> “Um processo pelo qual as pessoas individualmente ou em grupo, assumem seu próprio desenvolvimento dotam-se, como sujeitos adultos que são, de seus próprios mecanismos e procedimentos, de uma aprendizagem que é, principalmente, experiencial”. (GALVANI, 1995 apud VAILLANT; MARCELO, 2012, p. 33).



frequência, conforme Santana (2013), muito distante do que se espera em um espaço de construção de conhecimento e formação de pessoas.

Diversos pesquisadores e professores têm se dedicado à pesquisa e à intervenção no que se refere à modelagem matemática e à Formação de Professor. No decorrer desta seção, alguns deles serão citados, conforme a contribuição para a discussão ora empreendida.

A modelagem vem sendo foco de discussão e ação no campo da Educação Matemática desde 1970, em resposta à demanda por modificar o quadro preocupante de dificuldades referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática em todo o mundo. Conforme Biembengut (2009), no Brasil esse movimento foi iniciado pelo Prof. Dr. Aristides Camargo Barreto, no Rio de Janeiro, e pelo Prof. Dr. Ubiratan D'ambrósio em São Paulo. A partir dessas iniciativas, por meio de cursos de graduação e pós-graduação, o Prof. Dr. Rodnei Carlos Bassanezi ampliou as discussões e as ações para a região de Campinas, para o interior de São Paulo, e, daí, para todo o país.

Essas primeiras experiências com a modelagem no Brasil tiveram fortes referências na matemática aplicada, o que elitizava o uso da modelagem na Educação. Observa-se os primeiros movimentos de aproximação da modelagem aos professores da Educação Básica com os estudos de Barbosa (1999), Burak (1987), Caldeira (1998) e Dolis (1989). Algumas pesquisas em sala de aula da Educação Básica contribuíram para a disseminação da modelagem nesse nível do ensino (BIEMBEGUT, 1990; MONTEIRO, 1991).

A partir desses estudos, as discussões sobre modelagem para ensinar e aprender Matemática ampliaram-se consideravelmente, principalmente por meio de eventos internacionais e nacionais. Nesse sentido, Schimitt e Biembengut (2007, p.17) consideram que

apesar do número de pesquisas em quase todos os países que aponta vantagens para a relação ensino e aprendizagem utilizando-se de Modelagem e Aplicações Matemáticas, nas práticas de sala de aula ainda há resistência por parte da maioria de professores em adotá-la mesmo em países desenvolvidos.

As pesquisadoras atribuem essa resistência a fatores como a fragmentação dos cursos graduação, que não favorece o estabelecimento, pelo professor, de relações entre as diferentes disciplinas do curso, tampouco entre essas e outras áreas. Além disso, elas destacam o distanciamento dos conhecimentos acadêmicos daqueles com os quais os professores lidarão no Ensino Básico e as formas de abordá-los naquele contexto. Essa relutância também é atribuída à incompatibilidade entre as habilidades desenvolvidas com modelagem e aquelas requeridas nas avaliações externas. Tais situações, conforme as autoras ocorrem em todo o mundo, inclusive em países em que houve reestruturação curricular com a inclusão da modelagem.

Nesse sentido, Schimitt e Biembengut (2007) consideram que a inclusão da modelagem no currículo requer mudanças na política educacional. Para tanto, deve-se desenvolver um programa que dê apoio e segurança ao professor, inclua mudanças na avaliação dos estudantes, provisione recursos apropriados e apoie grupos comunitários de professores.

No entanto, no Brasil, de forma geral, o acesso de professores da Educação Básica às discussões sobre modelagem ocorre por meio de cursos de pós-graduação ou de curta duração em eventos da Educação Matemática, em grupos de estudos e, em maior medida, por meio de textos publicados em periódicos e meios eletrônicos. Na graduação, são poucos os cursos que contemplam a modelagem matemática em sua grade curricular (BIEMBENGUT, 2009)<sup>9</sup>.

Discutindo a presença tímida da modelagem nas salas de aulas em todo o mundo, Blum e Ferri (2009 p. 47) afirmam: “a principal razão é que a modelagem é difícil também para professores, pois é necessário conhecimento do mundo real e o ensino torna-se mais aberto e menos previsível”. Esses fatores têm sido apontados em diversas pesquisas como limitadores para a adoção da modelagem na prática dos educadores (BARBOSA, 2001; CALDEIRA, 2007; ROMA, 2004).

---

<sup>9</sup> “No Brasil, segundo dados do INEP, há 413 cursos de formação professores de matemática. Até abril de 2009, identificamos que 112 têm na grade curricular do curso a disciplina de modelagem ou disciplina que aborda modelagem [...]” (BIEMBENGUT, 2009, p.17).

As discussões sobre os fatores que influenciam a adoção da modelagem acarretam em uma caracterização do processo de fazer modelagem, assim como das implicações pedagógicas dele decorrentes. O que abrange questões que envolvem a abordagem do conteúdo, a gestão da sala de aula e os diferentes papéis dos sujeitos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem (SILVA; DALTO, 2012).

Essa discussão converge com a ideia, defendida neste trabalho, de que a modelagem ainda não é vista de forma clara pela grande maioria dos professores da Educação Básica, o que, por vezes, inviabiliza sua inserção na prática pedagógica. Além dos fatores considerados por Schimett e Biembengut (2007), compreendo que essa dificuldade tem raízes culturais, as quais se fundamentam em uma concepção de modelagem como uma prática dos matemáticos teóricos ou da Matemática Aplicada, levando em conta que só uma Matemática sofisticada poderia ser usada nesse processo (BARBOSA, 2002; BASSANESI, 2004). Essa visão afasta a possibilidade de pensar a modelagem na Educação para muitos professores, particularmente os do Ensino Básico.

Tendo em vista essas barreiras entre os docentes e a modelagem, é necessário compreender como é possível aproximá-los. Para tanto, discorreremos na próxima seção algumas compreensões sobre modelagem na Educação Matemática.

### 1.2.1 A modelagem na Educação Matemática

Ao iniciar a busca de conhecimentos sobre a modelagem matemática na Educação, o professor se depara com diversas perspectivas<sup>10</sup> e ações<sup>11</sup>. A variedade de formas de usar a modelagem para ensinar e aprender Matemática provoca inquietação e insegurança. São muitos os questionamentos a serem respondidos: “O que é modelagem matemática na Educação Matemática? Qual perspectiva usar? Como escolher um tema? Como problematizá-lo de modo que

---

<sup>10</sup> Perspectiva, neste caso, significa “modos de ver”.

<sup>11</sup> As ações se referem aos encaminhamentos no desenvolvimento de atividades de modelagem em sala de aula.

provoque a necessidade de construção de modelos e conceitos matemáticos? Como garantir a construção de novos conceitos? Como intervir para que os estudantes construam conhecimentos e modelos significativos? Como cumprir o currículo?”.

Essas e tantas outras dúvidas mostram que adotar a modelagem matemática na prática pedagógica pode implicar em algumas tensões e certos dilemas. Para compreender esse fenômeno, Oliveira (2010) observa o que acontece quando os professores iniciantes adotam a modelagem em sua prática. Nesse processo, ela acompanha alguns professores, buscando constatar as tensões manifestadas em seus discursos. A autora afirma:

As tensões nos discursos são constituídas pela descontinuidade entre discursos, sendo identificada pelas contradições, rupturas e dilemas constituídos por conta do espaço que separa as categorias, no caso, o isolamento entre os discursos historicamente presentes na prática pedagógica e o discurso sobre modelagem, quando este último é posicionado pelo discurso pedagógico, ocorrendo, assim, uma descontinuidade entre eles. (OLIVEIRA, 2010, p. 28).

Essa perspectiva considera que o professor, no desenvolvimento de atividades de modelagem, recontextualiza a modelagem matemática, atribuindo-lhe significado. Além disso, estabelece que esse entendimento pode se dar de forma descontínua em relação às vivências anteriores com outras formas de ação pedagógica, o que gera tensões. Nesse sentido, é possível inferir que, quanto mais distante a prática anterior estiver daquela requerida pela modelagem matemática, maiores serão essas tensões.

É preciso ponderar que – pelo próprio caráter dinâmico, complexo e social da atividade de modelagem –, mesmo que esta seja uma vivência diária na prática do professor, as tensões observadas por Oliveira (2010) estarão presentes a cada nova atividade em maior ou menor grau. Isso ocorre porque cada atividade requer do professor reflexões e intervenções diferentes, ações nem sempre imediatas, o que requer flexibilidade e diálogo aberto com os estudantes, assumindo também o papel de aprendiz.

As dúvidas na prática com modelagem estão ligadas à complexidade de ambientes de aprendizagem de natureza aberta, mas também envolvem questões relacionadas ao contexto em que o ensino está inserido, que, conforme Arnaus (1999), é extremamente complexo, pois atende a diversas expectativas e interesses. Muitos desses aspectos influenciam o uso da modelagem na prática pedagógica, como aqueles relacionados às condições de trabalho, por exemplo, o número de alunos na sala de aula e a falta de material; além do controle e das exigências institucionais e socioculturais, como o cumprimento do currículo prescrito.

Na impossibilidade de discutir todos esses aspectos, destaco aqui aqueles que considero relevantes para a compreensão das possibilidades e dos limites da modelagem na sala de aula da Educação Básica. O que pode contribuir para amenizar muitas das dúvidas e das inseguranças mencionadas anteriormente, as quais envolvem as dificuldades com:

- a organização curricular, que abarca o cumprimento ou não dos conceitos matemáticos previstos no currículo escolar no desenvolvimento das atividades, as questões relativas à sua duração e a contemplação das expectativas dos pais e dos próprios estudantes;
- o planejamento e o desenvolvimento das atividades, que estão ligados à problematização de situações reais<sup>12</sup>, de forma a garantir a construção de conceitos significativos e autonomia dos estudantes no processo, tanto na elaboração de atividades estruturadas previamente como no desenvolvimento destas ou de atividades em que os alunos são os protagonistas em todo o processo;
- a intervenção pedagógica, que se relaciona à insegurança quanto ao domínio dos conceitos matemáticos necessários ao desenvolvimento da atividade de modelagem, assim como ao processo de modelagem em si.

---

<sup>12</sup> “Realidade” é entendida, neste trabalho, como uma construção social, sentido atribuído por Berger e Luckmann (2004), admitindo a existência de diversas realidades.

Esses aspectos, sem dúvida, carecem de discussão para que se tenha clareza na prática com modelagem. Nesse caso, é pertinente ampliar as reflexões sobre eles, considerando que essa compreensão pode construir subsídios para o entendimento de outros fatores considerados inibidores da adoção da modelagem na prática cotidiana dos professores na sala de aula.

Para essa discussão, analiso os elementos centrais desses aspectos, a saber: a elaboração de atividade de modelagem, a contemplação do currículo escolar e a intervenção pedagógica. Esses pontos estão completamente relacionados ao processo de fazer modelagem para aprender e ensinar matemática. Eles serão abordados individualmente, buscando aprofundar as discussões sobre cada um, de modo que as relações entre eles sejam evidenciadas.

A partir desse aprofundamento, espero que a compreensão dos aspectos contidos neles seja ampliada. O que pode contribuir para a formação de um quadro claro sobre o fazer modelagem na Educação Básica, com foco na ação pedagógica nesse contexto.

#### 1.2.1.1 O currículo escolar e as atividades de modelagem matemática

O cumprimento do currículo escolar nas atividades de modelagem tem relação com a escolha do tema, que pode ser feita de duas formas. Quando a escolha é feita pelo professor, apesar de os conceitos matemáticos necessários para o desenvolvimento da atividade pelos alunos poderem ser previstos, não há garantias de que os estudantes os contemplem em seu processo de resolução.

Se a opção for feita pelos estudantes, a previsão de conceitos pelo professor é impossibilitada, o que pode inviabilizar a execução do currículo prescrito. Nesse caso, tem-se um impasse, pois a natureza aberta das atividades de modelagem vai de encontro a um currículo pré-estabelecido. Esse é um dos fatores que mais afeta a decisão dos professores para a adoção da modelagem, como observado em diversos estudos (BARBOSA, 2001, 2004; CALDEIRA, 2012; ROMA, 2003; SILVEIRA; SOUZA; ESPÍRITO SANTO, 2007).

As diferentes configurações das atividades de modelagem propostas por Barbosa (2001) implicam em níveis diferentes de autonomia dos alunos e duração da tarefa. Essas podem amenizar o impasse causado pela imprevisibilidade de conceitos e tempo necessário para o desenvolvimento das atividades.

São três as situações básicas consideradas por Barbosa (2001). No “caso 1” o professor elabora a atividade previamente, problematizando situações com referência na realidade. Alguns dados são fornecidos, e conceitos e procedimentos necessários à resolução do problema são previstos pelo professor, apesar de, no desenvolvimento da investigação, outras variáveis, relações e conceitos poderem ser considerados pelos estudantes.

No “caso 2” o professor apresenta a situação real. A problematização é feita pelos alunos, com a orientação do docente. Essa parceria permite levar em consideração o currículo escolar, ainda que diferentes estratégias, procedimentos e conceitos sejam usados pelos estudantes no processo investigativo.

No “caso 3” os alunos assumem todo o processo, e não é possível prever conceitos e procedimentos. É no decorrer da investigação que o professor pode, por meio da problematização das situações apresentadas pelos estudantes, levá-los a um determinado raciocínio, procedimento ou conceito. Ainda assim, não é possível garantir que eles se encaminharão nessa direção, já que trabalham de forma autônoma.

Os dois primeiros tipos de atividades podem ser desenvolvidos em poucas aulas, o que amplia as possibilidades de adoção da modelagem, particularmente na Educação Básica, por atender aos diversos interesses que envolvem o ensino. Enquanto o “caso 3” demanda mais tempo para o desenvolvimento, pois o processo é, completamente, de responsabilidade dos estudantes, e os conceitos previstos no currículo escolar podem não ser contemplados. No entanto, essa forma de trabalhar com a modelagem gera a oportunidade de os estudantes interferirem no currículo, buscando os conceitos de seu interesse e amplia as possibilidades de construção de conhecimentos (SKOVSMOSE, 2000).

A partir das discussões anteriores, é possível concluir que a proposta de Barbosa (2001) possibilita a inserção da modelagem de forma gradativa no que se refere à autonomia dos estudantes. O que pode ser fundamental para efetivar atividades de modelagem na Educação Básica, levando em conta o currículo e o nível de autonomia dos alunos, ideia partilhada com Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Outros autores também propõem soluções para esse impasse. Chaves (2012), por exemplo, apresenta algumas formas para o uso da modelagem no Ensino Básico, com várias possibilidades de promoção de atividades. Já Burak e Klüber (2011) desenvolvem uma proposta específica para a Educação Básica, na qual os encaminhamentos metodológicos permitem o cumprimento do currículo escolar, apesar de os estudantes escolherem o tema.

É possível inferir que a inserção de atividades de modelagem de forma gradativa, no que se refere à autonomia dos estudantes e à sua duração, também é sugerida por Almeida e Vertuan (2011). Considero que esse pode ser um caminho democrático para a mudança da cultura de linearidade e controle institucional presente no sistema educativo brasileiro. Ademais, ela contribui para o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, o que é relevante já que essa é uma habilidade a ser desenvolvida na escola (BRASIL, 1997, 1998).

Com isso, é pertinente aprofundar a discussão acerca da elaboração de atividades de modelagem. O que decorre de essa possuir algumas características que constituem dificuldades para muitos professores.

#### 1.2.1.2 A elaboração de atividades de modelagem matemática

A elaboração de atividades de modelagem se inicia com a escolha do tema. Nesse contexto, essa eleição tem relação direta com o cumprimento do currículo e com a intervenção do professor no desenvolvimento da atividade. Por isso a atribuição de responsabilidade sobre essa escolha não é consenso na área. Alguns pesquisadores defendem que ela deve ser feita pelos estudantes, em função de considerar os interesses destes como fator essencial para o envolvimento e a produção de significados dos conceitos matemáticos (BURAK;



CLÜBER, 2011; CALDEIRA, 2009; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). Esse posicionamento está ligado à perspectiva de modelagem desses pesquisadores.

Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 33, grifos dos autores) esclarecem: “defendemos a ideia de que a Modelagem se enquadra em uma concepção de ‘educar matematicamente’”. Nessa ótica, o foco da modelagem na Educação não é na Matemática em si, mas nos problemas presentes nas vidas das pessoas. Assim, o conhecimento matemático é usado para compreender as situações de interesse dos estudantes. No entanto, os autores admitem que essa escolha possa ser feita por meio de negociações entre alunos e desses com o professor. Nesse sentido, salientam:

[...] nas nossas práticas escolares, teremos de definir, por meio de um consenso, o que é mais importante para eles, ou seja, será que é melhor falarmos sobre o problema do “transporte urbano” indicado como tema por um aluno ou sobre a “cobertura da quadra poliesportiva”, que outro sugeriu? O que é melhor sobre o ponto de vista social, educacional ou de qualidade de vida? O professor instiga esses estudantes a escolher, a ponderar, a categorizar os temas, de modo que, aquele que mais os motiva, seja o escolhido. (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 51).

Como é possível observar, nessa concepção, a escolha do tema ocorre em função não da Matemática que será necessária para a resolução/compreensão do problema, mas sim das preocupações e dos interesses dos estudantes. O que pode favorecer a participação dos alunos no processo. Todavia, sobre essa ideia, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 25) consideram:

As ponderações em torno da escolha do tema e da definição do problema a ser investigado vêm orientadas, de modo geral, pela expectativa de que a escolha pode despertar o interesse do aluno pela atividade. Não obstante, a literatura tem registros de experiências de modelagem bem-sucedidas ainda que os temas tenham sido indicados pelo professor. Nesse sentido, a escolha do aluno está longe de ser condição necessária para o sucesso de uma atividade e também não se pode ter a expectativa de que seja condição suficiente para tal.

Essa discussão alerta sobre a indeterminação da escolha do tema ser feita pelos estudantes para o envolvimento desses em uma investigação motivadora e

produtora de conhecimento. Uma experiência nesse sentido foi vivenciada por Caldeira, Silveira e Magnus (2011). Nela, mesmo escolhendo o tema, muitos estudantes não se envolveram no desenvolvimento da atividade.

É preciso ponderar que, quando a seleção do assunto for feita pelo aluno, a avaliação do professor se faz necessária para que seja observada a possibilidade de investigação. Entre outros fatores, deve-se levar em conta: as possibilidades de obtenção de dados, o tempo disponível para a investigação na sala de aula e o nível de conhecimento exigido (por exemplo, investigar os efeitos de uma determinada droga no organismo pode ser inviável para estudantes do Ensino Médio).

Além disso, quando a opção é feita pelos estudantes, os conceitos matemáticos necessários para a resolução dos problemas não são previsíveis, o que dificulta a delimitação de tempo da investigação. É em função dessa imprevisibilidade que as atividades de modelagem, em que os alunos escolhem o tema, encontram resistência de alguns professores. Isso muitas vezes está ligado ao controle exercido pelo sistema de ensino, como assinala Arnaus (1999).

Alguns pesquisadores admitem que a escolha do tema possa ser feita pelo professor, individualmente, ou por este e seus alunos. O que possibilita a previsão de conceitos e a delimitação de tempo para o desenvolvimento da investigação (BARBOSA, 2001; CHAVES, 2012; FRANCHI; GAZETA, 2007; LESH; AMIT; SHORR, 1997)

Nesse sentido, Franchi e Gazeta (2007, p. 1222) esclarecem:

Não há uma única maneira de conduzir as atividades de modelagem em cursos regulares. Pode-se começar a desenvolver modelos matemáticos a partir de um tema escolhido pelos estudantes ou ainda pode-se trabalhar um problema proposto pelo professor que sirva para apresentar o processo de modelagem aos estudantes, mostrando sua utilidade e importância.

Na visão dessas pesquisadoras, a escolha do tema está ligada à forma de desenvolver atividades de modelagem na sala de aula. As autoras também assinalam que, em todas elas, se deve contemplar os interesses dos estudantes,

levando em conta os objetivos da escola no que se refere à contemplação dos conceitos matemáticos.

As diferentes formas de ver a autoria da seleção do assunto nas atividades de modelagem estão ligadas às perspectivas de modelagem<sup>13</sup> adotadas. Daí a importância de conhecê-las para que se tenha ciência da epistemologia que sustenta cada uma delas (CALDEIRA, 2007; KLUBER; BURAK, 2009), sendo que a adoção de uma ou de outra tem relação com a concepção de Matemática do professor (BARBOSA, 2002; BARBOSA; SANTOS, 2007).

É pertinente considerar ainda que a familiaridade do professor e dos estudantes com a modelagem bem como a autonomia do docente em seu contexto de ação e dos alunos na construção do conhecimento são fatores determinantes para a decisão sobre a escolha do tema nessas atividades.

A discussão mostra algumas possibilidades de usar a modelagem em atividades com diferentes graus de autonomia dos alunos. Em algumas delas, o professor a elabora previamente, o que passa pela problematização<sup>14</sup> de uma situação real, cabendo aos estudantes desenvolverem a investigação para responder a questão. Essa discussão será aprofundada na próxima seção.

#### 1.2.1.2.1 A problematização na elaboração de atividades de modelagem matemática

A problematização de uma situação real, de modo que a Matemática seja necessária em sua resolução, não é uma tarefa simples para muitos professores, em função da vivência escassa ou inexistente nesse processo na formação básica ou na licenciatura. Essa discussão é pertinente porque estudos empíricos têm mostrado dificuldades de professores e futuros professores na elaboração de atividades de modelagem (MALHEIROS, 2008; SANT'ANA; SANT'ANA, 2009; SILVA, 2006; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012; SILVA; OLIVEIRA, 2012).

---

<sup>13</sup> Kaiser e Sriraman (2006) elencam seis perspectivas de modelagem presentes na Educação Matemática no cenário internacional, discutindo seus objetivos e suas bases epistemológicas.

<sup>14</sup> Problematização “é o caminho para chegar ao problema, que se formulado, pode desencadear, na solução, a construção de conhecimentos matemáticos” (MENDONÇA, 1992, p. 274).

Silva (2006), por exemplo, observa essa dificuldade em um grupo de professores em um curso de formação continuada. A autora considera que, ao problematizar temas do contexto sociocultural, os educadores apresentaram problemas similares aos do livro didático, são excessivamente fechados e possuem encaminhamentos pré-definidos, direcionando o trabalho dos estudantes.

Essa mesma postura foi observada por Sant'ana e Sant'ana (2009) em uma experiência realizada com uma turma de licenciatura. As autoras atribuem esse comportamento à formação anterior desses professores, sob a “pedagogia da resposta”, compreensão corroborada por Silva e Dalto (2011).

Já Silva e Oliveira (2012) observam dificuldades de docentes em prever elementos capazes de gerar discussões de ordem social nos problemas elaborados. Essa contemplação se fazia necessária em função de a perspectiva de modelagem adotada, a sociocrítica, ter como foco questões socioculturais. Também se observou complicações em determinar se a natureza da atividade elaborada era aberta ou fechada.

É preciso ponderar que a capacidade de problematizar situações reais também tem relação com conhecimentos específicos – como o do conteúdo, para reconhecer, na situação, o saber a ser explorado – e pedagógicos, para avaliar a possibilidade de realizar a atividade na sala de aula, conforme Chick e Pierce (2010). Assim, é significativo buscar formas de desenvolver essa habilidade, para elaborar atividades abertas, capazes de incitar os estudantes a construir o conhecimento matemático de forma autônoma.

Sobre esse aspecto, um grupo liderado por Ricard Lesh, da Universidade de Indiana nos EUA, tem se dedicado ao estudo, à produção e à avaliação de atividades de modelagem. Esse grupo é composto por professores especializados, educadores e pesquisadores da Educação Matemática. Ele adota a perspectiva

contextual de modelagem<sup>15</sup>, e suas produções têm estado presentes nos diversos eventos da área. Conforme Lesh, Carmona e Hjalmarson (2005, p. 1),

o grupo de trabalho tem como objetivo proporcionar aos participantes um ambiente para refletir sobre modelos e perspectivas de modelagem para entender como os alunos e professores aprendem e raciocinam sobre situações reais encontradas em uma sala de aula de Matemática e Ciência.

No decorrer desses estudos e dessas reflexões, o grupo elaborou alguns princípios para orientar a criação, o desenvolvimento e a avaliação de atividades de modelagem. Os seis princípios foram constituídos a fim de garantir que a atividade gere condições para o estudante construir, adaptar e ampliar modelos matemáticos significativos.

Eles podem servir de orientação para o professor na criação de atividades, em função de propor uma forma de problematização que leva em conta os interesses dos estudantes e os objetivos da escola acerca dos conceitos matemáticos, de forma que o processo cognitivo da modelagem seja requerido. As atividades geradas a partir dos princípios são estruturadas previamente, no entanto, elas são abertas a interpretações.

Os princípios são estruturados por meio de questionamentos, os quais podem orientar o professor no processo de elaboração da atividade. O primeiro deles é o *princípio da realidade*, que se relaciona à necessidade de tomar para a observação situações com referência na vida dos alunos. Ele inclui dar a oportunidade para os estudantes usarem seus conhecimentos sobre a situação no processo investigativo. Os questionamentos propostos para garantir a contemplação desse princípio são:

- Isto realmente poderia acontecer em uma situação da "vida real"?
- Os alunos vão ser incentivados a refletir sobre a situação a partir de extensões ou de seus conhecimentos pessoais e de suas experiências?

---

<sup>15</sup> A *modelagem contextual* tem objetivos relacionados com o aspecto psicológico motivacional. Ela tem como referência os estudos psicológicos de Piaget e Vigotsky e de seus seguidores sobre aprendizagem e o pragmatismo do ensino americano. Nessa concepção, as situações advindas de contextos reais são potencializadoras de motivação do interesse dos alunos, e o modelo matemático é tomado como uma tarefa no processo de resolução desses problemas (KAISER; SRIRAMAN, 2006).

- As ideias dos estudantes vão ser levadas a sério ou eles serão obrigados a se conformar com a noção do que é certo e o jeito de pensar do professor sobre a situação-problema? (LESH; AMIT; SCHORR, 1997, p. 65, grifos dos autores, tradução minha).

As questões propostas mostram a intenção de produzir uma atividade desafiadora. Porém, ela deve ser realizada de modo que os estudantes possam desenvolver a investigação de forma autônoma, com conhecimentos que já têm e estratégias próprias, e suas ideias e ações sejam valorizadas (JOHSON; LESH, 2003).

É possível inferir, já que os autores não tratam dessa questão, que a problematização deve possuir elementos motivadores para atrair os alunos. Ademais, deduzimos que os dados podem ser fornecidos pelo docente diretamente ou pela indicação dos meios de obtê-los (consulta a anuários, fichas, internet etc.). Essa consideração leva em conta algumas atividades estruturadas geradas a partir desses princípios (BLUM; LEIB, 2008; GARFIELD; DELMAIS; 2010; JOHSON; LESH, 2003; LESH; AMIT; SHORR, 1997).

Indo mais além, aventuro a possibilidade de, dependendo da autonomia dos alunos, deixar essa tarefa completamente a cargo dos estudantes, sem indicação, inclusive, do tipo ou da fonte de dados. Essa consideração se justifica por entender que a habilidade de escolher e buscar dados relevantes para um tema faz parte do processo de construção do conhecimento no processo de modelagem. Nesse caso, a resolução do problema passa pela seleção dos dados capazes de gerar compreensões sobre o tema.

O *princípio do protótipo simples* considera a necessidade de fazer adaptações, ou recorte, da situação, de forma que os estudantes possam usar procedimentos e construir modelos matemáticos representativos da situação observada e de outras similares. Os autores propõem as seguintes perguntas para esse pressuposto:

- A situação está configurada da forma mais simples possível, no entanto, criando a necessidade de um modelo significativo?  
 - A solução irá fornecer uma solução útil, um protótipo (ou modelo) para interpretar uma variedade de outras situações estruturalmente similares? (LESH; AMIT; SCHORR, 1997, p. 66, tradução minha).

As questões destacam que, ao problematizar uma situação real, deve ser levada em conta a complexidade dessas situações, demandando uma adaptação ao nível dos estudantes. O que pode ser feito atentando para as similaridades com outras situações conhecidas por eles.

Esse princípio aborda o cerne da problematização: extrair a essência de um fenômeno, apresentando-o com o máximo de simplificação e objetividade. Considerando a complexidade, inerente às situações reais, esse intento pode significar a escolha, por meio de negociação com os estudantes, de um único aspecto da situação ou a determinação de variáveis para que seja possível uma investigação, particularmente quando se leva em conta os interesses e os limites da sala de aula, e o nível dos alunos.

O *princípio da construção do modelo* diz respeito à criação da necessidade de construção e manipulação de um modelo matemático no processo de resolução do problema proposto. Nesse caso, ao elaborar a atividade, o professor deve se questionar:

- A tarefa cria a necessidade de um modelo a ser construído, modificado ou ampliado?
- A tarefa envolve a construção, a explicação, a manipulação, a predição, o controle de um sistema estruturalmente significativo?
- A atenção está centrada nos padrões e nas regularidades subjacentes, mais do que no nível de características superficiais? (LESH; AMIT; SCHORR, 1997, p. 65, tradução minha).

As perguntas indicam que a problematização da situação observada deve contemplar a necessidade de encadeamento de ideias de forma logicamente estruturada, de modo que as hipóteses pessoais tenham que ser devidamente comprovadas ou justificadas com a apresentação de um modelo.

A pertinência desse princípio reside na consideração de que em uma atividade de modelagem, ainda que estruturada previamente pelo professor, deve permitir aos estudantes o uso de conceitos, métodos e raciocínios próprios. Esse pressuposto inviabiliza qualquer exigência direta sobre suas ações. Nesse caso, é preciso que a atividade seja proposta de forma que a construção de um modelo matemático seja parte do processo, sob pena de a investigação dos estudantes

não demandá-lo e ainda assim responder ao problema, fundamentando-se em intuições, conhecimentos ou vivências anteriores.

O *princípio da documentação do modelo* leva em conta a necessidade de que os registros das ações empreendidas, dos raciocínios e dos procedimentos realizados no processo investigativo sejam explicitados pelos estudantes, mostrando como pensaram para resolver a situação. Considera ainda a determinação prévia dos possíveis conceitos que os alunos poderão usar para o desenvolvimento da atividade. Os questionamentos apresentados nesse caso são:

- A resposta vai requerer que os alunos revelem explicitamente como estão pensando sobre a situação (quais dados, metas, solução, possíveis caminhos estão considerando)?
- Que tipo de conceitos (objetos matemáticos, relações, operações, padrões, regularidades) os alunos poderão pensar? (LESH; AMIT; SCHORR, 1997, p. 66, tradução minha)

Trata-se de gerar a necessidade de que o processo empreendido na investigação seja registrado. Nesse caso, o registro deve fazer parte da resposta do problema. Esse fator pode contribuir para a busca de formas eficientes de apresentação de dados e relações observadas; o que amplia as possibilidades de os estudantes construírem estratégias e modelos significativos. A proposta de prever os conceitos a serem usados pelos alunos possibilita ao professor perceber a adequação da problematização ao nível dos alunos.

É pertinente considerar que os registros efetuados pelos estudantes no decorrer do processo podem fornecer ao educador indícios de suas necessidades, constituindo-se em um importante instrumento para a intervenção e a avaliação do desenvolvimento discente. Os registros também são importantes para organizar seu raciocínio e para documentar sua participação no processo. Esse pode ser um meio de amenizar possíveis resistências de pais que avaliam o desempenho dos filhos pelas atividades que estes desenvolvem na escola.

A pressuposição de alguns conceitos possibilita ao professor se preparar para o desenvolvimento da atividade. O que é uma oportunidade de rever conhecimentos conceituais e procedimentais específicos, além de aspectos



didáticos que possam ampliar as possibilidades de intervenção, de modo a contribuir para o desenvolvimento dos estudantes.

O *princípio da autoavaliação* indica a importância de que os estudantes possam julgar, por si mesmos, se as respostas/modelos/estratégias elaboradas são adequadas e/ou suficientes para o fornecimento de uma proposta de solução ao problema. Nesse sentido, atribuir relevância ao processo empreendido pode contribuir para que a avaliação das ações, dos procedimentos e dos modelos construídos, pelo grupo ou por seus membros individualmente, seja feita. As questões que orientam a contemplação desses aspectos na atividade são:

- Os critérios para avaliar a utilidade das respostas alternativas são claros?
- Os alunos vão poder julgar por si mesmos se suas respostas são boas o suficiente?
- Para que fins os resultados são necessários? Por quem? Quando? (LESH; AMIT; SCHORR, 1997, p. 66, tradução minha).

As questões podem ajudar o professor a elaborar uma atividade que possibilite aos estudantes produzirem propostas de resolução do problema de acordo com suas concepções. No entanto, as finalidades devem justificar um esforço intelectual para sua produção. O que demanda clareza nos objetivos da atividade e nos mecanismos de análise de respostas e procedimentos, assim como na importância desse processo.

O *princípio da generalização do modelo* se refere à consideração de que a atividade proposta deve possibilitar a construção de um modelo matemático que possa ser usado em outras situações da mesma natureza. Essa intenção é apresentada na questão: “O modelo construído aplica-se apenas a uma situação específica ou pode ser empregado em uma gama mais ampla de situações?” (LESH; AMIT; SCHORR, 1997, p. 66, tradução minha).

O questionamento explicita o intento de que a atividade provoque a necessidade de ampliação das relações observadas na solução do problema para situações similares. Nesse caso, a abstração e a comparação com situações correlatas podem levar à generalização.

Os princípios foram elaborados com o objetivo de direcionar o professor na elaboração de atividades estruturadas previamente, em que o processo de modelagem seja requerido e os estudantes possam desenvolvê-las de forma autônoma. Na perspectiva dos autores, essa resolução poderia ser feita, inclusive, sem a intervenção do professor, dependendo do nível de autonomia dos estudantes. Nesse caso, os conceitos necessários a sua resolução já teriam sido estudados por eles, o que não impede que sejam construídas novas noções.

Quando há a ausência de interferência do docente, o interesse está no processo empreendido. Com isso, leva-se em conta, por exemplo: a capacidade de compreender a situação, estabelecer relações coerentes e usar de procedimentos e modelos adequados; e a faculdade de trabalhar em grupos e socializar o processo, por exemplo.

As habilidades e as atitudes que essa dinâmica proporciona são relevantes e fundamentais para a formação geral e específica dos alunos e podem ser uma forma pertinente de avaliação dos estudantes que têm familiaridade com o processo de modelagem. O PISA<sup>16</sup>, por exemplo, contém questões dessa natureza.

No entanto, a modelagem na Educação Matemática brasileira, de forma geral, tem como objetivo a construção do conhecimento matemático, no mínimo daqueles relativos ao nível escolar dos estudantes. Nesse caso, a intervenção pedagógica é determinante para a evolução destes na construção do conhecimento matemático, assim como para a ampliação da capacidade de resolução de problemas que envolvem conhecimentos dessa natureza. Nesse contexto, a intervenção pedagógica, no decorrer da investigação dos estudantes, assume um caráter essencial, como preconizam diversos pesquisadores (BLUM; FERRI, 2009; BLUM; LEIB, 2005; FERRI, 2006, 2007).

### 1.2.2 A intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática

---

<sup>16</sup> Programa Internacional para Avaliação de Estudantes.

As dúvidas sobre a intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem envolvem diversos aspectos. Nesse sentido, são comuns reflexões como: “Se eu sistematizar um conceito no decorrer do processo, estou conduzindo demais? Sem essa intervenção o grupo vai evoluir na construção dos conceitos e dos procedimentos? Vai continuar motivado? Que pergunta faço para levá-lo a perceber o procedimento ou o conceito a ser usado?”. Essas e tantas outras questões são decorrentes da complexa rede de interesses que envolve a sala de aula e exerce poder sobre as ações do professor, limitando-o em vários sentidos, conforme assegura Arnaus (1999). No entanto, elas também estão ligadas à complexidade da própria atividade de modelagem e da falta de clareza sobre o desenvolvimento desse processo.

Sobre esse aspecto é significativo observar as sugestões de Blum e Leib (2005). Os pesquisadores afirmam que as atividades de modelagem demandam uma intervenção estratégica, a qual deve estar pautada no estímulo ao aprimoramento da competência de modelagem, levando em conta a independência dos estudantes. Nessa concepção, a intervenção do professor deve provocar o raciocínio e a imaginação, e realçar os dados ou o contexto, de forma que os estudantes descubram, por si só, os caminhos para a resolução do problema. Contudo, ressalto que a intervenção intencional do professor se constitui um fator fundamental para promover o desenvolvimento de procedimentos e conceitos matemáticos.

Essa postura pode ser observada em Mendonça (2008, p. 40), que – ao intervir, em um grupo, para leva-los à percepção da necessidade de organização e análise dos dados coletados em uma pesquisa com temas escolhidos por eles – apresenta questionamentos como: “É possível dizer se suas hipóteses foram confirmadas? Como vocês pensam em avaliar isso? Qual a principal característica dos sujeitos de sua pesquisa em relação à idade?”. As perguntas instigaram os estudantes a buscar formas de atingir os objetivos da investigação. Assim, sugerem a necessidade da construção de estratégias, conceitos e procedimentos específicos. Essa forma de intervir demanda um caminhar com os estudantes na pesquisa.

Nesse processo, as discussões dos alunos com o professor são importantes indicadores para o docente perceber suas necessidades e intervir, buscando instigá-los para a construção do conhecimento matemático e a ampliação das compreensões sobre o tema. Nesse sentido, Barbosa (2007, p. 163, grifos do autor) argumenta:

[...] os discursos produzidos nos momentos de interação social entre estudantes (e entre) estes e o professor são cruciais para compreender a prática de Modelagem dos estudantes, pois neles circulam as vozes que serão legitimadas, secundarizadas ou silenciadas, o que se traduz em importantes condicionantes para as ações dos estudantes.

Essa consideração leva o pesquisador a empreender uma investigação acerca das discussões produzidas pelos estudantes no desenvolvimento de atividades de modelagem, buscando observar indícios de como eles constroem o conhecimento matemático nesse processo. Nessa pesquisa, Barbosa (2007, p. 165, grifos meus) categoriza três tipos de discursos:

As *discussões matemáticas* referem-se aos conceitos e às ideias integralmente pertencentes à disciplina matemática. As *discussões técnicas*, ao processo de matematização da situação em estudo. E, por sua vez, as *discussões reflexivas* referem-se à conexão entre os pressupostos utilizados na construção do modelo matemático e os resultados, bem como à utilização desses últimos na sociedade.

Esta categorização tem referência na perspectiva de Skovsmose (1990 apud Barbosa, 2001, p. 4), que distingue três tipos diferentes de conhecimento relacionados à modelagem matemática:

- o conhecimento matemático em si;
- o conhecimento tecnológico, que se refere a como construir e usar um modelo matemático;
- o conhecimento reflexivo, que se refere à natureza dos modelos e os critérios usados em sua construção, aplicação e avaliação.

Barbosa (2001) pondera que a maioria das perspectivas de modelagem limita seus interesses aos dois primeiros conhecimentos. Todavia, o pesquisador pondera sobre a necessidade de focar o terceiro conhecimento, admitindo a perspectiva reflexiva de Freire (1979). Além das três discussões descritas, o autor acrescenta as *discussões paralelas*, referindo-se àquelas que não se encaixam

nas situações propostas anteriormente. Elas indicam a falta de envolvimento dos estudantes na atividade.

É possível ponderar que as discussões, seja na sala de aula ou na análise de relatórios parciais da atividade, podem ser utilizadas pelo professor como meio de perceber a necessidade de intervir no trabalho dos estudantes. O que possibilita: estimular o desenvolvimento de procedimentos coerentes, perceber equívocos, destacar uma especificidade (por exemplo, retomar a questão proposta) e realçar a participação dos estudantes no desenvolvimento da atividade, estimulando-os.

Sobre a participação discente, Oliveira e Campos (2007) consideram a proposta de uma atividade de modelagem como um convite para os estudantes participarem de uma nova forma de trabalho. É por meio desse convite que o professor busca envolver os estudantes no processo, e esse envolvimento é fundamental para a efetivação da atividade. As autoras ressaltam ainda que esse convite acontece também em outros momentos no decorrer da investigação. Empiricamente observo essa necessidade, por exemplo, sempre que é necessário chamar os estudantes a participarem do trabalho, já que pode ocorrer perda de motivação ou dispersão de interesses ao longo da pesquisa. Biembengut e Hein (2000) consideram a motivação do professor um fator importante nesse processo.

É preciso, no entanto, que se pondere que a mudança dos estudantes – de uma postura passiva para outra, na qual assume papel ativo na construção do conhecimento – não é automática. Eles devem ser preparados para uma nova forma de aprender.

Nesse sentido, entendo que as atividades problematizadas previamente pelo professor, com a disponibilização dos dados, podem ser uma forma de introduzir a modelagem na rotina da sala de aula. Assim, à medida que os estudantes se familiarizarem com a dinâmica investigativa característica dessa forma de estudar, sua autonomia pode ser ampliada. Essa compreensão se fundamenta na concepção de que é preciso ajudar o aluno a aprender a fazer

modelagem, o que pode ocorrer vivenciando atividades dessa natureza com autonomia crescente. Essa proposta é compartilhada por diversos pesquisadores (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2012; BLUM; FERRI, 2009; BLUM; LEIB, 2005).

Esse processo pode contribuir para que o professor também se familiarize com a dinâmica da sala de aula e do processo investigativo, obtendo segurança para promover atividades cada vez menos estruturadas. Assim, ele também pode evoluir no que se refere à problematização de situações reais, ao gerenciamento da sala de aula, à construção de estratégias de intervenção e à avaliação do processo e dos estudantes em atividades de modelagem. Essa forma de ação possibilita ao professor não só contemplar o currículo estabelecido, mas também intervir no contexto de sua ação, de forma a incitar mudanças nesse contexto, democraticamente.

Essa consideração é pertinente em função do entendimento de que o processo contínuo de evolução da autonomia do estudante pode contribuir para o desenvolvimento de uma cultura em que a investigação e a reflexão são naturais nas aulas de Matemática. O que pode culminar na ideia da modelagem se constituir em um meio de “educar matematicamente”, conforme preconizam Meyer, Caldeira e Malheiros (2011).

Ferri (2006) também apresenta algumas descobertas advindas de seus estudos sobre a prática pedagógica com modelagem. Dos resultados obtidos nesses trabalhos, ressaltam-se suas considerações acerca da intervenção do professor, as quais foram apresentadas detalhadamente em Blum e Ferri (2009).

O primeiro destaque é para a necessidade de que o professor tenha clareza do ciclo de modelagem<sup>17</sup>. Nesse caso, os autores se referem a um processo específico, inerente à perspectiva de modelagem por eles adotada, a cognitivista<sup>18</sup>. No entanto, independente da forma de conceber a modelagem, há

---

<sup>17</sup> O ciclo de modelagem, conforme Ferri (2006), compreende as seguintes etapas: a compreensão da situação-problema, a simplificação da situação, a “matematização” da situação-problema, a elaboração do modelo genérico, a interpretação do modelo matemático obtido com relação à situação inicial e sua validação.

<sup>18</sup> Essa perspectiva centra-se na análise dos processos cognitivos que ocorrem durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem e na compreensão e na promoção dos processos de pensamento matemático

um procedimento sistemático no desenvolvimento desse processo, o qual deve estar claro para o professor.

De forma geral, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem inclui: a escolha do tema, a problematização, a “matematização” e a validação, e a comunicação de resultados. De acordo com a perspectiva de modelagem adotada, uma ou outra etapa é mais valorizada. Assim, a clareza nos raciocínios e nos procedimentos, inerentes a cada uma dessas etapas, permite ao professor fazer diagnósticos das necessidades dos estudantes no decorrer da investigação.

Blum e Ferri (2009) também consideram relevante o conhecimento dos diversos estilos de pensamento matemático<sup>19</sup> dos alunos. Empiricamente, eles observaram três estilos de pensamentos:

- Estilo de *pensamento visual* (pictórico-holístico): pensadores visuais mostram preferências distintas para a imaginação pictórica interna, para as representações pictóricas “externalizadas” e para a compreensão dos fatos e das conexões matemáticas ilustradas por meio de representações, bem como preferências para uma visão mais holística sobre determinadas situações-problema. Em tarefas de modelagem, eles tendem a se concentrar mais na parte real do processo.
- Estilo de *pensamento analítico* (simbólico de dissecação): pensadores analíticos mostram preferência para a imaginação formal interna e para as representações formais “externalizadas”, pois eles são capazes de compreender e expressar fatos matemáticos, sobretudo, por meio de representações simbólicas ou verbais. Mostram preferência por um procedimento mais detalhado na resolução de determinados problemas. Em tarefas de modelagem, tendem a se concentrar mais na parte matemática do processo.
- Estilo de *pensamento integrado*: pessoas com esse estilo de pensamento são capazes de combinar as formas visual e analítica de pensar sobre uma mesma coisa. (BLUM; FERRI, 2009, p. 50, tradução minha).

O conhecimento da forma de pensar de cada estudante, conforme os autores, contribui para que o professor possa compreender o desenvolvimento de

---

concretizados por meio de modelos mentais. Nesse caso, enfatiza-se a modelagem como um processo mental de abstração ou generalização, tendo como base a Psicologia cognitiva.

<sup>19</sup> Essa perspectiva inclui “a maneira pela qual um indivíduo prefere apresentar, entender e pensar através de fatos e conexões matemáticas, usando certas imaginações internas e/ou representações ‘externalizadas’” (BLUM; FERRI, 2009, p. 50, tradução minha).

cada um no decorrer do processo. O que amplia as possibilidades de interferir de forma eficiente.

Os autores destacam ainda que o professor deve ter conhecimento do próprio *estilo de pensamento*, considerando que essa consciência lhe possibilita encontrar o equilíbrio para pensar e agir, ao lidar com a Matemática, e o ajuda na compreensão de estilos de pensamento dos estudantes e na comunicação com eles. Nesse sentido, é prudente salientar que o professor deve estar atento para não impor seu estilo de pensamento aos estudantes (BLUM; LEIB, 2005).

Por fim, Blum e Ferri (2009) consideram que o educador precisa ter consciência de seu estilo de intervenção e conhecer um amplo leque de formas de intervenção para atender às diferentes situações de ensino com atividades de modelagem. Esse conhecimento pode ajudá-lo a encontrar equilíbrio entre sua interferência e a independência dos estudantes. Nesse sentido, Mendonça (1993, p. 178) assinala: “É aí que a educação problematizadora se distingue: ela evita o controle e a dominação, propondo-se a lidar dialeticamente para estabelecer os limites entre autonomia, motivação e o conhecimento”.

Essa discussão evidencia que a intervenção pedagógica é determinante para a promoção de um ambiente rico em possibilidades de construção de conhecimentos. Daí a importância de aprofundar um pouco mais essa discussão. Os destaques feitos pelos autores sinalizam a necessidade de conhecimento dos aspectos cognitivos envolvidos no processo de modelagem e dão indicações que podem ser úteis para a intervenção em atividades de natureza aberta, como é o caso da modelagem matemática. Esse conhecimento é fundamental para uma problematização eficiente no decorrer do processo investigativo, conforme ressalta Mendonça (1992).

### 1.2.3 A problematização no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática

Uma característica fundamental da modelagem matemática é a elaboração da pergunta que desencadeará a investigação. No entanto, muitos professores encontram dificuldades nesse processo, tanto na elaboração de atividades de



modelagem, como discutido anteriormente, quanto no desenvolvimento das atividades, quando precisam intervir de forma problematizadora para levar os alunos à construção de conhecimentos matemáticos (MENDONÇA; LOPES, 2011a; OLIVEIRA, 2010; OLIVEIRA; BARBOSA, 2007; OLIVEIRA; CAMPOS, 2007).

A dificuldade de fazer as perguntas tem raízes culturais, como bem assinala Klein (2007, p.1):

Em nosso processo educativo, lamentavelmente a pergunta ficou por demais atrelada ao papel do professor e a uma função de avaliação, cabendo ao aluno dar a resposta certa. Longe de ser uma pedagogia da pergunta, a prática educativa em geral tornou-se uma pedagogia da resposta.

Nessa visão, na prática educativa atual, perguntar é uma tarefa exclusiva do professor e, na maioria das vezes, em situações de avaliação. Essa é uma postura condizente com a prática tradicional de ensino.

No entanto, ao adotar a modelagem matemática, é preciso romper com essa cultura<sup>20</sup>, pois essa abordagem passa pela problematização de situações reais, de modo que a Matemática seja usada no processo de resolução. Além disso, ao adotar uma postura questionadora, o professor também ensina os estudantes a perguntar, a problematizar as situações de seu cotidiano. O que, conforme Freire e Faundez (1998), é a verdadeira função da escola, pois o conhecimento começa pela curiosidade, possivelmente expressa por uma pergunta, que, nesse caso, é o resultado da problematização da situação observada.

A competência de problematização é um dos fatores fundamentais na modelagem, tanto para o professor como para o estudante. Para o professor, essa habilidade é necessária na elaboração de atividades e está relacionada com a intervenção no decorrer do processo, durante o qual se deve problematizar as situações que surgem na investigação com os alunos.

---

<sup>20</sup> Aqui cultura assume seu significado social, ou seja, “sistema de ideias, conhecimentos, técnicas e artefatos, de padrões de comportamento e atitudes que caracteriza uma determinada sociedade” (MELHORAMENTOS, 2009, s. p.).

No que se refere aos estudantes, essa competência é importante para o desenvolvimento da pesquisa, pois a problematização faz parte do processo investigativo em situações abertas, estruturadas ou não. No desenvolvimento da atividade, a problematização é um processo dialógico entre docentes e alunos, e entre os próprios estudantes, sobre a situação estudada, buscando extrair dela sua essência.

O desenvolvimento dessa habilidade pode contribuir também para a formação geral dos alunos. Nesse sentido, Mendonça (2008, p. 77) considera:

entende-se que tal postura do professor é fundamental para uma educação reflexiva e constituirá o diferencial para a formação de um aluno que seja capaz de se posicionar e tomar decisões diante de situações novas que certamente enfrentará em sua vida social e profissional.

Esse entendimento tem respaldo nas discussões propostas por Meyer (2007). O autor afirma que a escola deve possibilitar, aos estudantes, o desenvolvimento da competência de avaliar os aspectos relevantes de uma situação para compreendê-la, extraíndo dela sua essência. O que passa pela formulação de uma pergunta, direta ou indireta, que direcione a busca de dados e as relações capazes de gerar compreensões sobre o tema ou o fenômeno investigado.

Em meio aos diversos fatores que influenciam e controlam as atitudes do professor, é preciso encontrar formas de organizar essas ações de modo a contemplar os conhecimentos necessários à formação matemática dos estudantes. Para tanto, deve-se levar em conta os interesses envolvidos no contexto escolar sem, no entanto, descaracterizar a natureza e os objetivos da modelagem na Educação Matemática. O planejamento, nesse contexto, é essencial.

#### 1.2.4 O planejamento de atividades de modelagem matemática

Apesar da vasta literatura acerca da modelagem na Educação Matemática atualmente, pouco se tem discutido sobre o planejamento de atividades nessa perspectiva. Ainda não está claro como desenvolver uma proposta de estudo com

modelagem, de modo a embasar as decisões e as ações do professor na implementação da atividade.

Esse planejamento abrange a preparação do ambiente para o desenvolvimento da prática, o que inclui a previsão de algumas ações dos alunos e possíveis intervenções a partir delas. Além disso, são pressupostas outras atitudes relativas ao encaminhamento do processo, por exemplo: materiais a serem usados; providências relativas à efetivação da atividade, tanto no contexto institucional como no sociocultural, como autorizações; e elaboração da atividade em si.

