UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO – UNIAN-SP

MARIA GRACILENE DE CARVALHO PINHEIRO

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS: um estudo sobre o desenvolvimento profissional do professor

SÃO PAULO-SP

2019

MARIA GRACILENE DE CARVALHO PINHEIRO

ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS: um estudo sobre o desenvolvimento profissional docente

Tese elaborada sob a orientação da **Professora Dra. Angélica da Fontoura Garcia Silva** e apresentada à Banca Examinadora da Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN, como exigência parcial para obtenção do título de **Doutora em Educação Matemática**.

Co-orientadora: Professora Dra. Maria de Lurdes Serrazina

SÃO PAULO-SP

2019

P654e

PINHEIRO, Maria Gracilene de Carvalho.
Ensino de probabilidade nos anos iniciais: um estudo sobre o desenvolvimento profissional do professor / Maria Gracilene de Carvalho Pinheiro. –
São Paulo: 2019.
244 f.; 30 cm.
Orientação Profª. Angélica da Fontoura Garcia Silva; Co-Orientação Profª. Dra. Maria de Lurdes Serrazina.
Trabalho de conclusão de Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado) - Universidade Anhanguera de São Paulo – Pirituba, 2019.

Inclui anexo e bibliografia.

1. Formação continuada de professores. 2. Ensino de probabilidade. 3. Anos iniciais do Ensino Fundamental. 4. Desenvolvimento profissional docente. I. Título.

CDD 378.17

MARIA GRACILENE DE CARVALHO PINHEIRO

ENSINO DE PROBABILIDADE NOS ANOS INICIAIS: UM ESTUDO SOBRE O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOCENTE

Aprovada em 14 de maio de 2019

Banca Examinadora

Professora Doutora Angélica da Fontoura Garcia Silva
Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN

Professora Doutora Maria de Lurdes Serrazina
Instituto de Educação – Universidade de Lisboa - Portugal

Professora Doutora Suzi Samá Pinto
Universidade Federal do Rio Grande – FURG

Professora Doutora Cláudia Borim Silva
Universidade São Judas – SP

Professor Doutor Ruy César Pietropaolo
Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN

Professora Doutora Maria Elisabette Brisola Brito Prado
Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN

Acima de tudo o amor

13 1 Ainda que eu falasse línguas, as dos homens e dos anjos, se eu não tivesse o amor, seria como sino ruidoso ou como címbalo estridente.

2 Ainda que eu tivesse o dom da profecia, o conhecimento de todos os mistérios e de toda a ciência; ainda que eu tivesse toda a fé, a ponto de transportar montanhas, se não tiver o amor, eu não seria nada.

3 Ainda que eu distribuísse todos os meus bens aos famintos, ainda que entregasse o meu corpo às chamas, se não tivesse o amor, nada disso adiantaria.

4 O amor é paciente, o amor é prestativo; não é invejoso, não se ostenta, não se incha de orgulho.

5 Nada faz de inconveniente, não procura seu próprio interesse, não se irrita, não guarda rancor.

6 Não se alegra com a injustiça, mas se regozija com a verdade.

7 Tudo desculpa, tudo crê, tudo espera, tudo suporta.

8 O amor jamais passará. As profecias desaparecerão, as línguas cessarão, a ciência também desaparecerá.

9 Pois o nosso conhecimento é limitado; limitada é também a nossa profecia.

10 Mas, quando vier a perfeição, desaparecerá o que é limitado.

11 Quando eu era criança, falava como criança, pensava como criança, raciocinava como criança. Depois que me tornei adulto deixei o que era próprio de criança.

12 Agora vemos como em espelho e de maneira confusa; mas depois veremos face a face. Agora o meu conhecimento é limitado; mas depois conhecerei como sou conhecido.

13 Agora, portanto, permanecem estas três coisas: a fé, a esperança e o amor. A maior delas, porém, é o amor.

1 Coríntios, 13.

Porque somente o amor dá sentido à vida, dedico este estudo aos que amo e que são minha inspiração em tudo que realizo!

AGRADECIMENTOS

A Deus, pela minha vida e a dos meus, pelas bênçãos recebidas e por me dotar de capacidades.

Aos meus pais, pela vida, em especial; e por compreenderem e aceitarem que eu esteja longe, mesmo quando querem que eu esteja perto. Que Deus sempre os abençoe!

Ao professor José Júnior, também meu companheiro, amigo e parceiro na vida, na profissão e na defesa por uma educação ancorada nos princípios de cidadania, respeito e solidariedade humana.

Às professoras Dona Zefinha Ferrreira e Adamir Leal, pelo incentivo à minha formação acadêmica e profissional e pelo carinho demonstrando por meio de sua amizade.

Aos demais professores do meu município de origem, Inhuma Piauí, com quem tive minhas primeiras experiências na vida estudantil e profissional. Guardo cada um na minha mente e coração.

Antes de dar continuidade aos agradecimentos, abro um parêntese para dizer que a realização de um trabalho de pesquisa é possível se temos pessoas dispostas a dialogar conosco sobre as questões que levantamos em torno de uma temática. Nesse sentido, uma pesquisa se constitui, a meu ver, em um projeto que se concretiza por meio da colaboração, da troca de ideias, da reflexão e da relação estabelecida com as pessoas que nele se envolveram. Assim sou grata especialmente,

À professora doutora Angélica da Fontoura Garcia Silva, minha orientadora, pela parceria e dedicação ao longo desses anos de estudo. Obrigada pelas orientações e ensinamentos!

Ao professor doutor Ruy César Pietropaolo, pelos ensinamentos e pela confiança creditada a mim.

À professora doutora Maria de Lourdes Serrazina e ao professor doutor João Pedro da Ponte, pela atenção e pela acolhida, por ocasião do Doutorado Intercalar, na Universidade de Lisboa, em Portugal. Essa experiência modificou a minha vida pessoal e academicamente.

Às professoras doutoras Elisabette Prado, Cláudia Borin e Suzi Samá, pela gentileza em participar da Banca Examinadora e pelas contribuições dadas ao nosso estudo.

Às professoras doutoras Maria Elisa Esteves, Aparecida Duarte, Nielce Lobo, Rosana Lima, Lulu Heale, Tânia Campos e ao prof. Dr. D'Ambrosio pelos conhecimentos compartilhados. Junto a vocês, à professora Dra. Raquel Factore Canova, de quem sou amiga e parceira em publicações.

Aos professores da rede estadual paulista, participantes da pesquisa. A participação de vocês tornou possível a realização desta investigação. Por isso, muito grata a todos.

Às meninas da Secretaria Acadêmica, Anália, Luzimar e Fernanda, por serem sempre tão atenciosas. Também ao Guilherme e à Débora, que hoje estão em outra instituição, meu carinho a vocês!

Aos meus amigos e amigas de curso, cujos nomes estão na minha mente e no meu coração.

À Capes, por ter financiado este estudo e pela oportunidade de estágio no Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Portugal, possibilitando a mim discutir sobre a minha pesquisa com pesquisadores daquela instituição e vivenciar experiências importantes à minha formação.

Ao projeto Observatório da Educação, que me possibilitou realizar formação com professores e desenvolver este estudo investigativo.

A todos, com carinho e amizade, a minha gratidão!

RESUMO

A presente investigação foi desenvolvida em um contexto de formação continuada, sob a perspectiva do Projeto *Observatório da Educação*, do qual participaram professores da rede estadual de São Paulo que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental. A pertinência deste estudo está associada às inovações curriculares para o ensino de Matemática no Brasil, que orientam a abordagem de ideias associadas às noções de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, e às discussões já empreendidas em pesquisas nacionais e internacionais a respeito das oportunidades de *desenvolvimento profissional* do professor, visto que ele é um ser imprescindível para implementar, no ensino, as propostas curriculares e conduzir o aluno a uma aprendizagem com compreensão. A pesquisa desenvolveu-se em três fases: fase diagnóstica, fase do processo de formação e, após um intervalo de tempo, a fase pós-formação. No planejamento da formação, buscou-se, no Programa *Compreensão das Crianças sobre Probabilidade e Risco*, fundamentar as discussões sobre questões didáticas referentes ao ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e à compreensão dos conceitos envolvidos na temática por crianças em fase inicial de escolarização. Recorrendo a uma investigação qualitativa, procurou-se descrever e interpretar a participação dos professores a partir dos dados coletados nas três fases. Entre os professores participantes da pesquisa, deu-se especial atenção a seis professoras que participaram de todas as fases da pesquisa. Para essa coleta, foram utilizados os seguintes instrumentos: um questionário inicial, observações com registros escritos e gravados em vídeos e áudios, protocolos de tarefas e entrevistas. Buscou-se analisar e compreender as implicações de um curso de formação continuada [em que se propôs discutir o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental] para e no processo de *desenvolvimento profissional* dos professores, notadamente das seis professoras. Assim, a análise dos dados, realizada à luz das teorias a respeito do *conhecimento*, da *reflexão* e *do desenvolvimento profissional*, concentrou-se em dois aspectos: o primeiro, *Conhecimento do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo,* relativo às questões ligadas ao objeto matemático em discussão, e o segundo, *Conhecimento, Reflexão sobre a prática e Desenvolvimento Profissional*, relativo às discussões sobre a formação de professores. Em termos de resultados, evidenciou-se que o *desenvolvimento profissional* dos professores (especialmente das seis professoras) foi impulsionado pela participação no processo formativo, que contribuiu, sobremaneira, para o desenvolvimento e a ampliação da capacidade de reflexão e para a aquisição de conhecimentos de noções probabilísticas. As seis professoras investigadas, assim ocorreu com os demais professores, de maneira geral, adquiriram compreensões importantes em relação às ideias associadas ao conceito de Probabilidade e reconheceram a importância de explorar com as crianças ainda em fase inicial de escolaridade a noção da aleatoriedade. Isso as influenciou no planejamento de situações novas de ensino e na escolha de intervenções adequadas à compreensão pelos alunos das ideias probabilísticas exploradas em sala de aula e na proposição de momentos de estudos com seus pares no contexto da escola em que lecionavam. Destaca-se, nesse processo, a relação estabelecida entre as pesquisadoras e as professoras investigadas, durante e após a formação, a qual se configurou um aspecto determinante para o *desenvolvimento profissional* dessas docentes.

Palavras-chave: Formação Continuada de Professores. Ensino de Probabilidade. Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Desenvolvimento Profissional Docente.

ABSTRACT

This study was developed in a continued education context, within the scope of the *Education Observatory* Project, which involved mathematics teachers working in the state of Sao Paulo's school system at the early years of elementary education. The relevance of this study relates to the curricular innovations proposed for the teaching of mathematics in Brazil that guide the approach of ideas associated with notions of probability starting at the early years of elementary school. This investigation also relates to discussions already undertaken by national and international researches regarding the opportunities of teachers' *professional development* as the teacher is an indispensible actor for the implementation - in teaching - of curricular proposals and for guiding students to learn with understanding,The research was developed in three phases: 1) diagnostics; 2) the development process; and, after a time lapse, 3) the post-development phase. During the development planning, within the program *Children's Comprehension Skills about Risk and Probability,* the focus was to support the discussions about teaching issues related to the teaching of probability in the early years of elementary school and to the understanding of key concepts by children at the initial schooling process. Using a qualitative approach, the research aimed to describe and interpret the teachers' participation based on data collected in the three phases. Among the teachers participating in this research, six of them were present in all three phases and received close attention. For this data collection, the following instruments were used: an initial questionnaire, observations recorded in writing and in audio-video formats, task protocols, and interviews. The aim was to analyze and understand the implication of a continued education course - whose proposal was to discuss the teaching of probability in the early years of elementary school - for and in the process of teachers' *professional development,* chiefly that of the depicted six teachers. Hence, in the data analysis based on theories related to *knowledge, reflection* and *professional developmen*t, two aspects were in focus: the first, *knowledge of content and teaching knowledge of content*, dealing with issues concerned to the mathematical object in discussion; and the second one, *knowledge, reflection about practice and professional development,* concerning the discussions about teacher development. Results showed that professional development of teachers (mainly the six selected ones) was boosted by their participation in the development process which significantly contributed to the development and enhancement of their reflective ability and to knowledge acquisition on probabilistic notions. As with the six selected teachers, the same happened to the other teachers who, in general, acquired important insights regarding the ideas associated with the concept of probability and recognized the importance of exploring the notion of randomness with children at the early stages of schooling. This development influenced the teachers regarding the planning of new learning situations and the choices for suitable interventions aimed to make students understand the probabilistic ideas explored in the classroom and also for proposing study time with their peers in the context of the school where they worked, In this process, the highlight was the relationship established between researchers and participating teachers, during and after the development process, which was a defining aspect for the *professional development* of these professionals.

Key-words: Teacher Continued Education; Teaching Probability; Early Years of Elementary School; Professional Teaching Development.

RESUMEN

La presente investigación fue desarrollada en un contexto de formación continuada, bajo la perspectiva del Proyecto *Observatorio de la Educación*, del cual participaron profesores de la red estatal de São Paulo que enseñan Matemáticas a las series iniciales de la Enseñanza Fundamental. La pertinencia de este estudio está asociada a las innovaciones curriculares para la enseñanza de Matemáticas en Brasil, que orientan el abordaje de ideas asociadas a las nociones de Probabilidad a partir de las series iniciales de la Enseñanza Fundamental, y a las discusiones ya emprendidas en investigaciones nacionales e internacionales respecto a las oportunidades de *desarrollo profesional* del profesor, puesto que es un personaje imprescindible para implementar, en la enseñanza, las propuestas curriculares y conducir el alumno a un aprendizaje con comprensión. La investigación se desarrolló en tres etapas: etapa diagnóstica, etapa del proceso de formación y, tras un intervalo de tiempo, la etapa posformación. Al planificar la formación, se buscó, en el Programa *Comprensión de los Niños sobre Probabilidad y Riesgo*, fundamentar las discusiones sobre cuestiones didácticas referentes a la enseñanza de Probabilidad en las series iniciales de la Enseñanza Fundamental y a la comprensión de los conceptos involucrados en la temática por niños en fase inicial de escolarización. Mediante una investigación cualitativa, se buscó describir e interpretar la participación de los profesores a partir de datos colectados en las tres etapas. Entre los profesores participantes de la investigación, hubo especial atención a seis profesoras que participaron de todas las etapas. Para dicha recolección, los siguientes instrumentos fueron utilizados: una encuesta inicial, observaciones con registros escritos y grabados en videos y audios, protocolos de tareas y entrevistas. Se buscó analizar y comprender las implicaciones de un curso de formación continuada [en el cual se propuso discutir la enseñanza de Probabilidad en las series iniciales de la Enseñanza Fundamental] para y en el proceso de *desarrollo profesional* de los profesores, notablemente de las seis profesoras. De este modo, el análisis de los datos hecho de acuerdo con las teorías referentes al *conocimiento*, *reflexión* y *desarrollo profesional* se concentró en dos aspectos: el primer, *Conocimiento del Contenido y Conocimiento Pedagógico del Contenido*, relativo a las cuestiones relacionadas al objeto matemático en discusión, y el segundo, *Conocimiento, Reflexión sobre la práctica y Desarrollo Profesional*, relativo a las discusiones sobre la formación de profesores. En términos de resultados, se evidenció que el *desarrollo profesional* de los profesores (especialmente de las seis) fue impulsado por la participación en proceso formativo, que ha contribuido, sobremanera, para desarrollo y ampliación de la capacidad de reflexión y para adquisición de conocimientos de nociones probabilísticas. Las seis profesoras investigadas, así ocurriendo con los demás, de manera general, adquirieron comprensiones importantes con relación a las ideas asociadas al concepto de Probabilidad y reconocieron la importancia de explorar con los niños aún en fase inicial de escolaridad la noción de aleatoriedad. Eso las ha influenciado en la planificación de situaciones nuevas de enseñanza y en la elección de intervenciones adecuadas a la comprensión, por los alumnos, de ideas probabilísticas exploradas en la clase y en la proposición de momentos de estudios con sus pares al contexto de la escuela en que enseñaban. Se destaca, en dicho proceso, la relación establecida entre las investigadoras y las profesoras investigadas, durante y después de la formación, la cual se configuró un aspecto determinante para el *desarrollo profesional* de las maestras.

Palabras clave: Formación Continuada de Profesores. Enseñanza de Probabilidad. Años Iniciales de la Enseñanza Básica. Desarrollo Profesional Docente.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO

O presente estudo tem o propósito de investigar as contribuições de um curso de formação continuada para o processo de *desenvolvimento profissional* do professor. Assim, a presente investigação teve lugar no contexto de uma formação, realizada com o intuito de analisar e discutir conhecimentos matemáticos para o ensino de Probabilidade[1] nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Trata-se de um estudo inserido na linha de pesquisa *Formação de Professores, Currículo e História*, ligada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN-SP), realizado no âmbito do Projeto Observatório da Educação[2] – Projeto de formação e pesquisa, constituído por professores e pesquisadores em Educação Matemática, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Antes das atividades de investigação e concomitantemente a elas foram realizados a revisão de literatura; a escolha e o estudo da base teórica; o planejamento e o desenvolvimento de um processo formativo; e a análise das primeiras informações produzidas – dados coletados no *Questionário inicial de pesquisa* e nas primeiras seções de formação[3]. Todas essas ações fizeram parte do desenvolvimento da pesquisa e estão descritas em capítulos posteriores.

Em relação à base teórica de sustentação desta investigação, em todas as etapas – organização/planejamento, desenvolvimento, análise e discussão das informações produzidas antes, no decorrer e após o processo formativo empreendido no âmbito desta pesquisa – buscaram-se fundamentos nos conhecimentos para o ensino da Matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) nos processos de *desenvolvimento profissional* (DAY, 2001; GUSKEY, 2002; PONTE, 2012, 2014), especialmente, no que se refere à reflexão sobre a

---

[1] Neste texto optamos por usar Probabilidade para nos referirmos ao tema e probabilidade para nos referirmos à determinação da chance de ocorrência de um evento.

[2] Projeto Observatório da Educação. Auxílio nº 1052/2013 D.O. 30/07/2013: *Investigações sobre o Processo de Ensino e de Aprendizagem de Conceitos concernentes à Probabilidade e Estatística.* Coordenado pelo Professor Doutor Ruy César Pietropaolo.

[3] A análise parcial dos dados ocorreu em razão de os utilizarmos como subsídios para o planejamento e/ou (re)planejamento de atividades que seriam exploradas em seções de formações futuras.

prática (SCHÖN, 1983; SERRAZINA, 1999) e nas implicações de um contexto de trabalho colaborativo (BOA VIDA; PONTE, 2002; DAY, 2001; PONTE, 2003; SERRAZINA, 1999).

Quanto à Probabilidade, foi dada atenção especial para o Programa de Ensino *Children's Understanding of Probability*, desenvolvido para alunos dos anos iniciais da Educação Básica, na Inglaterra, por Nunes et al. (2011); para os estudos de Batanero (2005); Godino, Batanero e Cañizares (1996), que discutem diferentes concepções de Probabilidade; e Gal (2005), sobre o Letramento Probabilístico.

No que se refere à revisão de literatura, buscaram-se estudos nacionais e internacionais já desenvolvidos com professores e alunos, cujos resultados também foram inspiração, embasamento e fonte de dados para elaborar o processo formativo e para justificar a relevância de investigar questões relativas aos processos de ensino e de aprendizagem da Probabilidade nos primeiros anos do Ensino Fundamental e, em particular, conhecimentos dos professores que lecionam nessa fase de escolarização.

Sob essa perspectiva, foram analisados estudos desenvolvidos por Batista e Borba (2016); Fernandes, Correia e Contreras (2013); e Santos (2015), cujas investigações com alunos foram focadas na aprendizagem e pesquisas realizadas por Campos e Pietropaolo (2013); Carvalho (2017); Fernandes et al. (2015); Fernandes, Serrano e Correia (2016); e Grando (2016), cujo olhar esteve voltado para o ensino – investigação com professores. Visitamos também os estudos de Lopes (2003, 2008, 2016), cujas discussões abrangem o *desenvolvimento profissional* de educadoras da infância no ensino de estocástica; os trabalhos de Cazorla et al. (2017), que discutem a Estatística e Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental; e os estudos de Oliveira e Fernandes (2012), que discutem as implicações de um projeto (Plano de Matemática PM II) no *desenvolvimento profissional* de professores de uma escola secundária do Porto-Portugal.

A descrição do presente estudo está desenvolvida em capítulos, de acordo com a seguinte organização:

No primeiro capítulo serão apresentadas as motivações pessoais da pesquisadora, as justificativas, a relevância (pesquisas desenvolvidas com professores, em contexto de formação inicial e continuada e com alunos) e as escolhas teóricas consideradas no desenvolvimento desta investigação. São apresentados também, nesse capítulo, o objetivo e a questão de pesquisa que nortearam a realização deste estudo.

A base teórica está apresentada no segundo capítulo. Nele, descrevemos as nossas interpretações a respeito das teorias relativas à formação de professores: conhecimento profissional (BALL; THAMES; PHELPS); reflexão (ALARCÃO, NÓVOA, PONTE, SERRAZINA E SCHÖN); *desenvolvimento profissional docente* (DAY, PONTE); e, em seguida, as teorias que versam sobre a Probabilidade e seu ensino: Modelo Teórico para o Letramento Probabilístico (GAL); Concepções de Probabilidade (BATANERO; GODINO); e o Programa de Ensino *Children's Understandin of Probability and Risk* (BRYANT; NUNES).

O terceiro capítulo foi dedicado à descrição dos estudos relativos à revisão de literatura. Inicialmente, estarão expostas as orientações e as discussões apresentadas nos documentos oficiais a respeito do ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental; em seguida, as contribuições de pesquisadores e estudiosos em Educação Matemática e as pesquisas que discutem o raciocínio e o letramento probabilísticos de crianças, acompanhadas dos argumentos para justificar o seu ensino nessa fase de escolarização. São apresentadas também nesse capítulo contribuições de estudiosos que nos ajudaram a refletir sobre como deve ser o ensino; e por fim, resultados de pesquisas sobre a formação de professores.

No capítulo quatro está apresentada a configuração da pesquisa: abordagem metodológica, os participantes, contexto e fases da pesquisa; e, por último, a metodologia de análise dos dados.

Os capítulos cinco, seis e sete são dedicados à análise e às discussões das informações produzidas a partir da pesquisa de campo. Inicialmente, sobre os conhecimentos dos professores relativos à Probabilidade e seu ensino (capítulo cinco); em seguida, apresentamos análises de discussões ocorridas no processo formativo (capítulo seis); e no sétimo capítulo, nossas reflexões sobre as implicações da formação para o *desenvolvimento profissional,* por meio da análise das entrevistas realizadas pelas seis professoras investigadas, das aulas ministradas por duas delas e, ainda, de considerações sobre um encontro de professores, realizado por quatro das seis professoras investigadas.

Para finalizar a descrição deste estudo, serão apresentadas, numa seção conclusiva, algumas reflexões gerais sobre esta investigação: interesses; questão de pesquisa; objetivo; fundamentação; e sobre os resultados e as discussões presentes nos três últimos capítulos. Também estão ali explicitadas as limitações deste estudo e sugeridas pesquisas futuras.

Finalmente, reafirmamos, como educadoras e investigadoras em Educação Matemática, o nosso compromisso com a educação e com a formação de professores, apresentando reflexões sobre a contribuição social que desejamos ofertar, à comunidade acadêmica e profissional, com este estudo descrito em forma de tese.

CAPITULO 1 – A PESQUISA: MOTIVAÇÕES, JUSTIFICATIVAS E ESCOLHAS TEÓRICAS

Este capítulo está dedicado à apresentação das motivações pessoais da pesquisadora, que a conduziram na realização deste estudo. Estão relatados também, de maneira breve, resultados de algumas pesquisas sobre a temática estudada. Por fim, estão elencados as questões, os objetivos e as teorias que embasaram esta investigação.

1.1 *Motivações Pessoais*

Meu interesse pela formação de professores nasceu ainda no início da minha trajetória profissional; logo que concluí a Licenciatura em Matemática, fui aprovada em concurso público e passei a integrar o grupo de professores do Departamento de Ensino e Apoio Pedagógico da Secretaria Municipal de Educação da minha cidade de origem – Inhuma Piauí. Já naquela época, 2002, eu assumia, junto com outros professores de áreas distintas, o papel de formadora, e éramos responsáveis também pela elaboração e/ou implementação de programas e projetos educacionais, pela orientação e pelo acompanhamento do trabalho pedagógico das escolas que pertenciam àquela rede de ensino. Porém, eu, em particular, diante das “queixas” e do “desencanto” dos professores em relação ao ensino da Matemática e aos resultados da aprendizagem dos alunos, me questionava em relação à formação desses professores e também sobre a minha própria: eram muitos os conteúdos em que eles manifestavam dificuldades, e, por inúmeras vezes, eu não tinha respostas suficientes (e tampouco conhecimento) para contribuir efetivamente com a prática por eles desenvolvida em sala de aula.

Diante dessa realidade, eu tentava resgatar algo aprendido na Licenciatura, mas aquilo parecia não ter qualquer relação; eu não conseguia enxergar conexão entre a minha formação, o meu conhecimento de conteúdo e a prática pedagógica, de modo a tornar o ensino significativo.

Todas essas questões me faziam refletir sobre o meu papel na formação, sobre os meus conhecimentos e os conhecimentos dos professores e sobre quais as relações com os conteúdos que seriam ministrados para seus aluno e com eles. Sabia que seria necessário considerar a importância de que a formação oferecida àqueles professores estivesse atrelada ao conteúdo e à prática pedagógica. No entanto, não sabia exatamente de que maneira isso poderia ocorrer. Tinha como material de apoio os *Parâmetros Curriculares Nacionais* - PCN e outros documentos oficiais que orientam o ensino; entretanto, faltavam-me subsídios para compreendê-los e fazer o ensino acontecer.

Essas e outras questões ligadas à educação e à Matemática me motivaram a cursar o Mestrado em Educação Matemática. Foi somente após o meu ingresso nesse curso que comecei a compreender aspectos ligados à formação do professor, como, por exemplo, a influência que a trajetória escolar e a formação assumem na sua vida profissional.

Em *Saberes Docentes e Formação Profissional*, Tardif (2000) argumenta que os professores são inseridos em seu campo profissional ainda no seu período de escolarização e, dessa forma, eles adquirem conhecimentos, concepções e crenças[4] sobre a atividade docente que influenciam a sua atuação profissional. A respeito da origem dos saberes docentes que são base para o ensino, Tardif (2000, p. 216) afirma que “uma boa parte do que os professores sabem sobre o ensino, sobre os papéis do professor e sobre como ensinar provém de sua própria história de vida, principalmente de sua socialização enquanto alunos”. Essa compreensão evidencia a necessidade de que o professor experiencie como aluno, no decorrer da sua formação, em particular, no âmbito da formação inicial, situações semelhantes àquelas que serão encontradas na sala de aula.

Com Maurice Tardif, vieram ainda Maria de Lurdes Serrazina, João Pedro Mendes da Ponte, Lee Shulman, Deborah Ball e sua equipe de pesquisa, entre outros pesquisadores. As leituras desses autores me fizeram ver a educação, o ensino e, sobretudo, o trabalho do professor que ensina Matemática sob uma nova perspectiva.

---

[4] Esclarecemos que as expressões “concepções” e “crenças”, empregadas no nosso estudo têm o mesmo sentido dado por Ponte (1992, p. 185-239). Para o autor, as concepções, cuja natureza é essencialmente cognitiva “formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros). Assim, as nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituámos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes” (PONTE, 1992, p. 185); as crenças podem ser vistas como “... uma parte do conhecimento relativamente "pouco elaborada" (...) Nas crenças predominaria a elaboração mais ou menos fantasista e a falta de confrontação com a realidade empírica.” (PONTE, 1992, p. 192).

Somado a isso, fui convidada pela minha orientadora de Mestrado a participar das formações que ela, juntamente com outros pesquisadores e alunos do Programa, realizava com professores da rede estadual paulista. Tratava-se de um projeto de investigação e pesquisa, o *Observatório da Educação*[5]. Naquela oportunidade pude refletir sobre novas perspectivas para o ensino de Matemática; nele eu percebia que havia uma aproximação entre a teoria e a prática, que dialogavam reciprocamente: a teoria, apoiada em resultados de investigações, influenciava a prática dos professores participantes, e a prática observada durante o processo formativo ajudava a (re)significar a teoria, na medida em que (re)alimentava a pesquisa.

Aquela experiência, a partir de então, tornou-se mais uma fonte de inspiração que me conduziu a também realizar minha pesquisa de Mestrado[6] a partir de um processo formativo. Ao desenvolvê-lo, procuramos investigar o conhecimento profissional docente e contribuir com a formação dos professores participantes.[7]

Minhas reflexões sobre a formação de professores vêm sendo intensificadas; a discussão em relação à importância da análise e da reflexão; do trabalho colaborativo; da observância da prática docente; do estudo de conceitos e ideias que estão envolvidos em um conteúdo específico permearam a investigação que realizei no curso de Mestrado e me acompanharam neste estudo de Doutorado.

Além dessas, estudar ideias que constroem um conceito, as estratégias que contribuem para a sua compreensão e as relações que são estabelecidas por professores a partir de um processo formativo têm-se configurado como pilar de sustentação da nossa investigação em Educação Matemática. Nossas reflexões são sob a ótica também do *desenvolvimento profissional* e da formação do professor formador; essa última, especialmente, na perspectiva de João Pedro da Ponte, António Nóvoa e Lurdes Serrazina.

Diante do exposto, este estudo se desenvolveu pautado na tese de que, a partir de um processo formativo, marcado por discussões e reflexões coletivas a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem de uma temática, é possível contribuir para o *desenvolvimento*

---

[5] Nos próximos capítulos descreveremos um pouco mais sobre esse projeto.
[6] Ver Pinheiro, M. G. C. *Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, 2014.
[7] Excepcionalmente neste capítulo o texto, em alguns momentos está escrito na primeira pessoa do singular, quando descreve sobre a pesquisadora em particular; em outros na primeira pessoa do plural, quando se refere ao desenvolvimento da pesquisa, quando não mais estava só, mas em parceria com a minha orientadora.

profissional dos professores participantes. Nessa perspectiva, acreditamos que um curso com tais características irá produzir materiais que se configurem como fonte de estudo para processos formativos em outros contextos.

1.2 *O Ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e a formação dos professores: estudos que justificam a sua relevância*

Educadores, estudiosos e pesquisadores em Educação Matemática (BATANERO, 2016; BATISTA; BORBA, 2016; CAMPOS; CARVALHO, 2016; CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013; CAZORLA et al., 2017; FERNANDES et al., 2015; LOPES, 2008; LOPES; MENDONÇA, 2016); e, na mesma direção, as orientações curriculares do Brasil e de outras partes do mundo têm discutido a respeito da importância, mediante as exigências do mundo e da sociedade atual, de que todos os cidadãos desenvolvam conhecimentos ligados a Estatística e a Probabilidade: "Vivemos em um mundo caracterizado pelo acaso, temos que preparar futuros cidadãos para viver em um ambiente de incerteza, compreender as situações aleatórias e tomar decisões apropriadas" (BATANERO, 2016, p. 1)[8]. Esses estudiosos argumentam que tais conhecimentos são mais um contributo para a formação cidadã de alunos e professores. Argumentam, ainda, que o conhecimento de Probabilidade desenvolve, entre outras, a capacidade de analisar situações, tomar decisões e resolver problemas do dia a dia em sociedade, nas diversas áreas: ciência, saúde, economia, justiça, etc.

A respeito do ensino e da aprendizagem de Probabilidade, esses pesquisadores chamam a atenção para a necessidade de que sejam dadas ao aluno condições para o desenvolvimento do pensamento probabilístico ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental. No entanto, eles apontam que os conceitos relativos a essa temática ainda são pouco explorados e, quando o são, é recorrente que alunos enfrentem dificuldades. E mesmo os professores, quando já desenvolveram algumas ideias, essas se apresentam, por vezes, insuficientes à prática de ensino.

Algumas dessas dificuldades foram observadas por Campos e Pietropaolo (2013, p. 78). Eles assim discorrem acerca da imagem conceitual construída pela maioria dos

---

[8] *Vivimos en un mundo caracterizado por el azar, hemos de preparar a los futuros ciudadanos para desenvolverse en ambiente de incertidumbre, comprender las situaciones aleatorias y tomar decisiones adecuadas.* (BATANERO, 2016, p. 1)

professores participantes de um processo formativo: para esses profissionais "[...] a probabilidade de um evento seria sempre traduzida por uma razão entre dois números inteiros positivos". Com base nessa e em outras análises, esses pesquisadores concluíram que aqueles participantes de pesquisa ainda não possuíam os conhecimentos necessários para ensinar noções de Probabilidade nos anos iniciais. Decorrentes dessa constatação, apontam para a importância de que sejam proporcionadas, em cursos de formação inicial e continuada, discussões sobre noções ligadas à Probabilidade, sobre dificuldades apresentadas por alunos e sobre a importância do seu estudo nas diversas etapas de escolarização.

No que se refere às orientações curriculares para o ensino de Matemática, em muitos países, entre eles, Espanha, Portugal e Estados Unidos[9], o ensino de Probabilidade constitui parte dos programas de Matemática desde o início da escolaridade básica (anos iniciais do Ensino Fundamental), perpassando pelos anos finais e alcançando o Ensino Médio e Superior.

No Brasil, em documentos oficiais, desde 1997, o ensino dessa temática vem sendo sugerido a partir dos primeiros anos de escolarização. Os *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN) referenciam a Probabilidade como sendo um conhecimento necessário à vida em sociedade e sugerem que, aos demais conteúdos já propostos para o Ensino Fundamental, sejam acrescentados "aqueles que permitam ao cidadão tratar as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando idéias relativas à probabilidade e à combinatória" (BRASIL, 1997, p. 38). Porém, ressalte-se que esse ensino é sugerido, nesse documento, somente a partir do segundo ciclo, em classes correspondentes ao 4.º e 5.º anos do Ensino Fundamental.

Recentemente a discussão da importância desse tema para o ensino foi ampliada, quando educadores e pesquisadores de escolas públicas e universidades do país se reuniram e elaboraram a *Base Nacional Comum Curricular* – BNCC (BRASIL, 2017) para a Educação Básica.[10]

---

[9] Para maiores detalhes, sugerimos consultar:
- Espanha. Ministério da Educação. Real *Decreto 1513/2006*, de 7 de Diciembre, por el que se establecen lãs ensenanzas minimas de La educacion primaria. (2006). Disponível em: www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf. Acesso em: 08 fev. 2017.
- Ministério da Educação. *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa. (2007). Disponível em: http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf. Acesso em: 14 jul. 2017.
- NCTM. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, Virginia. (2000). Disponível em: http://standards.nctm.org. Acesso em: 08 fev. 2017.

[10] A BNCC é um documento que foi elaborado mediante *"(...) amplo processo de debate e negociação com diferentes atores do campo educacional e com a sociedade brasileira em geral (...) que define o conjunto*

Face às discussões sobre o ensino de Probabilidade no Ensino Fundamental – anos iniciais[11], a BNCC (2017) orienta o estudo de noções de Probabilidade que promovam a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos e sugerem que os conceitos relativos ao desenvolvimento do pensamento probabilístico sejam abordados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Procuramos justificar nosso estudo, tomando como base também resultados de investigações realizadas com alunos: Fernandes e Correia (2014); Fernandes (1999); Santos (2010); Santos (2015), entre outras. Santos (2010), por exemplo, ao investigar ideias ligadas à linguagem e ao pensamento probabilístico de alunos em um contexto de resolução de problemas, mediado pelo processo de comunicação oral e escrita, percebeu, dentre outros, equívocos relativos aos significados das palavras "possibilidades" e "probabilidade"[12], compreendendo-as como sinônimos. Tal equívoco, que parece configurar-se uma dificuldade apresentada por alunos e professores, também é uma preocupação apontada, além de outros estudiosos, por Campos et al. (2011).

Visitamos, ainda, outros pesquisadores que apresentam questões relativas ao ensino e ao desenvolvimento de conceitos do campo da Probabilidade (BATANERO, 2005, 2013; GAL, 2005). Eles apontam aspectos que, a nosso ver, traduzem a importância de que os conceitos e o desenvolvimento do ensino de Probabilidade sejam pauta de formação continuada, visando proporcionar a professores espaço de estudo e de ampliação do conhecimento. A esse respeito, traremos mais informações no capítulo dedicado à fundamentação teórica.

Em relação ao *desenvolvimento profissional*, que aqui também se configura como objeto de pesquisa, buscamos evidências da sua relevância, especialmente, em Day (2001, p. 319), para quem o *desenvolvimento profissional* ocorre permanentemente e exige professores "emocionalmente inteligentes que sejam formados para pensar, reflectir, avaliar, procurar e proporcionar oportunidades de desenvolvimento de realização individual, que desafiem e apóiem cada aluno que esteja sob os seus cuidados".

---

orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica" (BRASIL, p. 5 e 7, 2017).

[11] Ressalte-se que o foco de interesse desta pesquisa recai sobre essa fase de escolarização.

[12] Quando falamos em possibilidade, queremos apenas saber se existe a chance de ocorrer um evento. A probabilidade determina a chance de ocorrência de um evento.

Reportamo-nos também a Guskey (2002), segundo o qual as atitudes e as crenças de professores são modificadas a partir de experiências bem-sucedidas nas suas aulas. Para Guskey (2002), há uma relação direta entre propostas metodológicas exitosas e os processos de mudanças de atitudes e crenças dos professores. Para o autor, é por meio de evidências de melhoria nos resultados de aprendizagem de seus alunos que as mudanças na prática ocorrem.

Esses são alguns estudos que demonstram a relevância de investigar o *desenvolvimento profissional* dos professores e os contextos e as formas de promovê-lo. No nosso caso, a investigação foi em um contexto formativo continuado, no qual foram discutidas questões a respeito do conceito de Probabilidade, articulando-a com a prática.

1.3 *Questão e objetivo de pesquisa*

Propusemo-nos a realizar este estudo, inspirados por nossas inquietações quanto à formação dos professores que ensinam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental e quanto aos seus conhecimentos relativos ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade nessa fase de escolarização; e pelas contribuições ao *desenvolvimento profissional* que acreditamos serem possíveis a partir de um curso de formação continuada, voltado para a discussão sobre os processos de ensino e de aprendizagem.

Respaldados nos argumentos descritos; em resultados de pesquisas anteriores à nossa; e em questões de natureza teórica, nos propusemos a refletir sobre aspectos relacionados à Probabilidade e à formação do professor, com vistas a responder à questão norteadora desta investigação:

> *Quais são as contribuições que um processo de formação continuada, que se propôs a discutir o ensino de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, traz para o desenvolvimento profissional dos professores que dele participaram?*

Diante de tais reflexões e no intuito de encontrar respostas à questão de pesquisa, estabelecemos o objetivo a ser alcançado com este estudo:

> *Analisar o desenvolvimento profissional de Professores participantes de um processo de formação continuada que se propôs a discutir sobre conhecimentos para o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.*

Dessa forma, o presente estudo se desenvolveu em três fases: a fase diagnóstica, de intervenção, e a fase pós-formação. O trabalho de pesquisa de campo deu-se, portanto, por meio da aplicação de um *questionário inicial de pesquisa*, por meio do qual buscamos elementos para analisar os conhecimentos iniciais dos professores e quais as suas percepções a respeito do ensino da temática a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental; do desenvolvimento de um processo formativo, no qual propusemos tarefas para explorar as quatro demandas cognitivas para o ensino de Probabilidade; e da realização de entrevistas, observação de vídeos de aulas e escuta de áudios, cuja análise teve como foco as implicações da formação para o *desenvolvimento profissional* de seis professoras participantes. Assim, todo o trabalho de campo desenvolveu-se paralelamente à revisão de literatura e ao estudo do referencial teórico, que orientaram o planejamento da formação.

A recolha de dados se deu por meio de: (i) respostas a um questionário inicial de pesquisa, aplicado ao grupo de professores numa sessão que antecedeu o processo formativo; (ii) gravações em áudio e vídeo das sessões de formação; (iii) protocolos (registros escritos das respostas dos professores a tarefas desenvolvidas durante o processo formativo); e (iv) entrevista; gravação de vídeos e áudios de aulas e de encontro com professores, no contexto da escola (coletados em momentos posteriores à formação).

Na análise buscamos identificar – antes; no decorrer do processo formativo; e após um ano da formação – os conhecimentos dos professores sobre a Probabilidade e o seu ensino e sobre as contribuições do processo formativo para o seu *desenvolvimento profissional*, notadamente, das seis professoras participantes da última fase da pesquisa. As categorias de análise foram definidas a partir da reflexão sobre os dados coletados e do estudo mais aprofundado da base teórica que orientou esta investigação.

1.4 *Nossas escolhas teóricas*

A base e as inspirações teóricas desta investigação, relativa às questões didáticas referentes ao ensino de Probabilidade nos anos iniciais, foram o *Programa de Ensino sobre Probabilidade e Risco* proposto por Nunes et al. (2011) – formação e análise dos dados –; o modelo teórico para o Letramento Probabilístico proposto por Gal (2005) – formação e análise –; e as definições de Probabilidade indicadas por Godino, Batanero e Cañizares (1996) – compreensão do conceito e análise dos dados coletados no instrumento inicial de pesquisa (*Questionário inicial de pesquisa*).

Em Ball, Thames e Phelps (2008) buscamos a base teórica para analisar elementos do conhecimento matemático para o ensino de Probabilidade. Relativamente ao papel da reflexão, procuramos nos fundamentar, sobretudo, nas discussões da Professora Lurdes Serrazina, para quem o objeto de reflexão é tudo que está relacionado à atuação do professor, quando na ação de ensinar, como, por exemplo: o contexto, os métodos, as finalidades do ensino, o conhecimento e as capacidades a serem desenvolvidas pelos alunos, as dificuldades, os conhecimentos e as fragilidades do professor. Na perspectiva dessa autora, a reflexão gera ação e, à medida que a reflexão acontece, o professor torna-se mais confiante em sua capacidade de "lidar com a Matemática" (SERRAZINA, 2013, p. 78), pois, dessa forma, ao tempo em que é capaz de reconhecer as suas fragilidades, também identifica os seus potenciais – "[...] mudanças nas práticas parecem ocorrer quando os professores ganham autoconfiança e são capazes de refletir nas suas práticas" (SERRAZINA, 1999, p. 163). Assim, refletindo sobre o que ensina e como ensina e sendo capaz de avaliar as suas práticas, o professor mudará a maneira como ensina.

Particularmente, em relação ao *desenvolvimento profissional docente*, nos fundamentamos, principalmente, nas discussões de Day (2001), Guskey (2002), Nóvoa (1995) e Ponte (1998).

Neste capítulo apenas referenciamos as nossas escolhas teóricas. Uma descrição mais detalhada será apresentada no capítulo a seguir.

CAPITULO 2 – BASE TEÓRICA

No presente capítulo apresenta-se um diálogo com as teorias que fundamentam este estudo a partir de como as interpretamos. Inicialmente, estão as teorias que discutem a formação de professores e, em seguida, aquelas que discutem o ensino de Probabilidade relativamente aos primeiros anos de escolarização.

2.1 *Teorias que versam sobre a formação de professores*

No que tange à formação de professores, a nossa investigação está calcada em teorias que versam sobre o *Conhecimento Profissional Docente* (BALL; BASS, 2003; BALL; THAMES; PHELPS 2008); o *Desenvolvimento Profissional* (DAY, 2001; GUSKEY, 2002); e a *Reflexão sobre a prática* (ALARCÃO, 2011; NÓVOA, 2001; PONTE, 1998; SERRAZINA, 1999; SCHÖN, 1987).

2.1.1 *Conhecimento Profissional*

O professor desempenha um importante papel no desenvolvimento do ensino. Assim, é indispensável refletir sobre o conhecimento matemático para o incremento da sua ação pedagógica. Em muitos países, dedes os anos 1990, percebe-se uma forte preocupação com o trabalho do professor, e valorizam-se o estudo, a análise e a discussão de aspectos ligados à Matemática (compreensão do conceito) e ao ensino (pedagógicos) (SHULMAN, 1986).

Em nosso estudo, interessa, especialmente, com vistas a fundamentar a discussão a respeito do conhecimento matemático para o desenvolvimento da ação pedagógica do professor e, nessa perspectiva, analisar, posteriormente, elementos do conhecimento matemático para o ensino de Probabilidade, a teoria desenvolvida por Ball, Thames e Phelps (2008). Esses teóricos observaram a prática docente, analisaram-na e identificaram conhecimentos para o ensino de Matemática, destacando o conhecimento do conteúdo, que, de acordo com eles, refere-se a um tipo de conhecimento matemático diferente daquele exigido de outros profissionais, pois conhecer o conteúdo para ensinar é o “conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar Matemática”[13] (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p 395) aos alunos. Trata-se de um conhecimento, que mesmo que sujeito a inúmeras influências, possui uma especificidade própria em função da sua atividade e das condições em que tal atividade é exercida (PONTE, 2012).

Ball, Thames e Phelps (2008), apoiados em Shulman (1986), desenvolveram uma teoria, segundo a qual domínios de conhecimentos sobre a Matemática devem ser considerados por professores e pesquisadores na docência: o *Conhecimento Matemático do Conteúdo*, que contempla o *Conhecimento Comum*, o *Conhecimento Horizontal* e o *Conhecimento Especializado do Conteúdo*; e o *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* que envolve o *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes*; o *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino;* e, ainda, o *Conhecimento do Conteúdo e do Currículo*

O *Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK)*[14] refere-se ao conhecimento que possui estreita relação com o conteúdo do currículo, porém não se trata de um conhecimento exclusivo ao ensino, mas um tipo de conhecimento que é utilizado em outras situações; conhecimento dos conteúdos matemáticos que todos os profissionais que estudam Matemática deveriam saber, independentemente de ser professor. Compreende os conhecimentos que leva o professor a, por exemplo, perceber erros conceituais em livros didáticos, reconhecer algoritmos, desenvolver procedimentos matemáticos e identificar quando os alunos não o fazem de maneira correta. Trata-se de um conhecimento essencial, mas insuficiente ao ato de ensinar (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394), pois envolve somente “o conhecimento que os professores precisam para serem capazes de fazer o trabalho que eles atribuem aos seus alunos”.[15] No que se refere ao ensino de Probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental, o professor necessita, por exemplo, classificar eventos como “possível”, “impossível”, “provável” ou “improvável”; diferenciar eventos aleatórios de eventos não aleatórios e descrever o espaço amostral de eventos simples (BNCC, 2017).

O *Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK)*[16] é aquele que requer um nível de compreensão maior. Requer do professor um conhecimento dos conceitos, dos procedimentos que vão além daquele que é exigido ao aluno. Demanda, também, que ele possua

---

[13] *the mathematical knowledge needed to carry out the work of teaching mathematics*. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p 395).
[14] *Common Content Knowledge (CCK)*
[15] *it is the knowledge teachers need in order to be able to do the work that they are assigning their students.*
[16] *Specialized Content Knowledge (SCK)*

conhecimento de outros conceitos além daqueles previstos em um planejamento específico, mas que possuem relação com ideias e noções que estão sendo ensinadas. Nesse sentido, trata-se de um conhecimento exclusivo do professor – “[...] conhecimento distintamente matemático, mas não é necessariamente conhecimento matemático familiar aos matemáticos”[17] (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394) – e essencial à realização do ensino, por isso “[...] intimamente relacionado com a prática”[18] (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394). O conhecimento das diferentes concepções de Probabilidade, bem como suas restrições e limitações são exemplos relacionados a esse tipo de conhecimento que deve fazer parte do repertório do professor. Com isso, ser-lhe-á permitido antecipar erros dos estudantes, identificar possíveis causas, justificá-las do ponto de vista da Matemática e buscar estratégias de intervenção que favoreçam a compreensão e a aprendizagem.

Quanto ao *Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS)*[19], trata-se de um tipo de *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* que demanda que o professor conheça sobre a Matemática e sobre os alunos e, ainda, que seja capaz de compreender o pensamento matemático do aluno, assim como fazer antecipações sobre esse pensamento. Isso se apresenta quando o professor é capaz de prever e interpretar o pensamento e o raciocínio do aluno e propor-lhe encaminhamento, favorecendo a superação de dificuldades relacionadas aos conceitos estudados.

Em relação à Probabilidade, esse conhecimento é mobilizado pelo professor, por exemplo, quando, em uma situação em que o aluno apresente dificuldade em descrever e quantificar o espaço amostral de um determinado experimento, ele o conduz a buscar estratégias de organização de resultados, a analisar e a explorar formas de representação e descrição do espaço amostral, como, por exemplo, tabela de dupla entrada e diagrama de árvores.

O *Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT)*[20] demanda do professor dominar conteúdos específicos da Matemática e conhecer o ensino: clareza do porquê ensinar um conteúdo; escolha de como introduzi-lo; sequência adequada para desenvolver a sua compreensão; escolha de exemplos para iniciar; bem como para aprofundar o conteúdo;

---

[17] *[...] is distinctly mathematical knowledge, but is not necessarily mathematical knowledge familiar to mathematicians* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394).
[18] *[…] closely related to practice* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394).
[19] *Knowledge of Content and Students (KCS)*
[20] *knowledge of Content and Teaching (KCT)*

quando e como propor tarefas complementares à aprendizagem. Essa categoria relaciona-se ao repertório do professor utilizado no planejamento do ensino e, nesse sentido, trata-se de uma combinação entre a compreensão de conteúdos específicos da Matemática e a compreensão de questões pedagógicas "[...] combina o saber sobre ensinar e o saber sobre Matemática"[21] (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 397); como o aluno aprende e em quais contextos, de modo que possam favorecer os processos de ensino e de aprendizagem.

No que se refere ao ensino de Probabilidade, esse conhecimento é mobilizado quando o professor analisa um caminho para desenvolver o ensino com êxito. Com base no referencial adotado neste estudo, esse caminho pode ser iniciado pela exploração de noções que envolvem o acaso, perpassando pela análise e descrição do espaço amostral, pela comparação e quantificação de probabilidades até a compreensão da correlação (NUNES et al., 2011). Esse conhecimento é mobilizado também quando o professor discute com o aluno, por exemplo, diferentes formas de representação e descrição do espaço amostral (tabela de dupla entrada, diagrama de árvores).

O *Conhecimento Horizontal do Conteúdo (HCK)*[22] refere-se ao conhecimento de como os temas matemáticos se relacionam: quais conhecimentos (conceitos) já fazem ou deveriam fazer parte do repertório do aluno e que precisarão ser mobilizados no momento em que estiver estudando um novo conceito; que conteúdos ou conceitos futuros têm relação com aquele estudado. É o conhecimento responsável por contribuir para a apropriação de conhecimentos futuros em relação aos conteúdos matemáticos, pois esse conhecimento demanda uma tomada de consciência por parte do professor relativa ao que ensinar e como ensinar, em quais contextos e sob quais perspectivas.

Relativamente ao ensino de Probabilidade, esse conhecimento é mobilizado quando o professor relaciona, por exemplo, as noções probabilísticas que, de alguma maneira estão associadas ao conceito de aleatoriedade, espaço amostral e quantificação de probabilidades: (chance, eventos possíveis, impossíveis, equiprobabilidade, eventos independentes, entre outros); ou quando relaciona o conhecimento da Probabilidade com conhecimentos relativos a outros conceitos matemáticos, como sequências, números racionais, combinações, permutações, análise combinatória e estatística.