Ainda que de formas diferentes, o planejamento pode ocorrer na atividade estruturada previamente pelo professor (BARBOSA, 2002; CHAVES, 2012; GARFIELD; DELMAS; ZIEFFLER, 2010; LESH; AMIT; SHORR, 1997) e nas atividades não estruturadas, como os projetos de ensino em que os alunos assumem todas as etapas do trabalho e o professor é orientador do processo. (CAMPOS, 2007; JACOBINI, 1999; MENDONÇA, 2008).

Nos dois casos é possível fazer algumas previsões de ações dos sujeitos envolvidos no processo e tomar providências específicas antecipadamente, ainda que não sejam definitivas, pela própria natureza das atividades de modelagem. Nesse sentido, Oliveira, Prado e Silva (2013, p. 2) ponderam: “o planejamento pode ser visto como um processo flexível, sujeito a eventos circunstanciais (alguns até previsíveis) que sofram alterações a serem adotadas”.

Por conta da pertinência do planejamento para embasar a ação pedagógica, faz-se necessário um aprofundamento sobre esse aspecto no que se refere a atividades de modelagem. Desse modo, com base nas discussões anteriores, considero que, no planejamento de atividades de modelagem no Ensino Básico, alguns fatores devem ser destacados:

- A situação tratada deve ser real, no âmbito de outras ciências ou em contextos que sejam relevantes para os estudantes.
- A situação deve ser observada sob a ótica da Matemática.

- O desenvolvimento da atividade deve ocorrer por meio de uma investigação autônoma dos alunos, com acompanhamento e orientação do professor.
- A previsão de algumas intervenções que favoreçam a construção do conhecimento matemático para motivar o desenvolvimento de raciocínios, processos, métodos e atitudes deve ser feita.
- O trabalho em grupos amplia as possibilidades de construção de processos e modelos significativos, em função das discussões e reflexões ali produzidas, além de contribuir para a organização do ambiente.
- As condições para o desenvolvimento da atividade devem ser minimamente garantidas, o que demanda providências específicas de acordo com cada atividade.

Planejar uma atividade levando em conta tais fatores pode favorecer a criação de uma situação desafiadora e um ambiente reflexivo e construtivo para os estudantes aprenderem Matemática.

As discussões acerca dos elementos centrais nos aspectos elencados inicialmente como inibidores da adoção da modelagem na prática pedagógica mostram que esta requer uma postura reflexiva, dinâmica e empenhada na compreensão das especificidades dessa abordagem e no desenvolvimento dos estudantes. Como se observa, o professor deve assumir a condição de sujeito ativo nesse processo. Tal consideração é pertinente já que ele tem papel fundamental na organização de um ambiente com capacidade de construir uma rede de interesses e diálogos potencializadores do envolvimento dos estudantes, principais sujeitos do processo, com o objeto de estudo, ainda que sua autonomia seja uma habilidade a ser desenvolvida. Nesse sentido, Klüber (2010, p. 101) argumenta:

do ponto de vista epistemológico, considerar a construção do conhecimento e a interação intencionada do sujeito como o objeto de conhecimento é fundamental para uma atividade de modelagem. Dessa forma, educando e educador são considerados sujeitos ativos do processo de ensino e de aprendizagem, o que se efetiva a partir de uma comunicação dialógica em sala de aula.

Essa perspectiva ressalta a função do docente no desenvolvimento do processo de modelagem, vendo-o como fator determinante para a evolução dos estudantes na construção do conhecimento matemático.

Como é possível concluir, essa dinâmica gera oportunidades de aprendizagem de diversas naturezas para o professor, em função do processo contínuo de ação e reflexão que ela demanda. Assim, adotar essa abordagem na prática pedagógica implica em se assumir como um aprendiz, tanto dos conhecimentos conceituais, já que a cada nova experiência eles são recriados sob diferentes óticas, como dos práticos, pois novas ações são requeridas em cada situação. Nessa visão, a modelagem matemática também se constitui em uma oportunidade de formação. Rosa e Kato (2013, p.1) partilham essa ideia ao discutir uma experiência de formação contínua de professores com foco na modelagem:

[...] defendemos a utilização de atividades de Modelagem Matemática no âmbito da sala de aula como uma forma de levar o professor a repensar sua prática, pois o mesmo oportuniza a seus alunos, ao utilizar tal estratégia, a possibilidade de questionarem, formarem conjecturas e assim promove um ambiente em que ele próprio poderá repensar suas crenças, suas ações, sua prática cotidiana.

Essa forma de olhar para a modelagem na sala de aula está pautada na proposta de formação em processo, possibilitada pela reflexão e pela ação, de acordo com a proposta de Shön (1997). Essa ideia é partilhada por alguns pesquisadores da área (CHAVES, 2012; CHAVES; SANTOS, 2009; MENDONÇA E LOPES, 2011a).

Como visto, a realização do planejamento independe do tipo de estruturação da atividade. A partir dele, o educador pode estabelecer previsões que garantam a efetivação da prática proposta. O que também pode diminuir o sentimento de insegurança do docente. Além dessa ação, há a formação do professor, que precisa se reestruturar para que a modelagem possa ser incorporada em suas aulas, como exposto a seguir.

#### 1.2.5 A formação do professor e a modelagem matemática

Ao discutir a formação do professor no que tange à modelagem, Barbosa (2001) pondera que a mudança de uma prática tradicional para uma prática investigativa, não é simples. Essa transformação exige um repensar das experiências, tomando-as como base para a formação de novas concepções.

Nesse sentido, Bassanezi (2000) considera promissora a vivência em ambientes que deem condições para mudanças no conceito da prática educativa. O que pode contribuir para quebrar mitos que limitam a adoção de práticas inovadoras. Para tanto, é necessário ter como norte: a interdisciplinaridade, aliando a Matemática às outras ciências; a relação de fatores experimentais e teóricos, tendo em vista a essência da Matemática; a valorização do conhecimento matemático no contexto geral e particular; e a realidade em que os professores atuam. Além disso, para o autor é relevante um ambiente de formação pautado na ação reflexiva e na valorização do docente, de sua profissão e da Matemática como instrumento para compreensão do mundo.

Almeida e Dias (2007, p. 262, grifos dos autores) argumentam que, para usar modelagem em sua prática pedagógica, o professor precisa se preparar, o que pode ser efetivando em um processo de formação abrangente sobre aspectos teóricos, metodológicos e práticos, os quais também estão presentes nas propostas de Hjalmarson (2013) e Lesh, Carmona e Hjalmarson (2005). Esses pesquisadores ponderam sobre a necessidade de o professor ter oportunidade de criar, adaptar e implementar atividades de modelagem, e analisar o processo empreendido pelos estudantes com seus pares.

Essas propostas convergem com as reflexões anteriores sobre a pertinência, para a Formação de Professores, de espaços de discussão em que esses possam compartilhar suas vivências, suas dúvidas, suas esperanças e suas conquistas, de modo que se sintam ouvidos e apoiados (COCHRAN-SMITH; LYTLE, 1999; GOOS, 2004; JAWORSKI, 2008; NACARATO, 2011). Esse pode ser um ambiente favorável para a ampliação de conhecimentos sobre o fazer modelagem na sala de aula e os aspectos teóricos e metodológicos que isso

implica, constituindo-se em um espaço fecundo para a vivência em algumas ações inerentes à prática com essa abordagem, as quais serão apresentadas a seguir.

*A vivência em situações de modelagem como aluno* é uma ação pertinente para o professor desenvolver todas as etapas do processo como aluno. O que, segundo Barbosa (2001), pode propiciar familiaridade com os procedimentos utilizados nesse processo, tais como o levantamento de hipóteses, as simplificações e a validação. Esse processo, conforme o autor, leva o professor a entrar em contato com novos aspectos da Matemática, possibilitando a ele questionar sua natureza e preparando-o para auxiliar seus alunos no desenvolvimento de atividades dessa natureza.

Nesse processo, ele deve partir de sua visão de mundo e, em particular, do fenômeno analisado; fazer uso dos conhecimentos matemáticos que tem; e buscar outros necessários à resolução do problema. Essa é uma condição para que o professor sinta as necessidades, os raciocínios e as atitudes que o processo de modelagem proporciona em cada etapa. É particularmente relevante, nessa ação, a discussão posterior sobre o desenvolvimento da atividade em um espaço coletivo, em que ele possa dialogar sobre suas impressões, suas dificuldades e suas descobertas. Essa conversa pode proporcionar situações geradoras de aprendizagens aos professores.

*A vivência em análise de modelos prontos* também é recomendada para o professor se familiarizar com a modelagem. Ela tem o objetivo de refletir sobre modelos matemáticos consolidados, em um processo de observação, discussão e análise dos procedimentos utilizados em sua construção. Essa, conforme Barbosa (2001; 2004), é uma oportunidade para discutir a influência dos interesses de quem faz um modelo e se envolver com conceitos e atitudes específicos do processo de modelagem, como: a definição de um pressuposto e a necessidade ou não de enunciá-lo, a validade das aplicações e a tomada destas para subsidiar decisões.

Nessa vivência, o modelo matemático é o objeto de análise. Ao refletir sobre ele, o professor tem que buscar a compreensão sobre os processos

empreendidos em sua construção, levando em conta os pressupostos adotados e observando a influência desses no modelo gerado. A importância dessa ação para a formação do professor reside em sua contribuição para o desenvolvimento da habilidade de modelagem. O que também pode, conforme Barbosa (2001, p. 11), “desestabilizar as concepções dos professores sobre a Matemática”, habilitando-o a orientar os estudantes nesse processo.

Essa pode ser uma boa oportunidade para uma reflexão crítica acerca da neutralidade da ciência. O que pode levar a discussões sobre a natureza do conhecimento matemático e sobre a necessidade de ajudar os alunos a desenvolver habilidades para avaliar os modelos que nos são impostos nas diferentes esferas da sociedade (SKOVSMOSE, 2000). Essa ação também é recomendada por Bassanezi (2004), particularmente em função de sua pertinência para o desenvolvimento da habilidade de modelagem, aspecto central da perspectiva realística de modelagem<sup>21</sup> por ele adotada.

*O estudo e a reflexão sobre caso de ensino* é outra vivência relevante para a constituição de ideias sobre a modelagem. Ela implica na observação e na discussão sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem, em uma situação trabalhada por outros professores. O foco, nesse caso, está na análise crítica de experiências já desenvolvidas. Diversos autores recomendam essa ação no processo de Formação de Professores (ARNAUS, 1999; BARBOSA, 2001; GARCIA, 1997; NACARATO, 2011; NONO; MIZUKAMI, 2002).

É particularmente relevante, nessa vivência, a possibilidade de tomar como foco de reflexão as ações e as interações presentes na atividade, de forma que se tenha claro o processo empreendido pelos estudantes e as intervenções docentes nesse trabalho, com vistas a observar as possíveis implicações de tais interferências no desenvolvimento dos alunos. Essa dinâmica pode desencadear a tomada de consciência sobre a influência da intervenção do professor no percurso de construção dos estudantes.

---

<sup>21</sup> Essa perspectiva centra-se na resolução de problemas reais, com o objetivo de promover a competência de modelagem. Ela tem como referência anterior a perspectiva pragmática, que tem forte referência no aspecto utilitarista da Matemática (KAISER; SRIRAMAN, 2006).



Outra ação pertinente para a aproximação da modelagem ao professor é a *elaboração de atividades de modelagem*. Essa vivência é particularmente importante em função da dificuldade de muitos educadores em problematizar situações reais de modo que sua resolução passe pela construção de conhecimentos e modelos matemáticos (SANT'ANA; SANT'ANA, 2009; SILVA, 2006; SILVA; DALTO, 2011; SILVA; OLIVEIRA, 2012). Um espaço coletivo colaborativo pode ser um ambiente fecundo para o desenvolvimento dessa competência em função das trocas de experiências e reflexões ali possibilitadas.

A *intervenção em sala de aula* é uma vivência fundamental para a formação de juízo sobre a modelagem, levando em conta a especificidade desse processo em cada atividade. Nesse caso, deve-se atentar para as diversas decisões e ações que o professor precisa tomar antecipadamente para efetivar a proposta, como os fatores relacionados ao planejamento da atividade a ser investigada pelos estudantes e a organização de um ambiente fecundo para a construção de conhecimentos.

Essa vivência é uma oportunidade para os professores desenvolverem atividades de modelagem em ambientes concretos de sala de aula, passando à ação no contexto em que atuam. Barbosa (2001, p. 11) assinala que, assim, o docente “pode experimentar (viver) como o contexto de sua própria sala de aula reage a esta ação e, conseqüentemente, desenvolver seus conhecimentos práticos sobre a modelagem e, com efeito, questionar suas próprias concepções”.

Essa proposta favorece a experiência com diferentes perspectivas modelagem, o que pode atender aos diversos contextos em que o professor atua. (ALMEIDA;FERRUZZI, 2009; ALMEIDA;VERTUAN, 2010)

O respaldo do grupo de discussão para a socialização do processo é fator relevante nessa prática. Nesse diálogo, a atividade desenvolvida, o trajeto de implementação e o material produzido pelos estudantes são objetos de análises e discussões, as quais podem contribuir para sanar dúvidas, construir conhecimentos específicos e práticos, e gerar novas atividades e ações, em um

processo de ação, reflexão e produção de novas ações, construídas de forma coletiva por meio de debate e reflexão.

As discussões sobre essas vivências mostram que elas podem contribuir para o professor compreender a modelagem e avaliar a possibilidade de adotá-la em sua prática. A partir desse entendimento, parto para a apresentação de uma proposta de discussão sobre modelagem implementada no GIFEM.

### **1.3 A formação do professor e a Educação Estatística <sup>22</sup>**

A formação inicial do professor de Matemática, no Brasil, destina poucas oportunidades para o aprofundamento das questões didáticas e metodológicas no que se refere à Estatística. Além disso, a desarticulação existente entre as disciplinas específicas e as pedagógicas é comum em muitos cursos de licenciatura em Matemática (SILVA, 2011; BIEMBENGUT; VIEIRA, 2013). Esses autores também consideram que há um “descompasso” entre as Orientações Curriculares da Educação Básica e a Formação do Professor. Conforme Biembengut e Vieira (2013), essas questões se repetem no cenário internacional.

Quanto aos cursos de pedagogia, que formam o professor polivalente, essa situação é ainda mais preocupante, pois neles, conforme Libâneo (2010), os conhecimentos específicos que os professores precisarão ensinar não são contemplados. Sobre esse aspecto, o pesquisador assinala:

em relação aos conteúdos específicos do currículo do ensino fundamental, constatou-se que estão praticamente ausentes. Embora estejam registradas na grade curricular disciplinas que trazem os termos “fundamentos de...” ou “conteúdos de...”, os conteúdos específicos a serem ensinados nos anos iniciais não aparecem, evidenciando uma grave lacuna na formação. (LIBÂNEO, 2010, p. 578).

As considerações do autor mostram um cenário preocupante para a formação do professor de forma geral. Já no que se refere à Estatística, essa situação se amplia, em função dos conceitos dessas áreas serem desconhecidos para muitos desses professores. Essa situação reflete o descompasso entre aquilo

---

<sup>22</sup> A Educação Estatística no Ensino Básico envolve os conhecimentos relativos à Estatística, à Probabilidade e à Combinatória.

que o professor precisa ensinar e o que pôde acessar em sua formação profissional inicial. Nesse sentido, Franklin et al (2005, p. 5) salientam:

Estatística, no entanto, é um assunto relativamente novo para muitos professores, que não tiveram a oportunidade de desenvolver conhecimento sólido dos princípios e conceitos subjacentes às práticas de Análise de dados e agora eles são chamados para ensinar. Estes professores não entendem claramente a diferença entre Estatística e Matemática.

Diante desse quadro, é possível concluir que a formação continuada é fundamental para a concretização da Educação Estatística. O que decorre de estudos empíricos mostrarem as dificuldades, de diversas naturezas, de professores especialistas e generalistas no que se refere a ideias e conceitos estatísticos (ARTEAGA et al, 2009; BATANERO, 2009). Desse modo, os pesquisadores ponderam sobre a necessidade de promover situações de formação que possam ajudar professores a construir competências para explorar situações reais e elaborar atividades de sala de aula para ajudar os alunos a desenvolver ideias e construir conceitos relativos à Estatística e à Probabilidade.

Tendo todos esses aspectos em vista, é suscitado o seguinte questionamento: que conhecimentos o professor deve ter para promover a Educação Estatística a seus alunos? A essa pergunta me dedicarei a seguir.

### 1.3.1 A Educação Estatística na Escola Básica

A sociedade contemporânea está imersa em informações de diversas naturezas. Além disso, os fenômenos presentes nesse cenário são muito mais aleatórios que determinísticos; o que exige de seus cidadãos competências cada vez mais complexas para compreendê-los. Essa visão de mundo exige formas de raciocínios e tratamentos diferentes daqueles usados em situações determinísticas, que encontram no *raciocínio lógico* uma ferramenta fundamental que conduz a respostas únicas.

Em contraposição a essa lógica, os *fenômenos aleatórios*, que não permitem fazer previsões de seus resultados, exigem outro tipo de raciocínio. Esses fenômenos são objetos de estudo da Estatística, e – apesar de serem analisados com conceitos matemáticos, em especial a Combinatória e a

Probabilidade, para estudá-los, considera-se a variação presente nos dados e o contexto que os gerou. O que pode levar a diferentes respostas, de acordo com os métodos usados no processo de análise e as diferentes classificações das variáveis.

Essa ponderação possibilita considerar um grande equívoco: a promoção de uma visão determinística da realidade que tem imperado na Educação Matemática (BATANERO, 1999, 2001; LOPES, 2003). Em contraposição a esse ponto de vista, a análise dos fenômenos aleatórios é pautada no raciocínio estatístico – o qual tem uma natureza holística, compreendendo o processo como um todo, sem deixar de cuidar de cada parte que o compõe – e na incerteza inerente à natureza desse tipo de fenômeno (LOPES, 2008).

Nesse caso, a Educação Estatística deve se centrar na promoção de condições para que os estudantes desenvolvam essas capacidades. O que pode levá-los a construir competências para analisar dados e informações estatísticas de forma crítica. Nesse sentido, Wild e Pfannkuch (1999) destacam alguns elementos essenciais para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, os quais apresentarei na sequência.

Um deles é o *reconhecimento da necessidade dos dados*, que consiste em perceber que a base da investigação estatística é a hipótese de que muitas situações da vida real só podem ser compreendidas a partir da análise de dados coletados de forma adequada, considerando que as experiências pessoais e a intuição, às vezes, são insuficientes para a tomada de decisão (WILD; PFANNKUSH, 1999). Para possibilitar o desenvolvimento desse tipo de raciocínio é preciso promover situações em que o aluno seja autônomo, em um processo de investigação sobre circunstâncias reais, de modo que seja provocado a tomar decisões com base em dados, o que exige uma intervenção problematizadora e dialógica (MENDONÇA, 2008).

A “*transnumeração*”, por sua vez, indica a compreensão que pode surgir ao trocar a forma de representação. Por exemplo, um grupo de dados pode ter uma tendência ou uma regularidade melhor evidenciada com um determinado tipo de

gráfico do que com uma tabela, e outro grupo pode ter nesta um recurso suficientemente esclarecedor de seu comportamento (WILD; PFANNKUSH, 1999).

A linguagem gráfica é fundamental para a organização e a análise de dados. Nesse processo, a mudança de representação é um recurso importante para a observação da adequação do modelo aos dados. O que pode ser favorecido pela tecnologia, quando essa é explorada de forma adequada. A pertinência da mudança de representação para a aprendizagem da matemática também foi objeto de pesquisa em Coutinho, Silva e Almouloud (2011) e em Vertuan (2007), tendo como base os estudos de Semiótica de Duval (2003)<sup>23</sup>.

Outro elemento elencado por Wild e Pfannkush (1999) é a *percepção da variabilidade*, que inclui a realização de julgamentos de situações, admitindo a variabilidade que existe e se transmite nos dados e o entendimento de que essa variabilidade gera incerteza. O que permite adotar estratégias em cada passo da investigação. A variação é um comportamento inerente aos fenômenos aleatórios. Esse conhecimento deve ser explorado mesmo em níveis básicos da Educação. Estudantes do Ensino Fundamental podem desenvolver uma noção intuitiva de variação para resolver um problema. Por exemplo, o entendimento de que os dados podem variar, dependendo da amostra observada, é uma maneira informal de compreensão da variação (SILVA et al, 2010).

O *raciocínio com modelos* é um elemento que reflete a seguinte lógica: o ato de pensar requer o uso de modelos, ou seja, os modelos conceituais são inerentes ao processo cognitivo (WILD; PFANNKUSH, 1999). No que se refere à Estatística, uma representação de dados pode ser expressa na forma de um gráfico, uma tabela, uma reta de regressão ou um resumo, que, nessa concepção, é um modelo representativo da realidade que pode permitir a observação do comportamento de uma variável. Nesse sentido, Batanero (2001, p. 1) considera:

[...] a construção de modelos, sua comparação com a realidade, seu aperfeiçoamento progressivo envolve cada fase da resolução de problemas estatísticos, não só na análise de dados em

---

<sup>23</sup> Nessa perspectiva, a aprendizagem pode ser favorecida quando diversos registros (modelos matemáticos, por exemplo) representativos de um fenômeno ou relação entre variáveis forem utilizados.

situações práticas, como também em trabalho de desenvolvimento teórico.

Nessa concepção, os modelos são linguagens por meio das quais os significados dos dados podem ser visualizados.

Por fim, na *integração da Estatística com o contexto*, os dados, que serão observados sob a perspectiva dos conceitos estatísticos, pertencem a um contexto, e conhecê-lo é fundamental para a compreensão dos significados neles impressos. É o pensar sobre esses dados, relacionando-os com o contexto que os gerou, que possibilitará fazer juízos, perceber implicações e realizar conjecturas. (BATANERO; DIAZ, 2005; LOPES; MENDONÇA, 2011b; MENDONÇA, 2008; WILD; PFANNKUSH, 1999)

No que se refere à Probabilidade, no Ensino Fundamental a incerteza presente nos fenômenos aleatórios deve ser o foco da Educação Estatística. Lopes e Moran (1999, p.1), refletindo sobre o ensino da Probabilidade na ótica dos Parâmetros Curriculares Nacionais, pontuam:

Em relação à *Probabilidade*, consideram que esta pode promover a compreensão de grande parte dos acontecimentos do cotidiano que são de natureza aleatória, possibilitando a identificação de resultados possíveis desses acontecimentos. Destacam o acaso e a incerteza que se manifestam intuitivamente, portanto cabendo à escola propor situações em que as crianças possam realizar experimentos e fazer observações dos eventos.

Nessa perspectiva, a exploração da ideia de probabilidade deve ocorrer a partir de situações-problema, em que seja necessário identificar eventos possíveis, certos e impossíveis, além de situações em que o sucesso dependa da "sorte". Também é recomendada a avaliação da probabilidade de ocorrência de eventos a partir de informações fornecidas e de dados coletados pelos alunos por meio de experimentação. Esse processo pode passar pela combinação de elementos de uma coleção e pelo uso de conceitos matemáticos para contabilizar resultados estatísticos para organizar e analisar dados.

Como se observa, essa concepção compreende o ensino de Probabilidade e Estatística de forma integrada e contextualizada. O que pode contribuir para promover o desenvolvimento do raciocínio probabilístico.

As discussões apresentadas ampliam a compreensão do processo a ser percorrido para o desenvolvimento dos raciocínios estatístico e probabilístico, conforme defende Lopes (1998). A partir dessa compreensão, questiono: que ambiente de aprendizagem pode possibilitar condições propícias para efetivar a Educação Estatística?

### 1.3.2 Tendências metodológicas para a Educação Estatística

As sugestões metodológicas para a Educação Estatística, atualmente, são no sentido de aproveitar os interesses dos alunos para coletar e organizar os dados que servirão de base ao trabalho que se realizará ao longo da unidade. Alguns estudos mostram essa experiência no Ensino Básico (SOUZA, 2007; MENDONÇA, 2008). No entanto, situações elaboradas pelo professor, tendo como referência contextos reais de interesse dos alunos, também podem ser geradoras de um ambiente desafiador e produtivo na sala de aula. (GARFIELD; DELMAS; ZIEFFLER, 2010; LESH; AMIT; SHORR, 1997).

São muitas as considerações favoráveis ao uso dos dados reais, dentre elas destaca-se a aproximação ao contexto dos estudantes, o que pode motivá-los a participar do processo de ensino e aprendizagem. Além disso, essa perspectiva atende aos objetivos da alfabetização estatística, os quais incluem a capacidade de interpretar criticamente as informações do mundo real, e tem sido defendida por pesquisadores e recomendada por orientações curriculares. (BRASIL, 1997, 1998; CHICK; PIERCE, 2010; FORBS; HARRAWAY; CUNNLIFF, 2008).

O estudo da Estatística, sem dúvida, pode ser promissor quando se manipula dados reais, em função da própria natureza interdisciplinar dessa ciência e do tipo de raciocínio que ela exige. Sendo assim, considero propício o uso de perspectivas pedagógicas que tenham a realidade como referência para gerar situações problemáticas, que podem ser potencializadoras de aprendizagem.

Uma das formas de implementar a Educação Estatística fazendo uso de dados reais é a prática com projetos. Essa constitui uma oportunidade de promover atividades interdisciplinares, trabalhando com as diferentes disciplinas, e intradisciplinares, possibilitando ligações da Estatística com diversos domínios da

Matemática no Ensino Fundamental. Além disso, essa maneira de trabalhar com a Estatística permite proporcionar aos alunos uma forma de ação que se assemelha ao fazer científico, em função do processo investigativo que o projeto requer, se constituindo em um importante meio de aproximação do fazer científico e de promoção de desenvolvimento da autonomia. Segundo Fernández e Ventura (1998, p. 61),

[...] a função do projeto é favorecer a criação de estratégias de organização dos conhecimentos escolares em relação a: 1) o tratamento da informação e 2) a relação entre os diferentes conteúdos em torno de problemas ou hipóteses que facilitem aos alunos a construção de seus conhecimentos, a transformação da informação procedente dos diferentes saberes disciplinares em conhecimento próprio.

Nessa perspectiva, um projeto é compreendido como uma forma de promover o conhecimento escolar por meio da aprendizagem da realidade, possibilitando ao estudante desenvolver estratégias de indagação, interpretação e comunicação do processo e das conclusões. Isso deve levar em conta a complexidade da realidade, dinâmica que favorece o conhecimento do mundo que o cerca.

Batanero (2009), por sua vez, considera os projetos uma forma importante de desenvolver o pensamento estatístico. No entanto, reconhece a dificuldade de muitos professores em utilizar situações abertas que abrangem diversos campos do conhecimento, para o ensino. O trabalho com projetos, conforme Batanero (2009) requer do professor a capacidade de reconhecer os conceitos a serem estudados a partir dessa prática. Essa consideração está pautada no reconhecimento de que, muitas vezes, a “riqueza” de um projeto não é percebida por professores e estudantes, o que se deve aos resultados de seus estudos empíricos, onde essa dificuldade foi observada.

Sobre esse aspecto, Chick e Pierce (2010) asseguram que, por vezes, os professores não conseguem “ver” com clareza as oportunidades de ensino no contexto real. Para esses autores, a transformação de situações e dados reais em atividades de ensino não é tarefa fácil.



Além disso, apesar do potencial formativo que a perspectiva de projetos apresenta, sua efetivação encontra algumas barreiras ligadas a questões institucionais, como a organização curricular, o tempo de duração, a exigência de flexibilidade do professor, as questões disciplinares dos alunos, dentre outras. Esses fatos dificultam a adoção dessa perspectiva no dia a dia das salas de aula. Sendo assim, na maioria das vezes, ela é desenvolvida paralelamente ao cumprimento do currículo prescrito, com alguns momentos para discussão dentro ou fora do horário de aula. O que dificulta a exploração de um projeto em toda a sua potencialidade. Nesse caso, o professor, procurando contemplar as exigências que lhe são impostas, acaba simplificando essa exploração.

A mudança desse quadro é necessária em função dessa simplificação, conforme assinala Arnaus (1999), legitimar uma cultura que limita as possibilidades de uma educação ampla, condizente com as situações com as quais os estudantes se depararão em sua vida pessoal e profissional. No entanto, para que esse quadro se modifique é preciso empenho para introduzir uma nova perspectiva no processo de ensino e aprendizagem, de modo que os estudantes assumam papel ativo nesse contexto e a dinâmica da sala de aula se transforme em um espaço de investigação e descobertas.

Por levar em conta a complexidade desse processo, considera-se relevante a promoção de ambientes de aprendizagem com menos tempo de duração, com atividades abertas. Estas inicialmente podem ser estruturadas pelo professor, mas de modo que os estudantes se envolvam de forma cada vez mais autônoma em tarefas investigativas e que a atividade possa ser desenvolvida na sala de aula, ainda que algumas ações de pesquisa sejam feitas fora dela, por exemplo, a busca de dados. Nesse processo, os alunos podem procurar diversos tipos de referências, como: reportagens de jornais e revistas, páginas da web, fichas ou anuários, por exemplo.

Esse tipo de atividade pode ser significativo principalmente para desenvolver competências de modelagem e para estimular o desenvolvimento de

conceitos específicos, assim como para promover a oportunidade de aplicação de conhecimentos. (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2010).

A inserção desse tipo de ambiente pode ser um meio de desencadear um processo de mudança do quadro de passividade predominante na maioria das salas de aulas de modo geral, evoluindo para situações cada vez mais abertas e autônomas. O estudo da Estatística favorece essa implementação, em função de seu caráter interdisciplinar e das ferramentas que dispõe para compreender uma grande variedade de fenômenos e situações.

### 1.3.3 A modelagem matemática na Educação Estatística

Na busca de contribuir para o debate teórico no que se refere à efetivação de uma Educação Estatística que atenda às necessidades atuais, em Mendonça (2008) foi discutida a interface entre a Educação Estatística e a modelagem matemática. Essa reflexão culminou em uma proposta de intervenção denominada “Projeto de Investigação Estatística em um Ambiente de Modelagem Matemática”. Esse projeto foi embasado na perspectiva de modelagem<sup>24</sup> de Barbosa (2001) e no Processo de Investigação Estatística, indicado por Lopes (2003), cujo juízo a respeito do ensino de Estatística está em consonância com as tendências da Didática da Estatística e com a dinâmica de projetos proposta por Batanero e Diaz (2004).

O projeto foi desenvolvido no terceiro ano do Ensino Médio. No entanto, o processo empreendido pode ser implementado em todos os anos do Ensino Básico, dependendo apenas de adaptações às condições do contexto. Ele compreende cinco etapas, de acordo com a indicação de Burak (1992).

A primeira etapa é a *escolha do tema*, que ocorre com a proposta de formação dos grupos em função do tema, por afinidades ou por outro critério. É o momento do convite do professor aos estudantes para que participem do processo. O tema pode ser escolhido por eles, em conjunto com o professor, ou ainda por este individualmente, a depender de interesses pedagógicos ou de sua relevância. Para o desenvolvimento desse estágio, quando os estudantes

---

<sup>24</sup> “Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (BARBOSA, 2001, p. 6).

assumem todo o processo, deve-se provocá-los a pensar em temas ou fenômenos que possam ser pesquisados e estimulá-los a fazer suas escolhas, promovendo um ambiente de discussão propício para expor seus interesses, posicionando-se nas discussões.

O segundo momento, o da *interação*, é o do envolvimento dos estudantes com o tema. É também o período de interação entre os estudantes durante as negociações de seus interesses no que se refere ao tema. Essa etapa prevê que os estudantes estabeleçam hipóteses sobre o tema escolhido e elaborem questões capazes de guiar o processo investigativo na busca de dados. Além disso, devem estabelecer estratégias, ferramentas e meios de obter os dados necessários para o aprofundamento do tema.

A *definição da questão ou do problema*, terceira etapa, envolve a problematização da situação, o que pode passar pela escolha do(s) aspecto(s) do tema, pelo estabelecimento de hipóteses e pela elaboração da(s) questão(ões) para a verificação da(s) hipótese(s) e a escolha das variáveis. Nesse momento, deve ser assegurada a diversidade de variáveis de modo a possibilitar o maior número de relações possíveis e a abordagem dos conceitos estatísticos.

A quarta etapa, a *compreensão do problema*, abrange outras questões. Uma delas é a pesquisa de campo. Antes de sair a campo é preciso planejar a coleta, escolhendo a forma de obtenção dos dados (consulta a anuários, arquivos, questionários, entrevistas etc.); a amostra a ser pesquisada; e a distribuição das tarefas no grupo. Este é um momento propício para fazer, de forma problematizadora, a sistematização de conceitos como: população, amostra, pesquisa estatística. Além disso, é pertinente discutir questões éticas relacionadas ao fazer pesquisa, como a neutralidade na abordagem das pessoas, por exemplo.

Nesse momento, deve ser feita também a análise exploratória de dados coletados na pesquisa de campo. Nela, a intervenção do professor deve ser realizada por meio de questionamentos, os quais objetivam levar os alunos a utilizarem os conceitos específicos. Para estimulá-los a organizar os dados, pode-se fazer a pergunta: como organizar os dados para examinar seu comportamento?

Para observar a tendência, é possível indagar: como se caracterizam as pessoas de sua amostra? Para levá-los a fazer relações entre variáveis é pertinente questionar: vocês consideram que o comportamento das pessoas tem relação com a idade? E a fim de instigar os alunos a refletirem sobre os resultados encontrados convém indagar: suas hipóteses foram confirmadas? Os resultados surpreenderam? Como seus resultados podem ser apresentados? No decorrer desse processo, os conceitos e os procedimentos estatísticos podem ser sistematizados à medida que forem necessários.

Por fim, a última etapa inclui *deduções, conclusões, inferência e comunicação de resultados*. As relações verificadas no processo investigativo devem ser analisadas e comparadas às hipóteses estabelecidas. Essas análises devem possibilitar a realização de conclusões e previsões para a população com base nos resultados observados na amostra consultada. Além disso, as análises devem ser feitas de forma crítica, notando a validade e a capacidade de generalização dos modelos construídos para fazer inferência na população em estudo.

Para concluir a investigação é preciso comunicar a outros os resultados encontrados e as atitudes que esses indicam. Busca-se, então, levar os alunos a discutir os resultados, os modelos construídos e o processo empreendido. O uso da linguagem estatística deve ser estimulado nesse momento.

Como é possível concluir, a intervenção é fator fundamental para garantir a construção dos conhecimentos que se objetivam com o projeto. Ademais, ela deve motivar os estudantes a se enveredarem no processo de investigação para buscar conceitos, estabelecer relações e construir modelos de forma autônoma.

Algumas pesquisas (CAMPOS, 2007; JACOBINI, 1999; MENDONÇA, 2008) mostram a pertinência do ambiente de aprendizagem na perspectiva de modelagem para a construção dos conceitos estatísticos e das competências específicas, necessárias para a compreensão dos fenômenos estudados e para a formação geral dos estudantes nos diversos níveis de ensino. Esse projeto possibilita o desenvolvimento de todo o programa da disciplina no Ensino Básico.

No entanto, a promoção de atividades com menor tempo de duração também pode constituir oportunidades para a inserção da Educação Estatística na sala de aula, considerando os pressupostos da modelagem. No nível básico de ensino, por exemplo, pode-se levar em conta os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1999) e a perspectiva de modelagem de Barbosa (2001), Burak e Klüber (2010) e Chaves (2012).

É pertinente destacar a importância de uma intervenção estratégica no desenvolvimento das atividades de modelagem, conforme proposto por Blum e Ferri (2009), o que pressupõe uma postura problematizadora, na perspectiva de Mendonça (1993), tomando como meta o desenvolvimento do raciocínio estatístico descrito por Wild e Pfannkush (1999), para que as atividades de Estatística e Probabilidade contemplem os pressupostos da modelagem matemática. Esse tipo de atividade pode ser uma forma de desenvolver uma cultura de investigação na sala de aula de forma gradativa.

O desafio que se instala é: como implementar a Educação Estatística levando em conta as discussões anteriores e a complexidade do ensino? Nesse sentido, é possível inferir que os grupos de natureza colaborativa são ambientes propícios para desencadear oportunidades de aprendizagem conceituais e práticas, conforme discutido anteriormente. Pode ser particularmente significativa a participação em espaços de discussão que têm no contexto profissional dos docentes a base de reflexão e ação, de modo que sejam oportunizadas situações de vivência como protagonistas e mentores de forma reflexiva e crítica.

Essas vivências podem contribuir para o professor compreender a modelagem em todas as suas dimensões. A partir desse entendimento, parto para a apresentação da proposta de discussão sobre modelagem, implementada no GIFEM.

#### 1.3.4 Uma proposta de discussão sobre modelagem matemática em um grupo de natureza colaborativa

O ambiente proposto tomou a reflexão crítica como elemento estruturador do processo, entendendo que, dessa forma, é possível oportunizar um contexto

capaz de propiciar compreensões sobre a prática com modelagem matemática e reflexões sobre os elementos de controle institucional presentes no contexto do ensino. Processo que pode colaborar para encontrar meios para intervir na Educação e efetivar uma educação problematizadora.

Com isso, ao pensar uma proposta de discussão sobre modelagem, algumas dúvidas e inseguranças se manifestaram, em função da diversidade de fatores a serem considerados: “Que ações são importantes? Como organizá-las? De que forma abordá-las? Quais são as necessidades dos professores? Como contemplá-las?”. Essas inquietações decorrem do interesse em proporcionar um ambiente rico em possibilidades de construção de conhecimentos, conforme sugere Furlanato (2008, p.19): “Pensar em processos de formação docente requer pensar em como abrir espaços para que as matrizes pedagógicas dos professores possam ser acolhidas, revisitadas, ampliadas e transformadas nos espaços de formação”.

As tensões vivenciadas se assemelham àquelas discutidas por Oliveira (2010). Nesse estudo, elas foram observadas nos professores quando esses se propuseram a trabalhar com a modelagem matemática. O que possibilita deduzir que esses conflitos são naturais, em função da natureza complexa da modelagem e do contexto em que ela se insere, como assinala Arnaus (1999).

Assim, a partir das discussões sobre a Formação de Professores e a modelagem na Educação Matemática, foi elaborada uma proposta de debate, com o objetivo de discutir e vivenciar essa abordagem, de modo que os professores tivessem a oportunidade de avaliar a possibilidade de adotá-la em sua prática. No entanto, ela não tinha um caráter definitivo, era um esboço, o qual listava algumas ações consideradas relevantes para a compreensão da modelagem na Educação, sendo sua concretização dependente dos interesses dos dos profesoress envolvidos no processo.

Essa proposta se justifica por considerar promissor um ambiente de diálogo que vise oportunizar situações geradoras de reflexões sobre a construção de conceitos e a formação geral dos estudantes, tendo como foco o contexto de

atuação dos professores. Tal contexto criou oportunidades para a problematização da prática pedagógica em um processo de ação e reflexão, procedimento pertinente para a mobilização de conhecimentos teóricos e práticos, assim como para o estabelecimento de novas aprendizagens. Desse modo, foram objetivos específicos dessa proposta:

- apresentar e discutir as diferentes perspectivas de modelagem;
- discutir os pressupostos teóricos e metodológicos inerentes à modelagem na Educação Matemática;
- ampliar as possibilidades de percepção da dinâmica, presentes no desenvolvimento de atividades dessa natureza;
- refletir sobre a modelagem no processo de ensino e aprendizagem, considerando a complexidade do contexto escolar;
- discutir sobre a construção de conceitos e as possibilidades de formação matemática e geral dos alunos nas atividades de modelagem;
- ampliar os conhecimentos teóricos e práticos sobre a modelagem, além de oportunizar situações geradoras de aprendizagens sobre questões conceituais, metodológicas e pedagógicas no que se refere à Educação Estatística.

Para concretizar esses objetivos, as ações propostas no referencial teórico, construído anteriormente, foram permeadas pela discussão de textos teóricos e práticos sobre questões de natureza cognitiva, filosófica e curricular, tendo como referência pesquisas nacionais e internacionais, as quais têm como foco a prática de modelagem para a aprendizagem da Matemática e a Formação de Professores nesse contexto. Nesse caso, foram sugeridas as seguintes ações:

- vivência, como aluno, em atividades de modelagem;
- avaliação e reflexão sobre atividades de modelagem já desenvolvidas – casos de ensino;
- desenvolvimento de atividades na perspectiva da modelagem com socialização no grupo;

- intervenções em salas de aula, usando a modelagem e a discussão posterior no grupo;
- participação em análise de modelos matemáticos prontos, construídos no contexto de atividades de modelagem na implementação da Educação Estatística.

As ações propostas foram apresentadas e discutidas no grupo levando em conta as necessidades e os interesses dos professores. Nesse caso, elas foram vivenciadas de acordo com o desenvolvimento das discussões e das ações dos professores.

Como se observa, a proposta de reflexão foi planejada previamente, no entanto foi reelaborada à medida que os professores se posicionavam diante dela. O que levou às mudanças e à ampliação de ideias, por exemplo, a desconsideração de vivências previstas e a necessidade de aprofundamento do contexto complexo em que o ensino se insere.

Para isso, apoie-me nas ideias de Arnaus (1999) acerca da Formação de Professor. O autor argumenta: “defendo uma formação que contemple a educação de uma perspectiva complexa e crítica. Isso significa que se apresente um conhecimento não estático e dado, mas sim problemático e incerto e aberto à interpretação e análise” (ARNAUS, 1999, p. 621).

Desse ponto de vista, a simplificação da complexidade do ensino implica em legitimar os elementos impostos pelas exigências institucionais e sociais que controlam e limitam as ações docentes. Essa consideração é pertinente neste trabalho, pois a modelagem matemática vai de encontro aos mecanismos de controle, em função de sua natureza aberta. O que pode se constituir em uma oportunidade de interferir nesse contexto, de forma a estabelecer condições para uma mudança ampla na cultura do ensino.

A partir dessa compreensão e da efetivação da proposta de discussão e ação no espaço de reflexão do grupo colaborativo e nos locais em que trabalham os professores; construí um conjunto de dados que incluem: as discussões



(gravadas em vídeo) empreendidas no grupo e nas escolas em que atuam os professores e os materiais produzidos por eles (atividades elaboradas, relatórios descrevendo o desenvolvimento dessas com seus alunos). Tais dados foram organizados de modo a possibilitar a interpretação do fenômeno analisado e fornecer subsídios para responder o questionamento inicial, o qual objetiva compreender como os professores de um grupo colaborativo se envolvem com a modelagem matemática para a implementação da Educação Estatística. Tendo isso em vista, apresento a análise empreendida nesse processo.

## **2 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS**

Neste capítulo procurarei retratar a dinâmica ocorrida no decorrer do primeiro semestre de 2013 no espaço de discussão do grupo colaborativo (GIFEM), durante o qual nos dedicamos à reflexão e à ação, tendo como tema a modelagem matemática na Educação Matemática para a abordagem da Educação Estatística no Ensino Fundamental. Essa descrição tem como base os dados gerados nas ações vivenciadas pelos professores, as quais foram sugeridas pelos diversos autores consultados no referencial teórico. Ademais, são estudadas ações desenvolvidas pelos próprios docentes do grupo em seus respectivos contextos profissionais.

Constituir-se-ão em dados para essa análise os discursos produzidos no decorrer das vivências, os relatórios, os vídeos e as atividades elaboradas pelos professores. Também integram esse conjunto as notas de campo, obtidas na observação realizada no contexto do grupo colaborativo e nas salas de aulas dos professores, e os registros em áudio e vídeo ali produzidos.

### **2.1 A modelagem matemática nas discussões do GIFEM**

No primeiro encontro destinado à reflexão sobre modelagem, a proposta de estudos para o semestre foi apresentada ao grupo. A discussão desse tema havia sido combinada no fim do semestre anterior, quando foi exposto um trabalho desenvolvido no terceiro ano do Ensino Médio, produto de minha investigação de Mestrado (MENDONÇA, 2008). Nele, a modelagem foi usada para a implementação da Educação Estatística.

O encaminhamento se deu com a descrição de algumas ações a serem vivenciadas no decorrer do período assinalado, as quais são consideradas importantes para que o professor possa avaliar a possibilidade de adotar a modelagem em sua prática. São elas:

- vivência em atividades de modelagem como aluno;
- reflexão sobre casos de ensino;
- análise de modelos prontos;

- elaboração de atividades de modelagem;
- intervenções em salas de aula usando a modelagem com socialização e discussão sobre o processo.

Esse desenvolvimento seria permeado pela reflexão sobre aspectos teóricos e práticos da modelagem e pela socialização e discussão dos processos empreendidos pelos professores no grupo e em seu contexto de ação.

As ações foram apresentadas e sua pertinência foi debatida com os docentes, com base no referencial teórico que lhes deu origem. Nesse caso, a primeira ação proposta foi a *vivência em atividade de modelagem como aluno*. Considerei que ela ajudaria os professores a refletirem sobre as ações, as discussões e as construções dos alunos com maior desenvoltura, quando chegasse o momento da ação *reflexão sobre o caso de ensino*.

#### 2.1.2 Vivência em atividade de modelagem como aluno

A atividade proposta aos professores foi elaborada por Lesh, Amit e Schorr (1997), de acordo com os princípios concebidos no grupo de pesquisa, do qual os autores fazem parte. Para o desenvolvimento da atividade, sugeri a formação de dois grupos, a critério dos professores. Além disso, propus o uso de ferramentas tecnológicas, como: calculadora, planilha eletrônica e computador com acesso à internet, considerando a hipótese de consulta a conteúdos da *web* sobre o tema, o uso da planilha eletrônica ou os conceitos em geral.

Assim, inicialmente apresentei a situação real que deu origem à atividade, fazendo uma interação com o tema “Concessão de licença para prestação de serviço em espaços públicos”, no caso estudado o ambiente retratado era um parque público. Essa discussão tinha o objetivo de estabelecer o contato dos professores com o tema, aproximando-os da situação-problema. Esta foi apresentada em duas partes, a primeira é a seguinte:

No verão passado, Maya começou a concessão dos negócios no parque “Dias Selvagens”. Seus vendedores iriam transportar pipoca e bebidas em torno do parque, onde quer que pudessem encontrar clientes. Maya precisa de sua ajuda para decidir quais trabalhadores contratar no próximo verão. No ano passado, Maya tinha nove vendedores, mas, neste verão, a empresária pode ter

apenas seis – três em tempo integral e três em meio período. Ela quer recontratar os vendedores que vão obter mais dinheiro para ela. Porém, ela não sabe como compará-los, porque eles trabalharam números diferentes de horas, o que faz uma grande diferença, afinal, é mais fácil vender mais em mais horas. Além disso, (*quando*) eles trabalharam também é relevante, pois é mais fácil vender em uma noite do que na sexta-feira em uma tarde chuvosa. (LESH; AMIT; SHORR, 1997, p. 67, grifo meu, tradução minha).

Após a apresentação da situação fiz alguns questionamentos, buscando estimular a reflexão e a percepção da *necessidade de dados*. Esse é um elemento importante para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, conforme Wild e Pfannkush (1999).

Após algumas respostas dos professores, notei que, já em suas primeiras observações, eles indicavam a necessidade de dados quantitativos (desempenho dos funcionários nas vendas) e qualitativos (preferências e necessidades dos vendedores) para a tomada de decisão. No entanto, a atividade disponibilizava apenas dados quantitativos: vendas de cada trabalhador no ano anterior, nos três meses trabalhados e em cada um dos três períodos, conforme a tabela abaixo.

DÓLARES GANHOS									
	Frequência em Junho			Frequência em Julho			Frequência em Agosto		
	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa
MARIA	690	780	462	699	758	885	788	1732	1462
KIM	474	874	406	4812	2032	447	4500	834	712
TERRY	1047	667	284	1389	804	450	1062	806	491
JOSE	1263	1188	765	1684	1668	449	1822	1276	1358
CHAD	1264	1172	0	2477	681	548	1923	1130	89
CHERI	1115	278	574	2972	2399	231	1322	1594	577
ROBIN	2253	1802	610	4470	993	75	2754	2327	87
TONY	550	903	928	1296	2360	2610	615	2184	2518
WILLY	0	125	64	3073	767	768	3005	1253	253

**TABELA 1 – DÓLARES GANHOS POR CADA VENDEDOR NO PERÍODO TRABALHADO**

Fonte: Dados reunidos a partir da atividade realizada por Lesh, Amit e Shorr 1997, p.67(adaptado)

Além disso, forneci o tempo que cada um dos vendedores trabalhou nesse mesmo período, pois eles tinham horário de trabalho flexível. O que podemos observar na tabela a seguir:

HORAS TRABALHADAS									
	Frequência em Junho			Frequência em Julho			Frequência em Agosto		
	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa	Alta	Estável	Baixa
MARIA	12,5	15	9	10	14	17,5	12,5	33,5	35
KIM	5,5	22	15,5	53,5	40	15,5	60	14	23,5
TERRY	12	17	14,5	20	25	21,5	19,5	20,5	24,5
JOSE	19,5	30,5	34	20	31	14	22	19,5	36
CHAD	19,5	26	0	36	15,5	27	30	24	4,5
CHERI	13	4,5	12	33,5	37,5	6,5	16	24	16,5
ROBIN	26,5	43,5	27	67	26	3	41,5	58	5,5
TONY	7,5	16	26	16	41,5	51	7,5	42	84
WILLY	0	3	4,5	38	17,5	39	37	22	12

**TABELA 2 – TEMPO DE TRABALHO DE CADA VENDEDOR NO PERÍODO ANALISADO**

Fonte: Dados reunidos a partir da atividade realizada por Lesh, Amit e Shorr 1997, p.68 (adaptado)

Após fomentar as discussões acerca dos dados necessários para ajudar a empresária a escolher seus novos funcionários, distribui as duas tabelas anteriores, apresentadas pelos autores, e a segunda parte do problema proposto:

Maya revista os registros do ano passado. Para cada vendedor, totaliza o número de horas trabalhadas e o dinheiro recolhido nos negócios do parque nos três períodos, indicados pelas frequências: alta, *estável*<sup>25</sup>(média) e baixa (ver tabelas). Avalie o desempenho dos vendedores, no ano passado, na empresa e

<sup>25</sup> Esse termo foi introduzido por mim para explicar o “estável”. E o termo “ver tabela” é dos autores. Como faço para notificar isso?

decida quais três funcionários ela deveria contratar para o tempo integral e quais três ela deveria contratar por meio período. Escreva uma carta para Maya expondo seus resultados. Em sua carta, descreva como avaliou os vendedores. Dê detalhes para que Maya verifique seu trabalho e dê-lhe uma explicação clara para que decida se o método é bom para usá-lo. (LESH; AMIT; SHORR, 1997, p.67, grifo do autor, tradução minha).

No primeiro momento, os professores buscaram compreender a atividade. Mostraram também admiração pela complexidade da situação para o nível em que foi elaborada (o equivalente, no ensino brasileiro, ao nono ano), tomando como referência os estudantes com os quais trabalham.

Após a compreensão da situação, iniciou-se uma etapa de pensar o que fazer com as variáveis quantitativas apresentadas. No grupo com três professores, chamado aqui de G1, a princípio, o trabalho não foi realizado em conjunto, pois enquanto as professoras Nádia e Amanda faziam o cálculo para verificar a produtividade dos vendedores, usando uma planilha eletrônica, Silvia fazia os cálculos manualmente. No primeiro momento, não houve uma discussão entre as professoras sobre as estratégias empregadas.

Na tentativa de promover a reflexão entre elas me aproximei da professora Silvia, que trabalhava sozinha, e questionei sobre o que ela estava fazendo. A essa altura ela já tinha calculado a média total de vendas de cada vendedor nos três meses, desconsiderando os diferentes períodos (frequência alta, estável e baixa), e fazia a escolha dos vendedores.

**Silvia:** *Olha, eu já dispensei dois [...], só que eu mudei, não são mais aqueles que escolhi no início.* [risos]

**Pesquisadora:** *E por que mudou?*

**Silvia:** *o que mudou é que no primeiro eu não vi esse zero aqui [apontando para os dados das horas trabalhadas de um dos vendedores] e falei: “Nossa ele não trabalhou e ele faturou muito pouco!”. Só que depois fiz as contas sem o zero e, pela média, ele faturou mais que outros, mesmo trabalhando menos! Aí, eu vi que no trimestre ele faturou isso! [apontando para a soma das vendas total do funcionário].*<sup>26</sup>

---

<sup>26</sup> Optei por utilizar, nos diálogos, essa forma de recuo para facilitar a leitura. Além disso, mantenho tanto a transcrição da fala como dos registros dos professores em sua forma original, com as marcas da oralidade e da ortografia dos docentes.

Silva partiu do pressuposto que o funcionário poderia ter faltado por motivo de doença ou algo semelhante. Nesse caso, ela calculou a média de vendas no trimestre, desconsiderando o período em que esse vendedor não vendeu nada, pois o cálculo da média com o valor zero de vendas, período que ele faltou, fez com que sua média caísse muito. No entanto, ela comparou esse resultado com a média dos outros vendedores em todo o período. Essa mudança nos cálculos fez com que a lista de trabalhadores escolhidos fosse alterada.

Naquele momento, optei por não questionar a estratégia usada pela professora Silvia, esperando que, ao socializar seus procedimentos com as colegas de grupo, essa discussão se fizesse necessária. A docente continuou seu raciocínio: *“Esses aqui foram os que faturaram menos! [apontando para a lista de vendedores]. Aí, tem que decidir o terceiro agora... As diferenças são tão pequenas...”*.

A partir dos registros de Silvia, observa-se que ela escolheu com facilidade os dois primeiros vendedores, em função das diferenças razoáveis entre seu desempenho nas vendas. Porém, à medida que essas variações se aproximavam, ela buscava outros critérios para a tomada de decisão. Com isso, passou a olhar para as horas trabalhadas, estabelecendo relações entre elas e o desempenho dos funcionários nas vendas, sem estendê-las àqueles já escolhidos.

Enquanto isso Amanda e Nádia, que optaram por observar o desempenho de cada vendedor com o cálculo da média de vendas por hora em cada período, seguiam trabalhando juntas na elaboração da planilha eletrônica. No entanto, na hora de fazer as escolhas dos vendedores, resolveram fazê-lo de duas formas diferentes, para depois observar a convergência de suas eleições. Amanda assinalou: *“Agora vamos ver se isso serve pra alguma coisa! Vamos fazer assim: você considera que só no período ocupado [alta frequência] a gente demitiria, eu considero o período estável e o lento. Depois a gente vê se batem os nomes! O que acham?”*.

A proposta visava tomar como critério a valorização dos diferentes períodos, observando os vendedores com desempenhos menores nas vendas

para descartá-los. Esse critério foi determinado em função da consideração de que quem vende pouco no período de frequência alta merece menos o emprego, mas Nádia não concordou. Depois de um período em que fizeram escolhas distintas, o diálogo recomeçou. Nesse momento, a dupla ampliou a discussão para a colega que trabalhou sozinha até então.

**Amanda:** *O Chad ninguém tem dúvida que vai ser demitido! Você também acha que vais ser demitido?* [consultando a Silvia]

**Silvia:** *Deixa ver... Ah! Eu não mandei [o Chad] embora! Mas poderia mandar também!*

**Nádia:** *Tá muito perto, né?*

Como é possível observar, independente dos pressupostos e das estratégias adotadas, as professoras escolheram facilmente os funcionários quando suas vendas eram muito diferentes. As preferências convergiam para os mesmos vendedores – inclusive as da professora Silvia, que trabalhou individualmente com procedimentos de cálculo diferentes. Ainda que em distintas posições na classificação, à medida que o desempenho dos vendedores se aproximava, as docentes percebiam a necessidade de estabelecer outros critérios para essa escolha. As variáveis qualitativas passaram a ser consideradas, no entanto, foram levadas em conta apenas como critério de desempate entre vendedores com rendimento semelhante, o que dificultou a generalização do procedimento usado.

Para mostrar os resultados de seu trabalho, o trio optou por apresentar uma tabela com a média de vendas por hora dos funcionários no trimestre e a lista dos escolhidos para o período integral e para o meio período.

MÉDIA TOTAL DE DÓLARES GANHOS			
	Frequência Alta	Frequência Média	Frequência Baixa
MARIA	62,7	52,61	51,36
KIM	79,84	50,07	36,84
TERRY	70,38	36,9	26,27



JOSE	71,35	52,69	36,86
CHAD	65,91	45,37	21,29
CHERI	85,77	64,06	51,01
ROBIN	70,7	39,15	29,44
TONY	78,78	53,03	44,36
WILLY	54,03	47,49	29,2

**TABELA 3 – DESEMPENHO DOS VENDEDORES (G1)**

Fonte: Elaborado pelo Grupo 1

As recomendações do G1 para a empresária se limitaram à apresentação da tabela e à indicação dos vendedores a serem contratados para o período integral – Cheri, Tony, Jose – e para o meio período – Kim, Maria, Robin.

Ao observar o modelo construído, questionei sua eficiência para visualizar os dados de forma rápida, buscando levar os professores a usar outras formas de apresentação dos dados. Considerei a importância da troca de representação para gerar compreensões, o que Wild e Pfannkush (1999) denominam *transnumeração*. No entanto, não houve iniciativa dos professores nesse sentido.

A classificação final dos vendedores foi feita em ordem de desempenho. Os três, considerados melhores, foram os escolhidos para atuarem no período integral. Na tabela apresentada está explicitado o procedimento da dupla, já que a professora Silvia trabalhou com a média de vendas em cada mês.

Todavia, para a apresentação dos vendedores escolhidos, elas negociaram a realização de uma lista única, em função de as escolhas dos quatro primeiros nomes serem as mesmas. Nesse caso, a negociação envolveu os dois últimos vendedores a serem escolhidos para o meio período, mas os termos dela não foram apresentados nos resultados do grupo. Desse modo, o modelo com o resultado dos procedimentos e a lista com as escolhas do grupo desconsideram as diferentes estratégias e os pressupostos usados na investigação, como os critérios de assiduidade e os diferentes “pesos” atribuídos aos períodos (frequência alta, estável e baixa).

Na tentativa de levar os professores a *relacionar os resultados com o contexto que os gerou* e a provocar a necessidade de buscar outras relações e conceitos, chamei a atenção para uma frase da situação-problema: “Será que quanto mais o vendedor trabalhar maior será o volume de vendas?”. Esperava que a reflexão sobre a pergunta levasse à investigação da relação entre as variáveis “vendas” e “tempo de trabalho”; no entanto, não houve iniciativa dos professores nesse sentido, em nenhum dos dois grupos.

Quando me aproximei do G2, composto por Rodrigo e Sara, os professores estavam lidando com uma planilha de cálculo. Naquela altura, eles já tinham feito vários cálculos usando o tempo de trabalho e as vendas constantes nas duas tabelas (apresentadas pelos autores). Alguns trechos dos diálogos mostram o envolvimento dos professores com a atividade, como o seguinte:

**Formadora:** *E aí pessoal, o que temos?*

**Rodrigo:** *Aqui a gente tem ó: a média, que é fundamental, o desvio-padrão e o que mais a gente pode pegar? Vamos ver aqui o que mais a gente pode levar em conta pra contratar!*

O diálogo mostra preocupação do grupo em usar os conceitos estatísticos na resolução do problema, além de insegurança em utilizar dados ou variáveis que não foram fornecidas. Mas, houve ampliação dos conceitos estatísticos em comparação ao G1, pois nesse grupo o desvio-padrão foi usado no processo de análise dos dados. Por meio da organização dos dados é possível perceber que esse conceito foi usado para verificar a estabilidade dos vendedores, em função da pequena diferença entre as médias de vendas.

**Sara:** *Você pode fazer uma análise do porquê dessa não venda...*

**Rodrigo:** *Mas ela falou pra gente fazer a consideração só com o que a gente tem em mãos, não é?*

**Sara:** *Ela falou que pode fazer considerações... Por exemplo: e se as faltas foram sem motivos justificáveis?*

Percebe-se que a professora Sara considera a insuficiência dos dados quantitativos apresentados para a tomada de decisão em situações reais; no entanto, o colega, professor Rodrigo, teve dúvidas sobre essa possibilidade. Ainda assim, ela tentou convencê-lo a levar em conta outras variáveis. O docente, todavia, não mostrou interesse em continuar a discussão, o que se observa em

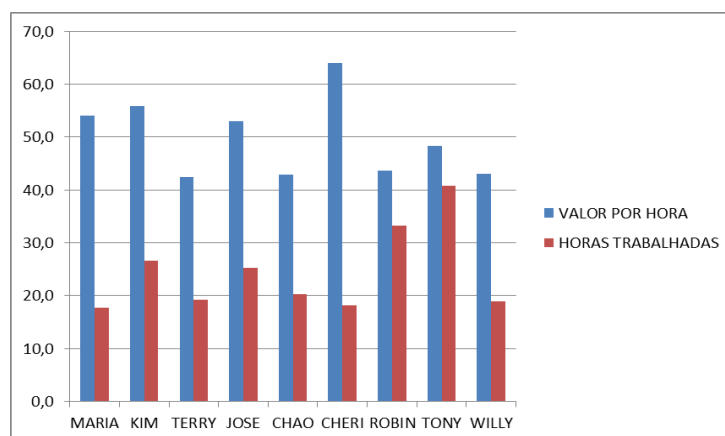
sua resposta: “*Bom, eu vou levar o que pra ela? Vou levar uma carta com seis nomes? Então, eu posso concluir? Não é isso?*”.

Nota-se certa “pressa” do professor em fornecer uma resposta ao problema proposto. Nesse caso, a intervenção se fez necessária para estimular a elaboração de outras formas de representação dos resultados, que já estavam apresentados em uma tabela, considerando que, assim, outras relações entre os dados poderiam surgir.

**Formadora:** *Bom... Você pode também pensar em mostrar pra ela isso, que você tá enxergando, com os dados que você tem, de forma que fique claro quem tá na frente. Além disso, você pode fazer considerações sim, a situação é aberta...*

**Rodrigo:** *Um gráfico! Podemos fazer um gráfico!*

O professor compreendeu a proposta de mudança da representação, pois a proposta à empresária contava com um gráfico de colunas, além de um pequeno texto explicando parcialmente os critérios usados no processo de escolha dos vendedores. A solução dos professores pode ser observada em seguida: “Considerando que as faltas dos funcionários Chad e Willy são justificáveis e desconsiderando suas ausências nos cálculos das médias, os valores foram alterados conforme [o] gráfico [...]”. O gráfico, por sua vez, foi representado da seguinte maneira:



**FIGURA 1 – MÉDIA DE VENDAS E TEMPO MÉDIO DE TRABALHO DOS VENDEDORES**

Fonte: Elaborado pelos professores do G2

A figura apresenta a média de vendas por hora com o tempo médio de trabalho dos vendedores. No entanto, não há esclarecimento sobre a

representação das duas variáveis – a relação entre elas foi feita no cálculo da produtividade, vendas por hora. Apesar de fazer uso de uma planilha eletrônica, seus recursos foram subutilizados, já que o gráfico não apresenta título nem denominação dos eixos. Durante o desenvolvimento da atividade, os professores mostraram dificuldades em usar alguns recursos da planilha, notadas a partir do longo tempo usado na elaboração do gráfico em função da escassa familiaridade com a versão da planilha disponível.

Como é possível observar, o G2 também adotou o pressuposto de que o período sem vendas deveria ser desconsiderado, justificando as faltas dos vendedores, assim como o Grupo 1<sup>27</sup>. Enfim, a proposta do G2 para a empresária finaliza com a declaração:

De acordo com os dados analisados e levando em consideração a média de valor arrecadado por hora, média de horas trabalhadas e o desvio padrão do valor arrecadado por hora[,] sugerimos a contratação de Maria, Kim, José [Jose], Cheri, Robin e Tony, sendo para período integral: Robin, Tony e Kim.

Na declaração do grupo, não há explicação sobre o uso do desvio-padrão como critério para a escolha dos vendedores. O que seria pertinente, particularmente, porque um dos vendedores selecionados (Kim) teve uma das maiores variações nas vendas (era a segunda maior); no entanto, foi escolhido, indicando o uso de outro critério ou algum equívoco no momento da escolha.

Ao terminar o tempo do encontro (três horas), aventurei a ideia de continuar a investigação na próxima reunião, considerando que, assim, as reflexões poderiam ser ampliadas, mas alguns professores não mostraram interesse na proposta, preferindo ficar além do tempo para concluir a atividade. Com isso, sugeri a leitura do texto de Lesh, Amit e Shorr (1997), o qual continha a atividade proposta, os princípios que a geraram e seu desenvolvimento por um grupo de estudantes.

Essa indicação levou em conta a possibilidade de a leitura provocar reflexões acerca do processo empreendido no desenvolvimento da atividade. Além disso, ela possibilitaria o contato dos professores com os princípios usados

---

<sup>27</sup> É importante ressaltar que os dois grupos não trocaram informações no desenvolvimento da atividade.

em sua elaboração e com a discussão dos autores sobre o envolvimento dos estudantes no desenvolvimento da atividade, já que esta seria foco de discussão na ação *reflexão sobre caso de ensino*. Assim, ficou combinado que no próximo encontro os dois grupos fariam a socialização do desenvolvimento da atividade.

#### 2.1.2.1 A socialização da ação “vivência em atividade de modelagem como aluno”

O segundo encontro se iniciou com a professora Amanda afirmando que gostaria de ter tido mais tempo para desenvolver a atividade, pois, ao refletir sobre ela, outras ideias e conceitos afluíram, particularmente quando conversou com seu irmão sobre a situação apresentada. Essa consideração indica que a proposta de ampliar o tempo para o desenvolvimento era pertinente. No entanto, como a sugestão de discussão era aberta aos interesses dos professores e esses não a acataram, naquele momento a ampliação foi descartada.

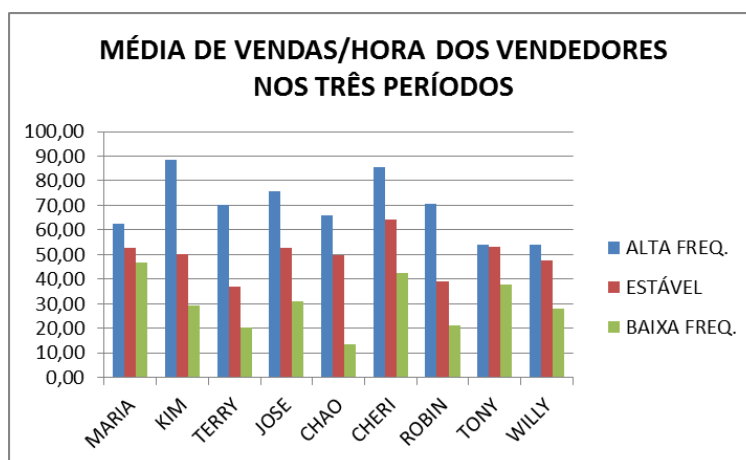
O encaminhamento se deu com a explanação da professora Amanda sobre a possibilidade de apresentar um plano mais claro sobre o processo de contratação usado pelo grupo e de ter levado em conta as intervenções da pesquisadora para apresentar diferentes visões dos dados. Ela assinalou ter percebido sua intenção nas perguntas feitas ao grupo, mas sinalizou que não deu tempo para concretizar essa proposta, em função da quantidade de dados.

Questionados sobre a desconsideração do valor zero no cálculo da média, a professora Amanda afirmou: “*é que estávamos observando a produtividade dos vendedores, como ele não trabalhou, aquele período não poderia ser considerado*”. A desconsideração do valor zero, portanto, foi possível com a justificativa da falta dos vendedores. Das três professoras do grupo, apenas essa se manifestou sobre a atividade desenvolvida.

Assim, na tentativa de promover o envolvimento das outras duas professoras do G1, questionei sobre o critério usado para a escolha dos vendedores, mas novamente foi a professora Amanda quem se manifestou. Ela esclareceu que inicialmente considerou que o desempenho dos vendedores durante os três meses de trabalho, calculado pela média das vendas por hora, seria um indicador suficiente para a tomada de decisão, mas, quando esses

valores foram contabilizados e comparados, o grupo percebeu que outros fatores deveriam ser levados em conta, como os interesses da empresária e as diferentes visões das três professoras sobre a situação. Não houve questionamentos dos professores do Grupo 2 sobre o processo descrito por essa docente.

Aproveitando a fala da professora sobre as diversas formas de olhar para os dados, apresentei algumas possibilidades de modelos e relações, as quais eram esperadas com os questionamentos realizados no decorrer do desenvolvimento da atividade. Para a observação da estabilidade dos vendedores nas vendas, no decorrer dos três períodos, o modelo a seguir poderia ser um recurso visual pertinente, já que é possível observar a variação de vendas no trimestre.



**FIGURA 2 – MÉDIA DE VENDAS DOS FUNCIONÁRIOS POR HORA**

Fonte: Dados apresentados por Lesh, Amit, Shorr, 1997 (adaptado)

No gráfico é notória a estabilidade de Maria nas vendas e a baixa estabilidade de Kim, por exemplo; impressão que é comprovada pelo desvio-padrão das vendas nos três períodos, conforme mostrado a seguir:

FUNCIONÁRIOS	DESVIO-PADRÃO
MARIA	8,15
KIM	30,24
TERRY	25,42
JOSE	22,43
CHAD	26,83
CHERI	21,68
ROBIN	25,11

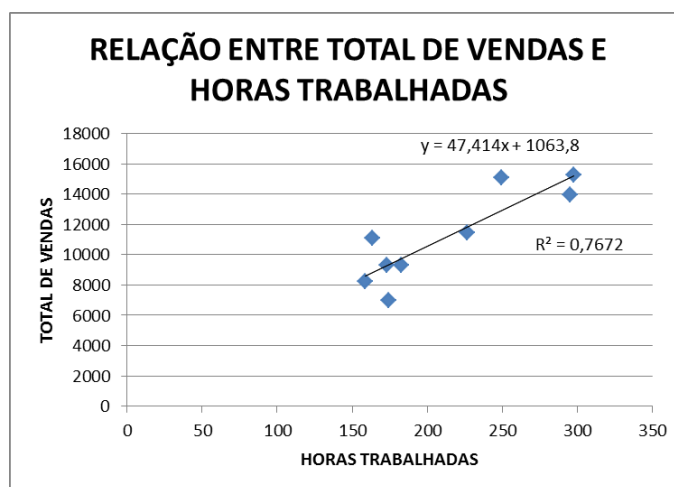


### QUADRO 1 – DISPERSÃO DAS VENDAS EM TORNO DA MÉDIA DE MARIA E KIM

Fonte: Dados do Grupo 2 (adaptado)

Os dois vendedores tinham médias semelhantes e desvios-padrão muito diferentes. Nesse caso, considerando um desvio-padrão para mais e um para menos, em relação à média, a dispersão dos dados é muito maior no caso de Kim, o que mostra sua instabilidade nas vendas, apesar de sua média ser maior que a da Maria. Nesse caso, a decisão não depende apenas da análise quantitativa, é preciso levar em conta outros fatores, o que pode ser feito considerando variáveis qualitativas ou assumir algum pressuposto, como foi discutido inicialmente. Ou seja, em caso de empate entre esses vendedores, se a estabilidade for importante para a empresária, Maria deve ser contratada; mas se a média de venda for mais vantajosa, então, deve-se optar por Kim.

A observação do nível de relação entre as vendas totais e as horas trabalhadas foi estimulada, durante o desenvolvimento da atividade, com o questionamento: “*Será que quanto maior o tempo de trabalho, maiores serão as vendas?*”. Contudo, essa relação não foi verificada pelos professores. Nesse caso, durante a socialização, a discussão foi promovida com a apresentação de um modelo que mostra essa relação.



**FIGURA 3 – AJUSTE DE CURVA DAS VENDAS EM RELAÇÃO AO TEMPO DE TRABALHO DOS VENDEDORES**

Fonte: Dados apresentados por Lesh, Amit, Shorr, 1997 (adaptado)



Por meio do ajuste de curvas, supondo uma relação linear entre as variáveis, observa-se uma relação positiva forte, com coeficiente de correlação  $R^2 = 0,7672$ . O que possibilita considerar verdadeira a afirmação de que quanto maior o número de horas trabalhadas maior o volume de vendas.

No entanto, essa constatação levou os professores a fazerem conexões desse resultado com o contexto da situação-problema, no qual se notam resultados contrários, como é o caso de Cheri, que tem um dos maiores volumes de venda com uma das menores médias de tempo de trabalho. Eles também fizeram ligações com circunstâncias reais nas quais esse resultado também não se aplica. A exemplo disso, a professora Sara contou a história de uma vendedora da loja de seu irmão que vendia muito mais que as outras, ainda que trabalhasse menos. Essa situação foi pertinente para a discussão sobre o modelo matemático e sua natureza.

Nesse caso, a reta de regressão plotada no gráfico de dispersão ilustrou essa discussão, mostrando que ela não contém todos os pontos, por ser um modelo genérico. Os pontos fora da reta são os resíduos, que, conforme Bussab e Morettin (2003, p. 2), “nos dizem se o modelo é adequado ou não para representar os dados”. Apesar de não ser possível aprofundar essa reflexão naquele momento, ela foi retomada por ocasião da ação *análise de modelo pronto*.

De forma geral, os professores se envolveram no desenvolvimento da atividade, ainda que, nesse processo, seus contextos de ação tenham sido tomados como base de suas ações, já que os conceitos e as relações realizadas contemplaram apenas conceitos estatísticos básicos, os quais são abordados no nível de ensino em que atuam. Além disso, inicialmente, suas posturas apresentaram fortes referências de uma prática tradicional de resolução de atividades de matemática, como assinalado anteriormente.

Nas discussões realizadas durante a socialização do desenvolvimento da atividade, as questões que não foram contempladas pelos professores foram exploradas por mim e serviram de base para ampliar compreensões sobre conceitos e procedimentos relativos ao processo de modelagem. O que foi

significativo, em função da vivência precedente com a situação, como se observa nas reflexões anteriores e em outras que serão apresentadas no primeiro artigo constante deste trabalho.

Ao fim da socialização, a professora Amanda se posicionou quanto à vivência, considerando-a estimulante, particularmente pelas aprendizagens proporcionadas. No entanto, apresentou sua expectativa de elaborar atividades no espaço de discussão do grupo para aplicar com seus alunos, ponderando que a oportunidade de troca e apoio dos docentes e dos pesquisadores seria fator importante para dar suporte à dinâmica da modelagem na sala de aula. Sua proposta foi acatada por todos os professores, ratificando a impressão, deixada no desenvolvimento da atividade, de que o foco de interesse deles era seu contexto de ação.

A partir dessa declaração, decidimos que os professores começariam a pensar atividades de modelagem para serem desenvolvidas pelos seus alunos. No entanto, sugeri que no próximo encontro discutíssemos *o caso de ensino* para continuar a reflexão sobre a dinâmica da modelagem do ponto de vista pedagógico, observando o processo de modelagem dos estudantes, o que poderia contribuir para pensar as atividades.

Naquele momento, reforcei a proposta de leitura do texto indicada no primeiro encontro já que apenas duas professoras a haviam feito. Os outros professores informaram não terem tido tempo para a leitura, em função da rotina diária. Interessava-me especificamente que tivessem contato com os princípios usados pelos autores para elaborar atividades de modelagem, considerando as dificuldades de outros docentes nesse processo, conforme observado no referencial teórico.

### 2.1.3 A ação “reflexão sobre caso de ensino”

No terceiro encontro, o foco recaiu sobre o *caso de ensino*, tomando como base a análise de Lesh, Amit e Shorr (1997) do desenvolvimento da atividade pelos estudantes. A princípio, perguntei o que eles acharam do texto, de maneira global, e do processo empreendido pelos estudantes, em particular. Os

professores assinalaram, unanimemente, que a atividade era interessante, mas muito complexa, em especial para seus alunos. Foram diversas as considerações dos professores. Dentre outros aspectos, frisaram: a quantidade de dados; a dificuldade dos alunos na compreensão de textos; a falta de prática dos alunos com a calculadora e a planilha eletrônica; a necessidade de muito tempo para o desenvolvimento da atividade; e a exigência de raciocínios complexos.

A situação apresentada pelos autores foi desenvolvida em duas aulas. De acordo com Lesh, Amit e Shorr (1997), os estudantes já estavam trabalhando com atividades investigativas há algum tempo. Os pesquisadores consideraram importante que os estudantes tenham tempo para refletir sobre o assunto fora do contexto da sala de aula. O que foi comprovado com a evolução do grupo analisado no segundo dia de trabalho, quando novas reflexões, proporcionadas pelas vivências dos estudantes fora da escola, foram introduzidas na resolução do problema.

Ao observar as considerações dos autores, a professora Amanda expressou que queria deixar a conclusão da análise do grupo para o encontro seguinte. Contudo, os outros professores de seu grupo não aceitaram.

Questionados sobre a postura dos estudantes no início da atividade estudada, os professores afirmaram que foi muito semelhante às próprias atitudes, pois, a princípio, trabalharam de maneira individual e pouco reflexiva. A professora Silvia sinalizou: *“É, nós saímos fazendo conta pra depois ver no que ia dar... igualzinho esses alunos!”*. Nesse sentido, os autores consideram que, na maioria das vezes, os estudantes tendem a se preocupar com o que se deve fazer, em vez de refletir sobre a situação como um todo, os significados das informações fornecidas e a circunstância proposta.

Os professores também compararam o comportamento dos estudantes com o de seus alunos. Por exemplo, quando chamei a atenção para uma análise dos autores sobre o equívoco dos estudantes ao somar horas com vendas – atribuído à concentração dos apenas aos números e à desconsideração dos tipos

de quantidade –, todos os professores apresentaram relatos de situações em que seus alunos tinham esse mesmo comportamento.

Para retomar a discussão da situação apresentei uma observação dos autores sobre o desenvolvimento da atividade. Ela trata das vozes silenciadas no grupo: “a sugestão da Barb de investigar a relação entre os ‘dólares ganhos’ e as ‘horas trabalhadas’ é ignorada pelo grupo [...]”. (LESH; AMIT; SHORR, 1997, p. 72, grifos dos autores. tradução minha).

Essa constatação levou os docentes a considerar as relações de poder nos grupos dos alunos. A afirmação da professora Amanda ilustra essa reflexão: “*sempre tem um que domina, e nem sempre é o mais estudioso*”. Assim, a discussão se encaminhou para a explanação de exemplos dos contextos dos professores em que situações de conflitos dessa natureza ocorreram. Naquele momento, destaquei a intervenção do professor, que deve estar atenta aos discursos dos estudantes no desenvolvimento da atividade, para que possa ajudá-los a evoluir na investigação, conforme preconiza Barbosa (2006).

Essa consideração levou a professora Sara a questionar o número de estudantes e seu comportamento na maioria das salas de aula em que ela trabalha: *eu não sei aí quantos alunos tem [...], mas aqui [referindo-se a seu contexto de ação], enquanto a gente fala com um aluno, o outro tá botando fogo na sala*. A preocupação da docente e dos outros professores – que a apoiaram, dando exemplos vivenciados – era em como conseguir intervir individualmente nesses contextos.

Como é possível observar, os professores consideram a situação apresentada, em que os estudantes trabalham produtivamente de forma ativa e autônoma, “ideal”. Ou seja, acreditam que a atitude deles diante da atividade está muito distante de suas realidades.

Diante dessa mudança de foco da discussão, antecipei algumas considerações de Lesh, Amit e Shorr (1997) acerca do envolvimento de outros grupos no trabalho. Os autores ressaltam que alguns alunos, de outros grupos, se envolveram pouco com a atividade, pois apresentaram resoluções

demasiadamente simples, considerando que elas resolviam a questão. Esse comportamento mostra que os estudantes estavam em momentos diferentes de evolução da autonomia e do domínio do conhecimento. Nesse caso, destaquei a ausência de intervenção no desenvolvimento da atividade, já que sem ela os grupos não tiveram estímulos para evoluir no desenvolvimento de estratégias que exigissem saberes específicos ou procedimentos diversificados <sup>28</sup>.

Diante dessa consideração, os professores passaram a fazer comentários sobre a insegurança e a dependência dos estudantes. Realçaram a dificuldade de leitura e compreensão de um problema e a necessidade de assegurar-se tudo o que fazem está certo. A professora Sara concluiu: *“eles não têm autonomia nenhuma!”*.

As afirmações dos autores e os relatos dos professores demonstram que a postura dos estudantes também deve ser foco de intervenção, se quisermos transformar a educação de modo geral. Assim, é demandado um processo contínuo de promoção de ambientes atrativos e cada vez mais abertos, que despertem o interesse dos estudantes. Nesse sentido, é preciso proporcionar condições para que a autonomia seja construída pelos estudantes e a modelagem pode contribuir nesse processo.

Com o objetivo de retomar a discussão sobre o *caso de ensino*, apresentei para o grupo a análise de Lesh, Amit e Shorr (1997) sobre os pressupostos adotados pelos estudantes para a escolha dos vendedores. Os autores realçaram os seguintes aspectos:

- O período de baixa frequência não deveria ser considerado muito importante, porque a maior parte do dinheiro arrecadado no ano anterior foi nos períodos de frequência alta e estável. Além disso, os trabalhadores de meio período não deveriam ser contratados para atuarem durante o período de baixa frequência.

---

<sup>28</sup> Pode ser feita esta substituição para evitar a repetição?

- O desempenho dos vendedores em agosto (e, em menor medida, em julho) deveria ser tratado como mais importante, porque nessa época eles já eram experientes, considerando, assim, junho como um período de experiência.

As regras estabelecidas no grupo foram tomadas como um indicador para a escolha dos vendedores, após várias tentativas de criar uma norma única. A sofisticação dessas regras mostra a amplitude que a vivência em situações abertas pode alcançar. Sobre esse aspecto, os professores teceram diversas considerações, como as seguintes:

**Amanda:** *Pra raciocinar desse jeito é preciso muita experiência com essas atividades!*

**Nádia:** *É, eu tenho alunos bons... Acho que eles até chegariam a isso, não é Renato? Eles foram seus alunos... aí já viu ... [risos]*

**Renato:** *Não sei, é preciso muita maturidade.*

Essas e outras observações dos professores indicavam o reconhecimento do potencial formativo das atividades de modelagem, ainda que seus contextos de ação não lhes pareçam favoráveis a elas.

Em meio a essa discussão, considerei necessário tomar a atividade proposta para análise, buscando observar a presença dos princípios que a originaram para atender aos anseios dos professores por elaborar atividades de modelagem para seus alunos. Esse processo, a meu ver, poderia contribuir para ampliar as possibilidades de os professores elaborarem atividades potencializadoras de aprendizagem para os sujeitos nelas envolvidos, ou seja, para os estudantes e os docentes.

Assim, a primeira observação foi sobre o *princípio da realidade*. Iniciei perguntando aos professores se eles achavam que a situação contemplava esse princípio. A professora Amanda ponderou sobre a distância entre o contexto dos estudantes e aquele no qual há situações complexas, como a que inclui a tomada de decisão sobre a contratação de funcionários. Nesse caso, discutimos sobre que realidade pode ser considerada motivadora para que os alunos se envolvam e construam conhecimentos. Concluímos que não basta ser uma situação real, é preciso que desperte o interesse dos estudantes.

Considereei que, de forma indireta, a situação analisada faz parte do contexto em que os estudantes vivem, pois é comum encontrar vendedores nos parques públicos que eles frequentam, ainda que nem todos passem por um processo de contratação já que muitos são autônomos. Nesse caso, foi feita a ampliação dessa circunstância, o que pode ser válido dependendo do contexto.

No entanto, de maneira geral, considereei que atividades propostas pelo professor, sem negociação com os estudantes, dependem da intervenção pedagógica para motivar os alunos a se envolverem com ela e construir o conhecimento que esperamos. Essa afirmação está pautada nas vivências nessas atividades e tem suporte nas propostas de motivação de Biembengut (2000) e de Oliveira e Campos (2007), que consideram o convite, aos estudantes, para participar do processo investigativo parte importante da atividade de modelagem, particularmente quando esses não estão acostumados com práticas dessa natureza, em que eles assumem postura autônoma.

Quanto ao *princípio do protótipo simples*, as discussões nos levaram a concluir que ele foi contemplado em função do recorte feito na realidade, pois foram apresentados apenas dados do período anterior. Ademais, só duas variáveis foram consideradas, ainda que outras pudessem ser incluídas pelos estudantes em sua investigação. Apesar disso, os professores atentam para a grande quantidade de dados para o nível dos alunos. Essa consideração ocorre em função dos diferentes períodos em que os vendedores trabalhavam. No entanto, esse fator permite os diferentes olhares sobre os dados, permitindo a obtenção de diversos resultados.

O *princípio da documentação do modelo* é facilmente observado no problema, em função de ele solicitar a comunicação do processo usado na escolha dos vendedores para a empresária. Além disso, a estrutura da atividade mostra que os caminhos possíveis que os estudantes poderiam seguir e os objetos matemáticos, as relações, as operações e as regularidades que poderiam usar eram previstos; o que possibilita observar a adequação ou não da atividade ao nível da turma. Destacou-se, nessa discussão, a importância do registro para

os estudantes organizarem seu raciocínio e para o professor acompanhar o processo.

A solicitação da apresentação de um plano de ação que utilize os dados fornecidos e mostre o raciocínio usado no processo de escolha cria a necessidade de que modelos sejam construídos. Com isso, integram-se ao plano a explicação e a manipulação de variáveis, de forma que a ação e a reflexão estejam centradas nos padrões e nas regularidades dos dados, indo além de características superficiais ou crenças pessoais. Desse modo, é contemplado o *princípio da construção do modelo*.

A discussão sobre esse princípio se encaminhou com considerações acerca das dificuldades dos estudantes em raciocinar de forma lógica e imparcial e em ir além daquilo que está imediatamente evidenciado. Nesse sentido, concluímos que essa capacidade precisa ser desenvolvida na escola, e que esse processo, pelo menos inicialmente, é dependente da intervenção pedagógica, ainda que a atividade crie a necessidade de construção de modelos, como é o caso da prática observada.

O *princípio da autoavaliação* foi contemplado, uma vez que a condição de que o resultado deveria contribuir para alguém que necessitava de auxílio foi imposta. O que implicaria que o processo empreendido fosse avaliado por outros. Demandou-se, portanto, cuidados e esforços intelectuais para justificar as decisões tomadas. Esse processo exige discussões, negociações e retomadas, constituindo-se em uma dinâmica reflexiva.

Sobre esse aspecto, foi possível observar o entendimento dos professores sobre a presença do princípio na atividade. No entanto, a discussão centrou-se na questão do tempo que o processo requer para ser efetivado, mostrando a preocupação com questões curriculares, as quais exigem a contemplação de uma grande quantidade de conceitos. Esse fator gerou muita discussão, mostrando o descontentamento dos professores com o sistema no qual o ensino está inserido.

Retomada a discussão sobre a atividade, destaquei que a consideração de que o processo de decisão usado para um caso específico poderia ser



aproveitado em outras situações em que as condições se repetem, evidenciava a contemplação do *princípio da generalização do modelo*. Os professores também reconheceram esse fato; porém, as reflexões sobre esse princípio mostraram que eles ainda não conseguiam vislumbrar a possibilidade de seus alunos construírem relações abrangentes o suficiente para fazer generalizações, ainda que a atividade criasse essa necessidade.

Durante a discussão sobre a contemplação dos princípios na atividade, a preocupação dos professores era mais com a capacidade dos estudantes em desenvolvê-la do que com a elaboração das atividades em si. Postura que me levou a alertar para a necessidade de a atividade ou o projeto demandar raciocínios e atitudes que levassem os alunos a passar pelas etapas do processo de modelagem matemática. Com essa recomendação, sugeri a observação dos cinco princípios nesse processo.

A partir dessa proposta, retomei o desenvolvimento da situação-problema na reflexão sobre *caso de ensino*, o qual ocorreu, conforme Lesh, Amit e Shorr (1997), com a mínima intervenção do professor. Essa maneira de lidar com o aluno provocou estranhamento dos docentes do GIFEM e reforçou a ideia de que os estudantes com os quais trabalham não dariam conta de desenvolvê-la de forma autônoma. Considerei essa situação pertinente para fazer um aprofundamento da discussão sobre a intervenção pedagógica em ambientes de aprendizagem com a modelagem e para realçar a necessidade de incluir algumas previsões nesse sentido já na elaboração da atividade.

Atentar para a contemplação dos princípios na atividade foi significativo e possibilitou reflexões importantes sobre a criação de atividades abertas que considerassem as necessidades dos diferentes contextos, desafiando os estudantes a se envolverem em sua resolução. Essa questão nos alertou para a relevância, nesse processo, dos aspectos referentes à intervenção pedagógica e à organização do ambiente para a efetivação da tarefa. Desse modo, foram criados os princípios da intervenção e da organização. Diante dessa inclusão, a ação *elaboração de atividades de modelagem*, indicada no referencial teórico, tomou

proporções de planejamento. Uma discussão detalhada sobre esse processo será feita no primeiro artigo constante deste texto.

#### 2.1.4 A ação “análise de modelos prontos”

A primeira oportunidade de vivência na ação *análise de modelos prontos* foi durante a reflexão sobre os modelos construídos pelos próprios professores no desenvolvimento da atividade de modelagem, quando os procedimentos dos dois grupos foram socializados. Além disso, apresentei outros modelos, conforme exposto na descrição da ação *vivência em atividades de modelagem como aluno*.

Para a discussão específica sobre modelos matemáticos, sugeri a leitura do artigo “Modelagem Matemática. Com o que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes?” de Almeida, Tortola e Merli (2012). Propus que o material fosse lido antes da discussão.

O texto apresenta alguns modelos matemáticos construídos por estudantes de diversos níveis. Tais protótipos são discutidos a partir da perspectiva filosófica de Ludwig Wittgenstein, exposta por Almeida, Tortola e Merli (2012). Os autores consideram que, ao analisar determinado fenômeno por meio da Matemática, diferentes representações podem ser expostas, de acordo com o contexto em que os observadores se situam; o que pode resultar em diversos modelos matemáticos<sup>29</sup> (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012). Além disso, os autores também se apoiam na perspectiva de representações semióticas de Duval para sinalizar a importância da mudança de representação para a compreensão da natureza do fenômeno que o modelo reproduz.

Apesar de não ter a intenção de aprofundar a discussão filosófica, foi necessário refletir sobre essas questões para entender a proposta de Almeida, Tortola e Merli (2012), pois é a partir desse referencial que eles analisam os modelos construídos por estudantes em atividades de modelagem. Dessa forma,

---

<sup>29</sup> O modelo matemático nessa perspectiva é “uma estrutura matemática que utiliza uma linguagem específica, capaz de expressar, por meio de signos, uma situação resultante das relações e conexões entre matemática e um problema não matemático” (ALMEIDA; TORTOLA; MERLI, 2012, p. 223). Signo, conforme os autores, é algo que, para uma pessoa, toma lugar de outro objeto, não em todos os seus aspectos, mas de acordo com certa forma ou capacidade.

mostram que a compreensão de um modelo depende do conhecimento do jogo de linguagem<sup>30</sup> nele empregado. Entendimento que é fundamental para o professor que avaliará as diferentes formas de representação que os estudantes descreverão.

Esse aspecto é importante, porque às vezes as representações dos alunos não são aquelas que o professor prevê. Por exemplo, pode ser esperado um modelo matemático formal; porém, o comportamento do fenômeno estudado é representado por meio de um jogo de linguagem do contexto do aluno. Nesse caso, esse jogo deve ser de conhecimento do professor para que ele possa valorizá-lo.

Os modelos apresentados pelos autores vão desde desenhos, listas de informações, correspondência entre dados, descrições, tabelas, algoritmos e gráficos a explicações na linguagem natural. Tais maneiras de constituir os modelos carregam a ideia de função, área e proporção. Essas representações contêm formas próprias do jogo de linguagem dos contextos dos estudantes e, muitas vezes, resolvem a situação, apesar de não serem os modelos ou os processos presentes na Matemática formal.

Nesse sentido, os professores se mostram entusiasmados com o modo de ver os modelos matemáticos, o que foi expresso, por exemplo, com o desabafo da professora Sara: *“Eu pensei que na modelagem só os modelos matemáticos formais, como funções, equações fossem aceitos”*. Essa compreensão parecia ser compartilhada pelos outros professores, que mostraram simpatia pela discussão dos autores sobre os modelos construídos pelos estudantes do nível básico. Considerei, todavia, que é necessário promover condições para que o estudante tenha oportunidade de conhecer o “jogo de linguagem” da Matemática formal para que possa incorporá-lo a seu contexto cultural, já que esse está na base do conhecimento e do desenvolvimento contemporâneo.

---

<sup>30</sup> Jogos de linguagem podem ser entendidos como “diferentes usos de conceitos matemáticos em práticas específicas” (VILELA, 2007, p. 138).

O texto apresentava também modelos estatísticos, como a regra de regressão e o coeficiente de correlação, os quais já tinham sido abordados durante a socialização da atividade desenvolvida pelos professores. Assim, a abordagem desses protótipos foi apenas analítica, relacionada à situação que ela representa e a sua adequação para a análise empreendida.

No que se refere aos procedimentos para obtenção desses modelos, limitamo-nos a observar a forma de construí-los por meio da planilha eletrônica, em função de os professores não apresentarem interesse em executar cálculos manuais. É significativo realçar que a professora Sara informou que nunca tinha ouvido falar sobre esses modelos e os conceitos a ele relacionados.

Durante a discussão sobre essa parte do texto, na maior parte do tempo, os professores não se manifestaram, mas mantiveram-se atentos às considerações dos autores. Essa passividade parecia estar relacionada à complexidade da linguagem do texto e ao aprofundamento das questões filosóficas que o embasam.

A reflexão sobre modelos prontos foi retomada após a implementação das atividades nas salas de aulas nas quais os professores atuavam. Nesse caso, os modelos construídos por seus alunos no desenvolvimento das tarefas foram o foco de reflexão, o que se mostrou relevante para os educadores. Algumas dessas discussões serão apresentadas no primeiro artigo constante deste texto; outras serão expostas a seguir.

#### 2.1.5 Ação “elaboração de atividades de modelagem”

No segundo encontro do grupo, quando eram feitas a socialização e a discussão do desenvolvimento da atividade de modelagem dos dois grupos de professores, ficou evidente a urgência dos professores em vivenciar a elaboração e o desenvolvimento de atividades com seus alunos, tendo o espaço do grupo para a discussão, como pode ser observado na fala da professora Amanda:

*Eu acho que nós devíamos aproveitar bastante o tempo aqui [...], e acho que nós devemos pensar nos projetos... Quando eu apliquei ano passado, teve vários momentos que eu fiquei pensando: “Será que eu devia ter feito isso ou aquilo?”. Então, penso em bolar um*

*novo projeto aqui, e no desenvolvimento do projeto discutirmos[...]. Eu acho que isso é bastante interessante, não que eu ache que deixar que nem hoje, que perguntei do desvio-padrão e vocês explicaram, mas eu acho assim que o desenvolvimento [do projeto] com os alunos gera muita dúvida.*

Como é possível concluir, a professora espera do grupo apoio para elaborar e desenvolver atividades de modelagem com seus alunos, apesar de considerar relevantes os conhecimentos construídos no decorrer da vivência da atividade e em sua socialização.

Diante dessa observação, a ideia inicial de proporcionar vivências em atividades de modelagem em diversas perspectivas, conforme sugere Barbosa (2001), foi adiada. Desse modo, naquela ocasião, os professores começaram a pensar em atividades, considerando que quando tivessem alguma ideia ela poderia ser apresentada para ser discutida no grupo. Enquanto isso, vivenciamos outras ações.

Após a vivência da ação reflexão sobre *caso de ensino*, a professora Amanda apresentou a proposta de trabalhar com o projeto “Atletismo”. Esse projeto, conforme a docente, era pertinente naquele momento, em função de sua escola estar fazendo uma enquete para eleger atividades extraclasse e de os estudantes desconhecerem essa modalidade de esporte. Como a professora foi praticante e considera esse esporte importante, por conta das características dos estudantes daquela escola, ela queria informá-los sobre ele e, assim, ampliar as possibilidades para que eles indicassem algumas de suas modalidades na referida enquete.

Naquela ocasião, já tínhamos discutido acerca da escolha do tema nas atividades de modelagem, quando a professora Amanda se posicionou a favor de o professor escolher o tema, levando em conta os interesses dos estudantes e o currículo escolar. Em defesa de sua iniciativa, a professora argumentou:

*[...] meus alunos trabalham na roça, são fortes, então, eu falo: “se treinasse meus alunos para corrida, pra arremesso e muitas outras coisas, eu acho que, pelo menos nessas modalidades, teríamos um diferencial...”. E eu sou suspeita, porque eu fiz a atletismo na adolescência e eu defendo isso [...].*

A escola em que a professora trabalhava situava-se na zona rural e tem poucos alunos, daí sua preocupação em promover a vivência em esportes que não dependessem de formação de times e valorizassem as características dos estudantes.

Desse modo, ela apresentou sua proposta já com alguns encaminhamentos previstos, inclusive, com um questionário com algumas perguntas elaboradas, mas solicitou a colaboração do grupo para avaliar suas estratégias e a adequação das variáveis escolhidas, esperando, assim, aprimorar sua proposta. No que se refere aos conceitos, a professora tinha como objetivo principal trabalhar com as medidas de tendência central, as quais faziam parte do planejamento da turma, e as diversas representações gráficas, de modo a ampliar os conhecimentos que os estudantes já tinham vivenciado em um projeto anterior.

Para promover a interação dos estudantes com o tema, estavam previstas pesquisa bibliográfica e vivências com algumas modalidades de atletismo que pudessem ser feitas na quadra da escola (corrida, salto em altura, salto em distância e arremesso de peso). Essas experiências forneceriam alguns dados derivados das medições do desempenho nas modalidades de atletismo experimentadas pelos estudantes. Para essas experimentações, a professora previa algumas adaptações nas regras e nos materiais usados, em função das limitações do local e das condições da escola.

Após essa primeira etapa – na qual os estudantes fariam coleta, organização e análise dos dados da própria turma –, eles realizariam uma pesquisa em toda a escola, buscando compreender os interesses e os conhecimentos dos estudantes da escola sobre o atletismo. Com isso, depois da análise dos dados, os resultados da pesquisa seriam apresentados para a comunidade escolar.

No grupo colaborativo, a reflexão se encaminhou com a observação da contemplação dos princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) e daqueles incluídos nas discussões anteriores, de modo que a atividade se adequasse a esses pressupostos. No que se refere ao questionário, foi debatida a necessidade

de garantir a presença de variáveis qualitativa e quantitativas (contínuas e discretas), proporcionando condições para a vivência com os diferentes procedimentos, raciocínios e modelos que esses dois tipos de variáveis requerem. No entanto, ressaltei a importância da participação dos estudantes nessa escolha, para que eles vissem a investigação como um projeto que atende a seus interesses.

Além disso, foram destacadas as providências antecipadas de autorizações e materiais necessários para a efetivação da atividade, assim como de encaminhamentos pedagógicos possíveis para o desenvolvimento do projeto, levando em conta os elementos considerados por Wild e Pfannkush (1999) para o desenvolvimento do pensamento estatístico, já discutidos no grupo.

Essa atividade será descrita no primeiro artigo que integra este trabalho, levando em conta os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997). Realço que algumas das colocações feitas neste estudo se repetirão naquele texto. Essa prática também é apresentada aqui em função de sua elaboração ter sido a base inicial dessa discussão no grupo, servindo de referência aos outros professores. Isto é, a partir do diálogo sobre a atividade proposta pela professora Amanda, os outros educadores começaram a apresentar ideias sobre possíveis temas e situações que poderiam ser tomadas para pesquisas com seus alunos.

Já no encontro seguinte, a professora Silvia apresentou a ideia de desenvolver um projeto com uma turma de quinto ano. Observa-se em sua proposta, influência da discussão realizada sobre o projeto “Atletismo”.

O projeto apresentado pela professora Silvia, tinha como objetivo investigar qual a brincadeira mais popular para as turmas de quinto ano da escola, o tema foi escolhido pelos estudantes dentre outros sugeridos pela professora. O projeto ocorreria em dois momentos: no primeiro seria feita uma votação para escolher a brincadeira preferida da própria turma e, no segundo momento, as três turmas de quinto ano (A, B, e D), seriam os sujeitos da pesquisa do quinto ano C.

O desenvolvimento da atividade deveria ocorrer em etapas. Após a votação para a escolha da brincadeira preferida – durante a qual os estudantes colariam

quadrinhos de papel em um plano cartesiano, previamente desenhado na lousa pela professora –, os alunos, organizados em grupo, deveriam fazer um texto instrucional das três brincadeiras mais votadas. Esse registro explicaria as regras de cada brincadeira e serviria de base para uma apresentação que a turma realizaria nas salas dos outros três grupos de quinto ano da escola, onde fariam entrevista com os estudantes.

Depois da análise de dados e da comunicação dos resultados para a própria turma (socialização e discussão), eles seriam divulgados a todos os colegas das outras classes de quinto ano e, ao final, eles seriam convidados para ir ao pátio da escola para entreter-se com a brincadeira mais votada. Também foi prevista a apresentação do projeto em um evento da rede chamado “Escola Aberta”.

Para coletar os dados, a professora premeditou o uso de um questionário elaborado coletivamente, que deveria ter, no máximo, dez perguntas envolvendo variáveis quantitativas e qualitativas. Durante o período de elaboração das perguntas, a professora solicitou orientações; uma delas referiu-se às possíveis variáveis quantitativas. Foi sugerido usar a questão do tempo de duração da brincadeira favorita. Sobre esse aspecto, a professora fez uma ressalva: *“Acho que eles não terão ideia do tempo da brincadeira. Pode-se perguntar quanto tempo gostariam de brincar. Vou colocar essa no questionário, vamos ver se eles conseguem responder”*. Desse modo, o questionário foi concebido, levando em conta as discussões com os estudantes e com o grupo.

Durante a organização de suas ações para o desenvolvimento do projeto, a professora partilhava suas decisões com os colegas do grupo. O que permitiu constatar sua dinâmica para enfrentar as limitações e os controles do sistema, como se observa em um *e-mail* enviado para o grupo.

Hoje vou conversar com a minha coordenadora, pois ela não estava presente na escola ontem, mas deixamos pré-combinado para terça- feira, visto que é o meu melhor dia da semana, pois não tenho nenhuma janela, e se preciso for, posso usar o horário todo para o projeto.



A professora mostrou preocupação em oficializar a autorização para a realização do projeto e organizar o tempo necessário para desenvolver o trabalho. Sua expectativa em iniciá-lo era evidente e ela fazia questão de dividi-la com os colegas, mesmo fora do espaço de discussão do grupo. Esse comportamento se repetiu durante o andamento do projeto: *“Vou ver se consigo aplicar todas as entrevistas hoje para na terça-feira as crianças organizarem os dados coletados. Acredito que este seja o momento mais ligado à Matemática. E tomara que saiam os gráficos. Contagem com certeza eles farão”*. Nesse momento, ela fez o convite ao grupo para quem quisesse participar do trabalho na sala de aula.