---

[21] *[...] combines knowing about teaching and knowing about mathematics* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 397).
[22] *Horizon Content Knowledge (HCK)*

Concernente ao *Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC)*[23], entendemos ser o conhecimento que o professor deve ter a respeito das orientações indicadas nos currículos oficiais para o ensino dos conteúdos da Matemática – o que os professores necessitam saber do que é proposto ensinar em Matemática num determinado nível de ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) – mas também os aspetos verticais e horizontais do currículo. Por aspecto vertical, entende-se aquilo que o currículo propõe que deve ser ensinado antes e o que deve ser ensinado depois de um determinado ano de escolaridade. Entende-se por aspecto horizontal aquilo que faz parte do currículo de outras disciplinas do mesmo ano, inclusive o conhecimento dos recursos disponíveis e que podem ser usados pelo professor e/ou pelos alunos, que vantagens e/ou desvantagens incorrem desse uso.

Em se tratando do nosso assunto de interesse, o conhecimento do conteúdo e do currículo está associado à conscientização por parte do professor da importância dada ao ensino e à aprendizagem da Probabilidade desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Essa conscientização passa pelo reconhecimento do papel que a Probabilidade assume na formação cidadã, permitindo ao aluno desenvolver uma atitude crítica em relação às informações disponíveis, utilizando conhecimentos probabilísticos para compreender, comunicar, fazer julgamentos bem fundamentados e tomar decisões adequadas com base nesses conhecimentos (BNCC, 2017; PCN, 1997).

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017), em particular, atribui grande ênfase ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade desde os primeiros anos do Ensino Fundamental, cuja finalidade, nessa fase de escolarização, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Assim, nela são orientados objetos de conhecimentos como, por exemplo, noção de acaso (1.º ano); análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano (2.º ano); análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano: espaço amostral (3.º ano); análise de chance de eventos aleatórios (4.º ano); e espaço amostral, análise de chance de eventos aleatórios e cálculo de probabilidades (5.º ano) e para cada um deles, habilidades[24] que se inter-relacionam.

Ao professor, tão importante quanto conhecer os objetos e as respectivas habilidades é considerar que as noções probabilísticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano.

---

[23] *knowledge of Content Curriculum*
[24] Segundo a BNCC (2017), as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas ano a ano aos alunos nos diferentes contextos escolares.

Dessa forma, a compreensão do papel que determinada habilidade representa no conjunto das aprendizagens demanda também a compreensão de como ela se conecta com habilidades dos anos anteriores (BNCC, 2017).

Quanto aos aspectos horizontais do currículo, de acordo com o nosso entendimento, eles demandam do professor ser capaz de tratar a questão de maneira interdisciplinar: discussões sobre questões relativas, por exemplo, ao meio ambiente; à população e moradia; economia; saúde pública; política; dentre outras, que são abordadas também em outras disciplinas ou em contextos diários, nas quais estão envolvidos índices, tabelas, gráficos, cálculos de porcentagens, leitura e produção de textos, interpretação e análise de acontecimentos, favorecendo e oportunizando a formação reflexiva, crítica e cidadã do aluno (BATANERO, 2013; BATISTA, 2016; CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013; NACARATO; GRANDO, 2013). Proporcionar oportunidades de desenvolvimento do conhecimento de Probabilidade de maneira integrada às outras disciplinas favorece também ao aluno o desenvolvimento da capacidade de leitura da realidade e sua habilidade em investigar e interpretar os diferentes contextos (LOPES, 2016).

Em resumo, possuir conhecimento curricular demanda que o professor seja capaz de proporcionar aos alunos vivências significativas, investindo intencionalmente na preparação, no planejamento e no ensino, orientados por uma visão integrada das componentes curriculares: objetivos, conteúdos, tarefas, metodologias e avaliação (SERRAZINA, 2013).

Na prática, tais conhecimentos se entrelaçam de modo que todos e cada um deles, de maneira natural e espontaneamente, articulem-se e complementem-se. Eles reúnem aspectos do ensino e da aprendizagem (BALL; BASS, 2003). Por essa razão, os conhecimentos que os professores possuem, como e quando eles são mobilizados, exercem influência direta no aprendizado dos alunos.

Foi nessa perspectiva a nossa busca por refletir com os professores durante o processo formativo e analisar quais eram as suas percepções, como e onde poderiam os professores usar esses conhecimentos [no nosso caso, sobre Probabilidade] na prática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Ainda em relação ao conhecimento profissional do professor interessou-nos também discuti-lo um pouco sob a perspectiva de Ponte (2012). Esse pesquisador, sob a influência dos estudos de Shulman, refere-se à natureza do conhecimento profissional do professor, que, segundo ele, “se distingue do conhecimento acadêmico dos educadores matemáticos”

(PONTE, 2012, p. 3). Trata-se de um conhecimento que, embora sujeito a influências, assume uma especificidade própria do professor de Matemática, em função da atividade inerente a esse grupo específico – ensinar Matemática – e das condições nas quais tal atividade é exercida.

Na base desse conhecimento está o conhecimento didático, que Ponte (2012) discute de maneira mais enfática e que, segundo o autor refere-se à prática letiva, orientando-a. Nele (conhecimento didático) estão integradas as especificidades da disciplina. É um tipo de conhecimento, conforme Ponte, que está apoiado em conhecimentos teóricos sobre a Matemática, a educação de maneira geral e o ensino de Matemática, e em conhecimentos de natureza social e experiencial, como, por exemplo, sobre os alunos, a aula, os valores e a cultura da comunidade escolar.

Ponte (2012, p. 4-5) distingue o conhecimento didático em quatro grandes vertentes: *conhecimento da Matemática*, o qual está relacionado à interpretação que o professor faz dele enquanto disciplina escolar, na perspectiva do ensino; *conhecimento do aluno e dos seus processos de aprendizagem*, correspondente ao conhecimento sobre os alunos enquanto pessoas, sobre os seus interesses, formas de reagir, os seus valores, suas bases culturais e a forma como aprendem; *conhecimento do currículo*, no qual estão envolvidos tanto o conhecimento das finalidades e objetivos do ensino da Matemática como a organização dos conteúdos, o conhecimento dos materiais e das formas de avaliação; e o *conhecimento dos processos de trabalho na sala de aula*, relativos à prática letiva (planejamento, plano de aula, a concepção das tarefas e tudo que está relacionado ao desenvolvimento das aulas de Matemática, à avaliação da aprendizagem dos alunos e do próprio ensino do professor).

Refletir sobre o conhecimento profissional do professor implica, também, refletir sobre os contextos e as formas de promovê-lo. O conhecimento profissional do professor é consequência de diferentes fontes de informação acerca das questões específicas do ensino (AZCÁRATE, 1998), dentre as quais os cursos de formação continuada, que devem ser perspectivados como oportunidades de desenvolvimento do conhecimento e *desenvolvimento profissional* do professor (PONTE, 2014; SERRAZINA, 1999). A esse respeito, falaremos um pouco nas próximas seções deste capítulo.

2.1.2 *Desenvolvimento profissional: conceitos e perspectivas teóricas*

O professor é o principal elo entre a transmissão do conhecimento, das destrezas e dos valores educacionais (DAY, 2001), sendo um dos responsáveis pela realização dos objetivos e transformações na educação. Assim, para garantir a qualidade do ensino e da aprendizagem dos alunos, é imprescindível investimento e apoio à formação e ao desenvolvimento desses profissionais do ensino.

Sobre o *desenvolvimento profissional*, que também se configura como objeto de investigação em nosso estudo, buscamos compreendê-lo a partir das definições de alguns estudiosos. Dessa forma, procuramos a literatura que trata dessa temática e extraímos dela alguns conceitos e perspectivas teóricas que julgamos estar de acordo com as nossas ideias iniciais. Além disso, buscamos fundamentos que apontam para as formas de promovê-lo.

Assim, interessam-nos saber, especialmente, os cursos de formação continuada, por entendê-los como contextos favoráveis ao *desenvolvimento profissional* do professor, quando ele deixa de ser *objeto*, passando a ser *sujeito* da formação (PONTE, 2012).

O *desenvolvimento profissional* do professor é caracterizado por um processo de crescimento pessoal, relativo à didática e ao ensino de maneira geral, que ocorre em interação com outros profissionais da educação e resulta em melhoria da sua competência no que se refere à prática em sala de aula (PONTE, 1997). Além disso, segundo essa compreensão, o *desenvolvimento profissional* configura-se um processo no qual o professor é considerado como um todo: seus aspectos cognitivos, afetivos e relacionais. Assim, a formação inicial e continuada deve ser concebida como forma de promover o *desenvolvimento profissional* (IMBERNÓN, 2013; PEREZ, 1999; PONTE, 1995); formação essa marcada pelas dinâmicas sociais e coletivas, estando condicionada à forma como se articulam interesses, necessidades e recursos do professor e do seu contexto profissional (DAY, 2001; PONTE, 2012).

Segundo essa perspectiva, o *desenvolvimento profissional* concentra especial atenção nas realizações do professor e naquilo que ele se revela capaz de fazer. Por isso, olhar para o professor sob a ótica do seu *desenvolvimento profissional* é percebê-lo segundo suas necessidades e potencialidades que carecem ser descobertas, valorizadas (PONTE, 2014) e repotencializadas. O *desenvolvimento profissional* do professor envolve, ainda, todas as suas experiências espontâneas de aprendizagem e também aquelas planejadas de maneira consciente que favorecem, direta ou indiretamente, a pessoa ou grupo de pessoas da escola e que contribuem para a qualidade do seu desempenho no ensino em sala de aula com seus alunos (DAY, 2001).

Nesse processo, o professor, enquanto agente de mudança, sozinho ou coletivamente, revê, renova e amplia o seu compromisso com os objetivos do ensino. Além disso, conquista e desenvolve, de maneira crítica, com a colaboração dos alunos e de outros profissionais do ensino, “o conhecimento, as destrezas e a inteligência emocional, essenciais para uma reflexão, planificação e prática profissionais eficazes” (DAY, 2001, p. 21). Assim, ele assume papel de protagonista do seu próprio *desenvolvimento profissional,* por meio da sua participação efetiva, do seu desejo e da busca por desenvolver-se, tanto cognitiva como emocionalmente, garantindo transformações significativas.

Para Villegas-Reimers (2003, p. 11) “o desenvolvimento profissional é o crescimento profissional que um professor alcança como resultado de ganhar maior experiência e examinar sistematicamente seu ensino”[25]. Nesse sentido, o *desenvolvimento profissional* corresponde ao quanto o professor tem de experiência com a docência e à prática de refletir sobre o ensino que desenvolve. O *desenvolvimento profissional* também é entendido como qualquer atividade ou processo capaz de promover a melhoria do conhecimento, as habilidades, competências ou atitudes, compreensão e desempenho dos professores (FULLAN, 1990; SPARKS; LOUCKS-HORSLEY, 1989).

Rudduck (1991) sublinha que o *desenvolvimento profissional* do professor está relacionado à sua curiosidade sobre sua turma, à identificação dos interesses significativos nos processos de ensino e de aprendizagem e à valorização ao diálogo com professores experientes na busca de apoio na análise de situações.

Quanto à sua promoção, Guskey (2002), para quem as atitudes e crenças de professores são modificadas a partir de experiências bem sucedidas nas suas aulas, afirma existir uma relação direta entre as propostas metodológicas exitosas e os processos de mudanças de atitudes e crenças dos professores. Ele defende que é por meio de evidências de melhoria nos resultados de aprendizagem de seus alunos que as mudanças na prática ocorrem. Segundo esse autor, a busca de *desenvolvimento profissional* é originada pela crença do professor de poder ampliar seus conhecimentos e habilidades, e essas reforçam a sua eficácia

[25] *Teacher development is the professional growth a teacher achieves as a result of gaining increased experience and examining his or her teaching systematically*

com os alunos. Ele também chama a atenção para a importância que deve ser dada ao processo de mudança do professor: "Atividades de desenvolvimento profissional frequentemente são projetadas para iniciar a mudança dos professores em atitudes, crenças e percepções."[26] (GUSKEY, 2002, p. 382).

As ideias defendidas por Guskey dialogam com Ponte quando esse segundo autor defende que o professor é elemento chave no processo de mudança, pois qualquer mudança requer a participação efetiva do professor que deve reconhecer que a finalidade do *desenvolvimento profissional* é torná-lo mais apto a "conduzir um ensino da Matemática adaptado às necessidades e interesses de cada aluno e a contribuir para a melhoria das instituições educativas, realizando-se pessoal e profissionalmente." (PONTE, 2003, p. 3).

Oliveira (1997), por sua vez, salienta que a aquisição de conhecimentos (vertente do saber); o desempenho da atividade profissional com o reconhecimento dos papéis que desempenham o professor e o aluno (vertente do saber fazer); as percepções de si e de sua atuação profissional, e também das suas experiências e motivações associadas ao seu desempenho profissional e à sua formação (vertente do saber ser e do saber tornar-se) são dimensões fundamentais envolvidas no processo de *desenvolvimento profissional* do professor.

Ainda quanto às formas de promovê-lo, uma delas, e que nos interessa em particular, diz respeito ao professor enquanto principal responsável do seu próprio desenvolvimento. A esse respeito, Day (2001), ao analisar os fatores que contribuem para a qualidade da aprendizagem profissional, traz evidências de que a necessidade de *desenvolvimento profissional* do professor está associada à sua trajetória de vida pessoal e profissional, às aprendizagens e influências da escola e também ao apoio institucional.[27]

De acordo com essas abordagens e perspectivas, podemos afirmar existir uma íntima relação entre o *desenvolvimento profissional* do professor, seu aprimoramento profissional, adquirido em consequência de melhorias no conhecimento, saberes e competências profissionais, fruto da vivência profissional e da análise individual e coletiva de sua própria prática (LOPES, 2003), visando sempre à melhoria do ensino e do desempenho dos seus alunos.

---

[26] *Professional development activities frequently are designed to initiate change in teachers' attitudes, beliefs, and perceptions.* (GUSKEY, 2002, p. 382).
[27] Vê Fig. 1 – Fatores que contribuem para a qualidade da aprendizagem profissional, Day, 2001, p. 20

Nessa direção, os cursos de formação inicial e continuada devem ser concebidos com vistas a proporcionar ao professor oportunidades de reflexão de sua própria experiência; estudo e aprofundamento dos conhecimentos (ABRANTES; PONTE, 1982; SERRAZINA, 1999) e/ou reconstrução dos próprios saberes e práticas; e desenvolvimento de formas de pensar e agir coerentes (FERREIRA, 2006).

Das leituras que fizemos da literatura, compreendemos que o *desenvolvimento profissional* refere-se, portanto, a um processo individual e coletivo (MARCELO, 2009) que contribui para o desenvolvimento das competências profissionais do professor por meio de diferentes experiências e "envolve sempre alguma aprendizagem e, por consequência, alguma mudança." (SARAIVA; PONTE, 2003, p. 4).

Diante das abordagens apresentadas, assumimos uma perspectiva de *desenvolvimento profissional*, que se refere a um processo, que pode ser desenvolvido em contextos de formação inicial ou continuado (PONTE, 2014), capaz de impulsionar a aquisição e ou ampliação de conhecimentos e competências profissionais (DAY, 2001; MARCELO, 2009; PONTE, 2012) e também o desenvolvimento da capacidade de reflexão (SERRAZINA, 1999; IMBERNÓN, 2002) dos professores; configurando-se um fator preponderante à melhoria do ensino e do desempenho dos alunos (GUSKEY, 2002).

2.1.3 *Reflexão e o processo de desenvolvimento profissional do professor*

Reconhecidamente, a reflexão assume um importante papel na formação do professor, impulsionando mudanças de concepções e aquisição de conhecimentos (ALARCÃO, 2011; PONTE; OLIVEIRA, 2003; SCHÖN, 1987; SERRAZINA, 1999). Na perspectiva desses estudiosos a reflexão, aliada à realização de um trabalho colaborativo traz implicações para o *desenvolvimento profissional* do professor.

O *desenvolvimento profissional*, por sua vez, implica aprendizagem "[…] conseguida, normalmente, através da combinação da reflexão, da experimentação e do diálogo com outras pessoas" (DAY, 2001, p. 19). Portanto, as discussões em torno dos processos de *desenvolvimento profissional* centram-se também nos aspectos que contribuem para a eficácia no desenvolvimento da capacidade de reflexão.

Nesse sentindo, Schön (1987), para quem o saber profissional se traduz num conjunto de competências marcadas pela prática da reflexão em diferentes níveis, afirma que a reflexão é o processo por meio do qual os professores aprendem a partir da análise e da interpretação de sua própria atividade prática e, dessa forma, tornamo-nos capazes de enfrentar situações novas e de tomar decisões apropriadas (ALARCÃO, 2011).

Na perspectiva de Schön (1987), a reflexão é compreendida como *"reflexão na ação"*, que acontece no decorrer da própria ação, sem que haja interrupção, mas com breves distanciamentos para que a ação seja reformulada, tal como ocorre na interação verbal em situações de conversação (ALARCÃO, 2011); *"reflexão sobre a ação"*, que é a reconstrução mental da ação, para tentar analisá-la retrospectivamente; e *"reflexão sobre a reflexão na ação"*, que pode harmonizar a ação futura do professor, pois a nossa reflexão presente a respeito de nossa reflexão na ação anterior dá início a um diálogo de pensar e fazer por meio do qual o professor pode tornar-se mais habilidoso (SCHÖN, 2000).

Ainda de acordo com Schön (2000, p. 33), a reflexão na ação: "[...] revela um processo de conhecer na ação que pode ser descrito em termos de estratégias, compreensão de fenômenos e formas de conceber uma tarefa ou problema adequado à situação". Afirma, ainda, que é, na *"reflexão sobre a ação"*, que nos tornamos capazes de enfrentar situações novas e tomar decisões apropriadas; porém, é a *"reflexão sobre a reflexão na ação"* (metarreflexão) que ajuda o profissional a progredir no seu desenvolvimento.

Em meio a isso, discute-se também o professor enquanto profissional reflexivo e, nessa condição, sua postura vai além da descrição do que realiza em sala de aula; pressupõe também questionamentos sobre situações práticas. Nesse sentido, ao refletir, o professor estabelece um diálogo (ALARCÃO, 2011, p. 49) com ele mesmo, com os outros, incluindo aqueles que, antes de nós, construíram conhecimentos que são referência e um diálogo com a própria situação. A esse respeito, Alarcão sublinha que o professor além de ensinar bem Matemática ou a ler um conto, ele precisa ser capaz de levantar dúvidas a respeito de porque o aluno não aprende, quais as questões sociais que o impedem de avançar no aprendizado e também questionar se os currículos estão bem elaborados ou se deveriam ser modificados. Essas e outras questões devem ser levantadas, segundo ela, a partir de um espirito interrogativo do professor.

Ao mesmo tempo em que Alarcão defende a postura reflexiva, investigativa e questionadora do professor, ela também alerta para o cuidado em não deixar que essa ideia se transforme num "*slogan a la mode*" (ALARCÃO, 2011, p. 47), mas que lhe seja instituído significado. A autora alerta para o fato de que questionar é algo extremamente difícil, e nesse sentido, “torna-se necessário [...] exploração constante da prática e a sua permanente avaliação e reformulação” (PONTE, 2002, p. 5).

Essa compreensão dialoga com Zeichner (2000, p. 12), pois, segundo ele, a questão vai além de saber se os professores são reflexivos, é preciso saber como e sobre o quê eles estão refletindo. Para o autor, a reflexão é uma atividade coletiva, embora seja também, por vezes, individual. Sob a perspectiva de Zeichner, a reflexão acontece quando o professor leva em consideração aquilo que foi pensado por outra pessoa, que não ele próprio. Dessa maneira, ela ocorre por meio do trabalho coletivo, sem o qual a reflexão fica comprometida.

> A prática reflexiva competente pressupõe tanto um meio institucional que leva a uma orientação reflexiva como um enquadramento de papéis que valoriza a reflexão e a ação coletiva direcionada não apenas à modificação das interações dentro da sala de aula e da escola, mas também entre a escola e a comunidade imediata e entre a escola e as estruturas sociais mais gerais. (LISTON; ZEICHNER, 1997, p.103).[28]

Nesse sentido, Nóvoa (2001) alerta ser prioridade que se origine um conjunto de condições, um conjunto de regras, um conjunto de lógicas de trabalho e, em particular, que se criem lógicas de trabalho coletivo dentro das escolas, a partir das quais, por meio da reflexão, da troca de experiência e da partilha, seja possível dar início a uma atitude reflexiva por parte dos professores.

Tratando-se da reflexão e da aquisição, reformulação e ou implementação do conhecimento, Serrazina (1999) sublinha a estreita relação existente entre a autoconfiança e os conhecimentos específicos da Matemática. Segundo ela, a capacidade de refletir sobre a própria prática torna-se mais profunda à medida que o professor amplia a sua autoconfiança, que, por sua vez, está ligada ao aprofundamento dos seus conhecimentos sobre a área.

Ela argumenta também que, na proporção em que o professor ganha autoconfiança na sua capacidade de ensinar Matemática, ele aumenta, também, as suas expectativas relativas às potencialidades de seus alunos e, dessa forma, é capaz de propor-lhes tarefas mais desafiadoras (SERRAZINA, 2010). De acordo com a perspectiva da autora, a reflexão acontece num contexto em que se desenvolve um tipo de trabalho colaborativo, cujas implicações, na prática, permitem “capitalizar energias, proporcionar apoio acrescido, multiplicar perspectivas e enriquecer a reflexão.” (SERRAZINA, 2010, p. 7). Nesse sentido,

---

[28] La práctica reflexiva competente presupone tanto un medio institucional que lleve hacia una orientación reflexiva como un enmarcamiento de rol que valore la reflexión y la acción colectiva dirigida no sólo a la modificación de las interacciones dentro del aula y de la escuela, sino también entre la escuela y la comunidad inmediata y entre la escuela y las estructuras sociales más generales. (LISTON; ZEICHNER, 1997, p.103).

tão importante quanto a reflexão é a escola, como lugar, por excelência, onde os saberes são partilhados e as experiências são construídas. Relativamente às experiências, sua importância está em que se tornem objeto de análise e reflexão.

Em sintonia com tal perspectiva de reflexão, Clarke (2000) afirma que "ensinar é refletir", sendo, portanto, a reflexão uma ação essencial e intrínseca à prática – atividade na qual o professor desempenha um papel essencial (SCHÖN, 1983). Dessa forma, a reflexão constitui tanto o processo de *desenvolvimento profissional* do professor como a sua prática. Por isso, é igualmente importante estar atento à forma de desenvolvê-la, pouco ou mais aprofundadamente, quando os professores identificam os problemas existentes e elegem estratégias para resolvê-los de maneira fundamentada e consciente (MARTINS, 2011). No entanto, a qualidade da reflexão (ALARCÃO, 2011; MARTINS, 2011; NÓVOA, 1992) está condicionada a fatores, como, por exemplo, o ambiente, a disponibilidade de tempo, o conhecimento do professor e fatores de ordem emocional (SARAIVA; PONTE, 2003). No caso dos professores que ensinam Matemática, eles melhoram a sua capacidade de reflexão quando melhoram os seus conhecimentos da Matemática e sobre a Matemática (SERRAZINA, 1999).

Diante de tal abordagem e parafraseando Nóvoa (2001), consideramos que a experiência de cada professor só se transforma em conhecimento por meio de uma análise sistemática, individual e coletiva das práticas, análise que acontece entre os pares, na escola e em contextos de formação.

Consideramos, ainda, que o fato de dar prioridade, no desenvolvimento da pesquisa, a proporcionar aos professores um espaço para uma discussão mais aprofundada do conteúdo pode permitir-lhes desenvolver níveis mais elaborados nas reflexões realizadas durante e depois da pesquisa. Diante disso, esta investigação está apoiada também nos pressupostos de Serrazina (1999; 2013), ao focar um campo específico do conhecimento – a Matemática – e uma determinada temática – o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.1.4 *Trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor*

A perspectiva de reflexão que abordamos na seção anterior também é partilhada por Ponte, Segurado e Oliveira (2003), segundo os quais ela se faz importante na medida em que propicia o envolvimento dos profissionais da educação no desenvolvimento de um trabalho colaborativo, ou seja, embora cada professor tenha, em determinada situação de ensino, objetivos diferenciados, eles compreendem que o sucesso do seu trabalho está, em grande parte, na projeção de objetivos comuns.

Portanto, o trabalho do professor, quando desenvolvido numa perspectiva colaborativa, embora sejam considerados o conhecimento e a experiência individual de cada professor, torna possível construir, em conjunto, algo que, segundo os autores, é bastante diferente da simples soma das partes.

Assim, no entendimento desses estudiosos, o trabalho colaborativo assume importante papel, uma vez que o seu desenvolvimento implica refletir na e sobre prática, mudar concepções, implementar o trabalho docente, reconstruir conceitos e, consequentemente, melhorar os resultados de aprendizagem de seus alunos.

Ponte (2003, 2014) sublinha que a formação continuada de professores, quando desenvolvida numa perspectiva de trabalho colaborativo, amplia a perspectiva que o professor tem em relação ao seu desenvolvimento profissional, pois ele "encara a sua participação [...] como forma de transformar ideias teóricas em acções práticas, reconhecendo, além disso, o valor do trabalho de equipe" (PONTE, 2003, p. 66), além de proporcionar um ambiente favorável à discussão e à reflexão.

Em *O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática*, Saraiva e Ponte (2003) afirmam que o *desenvolvimento profissional* é um processo que se realiza ao longo de grandes períodos de tempo e que a observação da aula de outros professores se configura ponto de partida para a reflexão sobre a prática profissional. Nessa mesma publicação, os autores apresentam o que, segundo eles, constitui fatores susceptíveis de promover o *desenvolvimento profissional* dos professores: o enquadramento favorável à experimentação e ao desenvolvimento profissional, o trabalho de equipe desenvolvido de forma reflexiva, de acordo com o ritmo, necessidades e interesse dos professores, no contexto natural do trabalho da escola e o desejo de inovar e de fazer melhor (PONTE, 2003).

Nessa perspectiva, parece legítimo propormos aos professores o desenvolvimento de um projeto de formação continuada, por meio do qual pudéssemos vivenciar experiências com noções probabilísticas e refletir coletivamente sobre a prática e, dessa forma, promover o *desenvolvimento profissional docente*, de modo a contribuir com a efetivação do ensino e da aprendizagem da Probabilidade. Assim, nas próximas seções deste capítulo, apresentamos um diálogo com teorias que discutem questões ligadas ao ensino e à aprendizagem dessa temática, particularmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

2.2 *Teorias que versam sobre o ensino de Probabilidade*

2.2.1 *Letramento em Probabilidade*

Promover o ensino de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental é, sobretudo, proporcionar aos alunos reflexões sobre ideias que envolvem o raciocínio probabilístico, como, por exemplo, a incerteza, a aleatoriedade, o espaço amostral, a independência de eventos e a equiprobabilidade de eventos, para que possam, aos poucos, construir os conhecimentos necessários ao entendimento da probabilidade (BATISTA; BORBA, 2016). Conceber o ensino a partir dessa compreensão é ter clareza da necessidade de formar cidadãos letrados probabilisticamente, capazes de enfrentar situações de incerteza, argumentar e tomar decisões (MENEGHETTI; BATISTELA; BICUDO, 2011).

Essas ideias dialogam com a concepção de Gal (2004), segundo a qual o aluno é considerado letrado em Probabilidade quando demonstra ser capaz de ler e interpretar criticamente informações probabilísticas, bem como de tomar decisões com base nas mesmas.

De acordo com Gal (2004), duas são as razões para aprender Probabilidade. Elas se baseiam, respectivamente, em considerações internas e externas:

> A primeira é que a probabilidade é parte da matemática e estatística, campos de conhecimento que são importantes [...] para aprender assuntos mais avançados, como amostragem e significância estatística. [...] A segunda razão é que a aprendizagem da probabilidade é essencial para ajudar a preparar os alunos para a vida, uma vez que eventos aleatórios e fenômenos acaso permeiam nossas vidas e ambientes.[29] (GAL, 2004, p. 43)

---

[29] The first is that probability is part of mathematics and statistics, fields of knowledge that are important […] for learning more advanced subjects such as sampling and statistical significance […]The second answer is that the learning of probability is essential to help prepare students for life, since random events and chance phenomena permeate our lives and environments (GAL, 2004, p. 43).

Gal (2004), ao discutir conhecimentos que os alunos podem precisar desenvolver para que eles sejam considerados letrados em questões do mundo real que envolvem a probabilidade, propõe um modelo, formado por cinco componentes cognitivos e três componentes disposicionais que devem ser trabalhados pelo professor com seus alunos (Figura 1) que irá propiciar o desenvolvimento desse letramento.

Figura 1 – Modelo teórico para o letramento probabilístico – Ido Gal (2004, p. 51)[30]

Elementos de conhecimento

1. Grandes idéias: Variação, Aleatoriedade, Independência, Previsibilidade/Incerteza.
2. Calculando probabilidades: Formas de encontrar ou estimar a probabilidade de eventos.
3. Idioma: Os termos e métodos utilizados para comunicar sobre o acaso.
4. Contexto: Entender o papel e as implicações de questões probabilísticas e Mensagens em vários contextos e no discurso pessoal e público.
5. Questões críticas: Questões para refletir quando se lida com probabilidades.

Elementos de disposição

1. Postura crítica.
2. Crenças e atitudes.
3. Sentimentos pessoais com relação à incerteza e ao risco (por exemplo, aversão ao risco).

Tabela 1: Alfabetização de Probabilidade - blocos de construção

Fonte: Gal (2004)

Knowledge elements

1. *Big ideas*: Variation, Randomness, Independence, Predictability/Uncertainty.
2. *Figuring probabilities*: Ways to find or estimate the probability of events.
3. *Language*: The terms and methods used to communicate about chance.
4. *Context*: Understanding the role and implications of probabilistic issues and messages in various contexts and in personal and public discourse.
5. *Critical questions*: Issues to reflect upon when dealing with probabilities.

Dispositional elements

1. *Critical stance*.
2. *Beliefs and attitudes*.
3. *Personal sentiments regarding uncertainty and risk (e.g., risk aversion)*.

30 Table 1: Probability Literacy – building blocks

Em relação às grandes ideias, primeiro elemento cognitivo, o autor diz ser importante focar na abordagem do conhecimento dos conceitos de variação, aleatoriedade, independência e também noções de previsibilidade e incerteza.

> As noções de aleatoriedade, independência e variação devem ser entendidas não apenas por direito próprio, mas também como blocos de construção para a compreensão de um quarto par de grandes ideias complementares, previsibilidade e incerteza (e noções relacionadas de risco e confiança). (GAL, 2004; p. 53)[31]

Essas são ideias também discutidas em Batanero e Godino (2003) e Coutinho (2001), que defendem a compreensão de três noções básicas para a construção dos conceitos probabilísticos: a percepção do acaso; a ideia de experiência aleatória; e a noção de probabilidade.

O cálculo probabilístico, segundo elemento cognitivo, relaciona-se com as diversas formas de encontrar ou estimar probabilidades de eventos. Na discussão desse elemento, Gal (2004) argumenta a importância de o aluno se familiarizar com as formas de encontrar e estimar probabilidades de eventos, pois isso favorece a comunicação e a compreensão de informações probabilísticas, bem como a tomada de decisão em situações reais da vida.

O terceiro elemento, associado à linguagem, refere-se ao entendimento dos termos abstratos e familiaridade com vários conceitos: "[...] variabilidade, aleatoriedade, independência e imprevisibilidade e incerteza, mas também chance, probabilidade ou risco."[32] (GAL, 2004, p. 55). Nesse sentido, o autor discute a importância de o professor atentar para o modo como ele traduz conceitos abstratos em linguagem clara e seu uso consciente e também a capacidade do aluno de compreender e falar.

Ainda em relação à questão da linguagem, o autor esclarece a necessidade de o aluno compreender e sentir-se seguro quanto às diferentes representações quantitativas; mas também alerta para o fato de que compreendê-las apenas sob essa ótica é insuficiente, pois, em situações do dia a dia, a probabilidade pode ser comunicada por meio de expressões verbais, e os significados que são atribuídos a tais expressões podem ter diferentes interpretações. Assim é fundamental que sejam dadas ao aluno oportunidades para

---

[31] *Notions of randomness, independence, and variation have to be understood not only in their own right, but also as building blocks for understanding a fourth pair of complementary big ideas, predictability and uncertainty (and related notions of risk and confidence).* (GAL, 2004; p. 53).

[32] *variability, randomness, independence, and (un)predictability and (un)certainty, but also chance, likelihood, or risk.* (GAL, 2004, p. 55).

expressarem, oralmente ou por escrito, a sua compreensão das expressões que envolvem o acaso.

Nesse sentido, Gal argumenta sobre a importância de o aluno olhar para as formas de expressão de acontecimentos probabilísticos da vida real: experienciar atividades que trabalhem maneiras de falar e representar probabilidades.

Em relação à linguagem utilizada pelos alunos para representar questões probabilísticas, Grando (2016) adverte:

> [...] o entendimento de palavras como frequência, probabilidade, chance e possibilidade, podem facilitar a expressão de um pensamento probabilístico e, ao mesmo tempo, indicar interpretações equivocadas ou significados em contextos que exigem tomadas de decisão (GRANDO, 2016, p. 3).

O quarto elemento cognitivo refere-se ao contexto das situações probabilísticas e da sua relação com o cotidiano; constitui-se, portanto, como motivação para estudar Probabilidade: “Compreender o contexto é educativamente importante porque ajuda a explicar por que há uma necessidade de aprender sobre probabilidade ou incerteza em diferentes circunstâncias da vida.”[33] (GAL, 2004, p. 58).

Nessa direção, Grando (2016, p. 3) enfatiza que palavras como probabilidade, possibilidade, impossível, provável, possível, certo, etc. constituem parte do letramento estatístico e são construídas pelos alunos em seu contexto social, havendo, portanto, “a necessidade de se criar vários contextos em sala de aula para que essa linguagem seja apropriada, permitindo processos de significação”.

O quinto e último elemento refere-se à importância da postura crítica dos estudantes, por meio da qual é possível, segundo o autor, desenvolver a capacidade de interpretar e avaliar criticamente informações em contextos diversos e compreender situações que exijam uma tomada de decisão. Esses elementos devem interagir entre si, e todos eles são importantes para o desenvolvimento do letramento probabilístico (GAL, 2004).

[33] *Understanding context is educationally important as it helps to explain why there is a need to learn about probability or uncertainty in different life circumstances.* (GAL, 2004, p. 58).

2.2.2 *Concepções de Probabilidade*

Na literatura, a primeira definição apresentada para a Probabilidade com rigor matemático deve-se a Laplace ao publicar a obra *Teoríe analytique des probabilités*, em 1812. Trata-se da denominada definição Clássica, teórica ou laplaciana. De acordo com tal concepção, a probabilidade é definida pela razão entre o número de casos favoráveis e o número total de casos possíveis, desde que todos os resultados sejam igualmente prováveis de ocorrer, ou seja: "como uma fração cujo numerador é o número de casos favoráveis e cujo denominador o número de todos os casos possíveis".[34] (BATANERO, 2005, p. 254). Dessa maneira, essa concepção "[...] assume [...] implicitamente a equiprobabilidade de todos os acontecimentos elementares do espaço amostral" (FERNANDES, 1999, p. 59).

Enquadram-se, nessa perspectiva teórica, os jogos de azar relacionados a moedas e dados (não viciados) e em extração de bolas de uma urna – Godino, Batanero e Cañizares (1996) –, por se tratarem de fenômenos cujas variáveis são discretas, supondo ser possível selecionar, como espaço amostral, um conjunto de sucessos elementares que garantam a equiprobabilidade, característica garantida pela utilização de simetrias físicas ou de outro tipo nas situações-problemas. Ao observar essa característica supõe-se que qualquer um dos resultados possíveis tenha maior vantagem sobre os demais, também possíveis. Ao lançar um dado "honesto", a simetria assegura que nenhuma face se distingue das outras. Considerando isso como argumento para garantir a igualdade entre as probabilidades para cada resultado, chega-se à Regra de Laplace, ou seja, assegura-se que para cada uma das possíveis faces do dado, a probabilidade é de $\frac{1}{6}$ - probabilidade elementar. Quando determinadas as probabilidades elementares, é possível calcular probabilidades mais complexas, como, por exemplo, no caso, a probabilidade de obter soma sete, no lançamento de dois dados.

Na concepção Frequentista ou empírica, segundo Godino, Batanero e Canizares (1996), o valor da probabilidade é dado pela frequência relativa de sucessos obtidos na realização de um experimento, a partir de um processo de experimentação:

---

[34] *"como una fracción cuyo numerador es el número de casos favorables y cuyo denominador el número de todos los casos posibles"* (BATANERO, 2005, p. 254).

> Suponhamos que um acontecimento particular A nos interessa; observamos repetidamente e anotamos o número de vezes que A ocorre; em seguida, observamos a relação entre o número de vezes que ocorre A, nA, e o número total de repetições n (razão de frequência ou frequência relativa de que A ocorra, nA/n) parece tender a um limite quando n tende ao infinito (GODINO; BATANERO; CAÑIZAES, 1996, p. 24).[35]

Godino, Batanero e Canizares (1996) afirmam que a concepção frequencial foi defendida por Richard von Mises na obra *Probability, Statistics and Truth* de 1919; mas que, já em 1888, John Venn defendeu explicitamente o cálculo de probabilidade por meio das frequências relativas dos sucessos ocorridos e que o enfoque que ele reservou à teoria das probabilidades, cuja principal característica é que o valor matemático da probabilidade surge do processo de experimentação, culminou na publicação da obra *The logic of chance*.

Santos (2011) apresenta uma situação de Probabilidade frequentista recorrente do cotidiano: o valor monetário atribuído ao seguro contra furtos de veículos:

> Para fazer o cálculo do valor do seguro dos veículos as seguradoras realizam uma pesquisa estatística sobre o índice de furto dos mesmos, e por meio desses dados calculam a probabilidade de o proprietário do automóvel “x” ter seu carro furtado, ou seja, a razão entre o número de possibilidades favoráveis, automóveis “x” furtados, e o número total de possibilidades, automóveis “x” em circulação. (SANTOS, 2011, p. 3)

A partir da descrição, observamos que o valor a ser pago varia de acordo com o índice de roubo da região em que o proprietário reside e também de acordo com a marca e/ou o modelo do veículo. No entanto, na concepção frequentista de Probabilidade, não é possível fornecer o valor exato da probabilidade de um evento e não se pode encontrar uma estimativa quando não é possível repetir o experimento um grande número de vezes. Tal fato caracteriza-se como uma limitação – Batanero (2005); Batanero e Díaz (2012) – dessa perspectiva teórica.

> Um problema prático é que na abordagem frequentista nunca obtemos o valor exato da probabilidade, mas apenas uma estimativa. Por outro lado, às vezes é impossível realizar experimentos exatamente sob as mesmas condições e também é difícil saber com certeza qual é o número de experimentos que devemos realizar para aceitar a estimativa de probabilidade como boa; Além disso, determinados sucessos (por exemplo, no campo da economia ou história), embora aleatórios, não podem ser repetidos e, de acordo com esta concepção, não poderíamos aplicar a teoria da probabilidade para seu estudo. (BATANERO, 2005, p. 254).[36]

---

[35] *Supongamos un sucesso particular A que nos interessa; tomamos observaciones repetidas anotando las ocasiones en que ocurre A; entonces la razón entre el número de veces que sucede A, nA, y el número total de repeticones n (razón frecuencial o frecuencia relativa de que A ocurra nA/n) parece tender a un límite cuando n tende a infinito* (GODINO; BATANERO; CAÑIZAES, 1996, p. 24).

[36] *Un problema práctico es que en el enfoque frecuencial nunca obtenemos el valor exacto de la probabilidad, sino solo una estimación. Por otro lado, a veces es imposible realizar los experimentos exactamente en las mismas condiciones y también es difícil saber con certeza cuál es el número de experimentos que debemos realizar para aceptar La estimación de la probabilidad como buena; más aún, ciertos sucesos (por ejemplo, en*

Ao simular um experimento envolvendo o lançamento de uma moeda numa sequência de 14000 repetições, Godino observou que a frequência de *caras* era de 0,50266429, ou seja, muito próxima de $\frac{1}{2}$ (meio). Disso, é possível hipotetizar que quanto maior o número de repetições, maior a proximidade entre a probabilidade "a posteriori" (calculada com base na realização de um experimento) e a probabilidade "a priori" (calculada a partir de dados teóricos, sem a manipulação experimental). Em particular, no experimento da moeda, de acordo com a perspectiva clássica, a probabilidade matemática ou a priori assume valor $\frac{1}{2}$ para cada uma das suas possibilidades de sucesso. Em contrapartida, não é possível julgar com precisão a probabilidade, pois o número de ensaios é sempre limitado, apesar do que diz a Lei dos Grandes Números.[37]

A concepção Subjetivista está relacionada às situações em que as probabilidades são uma expressão das crenças ou percepções pessoais, resultando em diferentes medidas para um mesmo experimento. Assim a probabilidade de um sucesso é determinada pelo grau de confiança que a pessoa tem sobre a veracidade de um fenômeno, considerando sua própria experiência ou a partir de "[...] um certo sistema de conhecimento e pode ser, portanto, diferente para pessoas diferentes" (BATANERO, 2005, p. 255).[38]

Fernandes (1999) a designa como "personalista", pois, segundo ele, as concepções clássica e frequentista são propriedades do mundo real, enquanto, na concepção subjetivista, as probabilidades são avaliações pessoais de situações aleatórias. Nessa perspectiva, a probabilidade passa de uma avaliação externa ao sujeito para uma avaliação centrada no sujeito.

Segundo Godino, Batanero e Cañizares (1996), a concepção subjetivista não se baseia na repetição de um sucesso, pois nela é possível avaliar a probabilidade de um sucesso com apenas uma ocorrência.

---

el campo de la economía o de la historia), aunque aleatorios, son irrepetibles y, de acuerdo con esta concepción, no podríamos aplicar la teoría de la probabilidad para su estúdio. (BATANERO, 2005, p. 254).

[37] *A lei dos grandes números (LGN) é um teorema fundamental da teoria da probabilidade, que descreve o resultado da realização da mesma experiência repetidas vezes. De acordo com a LGN, a média aritmética dos resultados da realização da mesma experiência repetidas vezes tende a se aproximar do valor esperado à medida que mais tentativas se sucederem. Em outras palavras, quanto mais tentativas são realizadas, mais a probabilidade da média aritmética dos resultados observados irá se aproximar da probabilidade real.*

[38] *un cierto sistema de conocimientos y puede ser, por tanto, diferente para distintas personas* (BATANERO, 2005, p. 255).

A concepção Formal ou axiomática originou-se do trabalho de Kolmogorov, publicado em 1933 e, posteriormente, traduzido para o inglês com o título *Foundations of the theory of probability* – Godino, Batanero e Cañizares (1996) –; também conhecida como probabilidade objetiva ou normativa, apresenta-se como uma oposição às restrições mantidas na concepção clássica de Laplace que impõe a equiprobabilidade dos sucessos.

De acordo com essa concepção, a probabilidade de determinada situação (S) é medida quando se elege E como espaço amostral e A como um subconjunto de E. Dessa forma, a probabilidade P(S) é definida pelo quociente entre a medida de A e a medida de E (Godino; Batanero; Cañizares, 1996). A probabilidade é compreendida como um valor entre 0 e 1, $0 < P(S) < 1$, sendo um sucesso impossível dado por $P(E) = 0$ e um sucesso certo por $P(E) = 1$.

A probabilidade pode ser definida também de acordo com a concepção Lógica, cujo grau de confiança da probabilidade, de acordo com essa concepção, é medido de duas maneiras extremas – certo ou impossível –, "[...] uma proposição p é dada pela informação de outra proposição q, [...] se p é uma consequência de q, a proposição q dá a p a probabilidade 1 e a contradição, o caso de que p e q sejam contraditórios, a probabilidade dada por q à p é 0." (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996, p. 23).[39]

A nossa decisão de escrever a respeito das concepções de Probabilidade se justifica por considerarmos que o professor, conhecendo as diferentes definições bem como suas limitações, ampliará o seu repertório de conhecimentos sobre os conceitos envolvidos e, consequentemente, poderá melhorar o desenvolvimento de suas aulas. No entanto, essas definições, embora, por vezes, tenham perpassado pelo capítulo de apresentação e discussão dos dados, não foram foco de interesse deste estudo.

2.2.3 *O Programa de Ensino Children's Understanding of Probability and Risk*

O programa de Ensino *Compreensão das crianças sobre probabilidade e risco* (NUNES; BRYANT; EVANS; BARROS, 2011) constitui-se de uma sequência de atividades que foram vivenciadas por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental da Inglaterra, por meio das quais se pretendia investigar formas de melhorar a compreensão desses estudantes do

---

[39] "*una proposición p a luz de la información aportada por otra proposición q, ..., si p es consecuencia de q, la proposición q da a la p a probabilidad 1, y a contradicción, em el caso de que p e q seam contradictorios, a probabilidade dada por q a p es 0"* (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996, p. 23).

conceito de Probabilidade e, consequentemente, desenvolver novos métodos de ensino desse tema. Com isso, os pesquisadores procuraram avaliar como as crianças são ensinadas sobre Probabilidade e as expectativas de quanto elas podem aprender com o método investigado.

A proposta do programa é um ensino que leve à compreensão de quatro "demandas cognitivas"[40] (BRYANT; NUNES, 2012), cuja abordagem se relaciona às ideias que formam o conceito de probabilidade: "entendimento da aleatoriedade, elaboração do espaço amostral, comparação e quantificação de probabilidades e o entendimento da correlação ou (relação entre eventos)." (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3-4).[41]

Para desenvolver o ensino de probabilidade, algumas reflexões são importantes considerando que a probabilidade implica dificuldades, pois apresenta características muitas vezes contrárias a nossa intuição. A aleatoriedade, por exemplo, gera incertezas que podem ser de difícil compreensão, uma vez que não sabemos, por exemplo, num conjunto de eventos possíveis que conhecemos, quais deles vão acontecer, não sendo possível determinar quando um evento particular acontecerá ou a forma com que os eventos ocorrem numa sequência (NUNES et al., 2011).

Em relação ao espaço amostral (conjunto de eventos possíveis), os autores sublinham que ele desempenha um papel importante que, muitas vezes, é subestimado. E orientam que é preciso desenvolver a capacidade de se trabalhar com qualquer espaço amostral, em qualquer atividade, para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos. Assim, determinar o espaço amostral de um experimento constitui-se como essencial para a resolução de qualquer problema de probabilidade "[...] e em muitos é o mais importante, já que a solução é bastante óbvia para alguém que conheça todas as possibilidades." (BRYANT; NUNES, 2012, p. 5)[42]. A determinação e a análise do espaço amostral, em problemas de probabilidade, dependem tanto do raciocínio confractual – situações ou eventos que não aconteceram, mas que poderiam ter acontecido – como do raciocínio combinatório (NUNES et al., 2011).

---

[40] *"cognitive demands"*

[41] *"Understanding randomness, Working out the sample space, Comparing and quantifying probabilities, Understanding correlation (or relationships between events)"* (BRYANT; NUNES, 2012, p. 3-4).

42 *"and in many it is the most important, since the solution is often quite obvious to someone who knows all the possibilities"* (BRYANT; NUNES, 2012, p. 5).

A quantificação de probabilidades, etapa final da solução de um problema de Probabilidade, refere-se ao cálculo da probabilidade de um evento específico – cálculos proporcionais (expressa por um número decimal, uma porcentagem ou uma proporção), visto que cada probabilidade é, em si, uma proporção entre um resultado específico e o conjunto de resultados possíveis (NUNES et al., 2011). Refere-se, também, à comparação da força de duas ou mais probabilidades. "[...] a probabilidade pode ser a mesma em amostras de diferentes tamanhos, porque as probabilidades baseiam-se inteiramente em proporções." (NUNES et al., 2012, p. 5).

Apoiados em *Ross* e Primos (1993), os autores argumentam que a correlação é uma forma de raciocínio envolvido na determinação da natureza e da força de uma relação mútua entre duas variáveis. "Esse raciocínio exige o reconhecimento que as relações entre variáveis não são absolutas, mas existem em graus e, assim, envolvem raciocínio probabilístico." (NUNES et al., 2011, p. 6). Os autores argumentam que a compreensão do risco é vista como mais um aspecto do pensamento probabilístico e depende do raciocínio correlacional. A compreensão desse raciocínio, por sua vez, está condicionada a pelo menos três demandas cognitivas: a compreensão da aleatoriedade – "Se não houver nenhuma relação entre dois eventos, A e B, ainda é possível que eles possam ocorrer em conjunto por acaso.[43]" (NUNES; BRYANT, 2011, p. 5); o entendimento do espaço amostral – "Para examinar se dois eventos estão associados, precisamos estabelecer não apenas se eles co-ocorrem, mas também quais são os possíveis casos.[44] (NUNES; BRYANT, 2011, p 5); e a quantificação da probabilidade de forma proporcional.

O programa foi desenvolvido com crianças de 9 e 10 anos de idade de escolas de Oxford, e assim justificam os autores: "Esta faixa etária é apropriada porque o raciocínio proporcional normalmente se desenvolve nesta idade e alguns aspectos de probabilidades estão incluídos na estratégia nacional para o ensino de matemática." (NUNES et al., 2012, p. 8).

Diante do exposto, esclarecemos que a nossa opção por analisar esses estudos se justifica porque consideramos que as exigências para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade requerem que estejamos sintonizados não somente em relação aos anos em que

---

[43] *If there is no relationship between two events, A and B, it is still possible that they might occur together by chance.* (NUNES; BRYANT, 2011).
[44] *In order to examine whether two events are associated, we need to establish not only whether they co-occur but also what all possible the cases are:…* (NUNES E BRYANT, 2011).

a exploração desse conceito deve ser iniciada; igual importância deve ser dada à forma como será abordado e às estratégias de intervenção. Particularmente, no que se refere ao programa de ensino desenvolvido pelos pesquisadores Nunes, Bryant, Evans e Barros, concordamos que o caminho sugerido por eles se configura uma possibilidade de aprendizagem, capaz de favorecer a construção do raciocínio e do pensamento probabilístico de professores e alunos.

Finalmente, destacamos a relevância de promover experiências na escola, onde, por meio do uso de uma linguagem simples, a criança, ao vivenciar jogos e experimentos que lhes permitam observar, classificar e identificar eventos, poderá desenvolver a compreensão da aleatoriedade e de noções intuitivas de probabilidade, adquirindo níveis mais elaborados das suas intuições iniciais (CARVALHO; FERNANDES, 2005); e, ao final da primeira etapa do Ensino Fundamental, tornar-se capaz de determinar e comparar probabilidades simples.

CAPITULO 3 – LITERATURAS SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE: ESTUDOS RELACIONADOS À NOSSA INVESTIGAÇÃO

O ensino de Probabilidade, a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, caracteriza-se pelo contributo para o desenvolvimento da capacidade de interpretação, análise, argumentação e para a formação cidadã do educando, tornando-o letrado probabilisticamente e capaz de posicionar-se criticamente diante de situações da vida que exigem tomadas de decisões. Sob essa perspectiva, neste capítulo, apresentamos uma revisão interpretativa de estudos que tratam dos processos de ensino e aprendizagem de Probabilidade. Para isso, consideramos trabalhos produzidos, sobretudo, na área da Educação Matemática, por grupos nacionais e internacionais que discutem essa temática. Antes, porém, trazemos considerações relativas às orientações contidas em documentos oficiais brasileiros no tocante ao ensino do tema em estudo.