Como é possível observar, a professora Silvia, apesar de prever os modelos que a análise dos dados poderia demandar, não tinha claro como poderia interferir para levar os estudantes a construí-los, considerando a proposta de autonomia característica da modelagem. Desse modo, sua postura mostra a intenção de promover um ambiente aberto para os alunos construírem conhecimentos, e ela, uma intervenção produtiva.

Nesse mesmo período, a professora Sara apresentou a ideia de desenvolver um projeto com plantação de mudas de ervas em um espaço disponível na escola. O planejamento da atividade foi discutido no grupo, culminando em uma proposta que abrangeria a vivência dos estudantes no plantio e no cuidado das ervas, as quais seriam usadas para fazer chás a serem servidos no intervalo das aulas. O detalhamento desse projeto será feito no primeiro artigo, o qual trata do planejamento de atividades de modelagem.

O projeto previa a abordagem de conceitos estatísticos, Combinatória e Probabilidade. Contudo, ele não foi efetivado em função de a direção da escola destinar o terreno para fazer um jardim. Esse fato gerou muita discussão entre os professores do grupo e decepção da professora Sara, pois sua ideia havia sido apresentada à equipe de gestão e aos estudantes. No decorrer do diálogo entre os docentes, concluiu-se que havia a necessidade de fazer esse tipo de solicitação por escrito e aguardar o retorno da equipe de gestão, também documentado, antes de apresentar a proposta aos estudantes.

Diante do imprevisto, a professora Sara desenvolveu outra atividade, com menor tempo de duração. Porém, ela não foi discutida no grupo, em função do curto tempo que restou para sua implementação. Essa atividade, denominada “Boca de palhaço”, era uma brincadeira em que os estudantes tinham uma quantidade determinada de jogadas para acertar a boca do palhaço, a uma distância estabelecida previamente; ganharia quem acertasse mais bolas. A atividade seria desenvolvida em duas turmas de sexto ano, sendo que os estudantes trabalhariam em grupos, os quais teriam seus resultados comparados para determinar o vencedor (todos jogariam a mesma quantidade de vezes).

Os dados de acertos das jogadas seriam registrados pelos estudantes e, após o período de coleta, seriam organizados. A partir dos resultados, algumas questões deveriam ser respondidas: “Qual o grupo que acertou mais? Qual a porcentagem de acerto do vencedor? Qual grupo acertou menos? Qual sua porcentagem de erro?”.

A professora Sara previa o uso de representações tabulares e gráficas para a organização de dados e a abordagem das medidas de tendência central dos acertos dos estudantes na boca do palhaço, mas não apresentou encaminhamentos possíveis para levá-los a construção desses conceitos. A previsão de tempo para o desenvolvimento da atividade era de quatro aulas (duas aulas duplas), e os materiais (bola específica e o brinquedo-boca de palhaço) estariam disponíveis na escola. A atividade seria desenvolvida na sala de aula ou na matemateca, pois, assim, não dependeria de autorização da equipe de gestão.

O professor Renato apresentou uma atividade já elaborada, após a participação nas discussões dos projetos das professoras Amanda e Silvia. Ele explicitou o interesse em trabalhar com a Probabilidade por meio da abordagem “frequentista”, tomando como tema o futebol, assunto que, conforme o docente é de interesse dos estudantes com os quais trabalha. Ele expôs ainda duas propostas para discutir outras abordagens de Probabilidade a serem desenvolvidas no decorrer do semestre; no entanto, neste trabalho, será discutida apenas a primeira.

O professor informou ter comunicado à direção acerca da atividade, em função de parte dela ser desenvolvida na quadra de esportes no horário de aula. Ele programou o uso de quatro aulas para os experimentos e deixou em aberto o tempo para discussão na sala de aula. Nesse caso, ele fez um acordo com o professor de Educação Física para usar o espaço naquele período. A descrição do planejamento dessa atividade será feito no primeiro artigo constante deste texto.

No decorrer das discussões das atividades anteriores, a professora Nádia mostrou interesse em desenvolver um projeto com seus alunos de oitavo ano; todavia, não conseguia definir o tema para a pesquisa. Foi sugerido a ela propor uma atividade investigativa aos estudantes e deixar que eles escolhessem o tema. Contudo, ela tinha receio que eles elegessem algo que não fosse aceito pela equipe de gestão da escola. O controle rígido da equipe de gestão era sempre ressaltado por ela e o pelo professor Renato (os dois trabalhavam na mesma unidade escolar). No entanto, após o professor Renato iniciar o desenvolvimento de sua atividade, a docente apresentou um projeto no qual o tema “música” foi escolhido pelos estudantes, dentre outros listados por eles.

Ao apresentar a atividade, algumas etapas já tinham sido implementadas, como: as discussões para a escolha do tema, a formação dos grupos, a opção por uma pesquisa de opinião e a pesquisa bibliográfica sobre o tema. No momento da apresentação da atividade ao grupo, os estudantes estavam elaborando as questões para a coleta de dados, que ocorreria no intervalo das aulas e em seus contextos sociais. Dessa forma, a amostra seria aleatória, seu tamanho não foi definido previamente.

A proposta era de que os estudantes trabalhassem de forma autônoma com a menor intervenção possível, sendo que, no decorrer da investigação, as representações gráficas e tabulares e o conceito de medidas de tendência central deveriam ser construídos. Não foram previstos encaminhamentos pedagógicos para o desenvolvimento da atividade ou sistematização de conceitos. A professora Nádia informou ter conseguido apoio da coordenação para efetivar o projeto, com a ressalva de que os estudantes não poderiam fazer a pesquisa fora da escola em

horário de aula. Para a análise, esperava-se que os estudantes trabalhassem em grupos, após a coleta de dados, já que a entrevista seria feita individualmente.

A vivência na ação *elaboração da atividade* foi permeada pelas discussões teóricas acerca da Educação Estatística, na busca de fornecer elementos para os professores se apoiarem nesse processo, e dos pressupostos teóricos e metodológicos que sustentam a modelagem matemática. Essas discussões objetivavam proporcionar condições para os professores elaborarem atividades instigantes para os estudantes, levando em conta as possibilidades de seus contextos de atuação. Estes, conforme se observa, controlam e limitam as ações dos professores, o que demandou estratégias de adequação para que a atividade se efetivasse.

#### 2.1.6 A ação “implementação de atividades de modelagem”

As discussões dos professores sobre as dificuldades encontradas em seus contextos para o desenvolvimento das atividades de modelagem mostraram que minha participação nesse processo não seria facilmente aceita. O que foi confirmado quando me dispus a acompanhar a implementação da atividade, e alguns professores apresentaram resistências nesse sentido, alegando, por exemplo, que as filmagens não eram permitidas nas escolas em que atuavam ou que a presença de um pesquisador na sala de aula poderia inibir os estudantes.

Para deixá-los à vontade para solicitar autorização para a minha entrada e para os registros audiovisuais em suas aulas, esclareci que se isso não fosse possível, não teria problema e que havia disponibilidade para acompanhá-los a qualquer momento que chamassem. Desse modo, sugeri que apresentassem, para refletir com o grupo, o que achassem necessário e que, se possível, elaborassem relatórios informais sobre o processo, para que pudessemos seguir o desenvolvimento da atividade.

Depois de algum tempo, fui convidada a participar de uma etapa da atividade do professor Renato como observadora, já que não eram permitidos registros visuais na escola. Também foi possível participar da apresentação final do projeto “Atletismo” da professora Amanda, com a possibilidade de filmagem,

pois era um evento para toda a escola. Além disso, houve um convite para observar a etapa de análise de dados da professora Silvia, que ocorreu em dois dias (durante todo o período da aula) e foi devidamente registrada em vídeo. As outras etapas do projeto foram gravadas pela professora Silvia. As gravações foram disponibilizadas para a apreciação do grupo, possibilitando o acesso de todos à construção integral do projeto.

Quanto à atividade do professor Renato, na etapa observada, o docente iniciou sua intervenção convidando os estudantes a consultarem seus registros sobre um experimento realizado anteriormente, o qual consistiu em uma simulação de pênaltis em que cada batedor fez dez chutes a gol. O objetivo da experiência foi verificar o canto de gol que o jogador escolheria em um número de chutes determinado e calcular a proporção de chutes em cada canto do gol. Desse modo, buscava-se observar se o jogador apresentaria a tendência de escolher um dos cantos.

Na ocasião do experimento, os alunos se organizaram em grupos. Cada um deles tinha um jogador que era aluno de outra turma e não sabia o que estava sendo observado na experiência. Desse modo, na aula que presenciei os grupos já tinham calculadas as porcentagens de chutes para cada canto e voltariam à quadra para continuar a coleta de dados.

Antes de começar os experimentos na quadra, o professor discutiu com os estudantes sobre as porcentagens de seus jogadores, questionando o que eles achavam do comportamento de cada um. Essa interação foi direcionada por perguntas como: *“Por que um jogador chuta no centro do gol? O que esse comportamento indica?”*.

As respostas dos alunos indicavam que esse tipo de chute ocorre por falta de “competência” ou de “profissionalismo” do jogador. Essa compreensão assume caráter de premissa<sup>31</sup>. (BEAN, 2001; 2007; 2012) Para os estudantes, portanto, um jogador profissional jamais chutaria no centro do gol. Essa constatação foi compartilhada pelo professor – talvez em função de esse entendimento ser

---

<sup>31</sup> Condição ou ponto de partida usada para chegar a uma conclusão.

consenso no meio esportivo, já que o goleiro fica nessa posição. Assim, esperava-se que os jogadores chutassem em um dos dois cantos do gol.

O professor conversou com o grupo sobre as porcentagens de chutes em cada canto do gol e questionou sobre o que ocorreria em um único chute. A compreensão de que o canto com a maior porcentagem indicaria uma tendência do jogador estava clara nas repostas dos estudantes. Nesse caso, a intervenção do professor foi no sentido de provocar a reflexão sobre a incerteza presente nesse tipo de situação. Desse modo, ele fomentava a discussão sobre a ocorrência do resultado da experiência em um único chute.

Após o diálogo, os estudantes foram convidados a ir até a quadra, onde a nova experiência ocorreria, um aluno foi chamar os jogadores da outra turma para concluí-la. Assim, na etapa que presenciei, cada jogador chutou apenas uma vez, simulando uma situação de pênalti de um jogo real. Esse resultado deveria servir para a discussão sobre a situação inicial (final da Copa dos Campeões da Europa de 2012, decidida nos pênaltis). Nesse caso, buscavam-se elementos para compreender se acertar o canto da bola em um pênalti é uma questão de sorte.

Na quadra de esportes, o professor recebeu a notícia de que dois dos batedores haviam faltado, portanto, não foi possível obter os resultados dos grupos a que eles pertenciam. Com isso, os outros batedores realizaram as cobranças de pênaltis e uma aluna, escolhida pelo professor, fez o registro dos resultados.

Durante o experimento foi possível observar grande expectativa dos estudantes quanto à confirmação do comportamento observado na experiência anterior, considerando, por exemplo, que, se o jogador tinha 90% de chutes no canto esquerdo, ele deveria chutar nesse canto. Após o experimento, os alunos voltaram à sala de aula para continuar a discussão. O professor orientou-os a retomar seus lugares nos grupos e marcar o resultado de seu batedor, que foi registrado pela aluna que secretariou a experiência.

Para retomar a discussão, o professor entrevistou perguntando o resultado dos grupos e chamando-os a fazer relações dele com a tendência de seu batedor.

Essa intervenção se deu com questionamentos, como: “*Qual o canto usado hoje pelo batedor? E, antes, qual o canto com maior percentual de chute? O que você acha desse comportamento?*”. Assim, cada um dos grupos expressou o resultado dessa relação, mostrando indignação quando o comportamento do jogador contrariava a tendência apresentada anteriormente. A discussão possibilitou ao professor destacar a incerteza presente no fenômeno analisado, denominando “probabilidade” a porcentagem de chutes em cada canto do gol. Após essa explicação, o tempo da aula acabou e os estudantes foram orientados a retomar seus lugares, desfazendo os grupos.

A postura dialógica e estratégica do professor e o envolvimento dos estudantes, no período em que pude participar do desenvolvimento da atividade, indicam que a implementação da atividade foi incorporada à sua prática pedagógica de forma relativamente natural. Foi possível observar seu empenho em intervir de forma questionadora e dialógica, ainda que em algum momento ficasse em dúvida em como fazer isso, de modo a estimular os estudantes a construir compreensões no decorrer do processo.

No que se refere à atividade “Atletismo”, desenvolvida pelos estudantes do nono ano, a professora Amanda apresentou, em um relatório parcial, um resumo de sua intervenção nas etapas já desenvolvidas. Para promover a interação dos estudantes com o tema, a docente informou ter solicitado uma pesquisa extraclasse. Para isso, foram organizadas duplas formadas pela necessidade de um dos dois estudantes ter acesso à internet em casa, já que isso não era possível na escola.

O resultado dessa pesquisa foi objeto de discussão coletiva, o que, conforme a professora, se mostrou superficial e evidenciou a necessidade de investigar melhor sobre as modalidades de atletismo escolhidas. Nesse caso, cada dupla ficou responsável por uma modalidade para que pudessem aprofundar seu estudo.

Observa-se empenho da professora Amanda em integrar os estudantes ao projeto. Por exemplo, quando explicou: “*Para envolver mais os alunos no trabalho*

*e contemplar seus interesses, pedi para [que], reunidos em grupos, elaborassem questões que serviriam de roteiro tanto para o trabalho escrito como para pesquisarem os demais alunos da escola”.*

As questões elaboradas fariam parte do questionário que seria usado para entrevistar os outros estudantes da escola e forneceriam dados para a compreensão acerca do conhecimento dos estudantes sobre atletismo. Também serviriam para esse entendimento as medições relativas ao desempenho dos estudantes nas modalidades vivenciadas por eles.

A postura estratégica da professora é observada nas adaptações feitas nas regras, nos materiais usados e nas modalidades de atletismo experimentadas para adequação ao espaço físico disponível na escola. Sobre esse aspecto, ela esclareceu:

*O salto em altura consistiu em pular próximo a uma parede e verificar até onde a mão alcançava. Para o salto em distância, os alunos deveriam correr uns 5 metros a partir de uma marca na quadra e cair em pé, marcando a distância até o pé que cair mais próximo da marca inicial. Para o arremesso de peso, peguei uma pedra, embrulhei com papel e passei bastante fita adesiva e assim os alunos deveriam arremessá-la na quadra a partir de uma marca[...], cada aluno, individualmente, deveria ir e voltar de um lado ao outro da quadra enquanto eu cronometrava seu tempo.*

Conforme a professora, o processo de medição foi partilhado entre os estudantes e, ao longo de sua execução, eles registravam os resultados. Todos os estudantes do sexto ao nono ano da escola participaram das medições (a escola tinha uma turma de cada ano).

Durante a socialização do desenvolvimento do projeto no grupo, foi questionada a necessidade da grande quantidade de dados para a pesquisa. A educadora esclareceu que aproveitaria a situação para obter dados pessoais dos estudantes da escola (peso, altura, capacidade física), para acompanhar seu desenvolvimento e escalar grupos para competições nos jogos escolares em outras ocasiões.

É possível observar indícios de que a intervenção da professora Amanda levou em conta a autonomia dos estudantes para a construção do conhecimento.



O que se evidencia, por exemplo, quando descreveu o primeiro contato dos estudantes com os dados coletados: *“Com as fichas em mãos, os alunos do nono ano, divididos em quatro grupos, começaram a organizar os dados coletados. Primeiramente quiseram verificar quem era o vencedor de cada modalidade, fizeram isso apenas procurando nas fichas, sem qualquer registro”*.

Essa declaração mostra que os estudantes buscavam estratégias próprias para encontrar compreensões, ainda que essas não fossem as esperadas pela professora. Nesse caso, sua intervenção procurou conduzir o processo para um procedimento sistemático de organização de dados. Naquele momento, ela acabou direcionando suas estratégias, o que pode ser observado quando afirmou: *“Em seguida, pedi para que fizessem uma lista com os resultados obtidos em cada modalidade”*.

Essa postura ocorreu em outros momentos da organização e da análise dos dados, de acordo com os relatos da própria professora. No entanto, posturas estratégicas também foram verificadas. Após a aplicação dos questionários, por exemplo, têm-se indícios desse comportamento quando afirmou: *“[...] os alunos tabularam os dados da maneira que quiseram. Alguns contaram oralmente as respostas e depois anotaram, outros foram fazendo risquinhos de acordo com os votos em cada alternativa e depois contabilizaram os resultados”*.

Como é possível observar, a professora mostrou, no decorrer do projeto, uma postura dinâmica. Assumiu seu papel de orientadora do processo e interveio de forma direta, em alguns momentos, e estratégica em outros, de modo a promover condições para os estudantes construírem conhecimentos.

Analisei nesta seção, de forma breve, o desenvolvimento de três das atividades<sup>32</sup> propostas pelos grupos de professores. Com isso, busquei demonstrar como essas práticas foram adequadas ao contexto da sala de aula. Contudo, julguei significativo descrever mais minuciosamente a implementação

---

<sup>32</sup> Essas atividades não foram registradas em sua totalidade, por isso o processo de intervenção não puderam ser analisados integralmente.

dos projetos cujos dados sobre a dinâmica da implementação foram disponibilizados, seja por meio de relatórios, exposição oral ou filmagens.

#### 2.1.6.1 O projeto “Música”

A implementação do projeto “Música”, desenvolvido pelos estudantes do oitavo ano da professora Nádia, se iniciou, de acordo com relatório da professora, com o convite aos estudantes para fazerem o que chamou de “um trabalho diferenciado”. Conforme a docente, os estudantes aceitaram a ideia com entusiasmo e apontaram diversos temas para a discussão. Entretanto, optaram por pesquisar um único assunto. Essa escolha é justificada com a afirmação da professora na socialização da atividade: “[...] *caso contrário, ficaria difícil coletar e analisar tantos dados diferentes*”.

Para o desenvolvimento da investigação, ela informou sua opção por dar autonomia total aos estudantes, mas assinalou que se dispôs a ajudá-los quando requisitada. Desse modo, relatou que os estudantes, organizados em grupos com cinco integrantes, iniciaram o processo fazendo uma pesquisa sobre os estilos musicais e a história de músicas e cantores. Após essa interação, foram elaboradas 50 questões para fazer parte de um questionário, o qual tinha como objetivo obter informações sobre a opinião das pessoas sobre música.

A professora sinalizou que houve a necessidade de interferir para a redução da quantidade de perguntas, até porque várias delas tinham o mesmo propósito, apesar de ter abordagens diferentes. Nesse caso, coletivamente foram selecionadas oito perguntas para compor o questionário, aplicado a uma amostra que incluía estudantes da escola e pessoas do contexto dos alunos, escolhidas aleatoriamente por eles. Essas questões foram socializadas no grupo de professores, que constatou a contemplação de uma boa diversidade de variáveis.

A forma de coleta de dados, conforme se observa no relatório da professora, foi discutida coletivamente, assim como as formas de fazer as entrevistas sem interferir na rotina da escola, realizando-as no intervalo, na aula vaga, na entrada dos estudantes na escola e em sua saída. Essa decisão atendia à exigência da coordenação de não fazer trabalho externo em horário de aula.

Demandou-se ainda que os resultados da pesquisa não pretendessem modificar a política já instituída na escola. Essa ressalva ocorreu em função de o questionário conter uma pergunta sobre a presença de música nos intervalos das aulas, questão já decidida pela equipe de gestão.

Quanto à organização e à análise de dados, a professora informou que os estudantes trabalharam em grupos e cada um ficou responsável por uma ou duas questões, decisão que ocorreu em função da quantidade de dados. A partir desse encaminhamento, os estudantes trabalharam sozinhos. A docente afirmou que sua interferência se limitou a explicar como calcular os ângulos para a construção do gráfico de setores e para sanar dúvidas sobre procedimentos de cálculos, quando solicitado pelos estudantes.

Ao socializar os resultados apresentados pelos alunos no grupo colaborativo, a falta da intervenção foi evidenciada pelos equívocos cometidos na construção de algumas representações gráficas. Estas foram objeto de discussão no terceiro artigo contido neste texto.

Em suas conclusões, a professora destacou a importância da atividade desenvolvida para discutir a incerteza. Sobre esse aspecto, ela esclareceu: “A maioria dos alunos, quando decidimos pelo tema ‘Música’, disse que nem precisaria pesquisar para saber que o Funk seria o estilo de música preferido, o que não aconteceu. O rock venceu”. Ela também considerou relevante a possibilidade de revisitar conceitos já estudados. No entanto, sua maior empolgação foi com a participação dos estudantes no desenvolvimento da atividade. Nesse sentido, argumentou: “Os alunos se envolveram muito e, numa avaliação coletiva, consideraram a atividade ‘interessante’, ‘produtiva’ e ‘divertida’ pelo fato de ficarem mais à vontade trabalhando em grupos” (grifos da professora).

Como é possível observar a professora Nádia atribuiu relevância à dinâmica empreendida, particularmente no que se refere à motivação dos estudantes. Contudo, ao socializar o desenvolvimento da atividade no espaço de discussão do grupo, evidenciou-se que uma intervenção estratégica – no momento de construção de seus modelos, de suas táticas e de seu procedimento – contribuiria

para a construção de conceitos e ampliaria as possibilidades de os alunos construírem conceitos, fazerem relações entre variáveis e aprofundarem a discussão sobre o tema.

#### 2.1.6.2 O projeto “Brincadeiras”

O desenvolvimento do projeto “Brincadeiras” pela turma de quinto ano da professora Silvia, foi documentado por ela, em todas as etapas, por meio de vídeo e fotos. Essa atitude é usual em sua prática, pois declarou: “*os estudantes se acostumam logo com este meu jeito de trabalhar*”.

A professora expôs o início do projeto para discussão de nosso grupo usando um vídeo com o desenvolvimento dessa etapa. Ela informou que iniciou perguntando às crianças quais brincadeiras elas costumavam realizar. Foram muitas as sugestões de brincadeiras e as explicações de como são feitas. Esse ambiente promoveu a interação dos estudantes com o tema, provocando seu envolvimento no processo investigativo pretendido.

Após algum tempo de discussão, ela registrou as 18 brincadeiras, apontadas pelos estudantes, na lousa e pediu para eles optarem por uma. Foram escolhidas as três mais votadas para investigação. Naquele momento, a docente desenhou na lousa um plano cartesiano e questionou o que eles achavam que era aquele desenho, alguns estudantes responderam que era um gráfico.

Sobre essa resposta ela declarou: “[...] *a partir daí, foi possível perceber que as crianças já estudaram gráficos anteriormente e se apropriaram da forma de como se inicia*”. Após essa discussão, ela apresentou aos alunos quadradinhos de papel de três cores diferentes e fez uma legenda ao lado dos eixos desenhados, atribuindo a cada cor o nome de uma das três brincadeiras; explicou que cada estudante deveria pegar um quadradinho da cor de sua brincadeira preferida e colar no eixo horizontal.

Esse processo foi orientado de maneira estratégica, de forma a observar o que os estudantes sabiam sobre a construção de gráfico de barras verticais. A professora chamou o primeiro estudante, que escolheu um quadradinho azul, correspondente à brincadeira “chute a gol”, foi até o par de eixos desenhado e o

colou no eixo horizontal, olhando para professora para conferir se estava certo. O próximo aluno pegou outro quadradinho da mesma cor e colou ao lado do primeiro. Naquele momento a professora perguntou: “*É aí que você vai colar?*”. Antes que ele respondesse, outro estudante sinalizou: “*Não é aí, é em cima!*”. Diante da resposta, a professora perguntou: “*Por que em cima?*”. A essa pergunta diversas respostas foram dadas pelos estudantes, por exemplo: “*porque sim*”, “*porque é um gráfico*” e, ao final, “*porque é a mesma brincadeira!*”.

A última resposta foi validada pela professora. A partir da legenda, ela esclareceu que todos que escolhessem a brincadeira cujo quadradinho fosse azul deveriam colocá-lo em cima do anterior, sem deixar espaço entre eles, formando uma coluna; também ressaltou que isso valia para as outras cores. Com isso, a professora considerou: “*foi possível notar que nem todos os alunos sabiam como é feito um gráfico de colunas*”. Essa declaração a fez compreender que a impressão inicial, de que os estudantes já conheciam o processo de construção de gráficos de barras, não poderia ser generalizada.

No decorrer da votação, um estudante, interessado em fazer sua brincadeira preferida ganhar a disputa, votou duas vezes, mas os outros perceberam e chamaram a atenção da professora. Sua estratégia, nesse caso, foi de acalmar os ânimos dos estudantes, assinalando que, após todos votarem, contariam juntos os quadradinhos e que a quantidade deveria ser igual ao número de pessoas que votaram. Com a verificação, foi confirmada a fraude, e o quadradinho foi retirado. Sobre esse fato, Silvia argumentou, em um relatório parcial:

Precisei parar a filmagem e aproveitei a oportunidade para conversar com eles sobre democracia, sobre as votações que ocorrem nas urnas eletrônicas, que mesmo não contentes com o resultado das eleições somos obrigados a acatar o que a maioria decidiu, e que de nada adianta reclamar.

Como é possível observar, a professora tem uma visão holística da formação dos estudantes. O que lhe possibilita valorizar as oportunidades surgidas em meio às discussões, tomando-as para reflexão crítica.

As etapas da atividade foram sendo desenvolvida de forma dialógica. Os estudantes eram chamados a refletir, a decidir, a explicar. Por exemplo, após a votação da turma, a professora perguntou como seria possível saber qual a brincadeira preferida das outras turmas de quinto ano. Para responder a essa questão, alguns estudantes assinalaram que tinham que perguntar a eles, outros afirmaram que já sabiam que a escolha seria futebol. Sem uma resposta à sua pergunta, a professora sugeriu a elaboração de um questionário direcionado aos estudantes, esclarecendo que é necessário obter as respostas deles para conhecer suas preferências. O que mostra a consideração de um importante elemento para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, conforme Wild e Pfannkush (1999): a necessidade de dados para tirar conclusões sobre uma situação.

Durante a elaboração do questionário os estudantes eram estimulados a sugerir questões, com perguntas como: *“o que é importante perguntar? É importante saber a idade? Qual a idade mínima e a máxima de crianças do quinto ano?”*. Ao final foram elaboradas oito questões envolvendo variáveis quantitativas discretas e qualitativas, com algumas possíveis alternativas, sugeridas pela docente para facilitar a entrevista.

A professora Silvia sugeriu aos estudantes que, antes da entrevista, fizessem uma apresentação do projeto nas três turmas, considerando a necessidade de explicar o projeto e esclarecer as regras das três brincadeiras a serem votadas, caso alguém não as conhecesse. Para a apresentação às outras turmas, ela solicitou que fizessem um texto instrucional sobre elas em cartazes com desenhos de cada uma. Sobre esse aspecto, ela ressaltou: *“As escritas em grupo foram bastante trabalhosas, uma vez que eles são bastante individualistas e dificilmente conseguem fazer trabalho em grupo, pelo fato de não aceitarem a opinião dos outros”*. Apesar da dificuldade, a professora considerou a oportunidade importante para contribuir com a mudança dessa postura.

Essa etapa, conforme afirmou a professora em um relatório, foi estimulante para os estudantes: *“as crianças se sentiram muito motivadas a apresentar o*

trabalho realizado por eles, treinavam na sala a apresentação para os próprios colegas e os que assistiam sugeriam o que falar, mudanças de postura e até no texto”. Após a apresentação, os estudantes fizeram as entrevistas com os colegas, coletando os dados para a investigação, e retornaram para a sala de aula.

Observei um grande entusiasmo da professora ao relatar sobre o envolvimento dos estudantes no projeto. Esse é um aspecto importante na implementação de um projeto, em função de sua duração, particularmente para estudantes das séries iniciais do Ensino Fundamental.

No encontro seguinte, no qual a pesquisadora estava presente, a professora solicitou aos estudantes a apresentação do material produzido e apresentado às outras turmas de quinto ano. Desse modo, cada grupo ia à lousa e explicava as brincadeiras, suas regras e as representações gráficas, expondo o resultado da votação da própria turma. Esse trabalho gerou diversas discussões produtivas, instigadas pela intervenção questionadora da professora. Alguns desses episódios serão explicitados aqui e outros no segundo artigo constante desta tese.

Para a análise dos dados coletados nas outras turmas, a professora reuniu os estudantes em três grupos, por afinidades, sendo que cada um deveria organizar os dados de uma turma (quinto ano A, B, e D). Foi entregue a cada grupo: papel sulfite, cartolinas, questionários de uma turma e quadradinhos de várias cores. Ao ver os quadradinhos, os estudantes questionaram: “*É para fazer gráficos?*”; e a professora respondeu que eles podiam fazer o que quisessem com eles.

Nota-se que, naquele momento, a intenção da professora era deixar os estudantes elaborarem estratégias próprias para a análise, limitando-se a informar que deviam organizar os dados que achassem relevantes. A parir dessa informação, ela circulou pela sala, observando as discussões e estimulando os estudantes que se dispersavam do grupo. Ao se aproximar, questionava o que eles estavam fazendo e, quando necessário, intervia buscando levá-los à

construção de modelos e estratégias coerentes. Sobre a organização das tarefas no grupo, a professora Silvia, em um relatório, esclareceu:

Um dos grupos logo iniciou o trabalho, embora houvesse alunos alheios ao que era feito. Outro grupo não conseguia se organizar: primeiro tentaram dividir as entrevistas entre eles pra depois decidir o que fariam com elas, como não deu certo, alguns contaram quantas vezes cada brincadeira foi escolhida e fizeram um gráfico de colunas, sem nenhum registro anterior ou rascunho. Enquanto isso uma das alunas ficou contando sozinha, os outros dados e outros alunos ficaram olhando ou brincando. O terceiro grupo funcionou muito bem, pois uma aluna coordenou e delegou as tarefas, fazendo com que todos trabalhassem de forma produtiva e construtiva. Colocou as outras crianças para organizar as entrevistas e contar cada alternativa, enquanto ela mesma registrava os resultados.

Havia, no procedimento de alguns estudantes, a repetição dos passos que a professora usou na ocasião da votação das brincadeiras favoritas, no início do projeto. Eles contavam os formulários e já colavam os quadradinhos, na cartolina, em um par de eixos desenhado anteriormente, sem registrar antes essas quantidades, como se cada quadradinho representasse o voto do entrevistado, seguindo a estrutura da votação inicial.

Esse comportamento indica que os estudantes assimilaram a ideia usada na construção do modelo para a representação dos dados, o que é um dos elementos do raciocínio estatístico, conforme Wild e Pfannkush (1999). Para que o aluno chegue a níveis específicos de conhecimento estatístico, esse processo precisa ser orientado, de modo a direcionar o trabalho dos estudantes para atingir objetivos claros e relacionados a seu desenvolvimento.

De forma geral, os grupos expuseram representações informais, como listas das alternativas de cada pergunta e da quantidade de escolhas de cada alternativa e tabelas simples, mostrando essas quantidades. Apenas um grupo apresentou uma tabela em que relacionava duas variáveis de maneira intuitiva, para espanto da professora, que me consultou sobre a validade da solução. Esta se assemelhava a uma tabela de dupla entrada, o que serviu de estímulo para a professora buscar mais informações sobre ela. No terceiro artigo contido neste texto, esse modelo foi apresentado e discutido.



A intervenção da professora nesse processo procurou indícios da compreensão dos estudantes sobre os modelos construídos, além de levá-los à observação da omissão de alguma informação, o que era feito com questionamentos:

*Que informação tem nesse eixo? Como as pessoas que vão ver o gráfico vão saber disso? O que significa essa cor? Como é mesmo que tem que fazer pra todo mundo saber? Quantos quadradinhos têm aqui? O que pode ser feito no eixo pra não precisar contar os quadradinhos?*

As perguntas levavam os estudantes a denominar eixos, a fazer legendas e a graduar os eixos marcando os números. Nesse sentido, ela argumentou: *“Foi possível notar que eles conhecem a organização de um gráfico de colunas, porém lhes faltam alguns elementos para fazê-los de maneira correta. Em relação aos eixos, eles precisaram aprender a nomeá-los e graduá-los”*.

Ao observar os registros dos grupos, a professora instigava-os a usar representações diferentes para o mesmo conjunto de dados. Utilizou perguntas como: *“Será que dá pra fazer gráfico com os dados dessa tabela? Dá pra fazer uma tabela com os dados dessa lista?”*. Sobre a construção dos gráficos, a professora considerou: *“As crianças apresentaram autonomia para fazer o gráfico das brincadeiras favoritas [...]. Com as outras questões não apresentaram autonomia para fazer os gráficos”*.

Tendo em conta essa observação, ela estimulou os estudantes a representar graficamente os dados das outras questões. A intervenção, nesse caso, levou os estudantes à mudança de representação, o que é fundamental para garantir a contemplação de um dos elementos importantes para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, denominado por Wild e Pfannkush (1999) de “transnumeração”.

Naquele momento, questionei se não seria interessante disponibilizar papel quadriculado para os estudantes terem outro meio, além dos quadradinhos de papel, para construir os gráficos. A docente concordou e rapidamente distribuiu o papel para eles, afirmando que aquele material também poderia ser usado para fazer gráficos, porque já vinha com os desenhos dos quadrados. Esperávamos

que os estudantes percebessem que os desenhos substituiriam os quadradinhos de papel.

Após a organização dos dados, os grupos foram orientados a expor seus modelos, esclarecendo-os para os colegas. Essa socialização, mediada pela professora, se constituiu em um momento rico em discussões e reflexões, durante o qual a professora buscou conduzir o processo de forma estratégica, instigando os estudantes a explicar os próprios modelos e suas conclusões sobre eles. Eles tiveram oportunidade de elaborar raciocínios e construir argumentos para comunicar suas ideias. Além disso, a professora sistematizou conceitos e procedimentos que não estavam claros para os estudantes, partindo dos modelos apresentados pelos diversos grupos.

Nesse processo, sua postura, em grande parte do trabalho, foi estratégica. Porém, em alguns momentos foi diretiva, o que ficou evidente nas respostas dadas quando os estudantes não conseguiram construir o entendimento ou ainda na busca de “simplificar” ou “agilizar” o trabalho.

A docente reconheceu esse equívoco ao socializar o desenvolvimento da atividade no grupo, quando se referiu a sua ação de elaborar, ao fim do projeto, as tabelas das oito questões no computador e reproduzi-las para que os estudantes juntassem os dados das três turmas e observassem o resultado final. Ela afirmou: *“Foi perceptível que o fato de eu ter levado as tabelas prontas dificultou o entendimento, porém, pelo fato do prazo para término [do projeto] estar um pouco apertado, havia julgado que seria melhor assim”*.

A intenção da professora de facilitar o acesso dos estudantes aos resultados das três turmas, organizados pelos grupos individualmente, não foi aceita, a princípio, pelos estudantes, pois lhes foi entregue uma folha com os resultados das três turmas (A, B e D), com os quais eles já tinham tido contato. Como cada turma tinha oito tabelas referentes às perguntas constantes nos questionários, e os estudantes demoraram a localizar as questões quando a professora perguntava os dados para contabilizar os resultados de todas as turmas.

Depois de algum tempo esclarecendo sua organização, a professora conseguiu construir na lousa, com ajuda dos estudantes, algumas tabelas com os resultados gerais e uma com a relação entre duas variáveis, inspirada na elaboração de um dos grupos, que fez essa mesma relação com os dados de uma turma.

	Chute ao gol	Rouba	Paredão	Total
<b>1</b>	4	15	4	<b>23</b>
<b>2</b>	2	5	0	<b>7</b>
<b>3</b>	4	6	1	<b>11</b>
<b>4 ou mais</b>	8	1	1	<b>10</b>
<b>Total</b>	<b>18</b>	<b>27</b>	<b>6</b>	<b>51</b>

**TABELA 5 – RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS “QUANTAS VEZES SE BRINCA” E “BRINCADEIRA FAVORITA”**

Fonte: Modelo construído na lousa pela professora Silvia (adaptado)

Em um relatório parcial, a professora mostrou sua admiração pelo entendimento dos estudantes sobre esse modelo matemático:

Construí coletivamente a tabela das brincadeiras favoritas, cruzada com a quantidade de vezes que brincam na semana. [os estudantes] Conseguiram compreender, e isso foi possível notar pelo fato de eu só ter feito coletivamente a 1ª coluna e eles terem finalizado as outras duas. Somamos os resultados das linhas e colunas e eles conseguiram compreender que o resultado presente na linha é referente ao *tanto*<sup>34</sup> que as crianças que brincam 1, 2, 3 e 4 vezes ou mais por semana, e o resultado da coluna se refere ao *tanto* de crianças que escolheu cada brincadeira. (Grifos meus).

O entendimento dos estudantes sobre o modelo foi explicitado com o reconhecimento: “*A Rouba-bandeira ganhou! Nós vamos brincar agora?*”. A euforia dos estudantes mostrava que eles relacionaram os dados com o contexto que os gerou, o que é relevante para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, conforme Wild e Pfannkush (1999).

<sup>33</sup> Este é um termo composto que necessita do hífen, por isso faço este realce. Camila, não consigo localizar a origem dessa nota

<sup>34</sup> O termo “tanto” refere-se à quantidade.

Ao concluir a construção e a reflexão sobre as linhas, as colunas e seus respectivos totais, a professora perguntou aos estudantes o que significava o número 51 que estava no cruzamento da última linha com a última coluna. Os estudantes não conseguiram responder, e ela propôs: *“somem os totais das linhas e das colunas”*. A partir dessa sugestão, pouco a pouco os estudantes respondiam admirados: *“dá a mesma coisa..., a soma da linha dá 51 e da coluna também!”*. Satisfeita com as respostas a professora insistiu: *“o que significa esse número? Primeiro pensem o que significa os números dos totais das colunas!”*. Em meio a muitas respostas, uma aluna disse: *“na coluna é o total dos votos para cada brincadeira!”*.

A professora se dirigiu a ela questionando: *“Então, o 51 é?”*. A estudante, em meio aos gritos dos vários alunos que tentavam encontrar a resposta, afirmou: *“É o tanto de votos das crianças dos 5º anos!”*. Empolgada, a professora completou: *“Isso mesmo. Esta foi a quantidade de estudantes que participou da nossa pesquisa!”*.

Na socialização do projeto no grupo, a professora confessou que se esqueceu de acrescentar os votos da própria turma para escolher a brincadeira mais votada e que a inclusão daqueles votos mudaria completamente o resultado apresentado na tabela acima. A docente brincou: *“mas aí eles já tinham brincado da brincadeira eleita e das outras também”*. Essa declaração mostra a continuidade da reflexão da professora sobre o processo empreendido, mesmo após a conclusão da atividade.

O ambiente dialógico promovido pela educadora para a construção e a reflexão sobre o modelo foi determinante para a compreensão dos significados ali presentes. O que está de acordo com a proposta de Wild e Pfankush (1999) para o desenvolvimento do raciocínio estatístico e, a meu ver, caracteriza uma atividade de modelagem matemática na Educação Estatística. Ou seja, nesse contexto, a construção dos modelos deve estar atrelada à contemplação de elementos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio estatístico, dentre os

quais está o raciocínio com modelos, como observado nesse episódio, em particular, e em outros descritos neste texto.

Outros episódios mostraram momentos específicos do processo empreendido pelos estudantes possibilitados pela intervenção da professora. Alguns deles foram apresentados no terceiro artigo constante deste texto.

#### 2.1.6.3 A atividade “Boca de palhaço”

Essa atividade foi desenvolvida em duas turmas de sexto ano pela professora Sara, após a equipe de gestão da escola impedir a execução do projeto “Quem gosta de tomar chá?”, idealizado inicialmente. Ela apresentou a nova proposta no grupo colaborativo de docentes, demonstrando indignação e decepção. Para os estudantes, ela informou apenas que o trabalho seria adiado em função de trâmites burocráticos.

Algumas partes do desenvolvimento da atividade “Boca de palhaço” foram registradas pela professora em vídeo ou imagem. Esse material foi apresentado e discutido no grupo e disponibilizado para a apreciação de todos os professores e pesquisadores. A atividade foi desenvolvida no sexto ano A e no B da mesma escola. Será apresentado aqui apenas o trabalho com o sexto ano A.

A filmagem inicia mostrando a proposta para os estudantes. A professora mencionou a impossibilidade de desenvolver o projeto “Quem gosta de tomar chá?” e a ideia da nova possibilidade de trabalho. Para isso, ela perguntou qual das equipes teria melhor desempenho no jogo “Boca do palhaço” (a turma tem equipes contínuas para o desenvolvimento de trabalhos em grupos). Vários estudantes se manifestaram afirmando que a própria equipe era melhor nesse jogo. Aproveitando o entusiasmo, a professora questionou: *“como vocês acham que a gente pode fazer para descobrir quem é a melhor?”*. Vários estudantes falaram simultaneamente e a professora solicitou que cada um esperasse sua vez. Naquele momento, uma estudante sugeriu: *“a senhora traz uma sacola, um segura e a gente vai tentando acertar dentro da sacola”*. Outro estudante complementou essa ideia dizendo: *“a gente faz bolinha de papel”*.

A professora esclareceu que poderia levar a boca do palhaço para a “matemateca” da escola, onde fariam o experimento. Diversos alunos se comunicaram ao mesmo tempo, entusiasmados com a brincadeira. Percebendo a aceitação dos estudantes ao convite, a professora iniciou uma discussão para promover a interação e instigá-los a pensar a brincadeira como experimento para a coleta de dados para responder ao questionamento inicial: “*Qual das equipes é a melhor no jogo ‘boca de palhaço’?*”. Para isso, a professora indagou: “*Como a gente pode fazer para saber qual a equipe [que] é melhor?*”. A pergunta da professora mostra a intenção de levar os estudantes a perceberem a necessidade de dados para tirar conclusões sobre uma situação.

Na resposta a esse questionamento novamente a professora precisou acalmar a turma por conta da multiplicidade de vozes. Após isso, um aluno propôs que cada equipe escolhesse um representante para jogar e, assim, eles veriam qual era a melhor equipe. A professora questionou se apenas um membro jogando seria suficiente, mas o aluno não respondeu e os outros continuaram a contribuir com ideias. Em meio à tumultuada discussão, um estudante se sobressaiu, assinalando: “*Professora, todos da equipe têm que jogar*”.

Aproveitando a fala do estudante a professora acrescentou: “*É, assim a gente pode ver se as melhores equipes são as que têm meninos ou meninas ou se isso é indiferente*”. Aí, o alvoroço dos estudantes foi ainda maior, cada um defendeu sua condição, mostrando que a competição entre os gêneros é um fator motivador para os estudantes. Quando os ânimos se acalmaram, um estudante questionou: “*Professora pra que isso?*”.

A professora Sara respondeu dizendo: “*Por que aí a gente pode usar isso para fazer os cálculos, os gráficos, as porcentagens de acertos pra ver quem acerta mais se os meninos ou as meninas e a equipe que é melhor de pontaria*”. Com esse esclarecimento, a professora tentou evidenciar que a experiência seria observada sob a ótica da matemática, o que demandaria coleta, organização e análise de dados. E, encerrando a aula, completou:

*Aí vocês vão ter que organizar as informações, registrando o resultado de cada um e vão ver quantos acertos deu no final.*

*Todos vão poder jogar e todos também vão ter que anotar. Daí, vocês vão olhar os resultados e tirar as conclusões. Então, é isso, na quarta a gente vai jogar.*

A intervenção da professora Sara foi excessivamente diretiva nessa última discussão, já que ela indicou conceitos, estratégias e ações a serem empreendidas pelos estudantes no processo investigativo. Essa postura diverge da proposta de Barbosa (2001), a qual indica que, no desenvolvimento de atividades de modelagem, os estudantes não tenham esquemas definidos *a priori*; eles devem, portanto, usar procedimentos próprios em uma investigação autônoma, com a intervenção estratégica do professor (BLUEM; FERRI, 2009; MENDONÇA, 1993) aspectos discutidos no decorrer das ações vivenciadas no grupo.

A etapa da experimentação (jogar a bola na boca do palhaço) não foi filmada pela professora, foi apenas fotografada. A filmagem foi retomada na sala de aula, durante a discussão acerca dos dados. Nessa parte da atividade, os estudantes permaneceram em suas respectivas carteiras e a professora conduziu todo o processo. Ela iniciou a discussão retomando a atividade desenvolvida na experiência que ocorreu na matemateca da escola. Para isso, perguntou: *“quem pode contar pra gente como foi o ‘treino’, o que vocês fizeram lá?”*. Um estudante respondeu: *“Nós jogamos a bola na boca do palhaço”*.

A professora Sara lembrou que houve um momento de treino para explicar como seria feita a brincadeira, cada estudante fez duas jogadas, e que, depois disso, a contagem de pontos começou, com cinco jogadas para cada um. Após a explicação, ela perguntou para a classe: *“Como foi feita a contagem de pontos?”*. Um estudante explicou que uma lista com os nomes de todos foi escrita na lousa e que os pontos realizados eram marcados ao lado do nome do jogador.

Ao relatar a experiência feita na aula anterior para os alunos, a professora esclareceu que a lista estava reproduzida na lousa com os pontos de cada aluno. Com isso, voltando à narração, apontou para ela, e questionou: *“O que será que a gente pode estudar com esses números que estão na lousa?”*. Ela esperou um

instante pelas respostas dos estudantes, como não percebeu iniciativa deles, sugeriu diretamente: “*Somar os pontos? Ver os pontos?*”.

Sua indicação estimulou os estudantes, que começaram a dar sugestões como: “*Ver quem fez mais pontos...*”. Ela se animou com a fala do estudante e o interrompeu, assinalando para a turma: “*Isso! Quem fez mais pontos?*”. Os alunos disseram o nome dos dois principais pontuadores do jogo e a professora interveio, indagando: “*Tem umas perguntas que tinham que copiar no caderno, vocês copiaram? Quem tem as perguntas? Podem ler pra mim?*”.

A elaboração das questões pode ter sido uma forma de reduzir a dificuldade em conduzir o processo de maneira problematizadora, atendendo aos pressupostos metodológicos da modelagem. Contudo, essa atitude direcionou excessivamente as ações dos estudantes.

É possível concluir que as perguntas foram propostas pela professora, em aulas anteriores (já que esse momento não constava nos registros em vídeo), para que os estudantes buscassem, nos dados coletados na experiência, as informações necessárias para respondê-las. Elas tinham relações com conceitos matemáticos e estatísticos como: contagem, porcentagem, máximo, mínimo, moda, média e mediana. Algumas perguntas envolviam essas noções de forma direta e outras de maneira indireta, o que pode ser observado a seguir: “*Quantos alunos participaram? Qual o resultado [que] repetiu mais vezes? Qual o maior e o menor resultado? Qual o total de pontos da turma? Qual a média de pontos da turma?*”. Certos estudantes já tinham respondido às questões no caderno, sendo que algumas respostas estavam corretas outras não (as perguntas só admitiam uma resposta). A intervenção da professora se limitava a indagar, a esperar a resposta dos estudantes e, se alguma tivesse errada, a corrigir.

A professora inicialmente mostrou a intenção de verificar qual a melhor equipe no jogo e verificar se o sucesso tinha relação com a presença de meninos ou meninas. Entretanto, não se observa nenhuma iniciativa nesse sentido nas perguntas propostas anteriormente nem na discussão do momento.



No que se refere à questão sobre a média de pontos, a professora perguntou: *“Vocês já ouviram falar em média? Onde vocês ouviram falar em média?”*. Diversas respostas positivas foram dadas à primeira pergunta, mas para a segunda apenas uma: *“aqui na escola”*. A professora imediatamente disse: *“Nas médias? Como você acha que é calculada sua média?”*. O estudante não teve tempo de explicar o que sabia sobre o assunto, pois foi interrompido por um colega que indicou uma forma de calcular a média: *“Professora, o professor de História soma as notas e divide por 2”*. Com isso, a professora Sara perguntou quantas avaliações são dadas e o estudante esclareceu a situação: *“Tem duas, mas quando alguém pede chamada oral, ficam três, aí ele divide por três”*.

A docente confirmou o procedimento de cálculo da média verbalmente, explicando que a média escolar depende do número de avaliações. A partir desse exemplo, questionou como seria calculada a média de pontos do jogo. Alguns estudantes transferiram, sem esforço, o procedimento do cálculo da média da escola para a situação investigada. No entanto, quando a educadora questionou o valor da média dos pontos da turma no jogo, os estudantes ficaram sem respostas, em função de o resultado não ser exato (eram 19 pontos divididos por 18 jogadores), até que um estudante tomou coragem e disse: *“Acho que é 1, mas sobra 1”*.

Confirmando a resposta do estudante, a professora esclareceu: *“aí tem que fazer 1 dividido por 18, pra saber a parte decimal. Vocês nunca estudaram números decimais, não é? Por exemplo, a gente fala: um real e vinte e cinco centavos, os vinte e cinco centavos é a parte decimal, são os décimos e milésimos...”*. Não houve registro sobre o procedimento envolvido nesse processo, nem por parte da professora nem dos estudantes.

Após essa explicação verbal, a professora informou que o valor da média seria por volta de 1,05. Ademais, questionou sobre o significado desse número na situação em foco: *“Esse resultado quer dizer que todos acertaram uma bolinha?”*. Os estudantes responderam que não, e ela, concordando, disse: *“Quer dizer que tem gente que acertou mais outros menos. E tem como jogar uma bolinha vírgula*

zero cinco?”. Um estudante achou a situação engraçada e afirmou: “*Não. A gente ia jogar uma inteira e cortar uma e jogar um pedaço? Não, isso não dá*”. Satisfeita com a compreensão demonstrada pelo aluno, a professora encerrou a discussão sobre a média. Os outros estudantes não se manifestaram sobre esse aspecto.

Para introduzir a moda, a professora iniciou questionando se os estudantes já haviam tido contato com ela, como eles falaram que não, ela perguntou como organizar os dados numéricos, listados na lousa, de outra forma. Essa consideração provavelmente tinha o objetivo de chegar a um registro que favorecesse a localização da moda e da mediana, já que esses conceitos estavam previstos por meio das questões propostas.

Tal propósito se mostrou válido, pois um estudante sugeriu que os números fossem postos em ordem, e a professora pediu para ele mostrar na lousa como seria essa organização. Essa foi a primeira vez que um estudante assumiu papel ativo no processo durante a discussão. Ele foi à lousa e apresentou a seguinte tabela:

0	1	2	3
0	1	2	3
0	1	2	
0	1	2	
0			
0			
0			
0			

**TABELA 6 – ORGANIZAÇÃO DOS ACERTOS NA BOCA DO PALHAÇO**

Fonte: Modelo de organização de um estudante do sexto ano da professora Sara (adaptado)

A partir dessa organização, a professora explicou que a mediana é o número que fica exatamente no centro dos números organizados do menor para o maior, deixando a mesma quantidade de dados do lado direito e do esquerdo. Após essa definição, ela orientou o estudante para circular os números que ocupam a nona e a décima posição da lista. Ela assinalou ainda que, como os dois números tinham o mesmo valor, este era a mediana e que se houvessem valores diferentes teria que fazer a média entre eles.

Os estudantes assistiam passivamente à sua exposição. Depois disso, ela se apoiou no contexto da sala de aula para discutir a moda, questionando qual seria a moda da turma em relação à vestimenta, esclarecendo que a moda ali era usar uniforme, já que a maioria estava usando esse tipo de roupa. A partir disso, questionou qual a moda na lista de números de acertos na boca do palhaço.

Como é possível observar, apesar da postura questionadora mostrada pela professora e da pertinência da problematização inicial, apresentada com o questionamento: “qual a melhor equipe em pontaria?”, na maior parte do tempo da discussão, os estudantes não tiveram a oportunidade de construir argumentos ou estratégias próprias para responder às questões que lhes eram feitas. O que decorre da não exploração de suas ideias e da realização, pela professora, de respostas, muitas vezes, imediatas às perguntas, situação agravada por conta das questões fechadas. Nesse caso, elas não se constituíram em uma problematização motivadora de reflexão e investigação para os estudantes, como propõe Mendonça (1993). Além disso, os alunos permaneceram passivos, limitando-se a responder o que lhes era perguntado, sem tempo e condições para reflexões e discussões com seus pares.

É possível inferir que a situação vivenciada pela professora, em relação às limitações impostas pela equipe de gestão, a desestimulou o suficiente para lhe tirar o entusiasmo apresentado inicialmente ao planejar o projeto “Quem gosta de tomar chá?”. No entanto, a motivação do professor é fundamental para o empenho em usar uma abordagem investigativa no decorrer da atividade. Talvez em função disso, o desenvolvimento dessa atividade não tenha sido socializado no GIFEM pela professora, ela apenas disponibilizou os vídeos feitos nas duas turmas para quem quisesse ver.

## **2.2 Síntese das vivências nas ações propostas**

A partir da vivência no desenvolvimento de uma atividade de modelagem no grupo colaborativo, os professores tiveram contato com o processo de modelagem. Essa aproximação foi essencial para que compreendessem o funcionamento de um processo investigativo inerente a essa perspectiva

pedagógica. Apesar de se envolverem na investigação, os professores se mostraram incrédulos quanto à possibilidade de seus alunos assumirem a postura necessária para desenvolver uma tarefa investigativa. Além disso, apontaram dificuldades para a inserção das atividades em seus contextos de ação, em função do controle do sistema, o que, conforme Arnaus (1999), limita suas ações.

Após a socialização dessa prática tiveram a oportunidade de refletir sobre o caso de ensino, no qual Lesh, Amit e Shorr (1997) analisam o processo empreendido por estudantes no desenvolvimento de uma atividade investigativa. Essa dinâmica foi permeada por reflexões sobre questões teóricas e práticas sobre modelagem matemática e Educação Estatística. Com isso, houve o estímulo, por parte dos professores, de elaborar e discutir atividades direcionadas para seus próprios contextos de sala de aula.

As atividades foram planejadas buscando contemplar alguns princípios, para empreender uma problematização com capacidade de levar a uma investigação em que a modelagem se fizesse necessária. Para a implementação da atividade na sala de aula, as discussões teóricas apontaram para a necessidade da adoção de posturas estratégicas, conforme recomendam Blum e Ferri (2009), para que a intervenção contribuísse para o desenvolvimento do raciocínio estatístico, conforme proposto por Wild e Pfannkush (1999).

A dinâmica promovida no período em que o grupo de professores se dedicou a refletir e a agir com a modelagem matemática, descrita anteriormente, gerou uma grande quantidade de dados. Estes foram construídos levando em conta a questão norteadora, que consiste em compreender como o grupo de professores se envolve com a modelagem matemática para abordagem da Educação Estatística no Ensino Fundamental.

A diversidade de dados gerada me levou a categorizá-los de forma a contemplar o objetivo desta investigação, que consiste em compreender a pertinência das ações indicadas no referencial teórico para formar juízo sobre modelagem matemática. Essa categorização deu origem aos três artigos que serão apresentados a seguir. Tais artigos abordam os três aspectos que

considere relevantes para gerar compreensões acerca do fenômeno analisado, a saber: o planejamento de atividades de modelagem, a intervenção pedagógica nesse contexto e as aprendizagens geradas no processo empreendido.

## PLANEJAMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA: UM CAMINHO POSSÍVEL <sup>35</sup>

### Resumo

Este trabalho, que possui natureza qualitativa, busca compreensões sobre o planejamento de atividades na perspectiva de modelagem, considerando a importância dessa ação para que o professor inclua essa perspectiva pedagógica em sua prática. Serão analisadas e discutidas, a partir da observação da presença de alguns princípios, atividades desenvolvidas por três professores integrantes de um grupo de natureza colaborativa, o qual toma a modelagem matemática como foco de discussão para implementar a Educação Estatística. Os resultados indicam que as atividades elaboradas dependem da intervenção pedagógica para contemplar os pressupostos epistemológicos da modelagem matemática, considerando que esses, no caso da Educação Estatística, demandam raciocínios específicos, próprios dos fenômenos aleatórios.

Palavras-chave: Planejamento de atividades; Modelagem matemática; Educação Estatística; Formação de professor; Grupo colaborativo.

### Abstract

This work, which is from qualitative nature, seeks understandings about the planning of activities in the perspective of modeling, considering the importance of this action for the teacher to include this educational perspective in his practice. It will be analyzed and discussed, from the observation of the presence of some principles, activities that were developed by three teachers who are members of a collaborative nature group, which takes mathematical modeling as the center of the discussion in order to implement the Statistics Education. The results show that the developed activities depend on education intervention to contemplate the epistemological assumptions of mathematical modeling, whereas these, in the case of Statistics Education, require specifics reasoning, property of the random phenomena.

**Key words:** *Planning activities; Mathematical modeling; Statistics Education; Teachers Training. Collaborative Group*

### Introdução

---

<sup>35</sup> Este artigo origina-se do projeto de pesquisa “O desenvolvimento profissional do professor de Matemática em Educação Estatística”, financiado pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), no âmbito do Doutorado no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

A modelagem matemática<sup>36</sup> tem sido foco de discussão na Educação Matemática. Nesse contexto, ela está sendo considerada uma perspectiva pedagógica rica em possibilidades de construção de conhecimentos, capaz de contribuir para mudar o quadro atual no que se refere ao conhecimento matemático dos estudantes.

Apesar do otimismo acerca do uso dessa perspectiva pedagógica, consideramos a necessidade de ampliar as discussões sobre aspectos metodológicos e pedagógicos que envolvem sua adoção. O que ocorre principalmente em função das escassas oportunidades de vivência nessa perspectiva no percurso formativo de muitos professores enquanto alunos do ensino básico ou do superior (BARBOSA, 2001; CHAVES, 2012; OLIVEIRA, 2010). Diversos pesquisadores e docentes têm se dedicado à pesquisa e à intervenção na formação de professores, com vistas a promover condições para que estes tenham contato com a modelagem (ALMEIDA; DIAS, 2007; BARBOSA, 2001, 2004; CHAVES, 2012; OLIVEIRA, 2010; SILVA, 2006; SILVA; DALTO, 2011).

No entanto, a prática com MM na sala de aula ainda é pequena (BLUM; FERRI, 2009; SILVA; DALTO, 2011). Essa realidade nos leva a destacar a necessidade de ampliar as discussões sobre o fazer modelagem na sala de aula. Nesse sentido, Silva e Dalto (2011, p. 181) afirmam que

o debate sobre os fatores que podem influenciar na utilização da modelagem perpassa uma caracterização do processo de fazer modelagem e das implicações pedagógicas dele decorrentes, sendo necessário considerar a abordagem do conteúdo, a gestão da sala de aula e os diferentes papéis dos sujeitos (alunos e professores).

Essa discussão corrobora nossa concepção de que a falta de clareza sobre esses aspectos inibe muitos professores a adotar a modelagem em sua prática. Consideramos, portanto, pertinente discutir neste trabalho o planejamento de atividades de modelagem, buscando construir elementos para a compreensão desse processo e fomentar a discussão sobre essa temática, já que esse é um aspecto pouco discutido na área.

Nosso objetivo principal é compreender como os professores contemplam as ações características da modelagem no planejamento de atividades dessa natureza. Para essa discussão serão postas em destaque atividades desenvolvidas por três professores em um espaço de discussão sobre modelagem. Apresentamos a seguir a metodologia adotada neste

---

<sup>36</sup> Por vezes, os termos “modelagem matemática” serão substituídos por modelagem, para evitar a repetição.

trabalho, a caracterização dos sujeitos envolvidos e do contexto desta pesquisa, e os procedimentos usados na análise dos dados.

### **Metodologia de pesquisa**

Optamos por realizar um estudo de natureza qualitativa, conforme os pressupostos de Garnica (2004). Essa escolha ocorreu por dois motivos: o fenômeno analisado neste texto demanda procedimentos descritivos e a subjetividade está presente no processo de análise dos dados.

A coleta de dados ocorreu em um espaço de discussão de um grupo de natureza colaborativa, GIFEM<sup>37</sup>, o qual discute a Educação Estatística no ensino básico. O grupo é composto por quatro professores especialistas em Matemática, uma pedagoga e as duas pesquisadoras.

A proposta de inserir a discussão sobre a modelagem no grupo foi efetivada no final de 2012 e desenvolvida no primeiro semestre de 2013 em encontros quinzenais. Essa circunstância nos pareceu conveniente por entendermos que a interação já estabelecida entre os participantes seria um fator favorável para o desenvolvimento da proposta.

Para este texto foi tomada uma das ações vivenciadas pelos professores nesse período: a *elaboração de atividades de modelagem matemática*. Com isso, são objetos de estudo deste trabalho as atividades elaboradas por três professores participantes do GIFEM. A escolha das atividades ocorreu em função delas ainda não terem sido foco de análises em outros trabalhos compostos no período de estudo do projeto de doutorado, do qual este texto faz parte.

Constituíram-se em dados para este estudo os planejamentos das atividades de três professores do grupo, os quais foram concebidos e socializados no espaço de discussão do grupo, quando este refletia sobre a modelagem matemática. Naquela ocasião, os professores tiveram contato com algumas ações que deram suporte à elaboração das atividades: vivência no desenvolvimento de atividade de modelagem, reflexão sobre caso de ensino, análise de modelos prontos e reflexão sobre aspectos teóricos e práticos referentes à modelagem.

---

<sup>37</sup> Grupo de Investigação e Formação em Educação Matemática.



A análise dos dados terá como base a observação da contemplação dos princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) para a elaboração de atividades de modelagem, os quais têm como objetivo possibilitar a elaboração de atividades em que o processo de modelagem seja requerido no procedimento de resolução<sup>38</sup>. Passamos a discutir a base teórica dessa investigação.

### **Fundamentação teórica**

O planejamento das atividades na perspectiva de modelagem<sup>39</sup> é uma tarefa que exige uma visão ampla, que abranja aspectos conceituais, metodológicos e pedagógicos, de forma a atender aos objetivos da escola e contemplar os anseios da família, da sociedade e dos estudantes. Além disso, é necessário considerar fatores específicos dessa abordagem, os quais estão relacionados com a perspectiva de modelagem adotada, as características do contexto, a disponibilidade de material e de tempo, e o relacionamento do professor com os alunos. No que se refere à natureza dessas atividades, Barbosa (2004, p. 4) destaca:

existem dois aspectos centrais para essas atividades. O primeiro é que elas devem se constituir como problemas para os alunos, ou seja, eles não devem possuir esquemas prévios para abordá-las, mas terão que demandar um certo esforço intelectual. O segundo refere-se ao fato de que as atividades devem se sustentar no mundo-vida das pessoas, envolvendo dados empíricos reais.

Desse modo, admite-se o caráter interdisciplinar dessa abordagem. Além disso, por ser essa uma perspectiva pedagógica que supõe um sujeito ativo na construção do conhecimento, considera-se a necessidade de desenvolver situações desafiadoras e ricas para atrair os estudantes a participar do processo e empenhar-se para desenvolver a investigação, o que exige estratégias de intervenção para estimulá-los no decorrer do processo.

O planejamento da atividade na perspectiva de modelagem, a nosso ver, envolve a preparação do ambiente para o desenvolvimento da atividade. Isso inclui a previsão de algumas ações dos estudantes e intervenções do professor, de materiais a serem usados; além da elaboração da atividade em si, quando ela é estruturada previamente pelo

---

<sup>38</sup> É significativo frisar que anteriormente uma atividade elaborada nessa perspectiva foi desenvolvida pelos professores.

<sup>39</sup> “Planejar, nesse caso, diz respeito a um processo de reflexão e de tomada de decisões relativas a uma ação que, porém, não está incondicionalmente limitada aos objetivos delineados inicialmente pelo indivíduo” (OLIVEIRA; PRADO; SILVA, 2013, p. 2).

professor, a exemplo do “caso 1” e “caso 2” propostos por Barbosa (2001) ou dos modelos de atividade sugeridos por Garfield, Delmas e Zieffler (2010) e Lesh, Amit e Shorr (1997).

Mesmo as atividades não estruturadas previamente – como os projetos de ensino observados em Campos (2007), Jacobini (1999) e Mendonça (2008) – permitem algumas previsões. Ademais, providências específicas precisam ser tomadas previamente, ainda que não sejam definitivas, como preconizam Oliveira, Prado e Silva (2013, p. 2): “o planejamento pode ser visto como um processo flexível, sujeito a eventos circunstanciais (alguns até previsíveis) que sofram alterações a serem adotadas”. Essa flexibilidade é inerente a um planejamento e, particularmente, à dinâmica de um ambiente de natureza investigativa, como é o caso da modelagem, em que os estudantes trabalham de forma autônoma.

Na elaboração de uma atividade estruturada, a problematização<sup>40</sup> inicial da situação real é feita pelo professor, levando em conta os diversos interesses e os procedimentos que a modelagem demanda, o que é realizado previamente à apresentação aos estudantes. No entanto, dados empíricos evidenciam que essa não é uma tarefa simples, como observa Silva (2006) em uma discussão sobre o desenvolvimento de atividades de modelagem por um grupo de professores em um curso de formação continuada. No que se refere às atividades elaboradas pelos professores, a autora afirma:

Apesar do uso de situações e dados reais, os problemas muitas vezes foram elaborados e propostos da forma habitualmente proposta em um ensino tradicional, isto é, sugerem encaminhamentos pré-definidos para a resolução de questões, envolvendo ações orientadas e direcionadas para os alunos. (SILVA, 2006, p. 7).

O relato evidencia a dificuldade dos professores em problematizar situações reais, já que as atividades são excessivamente fechadas, dando pouca oportunidade para os estudantes desenvolverem estratégias próprias no processo de resolução. Situação semelhante foi observada por Sant’ana e Sant’ana (2009) em uma experiência realizada com uma turma de licenciatura. Tal experiência visava observar como os futuros professores problematizavam situações reais. Os pesquisadores concluíram:

A partir dos resultados obtidos, percebemos que os educandos apresentam a tendência de formular perguntas fechadas. É possível afirmar que esta

---

<sup>40</sup> “é o caminho para chegar ao problema, que se formulado, pode desencadear, na solução, a construção de conhecimentos matemáticos” (MENDONÇA, 1992, p. 274).

tendência, na maioria das vezes, decorre do fato de viverem a pedagogia da resposta no Ensino Médio e reproduzirem o ambiente em que estudaram nos últimos anos. (SANT'ANA; SANT'ANA, 2009, p. 6).

Ponderamos que esse resultado também pode estar relacionado à dificuldade de identificar ideias que explorem conceitos matemáticos ou estatísticos em situações reais, como foi observado por Chick e Pierce (2010). Para esses autores, essa capacidade se relaciona ao conhecimento de conteúdo a ser ensinado. Tal saber contribui para o reconhecimento da possibilidade de a situação demandar sua exploração e o conhecimento pedagógico para planejar estratégias de intervenção que possibilitem, aos estudantes, a construção dos conceitos mencionados. Nessa perspectiva, a problematização depende de conhecimentos específicos do professor para que ele possa fazer a devida interpretação e simplificação da situação real e elaborar uma atividade aberta que demande procedimentos e conceitos matemáticos possíveis de serem construídos pelos alunos.

Esse processo é ainda mais complexo no caso das atividades não estruturadas, nas quais a problematização é feita no decorrer do processo, de forma que a intervenção do professor leve os alunos a buscar meios de responder aos questionamentos propostos. Nesse sentido, Silva e Dalto (2011, p. 187) pontuam:

A capacidade de problematização, fundamental na abordagem investigativa requerida pela Modelagem, é um processo a ser desenvolvido e que sofre influências do ensino tradicional podendo algumas vezes, inibir posturas mais investigativas. Tais influências não devem ser desconsideradas, pois, darão contornos à condução desse processo.

É destacada a habilidade de problematização das situações reais para que os professores possam promover atividades de modelagem, particularmente considerando a parca ou nula vivência com esse tipo de situação como alunos do ensino básico e da formação inicial do docente.

As discussões anteriores mostram que problematizar situações reais – de modo a extrair delas ideias, conceitos e atitudes específicas – é uma barreira para a elaboração das atividades na perspectiva de modelagem. O que é um fato relevante para o debate acadêmico da Educação Matemática.

Essa consideração se fundamenta na concepção de que a problematização é o cerne do processo de modelagem. Sendo assim, essa habilidade deve ser desenvolvida pelo

professor para que ele possa elaborar atividades e ajudar seus estudantes a problematizar as situações que desejam investigar.

A partir de dados empíricos, Lesh, Amit e Shorr (1997) desenvolveram alguns princípios para a orientação na elaboração de atividades em que a referência seja uma situação real e o processo cognitivo da modelagem matemática seja almejado. Consideramos que esses princípios podem contribuir para o planejamento de atividades de modelagem estruturadas ou não. Por meio deles, passa-se pela problematização de circunstâncias reais, de modo que a resolução demande conceitos e atitudes específicas dos alunos, e pela organização de um ambiente propício para que esse processo se efetive.

A partir de uma releitura desses princípios, passamos a discutir cada um deles, tendo como referência a compreensão de modelagem de forma ampla, admitindo as diversas perspectivas presentes na Educação Matemática. Em função do contexto desta pesquisa, buscamos discutir a pertinência deles à Educação Estatística.

O *princípio da realidade* refere-se à necessidade de tomar como base situações que possam realmente ocorrer na vida das pessoas e sejam relevantes para os alunos. O que abrange ainda a consideração de suas ideias e de seus interesses no desenvolvimento do processo investigativo e o estímulo à compreensão da atividade com base nos conhecimentos pessoais e nas experiências em situações análogas (LESH; AMIT; SHORR, 1997).

Na elaboração de atividades de Educação Estatística tem-se uma infinidade de temas e situações do cotidiano e das ciências a serem abordadas, em função do caráter interdisciplinar dessa área. No entanto, a problematização deve atentar para as possibilidades de a investigação ser efetivada pelos estudantes, levando em conta a obtenção de dados, os conceitos e os raciocínios envolvidos.

O *princípio do protótipo simples*, admitindo a complexidade das situações reais, considera a necessidade de fazer adaptações ou simplificações, de modo que seja possível, aos estudantes, a construção de modelos e procedimentos matemáticos (LESH; AMIT; SHORR, 1997). No caso de atividades estruturadas, é preciso levar em conta que a atividade deve possuir elementos motivadores para atrair os alunos, já que o tema não foi

escolhido por eles, e os dados podem ser fornecidos de forma direta ou indireta, neste caso sendo indicados os meios de obtê-los (consulta a anuários, fichas, internet etc.).

Esse princípio está relacionado à competência de problematização, a qual demanda recortes de situações reais, tendo em mente o nível dos alunos e a exigência de esforço intelectual, como indica Barbosa (2001). Essa consideração é pertinente também no caso das atividades não estruturadas, já que, para promover encaminhamentos na orientação dos alunos no decorrer do processo, a problematização se faz necessária (MENDONÇA, 1993).

Na Educação Estatística, essa limitação pode ser feita de distintas formas. Nas atividades estruturadas, pode-se por exemplo, escolher aspecto(s) da situação, fornecer alguns dados e delimitar a abrangência da investigação. E naquelas que não for possível estruturar previamente é possível negociar com os estudantes as variáveis a serem analisadas – considerando, por exemplo, a relevância para a compreensão do tema ou para a(s) resposta(s) do(s) questionamento(s) inicial(is) – e sugerir os instrumentos específicos de coleta dos dados e a amostra a ser investigada, conforme observado em Campos (2007), Jacobini (1999) e Mendonça (2008).

O *princípio da construção do modelo* estabelece a necessidade de gerar uma problematização que conduza à construção de um modelo matemático. Ele admite também situações em que o modelo tenha que ser modificado, ampliado ou refinado. O que é favorecido em tarefas que envolvem a explicação, a manipulação de variáveis, a predição ou o controle de um sistema estruturalmente significativo, de modo que a atenção esteja centrada nos padrões e nas regularidades subjacentes aos dados e não em características superficiais ou crenças pessoais (LESH; AMIT; SHORR, 1997).

Esse princípio indica que a problematização deve contemplar a necessidade de um encadeamento de ideias logicamente estruturado, de modo que as hipóteses pessoais tenham que ser devidamente comprovadas ou justificadas com a apresentação de um modelo. A pertinência desse pressuposto reside na liberdade de – em uma atividade aberta, ainda que estruturada previamente pelo professor – os estudantes usarem conceitos, métodos e raciocínios próprios, o que inviabiliza qualquer exigência direta sobre suas ações. Nesse caso, é preciso que a atividade seja proposta de modo que a construção de um modelo matemático seja parte do processo, para evitar que a investigação empreendida

não passe pela elaboração de um modelo ou pelos conceitos matemáticos e ainda assim responda ao problema, tomando como base intuições, conhecimentos ou vivências anteriores.

As situações em que se tem que tomar decisões com base em dados são favoráveis para a contemplação das ações elencadas nesse princípio, particularmente quando a divulgação de resultados é requerida. No caso da Educação Estatística, essa solicitação demandará a elaboração de representações gráficas ou tabulares, as quais apresentarão os resultados do processo investigativo. Nesse contexto, ressaltamos a importância do estímulo ao uso de múltiplas representações para a escolha daquelas que melhor mostrem o comportamento dos dados ou satisfaçam à questão inicial.

O *princípio da autoavaliação* indica a importância de os estudantes julgarem por si mesmos se as respostas/modelos/estratégias elaboradas são adequadas e/ou suficientes para o fornecimento de uma proposta de solução ao problema. Nesse sentido, a atribuição da relevância ao processo empreendido pode contribuir para que a avaliação das ações, dos procedimentos e dos modelos construídos pelo grupo ou pelo indivíduo seja feita (LESH; AMIT; SHORR, 1997).

As considerações podem ajudar o professor a elaborar uma atividade que possibilite aos estudantes a produção de propostas para a resolução do problema de acordo com suas concepções. No entanto, é necessário que haja propósitos que justifiquem um esforço intelectual para essa produção, o que demanda clareza dos objetivos da atividade e dos mecanismos de análise de respostas e procedimentos.

A proposta de concorrência entre grupos ou comparação de respostas alternativas no grupo pode levar à validação, pelos próprios alunos, de seus modelos, procedimentos e atitudes. Saber para que fim os resultados são necessários e para quem eles interessam também pode ser estimulante. Ressaltamos a relevância desses aspectos para o envolvimento dos alunos no processo investigativo, o que também evidencia Saviani (1985 apud MALHEIROS, 2008, p. 154) na seguinte afirmação: “não há problema se não existe uma necessidade em resolvê-lo”.

A contemplação desse princípio na Educação Estatística é importante devido à dinâmica do processo de investigação estatística, o qual demanda postura reflexiva e

avaliação constante das ações empreendidas e dos resultados obtidos, procedimento que exige o pensamento estatístico.(LOPES, 2008)

O *princípio da documentação do modelo* tem relação com uma problematização que demande o registro das ações empreendidas, dos raciocínios e dos procedimentos usados no processo investigativo. No decorrer da investigação, esses registros vão fornecer elementos para que o professor tenha ideia sobre que tipo de sistema (objetos matemáticos, relações, operações, padrões, regularidades) os alunos pensaram para construir modelos e tirar conclusões, o que é favorecido quando se tem a previsão de conceitos e procedimentos possíveis ao processo de resolução do problema (LESH; AMIT; SHORR, 1997).

Criar essa necessidade na atividade implica em que o registro faça parte da resposta do problema. Isso pode contribuir para a busca de formas eficientes de apresentação de dados e relações observadas, o que amplia as possibilidades de os estudantes construir estratégias e modelos significativos. A ideia de prever os conceitos a serem usados pelos estudantes possibilita, ao professor, perceber a adequação da problematização ao nível dos alunos e se preparar para abordá-los.

É possível inferir que o registro dos estudantes é um importante meio de acompanhamento de seu desenvolvimento. Tal documentação possibilita a observação das necessidades dos alunos, fornecendo elementos para o professor instigar a problematização no decorrer do processo, contribuindo com ela; organizar o raciocínio dos estudantes; e documentar sua participação no processo.

Essa estratégia pode ser um meio de amenizar possíveis resistências de pais que avaliam o desempenho dos filhos pelas atividades que estes desenvolvem na escola. A solicitação de entrega de relatórios parciais e a socialização do processo podem servir para contemplar esse princípio quando não é possível acompanhar os estudantes em toda a realização da atividade.

O *princípio da generalização do modelo* leva em conta a contemplação de fatores que induzam os alunos a construir modelos genéricos, que possam ser aplicados a situações similares à pesquisada (LESH; AMIT; SHORR, 1997). Espera-se, portanto, que a atividade provoque a ampliação das relações observadas na solução do problema

investigado para circunstâncias semelhantes. A abstração dessas relações e a comparação com situações correlatas podem levar à generalização.

No que se refere à Educação Estatística, esse princípio pode ser contemplado com a proposta de exploração da inferência (transferência dos resultados observados em amostras para a população). O que pode ser tratado, por exemplo, com o uso de porcentagens na comparação de resultados de amostras diferentes e dessas com os resultados observados na população (KOORO; MENDONÇA, 2012).

Consideramos que os princípios apresentados podem contribuir para a previsão dos conceitos que os alunos precisarão, dos processos cognitivos que utilizarão e de suas atitudes e de suas ações. O que pode garantir, minimamente, condições para o desenvolvimento de raciocínios e procedimentos que contribuam para a ampliação de ideias e conhecimentos acerca da Matemática, de forma geral, ou da estatística, em particular. Desse modo, o professor pode se sentir mais confiante para atender aos diversos interesses presentes no contexto escolar, já que a insegurança é uma das barreiras para a adoção da modelagem na prática pedagógica de alguns professores (BARBOSA, 2001; ROSA; KATO, 2011).

Garfield, Delmas e Zieffler (2010) consideram esses princípios pertinentes para elaborar atividades para estudantes em cursos introdutórios de Estatística. Os autores atribuem a esses pressupostos a capacidade de contribuir para a criação de atividades desafiadoras com dados de situações reais, as quais desafiam os alunos a criar e testar modelos a fim de resolver problemas estatísticos complexos. Dessa forma, conforme afirmam os pesquisadores, é possível contemplar os elementos propostos por Wild e Pfannkush (1999) para o desenvolvimento do pensamento estatístico.

Wild e Pfannkush (1999) consideram que o pensamento estatístico envolve raciocínios específicos em função da natureza dos fenômenos aleatórios. Essa particularidade, de acordo com os autores, compreende: o *reconhecimento da necessidade dos dados*, que consiste na percepção de que as experiências pessoais e a intuição não são suficientes para a tomada de decisão sobre muitas situações da vida real; a *variabilidade* presente nos dados; e a *integração dos dados ao contexto* para a compreensão dos significados neles impressos. Além disso, o *raciocínio com modelos* é um importante



instrumento para a observação de comportamentos e relações entre variáveis; o que pode ser favorecido com a “*transnumeração*”, ou mudança de representação. Esse processo considera que múltiplas visões dos dados podem favorecer a compreensão de tendências e possibilita a escolha do modelo que melhor expressa o comportamento dos dados.

A proposta de Wild e Pfannkush (1999) converge com o processo de modelagem na Educação Estatística<sup>41</sup>. Ademais, conforme Garfield, Delmas e Zieffler (2010), ela pode ser contemplada com a utilização dos princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) na elaboração de atividades nessa área.

Os princípios foram discutidos no GIFEM, quando se refletiu sobre a elaboração de atividades de modelagem, e foram considerados pertinentes pelos professores. No entanto, questionamos alguns pontos metodológicos e pedagógicos para que as ações neles indicadas fossem efetivadas no desenvolvimento da atividade.

Essa inquietação talvez tenha ocorrido por dois motivos. Um deles relaciona-se às bases epistemológicas de modelagem correntes no Brasil. O outro se refere à nossa expectativa particular, pois consideramos que o uso da modelagem tem o objetivo de favorecer a construção de conceitos matemáticos de forma autônoma. Meyer (2007)<sup>42</sup>, ao tratar da modelagem na Educação Matemática, afirma: “Não é saber Matemática para fazer modelagem, mas sim fazer modelagem para aprender Matemática”. Essa compreensão demanda parceria entre estudantes e professor, em uma dinâmica em que a intervenção é necessária para assessorar os alunos no processo de construção de conhecimentos específicos.

Assim, no decorrer das discussões do grupo, ponderamos sobre a ideia de ampliar a proposta de Lesh, Amit e Shorr (1997), admitindo a pertinência dos princípios para o planejamento da atividade de modelagem. A nosso ver, incluir algumas ações específicas pode contribuir para a concretização da proposta de modelagem na Educação Matemática. Atentando para isso, propomos a inserção de dois princípios, associados a questões metodológicas e pedagógicas.

---

<sup>41</sup> A convergência desses elementos com a dinâmica do processo de modelagem na Educação Estatística começou a ser observada por Mendonça (2008) e Mendonça e Lopes (2011).

<sup>42</sup> Abertura da VI conferência sobre modelagem matemática na Educação Matemática em Ouro Preto-MG.

Um desses pressupostos é o *princípio da organização*, que leva em conta a organização necessária para implementação da atividade. Essa ordenação, entre outros pontos, inclui: questões de currículo, conteúdo e tempo de duração de todo o trabalho e de suas etapas; e critérios para a formação de grupos e obtenção de material e de autorizações diversas.

Esse princípio está relacionado a aspectos de ordem prática. Acrescentamo-lo para que o contexto dê suporte ao desenvolvimento da atividade, considerando suas especificidades. Com ele, por exemplo, pode ser realizada a previsão de conflitos, nas relações pessoais e institucionais, e dificuldades operacionais. Além disso, esse pressuposto prevê a tomada de providências, como a solicitação de materiais e autorizações necessárias para o desenvolvimento da atividade, fatores importantes para o planejamento das ações dos estudantes e do professor.

O outro item proposto por nós é o *princípio da intervenção*, que pondera sobre a forma de intervenção que favoreça o envolvimento e desenvolvimento dos alunos no decorrer da atividade, considerando os pressupostos epistemológicos da perspectiva de modelagem adotada.

As ações envolvidas nesse princípio estão relacionadas à promoção de um ambiente produtivo para a construção de conhecimentos gerais e específicos, admitindo as particularidades da proposta da modelagem. Ou seja, essas ações referem-se a aspectos metodológicos e pedagógicos. Dentre elas destacam-se:

- construção de estratégias para que a proposta estimule os alunos a assumir uma postura ativa no processo de ensino e aprendizagem, envolvendo-se na atividade com dedicação e compromisso, e para que se mantenham motivados no decorrer do processo;
- previsão de questionamentos que levem os estudantes a construir conhecimentos e modelos significativos e ampliar sua visão sobre o fenômeno;
- construção de meios para avaliar a evolução, coletiva e individual, dos alunos;

- elaboração de estratégias para a administração do tempo, de modo que os alunos desenvolvam a atividade de acordo com o contexto.

No que se refere à Educação Estatística, esse princípio relaciona-se ao reconhecimento das especificidades dos fenômenos com os quais essa ciência lida e ao desenvolvimento dos raciocínios e das atitudes que ela demanda. O que pode ser favorecido pela consideração dos elementos propostos por Wild e Pfannkush (1999).

Com essa compreensão, passamos a apresentar e analisar os planejamentos desenvolvidos por três professores participantes do grupo, tomando como referência os princípios discutidos anteriormente e as ações neles indicadas.

### **Discussão e análise do planejamento das atividades**

Nesta seção, primeiro apresentaremos a proposta de cada professor e em seguida faremos sua análise e discussão. Consideramos que dessa forma aproximamos as análises das atividades, o que pode favorecer a consulta do leitor à atividade, se necessário.

A análise partirá da observação da contemplação dos princípios anteriormente discutidos de forma integral, parcial ou nula. Consideraremos parcial quando algumas ações previstas nos princípios não estiverem explicitadas ou ainda quando elas forem dependentes da intervenção pedagógica, já que os princípios estabelecidos por Lesh, Amit e Shor (1997) propõem a elaboração de atividades autoexplicativas.

Atividade da professora Sara: Quem gosta de tomar chá?

A proposta da professora Sara parte de sua intenção de fazer uma horta de ervas para chás na escola. Ela fez essa escolha para aproveitar um espaço da escola propício para isso. A ideia é fazer um plantio piloto (com poucas mudas) e depois, quando as ervas crescessem, realizar uma degustação na escola, durante a qual os alunos do 6º ano, turma que desenvolverá o projeto, servirão chá a uma amostra de estudantes da escola (10% de cada turma), com a qual farão uma pesquisa para descobrir as preferências dos estudantes. A partir daí, o plantio das ervas preferidas efetivar-se-á; e, posteriormente, propor-se-á à direção da escola servir chá aos alunos no intervalo.

São previstas algumas questões a serem feitas aos alunos do 6º na discussão da proposta: “Quais sabores vocês acham que os alunos gostariam? Eles tomariam chá no

intervalo? Com qual frequência devemos oferecer este chá? Quais os benefícios ou fins medicinais de cada espécie?”. Foram antevistas ainda algumas questões para compor o questionário da pesquisa, por exemplo: “Você beberia chá no intervalo? Prefere chá quente ou frio?”. A docente prevê também a realização de algumas perguntas sobre o conhecimento dos alunos acerca dos benefícios ou dos fins medicinais dos chás, além de outras questões que os estudantes poderão propor para compor o questionário da pesquisa.

A professora pondera sobre a possibilidade de utilizar esse contexto para explorar, no decorrer da análise de dados, os conceitos de combinatória, com a combinação de sabores de chás, e de probabilidade, com problematizações do tipo: “se escolhermos um aluno da escola ao acaso, qual a chance de ele tomar chá?”. Ela considera que o tempo de execução do projeto será de um semestre.

Discussão e análise da atividade “Quem gosta de tomar chá?”

O *princípio da realidade* foi contemplado, pois o tema faz parte do cotidiano dos estudantes e o contexto para coleta de dados é a própria escola, o que pode ser relevante para os alunos, já que o estudo desenvolvido poderá resultar em transformação da rotina da escola e dos hábitos dos alunos. Além disso, há indicações de que as ideias dos estudantes serão respeitadas, uma vez que algumas ações serão negociadas com eles. Apesar da complexidade da situação, a proposta apresenta algumas limitações que possibilitam aos alunos desenvolver a investigação partindo de seus conhecimentos e construir outros saberes, o que indica a consideração do *princípio do protótipo simples*.

As limitações apresentadas foram feitas por meio da previsão de alguns encaminhamentos que levam a ações específicas; por exemplo, a indicação da pesquisa de opinião, as questões a serem feitas no decorrer do processo, assim como os conceitos a serem sistematizados. Isso mostra a contemplação do *princípio da intervenção*.

Não há indicação de registro dos procedimentos dos alunos na proposta. Nesse caso, o *princípio da documentação do modelo* não foi contemplado implicitamente. No entanto, a dinâmica sugerida favorece os registros (elaboração de entrevista e análise dos dados). O *princípio da construção de modelos* também não foi contemplado na proposta, mas está implícito na análise de dados e na apresentação dos resultados. Nesses dois casos, a

intervenção será imprescindível, particularmente para que a construção de modelos ocorra, já que não foi criada essa necessidade na problematização.

O *princípio da generalização do modelo* também não foi contemplado de forma explícita. No entanto, a proposta de trabalhar com uma amostra para prever o comportamento da população dos estudantes da escola favorece essa construção, mas demandará intervenções específicas.

O *princípio da organização* foi contemplado parcialmente, pois há a indicação de alguns conceitos a serem construídos pelos alunos, de materiais (mudas) e de um instrumento de coleta de dados. Entretanto, alguns dos elementos que caracterizam esse princípio não foram considerados, como: o tempo aproximado das etapas do projeto, o processo de avaliação do aluno e do grupo, e as indicações da obtenção de autorização da direção para o uso do espaço da escola para o plantio das mudas e dos recursos para adquiri-las.

O *princípio da autoavaliação* foi contemplado parcialmente, pois a utilidade do trabalho a ser efetivado está clara e pode ser relevante para os alunos, em função da possibilidade de os resultados promoverem transformações no seu contexto. Entretanto, não há menção à possibilidade de os alunos avaliarem por si sós seus procedimentos, suas estratégias e seus modelos no decorrer do processo.

Atividade do professor Renato: Pênalti é questão de sorte?

O professor Renato apresentou a intenção de trabalhar probabilidade com os alunos do 8º ano. Segundo ele, esses alunos ainda não estudaram esse conceito (ele acompanha a turma desde o 6º ano).

O tema foi escolhido pelo professor a partir da leitura de uma reportagem que discute a final da “Liga dos Campeões da Europa de 2012”, a qual foi decidida nos pênaltis. Ele esclareceu que tem o hábito de discutir sobre futebol com seus alunos, porque eles gostam do assunto. Ademais, o docente acredita que isso o aproxima deles. Por isso ele considerou a situação motivadora e pertinente para o estudo da probabilidade.

Assim, fez um recorte de uma reportagem, em vídeo, na qual o goleiro do time *Chelsea* foi entrevistado e o repórter o cumprimenta pela sorte de acertar o canto do chute

do jogador do time adversário diversas vezes, levando o time a ser o vencedor. A esse comentário, o goleiro responde que acertar o canto do gol não foi uma questão de sorte, mas de técnica. A problematização da situação, feita pelo professor, culminou na questão a ser investigada pelos alunos: “Pênalti é uma questão de sorte?”.

Ao expor sua proposta, o professor também apresentou alguns encaminhamentos para as ações dos alunos, que deverão participar de um experimento na quadra da escola, simulando uma situação de pênaltis. Durante essa simulação alguns alunos registrarão o canto escolhido pelo batedor, que deverá dar dez chutes.

Para o desenvolvimento da atividade, os alunos se organizarão em grupos, sendo que cada um terá um goleiro (aluno da própria turma) e um batedor (aluno de outra turma), este não saberá o que será observado na experiência. Esse cuidado, conforme assinalado pelo professor, será tomado para que esse conhecimento não afete o desempenho do estudante. Sendo assim, cada grupo registrará a quantidade de chutes em cada canto do gol (esquerdo, centro e direito) e posteriormente calculará a porcentagem correspondente a cada canto, atentando para o total de chutes de cada batedor.

O objetivo da experiência, na primeira fase, será verificar o canto de gol que o batedor escolherá, em um número determinado de chutes, e calcular a proporção de cada canto do gol no total de chutes de cada batedor. Desse modo, poder-se-á observar se o batedor apresenta a tendência de escolher um dos cantos do gol. Após o primeiro experimento, os alunos observarão o comportamento dos batedores com base nas porcentagens de chutes em cada canto do gol.

Esse comportamento será posto à prova na segunda fase, que consiste em um experimento em que os batedores, os mesmos participantes da primeira fase, deverão chutar uma única vez, simulando uma situação de pênalti em um jogo real. Assim, o resultado desse chute será comparado com os resultados da primeira fase, a frequência de chutes em cada canto do gol (probabilidade). Essa comparação, conforme indicou o professor, fornecerá subsídios para fomentar a discussão sobre o conceito de probabilidade, o que deverá servir para responder à questão inicial. O professor esclarece que os alunos serão inqueridos para elaborar estratégias e procedimentos para responder ao problema proposto, sendo que suas ideias serão discutidas na sala de aula.

A atividade proposta será usada para introduzir a ideia de probabilidade, sendo que posteriormente outras situações serão promovidas para o aprofundamento do conceito e o estudo de outros tipos de probabilidade no decorrer do projeto, já que a atividade explorará apenas o enfoque experimental. O desenvolvimento da experiência foi comunicado à coordenação da escola.

Discussão e análise da atividade “Pênalti é questão de sorte?”

A atividade do professor Renato contempla o *princípio da realidade*, pois o tema escolhido faz parte do contexto dos alunos, além de ser do interesse deles. No entanto, a problematização, por ser muito genérica, demandará intervenção pedagógica para adequar a situação ao nível dos alunos. Nesse caso, o *princípio do protótipo simples* foi contemplado parcialmente.

O *princípio da organização* foi considerado, já que a proposta apresenta as indicações das ações dos alunos, o local e a forma de obtenção de dados, a formação dos grupos, os materiais a serem usados (vídeos, bola e material escolar); e aponta os conceitos a serem construídos pelos alunos, apesar de não estar explícita a previsão de tempo para execução da atividade (a proposta indica a necessidade de duas aulas para as experiências de coleta de dados). Por conta de a atividade requerer o registro dos resultados advindos da experiência na busca de dados para responder o questionamento inicial e comparar os resultados das duas fases, consideramos que contempla o *princípio da documentação do modelo*.

Quanto ao *princípio da construção do modelo*, é indicado indiretamente que os alunos elaborem modelos matemáticos a partir da realização de experimentos para a coleta dos dados e para a organização destes, o que pode ser favorável para que a construção de modelos ocorra. Também pode contribuir para essa construção a demanda da atividade pela observação de padrões nos chutes dos batedores para responder ao questionamento inicial, o que implica no uso de modelos para a representação do comportamento observado na experiência.

A ressalva da utilidade dos resultados da pesquisa para responder à questão inicial indica a consideração do *princípio da autoavaliação*. No entanto, a proposta de discussão

sobre as ideias, as estratégias e os procedimentos dos alunos no decorrer da investigação mostra a necessidade de intervenções para garantir que a autoavaliação ocorra.

O *princípio da generalização do modelo* está implícito na proposta já que a investigação busca resposta para uma questão genérica. Além disso, estão previstos momentos de sistematização (a comparação do resultado da segunda etapa com as probabilidades calculadas na primeira fase) do conceito de probabilidade “frequentista”. No entanto, inferimos que a inclusão dos resultados de cada batedor, um a um, pode ser uma forma motivadora para que essa generalização seja feita pelos próprios alunos por meio da lei dos grandes números; o que seria favorecido com um número maior de chutes.

Na proposta há indicação da organização dos alunos para o desenvolvimento da atividade, previsão de sistematização de conceitos e ações para atrair a participação dos alunos e para que estes construam os conhecimentos previstos. Apesar de não ser apontada a avaliação do desenvolvimento individual e coletivo dos alunos no planejamento, é possível considerar a contemplação do *princípio da intervenção*, já que a prática avaliativa já está negociada com os alunos desde o início do ano.

Atividade da professora Amanda: Projeto Atletismo

A professora Amanda apresentou a proposta de trabalhar na perspectiva de projetos com uma turma de 9º ano, escolhendo, para tanto, o tema “atletismo”. O tempo estimado para a execução do projeto é de um semestre, com encontros semanais de duas aulas. A escolha dessa turma ocorreu por conta de o grupo já ter vivenciado atividades na perspectiva de projetos em anos anteriores e de o ambiente oportunizar o trabalho em conceitos propostos no planejamento anual, por exemplo, as medidas de tendência central.

A sugestão de investigar o tema “atletismo” está baseada em sua defesa de que a escola deveria investir em esportes individuais em função de seu tamanho (é uma escola rural pequena), pois com poucos alunos por turma é difícil formar times. A professora considera a pertinência da prática desse tipo de esporte na escola para preparar os alunos para participar das competições que acontecem na rede municipal, como o programa “Atleta na escola”. Assim, investigar o tema será uma forma de levar os alunos a conhecer o atletismo para avaliar a possibilidade de adotá-lo como atividade complementar. Além disso, os conceitos matemáticos e estatísticos serão retomados e outros serão construídos no



decorrer do processo de investigação estatística, o qual trabalharia com a população dos estudantes da turma e, posteriormente, com a da escola.

A defesa da professora pela inclusão do atletismo na rotina dos alunos passa por sua vivência com esse esporte e por sua crença de que essa prática poderia contribuir para a melhora da autoestima dos estudantes, os quais poderão se sentir competitivos nos jogos escolares. Assim, a realização de uma pesquisa, feita pela escola, sobre as atividades que os alunos gostariam que fossem ofertadas como atividades complementares<sup>43</sup>, constituiu-se em um contexto oportuno para o desenvolvimento desse trabalho.

O planejamento prevê que inicialmente os grupos optarão por subtemas (modalidades do atletismo) para fazer um estudo, o que possibilitará escolher as variáveis com as quais poderão fazer as relações que considerarem relevantes para a compreensão do tema. Cada grupo pesquisará uma modalidade, e o resultado dessa pesquisa deverá ser socializado na turma e entregue por escrito à professora.

A partir dessa interação, os próprios alunos da turma responderão ao questionário, vivenciarão algumas modalidades de atletismo na quadra da escola e posteriormente farão a análise dos dados. Esse momento servirá para discutir as variáveis escolhidas, refinando o questionário para então aplicá-lo a todos os estudantes da escola. Para isso, a docente contará com a ajuda da professora de Educação Física. Essa experiência fornecerá dados para a investigação sobre o tema atletismo.

Um exemplo de instrumento de coleta de dados foi proposto pela professora para obtenção dos dados, o questionário, apresentando, inclusive, algumas variáveis a serem contempladas. No entanto, foram consideradas a exclusão ou a inserção de outras variáveis, assim como a mudança ou a inclusão de modalidades de atletismo, de acordo com os interesses dos alunos e as condições de execução no espaço da escola.

O formulário individual deverá conter as medições, que serão feitas na quadra, referentes aos resultados das modalidades vivenciadas (corrida, arremesso, salto em altura e salto em distância) e ao aspecto físico (altura e idade). Nesse caso, a pesquisa contará com variáveis quantitativas (discretas e contínuas) e qualitativas, relativas às informações

---

<sup>43</sup> As atividades complementares compreendem práticas de natureza cultural e social, que seriam ofertadas pela escola fora do horário das aulas regulares para os estudantes.

pessoais e preferenciais (sexo e gosto pelo atletismo). Estão incluídas ainda questões abertas que exigem categorização dos resultados.

No que se refere ao planejamento das ações dos alunos, a proposta considera um momento de procedimentos de cálculos manuais, na primeira etapa, e outro de uso da planilha eletrônica na sala de informática da escola, quando organizar-se-ão os dados de todos os estudantes da escola. Essa consideração ocorre em função da quantidade de dados que esta etapa gerará, o que dificultará a organização dos dados manualmente. Também está previsto que as medições relativas ao desempenho nas modalidades de atletismo experimentadas (corrida, salto em altura, salto em distância e arremesso de peso) serão feitas na quadra da escola. O desenvolvimento da atividade foi comunicado à equipe gestora.

Considera-se a possibilidade de negociações sobre materiais a serem usados, local para realizar a atividade e algumas adaptações nas regras das modalidades em função da impossibilidade de executá-las da forma original. A atividade durará um bimestre e, ao final do projeto, os alunos deverão socializar os resultados para a comunidade escolar.

#### Discussão e análise do Projeto “Atletismo”

A proposta contempla o *princípio da realidade*, já que considera um tema do contexto real, significativo e interessante para os alunos, com a devida adequação da situação ao seu nível, de forma a possibilitar a investigação e a construção de conceitos. A limitação das modalidades de atletismo a serem pesquisadas e a justificativa clara do trabalho a ser empreendido mostram a contemplação do *princípio do protótipo simples*.

Os encaminhamentos apresentados para a elaboração do projeto, como a sugestão de algumas questões a serem abordadas para gerenciar o tempo de execução do trabalho dos alunos e a apresentação de estratégias para estimular os alunos, indicam que o *princípio da intervenção* foi levado em conta. O *princípio da organização* também foi contemplado, já que se atentou para questões curriculares por meio da previsão de conceitos e materiais a serem usados; da determinação de etapas do projeto; da estimativa do tempo para executá-lo; e dos critérios para formação de grupos e possíveis ações desses no processo. O *princípio da documentação do modelo* está explicitado na solicitação de entrega do relatório da pesquisa exploratória, assim como na proposta de socialização.

A proposta de socialização na sala de aula e apresentação dos resultados para a comunidade indica a previsão da construção de modelos como forma de organizar os dados, contemplando o *princípio da elaboração do modelo*. No entanto, como não houve uma problematização em que se criasse a necessidade de construção de objetos matemáticos, as estratégias e os procedimentos dos alunos ficam dependentes da intervenção pedagógica para que essa elaboração aconteça. Isso também ocorre com o *princípio da generalização do modelo*, que poderia ser contemplado por meio da comparação dos resultados da turma (amostra) com aqueles referentes à população da escola, o que está relacionado com o conceito da inferência.

Há indícios da consideração do *princípio da autoavaliação* na proposta. Por exemplo, quando foi prevista a negociação para a escolha entre as variáveis usadas na primeira e na segunda etapa do projeto, mas não há indicação de questionamento sobre a adequação dos modelos e das estratégias usados nem de reflexão sobre sua eficácia para obter informações relevantes dos dados.

Discussão sobre as três atividades desenvolvidas

Para ter uma visão geral dos resultados da contemplação dos princípios nas atividades dos três professores, consideramos frutífero reuni-los em um quadro de modo. Nesse sentido, fica evidenciado o comportamento geral nas propostas.

Quadro 1 – Contemplação dos princípios propostos nas atividades elaboradas pelos três professores

PRINCÍPIOS/PROFESSOR	SARA	RODRIGO	AMANDA
Da realidade	Sim	Sim	Sim
Do protótipo simples	Parcial	Parcial	Sim
Da documentação do modelo	Parcial	Sim	Sim
Da construção do modelo	Parcial	Sim	Parcial
Da autoavaliação	Parcial	Parcial	Parcial
Da generalização do modelo	Parcial	Sim	Parcial
Da organização	Parcial	Parcial	Sim

Da intervenção	Sim	Sim	Sim
----------------	-----	-----	-----

Fonte: Elaborado pelas autoras.

De modo geral, as propostas contemplam a maior parte dos princípios, ainda que alguns deles sejam considerados parcialmente. É preciso ponderar que a não inserção de um princípio no planejamento da atividade não implica que as ações nele implícitas não serão efetivadas no desenvolvimento. No entanto, quanto mais claros estiverem os objetivos da atividade e as possibilidades de exploração do tema, mais produtivo será o ambiente e mais amplas as oportunidades de os alunos trabalharem de forma autônoma.

As atividades mostram uma realidade diferente daquela relatada por Silva (2006) e Silva e Dalto (2012), pois elas são abertas e pouco estruturadas, ainda que os princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997), os quais eram de conhecimento dos professores, possibilitassem a elaboração de atividades mais estruturadas.

Os princípios relacionados à construção de modelos foram pouco contemplados nas três atividades (documentação, construção e generalização do modelo), o que nos leva a inferir que há pouca valorização do processo de modelagem em si no planejamento da atividade. Nesse caso, sua construção fica dependente da intervenção pedagógica.

Apesar de não ser possível avaliar o grau de observação dos princípios pelos professores na elaboração das atividades, podemos considerar que levá-los em conta nesse processo pode contribuir na promoção de uma situação rica e desafiadora para a construção de conceitos específicos. No entanto, ampliar essa proposta, incluindo-a no âmbito de um planejamento de atividade que contemple aspectos metodológicos e pedagógicos a partir da inclusão de princípios que delineiam o ambiente no qual a atividade será desenvolvida, pode favorecer a efetivação da modelagem na sala de aula.