3.1 *O que nos dizem os documentos oficiais sobre o ensino de Probabilidade*

Analisar e refletir o currículo, documento orientador de propostas e programas de ensino constitui, a nosso ver, uma ação imprescindível às formações de professores e, por consequente, à sua atuação pedagógica. Diante disso, nesta seção apresentamos uma análise das indicações propostas nos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (BRASIL, 1997) e na *Base Nacional Comum Curricular* (BRASIL, 2017) para o ensino da Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental – foco de interesse deste estudo. Centramo-nos em discutir questões ligadas ao ensino e à aprendizagem das ideias que sustentam o conceito de Probabilidade, orientadas por esses documentos oficiais da educação brasileira.

O ensino de Probabilidade para os anos iniciais aparece como indicação em documentos oficiais de ensino pela primeira no Brasil em 1997. Nos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (BRASIL, 1997), já se apresentava uma preocupação com o tratamento dado à temática com vistas a proporcionar aos alunos, a partir do segundo ciclo (crianças de 9 e 10 anos de idade), a compreensão de que grande parte dos acontecimentos do cotidiano é de natureza aleatória; de que é possível identificar prováveis resultados desses acontecimentos e de que noções intuitivas, como as de acaso e incerteza, podem ser exploradas quando analisadas em espaços equiprováveis. Todavia, também pode ser observado que, nesse documento, não foi destinado à Probabilidade o mesmo espaço dado a outros conteúdos acerca de questões específicas sobre a forma como isso poderia ser desenvolvido em sala de aula. Dessa maneira, pode-se considerar que tal fato pode ter sido um entrave ao trabalho em sala de aula, uma vez que esse documento se constituiu, nos últimos vinte anos, em um referencial (o mais importante) para o professor.

Recentemente, o ensino de Probabilidade foi novamente tema de discussão: as discussões foram intensificadas e apresentadas na *Base Nacional Comum Curricular* (BNCC) para a Educação Básica, documento que orientará a elaboração dos currículos estaduais e municipais, indicando as aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades do Ensino Fundamental. Esse documento orienta o estudo de noções de Probabilidade que promovam a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos – orientações também observadas nos PCN (BRASIL, 1997). Entretanto, embora os dois documentos orientem nesse sentido, há uma preocupação quanto à forma como o professor pode desenvolver essas ideias na sua prática com os alunos. Preocupa-nos saber quais domínios do conhecimento (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) desse conteúdo são requeridos para o ensino dessa temática.

Diferentemente do que orientam os PCN (BRASIL, 1997), a BNCC (BRASIL, 2017) propõe que o estudo dessa temática nos anos iniciais (com crianças de 6 anos) esteja centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de forma a favorecer a compreensão, por parte dos alunos, de que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. Orienta ainda ser importante, nessa fase de escolarização, que os alunos possam verbalizar tais situações.

Outra diferença entre as indicações propostas nos PCN e as da BNCC refere-se ao fato de que o primeiro documento foca as indicações no ensino, sugerindo que esse se fundamente na observância de frequência de ocorrência de um dado acontecimento e um razoável número de experiências como possibilidade de desenvolver algumas noções de Probabilidade (BRASIL, 1997, p. 85), e a BNCC apresenta indicações de aprendizagens para cada ano escolar: para o 1.º ano, noção de acaso; 2.º ano, análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano; para o 3.º ano, análise da ideia de aleatório em situações do cotidiano: espaço amostral; 4.º ano, análise de chances de eventos aleatórios; e para o 5.º ano, Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios e cálculo de probabilidade de eventos equiprováveis. (BRASIL, 2017, p. 278-294).

Os PCN indicam que, pela observância de acontecimentos, algumas noções de Probabilidade (de acaso e incerteza) podem ser desenvolvidas, porém as indicações de como o professor pode favorecer o desenvolvimento de tais noções não se apresentam claramente, o que pode dificultar a escolha e o planejamento de atividades para o ensino.

Em contrapartida, para cada objeto de conhecimento apresentado na BNCC, são sugeridas habilidades que se inter-relacionam partindo de observações empíricas até a quantificação de Probabilidade.

> - Classificar eventos envolvendo o acaso, tais como “acontecerá com certeza”, “talvez aconteça” e “é impossível acontecer”, em situações do cotidiano (1.º Ano);
> - Classificar resultados de eventos cotidianos aleatórios como “pouco prováveis”, “muito prováveis”, “improváveis” e “impossíveis” (2.º Ano);
> - Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência (3.º Ano);
> - Identificar, entre eventos aleatórios cotidianos, aqueles que têm maior chance de ocorrência, reconhecendo características de resultados mais prováveis, sem utilizar frações (4.º Ano);
> - Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não;
> - Determinar a probabilidade de ocorrência de um resultado em eventos aleatórios, quando todos os resultados possíveis têm a mesma chance de ocorrer (equiprováveis) (5.º Ano). (BRASIL, 2017, p. 278-294)

As habilidades, segundo nossa análise e interpretação, vão ao encontro daquilo que alguns pesquisadores (ex.: Gal, 2005; Bryant; Nunes, 2011; Coutinho, 2001; Batanero; Godino, 2002, entre outros.) apontam como um caminho adequado ao desenvolvimento do raciocínio probabilístico necessário à compreensão da Probabilidade, pois sugerem que o ensino seja iniciado explorando termos e expressões com vistas a contribuir com a apropriação de um vocabulário linguístico relacionado a situações aleatórias, perpassando pela análise, identificação e descrição de resultados possíveis em experimentos aleatórios até chegar à quantificação de probabilidades em eventos equiprováveis (GAL, 2005). Com isso, afirmam que a construção dos conceitos probabilísticos deve partir da compreensão de três noções básicas: a percepção do acaso, a ideia de experiência aleatória e a noção de probabilidade (BATANERO; GODINO, 2002; COUTINHO, 2001).

Em síntese, observamos haver, nesses dois documentos, aproximações e distanciamentos: os PCN e a BNCC orientam que seja garantida a compreensão da noção de aleatoriedade identificando sucessos possíveis, sucessos seguros e as situações de *sorte*. No entanto, essas indicações, nos parâmetros, são para alunos de 9 e 10 anos. A BNCC, por sua vez, indica para crianças desde os 6 anos; Os dois documentos preveem que, ao final dos primeiros anos, as crianças quantifiquem probabilidades, mas a BNCC explicita quais são as expectativas de aprendizagem para cada ano escolar, os objetos de conhecimento e as habilidades que se inter-relacionam, partindo de noções empíricas até a quantificação de probabilidades.

3.2 O *Ensino de Probabilidade: contribuições de estudiosos e pesquisadores em Educação Matemática*

Nesta seção, discorremos sobre estudos que discutem aspectos relacionados ao pensamento e ao raciocínio probabilístico de crianças. Em seguida, apresentamos resultados de pesquisas relativas aos conhecimentos e à formação dos professores, com a abordagem dos aspectos que consideramos relevantes nas investigações sobre o ensino e a aprendizagem de Probabilidade.

3.2.1 *O pensamento e o raciocínio probabilístico das crianças e os argumentos para justificar seu ensino a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental*

Relativamente às pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem dessa temática, a literatura, há alguns anos, vem mostrando que investigadores têm se preocupado em compreender como se desenvolve o raciocínio probabilístico de crianças (FISCHBEIN, 1975; PIAGET; INHELDER, 1951). Inhelder e Piaget (1955) afirmaram que a criança desenvolve e é capaz de compreender e utilizar os conceitos ligados à Probabilidade somente no período das operações formais[45] – dos 11 aos 15 anos.

No estudo desenvolvido por Fischbein, envolvendo alunos de diferentes faixas etárias, que não haviam estudado Probabilidade na escola, o autor constatou que esses alunos possuíam ideias intuitivas sobre o conceito de acaso; sobre a quantificação do acaso como relação entre o número de casos favoráveis e o número de resultados possíveis; a atribuição do valor 1 (um) à probabilidade do acontecimento certo e do valor 0 (zero) à probabilidade do acontecimento impossível e que a probabilidade da reunião de eventos mutuamente

[45] *Período das operações formais: último estágio do desenvolvimento intelectual e da aquisição das habilidades cognitivas e sociais* (INHELDER; PIAGET, 1955; PIAGET, 1975).

exclusivos é dada pela soma das probabilidades dos eventos. (FISCHBEIN, 1975). Esse estudo revelou que as crianças possuem ideias intuitivas[46] da Probabilidade. Diante de tal constatação, Fischbein (1975) orienta que a aprendizagem de conceitos ligados à ideia de incerteza deve ocorrer desde o início de sua escolarização.

Assim, apoiados nesses e em outros estudos, educadores e pesquisadores da área da Educação Matemática vêm realizando investigações e discutindo a importância do ensino de Probabilidade ainda na infância e no Ensino Fundamental. Cardeñoso e Azcárate (1995), por exemplo, analisaram a importância do ensino de Probabilidade para a formação dos alunos no Ensino Fundamental e apresentaram os seguintes argumentos para o seu ensino:

> Seu interesse para a resolução de problemas relacionados com o mundo real e com outras matérias do currículo. Sua influência na tomada de decisões das pessoas quando dispõem somente de dados afetados pela incerteza. Seu domínio facilita a análise crítica da informação recebida através, por exemplo, dos meios de comunicação. Sua compreensão proporciona uma filosofia do azar de grande repercussão para a compreensão do mundo atual.[47] (CARDÑOSO; AZCÁRATE, 1995).

Outros pesquisadores dialogam com as ideias desses pesquisadores. Assim, a inserção do estudo de Probabilidade, na escola, deve-se, fundamentalmente, a três razões: ao papel instrumental para a compreensão de conceitos de outras disciplinas, sua utilidade no o dia a dia das pessoas, na leitura e interpretação de dados estatísticos e à importância do raciocínio probabilístico na análise de risco e na tomada de decisões (BATANERO, 2001; 2002).

Campos e Pietropaolo (2013, p. 55-91), por sua vez, argumentam que a compreensão de noções de Probabilidade constitui etapa necessária para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos. Afirmam, ainda, que o estudo de Probabilidade favorece a retomada e ou ampliação de noções relativas aos números naturais e às medidas de grandeza como comprimento e área além de ser um contexto favorável à construção de significados dos

---

[46] Entende-se intuição como a crença em nossas representações, interpretações ou soluções momentâneas. (FISCHBEIN, 1987, p. 28). De acordo com esse autor, existem intuições primárias e intuições secundárias. As primeiras dizem respeito às crenças cognitivas que são desenvolvidas sem que dependa de qualquer instrução sistemática e como resultado da experiência pessoal do indivíduo. (FISCHBEIN, 1987, p. 64). As intuições secundárias pressupõem a possibilidade de o indivíduo desenvolver novas intuições, o que pode ocorrer com o ensino formal; intuições que não se originam da experiência natural. Em geral, em relação à mesma questão, contradizem as intuições primárias. Ainda, de acordo com esse pesquisador, as ideias intuitivas sobre o acaso ocorrem antes dos sete anos de idade.

[47] *Su interés para la resolución de problemas relacionados com el mundo real y com otras materias del currículo. Su influencia en la toma de decisiones de las personas cuando disponen sólo de datos afectados de incertidumbre. Su domínio facilita el análisis crítico de la información recibida a través, por ejemplo, de los medios de comunicación. Su comprensión proporciona una filosofia del azar de gran repercusión para la comprensión del mundo actual.* (CARDÑOSO; AZCÁRATE, 1995).

diferentes tipos de agrupamentos, o que segundo eles, contribui para o desenvolvimento do pensamento combinatório e do pensamento estatístico. Assim como eles, Batanero, Gómez, Contreras e Diaz (2015); Batista e Borba (2016); Campos e Felisberto de Carvalho (2016); Fernandes, Batanero, Correia e Gea (2015); Fernandes, Serrano e Correia (2016); Santos (2015); dentre outros, constataram que, nos primeiros anos de estudo, é possível mobilizar ideias intuitivas das crianças que são fundamentais ao desenvolvimento do pensamento probabilístico e esse, ao desenvolvimento de outras ideias matemáticas, como por exemplo, a de proporcionalidade.

Compreendemos que conhecer e refletir sobre esse contexto deve ser um compromisso do professor e dos formadores de professores, visto que eles trazem reflexões importantes que podem nortear todo o ensino ao longo da educação básica. Diante dos argumentos apontados em cada investigação, julgamos ser importante olhar também para o que as pesquisas dizem e quais são as discussões a respeito de como o ensino dessa temática deve ser desenvolvido. Algumas dessas discussões serão apresentadas na subseção a seguir.

3.2.2 *O que nos dizem as pesquisas sobre o ensino de Probabilidade*

A importância de ensinar e aprender noções referentes à Probabilidade se justifica tanto pela necessidade de sua utilização no dia a dia das pessoas, ajudando-as a tomar decisões em situações da vida social e econômica (MENDONÇA; SWIFT, 1981), quanto como instrumento favorável ao desenvolvimento de importantes habilidades cognitivas e de formas de pensar (CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013). Recomenda-se, portanto, a abordagem de conceitos probabilísticos por meio de atividades em que os alunos possam realizar experimentos e observar eventos, estimulando a manifestação intuitiva do acaso e da incerteza e a construção de métodos matemáticos para o estudo de tais fenômenos (LOPES, 2003; KATAOKA; RODRIGUES; OLIVEIRA, 2007).

A esse respeito, Bryant e Nunes (2012) discutem que a Probabilidade, embora possa apresentar um significado intuitivo, envolve noções de difícil compreensão. Segundo eles, intuitivamente não é fácil, sobretudo para um aluno do Ensino Fundamental, compreender que, após o lançamento de uma moeda honesta oito vezes e de ter resultado *cara* em todos eles, a probabilidade de obter *cara* no próximo lançamento é a mesma de obter *coroa*.

Bryant e Nunes (2012), a partir de investigações realizadas com crianças, desenvolveram um programa de ensino de Probabilidade, no qual eles propõem uma abordagem dos conceitos e ideias por meio de um estudo que passa pelas ideias mais simples sobre aleatoriedade, determinação do espaço amostral e alcança a quantificação de probabilidades e o entendimento do risco – relação entre variáveis. Atendendo a essa proposta, eles orientam o desenvolvimento, em sala de aula, de um leque de atividades que discutam as características entre fenômenos aleatórios e determinísticos, explorem a diferença entre eventos possíveis, impossíveis, prováveis e improváveis e, ainda, discutam as diversas representações para a contagem de espaços amostrais simples e, por fim, a comparação e a quantificação de probabilidades.

Visitando a literatura em busca de pesquisas que caminham nessa direção, encontramos, por exemplo, os estudos de Batista e Borba (2016), que, em termos de resultados, apresentaram, dentre outros, que a maioria das crianças investigadas fez uso do significado intuitivo de Probabilidade. Nesse estudo, elas investigaram os conhecimentos probabilísticos de crianças, estudantes do 1.º, 3.º e 5.º ano do Ensino Fundamental, examinaram a compreensão das crianças das três primeiras exigências cognitivas, defendidas por Bryant e Nunes (2012), necessárias à apropriação da Probabilidade: compreensão da aleatoriedade, formação do espaço amostral e comparação de probabilidades. Assim, elas defendem que o ensino de Probabilidade pode ser iniciado nos anos iniciais, por meio de jogos, levando em conta as noções intuitivas que as crianças já possuem nessa fase de escolarização.

Proposições do ensino de Probabilidade por meio de jogos são discutidas também, por exemplo, no artigo *Experiência com o acaso, possibilidade e análise de dados em práticas de letramento matemático escolar* da pesquisadora Regina Célia Grando. Nele, a autora apresenta narrativas de aulas que, segundo ela, revelaram a possibilidade de um trabalho com os conceitos de *acaso, chance, probabilidade, combinatória e análise de dados* por meio de atividades envolvendo jogos, situações problema e projetos estatísticos.

Refletir sobre essas questões associadas ao ensino é importante, sobretudo, do ponto de vista de que precisamos envolver os alunos em tarefas que provoquem o pensamento, a curiosidade, a construção de hipóteses, a antecipação, impulsionando o desenvolvimento cognitivo.

3.2.3 *O que nos dizem as pesquisas sobre a formação do professor dos anos iniciais para o ensino de Probabilidade*

Estudos anteriores ao nosso, que investigaram a inserção do ensino de Probabilidade e Estatística no currículo de Matemática do Ensino Fundamental, apontaram dificuldades pedagógicas que os professores, de maneira geral, enfrentam no ensino. A primeira dificuldade refere-se à novidade que a inserção do tema no currículo representa, pois "força" o professor a quebrar hábitos, sendo obrigado a buscar novas informações e atividades para serem desenvolvidas em sala de aula. A segunda está relacionada à insuficiência e/ou à inexistência de formação específica para desenvolver o ensino de Probabilidade, pois "os professores provenientes das licenciaturas em Matemática às vezes têm alguma formação básica em probabilidade e estatística, mas, geralmente, não têm formação nas questões relacionadas ao ensino desses conceitos." (DIAS, 2004, p. 144). Essa situação afeta mais fortemente os professores dos anos iniciais (BATANERO; GODINO; ROA 2004). Muitos futuros professores adquirem conhecimentos sobre Estatística e Probabilidade, que são, no entanto, às vezes, insuficientes para o exercício da docência, pois, além dos conhecimentos dos conteúdos, são exigidos, também, conhecimentos didáticos específicos (CAZORLA, 2009). Além disso, os livros didáticos e os documentos curriculares não oferecem apoio suficiente para os professores desses níveis de escolaridade (BATANERO; GODINO; ROA, 2004).

Numa investigação desenvolvida por Fernandes, Serrano e Correia (2016) da qual participaram 63 alunos do 2.º ano do Curso de Licenciatura em Educação Básica, de uma universidade do Norte de Portugal, os investigadores, com o argumento de que "a formação do professor dos primeiros anos de escolaridade é determinante e crucial para garantir uma adequada formação do aluno" (FERNANDES; SERRANO; CORREIA, 2016, p. 84-85), estudaram o desempenho de futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade em uma temática específica da probabilidade: acontecimentos certos, definidos num processo de extração (sem reposição) de bolinhas de gude (berlindes) de um saco[48].

---

[48] Os resultados discutidos pelos autores são em relação às respostas dos professores à seguinte tarefa: "Num saco há 4 berlindes vermelhos, 3 verdes e 2 brancos. a) Quantos berlindes se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos um berlinde de cor verde? Por quê? b) Quantos berlindes se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos um berlinde de cor vermelha e

Ao final dessa investigação, os autores argumentaram que, na formação acadêmica dos professores, as situações de ensino vivenciadas por eles, foram baseadas no cálculo do algoritmo da probabilidade, desprezando contextos com experiências aleatórias

> (...) não se pede ao aluno para classificar ou formular acontecimentos ou aprofundar a sua compreensão da experiência aleatória e, em vez disso, limitam-se as questões ao cálculo matemático de probabilidades com a intenção de obter resultados, na sua maioria descontextualizados. (FERNANDES; SERRANO; CORREIA, p. 88, 2016).

Diante de tal constatação, Fernandes, Serrano e Correia (2016) defendem a vivência de situações em que os futuros professores façam uso do raciocínio probabilístico em contextos de experiências aleatórias em ambientes nos quais os eventos não tenham de ser sempre equiprováveis, para que tais experiências possam ser potencializadas na sala de aula. Defendem essa necessidade, especialmente, para professores e educadores dos primeiros anos de escolaridade.

Outras pesquisas vêm ao encontro desses resultados, como por exemplo, Fernandes, Ferreira, Kataoka, Souza e Gonçalves (2008); Grando (2016); Kataoka, Souza, Oliveira, Fernandes, Paranaíba e Oliveira (2008); e Silva (2011). Os estudos de Silva (2011, p. 761) constataram o seguinte:

> As discussões sobre as atuais propostas curriculares oficiais, no Brasil e no mundo, ficam isoladas em algumas disciplinas como Metodologia de Ensino de Matemática, Prática de Ensino de Matemática e Didática da Matemática. Entendemos que isto não seria um problema, desde que houvesse articulação entre a chamada parte específica e a parte pedagógica do curso, o que, infelizmente, não ocorre. (SILVA, 2011, p. 761).

Grando (2016) argumenta que a exploração de ideias ligadas ao acaso, à probabilidade, à combinatória e à estatística ainda ocorre de maneira tímida por muitos professores dos anos iniciais e justifica que isso acontece em razão da pouca compreensão dos conceitos, e isso se dá devido à abordagem dada durante a formação básica do professor dos anos inicias, restringindo a Estatística aplicada à Educação e não ao ensino. Da mesma forma Cazorla (2009) afirma que:

> (...) o ensino dos conteúdos conceituais e procedimentais de Estatística e Probabilidade na formação dos professores da Educação Básica (Pedagogos e Licenciados em Matemática) não está voltado para que estes possam ensiná-los à crianças e adolescentes, nem contribui para a formação do professor-pesquisador, daquele que é capaz de fazer de sua prática pedagógica um campo de pesquisa, fazendo da Estatística um instrumento privilegiado de análise dessa práxis. (CARZOLA, 2009).

---

outro de cor verde? Por quê? c) Quantos berlindes se devem retirar do saco (sem reposição) para termos a certeza de obter pelo menos um berlinde de cada cor? Por quê?” (Fernandes, Serrano e Correia, 2016, p. 88).

De acordo com essa afirmação, observamos que a autora traz um elemento novo para a discussão em relação àquelas apresentadas até aqui, pois, além de discutir as limitações do ensino, ligadas ao curso superior, em relação ao preparo do professor para o ensino, também chama a atenção para a necessidade de que esses cursos devem promover a aquisição, por parte do futuro profissional, de uma postura investigativa e sugere que, dessa forma, ele poderá utilizar-se da Estatística como ferramenta de análise da sua práxis.

Nessa direção, Lopes (2012, 2016) aponta para a necessidade de investimento na formação inicial e continuada dos professores, que deve contemplar o estudo do raciocínio das crianças a respeito do assunto (BATANERO, 2015). Apontam também para a produção de materiais didáticos que possam subsidiar o trabalho docente.

A adequada formação docente do professor de Matemática para os anos iniciais implica o domínio de conhecimentos profissionais para o ensino e a aprendizagem de Probabilidade. Léon (1998, p. 3-4), por exemplo, indica que o professor necessita:

> [...] abstrair, compreender e internalizar a função que a aleatoriedade e a incerteza cumprem no movimento natural do universo como um todo e na vida de cada indivíduo em particular. A maioria das pessoas têm uma visão excessivamente determinista do mundo e, muitas vezes, esperamos que as coisas se possam resolver com uma simples, ou às vezes não tão simples, fórmula (LÉON, 1998, p. 3-4).[49]

É possível notar a preocupação do autor em discutir a visão determinista do mundo e a importância em despertar o olhar para acontecimentos que são marcados pela aleatoriedade e pela incerteza.

Referente ao conhecimento profissional e às práticas de professores atuantes, Campos e Pietropaolo (2013) concluíram que as noções que sustentam o conceito de probabilidade parecem não terem sido desenvolvidas por professores paulistas que lecionam para o 4.º e 5.º ano do Ensino Fundamental (crianças de 9 e 10 anos). Os professores investigados não possuíam um repertório de conhecimento e de situações para ensinar probabilidade, pois a sua imagem conceitual estava ligada, quase exclusivamente, à ideia de razão entre dois números inteiros positivos.

---

[49] *abstraer, comprender e internalizar la función que el azar y la incertidumbre, cumplen en el movimiento natural del universo como un todo y en la vida de cada individuo en particular. La mayoría de las personas tienen una visión excesivamente determinista del mundo y muchas veces esperamos que las cosas puedan resolverse con una simple, o a veces no tan simple, fórmula*. (LÉON, 1998, p. 3-4).

Diante de tal fato, concordamos que a formação do professor é a chave para o sucesso da proposta de ensino de Probabilidade na escola e que ela deve contemplar o estudo do raciocínio das crianças a respeito do assunto, auxiliando o professor no ensino (BATANERO, 2013). Batanero (2005) adverte, ainda, que a aprendizagem da criança ocorre de maneira gradativa "[...] o aluno deve construir seu conhecimento por um processo gradual de seus erros e esforços" (BATANERO, 2005, p. 249)[50] e que o professor de Matemática, ao ensinar Probabilidade, deve estar consciente disso, pois, do contrário, "[...] dificilmente poderá compreender algumas dificuldades de seus alunos" (BATANERO, 2005, p. 249).[51]

Da mesma forma, Campos e Pietropaolo (2013) chamam a atenção para a necessidade de cursos de formação inicial e continuada que discutam a relevância das noções que dão sustentação ao conceito de Probabilidade e as dificuldades de alunos, ao iniciarem a construção do conhecimento desse tema.

Diante do descrito, a literatura analisada aponta lacunas no conhecimento do professor em relação ao conceito de Probabilidade e formas de exploração dessa temática em sala de aula e, por isso, alguns professores demonstram insegurança ao ensiná-la (BATANERO, 2013; CHICK; PIERCE, 2013). Os seus resultados são convergentes quanto à necessidade de investimento na formação inicial e continuada como contributo para a formação dos professores e, consequentemente, para a melhoria dos processos de ensino e de aprendizagem de seus alunos no que diz respeito ao letramento probabilístico. Dessa forma, chamam a atenção para a necessidade de incluir, em cursos de formação inicial e continuada dos professores, "discussões envolvendo diferentes estratégias de abordagem do conceito de probabilidade" (CAMPOS; CARVALHO, 2016, p. 16).

Assim, as contribuições desses e de outros estudos para a nossa investigação se justifica pela convergência observada nos resultados tanto de pesquisas nacionais como internacionais no que concerne à necessidade da formação dos professores em Estatística e Probabilidade (CARVALHO, 2001; GARFIELD; GAL, 1999; GODINO; BATANERO; FLORES, 1998; SHAUGHNESSY, 1992) e de investimentos na formação continuada (CAMPOS; CARVALHO, 2016; CAMPOS; PIETROPAOLO, 2013; LOPES, 2016; além de outros) como contributo para a construção e ou ampliação dos conhecimentos dos professores

[50] *[...] alumnos, quienes deben construir su conocimiento mediante un proceso gradual, a partir de sus errores y esfuerzo* (BATANERO, 2005, p. 249).
[51] *[...] difícilmente podrá comprender algunas dificultades de sus estudiantes* (BATANERO, 2005, p. 249).

e, consequentemente, para os processos de ensino e de aprendizagem de seus alunos referentes ao letramento probabilístico.

Os estudos aqui descritos também nos motivaram na realização deste trabalho de pesquisa, pois eles apontam para a necessidade de processos formativos e de investigações com professores, como alternativas para o desenvolvimento de propostas de ensino que contribuam para a formação do professor e a ampliação dos seus conhecimentos sobre os processos de ensino e de aprendizagem de Probabilidade.

CAPITULO 4 – CONFIGURAÇÃO DA PESQUISA

Neste capítulo descreve-se e justifica-se a trajetória desta pesquisa – a abordagem metodológica: contexto, participantes e fases da pesquisa, os instrumentos de recolha dos dados e, por fim, as formas de tratamento e análise dos dados.

4.1 *Abordagem metodológica*

De natureza qualitativa, esta pesquisa foi realizada com base em características apresentadas por Bogdan e Biklen (1999) para esse tipo de investigação. Segundo esses autores, os dados são coletados pelo investigador, que também os descreve e analisa de maneira indutiva. Parte-se da observação e da análise de questões singulares para questões mais gerais, cujo interesse recai sobre o processo de investigação, considerando as experiências do ponto de vista de quem as informa.

> 1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural;
> 2. A investigação qualitativa é descritiva. [...] Tentam analisar os dados em toda a sua riqueza, respeitando, tanto quanto possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos;
> 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos. [...] Este tipo de estudo foca-se no modo como as definições (as definições que os professores têm dos alunos, as definições que os alunos têm de si próprios e dos outros) se formam;
> 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva;
> 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa. [...] Os investigadores qualitativos estabelecem estratégias e procedimentos que lhes permitam tomar em consideração as experiências do ponto de vista do informador. (BOGDAN; BIKLEN, 1999, p. 47-50).

Com vista a atender tais características, os dados coletados foram descritos, respeitando-se a sua originalidade. O foco de interesse da análise foi o processo sem, contudo, minimizar a importância de cada dado em particular. Consideramos, também, nas análises, as experiências vivenciadas pelos participantes da pesquisa antes, no decorrer e após participarem do processo formativo que este estudo se propôs a realizar (perspectivas dos participantes).

Sublinhamos também a atenção dada às questões éticas, visto que uma característica marcante na investigação qualitativa é o contato direto e interação do investigador com os participantes (LATORRE; DEL RINCÓN; ARNAL, 1996). A esse respeito, Erikson (1986, p. 142) adverte que “a responsabilidade ética e a adequação científica devem andar de mãos dadas[52]”, uma vez que o investigador, nesse tipo de pesquisa, tem acesso a informações sobre concepções e valores expressos pelos participantes. Diante dessa compreensão, a investigação foi orientada por dois princípios éticos: antes de iniciar a investigação, os participantes da pesquisa foram informados sobre os objetivos dela e sobre as atividades que pretendíamos desenvolver, bem como dos possíveis riscos aos quais estavam sujeitos, em virtude do seu envolvimento na pesquisa; o segundo princípio diz respeito ao nosso compromisso de protegê-los, tanto quanto possível, de riscos de natureza social (responsabilidades administrativas) e psicológica (constrangimentos) (ERIKSON, 1986). Dito isso, informamos que esta pesquisa foi autorizada pela Comissão de Ética sob o número 1.989.863[53].

Assim a investigação esteve pautada na busca constante pelo estabelecimento e fortalecimento da relação de confiança e comunicação entre nós (investigadores) e os participantes da pesquisa. Tal relação foi orientada pelos princípios da neutralidade de juízos, da confidencialidade, da busca por envolvê-los diretamente na pesquisa, como nossos colaboradores, da clareza da questão orientadora da pesquisa e dos instrumentos de recolha de dados (ERIKSON, 1986, p. 142). Também foi de nossa responsabilidade, no papel de investigadores, manter uma relação aberta e negociável com todas as categorias de pessoas passíveis de serem atingidas pela pesquisa (ERIKSON, 1986): professores, alunos, coordenadores de escola, diretores, dentre outros.

4.1.1 *Contexto, participantes e fases da pesquisa*

Pensar e promover a formação do professor se configura uma rica experiência do ponto de vista teórico e prático (DAY, 2001; NÓVOA, 1995; PONTE, 2014). Essa compreensão parece ganhar uma abordagem ainda maior quando vivemos em um momento de inovação curricular. No nosso caso em particular, quando nos propusemos a estudar o

---

[52] *that ethical responsibility and scientific adequacy must go hand in hand* (ERIKSON, 1986, p. 142).
[53] Esclarecemos que os professores participantes deste estudo assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido autorizando-nos a utilizar a imagem, as gravações de áudio e vídeo para publicação em periódicos, livros, eventos científicos, cursos e outras divulgações acadêmico-científicas.

ensino de Probabilidade nos anos iniciais, simultaneamente estava sendo discutida a nova Base Nacional Comum Curricular brasileira. Assim, atentas a essas discussões e coerentes com as exigências próprias desse momento, propusemos investigar o tema em um contexto de formação, onde estiveram reunidos professores pesquisadores, doutorandos e uma pós-doutoranda em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN-SP), sob a perspectiva do *Projeto Observatório da Educação*.

O referido projeto almeja a constituição de grupos colaborativos de formação e pesquisa, buscando investigar e contribuir para as transformações na prática docente, promovendo o *desenvolvimento profissional* de professores que lecionam Matemática, quando estes estão inseridos em um processo de pesquisa em Educação Matemática e imbuídos em promover inovações curriculares nas suas aulas.

Tendo como contexto o processo formativo, do qual participaram 32 professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental; e em observância às características descritas anteriormente, realizamos esta pesquisa em três fases. A primeira referiu-se à fase diagnóstica, seguida de um processo de intervenção, segunda fase, e a terceira fase, que denominamos pós-formação, constituiu-se de entrevistas realizadas com seis professoras participantes nas fases anteriores e observação de vídeo de aulas desenvolvidas por duas delas. Em todas as fases da pesquisa, sobretudo na segunda e terceira fase, buscamos elementos com vista a responder à questão norteadora da pesquisa: Quais são as contribuições que um processo de formação continuada, que se propôs discutir o ensino de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, traz para o *desenvolvimento profissional* dos professores que dele participaram?

Fase 1: Estudo Diagnóstico

Essa fase, realizada em uma sessão que antecedeu o processo formativo, consistiu na aplicação de um *Questionário Inicial de Pesquisa* (Apêndice A), composto por duas partes. A primeira era formada por perguntas que permitiram conhecer o perfil acadêmico e profissional dos professores. A segunda parte propunha-se compreender a percepção dos participantes a respeito do ensino de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Procuramos investigar a opinião dos professores no tocante à inserção da temática no currículo, à relevância, às possibilidades e aos desafios. Finalmente, objetivamos obter informações a respeito dos conhecimentos dos professores de Probabilidade e de seu ensino.

Para tanto, levantamos questões relacionadas ao *conhecimento do currículo*, sobretudo a respeito do que orientam os documentos oficiais de ensino; *conhecimento do conteúdo,* sobre ideias ligadas ao conceito de Probabilidade; *conhecimento do conteúdo e dos estudantes*; e do *conhecimento do conteúdo e do ensino*, especialmente, sobre as formas de abordagem do ensino e as estratégias de intervenção (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

Na procura de identificar quais foram os *Conhecimentos Comum e Especializado do Conteúdo e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) explicitados pelos professores, buscamos também, dentro do possível, interpretar as suas concepções de Probabilidade.

Fase 2: Processo de intervenção

Essa fase da pesquisa desenvolveu-se no contexto de um curso de formação continuada, durante o qual estivemos diante de duas linhas de interesses, ambas igualmente importantes: a primeira referente ao levantamento de dados com vista a obter informações que nos ajudassem a responder à questão de pesquisa; e a outra voltada para a formação dos participantes, pois procuramos contribuir para a ampliação da base de conhecimentos dos professores envolvidos, evidenciada na primeira fase. Além deste último, havia o interesse de suscitar nos professores reflexões sobre a sua prática e, consequentemente, desenvolver aspectos que caracterizassem mudanças ou implementações pedagógicas (PONTE, 1982; 2005). Nessa perspectiva, conceitos relativos ao campo da Probabilidade foram apresentados e discutidos a partir da seleção e proposição de situações que emergiram do ensino e da construção do próprio conceito, tomando como base, especialmente, o Programa de Ensino desenvolvido por Nunes Bryant, Evans e Barros (2011), já descrito em capítulo anterior.

Assim, a investigação, que perpassou por todas as fases, deu-se, muito fortemente, no decorrer do processo formativo que denominamos *Letramento Probabilístico: discussões e reflexões*. Numa parceria empreendida entre o Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade e a rede estadual de ensino, a Diretoria de Ensino Norte 2, no segundo semestre letivo do ano de 2016, lançou um edital convidando professores da rede para participarem de uma formação – Projeto 4224/2016, cujo tema central era *Letramento estatístico: discussões e reflexões sobre pensamento probabilístico*. A decisão do tema da formação resultou de uma demanda levantada por coordenadores da Diretoria de Ensino e por professores da rede participantes de formações anteriores, desenvolvidas pelo mesmo projeto.

Os professores interessados, 65, naquele processo formativo atenderam ao chamamento do edital e inscreveram-se espontaneamente.

De acordo com o plano de curso, estavam previstas as inscrições de 10 professores do Ensino Fundamental – Ciclo de Alfabetização (1.º ao 3.º ano); 10 professores do Ensino Fundamental – Ciclo Intermediário (4.º ao 6.º ano); 10 professores do Ensino Fundamental – Ciclo Final (7.º ao 9.º ano); 5 professores coordenadores do Ciclo I; e 5 professores coordenadores do Ciclo II. Em razão de o número de professores inscritos ser maior do que o previsto (inscreveram-se 65 professores de 29 escolas estaduais paulistas da referida diretoria de ensino), decidimos formar dois grupos, e em ambos havia professores que lecionam Matemática para os anos iniciais do Ensino Fundamental, professores de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental e coordenadores de área. No entanto, para esta pesquisa, ativemo-nos a analisar os dados referentes aos professores dos anos iniciais, integrantes do grupo cuja formação ficou sob a responsabilidade da autora desta investigação, pois eles eram o nosso foco de interesse naquele momento. A formação do outro grupo ficou sob a responsabilidade direta da professora orientadora desta investigação. Sublinhe-se que o planejamento de cada sessão de formação era realizado de modo que nos dois grupos eram propostas discussões sobre as mesmas tarefas.

O processo formativo, cuja síntese das tarefas[54] está apresentada no Quadro 1, foi desenvolvido em uma carga horária de 40 horas, e as atividades foram realizadas na sede da Diretoria de Ensino Norte 2, em 8 sessões de formação, com duração de 5 horas cada uma, no período de seis meses.[55] A formação, como já colocamos, foi desenvolvida pela pesquisadora deste estudo e pela sua orientadora. Outros professores, investigadores e alunos doutorandos e uma aluna pós-doutoranda da Universidade contribuíram, especialmente no planejamento das sessões de formação.

---

[54] Optamos por adotar o termo “tarefa” da forma como entende Ponte (2005, p. 1): “Quando se está envolvido numa actividade, realiza-se uma certa tarefa. Uma tarefa é, assim, o objectivo da actividade.”
[55] Portaria do Dirigente Regional de Ensino publicada no D.O do dia 04/08/2016 e homologada no D.O do dia 23/11/2016.

Quadro 1 – Tarefas desenvolvidas nas sessões de formação

Curso de Formação Continuada em Matemática para Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental - Letramento Probabilístico: discussões e reflexões		
Sessão	**Conceitos explorados:** Aleatoriedade; espaço amostral; quantificação de probabilidades	
	Tarefas propostas	**Objetivo**
1	Sequências no computador	Identificar padrões previsíveis e sequências aleatórias.
2	Impossíveis X Improváveis	Explorar a diferença entre eventos *impossíveis* e *improváveis*.
3	Saco com bolinhas coloridas	Desenvolver o raciocínio sobre eventos que são mais prováveis ou menos prováveis de acontecer.
4	Soma e diferença de dois dados	Desenvolver o raciocínio sobre eventos que são mais prováveis ou menos prováveis de acontecer.
5	Lançamentos de uma moeda	Explorar a construção de espaços amostrais por meio da árvore de possibilidades.
6	Saco de doces	Trabalhar com casos agregados no espaço amostral e analisá-los para comparar probabilidades.
7	Equipes de Futebol Mistura de Doces	Explorar a construção de espaços amostrais por meio do uso de diagramas; explorar a eliminação de agregação de casos e a quantificação de probabilidades.
8	Blocos no Saco	Sintetizar os conceitos explorados nas sessões anteriores

Fonte: Acervo da pesquisa

O objetivo central da formação, em termos de conteúdo, foi explorar, por meio de tarefas variadas, conceitos básicos relativos ao ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental: noções de aleatoriedade, chance, espaço amostral. As tarefas foram planejadas à luz do referencial teórico adotado nesta investigação. Assim, foram desenvolvidas, durante o processo formativo, tarefas visando explorar o conceito de aleatoriedade, de classificação de eventos *impossíveis* ou *improváveis*, de análise e descrição de espaços amostrais e quantificação de probabilidades. Concomitantemente às discussões das tarefas desenvolvidas, foram discutidos artigos com resultados de pesquisas sobre Probabilidade.

No decorrer da formação, adotamos como estratégias de execução a constituição de um ambiente dialógico, no qual, de forma colaborativa, os participantes vivenciaram, resolveram e discutiram tarefas que consistiam em situações-problema presentes no cotidiano; leram e analisaram documentos oficiais que tratam do ensino de Probabilidade e estudos e pesquisas desenvolvidas na área da Educação Matemática; discutiram os processos de ensino e aprendizagem de Probabilidade e o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio[56] probabilístico de alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A partir disso, a pesquisa se desenvolveu com a escolha das tarefas (as tarefas eram selecionadas, tomando como base, inicialmente, as respostas apresentadas no *Questionário inicial* e, depois, tendo em conta as discussões ocorridas em cada sessão de formação) e a definição dos objetivos que pretendíamos alcançar com a proposição de cada uma delas. Isso possibilitou a organização prévia das atividades desenvolvidas em cada sessão de formação, bem como a seleção dos materiais a utilizar: fichas, dados, bolinhas coloridas, moedas, computadores para as tarefas com *games*, blocos, instrumentos digitalizados – roteiro das tarefas.

Cada sessão de formação se constituiu também em uma sessão de investigação. Nesse sentido, planejamos, previamente, a seleção das tarefas – duas ou três –, que foram realizadas em cada sessão, e os correspondentes objetivos de pesquisa, sobretudo, os ligados ao conhecimento dos professores dos conceitos explorados em cada tarefa.

Organizados o material para cada sessão de formação e os instrumentos para a coleta de dados – folhas para registros dos professores, protocolos, gravadores de áudio e vídeo –, iniciamos a formação. Em cada sessão, primeiro fizemos uma breve exposição dos temas, dos objetivos e das tarefas que íamos realizar naquela sessão. A partir da segunda sessão, retomamos, de maneira sucinta, as discussões ocorridas na sessão anterior e dedicamos um tempo para os professores relatarem alguma experiência com seus alunos (que podia não ter uma relação direta com a temática). Em cada sessão, os professores realizaram as tarefas – em grupo ou individualmente – e, em seguida, instigamo-los a discutirem e refletirem sobre os conceitos explorados em cada uma delas. Esses momentos foram dedicados à formação, mas também ao levantamento de informações na busca de resposta para a questão de pesquisa.

Ressalte-se que, nos momentos em que os professores estavam envolvidos com a realização das tarefas, nós conversávamos, às vezes com o grupo, às vezes com alguns, em particular, na tentativa de encontrar evidências dos seus conhecimentos acerca do que estavam realizando e quais os caminhos – pensamento e raciocínio – adotados na resolução de cada

[56] Esclarecemos que a nossa compreensão a respeito do pensamento e do raciocínio probabilístico tem base em Lopes (2012, p. 160-174). Segundo essa pesquisadora, o pensamento, produto da mente, pode implicar uma série de operações racionais: análise, síntese, comparação, generalização e abstração; o raciocínio, por sua vez, diz respeito a um processo do pensamento por meio do qual pode-se justificar ou defender uma determinada conclusão a partir de um conjunto de premissas.

tarefa (pesquisa). Procurávamos, com isso, também, problematizá-las com vistas a contribuir para a aprendizagem do professor (formação).

Na sequência, provocávamos novas discussões. Depois que os professores apresentavam para o grupo as suas conclusões, os seus questionamentos, e um professor apresentava suas respostas, abria-se espaço para os outros colocarem o seu ponto de vista. Isso favorecia a discussão porque era necessário explicar como chegaram a determinada conclusão. Assim, foi-lhes dada a oportunidade de refletirem sobre as diferentes considerações (opiniões) e de buscarem consensos e dissensos no raciocínio adotado.

Diante desse cenário, assumimos, inicialmente, duplo papel: de formadora e de investigadora. Essa dualidade caracterizada por mediar as discussões que foram suscitando, com vista à construção dos conceitos e ou ampliação do conhecimento dos professores sobre as ideias que sustentam o conceito de Probabilidade.

Nossas ações enquanto formadora foram realizadas na perspectiva de contribuir com um movimento de (re)significação e ou ampliação dos conhecimentos, do pensamento e do raciocínio probabilístico dos professores; enquanto pesquisadora, na perspectiva de envolver os professores numa rede de discussão e reflexão da e sobre a prática docente, sobretudo, em relação ao ensino e à aprendizagem de Probabilidade e, assim, extrair dados para alimentar a nossa investigação.

Sem qualquer intenção prévia, assumimos também um terceiro papel: de aprendiz. De maneira natural e espontânea, enriquecemos nossas concepções e conhecimentos acerca do ensino da temática, em estudo naquela formação, à medida que os professores faziam questionamentos que conduziam naturalmente a novas discussões e reflexões que não haviam sido programadas previamente.

A pesquisa, nesse contexto, incidiu, portanto, sobre os processos de *desenvolvimento profissional* do professor, particularmente aqueles que se referiam aos conhecimentos, aprendizagens, processos de reflexão e práticas letivas.

Fase 3: Pós-Formação

Para compreender os contributos do processo formativo prolongados no tempo, depois um ano e meio, realizamos entrevistas com seis professoras que tinham participado do processo. Posteriormente, recolhemos vídeos de aulas desenvolvidas por duas delas, professoras Esmeralda e Safira[57]; e áudios de discussões ocorridas em um encontro de professores, realizado pelas professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi, no contexto da escola onde lecionavam. Esses três instrumentos da pesquisa (entrevista e vídeos e áudio) integravam a nossa pretensão inicial de estabelecer relações futuras com os professores e de suscitar novas reflexões e análise da prática pedagógica. Na escolha das professoras que participariam dessa fase da investigação, dentre todos os participantes das fases anteriores, procuramos levar em consideração, sobretudo a disponibilidade de agenda.

Em relação às entrevistas, optamos por uma entrevista semiestruturada, uma vez que esse modelo permite maior flexibilidade em relação ao desenvolvimento previsto, no qual são considerados os aspectos gerais a analisar (ZABALZA, 1992). Dada a importância de construir um instrumento orientador para a realização da entrevista (TUCKMAN, 2005), elaboramos roteiros (Apêndices B e C) com tópicos sobre as questões que pretendíamos abordar. No entanto, na sua realização, outras questões surgiram em razão das intervenções, às vezes nossas; às vezes, das professoras no decurso da entrevista.

Inicialmente, havíamos planejado realizar apenas uma entrevista com o intuito de perceber as contribuições advindas da participação das professoras no processo formativo para o seu *desenvolvimento profissional*. No entanto, com a análise dos primeiros dados recolhidos e em atenção ao aporte teórico, sentimos a necessidade de realizar novas entrevistas, porém dessas últimas participou apenas a professora Safira. Atenta à formação da professora, dessa vez, o intuito foi, inicialmente, aprofundar a discussão e, em consequência, complementar as informações sobre os contributos da formação na prática da professora e, assim, termos mais elementos que nos permitissem inferir o seu *desenvolvimento profissional*.

---

[57] Decidimos usar o nome de pedras preciosas para nomear os professores participantes deste estudo. A escolha desses codinomes se justifica pela importância do papel do professor enquanto agente de transformação social, traduzida pela beleza do trabalho que desenvolve; sendo essa, portanto, uma forma de homenageá-los.

Assim, neste estudo analisamos o *desenvolvimento profissional* das seis professoras participantes desta fase da pesquisa, mas sobretudo, da Professora Safira, visto que, dadas as circunstâncias (agendas) próprias de cada escola, ela foi a que nos apresentou maior possibilidade de coletarmos um número maior de dados, nos permitindo uma análise mais aprofundada.

Em resumo, a recolha dos dados teve por base um *Questionário inicial de pesquisa* aplicado ao grupo de professores numa sessão que antecedeu o processo formativo; as sessões de formação, cuja síntese das tarefas desenvolvidas está apresentada no Quadro 1; e as entrevistas e vídeos de aulas e áudios de discussões realizadas por um grupo de professores de uma escola onde lecionavam quatro das professoras investigadas.

Assim, os dados recolhidos são as respostas dos professores ao *Questionário inicial de pesquisa*; as transcrições das gravações em vídeo e de áudio das sessões de formação; os registros escritos das respostas dos professores a tarefas desenvolvidas durante o processo formativo (protocolos) e as transcrições das entrevistas, observações de vídeos de aula e escuta de áudio realizadas em dois momentos posteriores à formação. Os instrumentos de recolha de dados (questionário inicial e protocolos) foram escaneados para facilitar a análise. Os vídeos e áudios das sessões de formação, assim como das entrevistas e das aulas das professoras investigadas foram transcritos e salvos em documentos *word*.

4.1.2 *Análise dos resultados*

Os dados coletados nesta investigação são apresentados e discutidos em três capítulos. No capítulo 5, estão as informações produzidas no *Questionário inicial de pesquisa*, cuja análise, relativa a cada pergunta que compõe o questionário, centrou-se nos conhecimentos dos professores a respeito da Probabilidade e sobre as suas percepções do ensino dessa temática a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No capítulo 6 apresenta-se as discussões ocorridas durante o processos formativo e as resoluções das tarefas propostas, por meio das quais procuramos analisar os conhecimentos adquiridos, desenvolvidos e ou ampliados pelos professores. O capítulo 7 traz as informações produzidas a partir dos dados coletados em entrevistas, observação de vídeos de aulas e escuta de áudios, cuja análise focou as implicações da formação para e no *desenvolvimento profissional* dos professores, notadamente, das seis professoras participantes da terceira fase da pesquisa – professoras

Esmeralda, Jade, Rubi, Turquesa, Diamante e, de maneira mais aprofundada, da professora Safira.

Assim, a análise dos dados, de maneira geral, concentrou-se em dois aspectos: o primeiro relativo às questões ligadas ao objeto matemático em discussão – *Conhecimento do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (BALL; THAMES; PHELPS 2008) – e o segundo relativo às discussões sobre a formação de professores – *Reflexão sobre a prática* (SERRAZINA, 1999; 2010; 2013), *Conhecimento e Desenvolvimento Profissional* (PONTE, 2012; DAY, 2001).

Para analisar o *desenvolvimento profissional*, procuramos olhar como os conhecimentos profissionais sobre o ensino de Probabilidade foram sendo (re)significados; quais reflexões foram feitas – tanto individuais (SCHÖN, 1983), como coletivas (SERRAZINA, 1999; ZEICHNER, 2000) – a respeito da temática; por último, buscamos indícios que mostrassem se as professoras se reconheceram como agente de mudança (DAY, 2001) e como protagonistas do seu *desenvolvimento profissional* (PONTE, 2015).

Nessa perspectiva, a análise foi pautada na natureza das respostas, argumentos e discussões dos professores em cada etapa da pesquisa. Não tivemos qualquer pretensão de fazer julgamentos de valor a acertos ou erros que eventualmente tenham ocorrido. Na análise do processo formativo, Capítulo 6 deste texto, optamos por trazer extratos das sessões de formação, em que estão evidenciadas as discussões e as reflexões individuais e coletivas dos professores a respeito das ideias probabilísticas estudadas durante a formação.

Em síntese, na análise buscamos identificar, antes; no decorrer do processo formativo; e passado um ano e meio dele ter ocorrido, os conhecimentos dos professores sobre Probabilidade e o seu ensino e sobre as contribuições do processo formativo para o seu *desenvolvimento profissional*. As categorias de análise foram definidas a partir da reflexão sobre os dados coletados e do estudo mais aprofundado da base teórica que orientou esta investigação.

Assim, no intuito de olhar para o *desenvolvimento profissional* das professoras investigadas, elegemos duas categorias: o *Conhecimento e desenvolvimento profissional* e a *Reflexão sobre a prática*. A primeira inclui os seguintes aspectos: a trajetória estudantil e profissional; os conhecimentos e as percepções (concepções) sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental; a participação e o envolvimento na formação; as aprendizagens profissionais e as ações implementadas na prática. A categoria *Reflexão sobre* *a prática* inclui o planejamento das aulas, as reflexões realizadas após a aula e os aspectos afetivos e relacionais (relação da professora com o ensino de Probabilidade). Os aspectos envolvidos em cada categoria, por vezes, entrelaçam-se e, constantemente, complementam-se. Portanto, essa foi apenas uma forma, dentre tantas outras, de organizar as informações e apresentar conclusões a respeito dos dados.