## Conclusões

A pequena escala desta pesquisa implica em conclusões limitadas. No entanto, é possível ponderar que os resultados dão algumas indicações relevantes. Por exemplo, a habilidade dos professores em reconhecer as oportunidades de construção de conhecimento em situações do mundo real contraria as observações de Chick e Pierce (2010) sobre a dificuldade de professores em abstrair situações produtivas para a construção de saberes

científicos na realidade. O que também se opõe à inabilidade dos professores para formular problemas abertos, observada por Silva (2006) e Silva e Dalto (2012).

É possível observar que as três atividades apresentadas têm em comum um planejamento aberto. Porém, o desenvolvimento da investigação, em todas elas, depende da intervenção pedagógica para que os procedimentos<sup>44</sup> inerentes à modelagem ocorram.

Por exemplo, a atividade “Pênalti é uma questão de sorte?” apresenta uma problematização em que a investigação poderia ser empreendida pelos alunos, sem a intervenção do professor. Entretanto, nesse caso, não há garantias de que ela passasse pelos raciocínios específicos inerentes à Probabilidade e à Estatística e tampouco pela construção de modelos matemáticos para responder à questão inicial. Por isso as abordagens que garantem minimamente a contemplação dessas ações são previstas no *princípio da intervenção* e devem ser efetivadas no desenvolvimento da atividade. O que também vale para as outras duas atividades apresentadas, que são ainda mais dependentes dessa intervenção pedagógica para se efetivarem.

Quando discutimos essas conclusões com o grupo, observamos que os professores aceitaram a responsabilidade de concretizar o processo de modelagem com a intervenção no decorrer da investigação dos alunos. O que nos faz inferir que as ações indicadas nos princípios propostos por Lesh, Amit e Shorr (1997) podem dar suporte à intervenção, a qual deverá ter como foco o desenvolvimento do raciocínio estatístico, conforme recomendam Wild e Pfannkush (1999).

## Referências

ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, J.C.; CALDEIRA, A.D. ; ARAÚJO, J.L. (Org.) *Modelagem Matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais*. Recife: SBEM, 2007. p. 253-268. (Biblioteca do educador matemático, v.3).

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. *Alexandria*, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 117-134, jul. 2009.

---

<sup>44</sup> Segundo Almeida e Ferruzzi (2009, p. 121), os procedimentos constituem “a busca de informações, a identificação e seleção de variáveis, a elaboração de hipóteses, a simplificação, a obtenção de uma representação matemática (modelo matemático), a resolução do problema por meio de procedimentos adequados e a análise da solução que implica numa validação, identificando a sua aceitabilidade ou não”.

BARBOSA, J. C. As relações dos professores com a Modelagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. *Anais...* Recife: SBEM, 2004. p. 1-11.1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. *Anais...* Caxambu: ANPED, 2001. p. 1-30.

BLUM, W.; FERRI, R. B.. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modeling and application*, Blumenau, v. 1, n. 1, p. 45-58, 2009.

CAMPOS, C. R. *A educação estatística: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em curso de graduação*. 2007. 256 f. Tese (Doutorado)– Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CHAVES, M. I. A. *Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática*. 2012. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas)– Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém, 2012.

CHICK H.; PIERCE, R. Helping Teachers to make Effective use of real-world examples in Statistics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 8., 2010, Ljubljana. *Proceedings...* Ljubljana: IASE, ISI, 2010. p. 1-5.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; ZIEFFLER, A. Developing tertiary-level student's statistical thinking through the use of model-eliciting activities. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 8., 2010, Ljubljana. *Proceedings...* Ljubljana: IASE, ISI, 2010. p. 883-898.

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77-98.

JACOBINI, O. R. *A modelação matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de graduação*. 1999. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos)– Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

KOORO, M. B.; MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. A competência leitora e escritora de alunos da EJA em um ambiente de modelagem matemática. *Leitura, Teoria & Prática*, Campinas, v. 30, p. 1311-1320, 2012.

LESH, R.; AMIT, M.; SCHORR, R. Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In: GAL, I.; GARFIELD, J. (Ed.). *The assessment challenge in statistics education*. Amsterdam: The International Statistical Institute, 1997. p. 65-83.

LOPES, C. E. Reflexões teórico-metodológicas para a educação estatística. In: LOPES, C. E.; CURI, E. (Org.). *Pesquisas em educação matemática: um encontro entre a teoria e a prática*. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008. p. 67-86.

MALHEIROS, A. P. S. *Educação matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem*. 2008. 187 f Tese (Doutorado)– Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MENDONÇA, L. O. *A Educação estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio*. 2008. 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)– Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. Modelagem Matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. *Bolema*, Rio Claro, SP, v. 24, n. 40, p. 701-724, ago. 2011.

MENDONÇA, M. C. *Problematização: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática*. 1993. Tese (Doutorado)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1993.

MEYER, J. F. C. A. Entrevista. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. *Anais...* Ouro Preto: UFOP, UFMG, nov. 2007. p. 1-2.

OLIVEIRA, A. M. P. *Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos Professores*. 2010. 187f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2010.

OLIVEIRA, A. M. P.; PRADO, A. S.; SILVA, L.A. Planejamento, organização e condução do ambiente de modelagem nas práticas pedagógicas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria. *Anais...* Santa Maria: Unifra, UFRGS, 2013. 1 CD-ROM. p. 1-15.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Contribuições da Modelagem Matemática para a prática reflexiva dos professores: algumas considerações. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). *Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática*. Londrina: Eduel, 2011. p. 201-223.

SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. F. Uma experiência com a elaboração de perguntas em modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. *Anais...* Londrina: Unesp, 2009. p. 1-17. 1 CD-ROM.

SILVA, D. K.; DALTO, J. O. Modelagem matemática na formação de professores: compartilhando uma experiência. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). *Práticas de modelagem matemática na Educação Matemática*. Londrina: Eduel, 2011. p. 181-200.

SILVA, D. K. Formação continuada: o papel da investigação nas atividades de modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. *Anais...* Águas de Lindóia: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006. p. 1-11. 1 CD-ROM.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, Mexico, n. 67, p. 223-65, 1999. Disponível em: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild.pfnnkuch.pdf>. Acesso em: jan. 2013.

## A AÇÃO PEDAGÓGICA NO DESENVOLVIMENTO DA MODELAGEM MATEMÁTICA <sup>45</sup>

### ACTION TEACHING IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL MODELING

#### Resumo

Este trabalho buscou ampliar compreensões acerca da ação pedagógica em ambientes de aprendizagem na perspectiva de modelagem matemática. Para isso, realizou-se uma pesquisa de natureza qualitativa. Tomaram-se, como objeto de análise, os diálogos, realizados em um contexto específico de ensino e aprendizagem, entre uma professora e seus alunos de uma turma de quinto ano de uma escola municipal. A pesquisa possibilitou observar que, no desenvolvimento da tarefa de modelagem, a intervenção pedagógica variou de acordo com as necessidades dos estudantes e os objetivos da atividade. Essa constatação leva à conclusão de que essa mudança de postura é decorrente da natureza dinâmica da modelagem e que a intervenção estratégica deve prevalecer no processo, para o desenvolvimento dos raciocínios específicos, levando em conta a autonomia dos estudantes.

**Palavras-chave:** Intervenção pedagógica. Modelagem matemática. Educação Estatística. Autonomia.

#### Abstract

This work aimed to enlarge the understanding about the pedagogical action in learning environments in the perspective of mathematical modeling. For that, it was carried out a qualitative research. It was taken, as the analysis object, the dialogues, performed in a specific context of teaching and learning, between a teacher and her students from a 5<sup>th</sup> grade in the elementary school class in a public school. The research allowed us to observe that, in the development of the modeling task, the educational intervention varied according to the needs of the students and the activity goals. This finding leads to the conclusion that this change of attitude is a result of the dynamic nature of modeling and that the strategic intervention should prevail in the process, for the development of specific reasoning, taking into account the autonomy of students.

**Key words:** Pedagogical intervention. Mathematical modeling. Statistics education. Autonomy.

#### 1 Introdução

A sala de aula é um contexto complexo, no qual estão envolvidos diversos interesses, sentimentos e objetivos. Nesse cenário, o professor, mentor e articulador do ambiente de aprendizagem, depara-se constantemente com situações em que precisa se posicionar, direcionar, instigar e envolver. Essa complexidade se intensifica em um ambiente no qual se admite a perspectiva investigativa, como é o caso da modelagem matemática, já que essa pressupõe uma dinâmica dialógica e autônoma dos alunos. No entanto, é preciso garantir a contemplação de conceitos, procedimentos e atitudes específicas. O que demanda uma intervenção instigadora, que leve em conta não só os objetivos da atividade e as necessidades dos alunos, mas também sua autonomia nesse processo.

Porém, talvez em função da dinâmica característica das atividades de modelagem matemática<sup>46</sup>, sua concretização nas salas de aula ainda é insipiente, como observam Blum e Ferri (2009) e Silva e Dalto (2011). Estudos empíricos mostram que alguns professores, apesar de considerarem a modelagem uma experiência positiva, não se sentem seguros para adotá-la em sua prática, como observa Barbosa (2002). Roma (2003), por sua vez, constata que professores egressos de cursos de especialização em modelagem não a adotam em suas práticas de forma integral, mas acrescentam algumas de suas características à sua atuação pedagógica.

<sup>45</sup> Este artigo origina-se do projeto de pesquisa “O desenvolvimento profissional do professor de Matemática em Educação Estatística” financiado pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) no âmbito do Doutorado do Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

<sup>46</sup> A partir desse ponto, por vezes, usaremos o termo modelagem no sentido de modelagem matemática, para evitar repetição.



Ainda assim, a modelagem tem sido defendida por diversos professores e pesquisadores que a tomam como uma possibilidade relevante para a construção do conhecimento matemático e geral dos alunos. Concordamos com essa defesa, entretanto, consideramos a necessidade de esclarecimentos sobre a dinâmica da sala de aula no desenvolvimento de atividades que sigam essa perspectiva.

As discussões presentes na Educação Matemática sobre modelagem mostram que a complexidade que percebíamos ao vivenciar o desenvolvimento de atividades dessa natureza é amplamente reconhecida, assim como seu potencial pedagógico. É necessário, portanto, ampliar as discussões sobre a ação pedagógica baseada nessa perspectiva, sendo o cerne dessa questão a dinâmica da sala de aula. A relevância deste trabalho está em construir elementos para fomentar essa discussão.

Ao buscar os motivos que levam professores favoráveis à modelagem a não adotarem-na em sua rotina de trabalho, Barbosa (2004) faz um levantamento de estudos que tratam desse tema. O resultado dessa investigação apresenta três aspectos recorrentes:

- falta de clareza sobre a operacionalização dessas atividades no contexto escolar, onde, em geral, predomina programas pré-estabelecidos e cujas rotinas já estão estabelecidas;
- dúvidas sobre os conhecimentos dos professores para conduzir as atividades;
- não se sabe como os alunos, colegas de trabalho, coordenadores e pais reagirão à proposta. (BARBOSA, 2004, p. 5).

Os fatores apresentados evidenciam que o currículo escolar, em função de sua rigidez, é uma barreira para a adoção da modelagem na prática docente. Também há preocupação com a aceitação da comunidade escolar e da família dos alunos. Além disso, por vezes, o professor sente-se inseguro quanto aos conhecimentos necessários e aos encaminhamentos adequados para fazer modelagem na sala de aula.

A primeira barreira apresentada, o currículo escolar, é uma realidade em todas as regiões do Brasil, portanto, não é possível ignorá-lo quando se planeja uma atividade para os alunos. Nesse caso, a adoção de uma perspectiva pedagógica é uma questão de adequação. No que se refere à modelagem, entendemos que é possível escolher a abordagem apropriada para o contexto em que ela será aplicada, o que pode possibilitar sua inserção na prática cotidiana da escola, atendendo à cultura do contexto. Esse encaminhamento também pode ser útil para amenizar as incertezas relacionadas à aceitação da comunidade escolar e da família no que se tange à adoção da modelagem no processo de ensino e aprendizagem, ideia também partilhada por Almeida e Vertuan (2010).

No que se refere à insegurança sobre os conhecimentos necessários para usar a modelagem, defendemos a proposta de que a prática com modelagem é um meio de formação também para o professor, em concordância com Chaves (2012) e Chaves e Santos (2009). O que implica em considerá-la um desafio que pode contribuir para a formação profissional do docente, conforme Larrosa (1998).

Nesse sentido, entendemos que a adoção da modelagem pode ocorrer em um processo gradativo, iniciando com atividades mais estruturadas, nas quais o professor elabora o problema previamente. Com isso, é criado um plano de ação que lhe dê suporte na implementação, direcionando-o para situações cada vez menos estruturadas até que ele se sinta à vontade para promover atividades escolhidas pelos alunos em situações em que eles assumam todo o processo. Assim, os encaminhamentos auxiliares para que os alunos problematizem a situação e construam estratégias de ação no desenvolvimento da investigação são elaborados no decorrer do processo, o que não impossibilita o planejamento prévio de ações mais gerais.

Desse modo, interessa-nos, neste trabalho, discutir algumas questões relativas ao fazer modelagem na sala de aula, com especial atenção às relações entre a ação pedagógica e o processo de construção dos alunos. Para isso, tomamos alguns episódios ocorridos no desenvolvimento de um projeto, elaborado a partir da perspectiva de modelagem em sala de aula, de uma professora participante de um grupo de natureza colaborativa. Os diálogos ocorridos na ação empreendida, nossa observação e o material produzido pela professora e por seus alunos constituem-se em objetos de análises e discussões.

Para tanto, inicialmente esclareceremos a metodologia de pesquisa. Além disso, serão caracterizados o contexto e os sujeitos observados.

## 2 Metodologia

Esta é uma pesquisa de natureza qualitativa, levando em conta os pressupostos de Garnica (2004). A opção por essa abordagem decorre da priorização dos procedimentos descritivos e da assunção da inferência subjetiva dos pesquisadores, particularmente por eles se inserirem no contexto pesquisado. Com isso, a pesquisa efetivada configura-se como um estudo de caso, em função de sua especificidade e de seu nível de detalhamento. Nesse caso, ela é, conforme Ponte (2005, p. 107),

uma investigação que se assume como particularíssima, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir o que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de um certo fenômeno de interesse.

Este trabalho é parte de uma pesquisa de doutorado que buscou compreender o envolvimento de professores da Educação Básica, participantes de um grupo de natureza colaborativa, em um ambiente de discussões e ações referentes à modelagem para a efetivação da Educação Estatística na sala de aula. O grupo é composto por cinco professores da Educação Básica, além das duas autoras.

Durante o período de discussão sobre a modelagem no grupo, foram proporcionadas cinco ações consideradas relevantes, na literatura, para a formação de juízo acerca dessa abordagem, a saber: vivência em atividades de modelagem, reflexão sobre casos de ensino, análise de modelos matemáticos prontos, elaboração de atividades e intervenções em sala de aula (BARBOSA, 2001; BASSANEZI, 2004; CHAVES, 2012). As ações apresentadas foram vivenciadas no grupo com apoio de textos teóricos. O que gerou uma discussão pautada na reflexão sobre questões conceituais, metodológicas e pedagógicas inerentes à modelagem, adotando a perspectiva reflexiva de Shön (1997) e Freire (1979).

Neste trabalho, nos limitaremos a discutir a ação *intervenções em sala de aula usando modelagem*. Essa escolha ocorre em função da necessidade de detalhamento da discussão, o que inviabiliza a abrangência de todas as vivências. A efetivação dessa ação ocorreu durante o período de reflexão sobre modelagem com atividades elaboradas no espaço de discussão. Para isso, analisaremos o projeto de uma das professoras do grupo. Descrevemos a seguir o contexto específico em que ele ocorreu.

## 2.1 A construção dos dados

Assumindo os pressupostos indicados na seção anterior, tomaremos para reflexão e análise episódios ocorridos no contexto da sala de aula em que uma professora e seus alunos interagiram em um momento específico. Este se constituiu a partir da socialização dos modelos matemáticos construídos pelos alunos no desenvolvimento de um projeto concebido sob a perspectiva de modelagem.

A proposta de trabalho que será analisada foi realizada pela professora aqui denominada “Silvia”. Ela é formada em Pedagogia, tem sete anos de magistério, trabalha na rede municipal da Cidade de Campinas-SP. Em sua prática pedagógica, declara fazer uso de material manipulável, jogos, livro didático, jornais, revistas dentre outros materiais. Considera sua prática diferente daquela vivenciada em sua formação, que foi tecnicista, pois usa resolução de problemas, material concreto, desafios e situações de interesse dos alunos. A professora busca diversas formas de ampliar seu conhecimento em sua área de atuação, por isso faz pós-graduação *lato sensu* e participa de dois grupos de estudos.

A ação pedagógica analisada foi elaborada com uma turma de quinto ano do Ensino Fundamental I<sup>47</sup>, com 20 alunos em uma escola pública municipal. A docente propôs desenvolver um projeto no qual os estudantes vivenciassem as etapas de uma investigação estatística. Para tanto, considerando a proposta de Mendonça (2008) para a implementação da Educação Estatística em ambientes de modelagem, os alunos teriam contato com as seguintes etapas: escolha do tema, elaboração do instrumento de coleta de dados, pesquisa de campo, análise dos dados e comunicação dos resultados.

Constituíram-se em dados empíricos para este estudo, os diálogos<sup>48</sup> entre a professora e seus alunos no momento em que os estudantes socializaram os resultados de suas pesquisas. A implementação da atividade foi gravada em vídeo. Além disso, os episódios apresentados foram observados, discutidos no grupo e, posteriormente, transcritos, na tentativa de buscar compreensão sobre o delineamento do processo empreendido no ambiente de aprendizagem, com especial atenção na intervenção pedagógica e em sua influência na construção do conhecimento pelos alunos.

Para essa análise, apoiar-nos-emos na noção de *percurso discursivo* de Barbosa (2006) e na proposta de Blum e Ferri (2009) sobre os diferentes tipos de intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem. Temos como base também outros pressupostos teóricos que apresentaremos em seguida.

## 3 Referencial teórico

<sup>47</sup> O Ensino Fundamental I compreende do primeiro ao quinto ano.

<sup>48</sup> Os nomes apresentados nos diálogos são fictícios para preservar a identidade da professora e dos alunos.

Estudos empíricos mostram inseguranças de alguns professores para a adoção da modelagem em sua prática, ainda que já tenham alguma vivência com ela (BARBOSA, 2001; OLIVEIRA, 2010; ROMA, 2003). São muitas as dúvidas apresentadas por esses professores, por exemplo: quem deve escolher o tema? Como problematizar situações reais? Como ajudar os alunos a problematizar uma situação real de forma que a matemática seja necessária? Como garantir a construção de novos conceitos sem direcionar os alunos? Como intervir para que os alunos construam o conhecimento matemático proposto no currículo?

Essas e outras questões são constantemente proferidas por professores, particularmente por aqueles que atuam no ensino básico. Não é objetivo deste trabalho responder a todas essas perguntas. Limitamo-nos aqui a discutir a ação pedagógica na sala de aula em um momento específico, o que pode contribuir para esclarecer algumas dessas dúvidas e outras relativas ao fazer modelagem nesse ambiente.

Diante dessas considerações, ponderamos sobre a necessidade de ampliar a discussão sobre essa temática. O que se justifica, pois a modelagem tem sido considerada uma possibilidade inovadora de construção do conhecimento matemático por diversos documentos de orientações curriculares; pesquisadores, no âmbito nacional e internacional; e professores que atuam nos diferentes níveis de ensino (BARBOSA, 2001, 2004; BLUM; FERRI, 2009; MENDONÇA, 2008, 2011; OLIVEIRA, 2010).

Oliveira (2010) considera que a prática pedagógica com modelagem matemática implica em algumas tensões e dilemas. A pesquisadora observa alguns professores iniciando um processo de incorporação da modelagem em sua prática. Ela busca constatar, identificar, descrever e analisar *situações de tensão*, com o intuito de abstrair dos discursos dos professores suas inquietações, dúvidas e/ou inseguranças. Em seu processo de análise, a autora apresenta três dimensões das práticas pedagógicas com modelagem matemática: planejamento das ações, ações da prática pedagógica e abordagem das ações dos alunos.

No que se refere às ações da prática pedagógica – as quais são de interesse deste estudo –, sua pesquisa mostra que o professor, no desenvolvimento das atividades de modelagem, as “recontextualiza”, atribuindo-lhes significado próprio. No entanto, esse não é um processo simples, em função das vivências anteriores com outras formas de ação pedagógica já consolidadas.

Um exemplo de situação de tensão pode ocorrer quando o professor elabora uma atividade com um determinado objetivo – esperando pelo uso de procedimentos específicos ou de conceitos particulares, ou ainda pela construção de modelos – e os alunos vão por outro caminho, não contemplando a expectativa do docente. Esse tipo de situação ocorre também quando o grupo, ou o aluno em particular, não consegue evoluir na resolução do problema e o professor tem dúvidas do que fazer para ajudá-lo. Nesse caso, ele pondera sobre sua intervenção, considerando a autonomia dos alunos aspecto fundamental na perspectiva da modelagem; no entanto, reconhece a necessidade de promover condições para que os alunos desenvolvam conhecimentos, construam modelos e elaborem estratégias na busca da resolução dos problemas.

Alguns pesquisadores recomendam a apresentação de situações análogas no decorrer do processo de modelagem, as quais poderão servir de parâmetro para o desenvolvimento da situação em estudo, entendendo que os raciocínios empregados em um caso podem ser transferidos para outro (BIENBENGUT; HEN, 2000). Advogamos por uma intervenção questionadora, que leve os alunos a buscarem seus conhecimentos e, a partir deles, construir novos saberes, em um processo de estímulo à reflexão e à ação (MENDONÇA, 2011).

Nos casos em que as intervenções não conseguem fazer os alunos evoluírem para a construção dos conhecimentos ou dos procedimentos necessários ao processo, consideramos pertinente que o professor faça sugestões. O que é uma forma de manter o grupo motivado e ativo, ainda que a intervenção seja mais direta, levando em conta a proposta de Skovsmose (2000) de criar um “cenário de investigação”. Esse cenário compreende intervenções a partir de questionamentos como: o que acontece se vocês usarem o seguinte teorema? Verifiquem o que acontece se a variável assumir valor negativo! O que isso significa? Como aquele problema similar foi resolvido?

Às vezes uma intervenção dessa natureza, apesar de ser em alguma medida diretiva, pode levar os alunos a saírem de um impasse que os impeça de evoluir e encontrar estímulo para continuar a investigação. Essa ideia está de acordo com a perspectiva de Blum e Ferri (2009) e Skovsmose (2000).

As discussões apresentadas sobre desenvolvimento da modelagem na sala de aula e diversos outros aspectos que envolvem essa prática – como a insegurança do professor em relação aos questionamentos dos alunos, a apatia ou a recusa desses no desenvolvimento do processo e as dúvidas sobre o momento adequado para sistematizar conceitos, conforme Blum e Ferri (2009), ocorrem porque a modelagem também não é fácil para o professor. O que evidencia a importância de ampliar os debates sobre o uso dessa perspectiva em sala de aula.

Tais considerações indicam a necessidade de promover ambientes que levem os professores a vivenciarem a prática de modelagem e a refletir sobre o processo empreendido pelos alunos ao desenvolver essas atividades. Além disso, é significativa a reflexão sobre a influência da intervenção pedagógica nesse processo, pois esse aspecto ainda não está esclarecido no meio acadêmico, o que pode gerar equívocos por excesso (o professor direciona exageradamente o trabalho dos alunos) ou por falta (os alunos são levados a trabalhar sozinhos com a proposta de desenvolver a autonomia).

Tomemos para reflexão duas propostas de intervenção em atividades de modelagem. Essas têm bases epistemológicas antagônicas no que se refere ao foco e aos objetivos da modelagem, mas que ainda assim se complementam. Estamos nos referindo à proposta de Blum e Ferri (2009), embasada na intervenção a partir de aspectos cognitivos presentes no processo de modelagem dos alunos, e ao constructo do *percurso discursivo* de Barbosa (2006), que se encaminha pelos discursos produzidos no decorrer do processo investigativo dos alunos. Passemos a discutir essas duas concepções e, a partir delas, faremos nossa inferência, levando em conta os dados obtidos.

### 3.1 A intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem

O contexto da ação pedagógica, a sala de aula, está envolto em uma enorme gama de interesses e objetivos, que nem sempre são convergentes, particularmente em atividades abertas. Nesse cenário, o professor depara-se com situações complexas, em que precisa se posicionar, tomar decisões rápidas de modo a promover condições para os alunos evoluírem na construção do conhecimento. Nesse sentido, Blum e Ferri (2009) e Ferri (2008) consideram que a intervenção pedagógica no desenvolvimento de atividades de modelagem requer alguns conhecimentos específicos dessa opção metodológica.

Um desses saberes é a *clareza do ciclo de modelagem*<sup>49</sup>. Na perspectiva dos autores, esse conhecimento possibilita fazer diagnósticos adequados das necessidades dos alunos, o que permite uma intervenção apropriada para ajudá-los a evoluir de uma etapa para outra.

Concordamos que a clareza no processo cognitivo, inerente a cada uma das etapas, possibilita ao professor realizar uma inferência que possa contribuir para o desenvolvimento dos alunos no trabalho investigativo.

Blum e Ferri (2009) pontuam também a necessidade do *conhecimento dos estilos de pensamento matemático dos alunos*. Essa proposta considera que os diferentes modos de pensar a matemática sejam conhecidos pelo professor para que, a partir deles, possa intervir para estimular a evolução dos estudantes no processo de modelagem.

São três os estilos de pensamento: visual, analítico e integrado. As pessoas que possuem *pensamento visual* raciocinam por imagens mentais e representações “externalizadas”, têm uma visão geral sobre as situações-problemas e concentram-se mais na parte do mundo real, em um processo de modelagem. Enquanto as que têm *estilo analítico*, preferem fazer cálculos mentais, são capazes de entender e expressar fatos matemáticos de modo simbólico ou verbal e têm preferência por processos passo a passo para resolver os problemas. Estas, no desenvolvimento das tarefas de modelagem, costumam focar mais na parte matemática do problema. Por fim, as pessoas com estilo de *pensamento integrado* são capazes de tramitar pelos dois estilos de pensamentos descritos.

O conhecimento do modo de pensar do aluno é importante para o professor compreender respostas e procedimentos adotados por ele. Assim, o docente pode elaborar sua estratégia de ação para intervir de forma produtiva.

Ademais, Blum e Ferri (2009) expressam a importância do *conhecimento do próprio estilo de pensamento matemático*. Esse fator ajuda o professor a encontrar o equilíbrio, a pensar e a agir ao lidar com a Matemática, além de auxiliar na comunicação e na compreensão de estilos de pensamento matemático de seus alunos.

<sup>49</sup> O ciclo de modelagem, conforme Ferri (2006), compreende as seguintes etapas: a compreensão da situação-problema, a simplificação dessa situação e sua “matematização”; além da elaboração do modelo genérico, da interpretação do modelo matemático obtido com relação à situação inicial e de sua validação. Ainda que diversas maneiras de ver o processo de modelagem sejam concebidas, de forma geral, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem inclui compreensão da situação, simplificação, problematização, “matematização”, interpretação, validação e comunicação. O que tem semelhanças com o ciclo de modelagem proposto por Ferri (2006).

Ponderamos que a reflexão sobre a própria forma de raciocinar e atuar diante de uma situação problemática pode favorecer a percepção do estilo de pensamento dos alunos. No entanto, o docente deve atentar para não impor seu próprio estilo e desvalorizar os dos alunos.

Os autores também afirmam que é significativo possuir *conhecimento dos diversos estilos de intervenção*. Ter um amplo leque de estilos de intervenção é importante, para lidar com as diferentes situações de ensino com tarefas de modelagem. Os pesquisadores consideram ainda a necessidade de consciência do *estilo de intervenção* preferido para encontrar equilíbrio entre sua intervenção e a independência dos alunos. Nesse sentido, Blum e Ferri (2009, p. 52, tradução nossa, grifos dos autores) salientam:

Para um ensino de qualidade, é fundamental que um equilíbrio permanente entre a orientação (mínima) do professor e a independência (máxima) dos alunos seja mantido, de acordo com a célebre máxima de Maria Montessori: “Ajuda-me a fazer isso por mim”. Em particular, quando alunos estão lidando com tarefas de modelagem, esse equilíbrio é mais bem alcançado adaptando a intervenção do professor para preservar a independência dos alunos. Nesse contexto, *intervenções estratégicas* são as mais adequadas, o que muitas vezes significa fazer intervenções que dão dicas para os estudantes em um meta-nível.

Nessa concepção, a intervenção no desenvolvimento da modelagem na sala de aula deve provocar os alunos para evoluir rumo aos objetivos da atividade proposta. O que pode ser feito por meio de dicas como: “Imagine a situação! o que você visa? o que você tem? o que ainda está faltando? será que esse resultado se encaixa com a situação real?” (BLUM; FERRI, 2009, p. 52. Tradução nossa).

Compreendemos que esse processo está relacionado à necessidade de uma problematização<sup>50</sup>, feita pelo professor, da situação investigada no decorrer do processo, de forma a criar condições para os alunos desenvolverem raciocínios específicos, sem, no entanto, direcioná-los. Conforme Mendonça (1993), esse é o caminho para se fazer modelagem na sala de aula na Educação Básica. Nesse caso, é vivenciando o desenvolvimento de atividades dessa natureza que o professor constrói o repertório de possibilidades de intervenção em cada situação nova que surge.

Enquanto na perspectiva de Blum e Ferri (2009) a intervenção no desenvolvimento de atividades de modelagem é orientada pelos *estilos de pensamento* dos alunos e dos professores e pelos *estilos de intervenção* destes, Barbosa (2006) adota como orientação para a intervenção os *percursos discursivos*.

Para Barbosa e Santos (2007, p. 5), *percurso discursivo* é: “uma progressão dos discursos produzidos pelos alunos e/ou professor no ambiente social”. Essa visão está pautada na abordagem de Skovsmose (1990) sobre a natureza do processo de Modelagem em termos de conhecimento matemático, técnico e reflexivo. Assim, Barbosa (2006), em um processo análogo, a define a partir das práticas discursivas. Dessa forma, as discussões no processo de modelagem, de acordo com Barbosa e Santos (2007, p. 5), podem ser:

- matemáticas: referem-se às *ideias* pertencentes ao campo da matemática pura.
- técnicas: referem-se à construção do modelo matemático, em particular à transição da situação para a representação matemática;
- reflexivas: referem-se à natureza do modelo matemático, aos critérios utilizados em sua construção e suas consequências.

Os autores consideram que o foco da perspectiva sociocrítica de modelagem está nas discussões reflexivas; no entanto, as discussões matemáticas e técnicas lhes dão suporte. Cabe ressaltar que em Barbosa (2007) foram acrescentadas as *discussões paralelas*, que não têm relação com a atividade, mas estão presentes no ambiente de modelagem.

É possível ponderar que a observação das discussões nos grupos dão indicações do envolvimento dos alunos com o trabalho, de sua evolução e de suas necessidades. O que determina a intervenção adequada de acordo com os objetivos da atividade e da perspectiva de modelagem adotada. Nesse sentido, Barbosa (2006, p. 9) esclarece:

A possibilidade de constituir atividades de modelagem na perspectiva sociocrítica está associada à presença das discussões reflexivas. É difícil imaginar esta perspectiva operando em sala de aula sem que questões dessa natureza estejam presentes. Porém, não me refiro à mera figuração nos espaços de interações; essas discussões devem ter um lugar primário, usando as demais para apoiá-la.

<sup>50</sup> “A problematização supõe um espaço cheio de presença e pensamentos que levem a relações e referências comuns. Ela vai ‘arrancando’ pensamentos que os interlocutores não sabiam possuir e, em troca ela vai atribuindo pensamento, vai fazendo pensar”. (MENDONÇA, 1992, p. 224, grifos da autora).

Os autores chamam a atenção para o foco da perspectiva sociocrítica<sup>51</sup>. No entanto, é pertinente considerar que os três tipos de discussões permeiam o desenvolvimento das atividades de modelagem em todas as perspectivas presentes na Educação Matemática, elencadas por Kaiser e Sriraman (2006). Por exemplo, na perspectiva cognitiva de modelagem, as *discussões técnicas* são o foco de interesse, já que, nessa ótica, o processo centra-se no desenvolvimento da competência de modelagem em si. Enquanto a perspectiva epistemológica centra-se nas discussões matemáticas, pois seu interesse é a construção do modelo matemático ou a teoria matemática.

Enfim, é notório que as discussões presentes na interação entre os alunos e entre esses e o professor, assim como nos relatórios produzidos por eles, constituem-se em um importante meio para a ação do professor. Esses aspectos interessam particularmente a este trabalho em função da consideração da relação direta entre a intervenção e o desenvolvimento autônomo dos alunos.

#### 4 Apresentação dos dados

Conforme já pontuado, a análise partirá das discussões de uma professora com seus alunos. Essas foram realizadas em um episódio de sala de aula de uma turma de quinto ano envolvida no desenvolvimento de um projeto de modelagem. O foco de nossa análise é a ação pedagógica empreendida. Para tanto, tomaremos os *percursos discursivos* em momentos específicos do desenvolvimento do projeto, nos quais a professora interfere na construção dos alunos. Consideramos conveniente apresentar a proposta de trabalho da professora para situar o leitor no “ambiente” que originou a ação apresentada e discutida em seguida.

Os dados serão analisados sob a ótica do construto *percursos discursivos* de Barbosa (2006) e dos *estilos de intervenção* apresentados por Blum e Ferri (2009). Essa escolha se dá em função de considerarmos que observar, sob essas duas perspectivas, o fazer pedagógico no desenvolvimento da atividade pode fornecer elementos para ampliar a compreensão sobre a intervenção pedagógica em atividades de modelagem.

##### 4.1 O projeto “Brincadeiras”

A professora Silvia apresentou sua proposta para o grupo informando sua intenção de trabalhar com seus alunos do quinto ano C de uma escola municipal. O projeto tinha como objetivo investigar qual a brincadeira mais popular entre os alunos de quinto ano da escola. Conforme a professora, o tema foi escolhido (por eleição) pelos alunos, dentre outros sugeridos por ela, por ser de interesse deles. O trabalho seria feito em grupos de cinco alunos, sendo o projeto dividido em dois momentos.

No primeiro, seria feita uma votação para escolher a brincadeira preferida da própria turma, sendo que cada grupo deveria fazer um texto instrucional para cada uma das três brincadeiras mais votadas na turma. Ao final, esse material seria reescrito coletivamente, compondo um texto por brincadeira. Esses registros explicariam as regras de cada brincadeira e serviriam de base para uma apresentação que os alunos fariam nas salas das outras duas turmas de quinto ano da escola.

No segundo momento, as duas turmas de quinto ano (A e B) seriam os sujeitos da pesquisa. Para o questionário seriam elaboradas, coletivamente, no máximo dez perguntas envolvendo questões quantitativas e qualitativas, abertas e fechadas. Nessa segunda fase, o objetivo seria descobrir qual a brincadeira preferida dos estudantes de quinto ano da escola. Os dados seriam coletados por meio de entrevista, e os alunos fariam a análise deles e a comunicação dos resultados para a própria turma (socialização e discussão) e depois para os colegas das outras turmas. Por fim, eles iriam ao pátio da escola se entreter com a brincadeira mais votada.

##### 4.2 Os *percursos discursivos* na socialização dos modelos construídos pelos alunos

O diálogo esteve presente nas diversas etapas do desenvolvimento da atividade. Apresentamos inicialmente a discussão ocorrida no momento em que a professora socializou os modelos matemáticos construídos pelas crianças na aula anterior e expôs os dados coletados na pesquisa.

A dinâmica da socialização dessa aula ocorreu com a apresentação de cada grupo, que foi à frente da sala com dois alunos segurando uma cartolina com seu gráfico ou sua tabela. A partir daí, a professora

---

<sup>51</sup> A perspectiva sociocrítica tem como principal objetivo pedagógico a compreensão crítica do mundo. Nesse entendimento, o conhecimento dos objetos e dos conceitos da matemática tem papel importante, em função dessa embasar as Ciências de modo geral.

convidava os outros alunos para falarem o que entenderam do modelo exposto, sendo os membros do grupo chamados para esclarecer as dúvidas dos colegas, e, quando necessário, a docente intervia.

De forma geral, os alunos relacionavam as representações com o contexto pesquisado, sendo essas o gráfico do 5º A e a tabela do 5º B. A observação dos alunos, ao fazer a leitura do gráfico, foi sempre na busca de identificar o maior valor, a brincadeira mais votada e a menos votada. As quantidades intermediárias eram desconsideradas em suas análises. Nesses casos, a professora chamava a atenção para a proximidade ou o distanciamento dessas quantidades em relação aos valores destacados pelos alunos.

Durante a apresentação, à medida que os alunos falavam de sua compreensão, a professora sistematizava os conceitos. Para isso, falava dos elementos que precisavam estar no gráfico, usando as terminologias adequadas: legenda, título do gráfico, maior e menor coluna, eixos etc. Discutiu ainda a distância entre as colunas, sua largura e a graduação do eixo. A intervenção era questionadora, apesar de às vezes dar indicações da solução ou responder diretamente sua própria pergunta, quando não obtinha respostas.

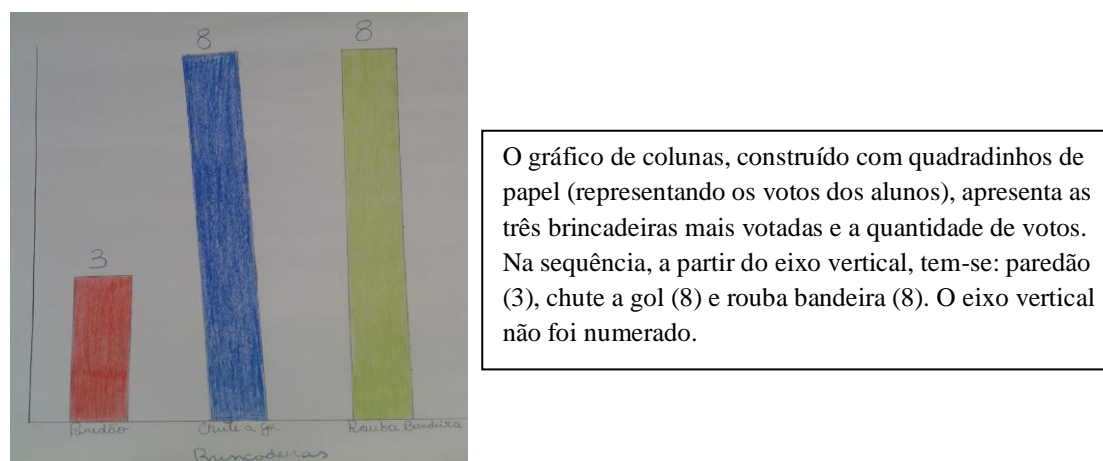
Um recorte desse diálogo está transcrito a seguir. Em meio à transcrição, faremos apontamentos com foco na intervenção da professora e depois faremos a análise com base no referencial teórico.

#### 4.2.1 Episódio “Socialização dos resultados”

Um grupo apresenta seu resultado por meio de um gráfico com colunas inclinadas. A professora inicia um diálogo buscando levar os alunos a perceberem essa inadequação.

**Prof.ª:** *E esse aqui ó, tá retinho? Tá Ana?* [se dirigindo a uma aluna participante do grupo que elaborou o modelo].<sup>52</sup>

Figura 1 – Gráfico das brincadeiras preferidas do quinto ano A.



Fonte: Elaborado pelo grupo 1

**Ana:** *Não. Olha aqui ó* [apontando para a segunda coluna do gráfico].

**Prof.ª:** *David, você acha que é importante estar certinho?*

**David:** *Se ficar torto vai ficar inclinado, aí a gente chega no sete* [o número em cima da coluna era oito].

**Ana:** *Ele disse que, se ficar torto, acontece o que?*

**David:** *Se ficar torto só chega no sete* [fazendo uma linha na horizontal com a mão, da ponta da coluna até eixo vertical].

**Prof.ª:** *Ah! Vai ficar inclinada e pode dar um número a menos!* [mostrando espanto pela explicação do aluno]. *Porque quando a gente faz, se tem a mesma quantidade, tem que tá na mesma direção, não é?* [comparando as duas colunas com o mesmo valor].

A professora se surpreende com a explicação de Davi, mas não explora o termo “inclinado”, introduzido por ele.

**Ana:** *Mas, se alguém vem dizer não está assim...* [mostrando com a mão a posição vertical] *Chute a gol,* [apontando uma das colunas] *dá pra ler...* [indicando o número acima da coluna inclinada]. *Não saber ler*

<sup>52</sup> Optamos por não apresentar os diálogos com recuo de quatro cm para facilitar a leitura da discussão.

não? [...] *Tem o oito, dá pra ver!* [colocando a régua sobre as colunas do gráfico e assinalando o número acima da coluna, tentando mostrar que elas tinham o mesmo tamanho].

**Prof.<sup>a</sup>:** *Mas e se não tivessem os números?*

**Ana:** *Olha! Você percebeu?* [mostrando o quadrinho de papel colado na coluna do gráfico na cartolina]

**Prof.<sup>a</sup>:** *Mas, às vezes não tem a divisão, a gente só vê a coluna inteira. Aí, não dá pra contar!*

O esclarecimento referia-se aos quadradinhos de papel, usados para construir a coluna, que representavam os votos dos alunos.

**Prof.<sup>a</sup>:** *Aí sim, mas e se fosse pintado, como foi feito no papel quadriculado?*

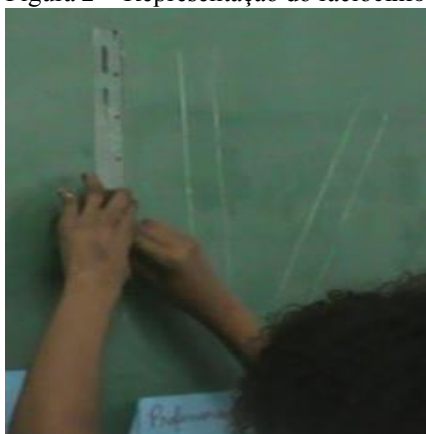
**Ana:** *Então... [pensativa] mas eu acho que dá pra entender! Tem como contar!*

**Prof.<sup>a</sup>:** *Não... tem... Mas tem lugar que só está pintado, não é mesmo?*

A professora parece perceber a inadequação de sua primeira pergunta. Ela tenta argumentar, mas concorda que, no papel quadriculado, pode-se fazer a contagem. A pergunta busca chamar a atenção da aluna e da classe, que assistia à discussão, para o fato de alguns gráficos não apresentarem valores nas colunas, apenas no eixo, indicando que, nesse caso, as colunas teriam que “ficar em pé”, ou seja, ser perpendiculares.

**Ana:** *Mas, professora, deixa eu explicar o que estou querendo dizer! Me dá um giz aí, alguém.* [vai pra lousa representar o seu raciocínio].

Figura 2 – Representação do raciocínio de Ana



A aluna vai à lousa e desenha, com a régua, inicialmente duas colunas aparentemente perpendiculares ao eixo horizontal (imaginário, pois ela não o desenhou) e uma terceira coluna inclinada para a direita. Sua representação é diferente do gráfico da cartolina, pois nesse a coluna do meio também estava inclinada.

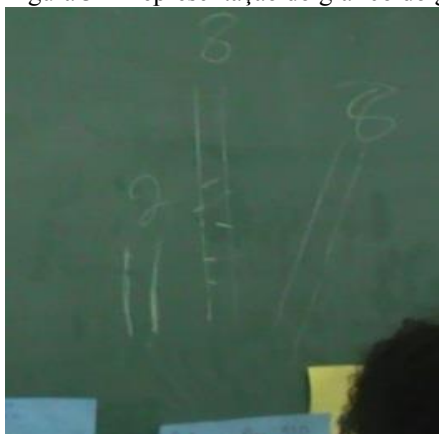
Fonte: Elaborado pela aluna Ana.

**João:** *Ô! Tá tortinho!*

**David:** *Vai dá pra ver que uma [coluna] vai parecer menor!*

**Ana:** *Aqui tá assim... oito, dois, oito* [começa escrevendo o número da coluna do meio, depois o da coluna inclinada para a direita e, por último, o da menor, a da esquerda].

Figura 3 – Representação do gráfico do grupo 1



Com suas palavras e com a representação, a aluna tenta explicar que o número em cima da coluna é suficiente para a compreensão do gráfico. Justifica que é por isso que as colunas não precisavam ser perpendiculares e, pelo seu registro, nem os eixos.

Fonte: Elaborado pela aluna Ana.

Enquanto a aluna desenha, a professora vai até um armário, pega um livro e apresenta um gráfico de colunas para a aluna, com a intenção de mostrar o modelo na forma socialmente instituída.

**Prof.<sup>a</sup>:** *Veja aqui como é!* [apontando um gráfico do livro]



**Ana:** *Mas professora, aqui nesse negócio [mostrando o gráfico do livro] não dá pra contar, [pausa] como não tem essa divisão [referindo-se aos quadradinhos], mas é linha! [O gráfico do livro tinha linhas ao invés de quadradinhos].*

**Ana:** *Aqui ó...[fazendo riscos em uma das colunas do gráficos desenhado na lousa, imitando as linhas no gráfico do livro]. Mas, eu tô perguntando assim: aqui tem as linhas, que é assim ó... [traçando as linhas mais fortes alcançando as duas primeiras colunas]. Você tá vendo a linha da lousa? É assim ó.*

Figura 4 – Alteração da representação do gráfico do grupo 1



Aqui, a aluna queria convencer que as linhas, assim como os quadradinhos, permitem a contagem mesmo com a falta do número nas colunas, servindo para a compreensão e justificando as colunas inclinadas em seu gráfico.

Fonte: Elaborado pela aluna Ana.

**Ana:** *Mas, essas linhas[pausa] não valem pra ser... tipo o...*

Ana não consegue esclarecer, em palavras, o que desenha na lousa, ou seja, explicar que as linhas permitem contar. Percebendo a dificuldade de Ana, a professora interfere buscando ajudá-la.

**Prof.ª:** *Pra contar?*

**Ana:** *É...*

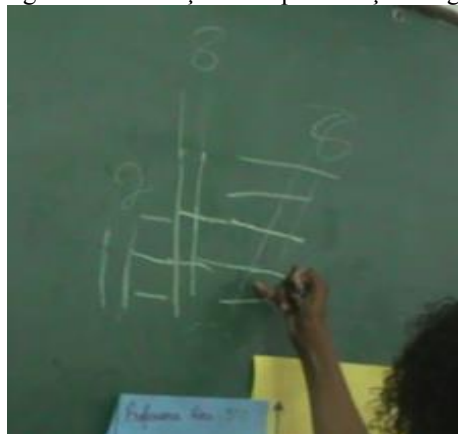
**Prof.ª:** *Mas o que está torto dá pra contar pela linha?*

[a aluna volta à lousa e estica algumas linhas já desenhadas até a terceira coluna, a inclinada]

**Ana:** *A linha vai ficar meio torta também ó.*

A professora deixa a aluna desenvolver seu raciocínio e os outros alunos assistem.

Figura 5 – Alteração da representação do gráfico do grupo 1



A aluna estica as linhas feitas anteriormente nas duas primeiras colunas até a terceira. Parece ainda não ter se convencido da necessidade de a coluna ser perpendicular ao eixo horizontal. Ela conta os espaços entre as linhas traçadas na coluna inclinada, totalizando seis, pois ela considerou o espaço após a última linha, em cima e embaixo (na foto, o espaço indicado com o dedo era o segundo em sua contagem).

Fonte: Elaborado pela aluna Ana.

**Ana:** *Aí, vai ficar assim: um, dois, três, quatro, cinco, seis?*

A aluna olha pra professora incrédula, parece ter compreendido a afirmação inicial do colega de que a coluna inclinada não alcançaria o seu valor no eixo vertical.

**Prof.ª:** *Deu 8?*

**Ana:** *Não...*

Ana responde sem atribuir importância à imprecisão da divisão da coluna ou das linhas tortas. Mas a professora não interfere, parece lhe bastar a percepção da aluna de que a coluna inclinada não é indicada na construção do gráfico.

**Prof.<sup>a</sup>:** *Mas você entendeu que não pode fazer torto?* [a professora se refere à perpendicularidade da coluna no gráfico]

**Ana:** *É... mas professora, tem esse negócio aqui...* [apontando para o gráfico do livro].

Mesmo desapontada, a aluna admite ter compreendido. Ainda assim ela tenta continuar o diálogo, mas a professora solicita que ela retorne ao seu lugar e chama outro grupo para apresentar o trabalho, dando continuidade à socialização. Esta não será exposta na íntegra. No entanto, alguns discursos pontuais serão apresentados no decorrer da discussão.

## 5 Discussões e análise dos dados

No momento da observação da ação em discussão, deparamo-nos com uma situação complexa e um diálogo rico, durante o qual tentamos classificar a intervenção da professora no desenvolvimento da atividade. No entanto, a dinâmica observada nos levou a um questionamento: como é possível caracterizar a ação pedagógica da professora no decorrer do desenvolvimento da atividade de modelagem?

Esta inquietação nos direcionou a buscar subsídios nos pressupostos de Blum e Ferri (2009) acerca dos estilos de intervenção, apoiando-nos nos *percursos discursivos* propostos por Barbosa (2006), observados na sala de aula. Esse esforço justifica-se por consideramos que a intervenção intencional do professor se constitui um fator determinante para a formação matemática dos alunos em atividades de modelagem, em função de seu caráter aberto e de esta envolver situações reais, as quais abarcam múltiplos fatores e variáveis, o que requer uma dinâmica de ir e vir entre aspectos quantitativos e qualitativos de diversas naturezas.

Essa colocação é pertinente, considerando que, em um processo autônomo, as estratégias dos alunos podem não passar pelo uso de conceitos matemáticos, centrando-se em aspectos qualitativos ou em outros tipos de conhecimentos, por exemplo, aqueles que dominam ou são de seu interesse. Ou seja, os alunos podem escolher outra ótica, que não a Matemática, para analisar a situação. Nesse caso, para atingir os objetivos de construir conhecimentos matemáticos, faz-se necessário a intervenção intencional, direcionada a esses propósitos. Além disso, essa intervenção deve ser diferente, dependendo das necessidades individuais de cada aluno, do contexto ou dos objetivos da atividade, como foi possível observar no episódio apresentado.

Desse modo, não foi possível fazer uma classificação única da intervenção da professora no desenvolvimento da atividade, pois, no decorrer do processo, vários tipos de intervenções foram observadas. O que nos faz inferir que a intervenção do professor, ao longo da atividade de modelagem, pode ser compreendida como posturas que se situam entre dois extremos. De um lado está o estilo de *intervenção diretiva*, que caracteriza a ação pedagógica que direciona o processo de construção dos alunos, indicando estratégias, conceitos e ações. De outro lado está a *intervenção estratégica*, na qual o estímulo ao raciocínio, à reflexão e à ação dá suporte à ação pedagógica.

Quadro 1 – Postura do professor no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Portanto, no decorrer do desenvolvimento de atividades de modelagem, a ação do professor não é apenas *diretiva* ou *estratégica*. Ela varia ao longo do processo, indo de um extremo a outro. No entanto, entre eles uma infinidade de outras posturas podem ocorrer de acordo com as necessidades dos alunos e com os objetivos da atividade.

Essa compreensão nos possibilitou construir encaminhamentos para analisar a ação pedagógica em cada situação específica, observando o contexto em que ela ocorria. De modo geral, no desenvolvimento do projeto da professora Silvia, os *percursos discursivos* permitiram observar a predominância do estilo de *intervenção estratégica* em sua ação pedagógica, já que essa, na maior parte das vezes, foi questionadora e fecunda. Ademais, as ações da docente foram intencionais, fazendo os alunos perceberem conhecimentos específicos em cada momento da discussão.