CAPITULO 5 – QUESTIONÁRIO INICIAL DE PESQUISA: CONHECIMENTOS DOS PROFESSORES SOBRE PROBABILIDADE E SEU ENSINO

A escrita deste capítulo foi dedicada às discussões dos conhecimentos e das concepções[58] dos professores, a respeito da Probabilidade, manifestados e identificados na primeira fase, em uma sessão que antecedeu o processo formativo. Portanto, as discussões da análise – esta feita à luz dos conhecimentos para o ensino de Matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) – estão precedidas da apresentação dos resultados referentes aos dados obtidos por meio do *Questionário inicial de pesquisa*. Mesmo não sendo foco de nosso estudo, neste capítulo procuramos identificar também, quando possível, quais eram as percepções dos professores relativas às concepções de Probabilidade (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES,1996).

A escolha de olhar para as percepções dos professores a respeito das concepções de Probabilidade deve-se a acreditarmos ser necessário que o professor conheça e compreenda os pressupostos que embasam as diferentes concepções como possibilidade de ampliação da base de conhecimentos para o ensino desse conceito, sobretudo, o que Ball, Thames e Phelps (2008) denominam como *Conhecimento Especializado* do conteúdo.

Antes de darmos início a esta discussão, apresentamos, na primeira seção deste capítulo, informações do perfil acadêmico e profissional dos professores participantes, obtidas a partir dos dados coletados no *Questionário inicial de pesquisa* (parte I).

[58] Neste capítulo, o termo concepção será adotado sob o ponto de vista de Thompson (1992), que o define como *"uma estrutura mental de caráter geral, que inclui crenças, conceitos, significados, regras, imagens mentais e preferências, conscientes ou inconscientes."*

5.1 *Participantes da pesquisa: características do perfil acadêmico e profissional*

Reiteramos que os participantes deste estudo são professores, profissionais do quadro efetivo da Rede Estadual de Ensino de São Paulo. O grupo de professores era bastante heterogêneo no que se refere aos anos de atuação docente na rede pública (entre 5 e 30 anos) e homogênio em relação à formação acadêmica inicial. Com exceção de uma professora com formação no Curso Normal Superior, os demais possuem formação em Pedagogia. Entre esses, dois cursaram também o Magistério; um cursou Educação Física; três fizeram especialização em Psicopedagogia e um, em Alfabetização e Letramento, Deficiência Auditiva e Educação Infantil.

Em relação ao fato de terem estudado Probabilidade durante a formação nos ensinos fundamental, médio e superior, a maioria disse não ter qualquer recordação de tal experiência. Alguns responderam afirmativamente, mas mesmo esses fizeram poucas observações a respeito de conteúdos estudados ou práticas de seus professores. A professora Peridoto fez referência a *"aulas dinâmicas"* e com aplicação *"em nosso cotidiano"*. A professora Opala expressou ter visto em um semestre, em *"uma disciplina bem complexa"*, uma lembrança distante. Ambas referiam-se a aulas do ensino superior. A professora Alexandrita deu exemplos, e suas lembranças reportavam-se a noções probabilísticas, o que nos levou a inferir que ela talvez possua ideias intuitivas sobre o acaso:

> *Professora Alexandrita: Como possibilidade de tirar uma bolinha no meio de outras* [referindo-se a atividade experienciada no ensino fundamental]*; de tirar tal cor de uma roleta ou tal número de uma roleta, acertar um número com dardo, tirar cara jogando uma moeda* [referindo-se à atividade vivida no ensino superior]. (Questionário Inicial de Pesquisa, 2016).

A professora Malaquita assim se expressou em relação aos conteúdos estudados no ensino fundamental e superior: *"lembro que os conteúdos estão sempre vinculados a jogos [...] com dados, latinha, etc.* [referindo-se ao ensino fundamental] *[...] jogos que envolviam a ludicidade e a formação de grupos* [referindo-se ao ensino superior]*"*.

Diante desses relatos, observamos que a maioria dos professores não referenciou conceitos ligados à Probabilidade. Possivelmente, também não desenvolviam, na sua ação docente, atividades com o fim de explorar tais conceitos.

Diferentemente desses, a professora Turquesa referiu-se a *"combinações"* e *"jogos de dados"*, no ensino fundamental, e à Estatística no ensino superior. Também a professora Jade falou de combinações referindo-se ao ensino fundamental, mas sem qualquer esclarecimento da atividade, do conteúdo ou da prática dos seus professores. Entretanto, temos a opinião de que, com a proposição de atividades que explorem noções ligadas ao conceito de Probabilidade, possivelmente, essas professoras apresentem indícios de conhecimentos, quem sabe, um pouco mais aprofundado a respeito desse conceito.

A professora Pedra do Sol disse lembrar-se das aulas de Estatística no ensino superior, mas também não deu qualquer outra informação relevante do ponto de vista desta pesquisa, embora reconheçamos que ela e a professora Turquesa tenham associado o conteúdo a estudos estatísticos. Essa é uma informação importante, visto que, possivelmente essas professoras têm a compreensão de que a Estatística requer, dentre outras competências, a capacidade de usar conceitos de Probabilidade para fazer julgamentos sobre eventos incertos (LOPES, 2002).

A professora Pérola, assim como os demais, não apresentou uma descrição da atividade, mas fez relação com os *"parâmetros, estatística, média, moda, mediana"*, referindo-se ao ensino superior. Nesse caso em particular, é possível que a professora tenha algum conhecimento de currículo, pelo menos do ponto de vista do conteúdo programático.

Quando foram questionados sobre a participação em cursos de formação continuada em que se discutiu o ensino de Probabilidade, apenas a professora Rubi (Figura 2) disse ter participado do curso do *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* (PNAIC)[59], referenciando uma situação-problema na qual estava envolvida a estimativa. No entanto, embora a estimativa seja uma ideia necessária à análise de informações que envolvem margens de acertos ou de erros (Estimar probabilisticamente, a margem de erro ou acerto de uma pesquisa estatística, por exemplo), nesse caso, a estimativa estava associada ao desenvolvimento da compreensão de número (processos não numéricos).

---

[59] O *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* é um compromisso formal e solidário assumido pelos governos Federal, do Distrito Federal, dos Estados e dos Municípios, desde 2012, para atender à Meta 5 do Plano Nacional da Educação (PNE), que estabelece a obrigatoriedade de "Alfabetizar todas as crianças, no máximo, até o final do 3.º (terceiro) ano do ensino fundamental". (http://pacto.mec.gov.br/historico-pnaic).

Figura 2 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Rubi

- Você estudou probabilidade em Cursos de Formação Continuada? (X) sim
(   ) não

Se sim, quais lembranças você tem sobre os conteúdos estudados?

Em práticas pedagógicas no estudo de Matemática no Pacto, com situações problemas para que o aluno estime as quantidades de objetos que contém em determinado recipiente.

Fonte: Acervo da pesquisa

Os demais professores foram unânimes em dizer que não tiveram qualquer participação, tampouco trabalharam com essa temática em sala de aula com seus alunos. Todas essas informações evidenciam que as experiências desses professores com a Probabilidade são bastante limitadas e, ainda, que, por essa razão, possivelmente, o seu ensino seja ausente e/ou insuficiente no contexto de interesse desta pesquisa (anos iniciais do Ensino Fundamental).

5.2 *Os conhecimentos profissionais dos professores*

De maneira geral, os professores investigados manifestaram estar de acordo com a proposta do ensino de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental. As justificativas foram, mesmo com poucos argumentos, baseadas em razões ligadas ao dia a dia e ao ensino. Alguns argumentaram ser um assunto presente em diferentes situações do cotidiano; outros, como uma possibilidade de as crianças começarem a se familiarizar com os conteúdos e, ainda, com a perspectiva de não apresentarem dificuldades em anos posteriores (Figura 3).

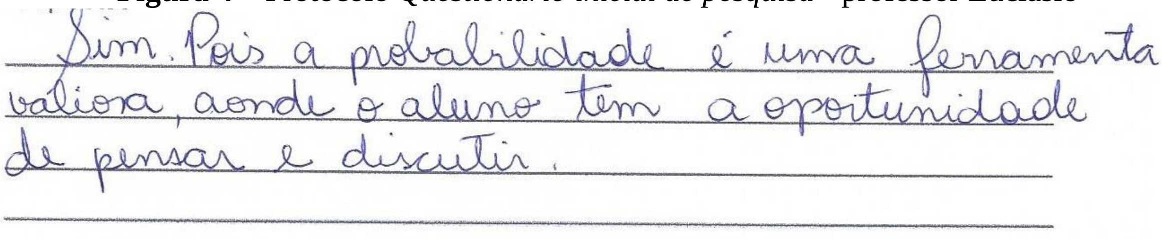
Figura 3 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Opala

Sim, assim a criança já vai se familiarizando com este conteúdo e não terá tanta dificuldade nos anos seguintes!

Fonte: Acervo da pesquisa

Outros argumentos estavam amparados no fato de alguns professores perspectivarem, com o ensino de Probabilidade, uma possibilidade de levar os alunos a compreender o *"mundo"* do qual são parte*: "[...] Aprender a ver o mundo diferente com mais essa ferramenta tão útil na vida social."* (PROFESSOR ÂMBAR); *"[...] por se tratar de um conteúdo não só para o conhecimento acadêmico, mas o uso social"* (PROFESSORA PRATA). Esses argumentos foram complementados pela professora Euclásio (Figura 4).

Figura 4 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professor Euclásio


Sim. Pois a probalilidade é uma ferramenta valiosa, aonde o aluno tem a oportunidade de pensar e discutir.

Fonte: Acervo da pesquisa

Na resposta a esta questão, alguns professores foram além, argumentando, que para eles, o ensino deve estar apoiado em atividade com jogos e uso de matérias de apoio, especialmente no 1.º e 2.º anos. Assim argumentou, por exemplo, a professora Diamante.

Além desses, outros professores analisaram como sendo tema relevante e advertiram quanto à formação dos professores: *"[...] inserir esta prática nos docentes, para melhor desenvolver o conteúdo com os alunos"* (PROFESSORA PAINITE) [pois] *"precisamos de mais estudos para realizar intervenções"* (PROFESSORA SAFIRA).

A nossa compreensão é que os professores, ao fazerem tal observação, assumiram não possuir conhecimento suficiente para explorar a Probabilidade com seus alunos e, por isso, defendem o estudo dessa temática em cursos de formação continuada para professores, admitindo ser um tema que conhecem pouco para poder ensinar e que não foi e não contemplado em formações anteriores.

Entre os professores, dois discordaram dessa proposta de ensino, sob o argumento de que o estudo de Probabilidade exige uma maturidade ainda não adquirida pelos alunos nessa fase de escolarização*: "Acredito que muitos dos nossos alunos não estejam preparados para aprender probabilidade"* (PROFESSOR CITRINO). A professora Ametista também discordou, entretanto apresentou-se interessada em refletir sobre o assunto: *"Por enquanto não, pode ser que no decorrer das discussões minha opinião mude, assim espero."*

O conhecimento do professor constitui um aspecto fundamental da sua formação e está inter-relacionado com o seu nível de confiança em relação à Matemática e ao seu ensino e com o que ele considera que os seus alunos são capazes de aprender (SERRAZINA, 2013). Nesses casos, inferimos que possa existir uma relação entre as limitações do professor em relação ao conteúdo e sua crença na possibilidade de o aluno aprender. Possivelmente, esses professores não possuem conhecimento da Probabilidade e, por essa razão, transferem isso para o aluno.

Diante das respostas apresentadas, consideramos que os professores possuíam, naquele momento, um conhecimento, de certa forma superficial, sobretudo das orientações curriculares para o ensino de Probabilidade. Mesmo aqueles professores que reconheceram que o ensino dessa temática assume um papel de transformação social, não fizeram qualquer referência às habilidades que devem ser desenvolvidas no aluno, a partir do seu ensino, tampouco fizeram qualquer relação com as ideias matemáticas envolvidas no conceito.

Quanto às perguntas *O ensino de Probabilidade faz (ou já fez) parte de sua prática pedagógica? Em que ano?*, nove professores, responderam *"não"*, os demais responderam afirmativamente.

Chamou a atenção o fato de a professora Safira, mesmo respondendo afirmativamente, mais uma vez fazer menção à necessidade de formação. Para essa professora, *"no Estado* [referindo-se à rede estadual de ensino] *precisamos de mais estudos para intervenções"*. A complexidade que há em compreender as noções envolvidas no conceito de Probabilidade é sentida pela professora, e o seu apelo reforça a necessidade de investimentos na formação inicial e continuada do professor, sobretudo com foco na elaboração e discussão de estratégias de intervenção que favoreçam a compreensão das noções probabilísticas.

Os questionamentos, *Você recorda alguma atividade já desenvolvida com seus alunos sobre esse tema da Matemática? Qual(is)?*, foram respondidos afirmativamente por quinze professores, dos quais, três descreveram brevemente a atividade realizada, como, por exemplo, a professora Pedra do Sol (Figura 5).

Figura 5 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Pedra do Sol

Em uma partida de jogo, lançaram 2 dados. Qual a probabilidade de dar mais vezes a pontuação somatória 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 e 12? Que somatória tem chance maior de sair?

Fonte: Acervo da pesquisa

Assim como a descrição da atividade constante na Figura 5, há duas outras similares a uma atividade proposta no caderno do EMAI 4.º Ano[60], p. 90 cuja expectativa de aprendizagem é “explorar a ideia de probabilidade em situações-problema simples” (EMAI, p. 89). Não ficou, porém, evidenciado se os professores, em suas proposições, exploram com seus alunos, por exemplo, a ideia de chance e espaço amostral. Isso seria importante, tendo em vista que em experimentos como esses, em que está envolvido o pensamento combinatório de resultados distintos, os alunos podem apresentar dificuldades em mapear todas as possibilidades do espaço amostral (ROCHA; CARVALHO, 2014).

A professora Opala (Figura 6) embora não tenha detalhado a atividade a qual fez referência, relacionou-a ao estudo de combinatória. Já a Professora Rubi (Figura 7) associou a Probabilidade à estimativa de quantidades. A respeito desta última, já discutimos na seção 5.1 deste capítulo.

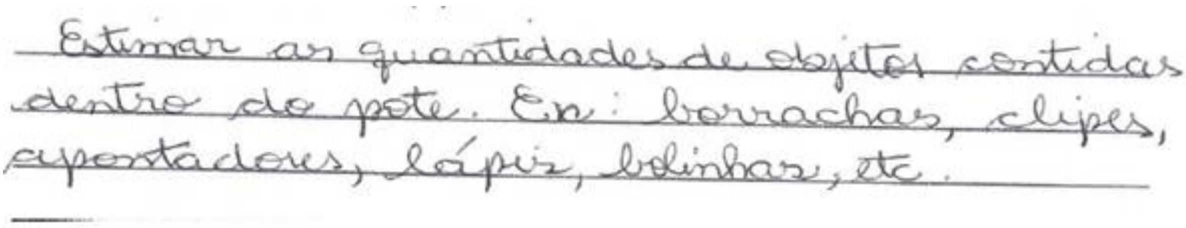
Figura 6 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Opala

Tabelas de possíveis resultados, roupas (combinações).

Fonte: Acervo da pesquisa

[60] Projeto Educação Matemática nos Anos Inicias – EMAI: conjunto de ações que tem como objetivo articular o processo de desenvolvimento curricular em Matemática, a formação de professores, a avaliação de desempenho; os cadernos são documentos no quais são propostas Situações de Aprendizagem para orientar o trabalho do professor no ensino do conteúdo e aprendizagem dos alunos.

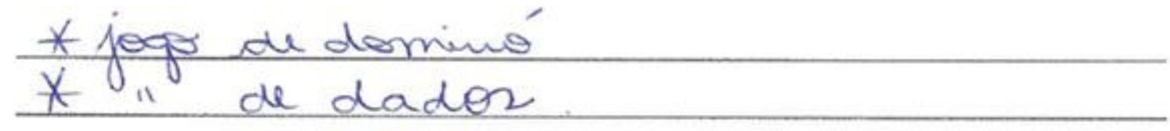
Figura 7 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Rubi


Estimar as quantidades de objetos contidas dentro do pote. Ex: borrachas, clipes, apontadores, lápis, bolinhas, etc.

Fonte: Acervo da pesquisa

Alguns professores referenciaram atividades que envolviam jogos e uso de materiais, como dominó, dados, bingos, jogo da velha, bolinhas, contudo sem descrição de como seriam desenvolvidas e com quais objetivos. Como ocorreu com a professora Jade, por exemplo, (Figura 8).

Figura 8 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Jade


* jogo de dominó
* " de dados

Fonte: Acervo da pesquisa

Ainda em relação às atividades com jogos, ressaltamos que a professora Painite (Figura 9) destacou que tal proposta está no material de apoio ao currículo. Nesse sentido, acreditamos assim como Pietropaolo (2002), que concluiu quando analisou o impacto das orientações curriculares para a formação de professores, haver uma relação intrínseca entre os conhecimentos para o ensino e o curricular:

> (...) pois à medida que os fundamentos do currículo se tornem claros fica implícito o tipo de formação que se pretende para o professor, como também orientar a produção de livros e de outros materiais didáticos, contribuindo dessa forma para configuração de uma política voltada a melhoria do ensino fundamental (PIETROPAOLO, 2002, p. 37).

Além disso, aqui, o livro didático se apresentou como instrumento de estudo e pesquisa para o professor.

Figura 9 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Painite

No livro didático do 4º ano, traz uma atividade com dados e uma tabela, onde os alunos devem jogar e preencher, conforme as possibilidades de se tirar um número e quantas vezes cada um tirou o número sorteado.

Fonte: Acervo da pesquisa

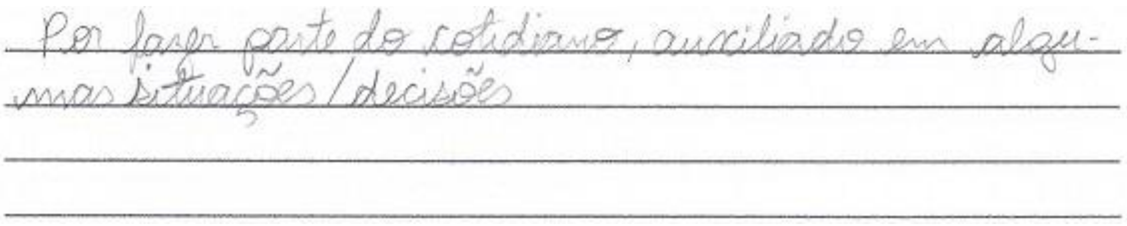
Por último, inferimos, com base na resposta da professora e com base em experiência em outros contextos, nos quais discutimos a esse respeito, como, por exemplo, em nossa atuação como professora e coordenadora, que os professores, em geral, quando possuem poucos conhecimentos em relação a um determinado tema, diante do ensino, dependem do livro didático e se apoiam na memória (BLANCO; CONTREAS, 2002).

A professora Alexandrita afirmou realizar, com seus alunos, atividades estudadas no ensino superior, o que, segundo ela, *"foi todo voltado para a prática de sala de aula* [referindo-se á sua formação inicial]*"*. Entretanto, ela não exemplifica ou descreve que tipo de atividade, nem como seriam propostas.

Ao ser solicitado que opinassem sobre os motivos da inclusão da Probabilidade nos currículos do Ensino Fundamental, a professora Ametista, mais uma vez, assume uma postura contrária à inclusão do tema nos anos iniciais: *"Ainda não consigo perceber, não somente os motivos, mas a diferença que fará a inclusão da probabilidade no currículo do Ensino Fundamental, principalmente nas séries iniciais"*. Também apresenta isso como algo que a motivou a participar do curso de formação: *"Essa é uma das questões que me trouxe até aqui"*. (PROFESSORA AMETISTA).

Quanto aos outros professores, houve grande diversidade de justificativas. Alguns consideraram importante dada a presença da Probabilidade em situações do dia a dia que, muitas vezes, exigem uma postura reflexiva diante da tomada de decisões e a sua proximidade com assuntos reais vivenciadas em sociedade (Figura 10).

Figura 10 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Esmeralda

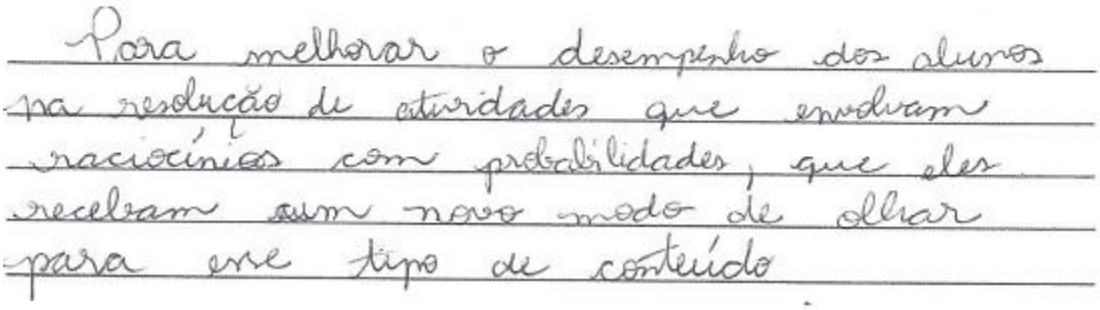


Por fazer parte do cotidiano, auxiliando em algumas situações/decisões

Fonte: Acervo da pesquisa

Esses argumentos se aliam às motivações dos alunos em relação aos conteúdos e aos objetivos do ensino de Matemática: *"Os motivos seria aproximar o cotidiano, tornando o ensino mais significativo e atraente; e ampliar o conhecimento matemático."* (PROFESSORA TOPÁZIO); e à possibilidade de desenvolvimento do raciocínio probabilístico (PROFESSORA PAINITE) – (Figura 11).

Figura 11 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Painite

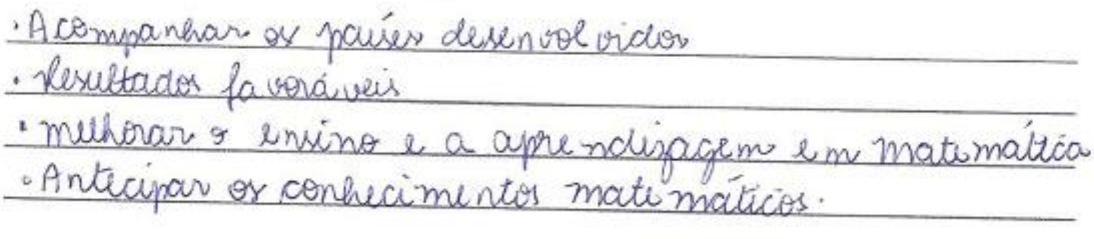


Para melhorar o desempenho dos alunos na resolução de atividades que envolvam raciocínios com probabilidades, que eles recebam um novo modo de olhar para esse tipo de conteúdo

Fonte: Acervo da pesquisa

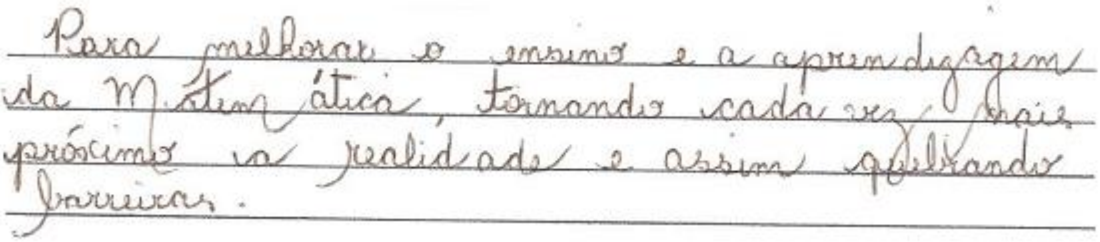
Assim como elas, também as Professora Tanzanite e Turmalina (Figuras 12 e 13) relacionaram à melhoria do raciocínio e do desempenho dos alunos em conteúdos da Matemática. Fizeram, ainda, referência à inserção da Probabilidade em currículos de países desenvolvidos, que ressaltam a importância de conhecimentos da Estatística e da Probabilidade para o desenvolvimento da capacidade de interpretação e análise fundamentada nos acontecimentos que envolvem o acaso, em um mundo orientado pela informação.

Figura 12 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Tanzanite


·Acompanhar os países desenvolvidos
·Resultados favoráveis
·melhorar o ensino e a aprendizagem em Matemática
·Antecipar os conhecimentos matemáticos.

Fonte: Acervo da pesquisa

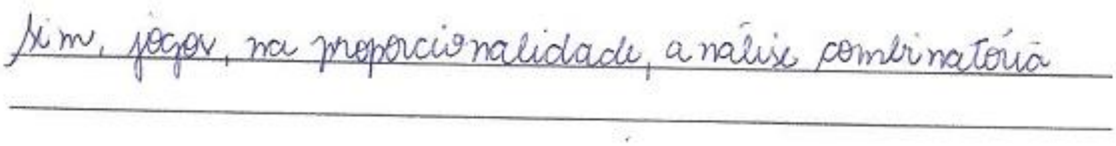
Figura 13 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Turmalina


Para melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática, tornando cada vez mais próximo a realidade e assim quebrando barreiras.

Fonte: Acervo da pesquisa

Em relação à pergunta *Em que situações a Probabilidade tem aplicações prática?*, doze professores referenciaram, mais uma vez, os jogos, mas acrescentaram uma informação que reporta à noção de chance de um evento – *"Possibilidades de acerto em jogos."* (PROFESSORA TOPÁZIO). Alguns apresentaram respostas associadas ao estudo de combinatória, como ocorreu com as professoras Tanzanite (Figura 14) e a professora Malaquita, referindo-se a um exemplo comum apresentado em livros didáticos: *"Na vida cotidiana quando precisa escolher o luck de ir a escola. Ex.: cor da roupa."* (PROFESSORA MALAQUITA).

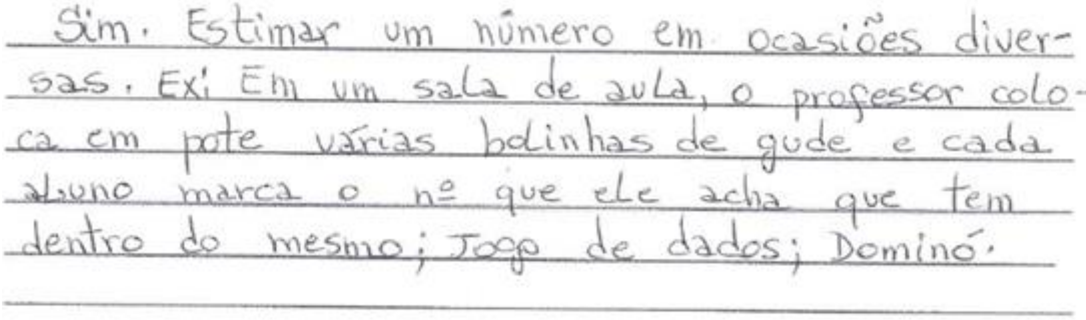
Figura 14 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Tanzanite


Sim, jogos, na proporcionalidade, análise combinatória

Fonte: Acervo da pesquisa

Tal qual a professora Tanzanite, que possivelmente entende a Probabilidade aplicada a outros conteúdos matemáticos, dois professores associaram-na aos conceitos de estimativa de quantidades (Figura 15); outros a noção de chance (um), de possibilidade (dois) e de previsão de resultado (um).

Figura 15 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Opala

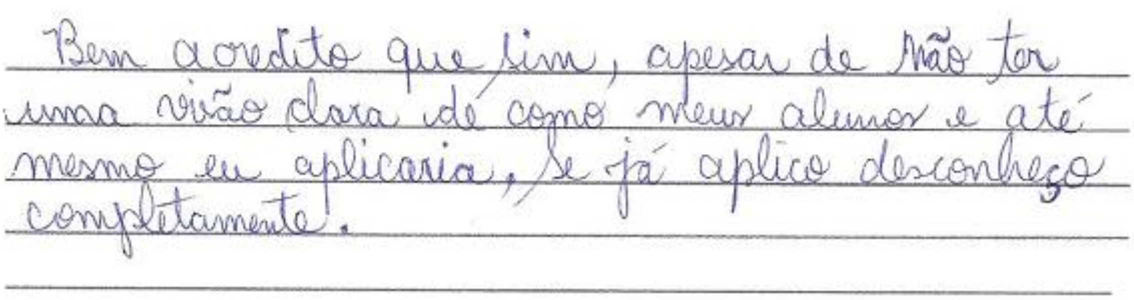

Sim. Estimar um número em ocasiões diver-
sas. Ex: Em um sala de aula, o professor colo-
ca em pote várias bolinhas de gude e cada
aluno marca o nº que ele acha que tem
dentro do mesmo; Jogo de dados; Dominó.

Fonte: Acervo da pesquisa

As justificativas de alguns professores ao questionamento parecem receber contribuições de conhecimentos resultantes da sua participação em um curso de formação sobre o ensino de Estatística. Alguns conceitos, porém, precisam ser mais bem compreendidos, pois os professores parecem associar a estimava de quantidades à estimativa de probabilidades de chance de ocorrência de um acontecimento.

A Professora Ametista (Figura 16), por sua vez, reforça a afirmação feita anteriormente em relação ao seu desconhecimento da Probabilidade.

Figura 16 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Ametista


Bem acredito que sim, apesar de não ter
uma visão clara de como meus alunos e até
mesmo eu aplicaria, se já aplico desconheço
completamente.

Fonte: Acervo da pesquisa

Os resultados apresentados nesses protocolos evidenciaram que, possivelmente, esses professores não tenham recebido formação básica para o ensino de Probabilidade e Estatística (Batanero; Godino; Roa, 2004), confirmando a necessidade de formações que discutam estratégias e intervenções de ensino da Probabilidade (Campos; Pietropaolo, 2013, entre outros), pois, embora alguns professores tenham feito menção a atividades com jogos, e esse seja um recurso favorável ao desenvolvimento do ensino dessa temática (Batista; Borba, 2016, por exemplo), nenhum deles referenciou aspectos específicos de como o ensino deve ser desenvolvido. Nenhum deles, também, demonstrou possuir a compreensão das noções básicas de Probabilidade. Confundir um evento probabilístico com estimativa de quantidade evidencia que a probabilidade não é nada intuitiva (SHAUGHNESSY,1992).

Diante disso, esses resultados ratificam o entendimento que temos de que, mesmo quando os professores participam de cursos de formação sobre uma temática, existe a necessidade de outras formações para aprofundar e consolidar a compreensão das ideias envolvidas no conceito estudado, pois uma única formação, muitas vezes, não é suficiente para a consolidação dos conhecimentos, especialmente porque o conhecimento para o ensino vai além do conhecimento do conteúdo.

As respostas à pergunta *Para você, o que é um fenômeno aleatório?* revelaram que os professores, de maneira geral, associaram um fenômeno aleatório a fatos (acontecimentos), fenômenos ou coisas imprevisíveis – *"Algo que acontece sem prévio, sem obedecer a uma rotina."* (PROFESSORA OURO); *"Algo ou situação não prevista, sem objetivo."* (PROFESSORA ESMERALDA).

Alguns professores associaram a aleatoriedade a coisas ou acontecimentos desorganizados: "*conteúdo 'jogado' sem organização, sem planejamento ou ordem; conteúdo não elaborado"* (PROFESSORA LAZULE); sem prévia organização: *"É quando não há uma organização prévia dos acontecimentos."* (PROFESSORA MALAQUITA); repentinas: *"Surge de repente."* (PROFESSORA ALEXANDRITA); sem qualquer intencionalidade: *"Algo escolhido sem pensar ou que acontece sem um desejo específico."* (PROFESSORA TURMALINA). Todas essas respostas evidenciaram, talvez, uma concepção intuitiva, equivocada, dos professores sobre o que é incerto.

Outros relacionaram o significado de aleatoriedade à ideia intuitiva de incerteza: *"algo que não é exato."* (PROFESSORA AZURITA), *"É quando não sabemos um resultado exato"* (PROFESSORA OPALA); à possibilidade: *"Uma possibilidade de que algo irá acontecer de um determinado dado."* (PROFESSORA TOPÁZIO); à incerteza, sobretudo nos jogos: *"Quando ocorre resultados diferentes como o jogo de dados, ou seja, não se sabe o resultado certo."* (PROFESSORA TURQUESA), *"Quando há resultados diferente, quando* *não sabemos qual o resultado.”* (PROFESSORA JADE); algo incontrolável: *“Quando não temos o controle do que poderá acontecer.”* (PROFESSORA PÉROLA).

Outros ainda associaram um fenômeno aleatório a coisas alternadas: *“É um fenômeno de várias alternâncias”* (PROFESSOR CITRINO), *“uma alternância, várias possibilidades.”* (PROFESSOR ÂMBAR), *“Ir alternando”* (PROFESSORA SAFIRA); *“[...] Uma alternância e possibilidades.”* (PROFESSORA RUTILO).

Alguns professores associaram a aleatoriedade à falta de ordem, à ausência de uma sequência lógica: *“[...] tudo aquilo que não obedece uma sequência ou ordem”* (PROFESORA LARIMAR), *“[...] algo que não possui uma sequência lógica, que pode acontecer de várias formas e maneiras.”* (PROFESSORA PEDRA DO SOL) *“[...] um fenômeno em que não há sequência.”* (PROFESSORA PERIDOTO).

Por fim, alguns relacionaram a aleatoriedade à falta de regras, a acontecimentos raros: *“Não tem regras, é esporádico.”* (PROFESSORA DIAMANTE), *“É um fenômeno que acontece esporadicamente.”* (PROFESSORA TANZANITE), *“São itens que acontecem esporadicamente, sem ter uma sequência obrigatória.”* (PROFESSORA PAINITE), *“[...] presumo que seja fenômeno sem obedecer rigorosamente regras.”* (PROFESSORA TURMALINA).

Em síntese, os professores, com exceção da professora Amestista, que afirmou não *“fazer ideia”* do que seja um fenômeno aleatório, de maneira geral, intuitivamente, relacionaram a aleatoriedade à ideia de incerteza, porém desconsideram, ou não compreendem claramente, outras características dos eventos aleatórios: todos os resultados podem ser previamente conhecidos; um resultado pode ser repetido sob as mesmas condições infinitas vezes; mesmo sendo possível identificar todas as possibilidades, não se pode afirmar com certeza qual o resultado, porém admite-se encontrar um padrão de comportamento após várias repetições.

Em relação à pergunta *O que você entende por espaço amostral? Dê exemplo*, ressaltamos que, na proposição desse questionamento, esclarecemos para os professores participantes que não esperávamos que apresentassem uma definição formal.

A resposta de maior frequência associou espaço amostral a análises estatísticas: *“Acredito ser um termo estatístico, que pode ser determinado através de dados obtidos por pesquisas e dados numéricos.”* (PROFESSORA PAINITE), *“Pegar um determinado espaço e fazer uma análise. Termo estatístico.*” (PROFESSORA TANZANITE), *“Acredito que seja* *um termo da estatística. Análise de um determinado espaço."* (PROFESSORA DIAMANTE) e pelo *"Espaço ligado à estatística. Por exemplo, amostra ligada ao número de eleitores referentes a um candidato."* (PROFESSORA TURMALINA).

Para outros, *"espaço amostral"* tem relação também com *"lugar"* onde algo pode ocorrer: *"Um espaço onde se é submetido a diversas experiências e que não é padrão. Ex.: a sala de aula: diferentes alunos, diferentes concepções, diferentes contextos, diferentes conhecimentos prévios, etc."* (PROFESSORA PEDRA DO SOL), *"Espaço onde 'oferece' diversas formas de aprendizagem através de diversos recursos."* (PROFESSORA AZURITA), *"Eu acredito que seja para um espaço que traga informações sobre determinado conteúdo."* (PROFESSOR CITRINO).

As respostas que mais se aproximaram do conceito foram as apresentadas pelas professoras Rutilo, Jade e Opala. Entretanto, julgamos que os exemplos não confirmam a compreensão das professoras:

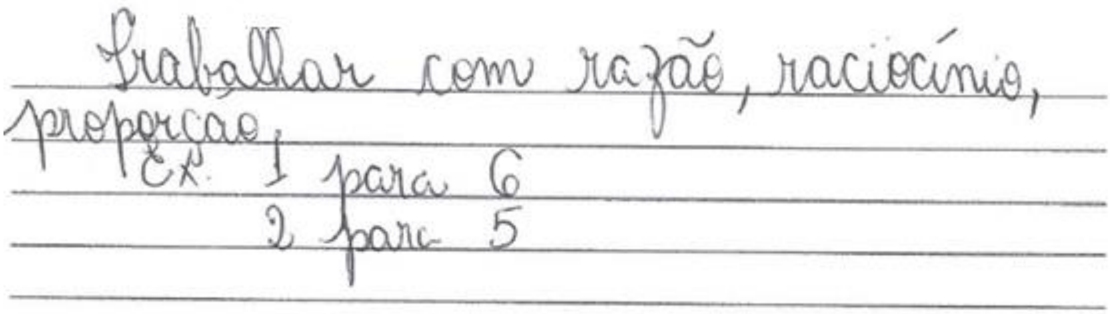
> Refere-Se a dados presentes em uma tabela, referente a dados, **resultado de todos os experimentos.** (PROFESSORA RUTILO);
> **Conjunto de resultado de todos os experimentos**. Ex.: número de sapato, altura, peso, etc. (PROFESSORA JADE);
> É um espaço de experimentos, **é um conjunto de (todos) resultados** de todos os dados. Ex.: uma situação em que todos medem a altura, peso, etc. (PROFESSORA OPALA, grifos nosso).

Outra ideia entre os professores é que *espaço amostral* refere-se ao cálculo das probabilidades de ocorrência de um evento: *"É um cálculo ou o percurso para que se chegue a algum resultado. Ex.: as informações ou cálculos para saber qual emissora de TV tem mais ibop que outra."* (PROFESSORA MALAQUITA).

As respostas à última questão – *Como você define Probabilidade?* – de maneira geral, apontaram que os professores relacionavam o conceito de probabilidade à noção de chance, e possivelmente, tinham alguma percepção intuitiva da concepção clássica da probabilidade: *"É o quanto se tem de chance de obter determinado resultado."* (PROFESSORA PEDRA DO SOL), *"Ao meu entender, seria as possibilidades de se obter um resultado, dentre vários dados para solucionar um problema."* (PROFESSORA PAINITE), *"São as determinadas chances de um determinado evento."* (PROFESSORA PERIDOTO), *"Probabilidade são as chances de um resultado, são as chances de se alcançar determinado objetivo, as chances de errar ou acertar, etc."* (PROFESSORA PRATA), *"Probabilidade de conhecer e obter dados, respostas prováveis para solucionar x problema."* (PROFESSORA TURMALINA).

Como esses, também o professor Âmbar (Figura 17), que, ao invés de apresentar uma definição, fez uma observação relativa ao ensino, que, a nosso ver, também expressa uma percepção ligada à concepção clássica de probabilidade.

Figura 17 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professor Âmbar


Trabalhar com razão, raciocínio,
proporção,
Ex. 1 para 6
2 para 5

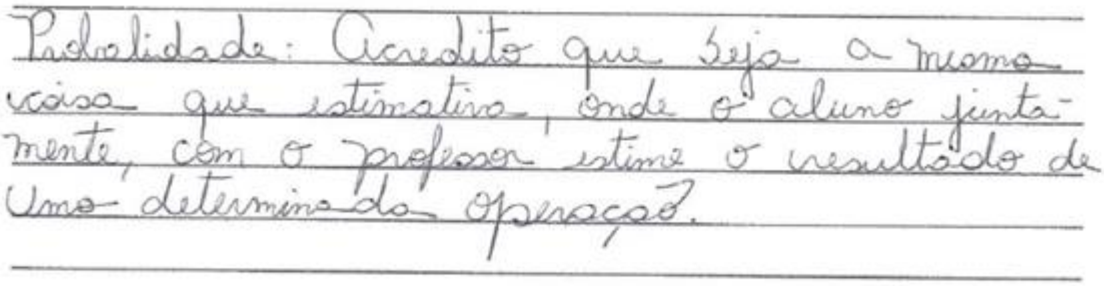
Fonte: Acervo da pesquisa

As professoras Diamante e Tanzanite definem a probabilidade como sendo o *"Número de vezes de acontecer determinada situação* [talvez se referindo a sucessos alcançados em um experimento]*"*. Essa definição apresenta elementos de uma concepção frequentista de probabilidade, cujo valor é determinado pela frequência relativa de sucessos alcançados em um acontecimento. Essa concepção também aparece na definição apresentada pela professora Perola: *"[...] a porcentagem de acerto ou erro de uma questão pré definida"*.

A professora Ametista também parece possuir uma concepção frequentista de probabilidade: *"[...] como uma análise de fatos e dados."* (PROFESSORA AMETISTA), apontando intuitivamente indicações da principal característica dessa concepção: a probabilidade de um evento emerge do processo de experimentação (SANTOS; GRANDO, 2011).

A forma como o professor Citrino (Figuras 18) referenciou a estimativa para explicar o seu entendimento do conceito de Probabilidade indica que ele relacionou a Probabilidade à representação de números associados a diferentes resultados para uma situação, e associou cada resultado como uma possibilidade.

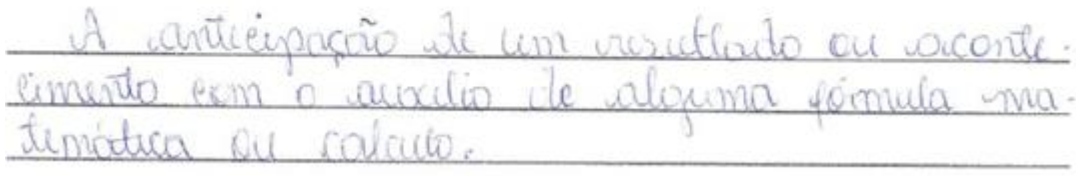
Figura 18 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professor Citrino


Probalidade: Acredito que seja a mesma
coisa que estimativa, onde o aluno junta-
mente, com o professor estime o resultado de
uma determinada operação.

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Malaquita (Figura 19) apresenta uma resposta cabível a qualquer operação matemática, entretanto podemos inferir que talvez suas percepções do conceito de probabilidade estivessem associadas à concepção formal.

Figura 19 – Protocolo *Questionário inicial de pesquisa* - professora Malaquita


A antecipação de um resultado ou aconte-
cimento com o auxílio de alguma fórmula ma-
temática ou calculo.

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Lazúli definiu probabilidade como sendo *“a certeza de que algo poderá acontecer, ou seja, chega-se próximo do exato, mas não de forma definitiva; experimentativa”*. Essa definição possui ideias associadas à concepção lógica, cujo grau de confiança da probabilidade é medido por um resultado certo ou impossível. Definição com ideias semelhantes foi dada pela professora Esmeralda: *“Algo que pode acontecer ou não”*.

Finalmente, como ocorreu em questões anteriores, alguns professores sugeriram tratar-se de uma quantidade, cujo valor é caracterizado pelas suas ideias intuitivas sobre a incerteza: *“Não é um valor exato, é um valor aproximado, são valores incertos, um valor provável.”* (PROFESSORA OPALA), *“Quando algo irá acontecer, mas não tem a certeza de quando, ou seja, as chances.”* (PROFESSORA TOPÁZIO), *“Não é um valor exato podendo ser incertos. Ex.: o jogo de dado com 2 dados”* (PROFESSORA JADE).

Considerações a respeito dos conhecimentos e percepções dos professores evidenciados a partir dos resultados obtidos no Questionário inicial de pesquisa

Em síntese, os resultados do *Questionário inicial de pesquisa* evidenciaram as percepções dos professores sobre a proposta do ensino de Probabilidade a partir dos primeiros anos do Ensino Fundamental. De maneira geral, eles se mostraram em consonância, visto tratar-se de um conhecimento, que possui aplicabilidade em questões de natureza social e do próprio ensino de matemática. Mesmo aqueles que não estavam certos dessa proposta, mostraram-se interessados em analisá-la a partir da participação no processo formativo.

Relativamente aos conhecimentos dos professores, constatamos que esses ainda estavam no campo das ideias intuitivas. Os professores analisaram os conceitos, sobretudo, com base no reconhecimento de que a Probabilidade está associada à medida de situações de incerteza. Porém, suas respostas sugerem que eles transferem para a Probabilidade o entendimento que eles têm de situações de incerteza, analisando-as apenas do ponto de vista do seu significado em contextos gerais: “1. Estado ou caráter do que é incerto; 1.1 falta de certeza; dúvida, hesitação, indecisão, imprecisão.” (DICIONÁRIO). Desconsiderando, portanto, a natureza de outras ideias e noções probabilísticas: aleatoriedade, acaso, chance, eventos pouco ou muito prováveis; eventos prováveis; eventos improváveis, impossíveis ou certos; possibilidade de ocorrência, etc.

Dessas constatações, concluímos que os professores necessitam melhorar seus conhecimentos tanto em relação ao conteúdo comum e especializado, como em relação ao conhecimento pedagógico de conteúdo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), de modo a desenvolver a compreensão de que o ensino de Probabilidade está associado à aprendizagem de conceitos relacionados com a incerteza, por meio da exploração de situações aleatórias simples, que envolvem o conceito de acaso e a utilização de vocabulário próprio para descrevê-las (HENRIQUES; COLAÇO, 2012).

Finalmente, podemos afirmar que as respostas dos professores ao *Questionário* foram marcadas pelo reconhecimento do pouco domínio do conhecimento da temática, sobretudo, no que diz respeito a conhecimentos de conteúdo, e, consequentemente, pelo apelo à formação, vista pelos professores como a única possibilidade de efetivação do ensino de Probabilidade nas escolas de anos iniciais.

CAPITULO 6 – A FORMAÇÃO

Este capítulo está dedicado à apresentação de extratos ilustrativos do processo formativo, por meio dos quais descrevemos e discutimos os dados produzidos nas sessões de formação. Procuramos descrevê-los e interpretá-los à luz das teorias que fundamentaram esta investigação e dos estudos analisados na revisão de literatura, sobretudo aqueles relativos à Probabilidade. Observamos, entretanto, que as tarefas e as respectivas discussões não são apresentadas, de maneira exaustiva, mas de modo que trouxessem uma visão geral das noções probabilísticas exploradas nas sessões de formação.

6.1 *Extratos da formação: descrição e discussão dos resultados*

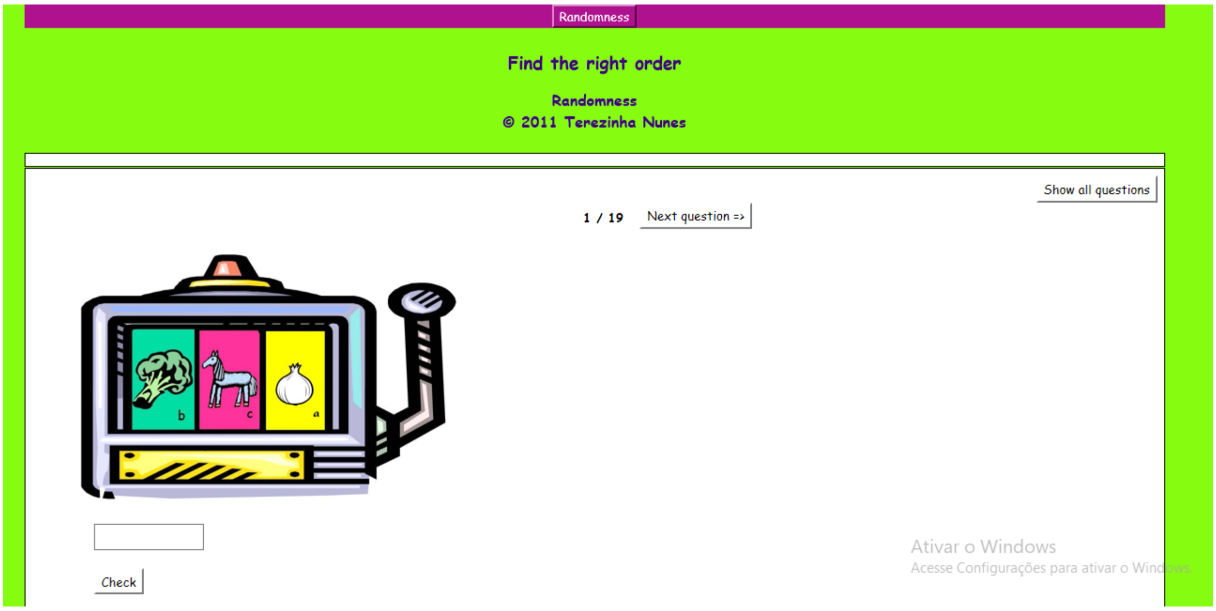
Na escolha das tarefas propostas no decorrer do processo formativo, consideramos o contexto descrito por Nunes et al., (2011). Dessa forma, proporcionamos aos professores vivências próximas daquelas sugeridas por esses pesquisadores para serem realizadas em sala de aula com os alunos, tendo em vista desenvolver as quatro demandas cognitivas envolvidas no conceito de Probabilidade: (1) compreensão da aleatoriedade; (2) construção e análise de espaços amostrais; (3) quantificação e comparação de probabilidades; (4) entendimento das correlações (comparação entre eventos).

Nas subseções a seguir, apresentamos algumas tarefas desenvolvidas em sessões de formação, seguidas da descrição das resoluções dos professores registradas em protocolos, dos diálogos (discussões) coletados em vídeo e áudio e da nossa interpretação a respeito do observado.

6.1.1 *Primeiras vivências: explorando a noção de aleatoriedade e a noção de acaso*

A tarefa *Computer game* (Quadro 1) foi desenvolvida com o objetivo de identificar sequências aleatórias e padrões previsíveis. Para tanto, nelas, é necessário identificar um padrão e verificar a sua aplicação ou não dentro de uma sequência. Assim, os professores puderam explorar e pensar sobre sequências de eventos e classificá-las como aleatórias ou não aleatórias.

Quadro 1 – Tela exemplar da tarefa *Computer Game*



Fonte: Nunes, 2011

> *A tarefa é desenvolvida em um computador e é composta por seis jogos; três deles envolvendo sequências de letras do alfabeto e nos outros três, sequências de números de 0 a 9. Cada jogo possui 19 telas. Em cada tela é apresentada uma sequência de três letras ou de três números. Algumas dessas sequências possuem um padrão que se pode identificar; outras, são geradas tomando aleatoriamente os elementos. O desafio da tarefa é identificar a existência ou não de um padrão para cada uma das sequências. Em ambos os casos, os participantes devem ser motivados a explicar tal ocorrência. Ao analisar a sequência cada participante registra a sua resposta e, ao clicar no "link"* ***conferir****, automaticamente ele é informado se acertou e qual a resposta correta. É sugerido aos participantes o registro da resposta correta de cada tela em um bloco de anotações, o que o ajudará na identificação da existência ou não de um padrão, permitindo-lhe elaborar hipótese e testá-las nas próximas telas.*

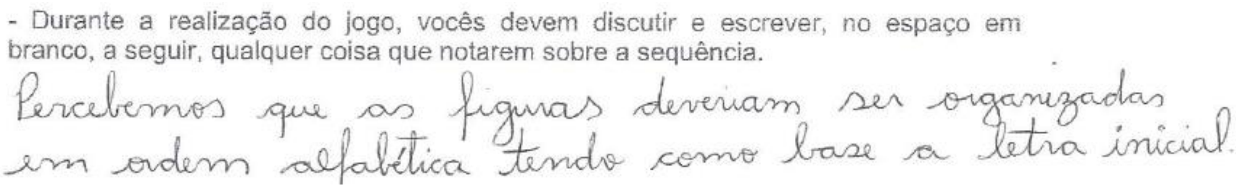
A tarefa foi realizada em dupla e para instigar o envolvimento e a discussão, inicialmente, pedimos aos professores que anotassem a hipótese da dupla e, em seguida, a resposta correta de cada rodada. Solicitamos também que durante a tarefa, eles escrevessem tudo o que considerassem relevante sobre e em cada sequência (Figura 20).

Figura 20 – Imagem de vídeo professores realizando a tarefa *Computer game*

Fonte: Acervo da pesquisa

No Jogo 1, o padrão das sequências que compunham o jogo foi identificado por todos os professores. O padrão, nesse caso, consistia em organizar, a partir da inicial, em ordem alfabética (crescente), sequências de três figuras. A figura 21 ilustra as conclusões do grupo em relação à sequência desse jogo.

Figura 21 – Protocolo professora Alexandrita - Tarefa *Computer game*



- Durante a realização do jogo, vocês devem discutir e escrever, no espaço em branco, a seguir, qualquer coisa que notarem sobre a sequência.

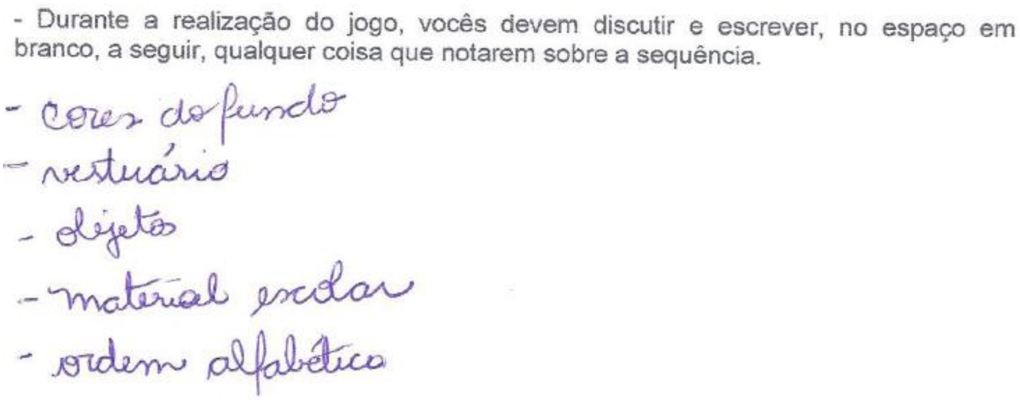
Percebemos que as figuras deveriam ser organizadas em ordem alfabética tendo como base a letra inicial.

Fonte: Arcevo da pesquisa

Em discussão, a professora Pérola chama a atenção para o conhecimento do aluno de leitura, pois *"os alunos têm que ter o conhecimento prévio da ordem alfabética para chegarem a um bom resultado"* (PROFESSORA PÉROLA). Aqui, pareceu-nos que a preocupação da professora, comum à maioria, estava baseada nas suas experiências profissionais de que nem todos os alunos conseguem organizar dados em ordem alfabética.

Terminado o jogo 1, propusemos um segundo. Da mesma forma como ocorreu no jogo anterior, inicialmente os professores tentaram encontrar algum padrão para cada sequência. Ao perceberem tratar-se de um jogo, com a ocorrência de eventos imprevisíveis (ressalte-se que essa percepção não se deu de maneira imediata), os professores passaram a levantar diferentes hipóteses e descartavam as possibilidades levantadas à medida que percebiam a presença de alguma irregularidade (Figuras 22, 23 e 24).

Figura 22 – Protocolo professora Painite - Tarefa *Computer game*

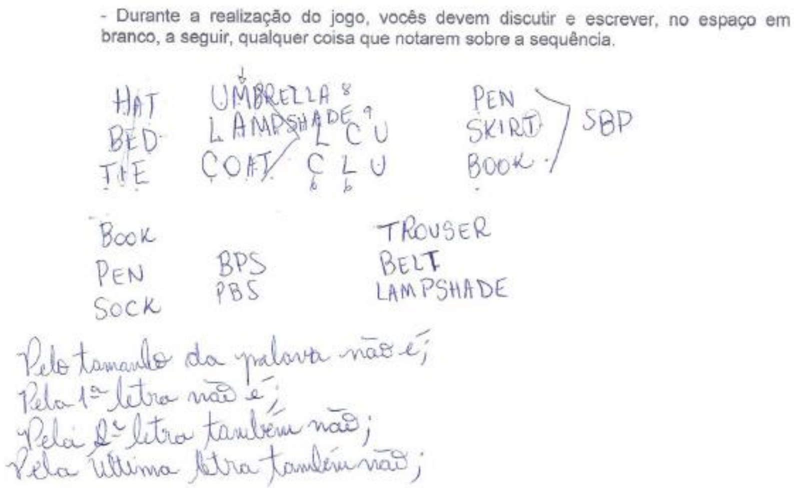


- Durante a realização do jogo, vocês devem discutir e escrever, no espaço em branco, a seguir, qualquer coisa que notarem sobre a sequência.

- cores do fundo
- vestuário
- objetos
- material escolar
- ordem alfabética

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 23 – Protocolo professora Ametista - Tarefa *Computer game*



- Durante a realização do jogo, vocês devem discutir e escrever, no espaço em branco, a seguir, qualquer coisa que notarem sobre a sequência.

HAT
BED
TIE

UMBRELLA 8
LAMPSHADE 9 L C U
COAT C L U

PEN
SKIRT SBP
BOOK

BOOK
PEN
SOCK

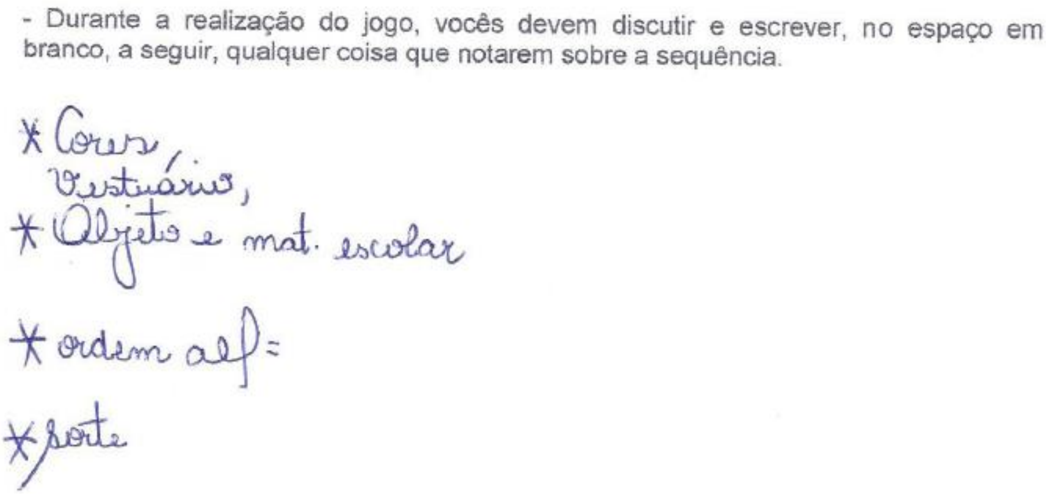
BPS
PBS

TROUSER
BELT
LAMPSHADE

Pelo tamanho da palavra não é;
Pela 1ª letra não é;
Pela 2ª letra também não;
Pela última letra também não;

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 24 – Protocolo professora Turmalina - Tarefa *Computer game*



- Durante a realização do jogo, vocês devem discutir e escrever, no espaço em branco, a seguir, qualquer coisa que notarem sobre a sequência.

* Cores,
vestuário,
* Objeto e mat. escolar
* ordem alf=
* sorte

Fonte: Acervo da pesquisa

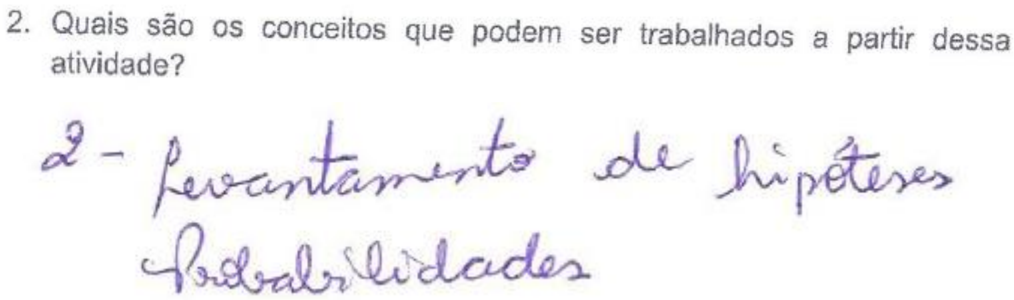
Ao discutir coletivamente, em um momento posterior ao desenvolvimento da tarefa, os professores foram unânimes em afirmar*: "Esse foi muito difícil, quando pensei que tinha descoberto a sequência, tinha nada."* (PROFESSORA AZURITA). Esse foi o sentimento expressado por todo o grupo. Tal sentimento foi reafirmado quando perguntamos sobre a possibilidade de julgarmos cada evento (sequência de respostas corretas de cada rodada) como um evento certo: *"Não entendemos de uma maneira geral a lógica do jogo* [refererindo-se àquele cuja sequência era aleatória], *porém em quatro jogadas utilizamos uma estratégia que deu certo, mas para as demais tentativas não deu."* (PROFESSORAS DIAMANTE e TANZANITE).

Em seguida, apresentamos aos professores um conjunto de três questões, com o intuito de levá-los a uma discussão mais aprofundada: *Quais são os objetivos que podem ser alcançados com essa tarefa ao ser desenvolvida com alunos dos anos iniciais? Quais são os conceitos que podem ser trabalhados a partir dessa tarefa? A partir de qual ano essa tarefa pode ser desenvolvida?* A partir desses questionamentos, iniciamos as discussões sobre algumas noções, como a de aleatoriedade, de eventos certos, possíveis ou impossíveis.

Em relação aos registros dos professores em protocolos, eles apontaram que alguns deles consideraram, inicialmente, não haver *"aplicação satisfatória"* [referindo-se ao jogo, cuja sequência era aleatória] (PROFESSORA PÉROLA).

As professoras Painite e Turmalina referenciaram o conceito de Probabilidade. No entanto, embora na tarefa estivessem envolvidas ideias importantes à compreensão do conceito de probabilidade, esse não era um conceito explorado nesta tarefa.

Figura 25 – Protocolo professoras Painite e Turmalina - Tarefa *Computer game*


2. Quais são os conceitos que podem ser trabalhados a partir dessa atividade?

2 - Levantamento de hipóteses
Probabilidades

Fonte: Acervo da pesquisa

Numa intervenção inicial nossa, que, nesse momento, consistiu em estimulá-los a pensar em noções, conceitos e ideias que poderiam estar relacionados à Matemática (regularidades, sequências geométricas) ou à Probabilidade – e com as discussões advindas, eles começaram a elencar objetivos que poderiam ser alcançados em sala de aula com os jogos. A nosso ver, num primeiro momento, esses objetivos estavam próximos da base de conhecimentos, das concepções[61] e das experiências que eles traziam e que permeavam suas práticas docentes. Inicialmente, eram em relação à leitura e à escrita, pois muitos acreditavam que o *jogo 1* tinha a intenção de explorar, com os alunos, a escrita de palavras em ordem alfabética: *"Levar a criança a conhecer a ordem alfabética a partir da 1ª letra de cada figura."* (PROFESSORA OPALA). Até então, os professores não fizeram qualquer associação da atividade com o ensino de Matemática.

À medida que íamos intervindo, os professores passaram a expressar objetivos do ponto de vista do ensino da Matemática, que também estavam baseados em seus conhecimentos e em suas experiências, sobretudo nos seus conhecimentos de questões ligadas ao ensino orientado nos materiais de apoio ao currículo. Observamos que as orientações

[61] Aqui utilizamos a Expressão "concepções", com o mesmo sentido do empregado por Ponte (1992). Para o autor, "as concepções formam-se num processo simultaneamente individual (como resultado da elaboração sobre a nossa experiência) e social (como resultado do confronto das nossas elaborações com as dos outros). Assim, as nossas concepções sobre a Matemática são influenciadas pelas experiências que nos habituámos a reconhecer como tal e também pelas representações sociais dominantes" (p. 185).

contidas no Projeto Educação Matemática nos Anos Iniciais – EMAI[62] do Estado de São Paulo, material de apoio ao currículo de Matemática, sugerem, como expectativas de aprendizagem, para os alunos, a partir do 2º ano, o seguinte:

> Utilizar calculadora para **produzir escritas numéricas e observar regularidades**. (EMAI-SP, 2º ANO, p. 38, v. II).
>
> Organizar os fatos básicos (tabuada) da subtração pela **identificação de regularidades** e propriedades; **explorar regularidades** nos resultados da multiplicação com números naturais. (EMAI-SP, 3º ANO, p. 13 e 96, v. II).
>
> Completar **sequências numéricas** pela observação de uma dada **regra de formação dessa sequência**. (EMAI-SP, 4º ANO, p. 96, v. II).
>
> **Explorar regularidades** nos resultados de operações com números naturais; **Explorar regularidades** nos resultados de operações com números racionais. (EMAI-SP, 5º ANO, p. 34, v. II). Grifos nosso.

Os autores desses documentos orientam ser necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas e que estabeleçam regras matemática que expressem a relação de interdependência entre grandezas. Sugerem ainda que os alunos, por meio da observação de regras de formação, completem sequências numéricas e que explorem regularidades, sobretudo, nos resultados de operações com números naturais. Como não há qualquer sugestão para a exploração de sequências aleatórias, ratificamos que esses fatos, possivelmente, são reveladores de que o professor não possui experiência com o trabalho de sequências aleatórias, o que influenciou suas respostas:

> Observar a regularidade alfabética para desenvolver a atividade. (PROFESSORES ÂMBAR e SAFIRA);
>
> Levar o aluno a pensar em possibilidades de organização (...) e estratégia para chegar ao resultado. (PROFESSORA AMETISTA);
>
> Desenvolver com o aluno seu pensamento lógico matemático, raciocínio, percepção... (PROFESSOR CITRINO).

Em relação aos anos escolares em que aqueles jogos poderiam ser desenvolvidos, a maioria considerou ser adequado, desde que segundo orientação do professor, a partir do 1º ano do Ensino Fundamental, referindo-se ao jogo cuja sequência é padrão. Em relação ao jogo com sequências aleatórias, dois professores afirmaram que a exploração daquele tipo de sequência seria adequada somente a partir do 3º ano; duas professoras afirmaram ser adequada somente a partir do 7º ano do Ensino Fundamental e uma professora julgou

---

[62] O Projeto EMAI é voltado para os alunos e professores do 1.º ao 5.º ano do Ensino Fundamental. Tem o intuito de articular o processo de desenvolvimento curricular em Matemática, a formação de professores e a avaliação. (SÃO PAULO (Estado) SECRETARIA DE EDUCAÇÃO, p. 5).

adequada a partir do Ensino Médio. A resposta da Professora Topázio referendou estas duas últimas opiniões: *"Acredito que essa atividade é muito complexa para os alunos dos anos iniciais"*.

Em resumo, as discussões que ocorreram nessa sessão de formação perpassaram pelos extratos descritos, a seguir:

> **Pesquisadora:** *O que vocês observaram nesta tarefa?*
>
> **Professora Diamante:** *Que tem várias sequências. Ou melhor! Que não tem sequência. (...) nós fizemos o primeiro jogo de sequência; era mais fácil porque tinha uma lógica; e no segundo não tinha lógica nenhuma, não tinha uma sequência que desse pra gente... O primeiro estava muito fácil; no segundo quando você achava que tinha uma sequência, descobria que não tinha mesmo.* [a professora ficou pensativa; depois voltou a argumentar]*: vamos pensar como o aluno; ele tentou a primeira não conseguiu. Ele tentou a segunda, não conseguiu; tentou a terceira, quarta...*
>
> **Pesquisadora:** *E?*
>
> **Professora Diamante:** *Ele vai falar que tá errado.*
>
> **Pesquisadora:** Mas tá errado, por quê?
>
> **Professora Diamante:** *Então!* [a professora não concluiu, ficou apenas pensativa].
>
> **Professora Jade:** *A gente não tá entendendo qual foi a sequência* [referindo-se ao segundo jogo].
>
> **Professora Diamante:** *Porque se eu não tenho um padrão...*
>
> **Pesquisadora:** *Mas é preciso ter um padrão?* (Sessão de formação, 2016)

Dando continuidade a essa discussão, esclarecemos para os professores que ali estava presente uma sequência aleatória que se relacionava com a incerteza de um acontecimento e que aquele era um conceito importante em qualquer problema de Probabilidade, e que, portanto, seria fundamental propor às crianças oportunidades de desenvolvê-lo.

Mesmo concordando com a proposta da tarefa, alguns professores reafirmaram considerá-la de difícil compreensão para o aluno.

> **Professora Malaquita:** *Eu achei uma atividade muito difícil, principalmente para o aluno; eu acho que ele não vai ter vontade de continuar; eu acho que ele desistiria rapidamente, porque ele não vai achar uma solução fácil; não é que eles queiram soluções fáceis; mas os desafios não podem ser tão grandes para o aluno, que eles não consigam resolver;*

> *desestimulam; eles ficam chateados e já começam aquelas conversas: "que eu não entendo, eu não consigo resolver; então você tem que dosar muito bem o desafio para o aluno para que ele consiga avançar, mas que não desestimule ele [referindo-se ao jogo com sequências aleatórias]. O maior problema é que a gente trabalha só com sequências daquele primeiro tipo, aquela que tem que achar uma regra e a regra existe, acho que isso também vai confundir ou, quem sabe, fazer com que eles não se esforcem para descobrir a regra, porque eles podem achar que a sequência não tenha padrão e parem de pensar nela.* (Sessão de formação, 2016)

Concordamos com tal possibilidade, porém descrevemos um contraexemplo em que os alunos ficariam motivados a vencer o desafio. E apresentamos tal experiência como possibilidade de intervenção junto aos alunos.

> **Pesquisadora:** *Eu já fiz essa atividade com os alunos e foi o oposto eles queriam tentar vencer o desafio. Caso aconteça isso; você pode dizer: Olha! Nem sempre vai ter uma lógica; se tivesse teria que descobrir; suavizar pra criança (...) não deu, vamos tentar outro e outro; aí depois se ficar ruim você fala: olha! pode ser que não tenha uma regra; mas se tiver vamos tentar descobrir. Eu acho que isso pode reverter talvez essa ideia que você falou; mas é uma possibilidade sim de acontecer.* (Sessão de formação, 2016)

A professora Diamante argumentou: "*Eu acho que eles talvez se saiam melhor do que nós".* Já a professora Safira justificou:

> **Professora Safira:** *Eu só achei um pouco longo pra eles. Mas eles gostam muito de desafio; eles ficam na expectativa e dizem: eu consegui, eu consegui. Mas eu achei muito longo; eu falo para os alunos da minha faixa etária; mas eles gostam sim de desafios.* (Sessão de formação, 2016)

Mais uma vez concordamos com os argumentos da professora, porém orientamos que os jogos não devem ser propostos em um único momento, em uma só aula, mas que seria importante olhar para o ritmo e o envolvimento dos alunos. Reportamo-nos também à fala da professora Diamante e refletimos sobre o que normalmente ocorre com adultos, que se sentem no compromisso de acertar, especialmente se ele é professor de Matemática. Isso, porém, nem sempre acontece com a criança. Ela é mais desprendida de tal compromisso.

A professora Safira confirmou:

> **Professora Safira:** *Foi o que aconteceu comigo e minha parceira; a gente não descobria; mas acho que com a criança é mais tranquilo.* (Sessão de formação, 2016)

Para fechar a discussão, resgatamos alguns momentos da atividade:

> **Pesquisadora:** *Uma coisa que percebi quando estávamos passando pelos grupos e que depois vocês confirmaram é que no primeiro jogo vocês perceberam de logo que as figuras estavam organizadas em ordem alfabética; foi quando a Safira falou: Ah! Tá muito chato; eu já fiz dez e os dez são a mesma coisa. Aí a gente discutiu: mas eu posso garantir que na próxima jogada, as figuras estarão também na ordem alfabética? Eu posso garantir essa regularidade até o final da atividade, do game? Aí quando fomos jogar o segundo jogo, a grande maioria de vocês optou pela ordem alfabética.*
>
> **Professora Diamante:** *Sim. Eu achei que começasse pelo alfabeto.*
>
> **Pesquisadora:** *E o que ocorreu quando descobriram que essa não era a lógica?*
>
> **Professora Diamante:** *Então! Aí a gente foi indo.*
>
> **Professora Turquesa:** *A gente foi procurando pela cor, se era roupa, fruta.*
>
> **Pesquisadora:** *Categorizando por objetos, animais...*
>
> **Professora Safira:** *Tentamos todas as regularidades, mas não conseguimos nenhuma.*
>
> **Professora Diamante:** *Ou seja, de tudo a gente tentou, mas nada dava certo.*
>
> **Professora Turquesa:** *Aí foi quando todo mundo achou que estava errado: esse jogo está errado.*
>
> **Pesquisadora:** *Porque vocês procuraram alguma regularidade e não encontrou nenhuma.*
>
> **Professora Safira:** *Nenhuma.*
>
> **Pesquisadora:** *E essa era exatamente a ideia dos jogos. Discutir eventos*

> *aleatórios e eventos não aleatórios (...) esse tipo de raciocínio está aí [referindo-se ao raciocínio envolvido em eventos aleatórios, que apresenta uma lógica contrária à lógica da matemática a que os professores se mostraram acostumados]. (...) você precisa ter argumentos pra formar uma nova concepção de Matemática* [referindo-se às intervenções de ensino]. (Sessão de formação, 2016)

Essa discussão sintetiza as primeiras impressões dos professores. Alguns julgaram a tarefa fácil, quando referenciaram o jogo com sequências regulares; outros, desmotivadora para o aluno e sem qualquer lógica, quando referenciaram as sequências aleatórias; outros, ainda, julgaram-na longa. Mas consideramos que ao final da sessão, eles demonstraram interesse em aprofundar aquele estudo, principalmente em razão da novidade que representou para eles aquele tipo de raciocínio.

Fechamos aquele momento de discussão, trazendo algumas reflexões dos estudos de Piaget e Inhelder (1975) sobre como as crianças compreendem a aleatoriedade. Por último, refletimos nas possibilidades de ajudar os alunos a diferenciar acontecimentos de natureza aleatórios dos acontecimentos que são de natureza determinística e, nessa ação, pensar em acontecimentos do dia a dia, como por exemplo, previsão do tempo, resultado de um jogo de futebol (aleatórios); diagonais de um quadrado são perpendiculares, Paraíba faz fronteira com Pernambuco (determinísticos).

A noção de acaso

A tarefa *Impossível x Improvável* (Quadro 2) foi proposta com o intuito de pensar sobre eventos que envolvem o acaso. Nela, apresentamos uma lista de acontecimentos que os professores analisaram e classificaram como sendo um acontecimento *improvável* ou *impossível*. Por meio dessa tarefa, foi possível discutir também sobre elementos associados à linguagem e ao contexto (GAL, 2004).

Quadro 2 – Protocolo exemplar da tarefa *Impossível x improvável*

Tarefa *Impossível x improvável*

Nome: ____

Agora você é convidado a ler as frases abaixo e, após discutir com seu colega indicar se são impossíveis ou improváveis e, em seguida, justificar suas escolhas.

1. Nunca esquecer o nome de alguém ☐ Impossível ☐ Improvável
2. Saber o nome de todos os brasileiros ☐ Impossível ☐ Improvável

Por que? ____
____

3. Um adulto crescer e voltar a ser criança ☐ Impossível ☐ Improvável
4. O cabelo crescer até chegar aos pés ☐ Impossível ☐ Improvável

Por que? ____
____

5. Contar os pelos do rabo do cachorro ☐ Impossível ☐ Improvável
6. Contar estrelas numa noite nublada ☐ Impossível ☐ Improvável

Por que? ____
____

7. Capturar uma sombra ☐ Impossível ☐ Improvável
8. Capturar uma mosca com palitinhos ☐ Impossível ☐ Improvável

Por que? ____
____

9. Ler os pensamentos de alguém ☐ Impossível ☐ Improvável
10. Ler os lábios de alguém Impossível ☐ Improvável

Por que? ____
____

11. Ouvir um som antes de ser produzido ☐ Impossível ☐ Improvável
12. Identificar a raça de um cão pelo latido ☐ Impossível ☐ Improvável

Por que? ____
____

Fonte: Acervo da pesquisa

O desenvolvimento dessa tarefa foi marcado por muitas discussões, dada a subjetividade das respostas. Após a classificação dos eventos, propusemos aos professores que relacionassem alguns contextos que, na visão deles, seriam adequados para serem analisados por alunos dos anos iniciais.

Assim, inicialmente, dedicamos um tempo para que os professores, em pequenos grupos, discutissem e classificassem os eventos. Em seguida, houve a socialização das respostas, o que oportunizou ampliarmos as discussões introduzindo outras expressões que também exprimem a ideia de acaso. Para tanto, pedimos aos professores que pensassem em algo ou alguma coisa que fosse muito provável de encontrar na escola. Logo os professores relacionaram: *aluno*, *recreio*, *livros* ...

Assim, conduzimos a discussão no sentido de levar os professores a refletirem sobre o significado dessas expressões. Referenciamos os pesquisadores Bryant e Nunes para esclarecer a importância de estarmos atentos durante o ensino a algumas questões, pois "[...] até adultos tendem a tratar eventos improváveis como impossíveis"[63] (BRYANT; NUNES, 2012, p. 27). Questionamos os professores sobre o seu entendimento do que seria um evento impossível e diante das respostas que se resumiram em *Que nunca vai acontecer*, reafirmamos essa compreensão dizendo que um evento é impossível, quando a sua probabilidade de ocorrência é 0 (zero); ao passo que se dissermos que o evento é improvável, a probabilidade pode estar muito próxima de 0 (zero), porém não é zero. Além disso, questionamos a possibilidade de um evento certo. Nesse caso, seus argumentos foram no sentido de afirmar tratar-se de algo *Que com certeza vai acontecer*. Confirmamos, portanto, que, sendo assim, a probabilidade desse evento seria de 100% (cem por cento).

Naquele momento, a professora Diamante chamou a atenção para outro aspecto que devia ser considerado no desenvolvimento da tarefa. Ela argumentou que o computador era uma realidade da escola dela, portanto os alunos classificariam esse como certo, o que poderia não ser a resposta dada por um aluno de outra escola, em que não haveria aquela ferramenta.

Os argumentos da professora evidenciaram que ela havia percebido a importância de se analisar o contexto em que determinado evento ocorreria. Esse é um dado importante, visto que a discussão levou-a não somente a compreender, mas também a argumentar que era possível analisar o fato de que, no nosso dia a dia, existem "coisas" que podem ser muito prováveis de acontecer em um determinado contexto e que, em outros, podem representar um evento certo. Destacamos, portanto, a importância da discussão levantada pela professora, sobretudo, porque no dia a dia, as pessoas podem não perceber a distinção que há entre

---

[63] *"(...) even adults tend to treat improbable events as impossible"*

eventos *pouco prováveis*, *muito prováveis*, *improváveis* ou *impossíveis*. Essa é, porém, uma distinção importante no repertório do letramento estatístico (GRANDO, 2016) e a sua apropriação e significação favorece o desenvolvimento da compreensão de acontecimentos que envolvem o acaso.

Refletimos, por último, sobre a atenção que deve ser dada à subjetividade das respostas sem, contudo, minimizar a importância daquela tarefa, visto que ela é um recurso favorável à exploração das noções importantes ao desenvolvimento do raciocínio e pensamento probabilístico.

Considerações e Reflexões a respeito da aquisição e ou ampliação, por parte dos professores, das noções de acaso e compreensão da aleatoriedade

A Probabilidade é um conceito complexo e para a sua compreensão é necessário que sejam desenvolvidas quatro demandas cognitivas que se inter-relacionam (NUNES; BRYANT, 2012): a primeira, a aleatoriedade, está diretamente relacionada à compreensão da incerteza e da previsibilidade (GAL, 2004). Para Lopes (2003), o desenvolvimento do pensamento aleatório é tão importante na formação do aluno quanto o determinístico.

Em relação à tarefa *Computer Game*, constatamos, inicialmente, que alguns termos utilizados pelos professores (*regularidade; possibilidade de organização, sequência, tentativa de acertos*) traduziam suas experiências com o currículo. Quando, ao final, argumentaram sobre a necessidade de *desconstruir a lógica*, isso pareceu reforçar nossa hipótese inicial de que, para eles, toda sequência de eventos são previsíveis. Isso talvez seja um reflexo do fato de a exploração de sequências regulares se apresentar muito fortemente nos materiais de apoio ao currículo adotado por eles no ensino.

Com essa tarefa, os professores puderam vivenciar e pensar em padrões, por meio de sequências previsíveis, e em sequências aletórias, nas quais os resultados são imprevisíveis, e ainda perceberem, numa sequência aleatória, a independência de eventos e, em uma sequência não aleatória, a dependência de eventos.

Em resposta às discussões suscitadas a partir da tarefa *Impossível x Improvável* os professores apresentaram argumentos coerentes nas análises dos acontecimentos. Assim, de maneira geral, entendemos que o investimento nessas discussões foi compreendido pelos professores como possibilidade de se pensar em intervenções de ensino, por meio da proposição de atividades adequadas às vivências dos alunos, que lhes permitam analisar contextos, refletir sobre acontecimentos do cotidiano que envolvem o acaso e desenvolver linguagens que favorecerão o letramento probabilístico (GAL, 2004).

Inicialmente os professores não se apresentaram muito convencidos da importância daquelas tarefas para o ensino de Matemática. Ao final das discussões, porém, eles assumiram uma postura mais favorável e afirmaram que aqueles jogos [referindo-se à tarefa Computer Game] poderiam contribuir para a concentração, a memorização, o desenvolvimento de estratégias (busca de soluções) dos alunos, possibilitando *"desconstruir uma lógica adquirida para construir uma nova lógica* [referindo-se ao fato de nas escolas eles estarem acostumados com a Matemática que forma apenas para uma visão determinista das 'coisas' e a importância de passarem a proporcionar, a seus alunos, vivências com eventos aleatórios]*"* (PROFESSORA PERIDOTO).

Diante disso, consideramos que os professores evoluíram a respeito das suas ideias iniciais quanto à importância de se trabalhar tanto com a identificação de padrões previsíveis como de aleatórios, pois constataram que, aquelas tarefas, seriam uma possibilidade de favorecer o desenvolvimento de *"noções de aleatoriedade, chances de acerto"* (PROFESSORAS LARIMAR, RITA e TOPÁZIO).

Com o desenvolvimento dessas tarefas, os professores adquiriram entendimento das sequências previsíveis e aleatórias, bem como da importância de se proporcionar, no ensino, tarefas que possam favorecer a compreensão, por parte dos alunos, das noções de chance, sequência padrão e aleatoriedade (BRYANT et al., 2012).

Sublinhamos, por último, a preocupação apontada por alguns professores e sobre as quais nos propomos a refletir, a partir da análise. Eles se mostraram preocupados com a reação do aluno diante dos desafios daquelas tarefas. Julgamos pertinente essa preocupação, pois precisamos estar atentos aos desafios próprios de cada atividade proposta no ensino. Tarefas com grau de desafio mais reduzido podem favorecer o sucesso dos alunos e promover a sua autoconfiança, mas as tarefas mais desafiantes proporcionam experiências matemáticas mais profundas (PONTE; QUARESMA; PEREIRA; BAPTISTA, 2015).

6.1.2 *Ampliando a compreensão da aleatoriedade*

A exploração da primeira demanda cognitiva (compreensão da aleatoriedade) foi novamente objeto de discussão quando propusemos a tarefa *Saco com bolinhas coloridas* – Quadro 3:

Quadro 3 – Protocolo exemplar da tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Nome: ____

Neste experimento, eu irei retirar bolinhas coloridas de um saco como se fossem num sorteio. Antes de cada retirada, você deve anotar na tabela abaixo suas previsões de cores e, em seguida, o resultado real de cada retirada:

Experimentos 1 e 2– Sem reposição ***Experimento 3 – Com reposição***										
Retiradas	***1ª***	***2ª***	***3ª***	***4ª***	***5ª***	***6ª***	***7ª***	***8ª***	***9ª***	***10ª***
Previsões										
Sorteios										

O que fez você manter suas previsões?
____
____
____
____

O que fez você mudar suas previsões?
____
____
____
____

Fonte: Acervo da pesquisa

> *A tarefa tem a seguinte estrutura geral: são realizados três experimentos, em que bolinhas coloridas (nas cores, azul e vermelha) são colocadas em um saco para serem retiradas uma a uma sem reposição, no caso do primeiro e segundo experimento; e com reposição, no caso do terceiro experimento. Para dar início ao experimento, os participantes da tarefa são convidados a fazer previsões sobre que bolinha será retida do saco, por vez: a da cor azul, ou a da cor vermelha. A quantidade de bolinhas de cada cor, contida no saco, é informada antes que o experimento seja iniciado. Este inicia-se com os participantes fazendo suas previsões sobre qual das duas cores apresenta maior chance de ser retirada; eles devem anotar suas previsões antes de cada retirada. Assim, a cada retirada o professor incentiva-os a emitir opiniões a respeito das chances existentes para cada cor e a fazer comparações entre suas previsões. Em seguida, o professor retira uma bolinha por vez e mostra aos participantes, que, ao final de cada experimento são motivados a justificar o porquê de manter ou não suas previsões anteriores.* (Acervo da pesquisa, 2016)

O objetivo para esta tarefa é desenvolver o raciocínio sobre eventos que são mais prováveis ou menos prováveis de acontecer (BRYANT et al., 2012). No nosso caso, o intuito, ao propor e desenvolvê-la com os professores, em uma sessão de formação, foi levá-los a refletir sobre esse tipo de raciocínio e apresentar a possibilidade de utilizá-la em suas aulas.

Por meio desta tarefa podem-se fazer algumas previsões globais, mesmo não sendo possível afirmar com certeza o que acontecerá em cada evento (resultado de cada retirada). Os experimentos 1 e 2, em que os sorteios ocorrem sem reposição das bolinhas, permite pensar que, quando os eventos são aleatórios, "[...] não significa necessariamente que todos os resultados são igualmente prováveis, já que alguns podem ser mais prováveis do que outros[64]" (BRYANT; NUNES, 2012, p. 31); ao passo que a tarefa 3 (nesse caso, o sorteio é feito com reposição das bolinhas) permite pensar na independência entre eventos. O mais importante, nestes experimentos, é ao final, perceber ser possível pensar logicamente sobre eventos aleatórios (BRYANT; NUNES, 2012).

Além disso, outras ideias probabilísticas podem ser exploradas como, por exemplo, a de *incerteza*: nas duas primeiras tarefas; assim, é possível pensar que inicialmente tem-se presente a incerteza, mas ao final da tarefa, quando restar apenas uma bolinha no saco, chega-se à certeza; deve-se, portanto, motivar os participantes a explicar a mudança da incerteza para a certeza e, ainda, levá-los a raciocinar sobre as mudanças de probabilidades.

O experimento 3 permite explorar a equiprobabilidade entre os eventos. A equiprobabilidade, nesse caso, será garantida, visto que a quantidade de bolinhas de cada cor contidas no saco é a mesma – elas eram repostas no saco, após cada sorteio; assim os participantes serão levados a perceber que as probabilidades não mudam e a pensar sobre a independência entre os eventos.

Na análise descritiva que segue apresentamos uma síntese das discussões ocorridas durante o desenvolvimento da tarefa e, sobretudo, nos atemos à análise dos protocolos produzidos sobre o primeiro experimento e descrevemos também alguns registros, gravados em vídeo e áudio, de justificativas e argumentos dos professores relativos às suas resoluções.

Para o experimento 1, colocamos dez bolinhas no saco: seis vermelhas e quatro azuis; nesse caso, o sorteio foi realizado sem a reposição das bolinhas. Conforme orientação descrita

[64] *"(...) does not necessarily mean that all outcomes are equally likely, as some may be more likely than others"* (BRYANT, et al, 2012, p. 31).

anteriormente, antes de dar início ao jogo, informamos os professores sobre a quantidade de bolinhas de cada cor contidas no saco – diferentemente do que propunham Bryant e Nunes, nós utilizamos um saco com um fundo falso[65] –; em seguida, os motivamos a fazer suas previsões a respeito de qual cor seria mais provável de ser retirada do saco e a anotá-las, antes de realizarmos o primeiro sorteio; após cada sorteio, incentivamos os professores a fazer novas previsões sobre as próximas bolas a serem retiradas do saco e a refletir sobre as chances de ocorrência de um ou outro resultado; por último, ao término do jogo, solicitamos que descrevessem o que os havia levado a manter ou mudar suas previsões, a cada retirada.

No que se refere à pergunta sobre manter as previsões, os professores registraram em protocolos argumentos como:

> Intuição e probabilidade (aleatoriedade), conforme a **quantidade** maior. (PROFESSORAS RUBI, DIAMANTE E TANZANITE);
>
> A certeza de que iria sair naquela cor, apoiada na **quantidade**. (PROFESSORA ALEXANDRITA);
>
> A **quantidade** de bolinhas de uma determinada cor. Como a **quantidade** de **vermelha era maior** do que a de azuis, mantive minhas previsões nela. (PROFESSORA AMETISTA, grifos nosso).

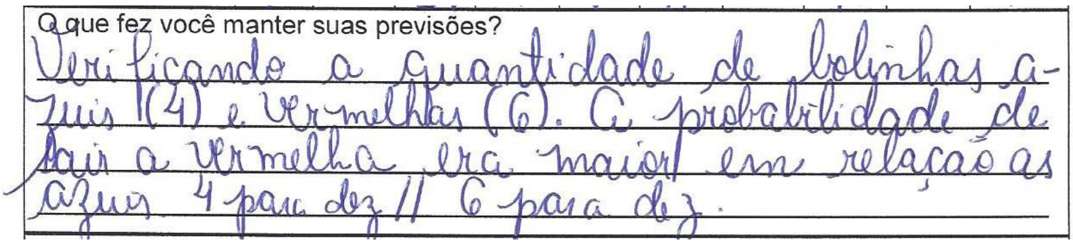
Assim como essas, outros treze professores se apoiaram principalmente na justificativa de que as previsões se mantinham ou não, considerando a quantidade de bolinhas azuis ou vermelhas contidas no saco. A probabilidade requer que sejam estabelecidas relações e associações entre o experimento e o evento. As justificativas dos professores não nos permitiram afirmar se eles tinham tal compreensão. O que podemos afirmar é que eles possuíam ideias intuitivas sobre probabilidade condicional: eles entenderam que o resultado de cada evento estava associado às ocorrências anteriores.

O professor Âmbar, diferentemente dos demais, apresentou um tipo de raciocínio relacionado à concepção clássica da probabilidade. Ele assim se expressa (Figura 26).

---

[65] Com a utilização de um saco com o fundo falso, o pesquisador poderia garantir a retirada de determinada bolinha que estava acondicionada no fundo falso e induzir os resultados para depois estabelecer um debate com os professores.

Figura 26 – Protocolo professor Âmbar (1) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

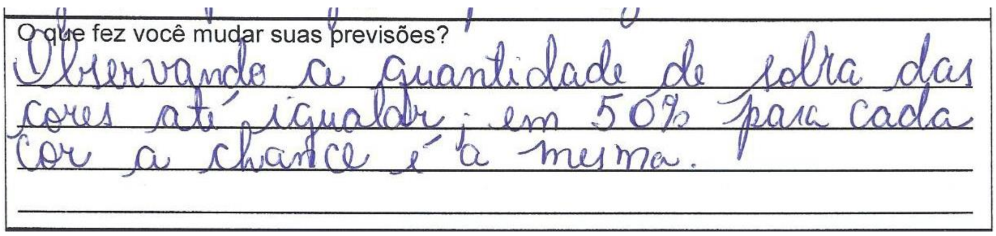

O que fez você manter suas previsões?
Verificando a quantidade de bolinhas azuis (4) e vermelhas (6). A probabilidade de sair a vermelha era maior em relação as azuis 4 para dez // 6 para dez.

Fonte: Acervo da pesquisa

O professor apresentou evidências de que ele identificou a relação de probabilidade entre os eventos, ou seja, a probabilidade seria dada pela razão entre o número de casos favoráveis (o número de casos favoráveis, na visão dele, estava diretamente ligada à quantidade maior de bolinhas vermelha contidas no saco) e o número total de casos possíveis.

Em relação à mudança de suas previsões (Figura 27), ele justifica também que a mudança ocorreu em virtude da quantidade de bolinhas restantes no saco; porém observou que, em alguns momentos, as chances eram as mesmas para as duas cores.

Figura 27 – Protocolo professor Âmbar (1) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*


O que fez você mudar suas previsões?
Observando a quantidade de sobra das cores até igualar, em 50% para cada cor a chance é a mesma.

Fonte: Acervo da pesquisa

Em discussão, a professora Malaquita, da mesma forma que o professor Âmbar, percebeu que as chances iam sendo modificadas e, em alguns momentos, se aproximavam: *"À medida que saíam as bolinhas vermelhas que tinham maior quantidade, mais iam se igualando as bolas azuis das vermelhas e **aumentava a probabilidade**"* (PROFESSORA MALAQUITA, grifos nossos).

Nesse caso, chama-nos a atenção que a professora destacou que o grau de incerteza aumentava, quando a chance de ocorrência dos eventos era a mesma. Essa é uma compreensão importante no estudo de probabilidade, visto que muitas questões do dia a dia são de natureza aleatória, havendo a necessidade de se estimar o grau de probabilidade de cada uma delas, o que norteará as tomadas de decisão (SANTANA, 2011).

Ainda a respeito da mudança de previsão, da mesma forma que justificaram a manutenção, sete professores fizeram referência às quantidades. A exemplo desses, as professoras Opala: *"Também de acordo com as quantidades"* e Peridoto: *"Quando percebi que o que realmente importava era a quantidade, eu mudei"*.

A professora Jade justifica sua mudança dada a sequência de retirada de bolinhas vermelhas. A respeito dessa forma de raciocínio, Bryant e Nunes (2012, p. 4) afirmaram: "Um erro comum cometido por adultos e crianças é ignorar a independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória.[66] No caso da professora investigada, aconteceu o que os autores denominam de *recência negativa*[67] – comum entre adultos – que acontece quando se julga "que, após uma série de resultados, um resultado diferente é mais provável na próxima rodada."[68] (BRYANT; NUNES 2012, p. 4).

Diante disso, referenciamos pesquisas que discutem sobre os erros de efeito de "recência positiva" e de efeito de *recência negativa* (BRYANT; NUNES, 2012):

> **Professora Safira**: *mesmo sendo pouco provável, é possível que as seis bolas vermelhas sejam retiradas na sequência; por serem mais, isso pode acontecer* [hipotetizou].
>
> **Professora Ametista**: *É! É difícil, mas não é impossível.* [confirmou].
>
> **Pesquisadora:** *Em ambos os casos, segundo esses autores* [referindo-se a Bryant e Nunes], *erros comuns ocorrem em razão de que adultos e crianças ignoram a independência de eventos sucessivos em uma situação aleatória.* (Sessão de formação, 2016)

---

[66] *A common mistake made by adults and children, is to disregard the independence of successive events in a random situation.*

[67] *negative recency*

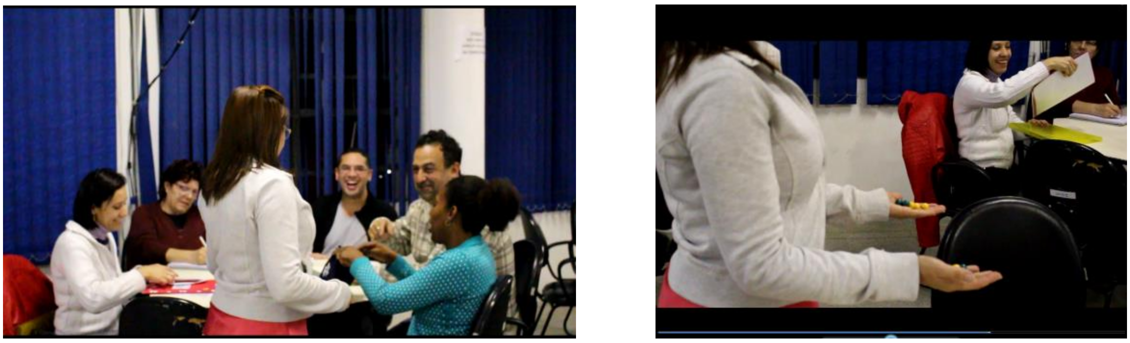
[68] *that, after a run of one kind of outcome, a different outcome is more likely the next time round.*

Quando argumentamos, com base nesses e outros pesquisadores (GILOVICH; VALLONE; TVERSKY, 1985; CHIESI; PRIMI, 2010), sobre o fato de as crianças, normalmente, pensarem diferente dos adultos nesse tipo de evento, alguns professores disseram que gostariam de ver na sala de aula deles como seria.

No início de cada sessão de formação, a partir da segunda, retomávamos um pouco das últimas discussões ocorridas em sessão anterior. Nisso, os professores sugeriram que desenvolvêssemos mais uma vez aquela tarefa, mas dessa vez sem truque algum, ou seja, que realizássemos os sorteios com um saco sem o fundo falso. Os próximos parágrafos trazem a descrição do ocorrido:

Para certificá-los de que não haveria segredos, a pesquisadora mostrou o saco aos professores e as bolinhas que seriam sorteadas: seis verdes e quatro amarelas (Figuras 28) e esclareceu que os sorteios ocorreriam sem reposição das bolinhas.

Figura 28 – Sequência de imagens de vídeo (1) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*



Fonte: Acervo da pesquisa

Em seguida, a pesquisadora dá início ao sorteio; antes, porém, ela os incentivou a fazer suas primeiras previsões (Figuras 29).

Figura 29 – Sequência de imagens de vídeo (2) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

Os professores, com exceção da professora Alexandrita (que comemorou o acerto), apostaram na bolinha verde, porém a primeira bola retirada foi de cor amarela (Figuras 30).

Figura 30 – Sequência de imagens de vídeo (3) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

Após a primeira retirada, os professores pediram para que um deles sorteasse a próxima bolinha, e assim o fizeram duas vezes consecutivas (Figuras 31).

Figura 31 – Sequência de imagens de vídeo (4) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

A segunda bolinha sorteada pela professora Azurita foi de cor amarela; antes do sorteio da próxima bolinha, que foi retirada pela professora Tanzanite, a professora Turquesa afirmou ter apostado na cor verde, mas diz: *"Se sair amarela eu vou querer ver todas as bolinhas"*. Porém isso não ocorreu e, assim ela acertou na sua previsão, pois a terceira bola retirada foi da cor verde.

A pesquisadora retirou a quarta bolinha, também verde (Figura 32).

Figura 32 – Imagem de vídeo (1) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

Antes da retirada da próxima bolinha, a pesquisadora questionou: *"Vocês sabem quantas bolinhas ainda tem aqui?* [referindo-se às bolinhas que restavam no saco]". Os professores responderam: *"Quatro verdes e duas amarelas"*. A pesquisadora questionou ainda: "*Vocês vão mudar o palpite? Ou vocês vão permanecer com as apostas?"*.

Dessa vez, a maioria dos professores apostou na cor verde. E essa foi a cor sorteada novamente – quinta bola retirada do saco (Figura 33).

Figura 33 – Imagem de vídeo (2) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

O sorteio seguiu; os professores apostaram na bolinha verde para a sexta retirada, e a pesquisadora retirou uma bolinha verde. Nesse momento, a professora Safira chama a atenção: *"Tem muita verde."*

A pesquisadora perguntou: *"E agora?* [referindo-se às bolinhas contidas no saco]*"*. Os professores responderam: "*Tem duas e duas, cinquenta por cento (50%) para cada"*. As previsões divergiram naquele momento: alguns apostaram na amarela, outros na verde; saiu verde (sétima retirada).

E o jogo continuou; os professores seguiram apostando na amarela. Ao serem questionados eles apresentaram argumentos apoiados mais uma vez na comparação entre as quantidades, observando aquela cor cuja quantidade de bolinhas era maior.

A oitava bola retirada do saco foi na cor amarela; em seguida, a professora Turquesa alertou: *"Voltou a cinquenta por cento (50%) novamente"*. Diante disso, as previsões divergiram mais uma vez. Esperávamos que naquele momento, alguém chamasse a atenção para o fato de que a ocorrência do próximo evento não dependeria dos eventos anteriores.

Terminado o jogo, buscamos sintetizar os conceitos que foram vivenciados, conforme registro também gravados em áudio e vídeo: inicialmente questionamos o que eles haviam percebido durante o desenvolvimento da atividade. A professora Esmeralda afirmou: "*Que o resultado foi aleatório*".

Questionamos, em seguida, se a retirada de uma bolinha dependia da retirada da bolinha anterior. Os professores afirmaram negativamente. Sobre a resposta dos professores, temos duas inferências: uma é a de que os professores possuíam ideias intuitivas equivocadas em relação à probabilidade condicional; a outra diz respeito à compreensão do questionamento feito; é possível que a pergunta não tenha sido feita de forma compreensível (naquele caso, a retirada de uma bolinha azul alterava a probabilidade de ocorrência de retirada de uma bolinha na cor vermelha a cada sorteio). Diante disso, questionamos o que mais eles haviam percebido; pois esperávamos que eles olhassem para a relação existente entre os eventos. As professoras Diamante e Painite se manifestaram e afirmaram: *"em alguns momentos tinha mais chance de sair uma bolinha verde e não saia. Embora as chances fossem maiores, saía a amarela"*.

Questionamos, por fim sobre as ideias que envolvem eventos certos; sobre o fato de que, inicialmente sabíamos quais os eventos possíveis, mas não tínhamos a certeza de qual seria o resultado do sorteio; e que levou algum tempo até podermos afirmar, com certeza, qual seria o resultado. A Professora Malaquita, concluiu: *"Isso só aconteceu no final. Teve alguns momentos que tinha a mesma chance, quando tinha duas de cada cor: duas verdes e duas amarelas"*.

Nessa discussão, inferimos sobre a ampliação da base de conhecimento dos professores em relação ao conteúdo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), pois no que se referem à linguagem, as falas dos professores já referenciaram expressões que, anterior ao processo formativo, pareciam não fazer parte de seu repertório de conhecimento. No entanto, ainda não estávamos certos se, naquele momento, eles tinham a compreensão de que tais expressões traduziam ideias subjacentes ao conceito de probabilidade.

Diante desse fato, demos continuidade às discussões, reafirmamos que conceitos como aleatoriedade, independência entre eventos, incerteza ou certeza são conceitos probabilísticos e que seriam retomados em sessões futuras para melhor aprofundamento e compreensão.