Outra evidência dessa postura é sua percepção do *estilo de pensamento* da aluna, o que permitiu elaborar perguntas pertinentes e instigadoras em um diálogo construtivo, que ampliou as possibilidades de construção de conhecimentos sobre a elaboração de gráficos de barras verticais. Essa percepção pode ser observada na fala da professora: “A aluna Ana gosta de fazer prevalecer suas ideias. É difícil convencê-la de qualquer coisa que vai contra o que ela pensa!”. O fato de valorizar e deixar fluir as ideias da aluna foi

determinante para que ela construísse seu raciocínio, percebendo a importância da perpendicularidade da coluna.

Já em outra situação, ao iniciar o diálogo, apresentado anteriormente, a professora fez o questionamento: “*E esse aqui ó, tá retinho?*”. Com essa pergunta, ela acabou direcionando a respostas dos alunos, mesmo com uma postura questionadora. Talvez fosse mais estratégico instigar os alunos a fazer comparação daquele gráfico com outros já apresentados e esperar que eles percebessem as diferenças. Esse processo os levaria a mobilizar os conhecimentos em relação ao gráfico de barras para fazer relações entre eles.

Essa postura pode ser observada na discussão sobre a graduação do eixo do gráfico de outro grupo, quando a professora buscou fazer os alunos compreenderem a importância de marcar o zero na intersecção dos eixos, já que esse grupo não o havia marcado em seu gráfico. Nesse caso, ele foi comparado com outro, no qual o zero estava marcado. Para isso, ela fez a pergunta adequada: “*Qual é a diferença aqui e aqui? Quem sabe me dizer?*”. Naquele momento ela investiu em levar os alunos a perceberem a diferença entre os eixos dos dois gráficos para a exploração de suas graduações. Assim, sua intervenção voltou a ser estratégica. É possível observar seu esforço no diálogo que segue:

**Prof.<sup>a</sup>:** *Porque é importante por o zero?*

**André:** *Porque ninguém pode votar.*

**Prof.<sup>a</sup>:** *Ninguém pode votar? Se por exemplo, ninguém tivesse votado em uma das brincadeiras?*

**Jorge:** *Aí... [pausa] coloca aí... [apontando para o eixo do gráfico, demonstrando dúvida] ia precisar do zero?*

**Prof.<sup>a</sup>:** *Vamos fazer de conta ó... [desenhando as colunas do gráfico na lousa], aqui é o chute ao gol, tem um tanto assim [delineando uma coluna com valor 12], paredão, um tanto assim [desenhando outra coluna com valor 7], e a outra brincadeira ninguém votou. E aí quanto que tá identificado aqui? [apontando o número um colocado no primeiro espaço de graduação do eixo]*

**João:** *Um.*

**Prof.<sup>a</sup>:** *Pode identificar no um? [mostrando o eixo horizontal para destacar o zero]*

**João:** *Pode.*

**Prof.<sup>a</sup>:** *Pode? E o zero que você me falou?*

**André:** *É, vai precisar do zero.*

Observa-se dificuldade da professora em intervir de forma estratégica, talvez em decorrência da complexidade da situação. Ainda assim, ela continuou instigando os alunos a refletirem sobre a situação que originou os dados, compreendendo que assim eles perceberiam a relevância de apresentar o zero no cruzamento dos eixos do gráfico.

No transcorrer do processo, em vários momentos, outros estilos de intervenção foram observados, às vezes tendendo para um extremo às vezes para outro. Mas também houve momentos que não se enquadram no intervalo do esquema definido anteriormente (Quadro 1). Por exemplo, quando a docente não interferiu, no primeiro diálogo, para que a aluna percebesse a inadequação da divisão das colunas do gráfico com as linhas na lousa ou quando um aluno introduziu o termo “inclinado” para descrever a coluna que não estava perpendicular, chamada por alguns dos estudantes de “torta”, sem discutir a principal característica do gráfico: ser um recurso visual universal, daí a importância da uniformidade de sua construção. Essa situação mostra que na dinâmica da discussão entre os sujeitos envolvidos no processo investigativo, algumas vezes são silenciadas, como preconiza Barbosa (2006).

De todo o modo, esse ir e vir entre o estilo *diretivo* e *estratégico*, em maior ou menor grau, nos parece natural, considerando a complexidade da sala de aula, as necessidades dos alunos, os objetivos da atividade e, claro, a inexperiência da professora tanto com a modelagem matemática como com a abordagem da Educação Estatística e dos conceitos e do raciocínio envolvidos no processo de ensino e aprendizagem a ela relacionado, conforme observado por Batanero (2009).

No entanto, é notória a predominância do estilo estratégico no decorrer do processo que mostra uma postura reflexiva e dialógica, e uma visão de educação comprometida com a aprendizagem e o desenvolvimento dos alunos de forma geral. Esses fatores são determinantes para a adoção da modelagem na prática pedagógica (CHAVES, 2012).

No que se refere às discussões presentes no decorrer do diálogo, observa-se a predominância das *discussões matemáticas* (ideia de perpendicularidade) e *técnicas* (procedimentos para a construção do gráfico de barras verticais e adequação do modelo construído pelo grupo ao socialmente aceito), o que indica empenho no desenvolvimento dos conceitos matemáticos. As *discussões reflexivas*, por sua vez, permearam o debate, o que ocorre, por exemplo, quando a docente chama a atenção dos alunos para a situação de não haver

votos em uma brincadeira. Apesar de nos diálogos apresentados, aparecerem poucas relações do modelo construído com a situação real que o representa, característica desse tipo de discussão, conforme Barbosa (2006), elas são frequentes na etapa final do projeto, quando ocorre a tentativa de generalização dos resultados observados nas três turmas pesquisadas para a definição da brincadeira vencedora.

É possível observar o esforço da professora em validar o modelo socialmente aceito no primeiro diálogo, talvez por não ter argumentos para justificar a necessidade da perpendicularidade das colunas do gráfico ou por atentar para o cumprimento do currículo prescrito. Ainda assim, é pertinente considerar a importância da dinâmica reflexiva e dialógica do ambiente oportunizado pela professora para levar os alunos à compreensão das ideias sobre a construção do modelo matemático em foco.

## 6 Considerações finais

O contato com os diversos autores e com as pesquisas, na construção do referencial teórico, nos fez observar que a complexidade percebida por nós na mediação das propostas de atividades de modelagem é amplamente reconhecida, assim como seu potencial pedagógico. Nos diálogos apresentados esses dois aspectos ficam evidenciados.

A investigação efetivada possibilita-nos inferir que, no momento do desenvolvimento da atividade de modelagem, ocorrem os dois estilos de intervenção discutidos por Blum e Ferri (2009), além de outros entre esses dois extremos. Ademais, percebemos que, nesse processo, às vezes os *percursos discursivos* dos alunos não são ouvidos nem seus *estilos de pensamento* são captados. O que ocorre por conta da própria dinâmica da sala de aula e de outras questões, como o cumprimento do currículo escolar ou do tempo destinado à atividade, fatores que muitas vezes impedem uma intervenção estratégica que leve os alunos a buscar soluções de forma autônoma de acordo com os pressupostos da modelagem na Educação Matemática. (BARBOSA, 2001; BLUM; FERRI, 2009).

Com isso, ponderamos que a prática pedagógica com a modelagem matemática demanda uma postura reflexiva, comprometida e dinâmica do professor, para que esse intervenha de modo a contribuir para o desenvolvimento de conceitos, procedimentos e atitudes. Para tanto, é necessário que haja flexibilidade na intervenção, que deverá ser guiada pelas necessidades do contexto e pela formação específica e geral dos estudantes. Quanto mais essa intervenção se aproximar do estilo estratégico maior será a possibilidade de contribuição para o desenvolvimento da autonomia dos alunos e para a construção de uma cultura investigativa.

## Referências

- ALMEIDA, L. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. W.; ARAÚJO, J., L.; BISOGNIN, V. (Org.). **Práticas de modelagem matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 19-43.
- \_\_\_\_\_. Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para a modelagem matemática: um estudo mediado por representações semióticas. **Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1 n.1, p. 28-42, 2010.
- BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006. Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006. 1 CD-ROM. p. 1-12.
- \_\_\_\_\_. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A.; ARAÚJO, J. (Org.). **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 161-74.
- \_\_\_\_\_. As relações dos professores com a Modelagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM. p. 1-17.
- \_\_\_\_\_. Modelagem matemática e os futuros professores. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2002. 1 CD-ROM. p. 1-11.
- \_\_\_\_\_. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. p. 1-15.
- BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática: perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo horizonte. **Anais...** Recife: SBEM, 2007. p. 1-12.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

- BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? **Journal of mathematical modeling and application**, Berlim, v. 1, n.1, p. 45-58, 2009.
- CHAVES, M. I. A. **Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com modelagem matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas)– Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, 2012.
- CHAVES, M. I. A.; SANTOS, A. O. E. Que professores se constrói com a modelagem matemática? In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina, PR. **Anais...** Londrina, PR: UFPR, 2009. p.1-20.
- FERRI, R. B. Insight into teacher's unconscious behavior while dealing with mathematical modeling problems and implications for teacher education. In: SYMPOSIUM ON THE OCCASION OF THE 100TH ANNIVERSARY OF ICMI, 2008, Roma. **Anais...** Roma: ICMI, 2008. p. 1-5.
- FREIRE, P. **Educação e mudança**. 27. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1979. 79 p.
- GARNICA, A. V. M.. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77-98.
- KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Berlim, v.38, n.3, p.302-310, 2006.
- LESH, C.; HJALMARSON, M. Working group models and modeling. In: REUNIÃO ANUAL DA PME-NA, 27., 2005, Blacksburg. **Anais...** Blacksburg: Virginia Tech, 2006. p. 1-4
- MENDONÇA, L. O. **A Educação Estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio**. 2008. 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)– Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.
- MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. A ação pedagógica em ambientes de modelagem matemática: uma discussão a partir da própria prática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2011, Belém, PA. **Anais...** Belém, PA: UFPA/UFPA, 2011. p. 1-18.
- \_\_\_\_\_. Modelagem matemática no desenvolvimento profissional dos professores: reflexões e ações. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria, RS. **Anais...** Santa Maria, RS: UNIFRA, 2013. 1 CD-ROM. p. 1-15.
- \_\_\_\_\_. Modelagem matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 40, p. 701-724, ago. 2011.
- MEYER, J. F.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 142p.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum focal points**. Disponível em: <<http://www.nctm.org/>>. Acesso em: 1 jun. 2014.
- OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos Professores**. 2010. 187f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências)– Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2010.
- PONTE, J. P. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, ano 19, n. 25, p.105-32, 2005.
- ROMA, J. E. Modelagem matemática: reflexões na prática pedagógica dos professores egressos no curso de especialização em Educação Matemática da PUC-Campinas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 3., 2003, Piracicaba. **Anais...** Recife: UNIMEP, 2003. 1 CD-ROM. p.1-17
- SHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha e Conceição Afonso. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e sua formação**. 3. ed. Don Quixote: Lisboa, 1997. 160 p.
- SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Berlim, v. 21, n.5, p. 765-779, 1990.

## **As aprendizagens oportunizadas a um grupo de professores em um espaço de discussão sobre modelagem matemática<sup>53</sup>**

### **Resumo**

Neste artigo tem-se como objetivo refletir sobre as oportunidades de Aprendizagem Docente geradas em um ambiente de trabalho colaborativo ao discutir sobre modelagem matemática e Educação Estatística. Trata-se de uma pesquisa de natureza qualitativa, na qual se tomou para análise e reflexão o envolvimento de alguns professores na vivência de algumas ações referentes à formação de professor e à modelagem na Educação Matemática. Os resultados assinalam a pertinência das ações propostas, pois foram possíveis compreensões e aprendizagens sobre a Educação Estatística e o processo de ensino e aprendizagem por meio da Modelagem Matemática.

**Palavras-chave:** Educação Estatística. Modelagem Matemática. Formação de Professores. Grupo Colaborativo. Aprendizagem Docente.

### **Abstract**

In this article, the purpose is to ponder over the opportunities of teacher learning generated in an environment of collaborative work to discuss about mathematical modeling and Statistics Education. It is a qualitative research, in which it has taken for analysis and reflection the involvement of some teachers in the experience of some actions related to teacher training and to modeling in Mathematics Education. The results demonstrate the relevance of the proposed actions, because it was possible to achieve understanding and learning about the Statistics Education and the process of teaching and learning through the Mathematical Modeling.

**Key words:** Statistics Education. Mathematical Modeling. Teachers Training. Collaborative Group. Teacher Learning.

## **1. Introdução**

Muito se tem discutido sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática. No Brasil, particularmente, o foco dessas discussões é a dificuldade de ensinar e aprender os conceitos dessa ciência e de outras a ela relacionadas, como a Estatística e a probabilidade. Nesse cenário, a formação do professor tem relevância primordial, por ser ele o mentor e o

---

<sup>53</sup> Este artigo origina-se do projeto de pesquisa “O desenvolvimento profissional do professor de Matemática em Educação Estatística”, financiado pela CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), no âmbito do Doutorado, realizado no Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul.

executor das ações de ensino e aprendizagem. Esse fato lhe confere o *status* de principal agente na promoção de mudanças significativas no cenário educacional e o legitima a discutir a problemática anunciada e nela intervir de forma decisiva.

Apesar dessa evidência, a formação inicial do professor que ensina Matemática na Educação Básica não tem atendido às expectativas e às necessidades desses profissionais referentes às questões didáticas e metodológicas, particularmente no que tange à Estatística. Esse problema se acentua para os docentes das séries iniciais; sendo que muitos deles sequer têm contato com as questões ligadas à Educação Estatística em sua formação profissional (L. Souza, 2013; A. Souza, 2013; Oliveira, 2013).

Desse modo, a necessidade de compreender essa ciência e seu ensino leva muitos professores a procurar formas de ampliar seus conhecimentos conceituais e profissionais por meio de leituras e cursos de extensão e especialização. No entanto, esses muitas vezes centram-se no tratamento das questões teóricas ou procedimentais.

Nesse sentido, é consensual, no campo da Educação Matemática, a importância de gerar oportunidades, aos docentes da Educação Básica, para refletir acerca dos aspectos relacionados à Educação Estatística, no que se refere a questões tanto conceituais como didáticas dessa ciência. Essa discussão é pertinente, pois a Estatística está presente nas diversas áreas das ciências e na sociedade; o que exige de todos os cidadãos a capacidade de compreensão das informações por ela geradas.

Diante dessa realidade, este texto se centra nas discussões de um grupo de professores do qual fazemos parte. Especificamente, o foco está na reflexão sobre a modelagem matemática<sup>54</sup> para o ensino de Estatística e probabilidade, buscando favorecer o

---

<sup>54</sup> A partir desse ponto, por vezes, usaremos o termo modelagem no sentido de modelagem matemática, para evitar repetição.

desenvolvimento do raciocínio estatístico, conforme assinalam Wild e Pfannkush (1999), Lopes (2008) e Garfield, Delmas e Zieffler (2010). Para estabelecer essa discussão, no próximo item apresentaremos a metodologia de pesquisa e caracterizaremos o contexto gerador dos dados deste estudo.

## **2. Metodologia de pesquisa e caracterização do contexto**

Este estudo é de natureza qualitativa, considerando os pressupostos de Garnica (2004). A opção por essa forma de pesquisa ocorreu em função das especificidades do fenômeno em questão e do objetivo da pesquisa de doutorado da qual este texto faz parte. Tal pesquisa se pauta nas reuniões de um grupo de natureza colaborativa, que têm como foco a reflexão sobre a Educação Estatística.

Consideramos que a reflexão sobre as aprendizagens oportunizadas aos docentes, pode contribuir para responder ao questionamento inicial da pesquisa de doutorado, o qual consiste em compreender como se dá o envolvimento de um grupo de professores com a modelagem na Educação Estatística no Ensino Básico.

O grupo é composto pelas duas autoras, por quatro professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e Médio, e por uma professora-pedagoga que atua nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Ele foi criado a partir de um convite da segunda autora aos professores que atuam na rede municipal de ensino de Valinhos, interior de São Paulo. Trata-se de um trabalho voluntário das pesquisadoras e dos professores, o que justifica a pouca adesão ao ambiente formativo.

No final de 2012, Mendonça apresentou ao grupo sua pesquisa de mestrado (Mendonça, 2008), a qual tinha como foco o uso da modelagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. Naquela ocasião os professores manifestaram o interesse em



aprofundar a discussão sobre a modelagem para o ensino da Estatística. Assim, durante o primeiro semestre de 2013, o grupo a tomou como foco de discussões em encontros quinzenais de três horas. Além disso, realizamos atividades externas de leitura de textos teóricos, desenvolvimento de atividades e aplicações dessas nas aulas com os estudantes, e elaboração de relatórios.

Ao pensar uma forma de apresentação da modelagem matemática aos professores, nos deparamos com algumas dúvidas e inseguranças relacionadas à multiplicidade de fatores a serem considerados, como as ações importantes que seriam oportunizadas e a forma de abordá-las, levando em conta as necessidades e os interesses dos professores e seus contextos de atuação. Essas e tantas outras inquietações nos conduziram a buscar embasamento na literatura para a construção de um referencial teórico sobre a Formação de Professores no que tange à modelagem, o qual forneceu subsídios para a proposta de algumas ações favoráveis à construção de compreensões sobre essa temática.

Assim, este estudo se justifica pela possibilidade de fornecer elementos para o debate acerca da modelagem no campo da Educação Matemática, particularmente sobre aspectos que envolvem essa abordagem na sala de aula da Educação Básica. A gravação das discussões do grupo e de algumas aulas dos professores, as interações no grupo e as observações nas salas de aulas, assim como os registros escritos dos professores e alunos, forneceram os dados desta investigação.

A análise desses dados ancora-se no referencial teórico construído, o qual servirá de lente para a busca de evidências de oportunidades de aprendizagem acerca da modelagem, da Estatística e de seu ensino geradas no espaço proposto. Esse esforço se justifica em função da possibilidade de o estudo sistemático da dinâmica empreendida contribuir para a

construção de subsídios para fomentar a discussão sobre a formação do professor no que diz respeito à modelagem matemática.

### 3. Referencial teórico

Atualmente há um consenso sobre a ideia de que a aprendizagem dos sujeitos ocorre na interação com os outros e com o meio em que vivem. No entanto, entende-se que cada um possui formas próprias de compreender as informações com as quais se depara dentro e fora do contexto escolar, e de transformar essas informações em aprendizagens. Além disso, é preciso considerar que a aprendizagem do adulto tem natureza diferente da aprendizagem da criança. Nesse sentido, Furlanatto (2008, p.17) considera que

o professor se põe em movimento de aprendizagem quando é deslocado de suas zonas de conforto. Uma mudança de função, de escola, uma classe, um filho, ou mesmo uma insatisfação que brota do mundo interno, evidencia que os recursos de que dispõe não são suficientes para enfrentar o novo desafio. Para reencontrar a “paz perdida” necessita de novos recursos.

Essa perspectiva considera que o professor constrói uma matriz pedagógica<sup>55</sup>, no decorrer do tempo, a partir de suas vivências individuais e coletivas no cotidiano e na prática pedagógica, em um processo contínuo de aprendizagem. No entanto, para que esse processo ocorra é preciso que o docente esteja aberto a novos desafios e se sinta incentivado a refletir sobre sua prática – seu contexto de ação –, as necessidades dos sujeitos com os quais lida e as formas de evolução profissional e pessoal.

Como é possível concluir, para que um processo de formação seja produtivo, é preciso que contemple as necessidades e os interesses dos professores, o que pode ser favorecido quando seu contexto de ação é requerido. Dessa forma, as oportunidades de aprendizagem podem ser ampliadas.

---

<sup>55</sup> Para Furlanatto (2008, p. 17), a matriz pedagógica consiste em “arquivos existenciais que contêm imagens, conteúdos coletivos e pessoais, conscientes e inconscientes que são acessados quando o professor se exerce nos espaços pedagógicos”.

### 3.1 A formação do professor do Ensino Básico

A formação continuada no Brasil é um dos elementos de desenvolvimento profissional dos docentes, pois complementa a formação inicial e constitui condição de acesso para níveis mais elevados na carreira docente (Romanowski & Martins, 2010). Essa ideia está em consonância, não só com a nossa compreensão de desenvolvimento profissional, mas também com a de Ibernón (1994 como citado em Passos et al., 2006, p. 195), que o considera: “um processo dinâmico e evolutivo da profissão docente que inclui tanto a formação inicial como a permanente, englobando os processos que melhoram o conhecimento profissional, as habilidades e as atitudes”.

No que se refere à Educação Estatística, a formação continuada de professor de Matemática é fator fundamental, em função das poucas oportunidades para o aprofundamento das questões didáticas e metodológicas acerca desse tema na formação inicial, particularmente no caso do professor das séries iniciais e do Ensino fundamental I.

Além disso, a inclusão da Estatística na matemática faz com que sejam transferidos para ela os mesmos procedimentos e métodos usados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. No entanto, a compreensão dos conceitos dessas duas ciências exige diferentes formas de raciocínio, por conta da natureza dos fenômenos com que cada uma delas lida. O equívoco dessa transferência – ocasionada pelo caráter determinístico dos fenômenos com que a Matemática lida e pela incerteza, que é base da Estatística, vem sendo apontado por Batanero (1999).

A discussão anterior evidencia a importância da promoção de espaços de reflexão e discussão sobre a Educação Estatística nos quais o professor tenha suas expectativas e suas

necessidades contempladas, superando o status de aperfeiçoamento, atualização ou capacitação, o que pode ampliar as possibilidades de formação.

É pertinente ressaltar que o envolvimento dos professores nos espaços de formação depende fundamentalmente do apoio que eles sintam nesse ambiente e da inserção de seus interesses e suas expectativas no projeto. Deduzimos que os grupos que assumem natureza colaborativa se constituem em espaços de formação promissores, pois têm como base de reflexão o contexto de ação dos professores, compreendendo a colaboração na perspectiva de Ibiapina (2008)<sup>56</sup>.

Esse ponto de vista está em consonância com Nacarato (2011, p.4), que, a partir de um estudo sobre a formação de professor em grupos com características colaborativas, considera que este movimento “buscou articular a reflexão prática com a reflexão teórica”. Essa articulação é uma característica importante para a concretização de uma proposta que pretende tomar uma perspectiva pedagógica – neste caso, a modelagem matemática – e sua prática como objetos de estudo de um grupo de professores que refletem sobre a Educação Estatística.

### **3.2 A formação do professor e a Modelagem Matemática.**

As discussões sobre o uso da modelagem no processo de ensino e aprendizagem mostram um cenário otimista e explicitam a necessidade de proporcionar condições para os professores se aproximarem das discussões desse campo. Consideramos pertinente ampliar as possibilidades de entendimento dos aspectos teóricos e metodológicos que envolvem a modelagem, levando em conta a complexidade inerente ao ambiente de sala de aula, que inclui: os interesses, os objetivos e os limites dos alunos e do professor; os fatores

---

<sup>56</sup> Para a autora, a colaboração “é produzida por intermédio das interações estabelecidas entre as múltiplas competências de cada um dos partícipes, os professores, com o potencial da análise das práticas pedagógicas; e o pesquisador, com o potencial de formador e de organizador das etapas formais da pesquisa. A interação entre esses potenciais representa a qualidade da colaboração” (Ibiapina, 2008, p. 20).

restritivos ao uso da modelagem, como o cumprimento do currículo, o tempo para o desenvolvimento das atividades e a cultura geral sobre o ensino de Matemática; e os aspectos específicos do processo de modelagem, por exemplo, domínio do método, intervenção adequada, postura dos alunos, dentre outros.

Nesse sentido, Bassanezi (2004) considera essencial ter como foco, em um processo formativo, a interdisciplinaridade e atentar para os interesses e os contextos dos professores, valorizando seus conhecimentos e sua profissão. Almeida e Dias (2007) argumentam que, para usar modelagem em sua prática, “o professor precisa se preparar, e esse preparo envolve ‘aprender’ sobre modelagem matemática; ‘aprender’ por meio da modelagem matemática; ‘ensinar’ usando modelagem matemática” (Almeida & Dias, 2007, p. 262).

Essas visões convergem com Hjalmarson (2003) em sua defesa de um processo de formação em que os professores são convidados a criar, adaptar, implementar atividades de modelagem e, posteriormente, analisar o processo, tanto no que se refere às ações dos alunos como as do professor no espaço de formação. Nesse processo, o docente assume a condição de aprendiz, buscando atender aos diferentes interesses e necessidades dos contextos em que atua e aos objetivos da disciplina, em um processo contínuo de aprendizagem.

No entanto, Barbosa (2001) pondera que a mudança de uma prática tradicional para outra na qual seu papel muda radicalmente não é simples e exige um ambiente que instigue a repensar as próprias experiências e abrir-se para novas aprendizagens. Assim, a reflexão sobre as vivências particulares deve ser o foco da formação do professor, o que pode apoiá-lo para que se sinta preparado para desenvolver uma nova ação pedagógica.

Barbosa (2001) sugere que o professor experiencie algumas ações que envolvam diferentes aspectos da modelagem, a saber: vivência em atividades de modelagem como aluno, análise de modelos prontos, reflexão sobre casos de ensino, elaboração de atividades de modelagem e sua efetivação na sala de aula. Discutiremos mais detalhadamente as três primeiras ações, pois elas são objeto de nossa reflexão neste estudo.

*A vivência em atividades de modelagem como aluno* implica o desenvolvimento das etapas inerentes a elas. Com isso, o docente passa a ter familiaridade com os procedimentos próprios do processo de modelagem, como: a problematização, o levantamento de hipóteses, as simplificações e a validação. Essa aproximação pode levá-lo a ter contato com novos aspectos da Matemática; além de favorecer os questionamentos sobre a natureza dessa ciência e a reflexão acerca de aspectos pedagógicos relativos ao desenvolvimento desse tipo de atividade em sua sala de aula.

Um aspecto relevante nessa ação, a nosso ver, é a discussão sobre o desenvolvimento da atividade em um espaço coletivo colaborativo. Amit e Hillman (1995 como citado em Barbosa, 2001, p. 9) consideram-na uma “oportunidade de refletir e discutir a experiência, o que dá aos professores a chance de colocar suas concepções sob exame”. Consideramos esta ação pertinente, levando em conta que tais situações devem se constituir um problema, para que o professor se sinta motivado a se envolver no desenvolvimento da investigação.

*A análise de modelos prontos* é outra ação que pode contribuir para gerar compreensões sobre a modelagem. Ela visa o estudo de modelos matemáticos em um processo de observação, discussão e análise de sua natureza e dos processos empreendidos em sua elaboração. Esta ação é uma oportunidade para discutir a influência dos interesses

de quem faz o modelo e dos pressupostos adotados, a necessidade ou não de enunciar tais pressupostos, a validade da aplicação do modelo adotado e a relevância da escolha de tais aspectos teóricos para subsidiar decisões.

A relevância desta ação para a formação do professor reside na possibilidade de essa atividade “contribuir para desenvolver os conhecimentos e habilidades da Modelagem e desestabilizar as concepções dos professores sobre a Matemática” (Barbosa, 2001, p. 11). Esta ação também é recomendada por Bassanezi (2004).

A *reflexão sobre casos de ensino* em que o professor observa e discute sobre o processo empreendido em atividades de modelagem desenvolvidas por seus pares constitui-se em uma ação considerada importante por vários pesquisadores (Garcia, 1997; Arnaus, 1999; Nono & Mizukami, 2002; Nacarato, 2011). O foco, neste caso, está na análise crítica da experiência, particularmente, das ações e das interações presentes na atividade, de forma que o professor tenha claro o processo empreendido pelos alunos, as intervenções docentes e sua influência nas construções dos alunos.

Consideramos que as ações propostas podem dar subsídios para a compreensão acerca da modelagem e podem contribuir para a formação do professor, de maneira geral, considerando a dinâmica reflexiva e colaborativa que elas demandam. Passamos a discutir algumas experiências e pesquisas que refletem sobre o envolvimento de professores da Educação Básica em situações de formação com a modelagem.

Bisognin e Bisognin (2012, p. 1064), ao refletirem sobre o uso da modelagem na prática pedagógica, afirmam que “a complexidade da Modelagem, demanda tempo para sua execução, o que torna sua dinâmica um trabalho exaustivo, gerando insegurança e constituindo-se em um obstáculo para incorporar a MM nas salas de aula”.

Essa compreensão também foi apresentada por Jacobini (comunicação pessoal, 2007) ao tratar da adoção da modelagem na prática pedagógica. De acordo com ele, “*é difícil porque o professor tem outras salas pra trabalhar e aplicar essa metodologia com todos, ele não consegue.... normalmente você seleciona uma classe, mas você tem outras, e tem que preparar*”. As considerações do pesquisador referem-se, em particular, às situações em que os alunos escolhem diferentes temas para realizar a investigação, o que exige do professor algum preparo para lidar com a diversidade de circunstâncias.

Os desafios enfrentados pelos professores na adoção da modelagem geram algumas tensões, conforme Oliveira (2010).

Nesse sentido, é preciso ponderar sobre a naturalidade do surgimento de desconfortos e inseguranças nas primeiras experiências com uma nova forma de trabalho, principalmente quando o professor teve uma formação inicial centrada em uma cultura tecnicista e imediatista, como é o caso da maioria das licenciaturas no Brasil. Além disso, a dinâmica própria das atividades investigativas, que demandam flexibilidade para lidar com as situações novas, naturalmente gera alguma insegurança, mesmo quando se tem alguma experiência com ela, particularmente levando em conta o contexto complexo em que o ensino está inserido, como ressaltado por Arnaus (1999).

Sendo assim, a busca de alternativas de intervenção exige do professor dedicação e empenho em um processo contínuo de reflexão e ação. Sobre essa questão Chaves (2012, p. 109) considera:

o professor precisa estar motivado pragmaticamente para que mobilize saberes em suas experiências que visem o ensino e a aprendizagem no sentido de desenvolver “novos” ou “antigos” saberes, já pertinentes ao seu acervo de conhecimentos, de modo a dar conta de seus interesses na resolução de situações problemáticas do cotidiano da sala de aula.



Essa forma de ver a postura do professor corrobora nosso entendimento de que o contexto de ação pedagógica é o principal meio de formação do professor quando este o assume de maneira comprometida, com vistas à transformação de seu contexto e dos sujeitos nele envolvidos, o que leva à própria mudança e evolução profissional. Essa postura contribui para amenizar um dos fatores que provoca insegurança na prática pedagógica com a modelagem, que é o seu caráter aberto, característica que exige habilidades para lidar com as situações novas que surgem no contexto de sala de aula, o que demanda a busca constante de conhecimentos de diversas naturezas, em um processo em que a ação, a pesquisa e a reflexão são essenciais.

Nesse sentido, ao refletirem acerca das repercussões da vivência de alguns professores egressos de um mestrado profissional com a modelagem, Bisognin e Bisognin (2012, p. 1064) pontuam que

Este processo é demarcado por expectativas, sentimentos e transformação das trajetórias dos alunos e dos professores. Compreende, para tanto, um percurso em que o compartilhamento de ideias e procedimentos, *o gosto pelo desafio e a solução de problemas são indispensáveis*. [itálicos nossos].

Nesse caso, considera-se que a adoção da modelagem matemática requer características pessoais específicas, como a curiosidade e o compromisso com a formação dos alunos e sua evolução profissional. Ao adotar a modelagem em sua prática, os professores, conforme Chaves e Santos (2009, p. 16), ao mesmo tempo em que

tendem a romper com suas práticas tendem também a adotar outras formas de se relacionar com o aluno e o conhecimento, trazendo implicações para a sua prática e sua formação com o que foi possível apreender da experiência didática mediada pela Modelagem. Com isso, o professor constrói as bases para uma nova visão sobre a relação professor-aluno-conhecimento numa perspectiva construtivista sóciointeracionista mediado pela reflexão e pelo trabalho colaborativo, caminhando para o desenvolvimento de uma nova cultura docente.

Nessa perspectiva, a prática com modelagem se constituiu em um meio de formação contínua capaz de contribuir para o desenvolvimento profissional docente.

Diante das possibilidades de aprendizagem apresentadas nas discussões sobre a modelagem, no que se refere à formação tanto dos alunos quanto dos professores, consideramos ser pertinente tomar essa perspectiva pedagógica como objeto de análise, reflexão e ação, a partir dos trabalhos de um grupo de docentes que busca o aprofundamento de conhecimentos sobre Educação Estatística na Educação Básica. Passemos a discutir esse processo.

#### **4. Discussão e análise**

A análise dos dados na pesquisa qualitativa é uma tarefa delicada em função da subjetividade em que está imersa, particularmente quando o pesquisador se insere no contexto pesquisado de forma ativa, agindo sobre ele com o intuito de provocar transformações. Nesse caso, a descrição cuidadosa e fiel das ações empreendidas é fator primordial para ampliar as possibilidades da observação da pertinência das análises empreendidas por outros (Garnica, 2004; Lüdke & André, 1986).

É fundamental esclarecer que os “recortes”, representados aqui por diálogos e discursos escritos e falados, foram tomados, dentre tantos outros, por contemplarem situações ricas em possibilidades de discussão e abranger os objetivos deste estudo, o qual busca observar as oportunidades de aprendizagem geradas em meio às ações vivenciadas por um grupo de professores em um espaço colaborativo. Assim, o processo de análise ocorrerá no decorrer da descrição das ações empreendidas nesse contexto.

As ações consideradas importantes para a formação dos professores, no que tange à modelagem, e discutidas anteriormente foram apresentadas aos professores no primeiro encontro do grupo. O encaminhamento se deu com a apresentação das ações e os objetivos

de cada uma delas. A ação *vivência em atividade de modelagem como aluno* foi iniciada naquele mesmo dia e socializada no segundo encontro.

A atividade em questão foi proposta por Lesh, Amitt e Schorr (1997) a alunos do 9º ano, considerando a equivalência com o sistema brasileiro. Consideramos que apesar de ela ter sido elaborada para alunos da escola básica, pode ser explorada em diversos graus de ensino, de acordo com o nível intelectual dos envolvidos e o encaminhamento empreendido. A escolha da atividade levou em conta sua estrutura de *caso de ensino*, com o detalhamento das discussões dos estudantes e as observações do pesquisador sobre elas. Por isso, ele será usado também no desenvolvimento das ações *reflexão sobre casos de ensino* e *análise de modelos prontos*, tomando os modelos construídos e as estratégias empreendidas pelos alunos para a reflexão.

Consideramos que a vivência no papel de alunos poderia contribuir para que a reflexão sobre as ações, as discussões e as construções dos estudantes ocorresse com maior desenvoltura quando passássemos para a discussão do *caso de ensino*. Outro fator que pesou na escolha do texto foi a relevância de sua discussão teórica referente ao planejamento de atividades de modelagem, já que esse aspecto fazia parte de nossa proposta de estudos e esse tema é pouco discutido na literatura nacional.

Para o desenvolvimento da investigação, foi sugerida a formação de dois grupos. A constituição desses ficou a critério dos próprios professores, que se dividiram em uma dupla e um trio.

A atividade se iniciou com a apresentação e a discussão da situação real que a originou: a concorrência pública para a venda de alimentos em parques ou instituições públicas. A partir dessa interação, foi apresentada a atividade, a qual foi problematizada

pelos autores no espaço de discussão do grupo de pesquisa, levando em conta os princípios elaborados naquele ambiente (Lesh et al., 1997).

A tarefa contempla as tendências observadas para a Educação Estatística, a qual tem como foco o desenvolvimento do raciocínio estatístico (Lopes, 1998, 2008; Wild & Pfannkuch, 1999; Garfield et al., 2012).

A situação apresentada foi a seguinte: “No verão anterior uma pequena empresária tinha nove vendedores, que trabalhavam em tempo integral nos três períodos diferentes de funcionamento do parque. Neste verão ela só poderá contratar seis deles. A pequena empresária precisa decidir, entre os nove funcionários do ano passado, quais os três vendedores que contratará para trabalhar em tempo integral e os três que trabalharão meio período, sendo que ela valoriza o profissional que consegue bom volume de vendas”.(LESH;AMIT;SHORR, 1997) A resolução do problema consistia em fazer a escolha dos seis vendedores e apresentar, em uma carta, a descrição da estratégia e os critérios utilizados nesse processo, detalhando o processo usado para que ela possa compreendê-lo e avaliar sua validade para aproveitá-lo nas próximas contratações.

Após a exposição da situação alguns questionamentos foram apresentados, buscando estimular a discussão e a observação da necessidade de dados, por exemplo: é possível ajudar a pequena empresária? As informações apresentadas são suficientes para isso? Que outras informações vocês julgam necessárias? Como obtê-las? Dessa discussão surgiram, dentre outras, estas necessidades, apontadas pelos docentes:

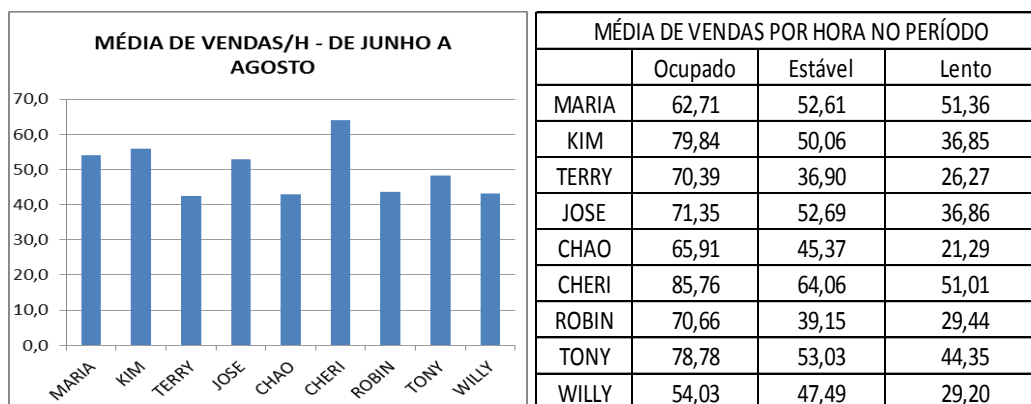
- saber quais dos 9 vendedores do verão passado estariam dispostos a trabalhar neste ano;
- ter informações sobre o desempenho dos vendedores no verão anterior;

- conhecer as preferências dos vendedores sobre os períodos de trabalho.

Como é possível observar, as indicações iniciais sobre possíveis dados necessários para a compreensão da situação incluem variáveis quantitativas e qualitativas. No entanto, a atividade proposta disponibilizava apenas dados quantitativos, os quais foram apresentados após a discussão anterior. Esses dados estavam organizados em duas tabelas, as quais continham as horas trabalhadas por cada trabalhador e suas vendas, nos três períodos, do ano anterior.

Ao iniciar a investigação os professores manifestaram certa apreensão em frases como: *“Tá muito complexo isso... são muitas variáveis...”* (P2). Naquele momento, os professores tentavam compreender o problema analisando as variáveis apresentadas – tempo, em horas, e vendas, em dólares. A dificuldade observada por eles advinha dos diferentes “momentos” em que os vendedores trabalhavam. Tais períodos apresentavam fluxos diferentes de pessoas no parque (alta frequência, estável e baixa frequência) nos três meses (junho, julho e agosto). Os primeiros modelos construídos mostram como os professores dos dois grupos compreenderam a situação:

Gráfico 1 – Média de vendas por hora (Grupo 1) Tabela 1 – Média de vendas por hora (Grupo 2)



Fonte: elaborado pelo grupo 1.

Fonte: elaborado pelo grupo 2.

Os dois grupos trabalharam basicamente com a produtividade dos vendedores, sendo que o grupo 1 calculou a média geral de cada vendedor (de junho a agosto); e o grupo 2 considerou a média de vendas deles em cada período – alta frequência (ocupado), média frequência (estável) e alta frequência (lento). Além disso, posteriormente este grupo usou o desvio padrão para observar a estabilidade nas vendas nos casos de médias muito próximas.

Questionados sobre essas escolhas, eles mostraram que levaram em consideração diferentes pressupostos. Um integrante do grupo 2 afirmou: “*uma boa produtividade num momento de pouco movimento, por exemplo, o lento, determina a competência do vendedor, pois se ele é bom de vendas no momento de fraca frequência, será melhor ainda nos outros*” (P4). Enquanto o grupo 1 considerou a competência do vendedor por sua produtividade no período todo, entendendo que “*o que importa é quem deu mais dinheiro para a empresária*” (P1). Essa discussão mostrou que diferentes pressupostos levam a diferentes modelos, aspecto importante no processo de modelagem (Bean, 2012).

No decorrer da investigação, os grupos atentaram para variáveis que não estavam explicitadas, como a assiduidade, indicada pelas faltas do vendedor (quando tinha zero de horas e de vendas). Essa consideração foi explicitada no relatório final do grupo 2: “Considerando que as faltas dos funcionários Chao e Willy são justificadas e desconsiderando suas ausências no cálculo das médias, os valores foram alterados”. Esse esclarecimento foi feito com a apresentação de um gráfico no qual o valor zero foi desconsiderado nos cálculos da média, o que gerou discussões sobre o uso ou não desse valor na contabilização dessa medida, levando em conta o modelo matemático usado, já que nesse todos os elementos envolvidos são considerados.

Naquele ponto, fez-se necessário discutir esse modelo e a possibilidade de adequação dele ao pressuposto de que a falta foi justificada. Esses fatores foram levantados nas discussões durante a socialização dos grupos e deram suporte à reflexão sobre o equívoco ocasionado na simplificação de situações reais, feita muitas vezes nos exercícios presentes nas salas de aula. Neste caso, a circunstância real favoreceu a compreensão do significado do conceito de média.

No decorrer da investigação, os professores relacionavam a atividade proposta a seu contexto de ação, considerando-a muito complexa para o nível de seus alunos. O que estava nítido em falas como: “*meus alunos não dão conta de resolver esse problema*” (P5), ou ainda “*tem muitas variáveis... teria que ser uma atividade bem simples*” (P1). Nesta fala, observa-se que, apesar de serem apresentadas apenas duas variáveis (vendas e tempo), P1 leva em conta outras, talvez por acreditar na impossibilidade de não considerá-las em uma circunstância real.

Durante a socialização os professores também demonstravam preocupação com a postura de seus alunos diante de situações abertas, como indica a afirmação de P5: “*os meus alunos não têm autonomia nenhuma, nem pra resolver problemas simples*”. Esse aspecto nos conduziu à reflexão sobre a cultura da escola de modo geral e a influência da postura dos professores diante da falta de autonomia dos estudantes. A discussão direcionou-se no sentido de evidenciar que a autonomia é uma das habilidades a serem desenvolvidas na escola, sendo que a promoção de vivências em situações em que ela é requerida, com a orientação do professor, pode favorecer essa inserção.

Tomar o contexto de suas ações como foco pareceu limitar a ação dos professores no desenvolvimento da situação-problema, já que as relações e os conceitos usados por eles nesse processo são estudados no ensino básico (média e desvio padrão; e modelos de

representação de dados, como gráficos de colunas, quadros e tabelas). Desse modo, não foi observado esforço em observar outras relações entre os dados mesmo sendo instigados nesse sentido. O que foi notado, por exemplo, na reação dos docentes à questão “*será que maior tempo de trabalho implica em maiores vendas?*”. Tal pergunta foi feita durante o desenvolvimento da atividade para instigá-los a usar outros conceitos e modelos estatísticos, como a reta de regressão e o coeficiente de correlação.

Esse aspecto foi discutido na socialização, incluindo a apresentação de procedimentos e modelos construídos sob essa ótica. Naquele momento, a discussão foi direcionada pelas necessidades e interesses dos professores. No entanto, alguns fatores foram postos em foco ainda que eles não os destacassem; por exemplo, o uso do conceito de correlação para a verificação da afirmação constata da atividade de que o volume de vendas é diretamente proporcional ao tempo de trabalho e o emprego do desvio-padrão por um dos grupos para observar a estabilidade nas vendas de cada trabalhador.

Essa explanação foi feita devido à importância de mostrar diversas opções de abordagem do problema proposto e de socializar os procedimentos e os conceitos usados por cada um dos grupos, considerando que assim ampliaríamos as possibilidades de aprendizagem e de ação de todos os envolvidos.

As discussões e as ações observadas mostraram que os professores não mobilizaram apenas saberes acadêmicos no decorrer do processo investigativo, já que seu contexto de ação profissional foi requerido muitas vezes, anunciando o foco de seus anseios: como levar atividades de modelagem para seus alunos. O que ficou claro na declaração dada por P1:

*Eu acho que dá pra explorar as coisas, mas ao mesmo tempo, puxando pro meu lado de professora, essas coisas precisam de empenho. Esse tipo de aula são aquelas pérolas que você faz e escolhe momentos para isso. O restante... (pausa) você tem dez aulas por dia e você tem*



*que dar aulas em várias salas e não vai ter tempo de planejar tudo isso. Então, acho que se fizermos de vez em quando, vale a pena.*

É possível concluir que P1 atribui importância às atividades de modelagem. No entanto, a dinâmica de seu contexto lhe parece incompatível com elas, pelo menos como prática cotidiana. Então, P1, por considerar a modelagem uma prática que demanda muito tempo e dedicação, entende que pode ser adotada apenas em momentos especiais, o que condiz com a perspectiva de Bisognin e Bisognin (2012) e Jacobini (comunicação pessoal, 2007).

Essa forma de ver a modelagem talvez esteja ligada ao fato de, na Educação Básica no Brasil, dela ser usada quase exclusivamente nos moldes de projeto, o que demanda algum tempo para a execução. Essa ideia começou a mudar com a proposta de Barbosa (2001), que, apoiado na perspectiva sociocrítica<sup>57</sup>, sugere diferentes configurações para o desenvolvimento da modelagem na sala de aula, tomando atividades com menor tempo de duração e diferentes níveis de autonomia dos alunos. A partir daí, Brandt, Burak e Klüber (2010) apresentam uma perspectiva de modelagem direcionada ao Ensino Básico, na qual consideram atividades com menor tempo de duração, atentando para o currículo estabelecido. Chaves (2012) também expõe algumas possibilidades de usos da modelagem levando em conta esses fatores.

A opinião de P1 não foi contestada pelos colegas do grupo, o que nos levou a concluir que ela seria compartilhada por todos. Essa constatação nos fez refletir sobre encaminhamentos que contribuíssem para aliviar a ansiedade observada e ampliar a

---

<sup>57</sup> Esta perspectiva tem como principal objetivo pedagógico a compreensão crítica do mundo. Considera que o entendimento dos objetos e dos conceitos da matemática tem papel importante nessa compreensão, em função de essa embasar as Ciências de modo geral. Sua base epistemológica está na perspectiva Emancipatória em uma abordagem sociocrítica da sociologia política.

compreensão dos professores sobre as possibilidades de usos e de aprendizagem criadas com a modelagem.

Consideramos pertinente contemplar os anseios dos professores por pensar atividades que considerassem adequadas ao contexto de seus alunos. Para isso, propomos a reflexão sobre o *caso de ensino* utilizando os resultados da atividade proposta por Lesh et al. (1997), desenvolvida anteriormente pelos professores, tomando como foco as discussões, os procedimentos, os modelos e as atitudes dos estudantes no desenvolvimento da tarefa. Acreditamos que o acompanhamento do processo desenvolvido por eles poderia contribuir para a percepção da dinâmica presente em suas estratégias, assim como dos raciocínios possibilitados em um ambiente autônomo em que se busca tomar decisões com base em dados reais.

Desse modo, o desenvolvimento da ação reflexão sobre *caso de ensino* compreendeu também a *análise de modelos prontos*. O que foi favorecido pela demonstração do processo empreendido pelos estudantes, que surpreendeu os professores por conta dos raciocínios e dos modelos construídos por eles, como o que segue. Este mostra o resultado da pesquisa do grupo para a situação-problema investigada.

Quadro 1 – Classificação dos vendedores conforme o grupo de Alan, Barb e Carla.

	<b>Lista Alan</b>	<b>Lista Barb</b>	<b>Lista Carla</b>	<b>Combinação</b>
CHERY	A	A	A	A
KIM	A	A	A	A
WILLY	A	A	B	A+
MARIA	C	B	A	B-
ROBIM	B	B	C	B+
CHAD	B	B	C	B+
JOSE	B	C	B	B+
TONY	C	C	B	C+
TERRY	C	C	C	C

Fonte: adaptado de Lesh et al. (1997)

Nesse caso, a lista gerada por cada componente do grupo foi originada com base nos modelos e nos procedimentos elaborados no decorrer da investigação, e levou em conta os diferentes pressupostos dos alunos, sendo que no final as pontuações são combinadas de forma a tratar cada uma das classificações como avaliações independentes. Durante a discussão sobre a construção do modelo, os professores com os quais estávamos trabalhando fizeram considerações relacionadas com seus contextos de atuação. P1 afirmou: *“isso é impossível acontecer nas minhas turmas do Ensino Fundamental!”*. P3, por sua vez, pontuou: *“nem no Ensino Médio dá!”*. Já P2 disse: *“esses alunos já estão acostumados com esse tipo de trabalho!”*.

A colocação de P2 é incoerente com o discurso recorrente sobre a incapacidade dos estudantes em elaborar modelos significativos e trabalhar de forma autônoma. O que fomentou a discussão com os seguintes questionamentos: *“Como esses alunos chegaram a esse nível? Por onde podemos começar para que nossos alunos construam essa competência?”*.

As reflexões levaram à conclusão de que é preciso estimular os estudantes a trabalhar autonomamente em situações que exijam esforço intelectual e empenho pessoal, ainda que essa autonomia seja mínima inicialmente e evolua com o tempo. Desse modo, estaríamos contribuindo para o desenvolvimento da competência para lidar com as situações novas que naturalmente surgirão na vida pessoal e profissional deles. No entanto, chamamos a atenção para a necessidade de mudança da postura do professor para que isso aconteça.

Ponderamos que a tomada do contexto de ação como foco, apesar de ter limitado o uso de conceitos e procedimentos matemáticos, possibilitou reflexões sobre posturas e

concepções consolidadas e suas influências no processo de ensino e aprendizagem. O que pode favorecer o desequilíbrio e a tomada de consciência para a adoção de novas posturas, confirmando o argumento de Amit e Hillman (1995 como citado em Barbosa, 2001, p. 9).

Alguns indícios de esforço dos docentes, nesse sentido, podem ser observados no desenvolvimento de outras ações. Observamos oportunidades de aprendizagem de questões conceituais. P1, por exemplo, contempla a organização de dados de um grupo durante o desenvolvimento do projeto “Brincadeiras”<sup>58</sup>, e questiona sua validade para a pesquisadora.

Tabela 2 – Brincadeira favorita x Quantidade de vezes que se brinca dela.

Kauba Bandeira - 11		1	2	3	4
		3	3	4	1
Chute ao gol 4		1	2	3	4
		0	1	2	1
Paredão - 1		1	2	3	4
					1

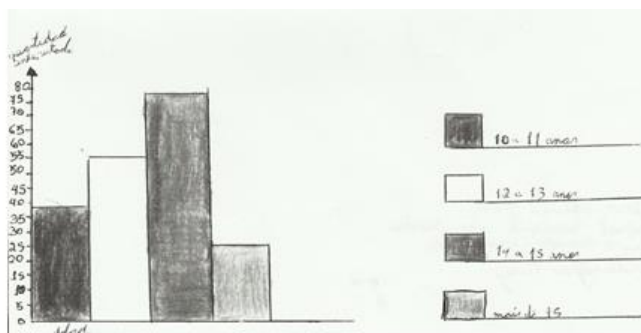
Fonte: Elaborada pelos alunos de 6º ano do P1 durante o projeto “Brincadeiras”.