> **Pesquisadora:** *Gostaria de chamar a atenção para um aspecto que nós observamos: quando vocês falam "Eu aposto na verde porque tem mais bolinhas verdes; eu não aposto na amarela porque tem menos"; o que estamos percebendo* [referindo-se às discussões realizadas entre a pesquisadora e sua orientadora]: *que vocês estão apostando naquela cor,*

> *pensando apenas na quantidade, é isso?*
>
> **Professora Safira:** *Eu olhava o que tinha mais.*
>
> **Professor Citrino:** *Mas eu comparava os dois.* [possivelmente o professor percebeu a relação]
>
> **Pesquisadora:** *Alguém mais pensou na relação?*
>
> **Professores:** [Silêncio].
>
> **Professor Âmbar:** *Eu fiquei pensando agora na questão do dois pra dez. Eu posso dizer então que a probabilidade de sair amarela aqui é de 4 pra 10? Eu posso usar esse termo? Eu estou percebendo; eu estou com dúvida um pouco maior em qual sentido? É que eu estou percebendo um conceito maior em relação a esse jogo. Um conceito que eu possa entender melhor; por exemplo, no caso dessas aqui: a certeza da incerteza; a gente começa com uma incerteza em relação à quantidade, mas nós vamos ter essa visão da quantidade em relação à cor também* (Figura 34). (Sessão de formação, 2016)

Figura 34 – Imagem de vídeo (3) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

Deixamos que o professor Âmbar continuasse expressando suas interrogações e só depois intervimos:

> **Professor Âmbar:** *Eu tenho uma incerteza porque pode ser que seja retirada uma verde (...) em relação ao conceito: tem algum conceito da aleatoriedade? Que diga o que é? Como é? Como é feito, calculado?*
>
> **Pesquisadora:** *A aleatoriedade é um dos conceitos discutidos no estudo de probabilidade; apresenta-se em experimentos em que não podemos determinar com certeza quais resultados serão obtidos; a aleatoriedade... como pudemos ver nas atividades que já desenvolvemos até agora, como aquela do Computer Game* [referindo-se a um jogo anterior vivenciado pelo grupo], *nela nós não podíamos garantir que determinado resultado viria; nem que obedeceria a uma determinada ordem.*
>
> **Professor Âmbar:** *Por isso a questão da incerteza, não é?*

> **Professora Malaquita:** *Mesmo que tenha cinco verdes e cinco amarelas, não existe a certeza de que vai sair ou verde ou amarela; vai sair uma ou outra, mas não tem como ter a certeza* [Concluiu] (Figura 35). (Sessão de formação, 2016)

Figura 35 – Imagem de vídeo (4) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*

Fonte: Acervo da pesquisa

Pareceu-nos, naquele momento, que os professores começaram a familiarizar-se com a probabilidade, percebendo tratar-se de um conceito no qual estão envolvidos experimentos que embora não seja possível determinar com certeza o resultado que será obtido, pode-se prever os resultados possíveis.

Assim a discussão avançou:

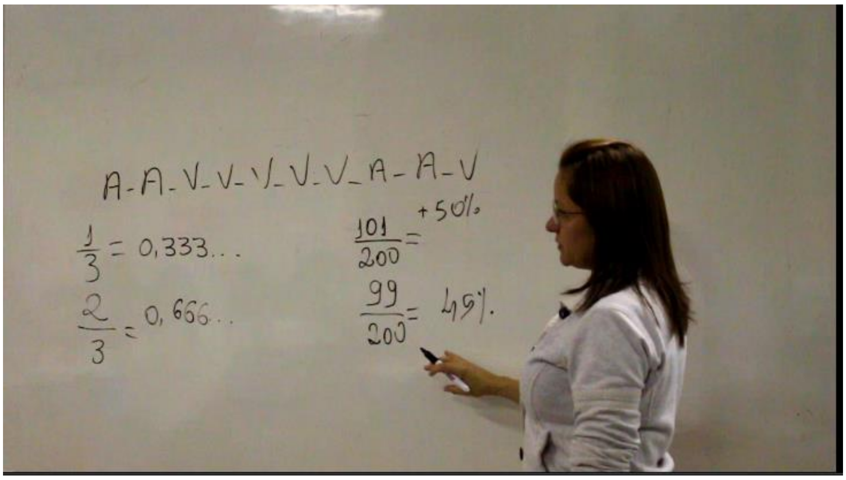
> **Professor Âmbar:** *Tem que fazer uma correspondência, né? Um para dez; quatro para dez....Tem essa coisa de seis para dez. Tem essas questões ainda.*
>
> **Professora Ametista:** *É! É fração, não é porcentagem.* (Sessão de formação, 2016)

Diante dessas reflexões, observamos que os professores perceberam a necessidade de olhar para aquela situação mais profundamente; eles pareciam começar a compreender que em situações que envolvem conceitos probabilísticos há a necessidade de olhar para as relações associadas a cada experimento; eles apresentaram indicações de que naquele momento eles percebiam que cada evento estava associado a uma probabilidade de ocorrência.

Sentimos, portanto a necessidade de aprofundar um pouco mais, no que se refere à quantidade e às relações, conceitos intrínsecos à probabilidade. Assim, naquele momento, encaminhamos a discussão no sentido de que os professores pudessem perceber que há uma diferença entre olhar para a quantidade numérica e olhar para a relação entre as quantidades envolvidas (Figura 36).

> **Pesquisadora:** *Se considerarmos, por exemplo, a diferença entre as quantidades analisadas duas a duas* [referindo-se às quantidades 1 e 2 dos numeradores do primeiro par de frações e às quantidades 101 e 99 relativas ao segundo par] *são muito próximas: no primeiro caso, a diferença é de 1 e, no segundo, é de 2. Se formos comparar essas quantidades elas até parecem próximas. Mas, se vocês olharem para a fração ou relação entre as quantidades presentes no numerador e denominador, ou então, para as razões, teremos quais valores?*
>
> **Pesquisadora:** *Olhando para esses resultados, observamos que os percentuais são?* [referindo-se aos resultados de cada razão registrada na lousa].
>
> **Professora Diamante:** *No primeiro par de razões são de trinta e três por cento (33%) e aproximadamente sessenta e sete por cento (67%), respectivamente, e no segundo caso é maior que 50% na primeira razão; e na segunda, quarenta e nove por cento (49%).*
>
> **Pesquisadora:** *Ou seja, embora nos dois casos a diferença numérica das quantidades seja praticamente a mesma, se considerarmos a relação envolvida nessa situação, podemos perceber que essa diferença percentual, no primeiro caso é de trinta e três por cento (33%) e, no segundo, de apenas um por cento (1%).* (Sessão de formação, 2016)

Figura 36 – Imagem de vídeo (5) - Tarefa *Saco com bolinhas coloridas*



Fonte: Acervo da pesquisa

Acreditamos que a experiência vivenciada durante o desenvolvimento desta tarefa favoreceu a compreensão de noções sobre o acaso e a incerteza, manifestadas intuitivamente pelos professores, a partir da observação dos eventos ocorridos nesse experimento. Naquele encontro foi possível relacionar a proporcionalidade a questões ligadas a números.

Considerações e Reflexões a respeito da compreensão da aleatoriedade e de outras ideias associadas à Probabilidade

As justificativas dos professores estavam sustentadas, inicialmente, no número maior de bolas – vermelhas ou verdes – contidas no saco. Outros cometeram erros de recência negativa: *“já saiu muitas bolinhas vermelhas, agora vai sair azul”* (PROFESSORA JADE).

No entanto, a discussão avançou e assim, acreditamos que os professores puderam compreender mais sobre experimentos aleatórios e sobre questões relativas à independência de eventos (no caso do jogo com reposição); à equiprobabilidade; e à incerteza entre os eventos: com as discussões os professores identificaram as mudanças na probabilidade de ocorrência dos eventos; referiram-se à presença da equiprobabilidade entre os eventos – *“A probabilidade agora é a mesma* [referindo-se às chances de resultados quando havia o mesmo número de bolinhas vermelhas e azuis no saco]*”* (PROFESSORA JADE) – e, quando restaram apenas três bolas no saco (duas azuis e uma vermelha), os professores, intuitivamente, sinalizaram sobre a possibilidade de um evento *certo* – *“Agora não pode tirar vermelho, se não o jogo morre”* (PROFESSORA TURQUESA).

Assim, concluímos que os professores possuíam, naquele momento, ideias intuitivas em relação à aleatoriedade que favoreceram a construção de outras ideias associadas a esse conceito, como por exemplo, sobre o acaso, sobre eventos certos e dependência entre eventos.

Nesse sentido, acreditamos, a priori, que neste episódio temos evidências de que o contato com resultados de pesquisa, aliado à reflexão individual e coletiva sobre o experimento, estimulou nos professores o desejo de ampliar seus conhecimentos a respeito do conteúdo e do estudante (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). A esse respeito consideramos que o ocorrido permitiu aproximar a formação desenvolvida para a coleta de informações para esta pesquisa ao que é sugerido por Serrazina (2013) e Zeichner (1993). Os autores defendem a oferta de formação a professores, favorecendo-lhes o cultivo da reflexão individual e coletiva, relacionando resultados de pesquisa à prática.

Portanto, consideramos, naquele momento, a necessidade de propor outras tarefas, e assim, por meio de sua exploração, contribuir com a transição do conhecimento intuitivo, dos professores, para o conhecimento explícito a respeito da Probabilidade (CARVALHO; FERNANDES, 2005).

6.1.3 *Vivências com espaços amostrais*

Propusemos a tarefa *Lançamentos de uma moeda* (Quadro 4) com vista a suscitar discussões, sobretudo, sobre a segunda demanda cognitiva (elaboração e análise de espaços amostrais).

Quadro 4 – Protocolo exemplar da tarefa *Lançamentos de uma moeda*

Tarefa *Lançamentos de uma moeda*

Nome: ____

Nesta atividade você vai verificar, com o uso de uma moeda, os resultados possíveis:

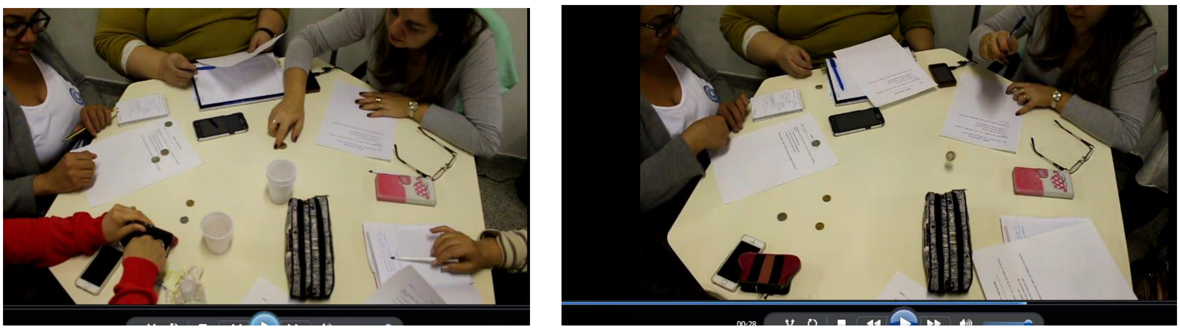
a) Ao jogar uma moeda para o alto
b) Ao jogar duas vezes uma moeda para o alto
c) Ao jogar três vezes uma moeda para o alto

Você pode utilizar o espaço em branco, abaixo, para registrar a sua resposta.

Fonte: acervo da pesquisa

Assim, foi solicitado aos professores que verificassem o que aconteceria ao lançarem uma moeda para o alto uma, duas e três vezes. Em seguida, deveriam registrar, por escrito, o seu raciocínio e estratégia de resolução. Por fim, deveriam relatar quais foram suas conclusões sobre o observado (Figura 37).

Figura 37 – Imagens de vídeo - Tarefa *Lançamentos de uma moeda*

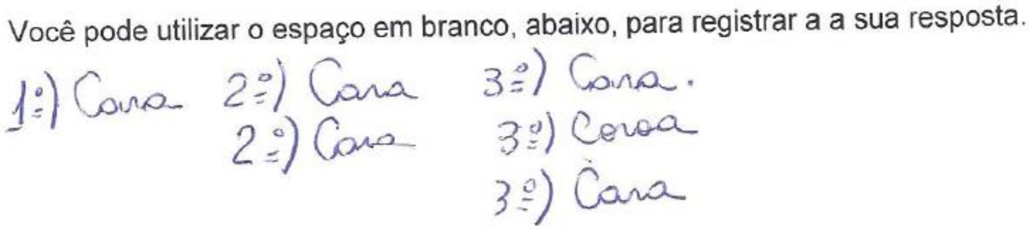


Fonte: Acervo da pesquisa

Os extratos das discussões coletivas extraídos de vídeos e de alguns protocolos exemplares das resoluções dos professores, apresentados nos próximos parágrafos são reveladores do entendimento dos professores dos conceitos envolvidos na tarefa.

De maneira geral, os professores apresentaram os resultados dos lançamentos efetuados por eles sem fazer qualquer menção à forma como analisaram aquele experimento ou apresentar alguma informação conclusiva a respeito do observado, por exemplo, professor Citrino (Figura 38).

Figura 38 – Protocolo professor Citrino - Tarefa *Lançamentos de uma moeda*


Você pode utilizar o espaço em branco, abaixo, para registrar a a sua resposta.

1º) Cara 2º) Cara 3º) Cara.
2º) Cara 3º) Coroa
3º) Cara

Fonte: Acervo da pesquisa

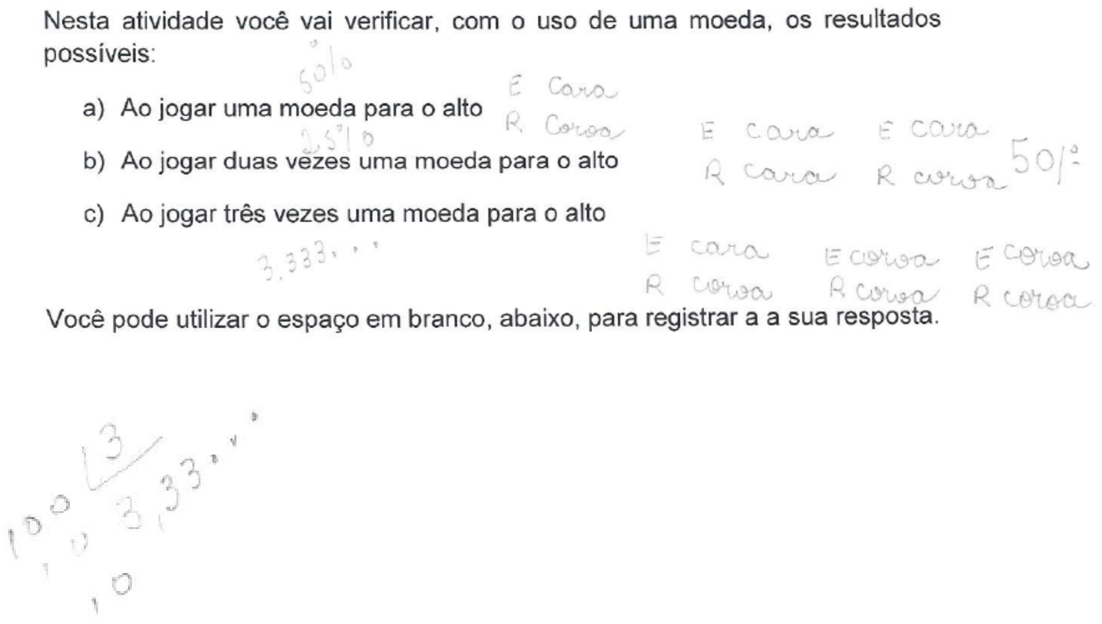
Estimulados a apresentar suas resoluções e a fazer observações a respeito do experimento, a primeira a apresentar a sua resolução foi a professora Turquesa:

> **Professora Turquesa:** *No primeiro deu uma coroa, no segundo deu duas caras e no terceiro deu uma coroa e duas caras.*
>
> **Pesquisadora:** *E* quais são as suas conclusões a respeito desses resultados?
>
> **Professora Turquesa:** *Que os dois têm a mesma possibilidade de sair.* (Sessão de formação, 2016)

Muitas questões foram suscitadas, a partir da fala da professora Turquesa: a professora Turmalina complementou aquele raciocínio, argumentando, com base nos resultados obtidos por ela e pela professora Painite registrados em protocolo (Figura 39).

> **Professora Turmalina:** *Se eu jogo uma vez eu vou ter duas possibilidades: cinquenta por cento de cada; se eu jogar duas vezes, vou ter vinte e cinco por cento de possibilidade de cada face; agora se eu aumentar o número de lançamentos, eu vou ter uma possibilidade menor da quantidade de vezes que vai cair cada face da moeda.* (Sessão de formação, 2016)

Figura 39 – Protocolo Professoras Turmalina e Painite - Tarefa *Lançamentos de uma moeda*



Nesta atividade você vai verificar, com o uso de uma moeda, os resultados possíveis:

a) Ao jogar uma moeda para o alto 50% É Cara R Coroa

b) Ao jogar duas vezes uma moeda para o alto 25% É cara R cara É cara R coroa 50%

c) Ao jogar três vezes uma moeda para o alto 3,333... É cara R coroa É coroa R coroa É coroa R coroa

Você pode utilizar o espaço em branco, abaixo, para registrar a a sua resposta.

100 | 3 ; 10 3,33... ; 10

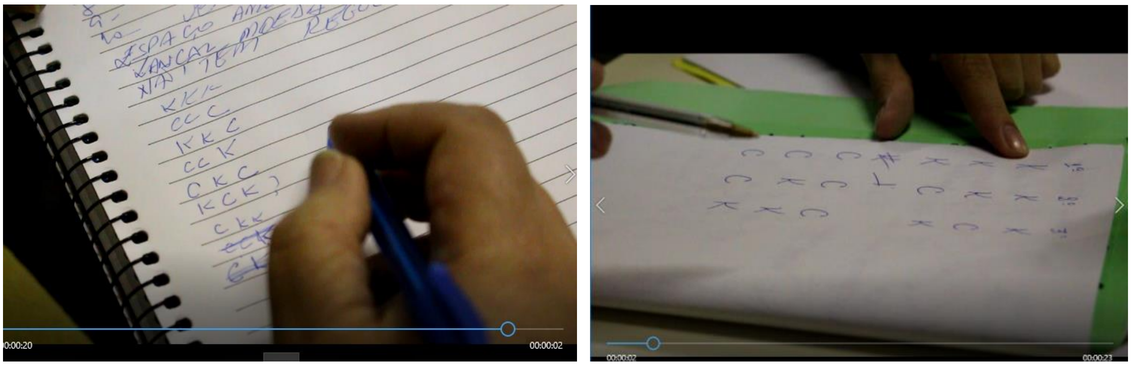
Fonte: Acervo da pesquisa

Diante daquela justificativa, a professora Safira argumentou que ela e os outros professores com quem estava reunida não haviam pensado daquela forma, mas que tinham apenas registrado os resultados de cada lançamento. A professora Painite, então lançou um questionamento mas, como os professores se mantiveram calados, ela mesma respondeu:

> **Professora Painite:** *Ao jogar uma moeda para o alto. Aí meninas, meninos, o que vai dar? Qual a probabilidade?*
>
> **Professora Painite:** *A probabilidade é de cinquenta por cento para cara e de cinquenta por cento para coroa.*
>
> **Professora Safira:** *Mas quando chegar na b* [referindo-se ao segundo item da tarefa], *que resposta vocês vão dar aí?*
>
> **Professora Turquesa:** *Eu penso assim: nas duas primeiras, você tem as possibilidades iguais, que é de cinquenta e cinquenta, mas na terceira eu já vejo vinte e cinco e setenta e cinco. Por quê? No meu caso por exemplo, deu uma cara e duas coroas. Então a probabilidade de você jogar três se repetirem duas iguais é maior do que nas duas primeiras.* (Sessão de formação, 2016)

Interviemos, dizendo que ali estávamos diante de uma série de questões que precisávamos analisar, e que para isso, gostaríamos que eles retomassem a tarefa e descrevessem todos os possíveis resultados para aqueles lançamentos. Passados alguns minutos, observando que eles já haviam registrado (Figura 40), propusemos retomar a discussão.

Figura 40 – Imagens de registros de resoluções da tarefa *Lançamentos de uma moeda*



Fonte: Acervo da pesquisa

Quando, então a professora Diamante foi à lousa, ela e os demais professores mostraram-se confusos em relação a todas as possibilidades. Eles não tinham certeza se haviam relacionado todas as combinações possíveis. Diante disso, propusemos fazê-lo coletivamente, por meio da construção da árvore de possibilidades (Figura 41), esclarecendo que aquela seria uma forma de obtermos todos os resultados de um experimento aleatório sem esquecer nenhum deles. Alguns professores disseram já ter ouvido falar dessa *"tal árvore"*, mas que não sabiam como fazer.

Figura 41 – Imagem (1): discussão coletiva da tarefa *Lançamentos de uma moeda*

Fonte: acervo da pesquisa

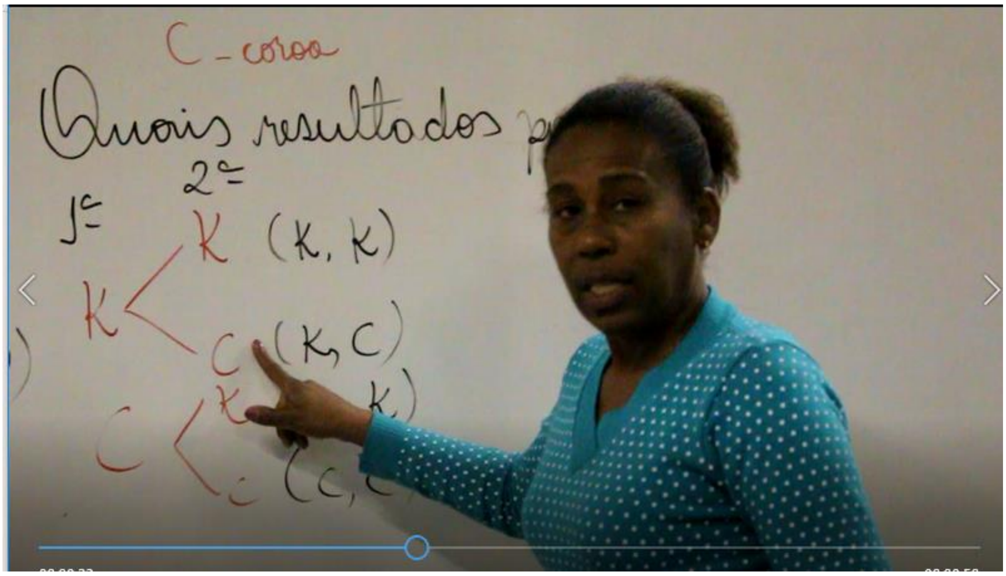
As professoras Pérola e Malaquita questionaram, demonstrando não estarem compreendendo o porquê daqueles resultados.

> **Professora Malaquita:** *Mas você está jogando uma moeda ou duas?*
>
> **Professora Ametista:** *Uma moeda duas vezes* [afirmou]. (Sessão de formação, 2016)

A professora Malaquita silenciou, dando a entender que continuava com a dúvida. A Professora Safira se propôs, então, a explicar (Figura 42). Ela assim se expressou:

> **Professora Safira:** Eu *vou jogar a primeira moeda, ela pode cair cara ou coroa; aí eu vou para a segunda rodada e vê as possibilidades que ela pode cair; cinquenta por cento K e cinquenta por cento C, na primeira rodada (...)* [a professora reforçou quais seriam os resultados na primeira rodada]; *aí nós vamos para a segunda rodada, ela pode cair K ou C. Então ela pode ser CK ou CC* [referindo-se às combinações]; *essas são as possibilidades.* (Sessão de formação, 2016)

Figura 42 – Imagem (2): discussão coletiva da tarefa *Lançamentos de uma moeda*



Fonte: Acervo da pesquisa

Continuamos tentando esclarecer à professora o raciocínio envolvido naquela discussão.

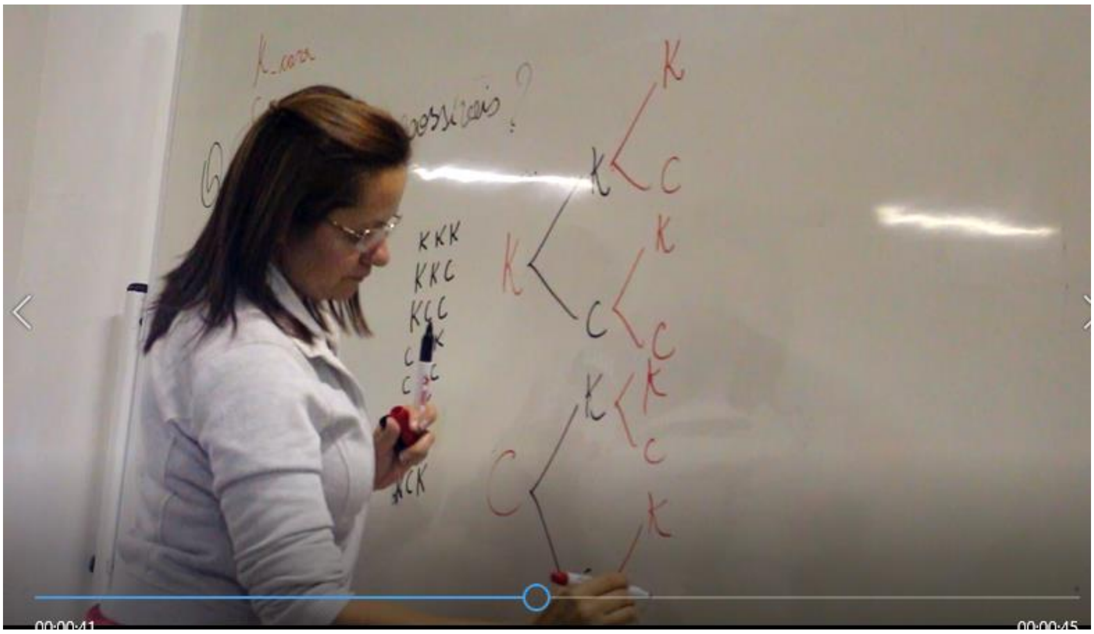
> **Pesquisadora:** *Aqui nós temos o conjunto de todas as combinações possíveis, que damos o nome de espaço amostral de um experimento.Qual foi o experimento nesse caso?*
>
> **Professores:** *O lançamento de duas moedas. Não! O lançamento de uma moeda duas vezes.*
>
> **A professora Rubi:** *O resultado é aleatório?* [Questionou]
>
> **Professora Ametista:** *Aleatório é quando eu não consigo prever, não é?*
>
> **Professora Ametista:** *Eu consigo prever as possibilidades que são limitadas: são duas, mas a gente não consegue ter a certeza que resultado vai ser.*
>
> **Professor Âmbar**: *Eu queria ver como é que ficaria com a terceira jogada.* (Sessão de formação, 2016)

Entretanto, a professora Ouro apresentou outra questão:

> **Professora Ouro:** *As três jogadas saíram cara* [referindo-se aos resultados da sua resposta]. *Há essa possibilidade também… Olha o acaso aí* [concluiu].
>
> **Professora Turquesa**: *Coroa as três vezes seguidas. Isso é muito difícil, mas pode acontecer; porém as possibilidades são poucas.* (Sessão de formação, 2016)

Sugerimos, então continuarmos a descrever as possibilidades do terceiro lançamento quando verificamos o que a professora Ouro argumentou (Figura 43).

Figura 43 – Imagem (3): discussão coletiva da tarefa *Lançamentos de uma moeda*

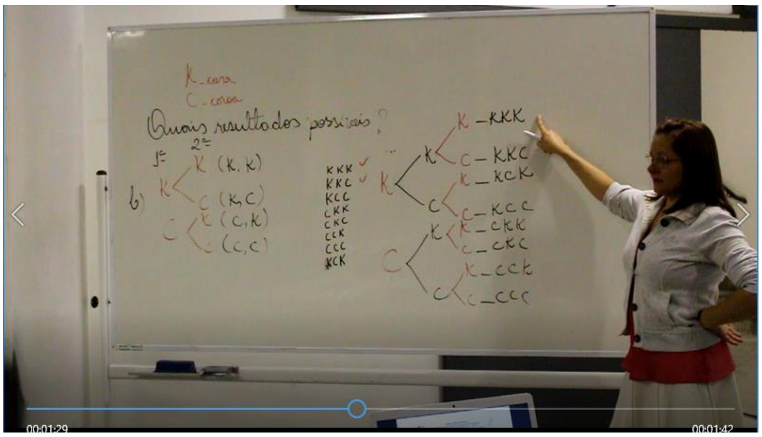


Fonte: Acervo da pesquisa

Enquanto registrávamos na lousa, a professora Safira observou mais uma vez: *"Percebi que as probabilidades são iguais para cara como para coroa"*. E a professora Alexandrita concluiu: *"Não houve regularidade, foi aleatório, a probabilidade de sair cara ou coroa é a mesma: de sair cinquenta por cento (50%)"*.

Por fim, esclarecemos que aquela probabilidade se referia a cada evento simples e que outras análises, outras explorações daquele espaço amostral poderiam ser feitas. Por exemplo, em relação aos lançamentos sucessivos, quais daqueles resultados teria menor possibilidade de acontecer? Qual seria a probabilidade de saírem duas caras ou duas coroas?

Figura 44 – Imagem (4): discussão coletiva da tarefa *Lançamentos de uma moeda*



Fonte: Acervo da pesquisa

Não aprofundamos essa discussão; apenas antecipamos que esse tipo de análise é importante, sobretudo na determinação das probabilidades.

Quanto à resolução das professoras Turmalina e Painite (Figura 39), informamos que naquele momento ainda não tínhamos analisado os protocolos. Por isso, as discussões acerca do observado em suas conclusões iniciais, sobre o item três não foram aprofundadas.

Algo que também se apresentou muito fortemente entre os professores, embora não tenha aparecido nos extratos apresentados, foi o fato de eles, inicialmente, atribuírem os resultados ao aspecto *sorte*, quando analisavam os seus lançamentos, cujos resultados se repetiam sucessivamente, por exemplo, aqueles que resultaram em três *coroas*, seguidas.

Considerações e Reflexões a respeito da compreensão dos professores sobre a descrição e análise de espaços amostrais

O espaço amostral – conjunto de todos os eventos possíveis em contextos com tarefas de Probabilidade – ocupa um papel fundamental, em problemas de Probabilidade, que não pode ser subestimado (Nunes et al., 2011).

Nesta tarefa, embora o interesse das discussões se tenha centrado na construção, descrição e análise do espaço amostral, por meio da árvore de possibilidades, outras questões foram levantadas, questões essas que são da própria natureza de tarefas nas quais são explorados espaços amostrais.

Consideramos, portanto, que, naquele momento, foram suscitadas duas linhas de raciocínio na análise dos resultados possíveis dos lançamentos sucessivos de uma moeda. A primeira foi sobre as possibilidades de resultados em cada lançamento e para a probabilidade de ocorrência do evento *cara* ou do evento *coroa*. Em seguida, as discussões voltaram-se para as chances de ocorrência, por exemplo, do evento *coroa, cara*; *cara, coroa*; *cara, cara* ou *coroa, coroa*, no segundo lançamento. Este último permitiu que os professores entendessem que cada resultado representava chances distintas e de que a probabilidade de qualquer daquelas ocorrências seria de 25%, como concluiu a professora Painite.

Consideramos que a discussão acerca da tarefa foi um passo importante do ponto de vista da aquisição de conhecimentos, por parte dos professores, para o ensino de Probabilidade, pois saber trabalhar com qualquer espaço amostral, em qualquer contexto, é essencial para a compreensão e o cálculo de eventos específicos (Nunes et al., 2011). Porém, diante dos resultados, consideramos importante proporcionar outras vivências para aprofundar as discussões e o entendimento do conceito.

6.1.4 *Proporcionando outras vivências com espaços amostrais*

A fim de proporcionar a ampliação das discussões sobre espaço amostral, propusemos a questão a seguir (Quadro 5):

Quadro 5 – Instrumento de Formação I

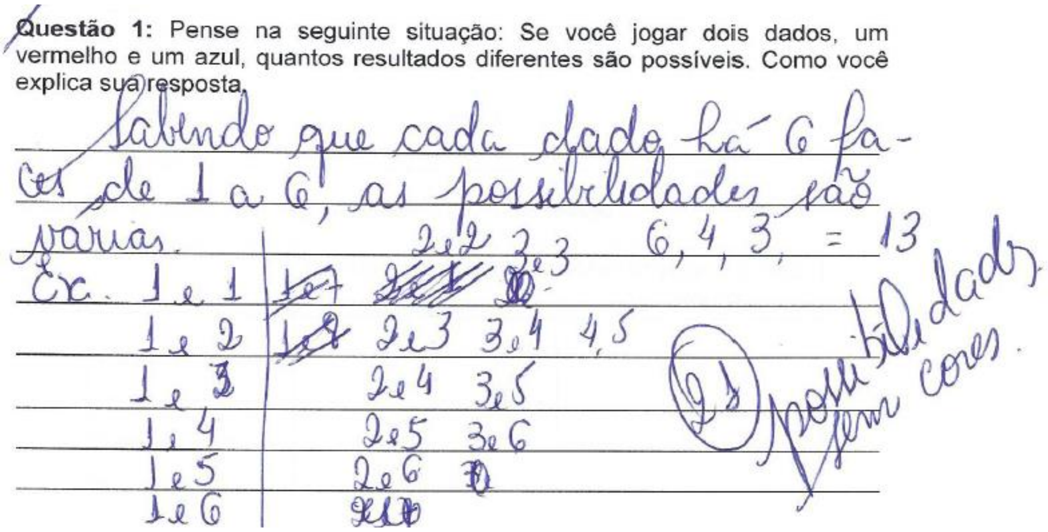
Questão 1: Pense na seguinte situação: Se você jogar dois dados, um vermelho e um azul, quantos resultados diferentes são possíveis. Como você explica sua resposta.

Fonte: Acervo da pesquisa

O ponto de partida da discussão sobre a tarefa foi o entendimento inicial da professora Turquesa: ela argumentou em tom de dúvida: *"(...) se jogo um dado vermelho e um azul o resultado será repetitivo: vermelho e azul, vermelho e azul..."* Isso pareceu-lhe óbvio, como também ocorreu com as professoras Alexandrita, Malaquita e Peridoto. Porém, interviemos no sentido de esclarecer que a tarefa solicitava que eles analisassem, no lançamento simultâneo de dois dados, todas as possibilidades de resultados, ou seja, identificar o número das faces que caíssem voltadas para cima. Assim, eles retomaram a discussão em grupos, repensaram e, por fim argumentaram que *"[...] se seguirmos a ordem numérica do dominó serão 28 possibilidades."* (PROFESSORA ALEXANDRITA).

Outros professores afirmaram serem 21 possibilidades. Entre eles, os professores Âmbar (Figura 45), Ametista e Safira.

Figura 45 – Protocolo professor Âmbar - Instrumento de formação I: questão 1


Questão 1: Pense na seguinte situação: Se você jogar dois dados, um vermelho e um azul, quantos resultados diferentes são possíveis. Como você explica sua resposta.

Sabendo que cada dado há 6 faces de 1 a 6, as possibilidades são varias.

Ex. 1 e 1	~~1 e 1~~	~~2 e 2~~	2 e 2	3 e 3	6, 4, 3, = 13
1 e 2	~~1 e 2~~	2 e 3	3 e 4	4, 5	
1 e 3		2 e 4	3 e 5		
1 e 4		2 e 5	3 e 6		
1 e 5		2 e 6			
1 e 6					

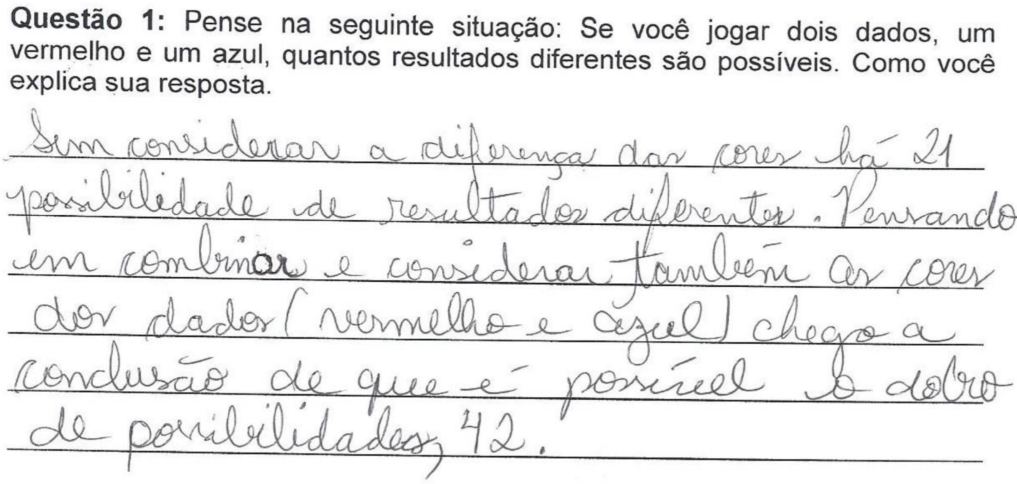
21 possibilidades sem cores.

Fonte: Acervo da pesquisa

Questionamos se todos estavam de acordo com aquela conclusão. As professoras Diamante, Tanzanite e Rubi, discordaram e afirmaram serem possíveis 12 resultados. Solicitamos que elas os descrevessem em seus protocolos e, assim, sob a argumentação de que a ordem devia ser considerada, concluíram, equivocadamente, serem os 15 resultados possíveis.

Interferimos mais uma vez e sugerimos que outros professores apresentassem a descrição dos resultados obtidos por eles. Após mais uma análise, as professoras Ametista (Figura 46) e Safira concluíram que, como se tratava de dois dados de cores diferentes, seriam 42 possibilidades e assim argumentaram:

Figura 46 – Protocolo professora Ametista - Instrumento de formação I: questão 1

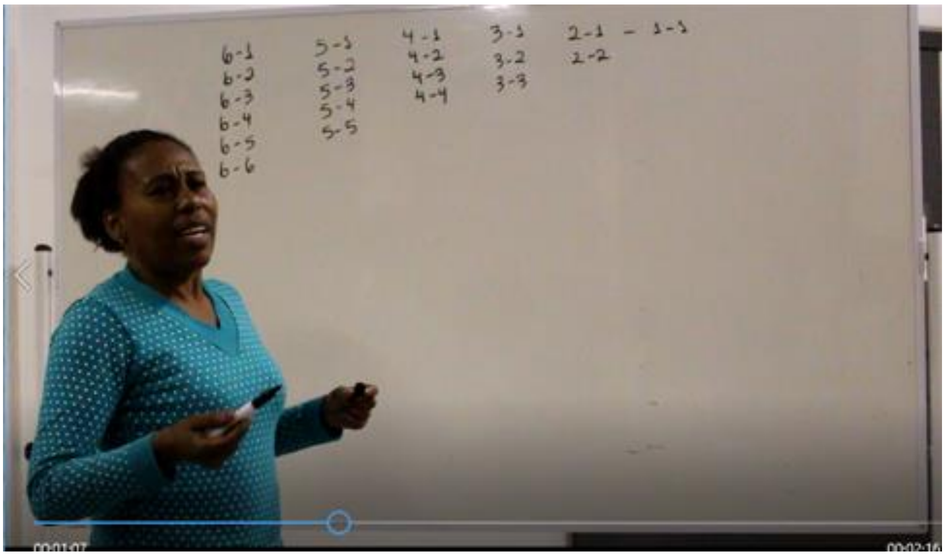

Questão 1: Pense na seguinte situação: Se você jogar dois dados, um vermelho e um azul, quantos resultados diferentes são possíveis. Como você explica sua resposta.

Sem considerar a diferença das cores há 21 possibilidade de resultados diferentes. Pensando em combinar e considerar também as cores dos dados (vermelho e azul) chego a conclusão de que é possível o dobro de possibilidades, 42.

Fonte: Acervo da pesquisa

Diante desse cenário, perguntamos se alguém gostaria de explicar como chegaram àquela conclusão. A professora Safira se candidatou a expor o resultado para o grupo (Figura 47).

Figura 47 – Imagem de vídeo (1): discussão coletiva da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa

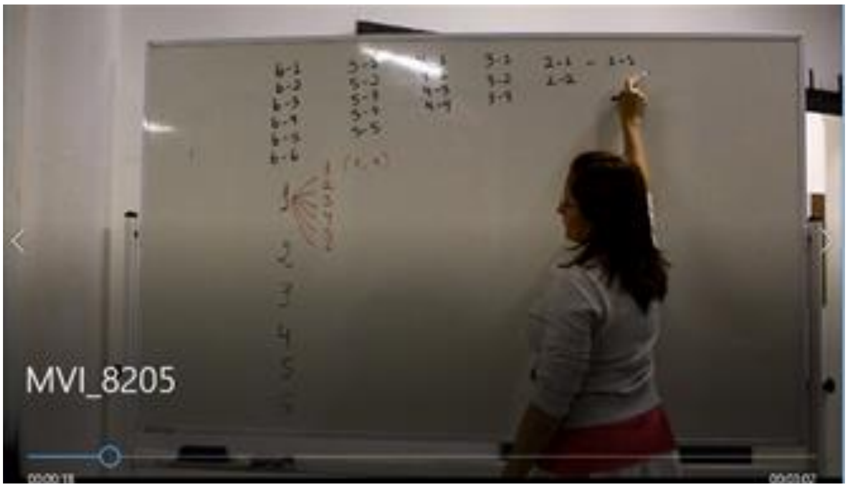
> **Professora Safira:** *Primeiro colocamos seis com seis, seis com cinco, seis com quatro, seis com três e assim nós fomos.* [argumentou]. (Sessão de formação, 2016)

Em seguida, solicitamos que os professores analisassem aquela resolução. Discutimos com eles sobre a importância de, na descrição do espaço amostral, observarmos alguns aspectos (condições) que devem ser considerados, como, por exemplo, observar se a ordem dos elementos implicaria ou não em possibilidades distintas. Diante disso, a Professora Safira argumentou:

> **Professora Safira:** *Sendo assim, em uma [referindo-se às jogadas] eu posso tirar dois no azul e cinco no vermelho; numa próxima eu posso tirar cinco no azul e dois no vermelho; o resultado invertido.* (Sessão de formação, 2016)

Os professores admitiram, porém, não ter considerado tal condição. Assim, propusemos continuar analisando, pois, diante do exposto, tiveram, inicialmente, o entendimento de que bastaria dobrar aquele resultado. Decidimos, então, fazê-lo por meio da árvore de possibilidades. Assim, ao tempo em que fomos fazendo as combinações de resultados, buscamos verificar se aqueles pares de resultados estariam no espaço descrito pela professora Safira (Figura 48).

Figura 48 – Imagem de vídeo (2): discussão coletiva da questão 1

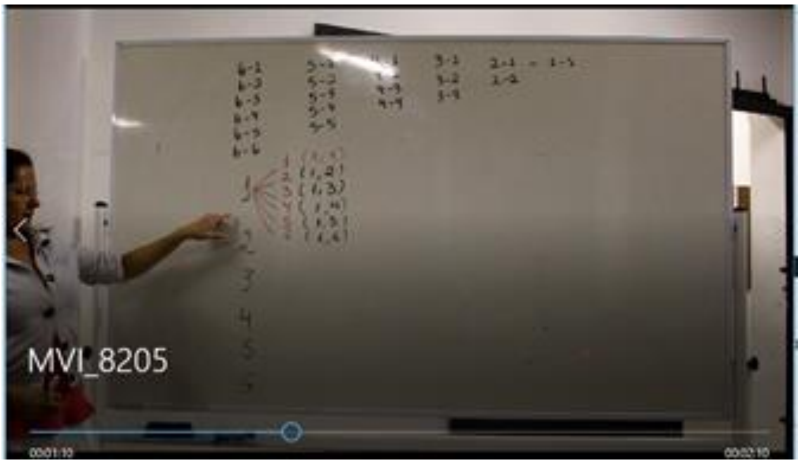


Fonte: Acervo da pesquisa

A seguir, apresentamos extratos da discussão ocorrida naquele momento:

> **Professora Rubi:** *E se eu inverto esses dados?*
>
> **Pesquisadora:** *Vamos pensar: se eu possuo dois dados e lanço-os para o alto, o primeiro pode sair um e o segundo um; ou o primeiro sair um e o segundo sair dois. Eu não posso fazer essas combinações?*
>
> **Professores:** *Pode sim.*
>
> **Pesquisadora:** *O mesmo acontece com o 2; pode acontecer de no primeiro sair 2 e no segundo sair um, dois, três, quatro, cinco ou seis. Concordam?*
>
> **Professores:** *Sim.*
>
> **Pesquisadora:** *O que eu quero discutir com vocês? Que eu tenho seis combinações possíveis aqui* [referindo-se às combinações do resultado um do primeiro dado, com os resultados possíveis do segundo dado]. (Figura 82). (Sessão de formação, 2016)

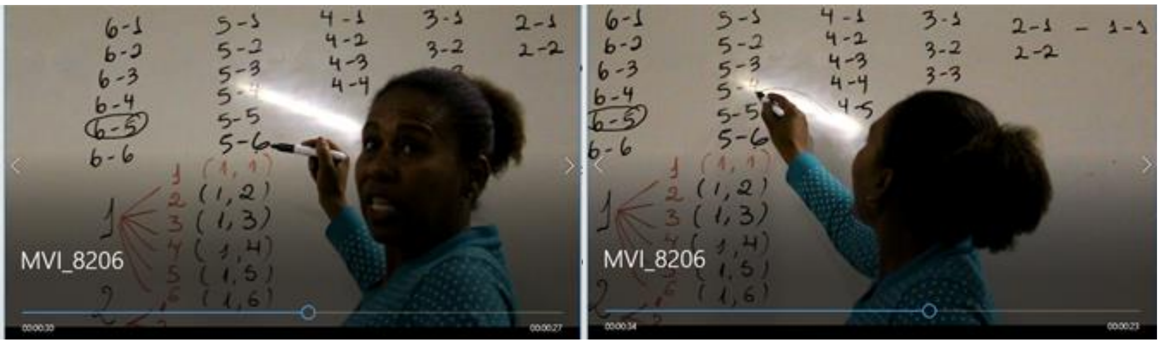
Figura 49 – Imagem de vídeo (3): discussão coletiva da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Safira voltou à lousa e explicou como eles haviam pensando anteriormente (Figura 50):

Figura 50 – Imagem de vídeo (4): discussão coletiva da questão 1



Fonte: Acervo da pesquisa

> **Professora Safira:** *Como já tinha aqui, pensamos: não vamos repetir aqui* [referindo-se ao resultado do par (6,5)].
>
> **Pesquisadora:** *Mas agora você concorda que pode sair os pares seis e cinco ou cinco e seis?*
>
> **Professora Safira:** *Sim. Concordo. Da mesma forma que aqui* [referindo-se aos resultados (5,4); (4,5)]. (Sessão de formação, 2016)

Observamos que naquele momento, os professores concluíram que, para aquela situação a ordem dos elementos implicaria em possibilidades distintas do espaço amostral. Chamamos então novamente a atenção para o fato de que se eles apenas dobrassem as quantidades, alguns pares de resultados iriam se repetir: (1,1); (2,2); (3,3); (4,4); (5,5); e (6,6).

Apenas as professoras Esmeralda e Pérola – que, naquele momento da formação, estavam realizando o ensino sobre quantificação de probabilidade com seus alunos – haviam concluído, assertivamente, que o espaço amostral era composto por 36 resultados possíveis (Figuras 51), porém até aquele momento, elas não haviam se manifestado.

Figura 51 – Protocolo professora Esmeralda - Instrumento de Formação I: questão 1

36 resultados possíveis, cada dado tem seis possibilidades que multiplicando entre si (6x6), geram vários possibilidades.

Fonte: Acervo da pesquisa

Diante desse cenário, a professora Malaquita (Figura 52) que até o momento também observava a discussão em silêncio, pareceu se encorajar e relatou:

> **Professora Malaquita:** *nós fizemos como se fosse uma combinatória; seis do vermelho e seis do azul; seis vezes seis trinta e seis.* (Sessão de formação, 2016)

Figura 52 – Imagem de vídeo (5): discussão coletiva da questão 1

Fonte: Acervo da pesquisa

Concluímos aquela discussão, argumentando que a combinatória, à qual a professora fez referência, exige um tipo de raciocínio (raciocínio combinatório) sobre o qual devem ser considerados critérios específicos, como, por exemplo: sobre a ordem dos elementos representarem ou não possibilidades distintas. Reportamo-nos naquele momento aos estudos da pesquisadora Borba (2013), em que ela argumenta ser esse um tipo de raciocínio complexo, que necessita de longo tempo para desenvolver-se, considerando que as situações combinatórias variam em nível de complexidade, mas que pode ser estimulado a partir dos primeiros anos de escolarização.

Esclarecemos, ainda, que aquela discussão, embora importante, não seria possível de ser aprofundada naquele momento, dado o tempo destinado à formação.

Por fim, sintetizamos as discussões resgatando os objetivos e os conceitos que poderiam ser estudados quando exploramos, em sala de aula, com as crianças dos anos iniciais, tarefas daquela natureza.

Considerações e Reflexões do que os professores ampliaram em termos de compreensão de espaços amostrais

Como já referido, o espaço amostral desempenha um papel central na compreensão do conceito de Probabilidade; por isso deve ser dado a ele especial atenção. De maneira geral, consideramos que conseguimos motivar os professores a pensarem sobre a construção do espaço amostral e, posteriormente, sobre possibilidades de análise. Consideramos, também, que essa discussão é importante, sobretudo porque:

> Pensar o espaço amostral exige o reconhecimento de que os eventos aleatórios têm certas características: eles não são previsíveis; Em uma série de eventos aleatórios, não há padrão e os eventos são independentes uns dos outros; Mas sobre um grande número de eventos, é possível pensar matematicamente sobre as probabilidades de cada um dos eventos possíveis. (BRYANT et al., 2012, p. 4).[69]

Diante dos resultados, julgamos que conseguimos refletir em aspectos importantes, como, por exemplo, o fato de que, para a identificação e a compreensão do espaço amostral, é necessário desenvolver o raciocínio combinatório, visto que esse tipo de raciocínio permite a interpretação dos resultados possíveis em situações de incerteza (GODINO; BATANERO; CAÑIZARES, 1996; NUNES et al., 2011; SANTOS, 2010; 2015).

Acreditamos que, com a proposição dessa tarefa, com as intervenções e as discussões ocorridas, mais um passo foi dado, pois, com base nas análises que fizemos, podemos afirmar

---

[69] Random events have certain features: they are not predictable; in a series of random events, there is no pattern and the events are independent of each other; but over a large number of events, it is possible to think mathematically about the probabilities of each of the possible events. (Bryant et al. 2012, p. 4).

que as ideias iniciais dos professores foram melhoradas do ponto de vista da compreensão de espaços amostrais, sobretudo em eventos simples. Contudo, para que essas e outras compreensões se consolidassem, fazia-se necessário ampliar a discussão.

6.1.5 *Outras Vivências: a compreensão da aleatoriedade, a descrição e análise de espaços amostrais e a quantificação e comparação de Probabilidades*

As tarefas (Quadro 6) foram propostas visando oportunizar aos professores outras vivências e a ampliação das reflexões individuais de modo a favorecer as suas compreensões da temática em estudo: levá-los a pensar sobre ideias ligadas ao entendimento da aleatoriedade por meio de análise de eventos simultâneos – Questão 1 –; descrição de eventos possíveis e quantificação de probabilidades em eventos equiprováveis; relação entre eventos: eventos dependentes, independentes – Questões 1, 2 e 3 –; e comparação de probabilidades de ocorrência de um evento – Questão 3.

Quadro 6 – Instrumento de Formação II

Questão 1: Carlos tem 10 moedas de 1 real. Ele jogou todas as moedas para o alto e deixou que caíssem no chão. Assinale a alternativa que você considera mais provável que aconteça. Justifique sua resposta. a) ☐ Todas as moedas vão cair com o lado **cara** virado para cima. b) ☐ Algumas moedas vão cair com o lado **cara** para cima e outras com o lado **coroa** para cima. c) ☐ Todas as moedas vão cair com o lado **coroa** virado para cima.
Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e, em todas elas, obteve-se ***cara***. É possível obter **cara** num próximo lançamento? Qual é a probabilidade?
Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de **cara** e **coroa**. Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo: ☐ Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu **cara** 8 vezes ☐ Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu **cara** 32 vezes Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Fonte: Acervo da pesquisa

Todos os professores responderam assertivamente (alternativa ‘b’) a Questão 1; mas apenas sete justificaram a sua opção. Os argumentos de dois deles indicaram que esses professores possuíam ideias intuitivas sobre a equiprobabilidade em eventos simples: *“[...] quando se lança uma moeda, tanto pode dar cara como coroa, as chances são as mesmas.”* (PROFESSORA PEDRA DO SOL); *“a probabilidade é de meio a meio.”* (PROFESSORA SAFIRA).

Outros argumentos evidenciaram, sobretudo, a noção intuitiva da incerteza associada a fenômenos de natureza aleatória: *“Porque não é possível prevê a exatidão de uma situação aleatória.”* (PROFESSORA PAINITE); *“É improvável que todas as moedas caiam na mesma posição.”* (PROFESSORA LARIMAR); *“Não é impossível, porém é improvável que todas as moedas caiam do mesmo lado.”* (PROFESSORA PERIDOTO).

A professora Pérola justificou também com base na ideia de incerteza – *“Não tem como afirmar que todas serão cara ou todas coroa [...]”* –, porém apresenta características de um pensamento determinístico, ao argumentar: *“[...]* ***não tem número*** [referindo-se às respostas] *[...] aqui* [referindo-se à resposta da alternativa ‘b’] *acho mais provável.”* (Grifos nossos).

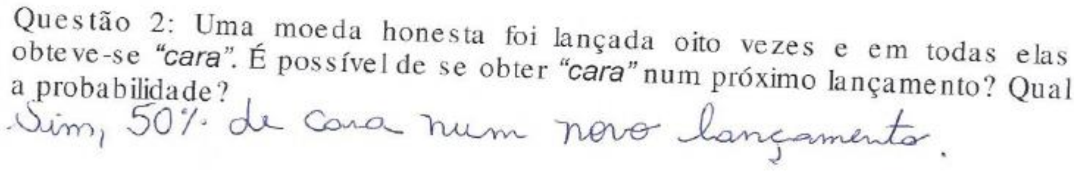
A afirmação *“não tem número”* parece apontar que a professora procura na situação a presença de um fenômeno determinístico, que deveria, na visão dela, ser expresso por uma contagem ou pelo uso de uma técnica de cálculo.

A professora Turmalina, particularmente, apresenta argumentos do ponto de vista de questões externas – *“Precisa-se levar em consideração o vento e a força”* –, abordando aspectos físicos dos lançamentos.

Constatamos que os professores, mesmo aqueles que não justificaram suas respostas, não apresentaram dificuldades em resolver a situação, apontando indícios de possuírem, em situações semelhantes à apresentada nesta questão, ideias intuitivas sobre aleatoriedade envolvendo eventos simultâneos.

Em relação à Questão 2, vinte professores disseram *“sim”* à possibilidade de se obter *cara* num próximo lançamento; dez deles afirmaram ser de 50% a probabilidade dessa ocorrência (Figura 53):

Figura 53 – Protocolo professor Citrino - Instrumento de formação II: questão 2


Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se *"cara"*. É possível de se obter *"cara"* num próximo lançamento? Qual a probabilidade?

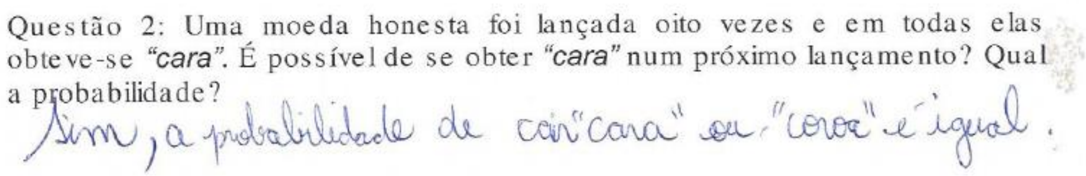
Sim, 50% de cara num novo lançamento.

Fonte: Acervo da pesquisa

Esses professores apresentaram indícios de compreensão da independência, bem como da equiprobabilidade entre os eventos. Eles também quantificaram assertivamente qual seria a probabilidade de ocorrência de cada evento.

A professora Ametista também apresentou ter a compreensão de que no lançamento de uma moeda honesta, pode resultar em qualquer uma das duas possibilidades, sendo que os lançamentos futuros não aumentam ou diminuem as chances de sair *cara* novamente (Figura 54).

Figura 54 – Protocolo professora Ametista - Instrumento de formação II: questão 2


Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se *"cara"*. É possível de se obter *"cara"* num próximo lançamento? Qual a probabilidade?

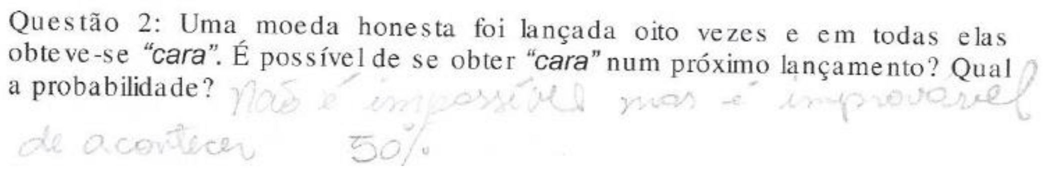
Sim, a probabilidade de cair "cara" ou "coroa" é igual.

Fonte**:** Acervo da pesquisa

O mesmo não ocorreu com a professora Larimar, que declarou *"É improvável que caia cara mais uma vez."*. Quando afirma *"é improvável"*, a professora parece julgar que os eventos são dependentes, tendendo a cometer o erro de recência negativa (BRYANT; NUNES, 2011).

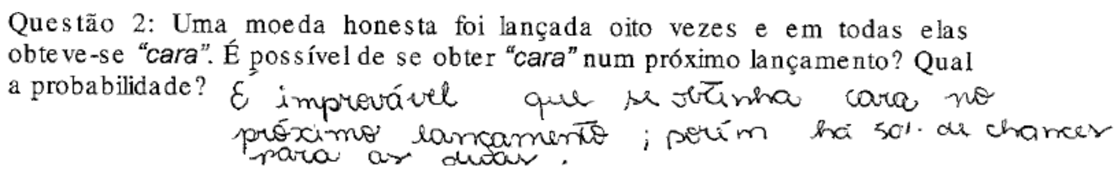
As professoras Lazúli (Figura 55) e Peridoto (Figura 56), embora, matematicamente, tenham concluído de forma acertada que a probabilidade é igual a 50%, ao considerarem que, a cada novo lançamento, a probabilidade de sair qualquer uma das faces se mantém a mesma, apresentando compreensão sobre eventos equiprováveis, ao fazerem uso do termo *improvável*, também desconsideraram a independência de eventos sucessivos em situações aleatórias.

Figura 55 – Protocolo professora Lazúli - Instrumento de formação II: questão 2


Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se *"cara"*. É possível de se obter *"cara"* num próximo lançamento? Qual a probabilidade? Não é impossível mas é improvável de acontecer 50%

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 56 – Protocolo professora Peridoto - Instrumento de formação II: questão 2


Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se *"cara"*. É possível de se obter *"cara"* num próximo lançamento? Qual a probabilidade? É improvável que se obtenha cara no próximo lançamento; porém há 50% de chances para as duas.

Fonte: Acervo da pesquisa

As resoluções desses professores conduziram as discussões sobre raciocínios comuns entre crianças e adultos que tendem a desconsiderar a independência de eventos sucessivos em situações aleatórias: "A chance de ter um resultado no lançamento de uma moeda não é afetada pelo que aconteceu em jogadas anteriores." (BRYANT; NUNES, 2012, p. 4)[70].

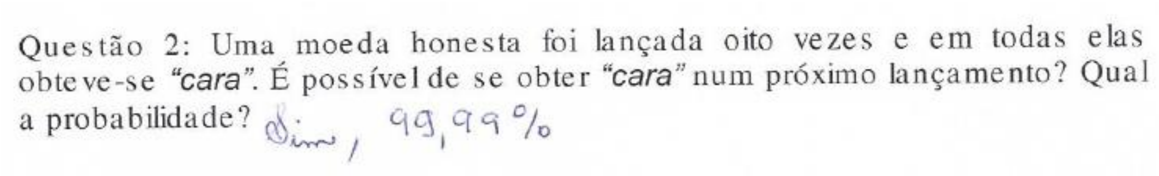
Com isso, a professora Safira ratificou a sua compreensão, argumentando:

> **Professora Safira:** *É pouco provável que em todas saiam cara; algumas vão sair cara e outras, coroa. Não sabemos quantas vezes isso vai acontecer; agora todas do mesmo lado é difícil.* (Sessão de formação, 2016)

[70] One's chance of getting a tail on the next toss of a coin is not affected by what happened on previous throws. (BRYANT e NUNES, 2012, p. 4).

As professoras Tanzanite e Diamante (Figura 57), inicialmente, pareceram ter identificado a independência entre os eventos; porém é possível que elas tenham cometido erros com efeitos de recência positiva (CHIESI; PRIMI, 2009, p. 260; BRYANT; NUNES, 2012) ao julgarem que a probabilidade de ocorrência *cara* seria de 99,99%.

Figura 57 – Protocolo professoras Tanzanite e Diamante – Instrumento de formação II: questão 2


Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se *"cara"*. É possível de se obter *"cara"* num próximo lançamento? Qual a probabilidade? Sim, 99,99%

Fonte: Acervo da pesquisa

Para confirmar nossas suspeitas, reportamo-nos aos vídeos que foram produzidos no momento em que os professores estavam reunidos discutindo essas questões. A seguir, apresentamos extratos das discussões:

> **Professora Diamante:** *Qual a probabilidade? De 100%? Eu dobro a participação é isso?*
>
> **Professora Tanzanite:** *quando a gente quer a probabilidade, a gente fala em porcentagem? Por que se ele lançou oito, as oito caíram cara, então a probabilidade da próxima é ser cara.*
>
> **Professora Diamante:** *É de cem por cento?*
>
> **ProfessoraTanzanite:** *Noventa e nove, virgula noventa e nove...*
>
> **Professora Diamante:** *Por cento*
>
> **Professora Tanzanite:** *De chance. Qual a probabilidade?* [ficou em silêncio] noventa e nove por cento *de chance?*
>
> **Professora Diamante:** *Nossa! Chutou.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Sim. Porque...* [procurou justificar o seu raciocínio]
>
> **Professora Diamante:** É! Porque se ela jogou oito vezes [ficou em silêncio novamente] *Sim. Noventa e nove, vírgula noventa e nove por cento.* (Sessão de formação, 2016)

As discussões das professoras confirmaram nossas suspeitas de que os seus conhecimentos e compreensão da aleatoriedade e/ou independência de eventos ainda não estavam consolidados, pois inicialmente elas identificaram a independência dos eventos simples, porém, ao analisar os eventos sucessivos, consideraram-nos dependentes dos resultados dos experimentos anteriores.

A professora Azurita (Figura 58) apresentou uma resolução em que ela sinaliza entendimento da relação entre os eventos, apresentando-a por meio da ideia de razão.

Figura 58 – Protocolo professora Azurita - Instrumento de formação II: questão 2

Questão 2: Uma moeda honesta foi lançada oito vezes e em todas elas obteve-se *"cara"*. É possível de se obter *"cara"* num próximo lançamento? Qual a probabilidade? É possível que sim. A probabilidade seria 1 em 2

Fonte: Acervo da pesquisa

Quanto à terceira situação, grande parte dos professores reconheceu a equivalência nos dois experimentos. Para justificar suas respostas, a maioria utilizou-se do raciocínio proporcional para descrever a relação existente entre as quatro quantidades como ocorrem nos exemplos que discutiremos a seguir:

A professora Rutilo (Figura 59) registra a relação de proporcionalidade como uma proporção simples, em que há uma correspondência entre o número de lançamentos da moeda e o número de resultado *cara*.

Figura 59 – Protocolo professora Rutilo - Instrumento de formação II: questão 3

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de "cara e coroa". Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu "cara" 8 vezes — 12 — 8
b) Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu "cara" 32 vezes — 48 — 32

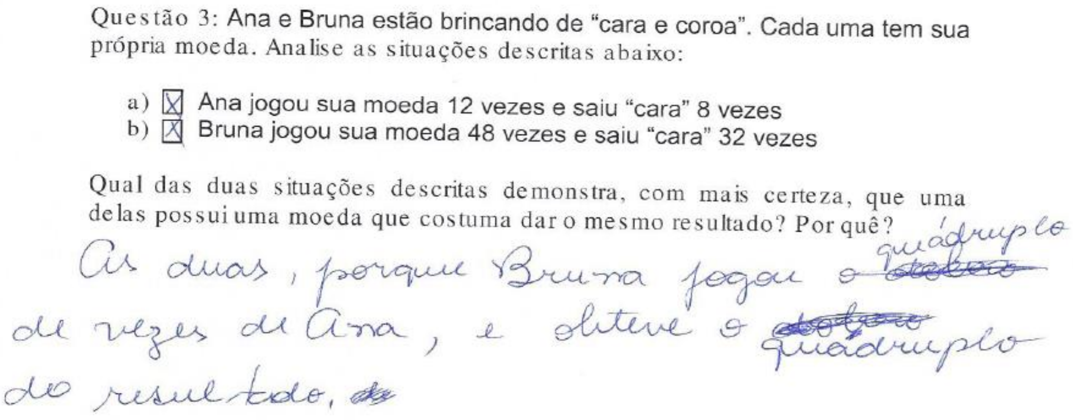
Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Ambas possui a mesma possibilill.

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Rutilo apresentou a estrutura de uma operação que envolve uma “relação quaternária” (Vergnaud, 2014), ou seja, uma relação entre quatro grandezas, duas a duas de mesma espécie; no caso, número de lançamentos de uma moeda e número de resultado *cara*. A análise dos registros, porém, não nos permitiu identificar se ela chegou à conclusão de que ambas possuem a mesma possibilidade utilizando-se de operadores escalares, como ocorreu com a professora Pedra do Sol (Figura nº 60) ou operadores funcionais (VERGNAUD, 2009).

Figura 60 – Protocolo professora Pedra do Sol - Instrumento de formação II: questão 3


Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de “cara e coroa”. Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) ☒ Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu “cara” 8 vezes
b) ☒ Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu “cara” 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

As duas, porque Bruna jogou o ~~dobro~~ quádruplo de vezes de Ana, e obteve o ~~dobro~~ quádruplo do resultado.

Fonte: Acervo da pesquisa

Como a professora Pedra do Sol, a relação de proporcionalidade estabelecida pelas professoras Diamante, Tanzanite e Turmalina é compreendida como um operador escalar. Entretanto, essas professoras equivocam-se ao afirmar: *“[...] o dobro de vezes”* (PROFESSORA TURMALINA) *do número de lançamentos feitos por Ana em relação ao número de lançamentos feitos por Bruna “[...] para conseguir o resultado.”* (PROFESSORA TURMALINA).

A seguir, apresentamos extratos das discussões que antecederam as conclusões apresentadas pelos professores:

> **Professora Diamante:** *[...] 8 vezes, aqui saiu 32* [referindo-se às jogadas de Bruna]. *Acho que é mais fácil a Ana.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Deixa eu ver: oito está para 12...*
>
> **Professora Diamante:** *Hum! Pronto! Lá vem ela com esses oito está para 12.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Estou só falando.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Eu dividi...* [refletiu em voz alta].

> **Professora Diamante:** *Então! Parece que é Bruna.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Se for pela quantidade...*
>
> **Professora Diamante:** *Então é a Bruna* [conclui].
>
> **Professora Tanzanite:** *Mas você assinalou Ana.*
>
> **Professora Diamante:** *Então! Mas aqui nessa situação Ana* [a professora fez novamente a leitura da situação] *Agora aqui: Qual das duas demonstra com mais certeza* [a professora insistiu, reforçando a pergunta]. (Sessão de formação, 2016)

A professora Turmalina se envolveu na discussão e afirmou:

> **Professora Turmalina:** *Olha! Nós achamos que é Ana.* [referindo-se à conclusão do grupo do qual fazia parte naquele momento].
>
> **Professora Diamante:** *Primeiro eu pus Ana.* (Sessão de formação, 2016)

A professora Painite também se envolveu na discussão: "*Você vê que ela jogou 12. Das 12 vezes; 8 vezes ela…* [para e pensa] *8 para 12 quatro vezes só.*" (Figura 61). A professora Diamante afirmou ter feito o mesmo.

Figura 61 – Imagem de vídeo: discussão coletiva da questão 3 – Instrumento de formação II

Fonte: Acervo da pesquisa

Como as professoras ainda não estavam convencidas, a discussão prosseguiu:

> **Professora Painite:** *O outro, quarenta e oito e trinta e dois, aí você vê a diferença.*
>
> **Professora Diamante:** *Achei menos.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Dá 16.*
>
> **Professora Diamante:** *Eu também fiz esse cálculo.*
>
> **Professora Painite:** *Pela quantidade de vezes.* (Sessão de formação, 2016)

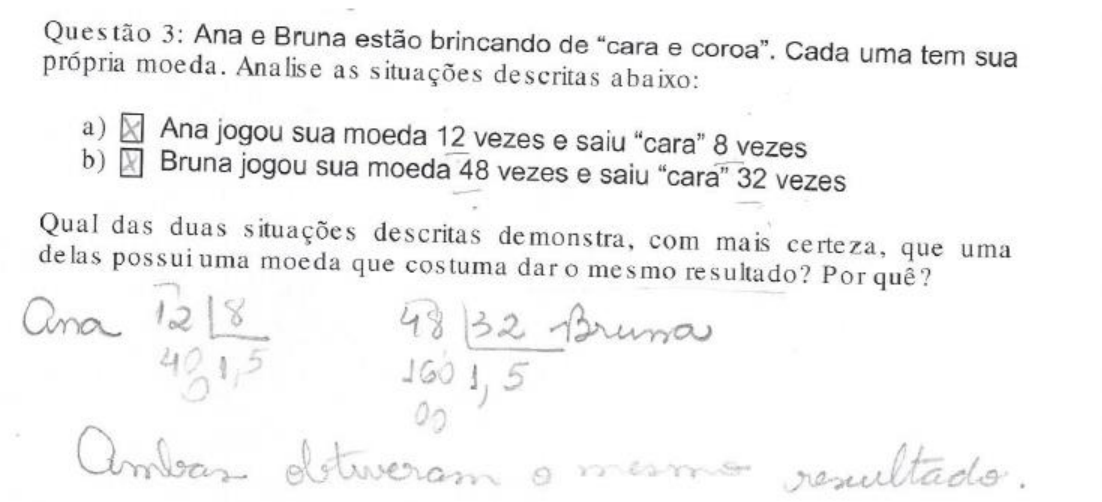
Outro grupo se envolveu na discussão:

> **Professora Turquesa:** *Será que elas estão pensando errado?*
>
> **Professora Safira:** *Mas eu acho que não. Viu? Se você vê a probabilidade é a mesma nas duas; uma jogou mais vezes, entendeu? Então se você dividir 12 por oito vai dar a mesma probabilidade se dividir a outra também por 32. Entendeu? Então as duas para mim é a mesma coisa. Então! Teve mais rodadas, é lógico que vai ter mais acerto; a outra teve menos rodada, é lógico que vai ter menos acerto; mas se dividir, você vai ver que vai dar a mesma coisa nas duas.*
>
> **Professora Tanzanite:** *Não! É a mesma sim. Uma é quatro, a outra vai dar 16. É a mesma porque a outra jogou o quádruplo de vezes. A Bruna jogou o quádruplo de vezes da Ana, mas na verdade cada doze vezes que ela jogou; oito ela acertou.*
>
> **Professora Safira:** *Isso! Vamos ver quantas vezes elas jogaram.*
>
> **Professora Azurita:** *Isso que a gente tem que observar: quantos acertos teve: doze vezes para Ana e quarenta e oito para Bruna, vezes quatro* [confirmando o que disse a Professora Safira]
>
> **Professora Safira:** *Tudo dá um e meio.* [concluiu]
>
> **Professora Jade:** *Eu não fiz por divisão. Eu fiz por multiplicação: eu fiz doze vezes quatro; aí oito vezes quatro.*
>
> **Professora Safira:** *Você pega doze e divide por oito, aí você vai ver quanto é que dá; aí depois você pega quarenta e oito e divide por trinta e dois, e vê quanto é que dá; se não dá o mesmo resultado. Só aumentou a jogadas; é lógico que aumenta as jogadas, aumenta o resultado. Só isso* [reafirmou o seu raciocínio].
>
> **Professora Topázio:** *É a mesma. Ela jogou pouco [referindo-se a Ana] e caiu dois terços e a outra jogou bastante não é? Quarenta e oito, porém caíram trinta e duas vezes* [referindo-se a Bruna]; *ou seja, também dois terços de quantidade positiva. É a mesma coisa uma jogou pouco a outra*

> *jogou muito.*
>
> **Professoras:** *É igual mesmo* [concluíram]. (Sessão de formação, 2016)

Ao final, todos os professores envolvidos naquela discussão, concluíram assertivamente que tanto Ana como Bruna, apresentavam chances de resultados iguais. Entretanto, nenhum deles, nem mesmo a professora Topázio, que fechou a discussão, percebeu que havia um equívoco no raciocínio dos demais professores: eles desconsideraram que a probabilidade de ocorrência de um evento não pode ser maior do que 1: a relação de proporcionalidade estabelecida pelos professores foi dada pela divisão entre o número de lançamentos e o número de resultados *cara* e, assim, concluíram equivocadamente (Figura 62).

Figura 62 – Protocolo professora Azurita - Instrumento de formação II: questão 3


Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de "cara e coroa". Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) ☒ Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu "cara" 8 vezes
b) ☒ Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu "cara" 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Ana 12 | 8 40 1,5 0 48 | 32 Bruna 160 1,5 00

Ambas obtiveram o mesmo resultado.

Fonte: Acervo da pesquisa

A resolução da professora Ametista (Figura 63) apontou indícios de que ela parece ter identificado uma razão e, ao multiplicar o número de lançamento por essa razão, percebeu que o número de resultado *cara* seria multiplicado pela mesma razão.

Figura 63 – Protocolo professora Ametista - Instrumento de formação II: questão 3

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de “cara e coroa”. Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

12 - 8
24 - 16
48 - 32

a) ☐ Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu “cara” 8 vezes
b) ☐ Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu “cara” 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Fonte: Acervo da pesquisa

A Professora Ametista resolveu a situação por meio do uso do operador escalar, que pode ser representado, conforme esquema (Figura 64): a grandeza G1 representa a quantidade de vezes que jogou a moeda: 12 e 48; a grandeza G2, a quantidade de vezes que saiu *cara*: 8 e 32.

Figura 64 – Esquema de resolução com uso do operador escalar

	G1 – Quantidade de vezes que jogou a moeda	G2 – Quantidade de vezes que saiu “cara”	
	12	8	
x 2	24	16	x 2
	48	32	

Fonte: Acervo da pesquisa

O operador escalar (2) permite passar de 12 vezes para 24 vezes em que a moeda foi jogada e, como as grandezas são proporcionais, o mesmo vale para a quantidade de vezes que saiu *cara*: passa de 8 para 16; o mesmo operador age para 24 e 48 e para 16 e 32.

As professoras Turmalina e Rubi (Figuras 65) utilizaram a mesma linha de raciocínio, porém de maneira mais explícita: *“[...] a Bruna tentou o dobro de vezes* [referindo-se ao número de lançamentos da moeda] *para conseguir o resultado”*.

Figura 65 – Protocolo da resolução da professora Turmalina da questão 3 - Instrumento de formação e pesquisa II

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de "cara e coroa". Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) [X] Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu "cara" 8 vezes
b) [ ] Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu "cara" 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

As duas terão a mesma probabilidade, pois a Bruna tentou o dobro de vezes para conseguir o resultado (olhando a grosso modo a probabilidade de 4 para 16)

Fonte: Acervo da pesquisa

Ao concluir que a probabilidade nos dois eventos foi de *4 para 16*, uma possibilidade é que as professoras tenham resolvido mentalmente as jogadas realizadas por Ana e Bruna nos lançamentos das moedas em que saiu *cara*.

Figura 66 – Protocolo da resolução da professora Rubi da questão 3 - Instrumento de formação e pesquisa II

Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de "cara e coroa". Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

a) [X] Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu "cara" 8 vezes
b) [ ] Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu "cara" 32 vezes

Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

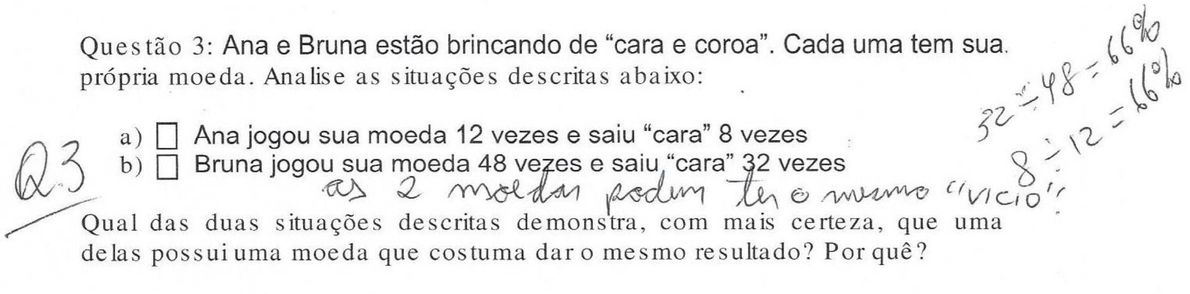
Na realidade as 2 tem a mesma probabilidade.
Pois a Ana acertou 8 vezes (4)
E a Bruna acertou o dobro de vezes ou seja.
4 para 16.

Fonte: Acervo da pesquisa

Observamos que a professora Rubi classificou a ocorrência de resultado *cara* como *acerto* [talvez tenha compreendido isso como o resultado esperado para o experimento].

A professora Alexandrita (Figura 67) utilizou a ideia de porcentagem operando pela relação parte-todo, concluindo que, nas duas situações, as chances eram as mesmas.

Figura 67 – Protocolo da resolução da professora alexandrita à questão 3 - Instrumento de formação e pesquisa II


Questão 3: Ana e Bruna estão brincando de "cara e coroa". Cada uma tem sua própria moeda. Analise as situações descritas abaixo:

Q3

a) ☐ Ana jogou sua moeda 12 vezes e saiu "cara" 8 vezes
b) ☐ Bruna jogou sua moeda 48 vezes e saiu "cara" 32 vezes

32 ÷ 48 = 66%
8 ÷ 12 = 66%

as 2 moedas podem ter o mesmo "vicio"

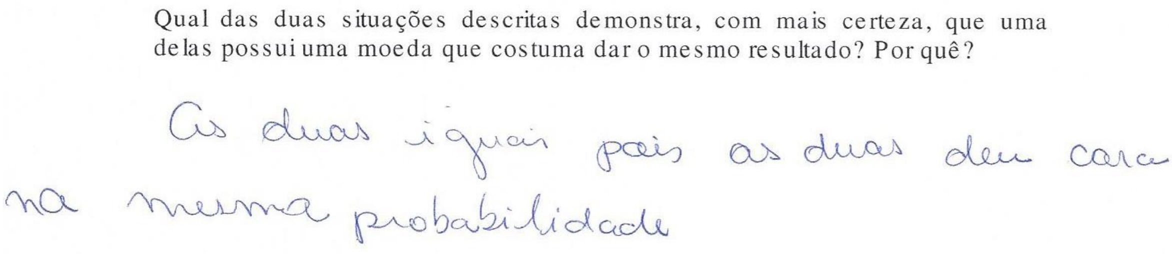
Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

Fonte: Acervo da pesquisa

Em experimentos como esse, pode ocorrer de um resultado aparecer com mais ou menos frequência que outro. Todavia, também para essa situação, pudemos perceber ideias equivocadas por parte de alguns professores. Como ocorreu com as professoras Pedra do sol e Jade, pois elas julgaram que a moeda lançada por Bruna apresentava maior chance de sair *cara* porque *"ela* [referindo-se a Bruna] *jogou mais vezes e quanto maior forem as tentativas, maiores serão as chances."* (PROFESSORA PEDRA DO SOL).

Outro equívoco foi em relação à compreensão do conceito. A professora Safira usou a expressão *probabilidade* como sinônimo de *proporção* (Figura 68).

Figura 68 – Protocolo professora Safira - Instrumento de formação e pesquisa II: questão 3


Qual das duas situações descritas demonstra, com mais certeza, que uma delas possui uma moeda que costuma dar o mesmo resultado? Por quê?

As duas iguais pois as duas deu cara na mesma probabilidade

Fonte: Acervo da pesquisa

Contrariamente ao raciocínio dessas professoras, os professores Malaquita, Âmbar e Peridoto julgaram ser a moeda lançada por Ana que possuía maior possibilidade de cair *cara*, pois, segundo eles, *"Ana jogou menos vezes e o lado da moeda que saiu, persistiu mais vezes* *cara."* (PROFESSOR ÂMBAR). Os professores analisaram-na fazendo uso da relação parte-parte.

Os resultados apresentados nas três situações apontam indícios de que os professores possuíam noções sobre Probabilidade, no entanto, seus argumentos indicaram a necessidade de darmos continuidade às discussões e proposições de tarefas que pudessem contribuir para a ampliação da sua compreensão e de seu raciocínio sobre Probabilidade.

Considerações e Reflexões a respeito da compreensão da aleatoriedade, da descrição e análise de espaços amostrais e da quantificação e comparação de probabilidades

Os resultados revelaram que os professores desenvolveram a compreensão da equiprobabilidade em eventos simples; porém muitos ainda não foram capazes de identificar a independência entre os eventos e, em consequência, cometeram erros de recência positiva ou de recência negativa – Questões 1 e 2.

Nas justificativas apresentadas há evidências de que eles se apoiaram em ideias discutidas em sessões de formação anteriores à proposição deste instrumento, quando fizeram uso de termos e expressões que traduziam o pensamento e o raciocínio probabilísticos: *impossível, provável, improvável*. Assim, aqui são apresentados indícios de ampliação da base de conhecimento desses professores, pois a linguagem é um dos elementos cognitivos importantes para o desenvolvimento do letramento probabilístico (GAL, 2004).

Com essa atividade foi proporcionado aos professores um ampliar das discussões, por meio da exploração de ideias probabilísticas ligadas à aleatoriedade, ao espaço amostral e à comparação de probabilidades. Ressalte-se, que as discussões ocorreram sem que fizéssemos qualquer intervenção. Esse é um dado importante, pois parece ser revelador de que a formação estava atendendo as expectativas de aprendizagem dos professores em relação à temática em estudo.

6.1.6 *Aprofundando as discussões sobre ideias associadas à Probabilidade*

Com o intuito de proporcionar outras vivências e ampliar as discussões sobre espaços amostrais, propusemos a tarefa *Soma de dois dados* (Quadro 7). Por meio desta tarefa foi possível explorar com os professores a ideia de agregação (NUNES et al., 2011).

Quadro 7 – Protocolo exemplar da tarefa *Soma de dois dados*

Tarefa *Soma de dois dados* 

Nome: ____

Nesta atividade, você tem dois dados e irá jogá-los para verificar a soma das faces que caíram voltadas para cima. Em dupla, vocês irão fazer a previsão de três totais (entre 2 e 12).

Previsões: ______ ______ ______

Agora você vai jogar 15 vezes e anotar a pontuação total entre os dois dados, em cada jogada

Somas	Resultados
1ª Soma	
2ª Soma	
3ª Soma	
4ª Soma	
5ª Soma	
6ª Soma	
7ª Soma	
8ª Soma	
9ª Soma	
10ª Soma	
11ª Soma	
12ª Soma	
13ª Soma	
14ª Soma	
15ª Soma	

Agora olhe para os totais e as suas previsões e reflita sobre as questões, a seguir:

1) Que total de pontos entre os dois dados apareceu mais vezes?

2) Quais são as melhores possibilidades de soma observadas quando você está olhando para a pontuação que obteve neste exemplo? Por quê?

3) Apostar no “2” ou no “12” é a melhor escolha? Por quê?

4) Vocês fizeram boas previsões?

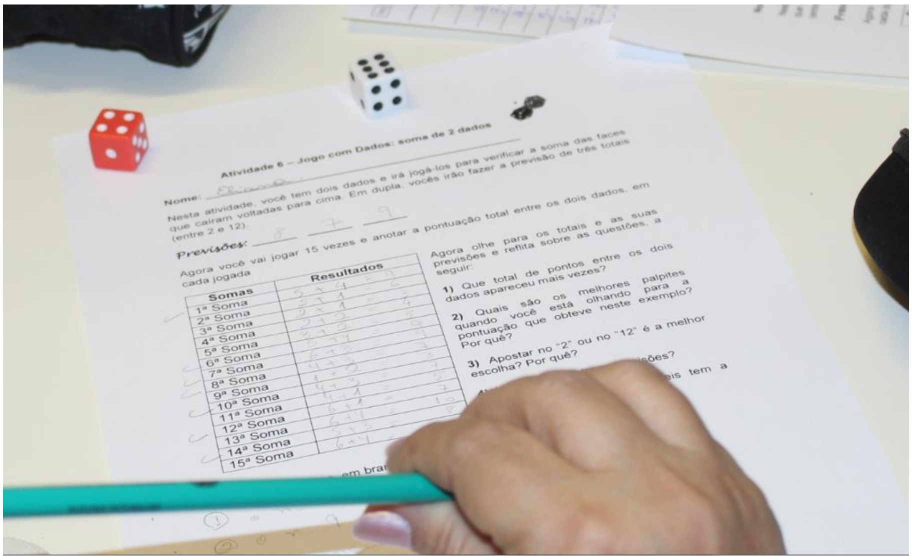
5) Todos os eventos possíveis têm a mesma chance de aparecer?

- Utilize o espaço, em branco, abaixo para anotar suas reflexões:

Fonte: Acervo da pesquisa

Assim, tomamos, aleatoriamente, o protocolo da professora Ametista para iniciar e orientar as discussões em grupo, cujas previsões de soma para os três primeiros lançamentos foram 9, 7 e 6.

Figura 69 – Imagem de vídeo: resolução da professora Ametista à tarefa *Soma de dois dados*



Fonte: Acervo da pesquisa

Solicitamos, inicialmente, que os professores analisassem as possibilidades de soma previstas pela professora Ametista: se na opinião deles ela havia feito boas previsões. Após observar os resultados das suas jogadas, ela mesma afirmou: *"7, 6 e 5, foram as somas que mais apareceram. Então minhas melhores previsões foram a soma 7 e 6"* (PROFESSORA AMETISTA).

Questionamos sobre qual foi a melhor previsão entre aqueles dois resultados. A professora Painite argumentou: *"O sete, porque parece ter maior possibilidade"*. Os professores, de maneira geral, concordaram. Entretanto, outros resultados foram apontados como boas previsões: a professora Topázio, por exemplo, argumentou: "*As melhores previsões são quatro mais seis, seis mais cinco e seis mais um"*. Estávamos naquele momento diante de várias possibilidades de agregações: soma 10; soma 11; e soma 7, respectivamente.

Questionamos quais eram os outros pares possíveis para aquelas somas, quando puderam então verificar que alguns totais, dentre aqueles, são mais frequentes, como é o caso da soma 7. Os professores continuaram analisando as possibilidades e identificaram também os resultados menos frequentes (2 e 12) e assim concluíram que apostar nesses números não seria a melhor decisão: *"Não. Porque o número de possibilidades de sair a soma desses números é muito pequena em comparação aos outros números* [em resposta ao item 3]*"* (PROFESSORA AMETISTA).

Além dessas, outras análises de resultados foram realizadas. Em um determinado momento, a professora Safira chamou-nos a atenção para dizer que ela já havia trabalhado com a soma de dois dados; mas que nunca havia pensado naquela forma de analisar os resultados: *“[...] era só fazer a soma”* (PROFESSORA SAFIRA). A afirmação da professora Safira apontou que ela desconhecia aquelas ideias envolvidas em espaços amostrais de acontecimentos, como aquele indicado na tarefa e certamente também desconhecia o propósito deste tipo de tarefa. Porém, acreditamos que o processo formativo estava contribuindo para que os professores relacionassem os conteúdos da formação com experiências de sua prática com o ensino de Matemática, desenvolvendo a capacidade de refletir sobre uma tarefa já desenvolvida com seus alunos, mas sob a perspectiva de novas ideias e de novos conceitos.

Considerações e Reflexões a respeito do que os professores aprofundaram em termos de compreensão das ideias associadas à Probabilidade

A exploração desta tarefa permitiu a ampliação das discussões de ideias probabilísticas ligadas, sobretudo, à aleatoriedade, ao espaço amostral e à comparação de probabilidades: chance; eventos impossíveis (obter soma 1); pouco prováveis (soma 2 e 12, por exemplo); muito provável (soma 7); independência de eventos, evento equiprovável e observação de possibilidades.

Ao final da tarefa, quando realizamos coletivamente a descrição de todos os resultados possíveis, chamamos a atenção para o fato de que, diferentemente do que ocorre para um único dado, em que a probabilidade de resultado é igualmente provável (espaço equiprovável), para a soma dos resultados de dois dados, as probabilidades são diferentes (NUNES et al., 2011).

Esta foi uma tarefa em que a participação, o envolvimento e o entendimento dos professores ocorreram de maneira bastante tranquila. Eles, de maneira geral, demonstraram certa familiaridade com a construção do espaço amostral e com outras ideias discutidas. O que nos leva a inferir que, no decorrer da formação, eles têm adquirido mais compreensão das noções envolvidas no conceito de probabilidade.

6.1.7 *Últimas vivências: discutindo a quantificação de probabilidades e a relação entre eventos*

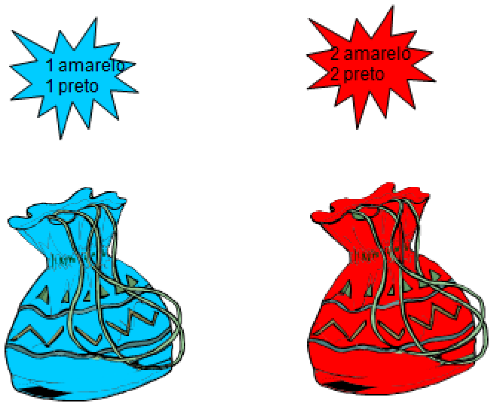
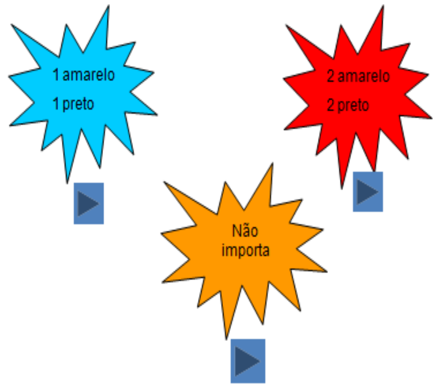
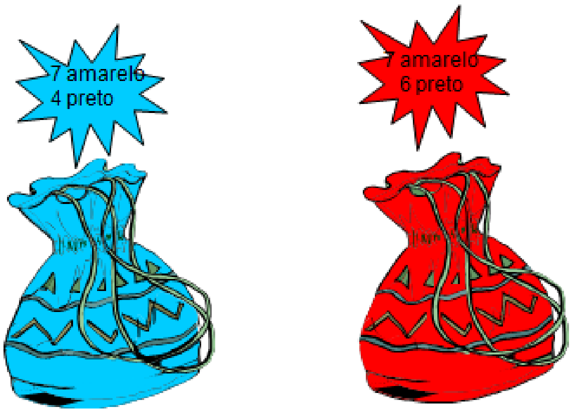
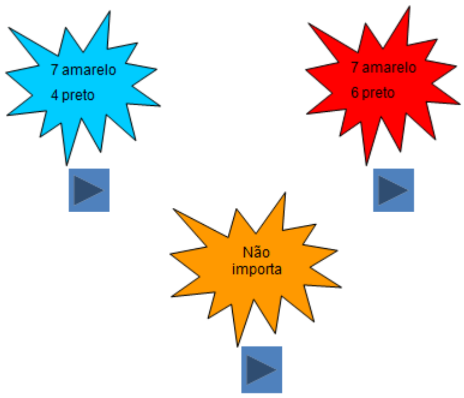
A tarefa *Blocos no Saco* (Quadro 8) foi proposta com o intuito de oportunizar que os professores pensassem sobre situações de ensino que abordam a quantificação de probabilidades e as relações entre eventos.

Trata-se de um jogo de computador em que são apresentados dois sacos. Em ambos encontra-se determinada quantidade de blocos amarelos e pretos. Esclarecemos aos professores que, inicialmente, eles teriam que observar as quantidades de blocos contidos em cada saco e, em seguida, decidir entre os dois (o saco azul ou o saco vermelho), qual aquele que apresentava melhor chance de retirar um bloco amarelo, ou decidir tanto por um como pelo outro, caso julgassem que eles possuíam a mesma chance. Com este jogo, é possível desenvolver a capacidade de agregar casos no espaço amostral e analisá-los para comparar probabilidades. Além disso, pensar que, "se os espaços de amostra são diferentes, talvez seja necessário rearranjar a distribuição para fazer comparações" (BRYANT et al. 2012, p. 49).

Quadro 8 – Protocolo Exemplar tarefa *Blocos no Saco*

Tarefa *Blocos no Saco*

- Neste jogo existem dois sacos contendo blocos amarelos e pretos. Para ganhar 10 pontos, você tem que pegar o saco no qual você acha que terá a melhor chance de conseguir um bloco amarelo.
- Você tem a opção de decidir qual o saco que você vai escolher: o saco vermelho ou o saco azul; ou ainda qualquer um (não importa qual saco), se você acha que eles oferecem a mesma chance.

Observe as quantidades e as suas relações	**Escolha uma das três opções**
	
	

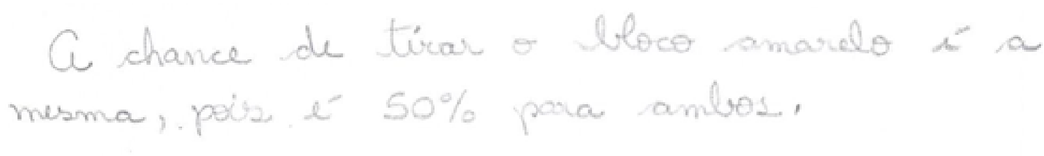
Fonte: Acervo da pesquisa

Em razão do tempo que tivemos para realizar essa tarefa, propusemos a análise de apenas três situações, cujos resultados relativos às discussões, em pequenos grupos, foram registrados em protocolos, os quais estão descritos nos próximos parágrafos. Com vista a provocar a reflexão dos professores sobre a tarefa, solicitamos que eles apresentassem em seus protocolos suas estratégias de resolução e questionamos se eles as adotariam, caso propusessem desenvolvê-la com os alunos em sala de aula.

No decorrer da sessão de formação, foi possível perceber que, durante a realização da tarefa, os professores discutiram, nos pequenos grupos, questões ligadas a outros conteúdos matemáticos, por exemplo, sobre as frações, tanto no significado parte-todo como o de razões. Tal fato é evidenciado ao analisarmos os protocolos dos professores.

Em relação à primeira situação em que as quantidades de blocos pretos e amarelos contidos em cada saco eram iguais – 1 (um) bloco amarelo e 1 (um) bloco preto no saco azul; 2 (dois) amarelos e 2 (dois) pretos no saco vermelho –, a maioria dos professores identificou, assertivamente, que as chances de retirada de um bloco amarelo eram as mesmas nos dois sacos (Figura 70).

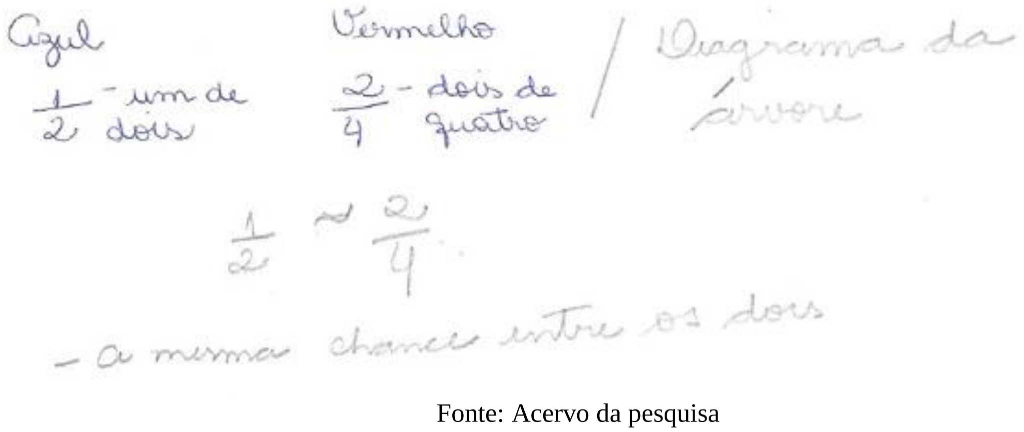
Figura 70 – Protocolo da professora Opala - tarefa *Blocos no saco*


A chance de tirar o bloco amarelo é a mesma, pois é 50% para ambos.

Fonte: Acervo da pesquisa

Os registros dos professores, deixados em protocolos, revelaram que alguns deles apoiaram-se em razões e estabeleceram, implícita (Figura 71) ou explicitamente (Figura 72) relações parte-todo para fazer a análise da situação.

Figura 71 – Protocolo da professora Rubi - tarefa *Blocos no saco*


Azul

$\frac{1}{2}$ - um de dois

Vermelho

$\frac{2}{4}$ - dois de quatro

Diagrama da árvore

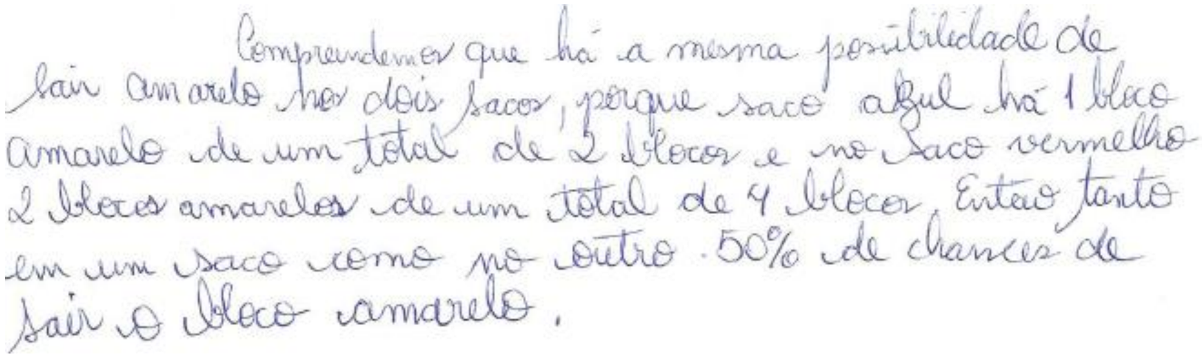
$\frac{1}{2} \sim \frac{2}{4}$

- a mesma chance entre os dois

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Rubi sinalizou que poderia confirmar sua conclusão por meio do espaço amostral, indicando a árvore de possibilidades para sua construção. Isso, talvez seja um indicativo de que ela tenha desenvolvido a sua compreensão sobre espaços amostrais em situações próximas à que estava sendo analisada. Ela ainda apontou a equivalência entre as probabilidades de ocorrência de um ou outro resultado ou para indicar que aquelas razões estavam na mesma proporção. Já a professora Ametista (Figura 72), argumentou fazendo uso da comparação entre o número de blocos amarelos e o número de blocos pretos, contidos em cada saco.

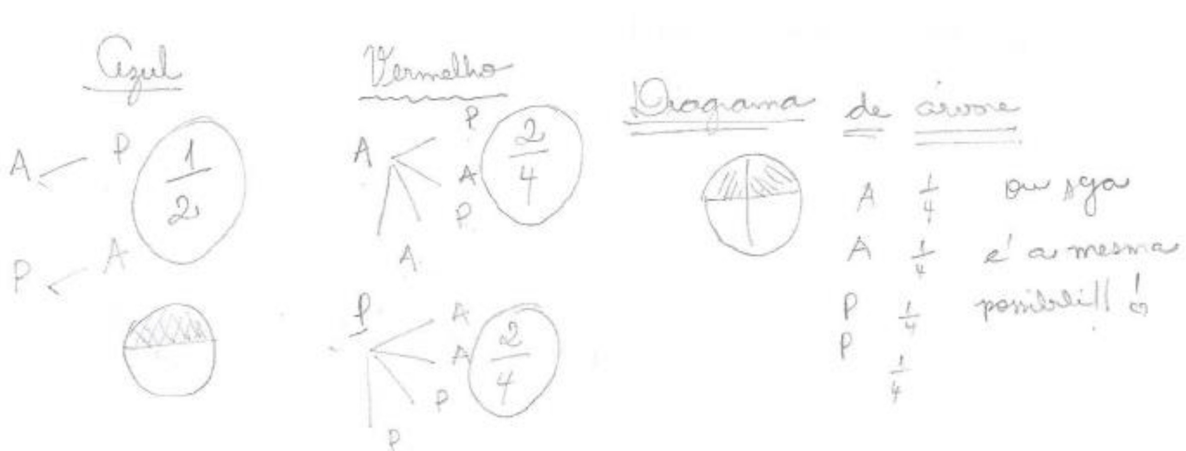
Figura 72 – Protocolo da professora Ametista (1) - tarefa *Blocos no saco*


Compreendemos que há a mesma possibilidade de sair amarelo nos dois sacos, porque saco azul há 1 bloco amarelo de um total de 2 blocos e no saco vermelho 2 blocos amarelos de um total de 4 blocos. Então tanto em um saco como no outro 50% de chances de sair o bloco amarelo.

Fonte: Acervo da pesquisa

Da mesma forma, a professora Turmalina usou a ideia de equivalência entre frações para expressar a sua conclusão, porém, assim como ocorreu com as professoras Diamante e Painite (Figura 73), seus argumentos foram com base na descrição do espaço amostral pelo uso da árvore de possibilidades.