Ao ser informada de que o registro dos alunos assemelhava-se a uma tabela de dupla entrada, a qual apresenta a relação entre as duas variáveis, a professora pediu indicação de material para aprofundar seu conhecimento sobre esse tipo de representação; e, no encontro seguinte, sistematizou o conceito para toda a turma, declarando sua admiração pela iniciativa dos estudantes que construíram a tabela. Como é possível concluir, naquele espaço, os alunos foram ouvidos e suas ideias valorizadas. Essa postura mostra o enquadramento da professora no perfil construído por Chaves (2012).

<sup>58</sup> O projeto “Brincadeiras” foi concebido por P1 na vivência da ação *elaboração de atividades de modelagem* e desenvolvido pelos estudantes de um 6º ano de uma escola pública de Campinas-SP.

Outras situações ofereceram oportunidades para a construção de conceitos para os integrantes do grupo, como a socialização das atividades dos alunos de P2, os quais desenvolveram um projeto para conhecer a opinião e o gosto dos estudantes da escola pela música. Tomamos para análise e discussão um modelo construído por esses estudantes.

Gráfico 2 – Projeto “música”



Fonte: Elaborado pelos alunos de 8º ano do P2.

A variável idade, cujos dados foram organizados em intervalos, foi apresentada por meio de uma representação gráfica. Ao observarmos o modelo, uma dúvida foi apresentada por um dos professores:

P4: *tem um intervalo ali que não entendi...*

P2: *é do histograma!*

P4: *mas o que estou perguntando é se nessa idade cabe fazer isso...*

P2: *falar de grandeza contínua?*

O questionamento do P4 inicialmente referia-se ao intervalo usado para a construção do gráfico. No entanto, em seguida sua questão mostra preocupação com a adequação do modelo ao nível dos alunos. Nesse caso, a discussão se encaminhou para o esclarecimento da segunda questão, considerando que a primeira seria contemplada no decorrer do processo.

Desse modo, ponderamos que a compreensão do histograma depende do domínio do conceito de continuidade. O que acontece com o estudo conjunto dos números reais, que

normalmente ocorre no 8º ano; antes dessa compreensão recomenda-se trabalhar com a representação do discreto, para a qual se usa o gráfico de colunas ou barras, ou o “ramo e folhas”.

A discussão continuou com a apresentação de situações vivenciadas anteriormente pelos professores em seus contextos de ação com a construção de representações gráficas. Entretanto, buscamos retomar a discussão do modelo apresentado por P2, destacando a análise crítica do modelo, como podemos notar a seguir:

Pesquisadora 1: *E nesse histograma, cabe a legenda? como eles fizeram?*

P3: *Isso não impede a compreensão dos alunos.*

Pesquisadora 1: *Pode começar com a coluna “colada” no eixo das quantidades? Como pode isso se a primeira idade é 10 anos?*

P1: *Mas pra mim, o zero está só no eixo vertical...*

Pesquisadora 1: *Ele não está nos dois? E o cruzamento dos dois eixos?*

P1: *Mas eles (os alunos) estão acostumados com o qualitativo, que os números estão só no eixo vertical.*

Pesquisadora 1: *No caso do qualitativo seria o gráfico de colunas. Mas aí (mostrando o gráfico) a variável é quantitativa! (silêncio)*

Pesquisadora 1: *Então... como poderia ser a intervenção nesse caso? (silêncio) Será que se pedisse a eles para colocar os números dos intervalos no eixo horizontal não faria com que eles percebessem que o limite inferior não pode ficar junto do eixo vertical?*

P2: *É, acho que sim. Talvez seja por isso que eles fizeram a legenda...*

Pesquisadora 2: *Sim, também poderia sugerir o uso da planilha eletrônica, pois lá eles poderiam escolher entre o gráfico de colunas e o histograma e aí eles veriam a diferença.*

A discussão a partir dessa sugestão se encaminhou ao apontamento dos docentes para as dificuldades em trabalhar com a planilha eletrônica, que demandaria alguma dedicação para ajudar os estudantes a lidar com ela para a construção dos gráficos. Em meio ao debate, P5 questionou: *“Mas então, qual é o gráfico adequado nesse caso, o histograma ou o gráfico de barras?”*.

O questionamento mostra que P5 não tinha abstraído das discussões anteriores a compreensão de que o histograma não era um modelo adequado para o intervalo

construído. Nesse caso, destacamos que essa representação demanda intervalos em que o limite superior de um é o limite inferior do próximo, o que é adequado para quantidades contínuas. No entanto, no modelo dos estudantes o intervalo é uma categorização, na qual se juntou as idades de 2 em 2 anos (apesar de o último item não explicitar a quantidade de números incluídos), o que poderia ser representado com o gráfico de barras, por exemplo.

Desse modo, as observações sobre o modelo levaram à reflexão sobre diversos aspectos relativos à construção da representação gráfica adequada para variáveis discretas e contínuas. Após essa discussão, P3 interveio:

*P3: Mas eu fico pensando assim: eles vão fazendo... aí, sai um monte de coisas erradas e só depois eu vou ensinar o correto? Não é melhor ensinar antes?*

*P2: mas aí você está no tradicional...*

A partir do questionamento do P3, discutimos, assumindo a proposta de Blum e Ferri (2009), a interferência do professor. Ponderamos que ela deveria ocorrer durante o processo de construção dos estudantes, já que nessa perspectiva espera-se que conceitos específicos sejam construídos; a não ser que seja uma aplicação, quando os conceitos já foram estudados pelos estudantes, ou em uma avaliação. Desse modo, sem intervenção, os alunos lançam mão de conhecimentos já consolidados, matemáticos ou não, e podem até resolver o problema. Porém, o uso desse método ou a escolha desses conceitos, ainda que corretos, poderiam não atender aos objetivos da atividade. Nesse caso, as estratégias dos estudantes deveriam servir de base para a intervenção do professor, de modo a instigá-los para a construção dos conceitos objetivados.

Entretanto, ponderamos que é possível que, na dinâmica complexa da sala de aula, alguns modelos e processos desenvolvidos pelos estudantes passem despercebidos ou não sejam valorizados pelo professor por diversos motivos, inclusive por questão de estratégia,

demandando uma intervenção posterior. O que não implica em “ensinar” o conceito ou modelo correto –aqui compreendido como aquele que seja adequado à resolução do problema–, mas em levar os alunos à sua construção ou, pelo menos, à compreensão da inadequação do modelo construído ou do processo empreendido, quando não for possível retomar o processo.

Diante da explanação, P3 se adianta informando que os estudantes [que elaboraram o modelo em discussão] trabalharam de forma completamente autônoma, mas que ela procuraria retomar a reflexão sobre o modelo analisado posteriormente.

A partir das características específicas do ambiente proposto, as discussões, no decorrer do desenvolvimento das ações sugeridas, possibilitaram a contemplação de situações que geraram dúvidas. O que indica que esse espaço é fértil para a construção de aprendizagens de diversas naturezas, favorecendo o desenvolvimento dos sujeitos nele inserido. Neste caso, cada um – com seus interesses, suas capacidades e suas limitações – teve a oportunidade de questionar, se posicionar e agir com total liberdade e apoio de seus pares.

## **Conclusões**

A vivência no desenvolvimento da atividade se mostrou motivadora para a construção de significados de conceitos disciplinares e pedagógicos, como foi evidenciado nas discussões anteriores. Contudo, o compromisso dos professores com a melhoria do ensino, em particular de seu contexto de ação profissional, foi determinante para o envolvimento desses no processo, assim como a pré-disposição para a construção de conhecimentos da teoria e da prática.



Observamos que vivenciar *a atividade de modelagem como aluno* não se constituiu como um problema para os professores, pois – mesmo ela podendo ser analisada com conceitos e procedimentos que demandariam maior esforço intelectual dos professores, característica inerente a atividades de modelagem – eles usaram conceitos e procedimentos semelhantes aos que seus alunos utilizariam. Com isso, ela desencadeou outras reflexões referentes ao contexto de ação dos professores, concretizando um problema para eles: a dúvida de como propor atividades a partir dessa perspectiva pedagógica para seus alunos. O que nos encaminhou para o desenvolvimento de outras ações que os levassem a atender a esse objetivo.

Ainda assim, em diversos momentos da socialização do processo, notamos outros fatores. Ao assumir o papel de aluno na investigação da situação proposta, os professores se depararam com a necessidade de revisitar conceitos e procedimentos, se posicionar na defesa de suas concepções e de se abrir para a compreensão de novas ideias.

Consideramos pertinente assinalar a importância de tomar para a análise os modelos matemáticos construídos pelos alunos no decorrer do desenvolvimento de atividades de modelagem que foram elaboradas e implementadas pelos próprios professores. Observamos que tais modelos foram particularmente significativos para eles, pois contribuíram para enriquecer a discussão do grupo, desencadeando processos de ressignificação de conceitos e procedimentos, e para avaliar de forma crítica a intervenção empreendida no desenvolvimento da atividade.

É possível concluir que as discussões oportunizadas ampliaram o conhecimento dos professores sobre a Educação Estatística e sobre os aspectos teóricos e metodológicos da modelagem na sala de aula da Educação básica. O que foi favorecido pela dinâmica colaborativa do grupo.

## Referências

- Almeida, L. M. W., & Dias, M. R. (2007). Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In J. C. Barbosa, A. D. Caldeira, & J. L. Araújo (Orgs.), *Modelagem Matemática na educação matemática brasileira: Pesquisas e práticas educacionais* (Vol. 3, pp. 253-268). (Biblioteca do educador matemático). Recife: SBEM.
- Arnaus, R. (1999). La formación del profesorado: Un encuentro comprometido con la complejidad educativa. In J. F. Rasco, J. B. Ruiz & A. P. Gomez (Orgs.), *Desarrollo profesional del docente: Política, investigación y práctica* (pp. 559-635). Madrid: Akal.
- Barbosa, J. C. (2001, outubro). Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In *Anais da Reunião Anual da ANPED*, Caxambu, MG, Brasil, 24.
- Bassanezi, R. C. (2004). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática* (2a ed.). São Paulo: Contexto.
- Batanero, Carmen. (1999). *Didáctica de la probabilidad y estadística*. [Mimeo].
- Bean, D. (2012, outubro). As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos. In *Anais do Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática* [1 CD ROM], Petrópolis, RJ, 5.
- Bisognin, E., & Bisognin, V. P. (2012, agosto). Percepções de professores sobre o uso da modelagem matemática em sala de aula. *Bolema*, 26(43), 1049-1079.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of mathematical modeling and application*, 1(1), 45-58.
- Brandt, C. F., Burak D., & Klüber, T. E. (2010). *Modelagem Matemática: Uma perspectiva para a Educação Básica* (148pp.). Ponta Grossa: UEPG.
- Chaves, M. I. A. (2012). *Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com Modelagem Matemática*. (Tese de doutorado em Educação). Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém.
- Chaves, M. I., & Santos, A. E. (2009, novembro) Que professor se constrói com a modelagem matemática? In *Anais da Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática*, Londrina, PR, 6.
- Furlanatto, E. C. (2008, julho/dezembro). Formação de Professor: Tecendo experiências. *Notandum*, 17, 13-19. Recuperado em <http://www.hottopos.com/notand17/eclide.pdf>
- Garcia, M. (1997). A formação de professores: Novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In A. Nóvoa (Org.) *Os professores e a sua formação* (pp. 51-76). Lisboa: Don Quixote.
- Garfield, J., Delmais, R., & Zieffler, A. (2010, julho). Developing tertiary-level students' statistical thinking through the use of model-eliciting activities. In *Proceedings of International Conference on Teaching Statistics*, Ljubljana, Slovenia, 8.

- Garnica, A. V. M. (2004). História oral e educação matemática. In M. C. Borba & J. L. Araújo (Orgs.) *Pesquisa qualitativa em Educação Matemática* (77-98). Belo Horizonte: Autêntica.
- Hjalmarson, M. A. (2003, julho). Designing a Discussion: Teacher as designer. In *Paper presented at the Mathematics Education Research Group of Australasia*, Geelong, Australia. Recuperado em janeiro de 2013, de [http://www.merga.net.au/documents/RR\\_hjalmar.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RR_hjalmar.pdf)
- Ibiapina, I.M. L. M. (2008). *Pesquisa Colaborativa: Investigação, formação e produção de conhecimentos*. Brasília: Liber livros.
- Lesh, R., Amit, M., & Schorr, R. (1997). Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In I. Gal & J. Garfield (Eds.). *The assessment challenge in statistics education* (pp. 65-83). Amsterdam: The International Statistical Institute.
- Lopes, C. E. (1998, julho) *A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: Uma análise curricular* (Dissertação de mestrado). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas.
- Lopes, C. E. (2008). Reflexões teóricas-metodológicas para a educação estatística. In C. E. Lopes & E. Curi (Orgs.). *Pesquisas em educação matemática: Um encontro entre teoria e a prática* (pp. 67-86). São Carlos: Pedro e João Editores.
- Lüdke, M., & André, M. E. D. A. (1986). *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Mendonça, L. O. (2008). *A Educação estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio* (Dissertação de mestrado em Ensino de Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- Nacarato, A. M. (2011, junho). A formação do professor de Matemática: Prática e pesquisa. *REMATEC*, 6(9), 27-48. Recuperado em <http://www.rematec.net.br/index.php/inicio/issue/view/9>
- Nono, M. A., & Mizukami, M. G. N. (2002, janeiro/dezembro). Casos de ensino e processos de aprendizagem profissional docente. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, 83(203-204-205), 72-84. Recuperado em <http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/124/126>
- Oliveira, A. M. P. (2010). *Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos professores* (Tese de doutorado). Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador.
- Oliveira, D. (2013). *As aprendizagens dos professores que ensinam matemática para crianças ao se inserirem em um espaço formativo sobre estocástica* (Tese de doutorado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

- Passos, C. L. B., Nacarato, A. M., Dario, F., Miskulin, R. G. S., Grando, R. C., Gama, R. P., Magid, M. A. B. A., Freitas, M. T. M., & Melo, M. V. (2006). Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. *Quadrante*, 15(1-2), 193-219. Recuperado em [http://www.apm.pt/files/\\_09\\_lq\\_47fe12e32858f.pdf](http://www.apm.pt/files/_09_lq_47fe12e32858f.pdf)
- Romanowski, A. P., & Martins, P. L. (2010, maio/agosto). Formação Continuada: contribuições para o desenvolvimento profissional dos professores. *Revista Diálogo Educacional*, 10(30), 285-300. Recuperado em <http://www2.pucpr.br/reol/index.php/dialogo?dd1=3607&dd99=view>
- Souza, A. C. (2013). *O desenvolvimento profissional de educadoras da infância: Uma aproximação à educação estatística* (Tese de doutorado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- Souza, L. O. (2013) *O desenvolvimento profissional de professores em estatística: Um projeto Multi-dimensional de formação colaborativa* (Tese de doutorado). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.
- Wild, C., & Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 223-65. Recuperado em <http://www.stat.aucland.ac.nz/~iase/publications/isr/99.wild.pfnnkuch.pdf>

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao enveredar pelo campo da pesquisa, tinha como certa uma jornada de buscas, trocas, rupturas e descobertas. Ainda assim, surpreendi-me com essa dinâmica, particularmente com a possibilidade de amadurecimento profissional e pessoal que ela pode proporcionar.

O percurso desta investigação se iniciou com a procura de um embasamento teórico que sustentasse um entendimento pessoal de que a realidade que se observa nas aulas de Matemática, nas quais o descontentamento e o desinteresse se apoderam de alunos e professores, pode ser modificada com uma prática reflexiva, autêntica e, acima de tudo, humana e consciente. Essa ideia também é defendida por Freire (1979;1996), D'ambrósio (2011) e tantos outros educadores.

Apoiada no conhecimento teórico construído nesse trajeto, assim como nas experiências vivenciadas, procurei partilhar com os professores do grupo de natureza colaborativa as descobertas feitas acerca do processo de ensino e aprendizagem enquanto professora de Matemática no Ensino Básico. O que decorre de minha atuação como docente não se conformar com a passividade de alunos e professores, uma vez que me posiciono diante do conhecimento matemático e da complexidade na qual o ensino se insere.

Apesar de minha experiência com a modelagem ser positiva e de a literatura mostrar um cenário otimista com a possibilidade de seu uso no ensino e na aprendizagem da Matemática, ela expõe a presença de dúvidas, inseguranças e barreiras culturais e institucionais para a efetivação da modelagem matemática na prática cotidiana das escolas. Esses conhecimentos foram compartilhados com os membros do GIFEM. Tais docentes foram convidados a compartilhar comigo a experiência de assumir a modelagem matemática como meio de formação e ação, tendo em vista o caráter dinâmico e abrangente que ela encerra, tanto na aprendizagem dos conceitos matemáticos como na formação geral dos sujeitos envolvidos, alunos e professores.

A partir da aproximação dos docentes a esse contexto, busquei construir elementos para responder ao questionamento inicial: *como se dá o envolvimento*

*de um grupo de professores com a modelagem matemática para a Educação Estatística no Ensino Fundamental?* Considerei que essa procura poderia gerar conhecimento sobre meu objeto de estudo: a modelagem matemática na Formação de Professores. Portanto, a participação destes na discussão proposta foi o foco de observação e reflexão, à luz do referencial teórico construído, gerando compreensões sobre a adequação de algumas ações recomendadas para o professor construir ideias acerca da modelagem.

Nesse sentido, o envolvimento dos docentes em situações em que essas ações foram vivenciadas possibilitou algumas conjecturas pontuais. Estas podem contribuir para o debate acerca da Formação de Professores no que se refere à modelagem.

As discussões dos professores no grupo colaborativo e seus registros escritos na forma de relatórios mostraram sua insatisfação com a política do sistema de ensino em geral e a gestão em seus contextos específicos. Isso, conforme Arnaus (1999) e Santana (2013), limita as ações docentes na sala de aula. Também houve inquietação no que se refere à possibilidade de os estudantes com os quais trabalham se envolverem de forma autônoma e reflexiva nas atividades de modelagem.

Essas circunstâncias demandaram empenho na busca de formas democráticas e criativas para possibilitar a inserção da modelagem na prática cotidiana da escola. O que se concretizou com o consenso em torno da ideia de promover, a princípio, atividades estruturadas previamente, em que a modelagem fosse requerida dos estudantes, no entanto, de modo que o nível de autonomia destes fosse ampliado gradativamente para situações em que todo o processo, da escolha do tema ao desenvolvimento da investigação, fosse de sua autoria. Nesse caso, a participação do professor ocorreria com a problematização no decorrer da atividade de modo a instigar os estudantes a construir o conhecimento matemático, ou estatístico no caso específico do GIFEM.

Essa proposta criou a necessidade de promover condições para o aprimoramento da capacidade de problematização de situações reais, levando em

conta as características inerentes à modelagem na Educação Matemática, como: a investigação autônoma, o esforço intelectual, o registro sistemático do processo e a generalização de relações tendo a Matemática como lente. Esse processo se apoiou em alguns princípios recomendados por Lesh, Amit; Shorr (1997) e em outros criados no grupo.

O envolvimento dos professores nas ações promovidas no decorrer do período de reflexão e ação sobre modelagem apresenta indícios da relevância das ações propostas para a formação docente. Por exemplo, é possível concluir que a participação na ação *vivência em atividades de modelagem como aluno* foi uma oportunidade potencial para provocar reflexões teóricas e práticas, o que conduziu os professores a por em movimento seus saberes profissionais e práticos. Entretanto, as iniciativas dos educadores, ao assumir o papel de aluno, foram limitadas no uso de conceitos e na observação de relações entre variáveis, ainda que a intervenção tenha sinalizado a possibilidade de aprofundamentos, permitida pela problematização da situação observada, como se verifica no terceiro artigo.

Este estudo mostra que os docentes não se interessaram em vivenciar outras situações como alunos e que atribuíram significado à ação *reflexões sobre modelos matemáticos* quando estes foram desenvolvidos por seus alunos em atividades elaboradas e desenvolvidas em seu contexto profissional. Atesta ainda a eficácia da *reflexão sobre caso de ensino* para a apreensão de saberes sobre a dinâmica presente na efetivação de atividades de modelagem, assim como seu potencial para o aprofundamento de conceitos e a autonomia dos estudantes.

A problematização das situações reais empreendidas pelos professores na vivência da ação *elaboração de atividades de modelagem* mostra pouca possibilidade de os estudantes realizarem uma investigação autônoma, particularmente em uma primeira experiência com tarefas dessa natureza, o que amplia a probabilidade de intervenções excessivamente diretivas durante a atividade. Apesar disso, ela indicou uma circunstância diferente daquelas observadas por Silva (2006) e Silva e Dalto (2012) no que se refere ao grau de abertura. Também contrariam as observações de Chick e Pierce (2010) acerca da

dificuldade de alguns professores em abstrair situações problemáticas relevantes para a abordagem da Educação Estatística no mundo real, como se observa no primeiro artigo.

Essa situação pode ter ocorrido em função das discussões oportunizadas nas ações vivenciadas antes da elaboração da atividade e das reflexões acerca dos princípios propostos por Lesh, Amit, Shorr (1997), os quais objetivam a criação de uma problematização em que o processo de modelagem seja necessário. Tal circunstância também se justifica pela ampliação feita no grupo a partir das reflexões sobre esses pressupostos, que expandiu a condição de “elaboração” para a de “planejamento” da atividade de modelagem.

A forte dependência da intervenção no desenvolvimento das atividades, por sua vez, pode estar relacionada a dois fatores. Um deles é a pouca confiança dos professores na capacidade dos estudantes em empreender de forma autônoma a investigação. Outro pode ser a responsabilidade, assumida pelos docentes, pelo que ocorre no processo de ensino e aprendizagem, ainda que não tenham consciência dessa postura, como preconiza Arnaus (1999).

Essa situação é particularmente problemática em função de fornecer pouca oportunidade para os estudantes assumirem papel ativo no processo, já que estes dependem da orientação do professor em diversas circunstâncias, como se observa nas atividades propostas. Sendo assim, é a intervenção do docente que irá determinar a natureza do ambiente de aprendizagem. Ou seja, a forma em que o professor participará do processo será decisiva para que o processo de modelagem ocorra. As intervenções descritas no decorrer deste texto, particularmente o detalhamento feito no segundo artigo, embasam essa ideia.

Tal discussão, assim como as reflexões presentes no referencial teórico construído, leva à conclusão de que a modelagem, no âmbito da Educação Matemática, é um processo necessariamente mediado pelo professor, com vistas a atingir objetivos específicos relativos à construção de conhecimentos matemáticos e/ou estatísticos pelos alunos. Essa proposta tem respaldo na perspectiva de intervenção pedagógica de Blum e Leib (2005) e Blum e Ferri



(2009). Também tem reflexo nos pressupostos da Educação problematizadora de Freire (1979) e Mendonça (1993). Entretanto, essa prática, por se situar em um contexto complexo, que atende a diversos interesses, demanda um posicionamento político, que determinará a legitimação ou não das limitações impostas pelo sistema. Essa condição atribui relevância fundamental à intervenção do professor no processo de investigação dos estudantes. Tal forma de intervir deve ser predominantemente estratégica quando, no decorrer da atividade, algumas circunstâncias requererem encaminhamentos mais diretos. Esse processo exige a adoção de uma postura crítico-reflexiva para que haja a evolução na capacidade de problematização das situações que surgem, de forma a instigar os estudantes a construir os conhecimentos almejados, atendendo aos diversos interesses envolvidos.

Nessa perspectiva, a adoção da modelagem na prática pedagógica se constituiu em um meio de formação e emancipação (FREIRE, 1979,1996). Dessa maneira, a modelagem, se tomada como objeto de ação política, pode ser um importante elemento para provocar mudanças no sistema de ensino de forma democrática e criativa. Assim, é possível criar uma nova cultura no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, como preconizam Meyer, Caldeira e Malheiros (2011).

Desse modo, o estudo permite concluir que as ações propostas são relevantes para a compreensão sobre a natureza da modelagem na Educação Matemática, particularmente sobre as possibilidades de inserção desta na prática pedagógica, levando em conta o ambiente profissional do docente. No entanto, há evidências de que essas podem não atender aos interesses imediatos dos professores, como se observou na *vivência em atividades de modelagem como aluno* e no pouco envolvimento deles na *análise de modelos prontos*, quando estes foram construídos em contextos alheios a seus interesses.

Essa constatação mostra que, mais que aprofundamentos em questões conceituais, o professor busca meios de aprimorar sua prática, considerando as demandas de seu contexto. Nesse caso, é a partir das necessidades deste que a

ampliação de seus saberes pode se dar, o que se favorece com a participação em espaços colaborativos nos quais os aspectos teóricos e práticos são discutidos e partilhados e os interesses de cada um são valorizados.

Essa participação pode ser a chave para amenizar os fatores que a literatura reconhece como problemáticos para a adoção da modelagem matemática na Educação Matemática (OLIVEIRA, 2010; SANT'ANA; SANT'ANA, 2009; SILVA, 2006; SILVA; DALTO, 2011), como: as dificuldades na elaboração de atividades de modelagem, as inseguranças e os dilemas presentes em sua implementação. Além disso, pode diminuir os aspectos prejudiciais que não são percebidos imediatamente, por serem implícitos.

No caso da Educação Estatística, as experiências observadas possibilitam inferir que a mediação é determinante para a efetivação do processo de modelagem, que, nesse contexto, deve ir além de uma investigação estatística. Isso ocorre, pois esse processo está centrado no desenvolvimento de raciocínios específicos, como a percepção da necessidade de dados, a presença da variação e o raciocínio com modelos estabelecidos por meio da *transnumeração* e das relações dos dados com o contexto, conforme proposto por Wild e Pfannkuch (1999) e vivenciado por Batanero e Diaz (2004); Mendonça (2008); Garfield, Delmas e Zieffler (2010).

A contemplação desses elementos é imprescindível no desenvolvimento de atividades referentes à Educação Estatística na perspectiva de modelagem. Ademais, ainda que a necessidade desses seja criada na problematização da situação real observada, sua efetivação é dependente de intervenção pedagógica, que deve ser predominantemente estratégica no momento de seu desenvolvimento, para que a investigação passe pelos procedimentos, pelas atitudes e pelos conceitos inerentes a Estatística, ancorada no raciocínio estatístico. Essa é uma condição fundamental para a construção de um conhecimento sólido sobre a Estatística, o que passa pela percepção de suas especificidades.

Ciente da insuficiência da experiência vivenciada neste estudo para fornecer resultados generalistas, avalio a relevância de sua reprodução em outros espaços de discussão. Assim, serão obtidos mais elementos que possibilitem a verificação de convergências ou divergências de atitudes e dinâmicas ou o surgimento de novos encaminhamentos e reações. Essa observação pode ampliar o debate acerca da Formação de Professores no que tange à modelagem na Educação Matemática.

No que se refere à *ação vivência em atividades de modelagem como aluno*, vislumbro um interesse, diretamente decorrente deste estudo, de futuramente analisar outras situações em que perspectivas de modelagem diferentes daquela vivenciada no GIFEM sejam usadas. Essa experiência poderia conduzir à compreensão acerca da intervenção pedagógica e o desenvolvimento do processo de modelagem por professores nesses ambientes, levando em conta os elementos propostos por Wild e Pfannkush(1999), os quais são importantes para do pensamento estatístico, nas diversas perspectivas de modelagem, para a abordagem da Educação Estatística.

## REFERÊNCIAS

ALARCÃO, I. **Professores reflexivos em uma escola reflexiva**. São Paulo: Cortez, 2003.

ALMEIDA, L. M. W.; Dias, M. R. Modelagem Matemática em cursos de formação de professores. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Modelagem Matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 253-268. (Biblioteca do educador matemático, v. 3).

ALMEIDA, L. M. W.; FERRUZZI, E. C. Uma aproximação socioepistemológica para a modelagem matemática. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 117-134, jul. 2009.

ALMEIDA, L. W.; TORTOLA, E.; MERLI, R. Modelagem matemática- com que estamos lidando: modelos diferentes ou linguagens diferentes ou linguagens diferentes? **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14, n. 2, maio-ago. 2012.

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, L. W.; ARAÚJO, J., L.; BISOGNIN, V. (Org.). **Práticas de modelagem matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 19-43.

\_\_\_\_\_. Perspectiva educacional e perspectiva cognitivista para a modelagem matemática: um estudo mediado por representações semióticas. **Modelagem na Educação Matemática**, Blumenau, v. 1, n.1, p. 28-42, 2010.

ARNAUS, R. La formación del profesorado: un encuentro comprometido con la complejidad educativa. In: RASCO, J. F.; RUIZ, J. B.; GOMEZ, A. P. (Org.). **Desarrollo profesional del docente: política, investigación y práctica**. Madrid: Akal, 1999. p. 559-635.

ARTEAGA, P. et al. Prospective primary school teachers' errors in building statistical graphs. In: CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 8., 2013, Antalya, Turkey. **Anais...** Antalya, Turkey: CERME, 2013. p. 1-10.

BARBOSA, J. C. A dinâmica das discussões dos alunos no ambiente de modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: SBEM, 2006. p. 1-12. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. A prática dos alunos no ambiente de modelagem matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A.; ARAÚJO, J. (Org.). **Modelagem matemática na educação matemática brasileira: pesquisas e práticas educacionais**. Recife: SBEM, 2007. p. 161-74.

\_\_\_\_\_. As relações dos professores com a Modelagem. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2004, Recife. **Anais...** Recife: SBEM, 2004. p. 1-17. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática e os futuros professores. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 25., 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2002. p. 1-11. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Caxambu: ANPED, 2001. p. 1-15.

\_\_\_\_\_. O que pensam os professores sobre Modelagem Matemática? **Zetetike**, Campinas, v.7, n.11, p.67-85, 1999.

BARBOSA, J. C.; SANTOS, M. A. Modelagem matemática: perspectivas e discussões. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Belo horizonte. **Anais...** Recife: SBEM, 2007. p. 1-12.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2004.

BATANERO, C. Aleatoriedad, modelización, simulación. In: JORNADA SOBRE EL APRENDIZAJE Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS, 10., 2001, Zaragoza. **Actas...** Zaragoza: ICE, 2001. p. 119-130.

\_\_\_\_\_. **Didáctica de la probabilidad y estadística**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidade da Espanha, 1999. Mimeo.

\_\_\_\_\_. Retos para la formación estadística de los profesores. In: ENCONTRO DE PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA NA SCOLA, 2., 2009, Minho. **Anais...** Braga: Universidade de Minho, 2009. p. 7-21.

BATANERO, C.; DIAZ, C. El papel de los proyectos en la enseñanza y aprendizaje de la estadística. In: ROYO, J. P. (Ed.). **Aspectos didácticos de las matemáticas**. Zaragoza: ICE, 2004. p. 125-63.

BEAN, D. As premissas e os pressupostos na construção conceitual de modelos. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2012, Petrópolis. **Anais...** Petrópolis: SBEM, 2012. p. 1-22. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática: uma mudança de base conceitual. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto, MG. **Anais...** Ouro Preto: UFOP, UFMG, 2007. p. 35-58. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. O que é modelagem matemática? **Educação Matemática em Revista**, Recife, ano 8, n. 9-10, p. 49-57, 2001.

BERGER, P.; LUCKMANN, T. **A Construção Social da Realidade**. 24. ed. Petrópolis: Vozes, 2004.

BIEMBENGUT, M. S. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, jul. 2009.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BIEMBENGUT, M. S.; VIEIRA, E. M. Mathematical modeling in teacher education courses: style of thought in the international community. – ICTMA. In: CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 8., 2013, Antalya. **Proceedings...** Antalya: Cerme, 2013. Disponível em:

<[http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG6/WG6\\_Salett\\_Biembengut.pdf](http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG6/WG6_Salett_Biembengut.pdf)>.

Acesso em: jan. 2014.

\_\_\_\_\_. **Modelação Matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. Dissertação (Mestrado)– Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1990.

BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. P. Percepções de professores sobre o uso da modelagem matemática em sala de aula. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1049-1079, ago. 2012.

BLUM, W.; FERRI, R. B. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? **Journal of mathematical modeling and application**, Berlim, v. 1, n.1, p. 45-58, 2009.

BLUM, W.; LEIB, D. “Filling up”: the problem of independence preserving teacher interventions in lessons with demanding modeling tasks. In: CONGRESS OF EUROPEAN RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 4., 2005, Sant Feliu de Guíxols, Spain. **Proceedings...** Sant Feliu de Guíxols: European Society for Research in Mathematics Education, 2005. p. 1623-1633. Disponível em: <[http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4\\_WG13.pdf](http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/CERME4_WG13.pdf)>. Acesso em: nov. 2014.

BRANDT, C. F., BURAK D.; KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Ponta Grossa: UEPG, 2010. 148p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 1ª a 4ª série**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BURAK, D. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino e aprendizagem**. 1992. 460 f. Tese (Doutorado)– Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

\_\_\_\_\_. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série**. 1987. 186f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)– Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

BURAK, D.; KLÜBER, T. E. Encaminhamentos didático- pedagógicos no contexto de uma atividade de modelagem matemática para educação básica. In: ALMEIDA, L., M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011. p. 45-81.

BUSSAB, W. O.; MORETTIN, P. A. **Estatística básica**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2003.

CALDEIRA, A. D. **Educação Matemática e Ambiental**: um contexto de mudanças. 1989. 28f. Tese (Doutorado)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

CALDEIRA, A. D. Etnomodelagem e suas relações com a Educação Matemática na Infância. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.).

**Modelagem matemática na educação matemática brasileira**: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 81-96.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática nos cursos de formação de professores: obstáculos e resistências. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2012, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: UNIFRA, 2012. p. 1021-1047.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática: um outro olhar. Alexandria. **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n.2, p. 33-54, jul.2009.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C. M. Modelagem Matemática: alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na educação matemática**. Londrina: Eduel, 2011.

CAMPOS, C. R. **A educação estatística**: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à didática da estatística em curso de graduação. 2007. 256 f. Tese (Doutorado)– Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2007.

CHAVES, M. I. A. **Percepções de professores sobre repercussões de suas experiências com modelagem matemática**. 2012. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas)– Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, 2012.

CHAVES, M. I. A.; SANTOS, A. O. E. Que professores se constrói com a modelagem matemática? In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina, PR. **Anais...** Londrina, PR: UFPR, 2009. p. 1-20.

CHICK H.; PIERCE, R. Helping Teachers to make Effective use of real-world examples in Statistics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 8., 2010, Ljubljana. **Proceedings...** Ljubljana: IASE, ISI, 2010. p. 1-5.

COCHRAN-SMITH, M.; LYTLE, S. L. Relationship of knowledge and practice: teacher learning in communities. **Review of Research in Education**, Washington, n. 24, p. 249-305, 1999.

COUTINHO, C. Q. S.; SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. Desenvolvimento do pensamento estatístico e sua articulação com a mobilização de registros de representação semiótica. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 39, p. 495-514, ago. 2011.

D'AMBRÓSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**. 2. ed. Natal: EDUFRN, 2011. 258p.

DOLIS, M. **Ensino de cálculo e o processo de Modelagem**. 1989. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)– Instituto de Biociências, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 1989.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: ALCÂNTARA, S. D. (Org.). **Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus Editora, 2003. p. 11-33.

FERRI, R. B. Insight into teacher's unconscious behavior while dealing with mathematical modeling problems and implications for teacher education. In: SYMPOSIUM ON THE OCCASION OF THE 100TH ANNIVERSARY OF ICMI, 2008, Roma. **Anais...** Roma: ICMI, 2008. p. 1-5.

\_\_\_\_\_. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **ZDM**, Heidelberg, v. 38, n. 2, p. 86-95, 2006.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas, SP: Autores associados, 2006. 225p.

FORBS, S.; HARRAWAY, J.; CUNNLIFF, R. **Using real data in classrooms: evaluating its effectiveness**. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICS EDUCATION, 11., 2008, Monterrey. **Proceedings...** Monterrey: ICME, 2008.

FRANCHI, R.H.O. L.; GAZZETTA, M. Vivendo atividades de Modelagem no Ensino Fundamental. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto, MG. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. p. 1219-1230. 1 CD-ROM

FRANCO, M. A. S. Pedagogia da pesquisa-ação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, p. 483-502, set.-dez. 2005.

FRANKLIN, C. et al. **Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: a pre-k-12 curriculum framework**. Alexandria, VA: American Statistical Association, 2005.

FREIRE, P. **Educação e mudança**. 27. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1979. 79 p.

\_\_\_\_\_. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. 4. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1998. 158 p.



FREITAS, M. T. M.; FIORENTINI, D. As possibilidades formativas e investigativas da narrativa em educação matemática. **Horizontes**, Itatiba, v. 25, n.1, p. 63-71, jan.-jun. 2007.

FURLANATO, E. C. Formação de Professor: tecendo experiências. **Notandum**, Porto, v. 17, p. 13-19, jul.-dez. 2008. Disponível em:

<<http://www.hottopos.com/notand17/eicleide.pdf>>. Acesso em: dez.2012.

GARCIA, M. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Don Quixote, 1997. p. 51-76.

GARFIELD, J.; DELMAS, R.; ZIEFFLER, A. Developing tertiary-level student's statistical thinking through the use of model-eliciting activities. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 8., 2010, Ljubljana. **Proceedings...** Ljubljana: IASE, ISI, 2010. p. 883-898

GARNICA, A. V. M. História oral e educação matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 77-98.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**. 3. ed. Rio de Janeiro: Record, 1999. 107p.

GOOS, M. **Learning Mathematics in a classroom community of inquiry**. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 3, n. 4, p. 258-291, jul. 2004.

HERNÁNDEZ, F.; VENTURA, M. **A organização do currículo por projetos de trabalho: o conhecimento é um caleidoscópio**. Tradução de Jussara Rodrigues. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

HJALMARSON, M. A.. Designing a Discussion: teacher as designer. In: MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH GROUP OF AUSTRALASIA, 26., 2003, Geelong. **Proceedings...** Geelong: Merga, 2003. p. 429-435. Disponível em: <[http://www.merga.net.au/documents/RR\\_hjalmar.pdf](http://www.merga.net.au/documents/RR_hjalmar.pdf)>. Acesso em: jan. 2013.

IBIAPINA, I. M. L. M. **Pesquisa Colaborativa: investigação, formação e produção de conhecimentos**. Brasília: Liber Livro, 2008.

JACOBINI, O. R. **A modelação matemática aplicada no ensino de Estatística em cursos de graduação**. 1999. 131 f. Dissertação (Mestrado em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos)– Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

JAWORSKY, B. Building and sustain inquiry communities in mathematics teaching development. In: KRAINER, K; WOOD, T. **Participants in mathematics teacher education: individuals, teams, communities and networks**. . Rotterdam: Sense publish, 2008. p. 309-330. (International handbook on mathematics teacher education, v. 3).

JOHSON, T.; LESH, R. A Models and Modeling perspective on Technology-based representational media. In: LESH, R.; DOERR, H. (Ed.). **Beyond Constructivism:**

a models and modeling perspective on mathematics problem solving, learning, and teaching. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 2003. p. 265-277.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, Berlim, v. 8, n. 3, p. 302-310, 2006.

KLEIN, Remi. Perguntar não ofende. **Revista eletrônica Novo Olhar**, 2007. Disponível em: <[http://www.novolhar.com.br/noticia\\_edicoes.php?id=4506](http://www.novolhar.com.br/noticia_edicoes.php?id=4506)>. Acesso em: 29 ago. 13.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Bases epistemológicas e implicações para práticas de modelagem em sala de aula. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2009, Brasília. **Anais...** Brasília: SIPEM, 2009. p.1-16. 1 CD-ROM

KOORO, M. B.; MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. A competência leitora e escritora de alunos da EJA em um ambiente de modelagem matemática. **Leitura, Teoria & Prática**, Campinas, v. 30, p. 1311-1320, 2012.

LARROSA, J. **La experiencia de la lectura: estudios sobre literatura y formación**. Barcelona: Laertes, 1998.

LESH, R.; AMIT, M.; SCHORR, R. Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In: GAL, I.; GARFIELD, J. (Ed.). **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdam: The International Statistical Institute, 1997. p. 65-83.

LESH, R.; CARMONA, G.; HJALMARSON, M. Working group models and modeling. In: REUNIÃO ANUAL DA PME-NA, 27., 2005, Blacksburg. **Anais...** Blacksburg: Virginia Tech, 2006. p. 1-4.

LIBÂNEO, J. C. O ensino da didática, das metodologias específicas e dos conteúdos específicos do ensino fundamental nos currículos dos cursos de Pedagogia. **Revista Brasileiro Estudos pedagógicos**, Brasília, v. 91, n. 229, p. 562-583, set.-dez. 2010. Disponível <<http://www.emaberto.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/1775/1369>>. Acesso em: nov. 2014.

LESH, R.; AMIT, M.; SCHORR, R. Using real-life problems to prompt students to construct conceptual models for statistical reasoning. In: GAL, I.; GARFIELD, J. (Ed.). **The assessment challenge in statistics education**. Amsterdam: The International Statistical Institute, 1997. p. 65-83.

LOPES, C. E. *A probabilidade e a estatística no ensino fundamental: uma análise curricular*. 1998. Dissertação (Mestrado)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOPES, C. E. **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e probabilidade na educação infantil**. 2003. 277f. Tese (Doutorado)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

\_\_\_\_\_. Reflexões teórico-metodológicas para a educação estatística. In: LOPES, C. E.; CURI, E. (Org.). **Pesquisas em educação matemática: um encontro entre a teoria e a prática**. São Carlos: Pedro e João Editores, 2008. p. 67-86.

LOPES, C. E.; MORAN, R. C. C. A Estatística e a probabilidade através das atividades propostas em alguns livros didáticos brasileiros recomendados para o ensino fundamental. In: CONFERÊNCIA INTERNACIONAL EXPERIÊNCIAS E EXPECTATIVAS DO ENSINO DE ESTATÍSTICA: DESAFIOS PARA O SÉCULO XXI, 1999, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: Universidade Estadual de Londrina, 1999.p. 1-8

LOPES DE OLIVEIRA, M. C. S. **Narrativas e desenvolvimento da identidade profissional de professores**. **Cadernos CEDES**, Campinas, v. 32, n. 88, p. 369-378, set.-dez. 2012.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MALHEIROS, A. P. S. **Educação matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem**. 2008. 187 f. Tese (Doutorado)– Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2008.

MELHORAMENTOS. Significado de cultura. In:\_\_\_\_\_. *Dicionário de português online*. Melhoramentos, 2009. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=cultura>. Acesso em: dez. 2014.

MENDONÇA, L. O. **A Educação Estatística em um ambiente de modelagem matemática no ensino médio**. 2008. 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)– Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2008.

MENDONÇA, L. O.; LOPES, C. E. A ação pedagógica em ambientes de modelagem matemática: uma discussão a partir da própria prática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7., 2011a, Belém, PA. **Anais...** Belém, PA: UFPA/UFPA, 2011. p. 1-18.

\_\_\_\_\_. Estocástica na educação básica: uma busca de subsídios para uma proposta de formação continuada de professores que ensinam matemática. In: ENCONTRO DE PRODUÇÃO DISCENTE, 2., 2012, São Paulo. **Anais...** São Paulo: UNICSUL, PUC, 2012. p. 1-13.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática no desenvolvimento profissional dos professores: reflexões e ações. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria, RS. **Anais...** Santa Maria, RS: UNIFRA, 2013. p. 1-15. 1 CD-ROM.

\_\_\_\_\_. Modelagem matemática: um ambiente de aprendizagem para a implementação da Educação Estatística no Ensino Médio. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 24, n. 40, p. 701-724, ago. 2011b.

MENDONÇA, M. C. **Problematização**: um caminho a ser percorrido em Educação Matemática. 1993. Tese (Doutorado)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1993.

MEYER, J. F. C. A. Entrevista. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFOP, UFMG, nov. 2007. p. 1-2.

MEYER, J. F. C.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011. 142p.

MONTEIRO, A. **O ensino de matemática para adultos através do método Modelagem Matemática**. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)– IGCE, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 1991.

NACARATO, A. M. A formação do professor de Matemática: prática e pesquisa. **REMATEC**, Natal, v. 6, n. 9, p. 27-48, 2011. Disponível em: <<http://www.rematec.net.br/index.php/inicio/issue/view/9>>. Acesso em: nov. 2014.

\_\_\_\_\_. **Educação Continuada sob a perspectiva da Pesquisa-ação: currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando Geometria**. 2000. Tese (Doutorado)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Curriculum focal points**. Disponível em: <<http://www.nctm.org/>>. Acesso em: 1 jun. 2014.

NONO, M. A.; MIZUKAMI, M. G. N. (2002, janeiro/dezembro). Casos de ensino e processos de aprendizagem profissional docente. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 83, n. 203-204-205, p. 72-84, dez-jan.. 2002. Disponível em: <<http://rbep.inep.gov.br/index.php/RBEP/article/viewFile/124/126>>. Acesso em: dez. 2014

NOVOA, A. Para una formación de profesores construída dentro de la profesión. *Revista de educación*, Lisboa, n. 350, p. 203-218, set. 2009.

OLIVEIRA, A. M. P. **Modelagem matemática e as tensões nos discursos dos Professores**. 2010. 187f. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências)– Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador, 2010.

OLIVEIRA, A. M. P.; PRADO, A. S.; SILVA, L. A. Planejamento, organização e condução do ambiente de modelagem nas práticas pedagógicas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: Unifra, UFRGS, 2013. p. 1-15. 1 CD-ROM.

OLIVEIRA, A. M. P.; CAMPOS, I. S. As estratégias do professor a partir do "convite inicial" nas atividades de modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto, MG. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. p. 239-252. 1 CD-ROM.

OLIVEIRA, M. L. C.; BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: os alunos e a participação do professor nas suas estratégias. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto, MG. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. p. 1070-1084. 1 CD-ROM

PASSOS, C. L. B. et al. Desenvolvimento profissional do professor que ensina Matemática: Uma meta-análise de estudos brasileiros. **Quadrante**, Lisboa, v. 15, n. 1-2, p. 193-219, 2006. Disponível em: [http://www.apm.pt/files/\\_09\\_lq\\_47fe12e32858f.pdf](http://www.apm.pt/files/_09_lq_47fe12e32858f.pdf). Acesso em: dez. 2014.

PASSOS, C. L., B.; GALVÃO, C. Narrativas de formação: Investigações matemática na formação e na atuação de professores. **Interações**, Lisboa, n.18, p. 76-103, 2011. Disponível em: <http://www.eses.pt/interaccoes>. Acesso em: ago. 2013.

PÉREZ GÓMEZ, A. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Don Quixote, 1997. p. 92-114.

PONTE, J. P. Estudos de caso em Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, ano 19, n. 25, p.105-32, 2005.

ROMA, J. E. Modelagem matemática: reflexões na prática pedagógica dos professores egressos no curso de especialização em Educação Matemática da PUC-Campinas. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 3., 2003, Piracicaba. **Anais...** Recife: UNIMEP, 2003. p.1-17. 1 CD-ROM.

ROSA, C. C.; KATO, L. A. Contribuições da Modelagem Matemática para a prática reflexiva dos professores: algumas considerações. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. Londrina: Eduep, 2011. p. 201-223.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a formação do professor reflexivo. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8., 2013, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: UNIVRA, 2013. p. 1-10.

SANTANA, M. S. R. **Trabalho docente e problematização da prática pedagógica à luz da teoria histórico-cultural**. 216 f. 2013. Tese (Doutorado em Educação)– Faculdade de Filosofia e Ciências, Universidade Estadual Paulista, Marília, 2013.

SANT'ANA, A. A.; SANT'ANA, M. F. Uma experiência com a elaboração de perguntas em modelagem matemática. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA, 6., 2009, Londrina. **Anais...** Londrina: Unesp, 2009. p. 1-17. 1 CD-ROM.

SANTOS, S. A narrativa como estratégia de formação e de reflexão sobre a prática docente. **Teoria e Prática da Educação**, Cidade, v.11, n.2, p.207-217, maio-ago. 2008.

SCHIMITT, A. L. F.; BIEMBENGUT, S. Mapeamento das pesquisas sobre modelagem matemática no cenário mundial: análise dos trabalhos no 14º grupo de estudo do Comitê Internancional de Educação Matemática –Study Grup, 14 – ICMA. **Dynamis**, Blumenau, v. 13, n. 1, p.11-20, 2007.

SHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. Tradução de Graça Cunha, Cândida Hespanha e Conceição Afonso. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. 3. ed. Lisboa: Don Quixote, 1997. 160 p.

SKOVSMOSE, O. Reflective knowledge: its relation to the mathematical modelling process. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, Berlim, v. 21, n. 5, p. 765-779, 1990.

SILVA C. B. et. al. Exploring relations of Vitruvian Man to Develop Student's reasoning about Variation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 8., 2010, Ljubljana. **Proceedings...** Voorburg: International Statistical Institute, 2010.

SILVA, D. K. Formação continuada: o papel da investigação nas atividades de modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. **Anais...** Águas de Lindóia: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2006. p. 1-11. 1 CD-ROM.

SILVA, D. K.; DALTO, J. O. Modelagem matemática na formação de professores: compartilhando uma experiência. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Org.). **Práticas de modelagem matemática na Educação Matemática**. Londrina: Edue, 2011. p. 181-200.

SILVA, L. A.; OLIVEIRA, A. M. P. As discussões entre formador e professores no planejamento do ambiente de modelagem matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1071-1101, 2012.

SILVA, M. A. A presença da estatística e da probabilidade no currículo prescrito de cursos de licenciatura em matemática: uma análise do possível descompasso entre as orientações curriculares para a Educação Básica e a formação inicial do professor de Matemática. **Bolema**, Rio Claro, SP v. 24, n. 40, p. 747-764, dez. 2011.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na Sala de Aula: resistências e obstáculos. **Bolema**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 1021-1047, ago. 2012.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, ano 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SOUZA, A. C. **A educação estatística na infância**. 2007. 209 f. Dissertação (Mestrado)– Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2007.

SOUZA, A. C. **O desenvolvimento profissional de educadoras da infância: Uma aproximação à educação estatística**. 2013. Tese (Doutorado)– Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

SOUZA, E. G.; ESPÍRITO SANTO, A. O. A organização escolar em ciclos: um caminho para incluir a Modelagem Matemática na prática escolar docente. In:

CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2007, Ouro Preto. **Anais...** Ouro Preto: UFOP/UFMG, 2007. 1 CD-ROM.

SOUZA, L. O. **O desenvolvimento profissional de professores em estatística: um projeto multi-dimensional de formação colaborativa.** 2013. Tese (Doutorado)– Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.

THIOLLENT, M. **Pesquisa-Ação nas Organizações.** São Paulo: Atlas, 1997. 164p.

VAILLANT, D.; MARCELO, C. **Aprendendo a ensinar: as quatro etapas da aprendizagem.** Curitiba: UTFPR, 2012. 242 p.

VERTUAN, R. **Um olhar sobre a Matemática à luz dos registros de representações Semiótica.** 2007. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)– Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, 2007.

VILELA, D. S. **Matemáticas nos usos e jogos de linguagem: ampliando concepções na Educação Matemática.** 2007. 247f. Tese (Doutorado em Educação)– Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

WILD, C.; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry. **International Statistical Review**, México, n. 67, p. 223-65, 1999. Disponível em: < <http://iase-web.org/documents/intstatreview/99.Wild.Pfannkuch.pdf> >. Acesso em: jan. 2015.