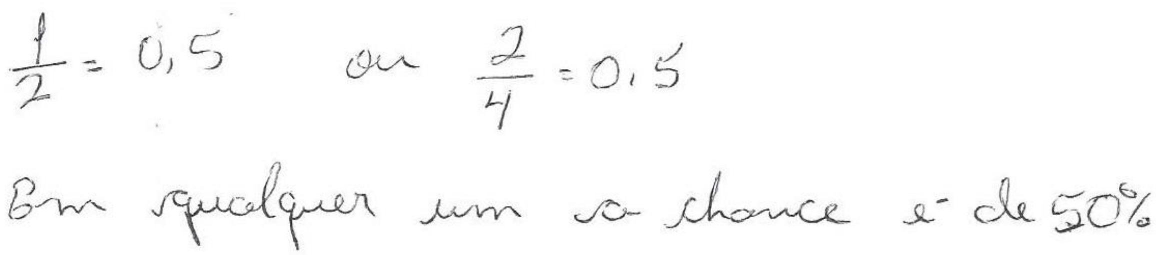
Figura 73 – Protocolo da professora Diamante - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Painte apresentou representações distintas (Figura 74). Neste caso, a professora possivelmente quis confirmar, por meio da divisão, a sua decisão pelo saco azul; ou, então, quis apresentar a resolução nas formas distintas, para dizer que elas são equivalentes.

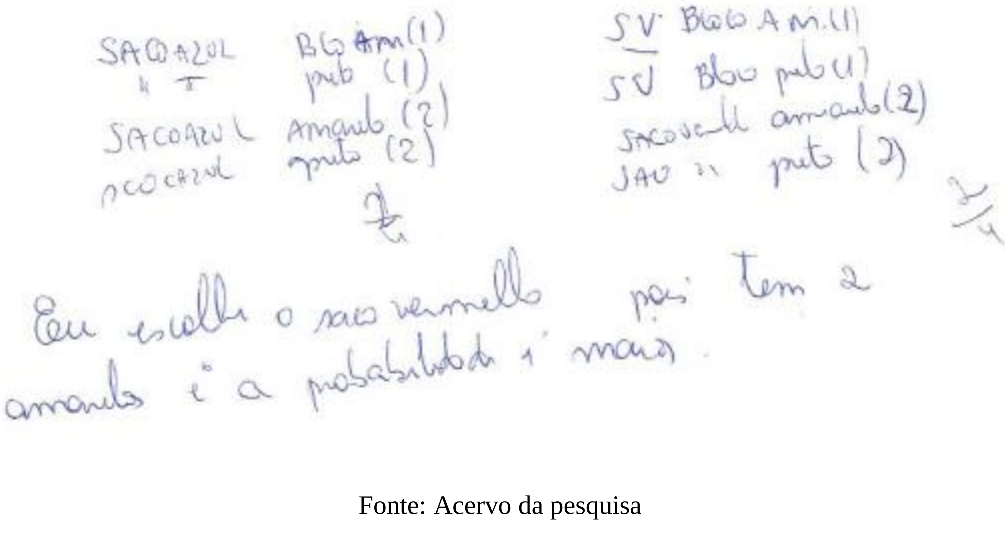
Figura 74 – Protocolo da professora Painite - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

Para alguns professores (Figura 75), a resolução não foi tão imediata e, após fazerem várias análises, equivocaram-se ao concluir que o saco vermelho apresentava maior chance *“(...) pois tem 2 amarelos* [referindo-se à quantidade de blocos] *e a probabilidade é maior.”* (PROFESSORA PEDRA DA LUA).

Figura 75 – Protocolo da professora Pedra da Lua - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

Por fim, a professora Pérola advertiu sobre a aleatoriedade, apresentando-a como determinante no resultado: *“a proporção é igual, mas o que conta é a aleatoriedade”*. Da mesma forma justificou sua resolução na segunda situação (Figura 76), cuja quantidade de blocos amarelos era igual, sete, em ambos os sacos, enquanto a de blocos pretos eram diferente, quatro no saco azul e seis no saco vermelho.

Figura 76 – Protocolo da professora Pérola - tarefa *Blocos no saco*

A proporção mudou, então o azul tendo mais blocos amarelos, as chances são maiores. No entanto a aleatoriedade predomina ainda.

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Ametista (Figura 77), inicialmente pareceu querer apoiar-se na probabilidade de retirada de blocos amarelos em cada saco (o registro numérico, indica que a professora se apoiou na razão parte-todo); porém concluiu sua decisão pelo saco azul, argumentando com base em razões e em relações (comparações) parte-parte.

Figura 77 – Protocolo da professora Ametista (2) - tarefa *Blocos no saco*

Agora nós queremos saber:

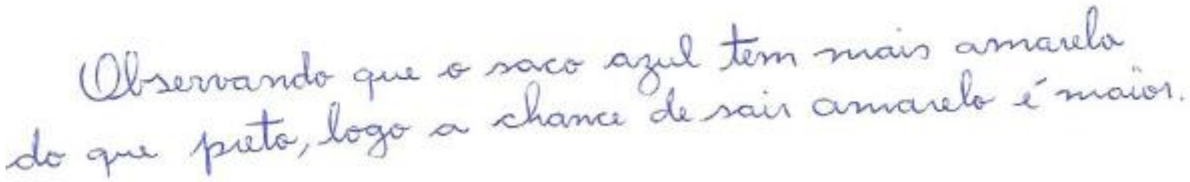
- Como você chegou a essa conclusão? (Explicite a estratégia que você utilizou para escolher a resposta)

Há maior possibilidade de sair o bloco amarelo no saco azul, já que, com relação aos blocos pretos nesse saco a quantidade de blocos amarelos é maior do que no saco vermelho.

Fonte: Acervo da pesquisa

Quanto à professora Alexandrita (Figura 78), embora tenha decidido assertivamente e tenha apresentado um argumento válido, não temos certeza se ela estabeleu a mesma relação para o saco vermelho, pois nele também o número de blocos amarelos era maior quando comparado com o número de blocos pretos. Uma hipótese é que ela tenha decido, fazendo a diferença entre as quantidades; o que nem sempre levaria ao acerto, porque, se temos, por exemplo, em um saco com 4 blocos amarelos e 4 blocos pretos, totalizando 8 blocos e um outro com 3 blocos amarelos e 3 blocos pretos, totalizando 6 blocos, ao analisar com base na diferença, poder-se-ia decidir, equivocadamente, pelo primeiro saco. Contudo, a chance de retirar um bloco amarelo é a mema em ambos os sacos (GRENCHI, 2016).

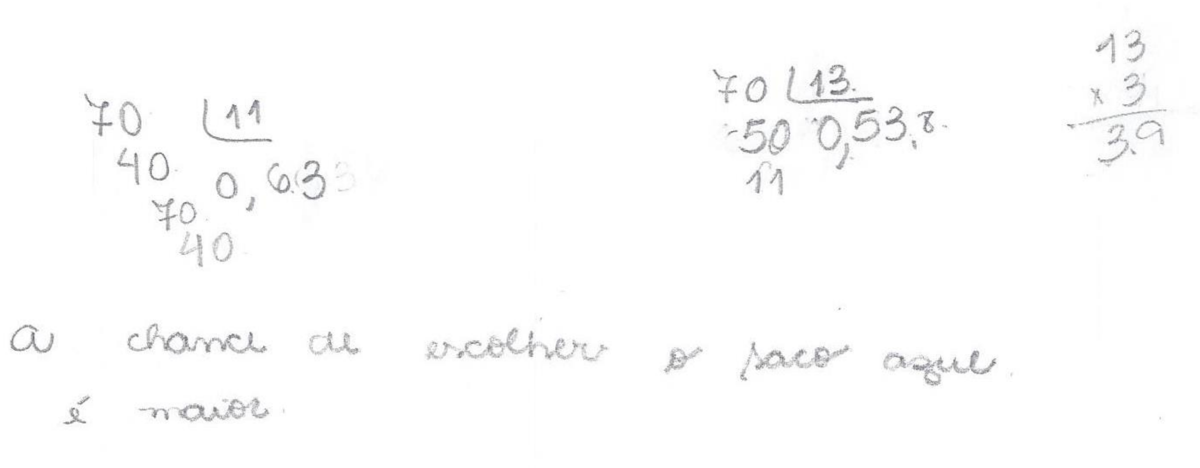
Figura 78 – Protocolo da professora Alexandrita - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

As professoras Lazúli e Peridoto (Figura 79) estabeleceram relação parte-todo, e também apresentaram outras representações. Ao realizarem o cálculo das divisões das razões, encontraram a representação decimal.

Figura 79 – Protocolo das professoras Lazúle e Peridoto - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

Em se tratando das resoluções apresentadas pelos professores na terceira situação, cujas quantidades de blocos eram diferentes em ambos os sacos (no azul, 4 blocos amarelos e 8 pretos e, no saco vermelho, 5 blocos amarelos e 12 pretos) observou-se que a maioria se apoiou em relações parte-todo, como fez, por exemplo a professora Ametista (Figura 80).

Figura 80 – Protocolo da professora Ametista - tarefa *Blocos no saco*

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Peridoto (Figura 81) analisou as quantidades, individualmente, por meio de comparações entre o número de blocos pretos e o número de blocos amarelos contidos em cada saco.

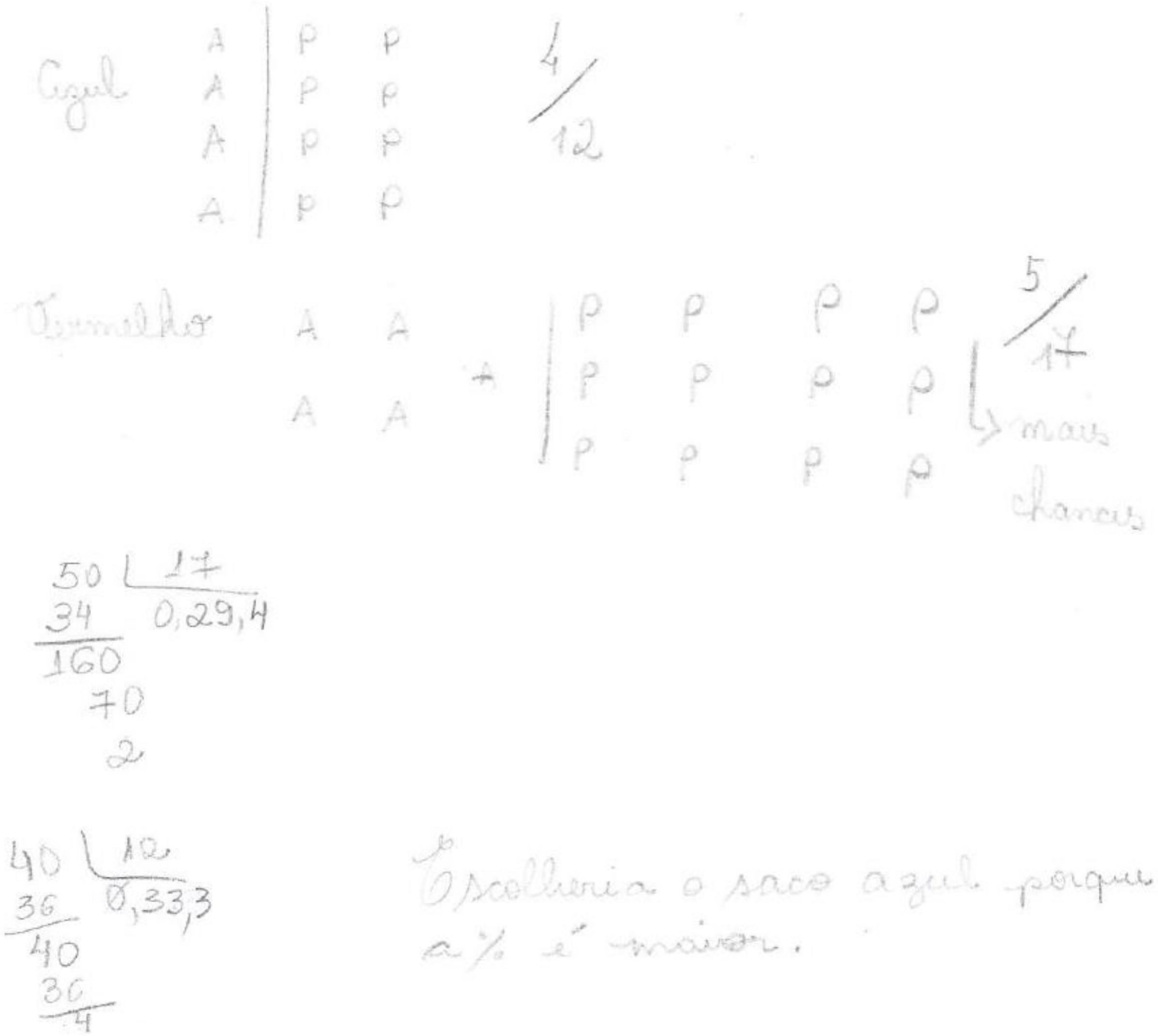
Figura 81 – Protocolo da professora Peridoto - tarefa *Blocos no saco*

Porque mesmo tendo 1 bloco amarelo a mais no saco vermelho, teria a maior chance de tirar no saco azul, porque no saco vermelho a quantidade de blocos pretoss é maior.

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Turmalina (Figura 82) agrupou os casos possíveis em cada saco, representou as quantidades correspondentes e, por último, para justificar, calculou as porcentagens correspondentes.

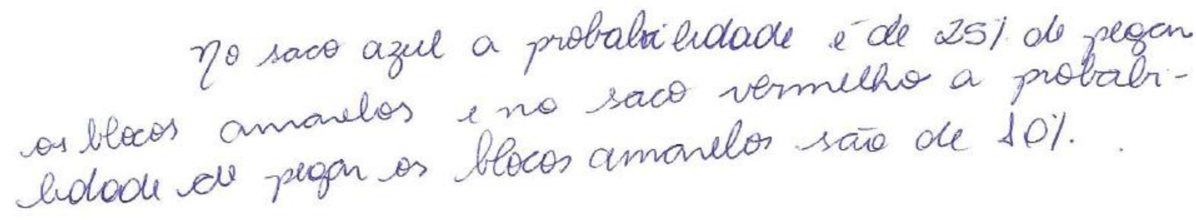
Figura 82 – Protocolo da professora Turmalina - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

A professora Azurita (Figura 83), também se apoiou no cálculo de probabilidades para decidir de qual saco teria maior chance de se retirar um bloco amarelo. No entanto, equivocou-se quanto às probabilidades.

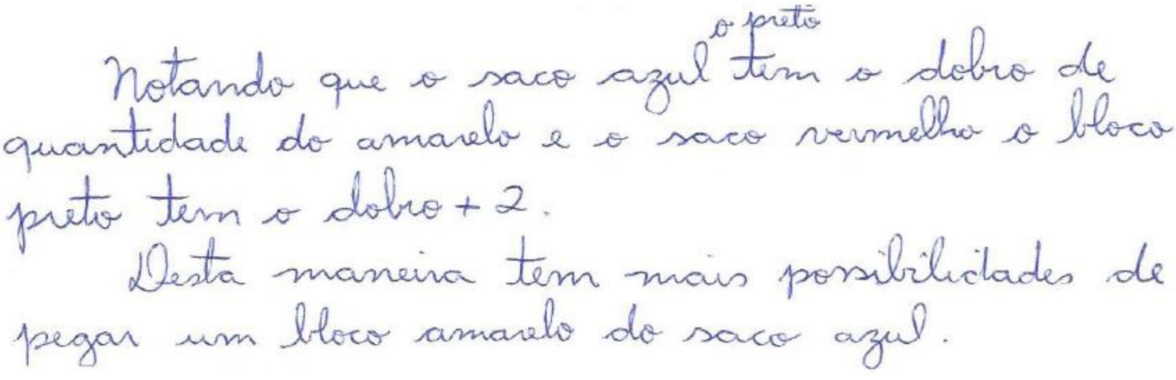
Figura 83 – Protocolo da professora Azurita - tarefa *Blocos no saco*


No saco azul a probabilidade é de 25% de pegar
os blocos amarelos e no saco vermelho a probabi-
lidade de pegar os blocos amarelos são de 10%.

Fonte: Acervo da pesquisa

Já a professora Alexandrita, se apoiou na ideia de metade para justificar a sua decisão pelo saco azul (Figura 84).

Figura 84 – Protocolo da professora Alexandrita - tarefa *Blocos no saco*

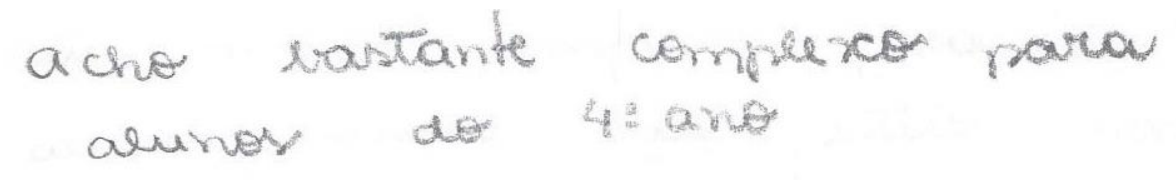

Notando que o saco azul o preto tem o dobro de quantidade do amarelo e o saco vermelho o bloco preto tem o dobro + 2.
Desta maneira tem mais possibilidades de pegar um bloco amarelo do saco azul.

Fonte: Acervo da pesquisa

Reafirmamos que os registros apresentados nos protocolos entregues pelos professores nos permitem inferir que, com a realização desta tarefa, foi possível proporcionar aos professores oportunidade de ampliar suas discussões a respeito de ideias relacionadas a outros conteúdos matemáticos, sobretudo, concernentes aos números. Assim, durante a sessão de formação, aproveitamos as resoluções dos professores para socializar as respostas apresentadas e, com isso, discutir com todo o grupo questões relacionadas, principalmente, a respeito dos números racionais e seus significados e representações.

Além da resolução da tarefa, também buscamos favorecer a discussão dos professores a respeito da prática pedagógica quando os questionamos sobre as possibilidades de exploração da tarefa com seus alunos. Analisando os protocolos, notamos que as opiniões revelaram que, no geral, eles consideraram que a tarefa apresentava maior grau de complexidade (Figura 85).

Figura 85 – Protocolo da professora Ametista - tarefa *Blocos no saco*

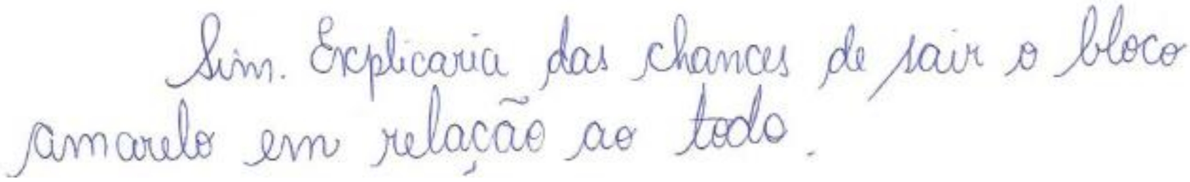

acho bastante complexo para alunos do 4º ano

Fonte: Acervo da pesquisa

Questionamos os demais professores sobre a resolução apresentada pelas professoras Lazúli e Peridoto (Figura 80). Assim como elas, a Professora Painte argumentou que não usaria a estratégia de resolução adotada por aquelas professoras com seus alunos do 4º ano, pois ela envolve *"divisão por dois números e alguns alunos do 4º ano poderiam não alcançar"* (PROFESSORA PAINITE), mas, segundo ela, *"possivelmente os alunos do 5º ano sim"*.

Os demais professores afirmaram que adotariam a mesma estratégia de raciocínio, como, por exemplo, do professor Âmbar (Figura 86). A professor Lazúli, observou ainda que esse tipo de tarefa deve ser apresentada no quarto bimestre, quando, segundo ela, *"eles* [referindo-se aos alunos] *já dominam os números racionais"*. Nesse sentido, a professora pareceu preocupada com a necessidade de um conhecimento *a priori* dos alunos.

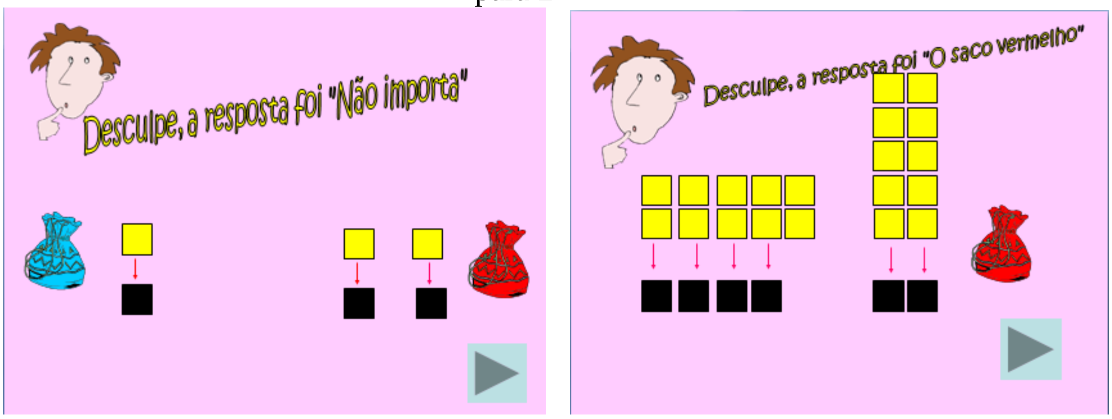
Figura 86 – Protocolo do professor Âmbar à tarefa *Blocos no saco*


Sim. Explicaria das chances de sair o bloco amarelo em relação ao todo.

Fonte: Acervo da pesquisa

Diante disso, chamamos a atenção dos professores, observando que todos aqueles argumentos eram válidos e deveriam ser considerados no ensino. Em seguida apresentamos as sugestões de análise e verificação dos resultados, nas quais são usados blocos e observadas as relações ou razões existentes entre as quantidades de blocos amarelos e pretos (Figuras 87 e 88).

Figuras 87 e 88 – Imagem da proporção 1 para 1 em ambos os sacos e da razão 2 para 1 e 5 para 2



Fonte: Acervo da pesquisa

Ao analisar as telas de resoluções da tarefa os professores, de maneira geral, concordaram que aquela seria uma boa proposta de intervenção de ensino: *"Nossa! Assim fica muito mais fácil de entender"* (PROFESSORA TURQUESA). No entanto, a professora Safira argumentou:

> **Professora Safira:** *Eu acho...* [interrompeu a fala e ficou pensativa] *legal! Mas para as crianças, para os pequenos* [referindo-se aos alunos de 6 e 7 anos de idade], *eu acho que se eles fossem retirando, eu acho que ficaria mais fácil para eles visualizarem. Eles não vão relacionar que para cada dois amarelo tem um preto, somente olhando para o desenho. Isso eu acho difícil.*
>
> **Pesquisadora:** *E como você faria para eles chegarem a essa compreensão?*
>
> **Professora Safira:** *Assim ... Só se fosse depois que eu poderia dar essa daí* [referindo-se à tela de resolução] *para eles poderem observar. Para eles terem esse raciocínio* [referindo-se à compreensão das relações, por meio da imagem] *eu teria que antes brincar com eles com as tampinhas* [a professora falou tampinhas, mas entendemos que ela estava se referindo a ter blocos para as crianças manusearem]. *Colocaria as tampinhas e perguntaria assim: qual é a que tem menos? Agora eu quero que vocês distribuam as amarelas igualmente em cima de cada tampinha preta. Aí sim. Se fizesse isso, aí sim eles iriam pegar esse raciocínio: ah! Então para cada tampinha preta, tem duas tampinhas amarelas* [referindo-se a como os alunos expressariam o seu entendimento]. *Aí sim eu teria que ir brincando com eles, para eles poderem fazer essa associação* [reforçou]. (Sessão de formação, 2016)

Concordamos com os argumentos da professora e esclaremos que essa era a proposta inicial do jogo, isto é, levar as crianças a pensarem sobre as relações (mais e menos) por meio da comparação dos blocos de cada cor; e a partir dessa compreensão, avançar para as representações e cálculos matemáticos.

Questionamos, em seguida, se, ao observar a imagem, seria possível inferir a probabilidade de retirar um bloco amarelo nestes dois casos exemplificados. A seguir, extratos do diálogo ocorrido:

> **Professora Safira:** *Nesse primeiro dá para a gente ver que tanto faz, a probabilidade é a mesma: tanto no saco azul como no saco vermelho* [afirmou].
>
> **Pesquisadora:** *E qual é a probabilidade neste caso?*
>
> **Professora Safira:** A*h! Eu vejo que é de metade e metade; cinquenta por cento. Porque se no saco azul tem um bloco amarelo e um preto, então a*

> *probabilidade de tirar amarelo é de cinquenta por cento. E o mesmo...*
>
> **Professor Âmbar:** *E eu compreendo que o mesmo acontece com o saco vermelho, pois nele tem dois e dois* [referindo-se aos blocos contidos no saco].
>
> **Professora Safira:** *Eu também vejo assim Gracinha* [esse é a forma como ela se dirigia à pesquisadora].
>
> **Pequisadora:** *E nesse outro caso: a probabilidade é a mesma nos dois sacos, ou neles a probabilidade de retirar um bloco amarelo é diferente?*
>
> **Professora Turquesa:** *Eu acho que é diferente.*
>
> **Professora Safira:** *É! Eu também acho. Basta você olhar para a forma como os blocos estão organizados para perceber que no saco vermelho a probabilidade de tirar um bloco amarelo é maior; porque olha: são cinco para um; e no outro são apenas dois blocos amarelos para cada bloco preto.*
>
> **Pesquisadora:** *Mas aqui sobraram dois blocos amarelos* [referindo-se ao blocos do saco azul].
>
> **Professora Safira:** *Sobraram. Mas olha: os dois tem a mesma quantidade de amarelo; só que no vermelho tem menos preto.* (Sessão de formação, 2016)

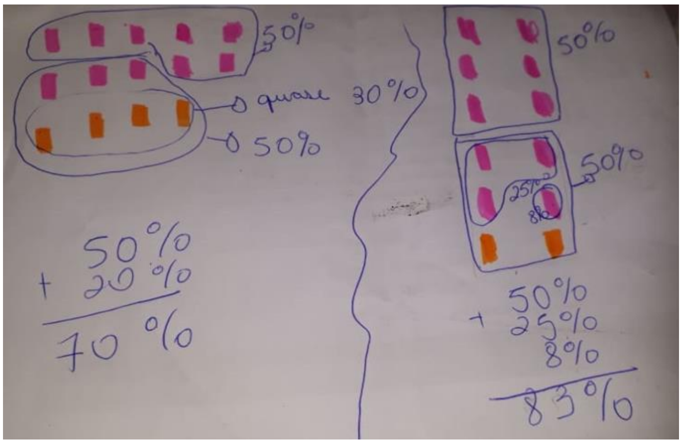
Diante dos argumentos dos professores, a nossa preocupação naquele momento foi tentar perceber se alguns professores (cinco ou seis, pois os demais demonstraram estar de acordo com as afirmações dos colegas) que, até então, mantinham-se em silêncio, apenas observando a discussão, também estavam tendo a mesma compreensão. Eles responderam afirmativamente à nossa preocupação: *"Eu vi que se a gente faz assim, comparando com os blocos, fica muito mais fácil para a criança decidir qual deles* [referindo-se aos sacos azul e vermelho] *tem maior probabilidade de tirar um bloco amarelo"* (PROFESSORA JADE). A professora Opala argumentou: *"É que a gente fica pensando em como ensinar o nosso aluno. E desse jeito, a gente percebe que é bem mais fácil de explicar para eles"*.

Como já estávamos no final da sessão, não houve tempo de aprofundar a discussão sobre a quantificação; optamos por apresentar outros casos em que as relações também represetavam a mesma proporção, por exemplo: quando se tem 6 blocos amarelos e 12 blocos pretos no saco azul; e 5 blocos amarelos e 10 blocos pretos no saco vermelho. Chamamos a atenção também para alguns cuidados que devem ser considerados no ensino como por exemplo: deve-se levar o aluno a perceber que 1 : 4 e 4 : 1 representam proporções diferentes e que, por isso, na realização é necessário estar atento à mesma notação: os blocos amarelos em comparação aos blocos pretos.

Considerações e reflexões a respeito da compreensão dos professores de quantificação de probabilidades e relação entre eventos

Reconhecemos que nesta tarefa estão envolvidas compreensões bem mais complexas da Probabilidade, requerendo um conhecimento mais aprofundado do professor para a sua exploração. Para resolvê-la, os professores, de maneira geral, apoiaram-se em diferentes entendimentos do seu repertório de conhecimento, utilizando-se de várias estratégias de resolução. A professora Safira, por exemplo, apoiou-se na ideia de metade para o caso: 10 blocos amarelos e 4 pretos no saco azul e 10 blocos amarelos e 2 pretos, no saco vermelho (Figura 89):

Figura 89 – Protocolo da professora Safira - tarefa *Blocos no saco*



Fonte: Acervo da pesquisa

O extrato a seguir é um recorte das conclusões da professora a respeito desse caso:

> **Pesquisadora:** *Como você chegou a essa conclusão?* [referindo-se ao registro da professora deixado em protocolo].
>
> **Professora Safira:** *Aquela que tem dez amarelas e quatro pretas, eu acho que deve dar uns oitenta por cento a probabilidade de tirar um bloco amarelo.*
>
> **Pesquisadora:** *Entendi. Mas queria que você nos dissesse como chegou a esta conclusão?*
>
> **Professora Safira:** *Eu fiz assim: eu primeiro dividi a metade, cinquenta e*

> *cinquenta. Entendeu? Depois dividi a outra: cinqueta, metade. Eu tirei dos cinquenta por cento que ficava igual. Não* [repensou]. *Que ficava diferentes; aí eu vi mais ou menos quanto que dava a porcentagem de cada um. Então! No primeiro deu setenta por cento e aí no segundo dava aí uns oitenta e três.* (Sessão de formação, 2016)

Diante dos argumetos da professora, percebemos que ela apoiou-se na relação parte-todo, entretanto não registrou essa relação por meio da representação fracionária e, para proceder ao cálculo da probabilidade, utilizou-se do cálculo mental aproximado. Em se tratando desse tipo de cálculo, observamos que a professora valeu-se de uma estratégia utilizada na resolução de situações que envolvem o raciocínio proporcional: a ideia de metade (SPINILLO, 1990; LAMON, 2005).

De maneira implícita os professores mostraram o entendimento de que a tarefa trabalha com espaços amostrais de tamanhos diferentes, o que pode representar uma dificuldade para o aluno (BRYANT et al., 2012). Assim, após socialização de algumas estratégias e discussão coletiva, eles concordaram que se fazia necessário trabalhar, inicialmente, com relações simples (mais e menos) e, depois, com relações (razões entre quantidades) para observar qual saco apresentava melhor chance.

Eles também mostraram entendimento em relação à igualdade entre probabilidades, também discutida, nessa tarefa, quando, por exemplo, tiveram que decidir qual seria a proporção mais favorável e perceberam que a razão $\frac{1}{1}$ corresponde à mesma chance de $\frac{2}{2}$. Demonstraram, além da compreensão dos casos que "(...) representam a mesma probabilidade." (BRYANT, et. al, 2012, p. 52)[71], também a compreensão de que, por meio da observação das relações simples, comparando a quantidade de blocos contidos em cada saco, seria possível perceber os casos em que as probabilidades são diferentes (Figura 89).

As resoluções apresentadas em protocolos e as discussões geradas pelo grupo de professores evidenciam que, durante a sessão de formação, eles apoiaram-se em seus conhecimentos sobre razão e fração para justificar suas respostas e, naquele momento, no geral, tais conhecimentos pareciam estar bem sedimentados. Esse é um dado importante, visto que mais uma vez aquele grupo de professores parecia ter conseguido estabelecer relações

---

71 *"represent equal probability."*

entre o conceito estudado na formação e outros que já faziam parte do seu repertório de conhecimento.

6.2 *Algumas conclusões a respeito do processo formativo*

Como já referido, a Probabilidade é um conceito complexo e, para a sua compreensão, é necessário que sejam desenvolvidas quatro demandas cognitivas que se inter-relacionam: a compreensão da natureza e das consequências da aleatoriedade; a construção e a análise de espaços amostrais; a comparação e a quantificação de probabilidades; e o entendimento das relações entre eventos – correlações (BRYANT; NUNES, 2012).

Diante dos resultados apresentados por meio das respostas às tarefas registradas em protocolos, argumentos sobre estratégias de resolução e discussões ocorridas em sessões de formação, notamos, inicialmente, que os professores apresentaram ideias bastante intuitivas em relação às noções probabilísticas e que alguns eram indiferentes à importância do ensino dessa temática para alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Além disso, a princípio, alguns não perceberam as tarefas como atividades do contexto do ensino de Matemática. Outros consideraram que as tarefas envolviam tão somente o trabalho com sequências e regularidades. Houve, ainda, aqueles, entre estes últimos, que julgaram a exploração do conceito inadequado às crianças nessa fase de escolarização.

No entanto, com o decorrer da formação eles foram desenvolvendo e adquirindo conhecimentos no que se refere a uma melhor compreensão das ideias envolvidas no conceito de Probabilidade. Evidentemente, devido ao tempo limitado do processo formativo, não aprofundamos algumas discussões e não tratamos do tema Probabilidade em toda a sua complexidade; porém consideramos que a nossa pretensão inicial foi atendida, se não totalmente, mas em grande medida, pois conseguimos oportunizar aos professores discussões sobre ideias e noções envolvidas no raciocínio probabilístico: acaso, incerteza, aleatoriedade, espaço amostral, independência de eventos, e com isso, contribuir para que eles desenvolvessem conhecimentos mais elaborados indispensáveis ao entendimento da Probabilidade e naturalmente ao ensino dessa temática – *Conhecimento de conteúdo e do ensino* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008).

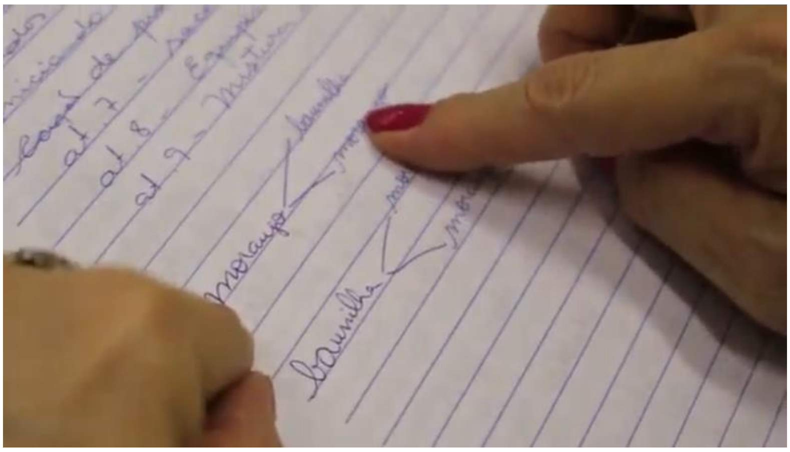
As discussões ocorridas em pequenos grupos nos permitem afirmar que as noções envolvidas no conceito de Probabilidade foram sendo construídas e compreendidas pelos professores ao longo da formação, de modo que seus raciocínios foram se tornando mais elaborados e, naturalmente, que houvesse maior envolvimento com as tarefas, como pudemos perceber nas discussões ocorridas em pequenos grupos durante o desenvolvimento das tarefas já descritas anteriormente e que podem ser confirmadas nos recortes dos diálogos entre os professores sobre a tarefa *Saco de doces* (Anexo A), que são apresentados a seguir:

> **Professora Malaquita:** *Aleatoriedade é uma coisa, combinatória é outra.*
>
> **Pesquisadora:** *A aleatoriedade não está presente aí?* [referindo-se à situação que estava sendo analisada pelos professores naquele momento].
>
> **Professora Malaquita:** *Eu acho que não. Quando a gente vai fazer a árvore eu já sei que a gente vai ter que tirar um e combinar com o que sobrou.*
>
> **Pesquisadora:** *Então! Você está descrevendo as possibilidades. Certo?*
>
> **Professora Malaquita:** *Sim. Qual saiu mais vezes?*
>
> **Pesquisadora:** *Qual?*
>
> **Professora Malaquita:** *A que saiu mais vezes é a mistura, mas aqui a possibilidade é igual, porque tanto faz tirar um como o outro: se eu tirar baunilha vai sobrar morango; se eu tirar morango, pode vir ou baunilha ou morango.*
>
> **Pesquisadora:** *E quantas possibilidades vocês encontraram? Quantas combinações.*
>
> **Professora Malaquita:** *Quatro. Olha: morango, baunilha; morango, morango; baunilha, morango; baunilha, morango* [a professora relacionou todas as combinações, apontando para a árvore que ela construiu].
>
> **Pesquisadora:** *E o outro de morango? Não são dois doces de morango?*
>
> **Professora Malaquita:** *Então! Mas se eu tirar um morango* [referindo-se à primeira retirada] *eu vou ficar com um baunilha ou um morando* [apontou para a segunda retirada].
>
> **Pesquisadora:** *Vamos pensar.*
>
> **Professora Esmeralda:** *Vai repetir? Porque são dois morangos.*
>
> **Pesquisadora:** *São três doces.*
>
> **Professor Citrino:** *É. São dois de morango e um de baunilha.*
>
> **Professora Ametista:** *Eu penso assim: se eu for pensar a possibilidade na primeira retirada é maior tirar um de morango, porque são dois de morango e um de baunilha; mas quando eu tirar o de morango, a possibilidade [referindo-se à segunda retirada] fica igual de tirar tanto o de morango,*

> *como o de baunilha, porque eu vou ter só um de morango e um de baunilha, dentro do saco.*
>
> **Pesquisadora:** *Então você concorda que na primeira retirada, você pode tirar um de morango, ou um de baunilha ou um de morango.*
>
> **Professora Ametista:** *Sim. Morango ou baunilha, ou uma terceira que pode ser morango.*
>
> **Professora Malaquita:** *Mas a gente não está falando de morango um; e morango dois... Mas você está falando de quantas possibilidades. Eu estou falando de uma retirada. O que eu entendi era que eu teria que ter a primeira retirada e a segunda retirada e não uma terceira.*
>
> **Pesquisadora:** *Sim. São duas retiradas. Mas para a primeira retirada eu teria três possibilidades; não?*
>
> **Professora Ametista:** *Mesmo considerando essa terceira. A quantidade de morango, baunilha ainda é maior.*
>
> **Professora Malaquita:** *A possibilidade da mistura ainda é maior.*
>
> **Professora Ametista:** *Daí aumenta para quatro possibilidades de combinação baunilha e morango.*
>
> **Professora Malaquita:** *Mas é muito aleatório* [concluiu].
>
> **Pesquisadora:** *Você admitiu agora que é muito aleatório.*
>
> **Professora Malaquita:** *Isso* [respondendo afirmativamente para o fato de o evento ser aleatório]. *Mas nós fizemos a árvore e para mim, a árvore é combinatória.*
>
> **Pesquisadora:** *Sim. Para fazer a árvore você usa o raciocínio combinatório, que está intimamente associado à probabilidade.* (Sessão de formação, 2016)

Essas discussões referem-se aos argumentos dos professores em relação à tarefa e, mais especificamente, à descrição do espaço amostral (Figura 90). Nela observamos que a maior dificuldade da professora Malaquita foi entender que seriam realizadas duas retiradas. Para a primeira retirada, havia três possibilidades (dois doces de morango e um de baunilha); e, para a segunda retirada, havia duas possibilidades (ou dois doces de morango; ou um doce de morango e um de baunilha).

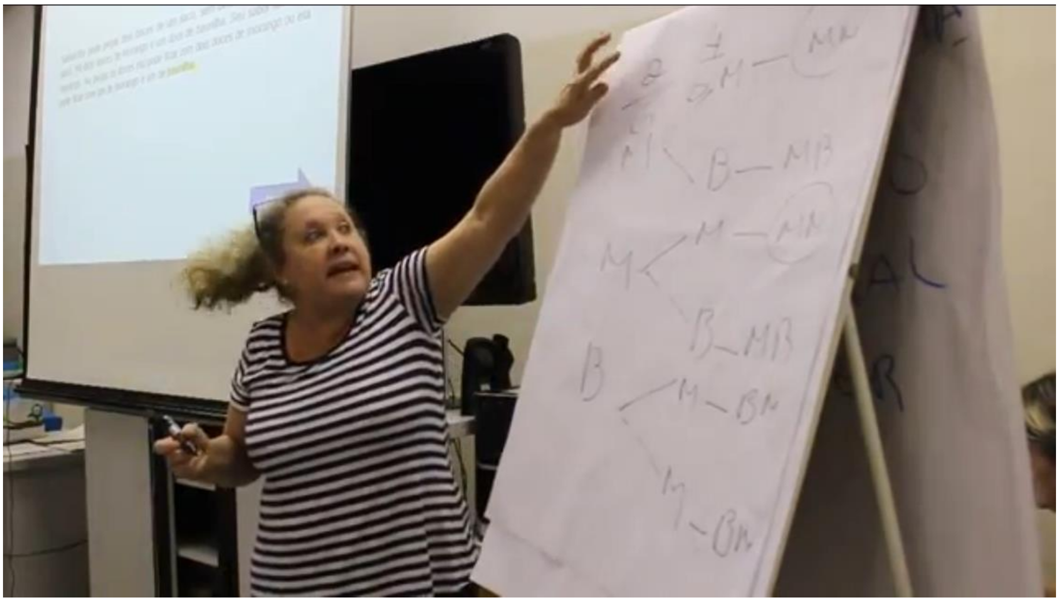
Figura 90 – Imagem de vídeo: resolução da professora Malaquita à tarefa *Saco de doces*



Fonte: Acervo da pesquisa

No momento de socialização e discussão coletiva com todo o grupo de professores, uma resolução do item cinco da tarefa, em que eles analisaram o tamanho do espaço amostral para os casos $\frac{2}{6}$ de chance morango-morango e $\frac{4}{6}$ de chance de morango e baunilha nos chamou-nos a atenção. Alguns professores consideraram que a chance de conseguir dois doces de morango era de 50%, ao passo que a chance de conseguir uma mistura era de 100%. Eles levaram em consideração os numeradores, justificando que a mistura tem o dobro de chance. Consideramos válida a forma como os professores raciocinaram e chegaram àquele resultado, porém, achamos que era preciso esclarecer alguns aspectos, como, por exemplo, a necessidade de, na análise de probabilidades, que sejam estabelecidas relações (proporções: parte com o todo), a partir das quais é possível comparar as probabilidades de ocorrência de um ou de outro evento e chegar a uma conclusão, pois a probabilidade corresponde, efetivamente, a uma proporção entre um resultado específico e um conjunto de resultados possíveis. Portanto, na comparação de probabilidades, deve ser considerado o tamanho da amostra, pois há, por exemplo, casos em que a probabilidade pode ser a mesma em amostras de diferentes tamanhos. Discutimos, portanto, como fazê-la. Assim, coletivamente, analisamos as chances de ocorrência de cada evento daquele espaço amostral e chegamos à uma conclusão sobre as respectivas probabilidades (Figura 91).

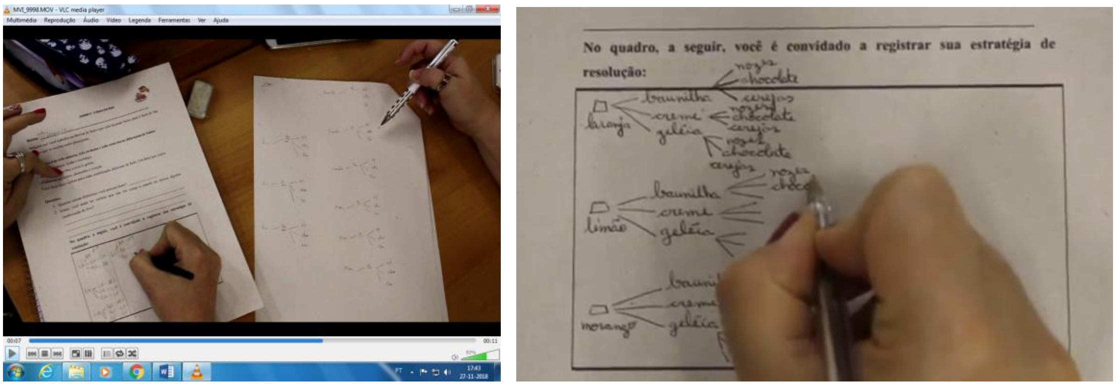
Figura 91 – Imagem de vídeo: discussão coletiva - tarefa *Saco de doces*



Fonte: Acervo da pesquisa

A compreensão do espaço amostral envolve um tipo de raciocínio e uma forma de analisá-lo que requer a mobilização de outras noções envolvidas no conceito, como por exemplo, o entendimento da aleatoriedade e o raciocínio combinatório. (BRYANT; NUNES, 2012). Em relação a isso, nas últimas sessões os professores mostraram-se capazes de avaliar a chance de ocorrência de determinados eventos, descrever e analisar espaços amostrais de diferentes experimentos, comparar e quantificar probabilidades, usando razões. Algumas dessas compreensões puderam ser observadas, por exemplo, durante a exploração da tarefa *Mistura de bolos* (Anexo B). O espaço amostral do experimento realizado nessa tarefa envolve um número maior de possibilidades e mesmo assim, os professores não apresentaram dificuldade em descrevê-lo, conforme registro (Figuras 92 e 93) em áudio e vídeo.

Figuras 92 e 93 – Imagens de vídeo: resolução de professores à tarefa *Mistura de bolos*



Fonte: Acervo da pesquisa

Outro aspecto que merece destaque é que, os professores, de maneira geral, passaram a adotar a árvore de possibilidades como principal estratégia de descrição e análise de espaços amostrais, o que pode ser verificado na imagem (Figura 94), em que a professora Esmeralda expôe, oralmente, para o grupo, sobre a resolução da tarefa *Equipes de futebol* (Anexo C).

Figura 94 – Imagem de vídeo: discussão coletiva - tarefa *Equipes de futebol*

Fonte: Acervo da pesquisa

Ressaltamos, nesse processo de construção e compreensão das ideias, a importância de o professor que está orientando a tarefa (nesse caso, do formador/pesquisador) estimular que o grupo mobilize tais ideias. Assim, durante o processo formativo, estivemos atentos aos interesses e disposições, dos professores, acerca da temática em estudo. Buscamos valorizar as questões por eles levantadas, os argumentos e justificativas acerca de seus raciocínios, bem como suas preocupações em relação ao ensino e, em particular, à forma como o aluno reagiria diante de tarefas exploratórias daqueles conceitos.

Ainda com base nos resultados, podemos afirmar que o grupo de professores, em sua grande maioria, adquiriu compreensões importantes em relação às noções envolvidas no conceito de Probabilidade. Eles desenvolveram, por exemplo, a percepção de que a Probabilidade se relaciona com a incerteza, em acontecimentos de natureza aleatória. Eles desenvolveram também a compreensão sobre espaços amostrais, formas de descrevê-los e analisá-los; assim como a capacidade de analisar e comparar probabilidades, sobretudo entre eventos simples.

A partir da nossa interpretação das informações produzidas, apresentadas e discutidas neste capítulo, convencemo-nos de que, ao proporcionar aos professores, durante o processo formativo, experiências que lhes permitiram discutir sobre a Probabilidade e o seu ensino, por meio da exploração de tarefas próximas às vivências das crianças, conseguimos levá-los a adquirir níveis mais elaborados das suas intuições iniciais. Isso, certamente, favorecerá a efetivação do ensino em sala de aula de maneira significativa. Tal fato é importante, dado que os professores ocupam um lugar central no ensino e deles dependem, em grande parte, o sucesso das reformas curriculares e a aprendizagem dos alunos, com compreensão (DAY, 2001; PONTE, 2014; SERRAZINA, 1999; SOWDER, 2007).

CAPITULO 7 – PÓS-FORMAÇÃO: IMPLICAÇÕES DA FORMAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS PROFESSORES

Este capítulo está dedicado à apresentação e discussão dos resultados relativos às entrevistas realizadas com alguns professores participantes da pesquisa e da observação de vídeos de aulas desenvolvidas por eles. Esses dois momentos foram marcados por reflexões sobre o processo formativo, a possibilidade de trabalho com a temática da formação em sala de aula e o ocorrido na prática, após um ano e meio do processo formativo.

7.1 *Entrevistas: buscando evidências de implicações na prática dos professores*

Como já referido, para a condução das entrevistas, elaboramos previamente roteiros no intuito de orientar as perguntas que seriam feitas aos professores. Porém, em razão das discussões suscitadas durante as entrevistas, o roteiro terminava sendo deixado de lado.

Participaram da primeira entrevista seis professoras. Duas delas, Safira e Esmeralda, foram entrevistadas individualmente. As professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi lecionavam na mesma escola e pediram que realizássemos a entrevista coletivamente. Essas professoras têm formação em Pedagogia e são experientes na profissão – entre 18 e 30 anos de exercício de Magistério, com atuação anos iniciais do Ensino Fundamental. Para as professoras Jade, Turquesa, Rubi e Esmeralda, aquela havia sido a primeira vivência em cursos de formação continuada em que discutiram aspectos ligados ao ensino de Matemática; as professoras Diamante e Safira, no entanto, afirmaram ter participado de outros cursos que ocorreram no contexto do *Observatório da Educação*, cujas temáticas foram estruturas aditivas e multiplicativas; introdução do conceito de fração; área e perímetro de figuras planas.

Antes de darmos início às entrevistas, recordamos, brevemente, com as professoras alguns pontos da formação: tema, objetivos, ideias e conceitos discutidos. Em seguida, perguntamos sobre suas memórias em relação às sessões de formação e sobre as aplicações que possam ter realizado em aula com seus alunos. A seguir, apresentamos extratos da primeira entrevista.

7.1.1 *A entrevista com a professora Esmeralda: o que ela nos revelou*

Na entrevista realizada com a professora Esmeralda, foi possível perceber que, embora ela tenha feito referências a algumas tarefas e noções probabilísticas exploradas no processo formativo, mostrou-se pouco familiarizada com a temática. A professora reafirmou que aquela havia sido sua primeira experiência com o estudo de Probabilidade e que, por isso, reconhecia necessitar de *"mais formações para que pudesse compreender melhor aqueles conceitos trabalhados no curso"* (PROFESSORA ESMERALDA).

Diante do depoimento da professora, decidimos retomar algumas discussões com ela. Para tanto, tomamos algumas tarefas e recordamos o que ocorreu em sessão de formação. Observamos como ela havia resolvido e quais discussões teriam sido suscitadas durante o seu desenvolvimento (nós estávamos com os protocolos, em que ela havia registrado suas resoluções das tarefas desenvolvidas em sessões de formação). Apesar ter sido um momento, breve, de retomada e discussão, teve resultado. Passados alguns dias a professora Esmeralda nos encaminhou um vídeo com a gravação de uma aula que ela havia planejado e desenvolvido com seus alunos do 3.º e 4.º ano sobre a temática. Verificamos que ela havia proposto uma das tarefas exploradas em sessão de formação (Figura 95), a qual também tinha sido discutida por nós durante a entrevista. No entanto, percebemos algumas alterações nos enunciados das questões. Como justificativa, a professora Esmeralda nos esclareceu que a sua intenção fora adotar uma linguagem por ela considerada como *"mais compreensível para as crianças"*.

Professora Esmeralda – 3.° e 4.º ano

Nome do Aluno: ________________________________

Imaginemos a seguinte situação:

1. Carlos jogou uma moeda para o alto e deixou que caísse no chão, Assinale a alternativa que você considera mais provável que aconteça.

a) ☐ A moeda vai cair com o lado **"cara"** virado para cima.
b) ☐ A moeda vai cair com o lado **"coroa"** virado para cima.
c) ☐ As duas faces têm a mesma chance.

- Utilize o espaço abaixo para justificar sua resposta.

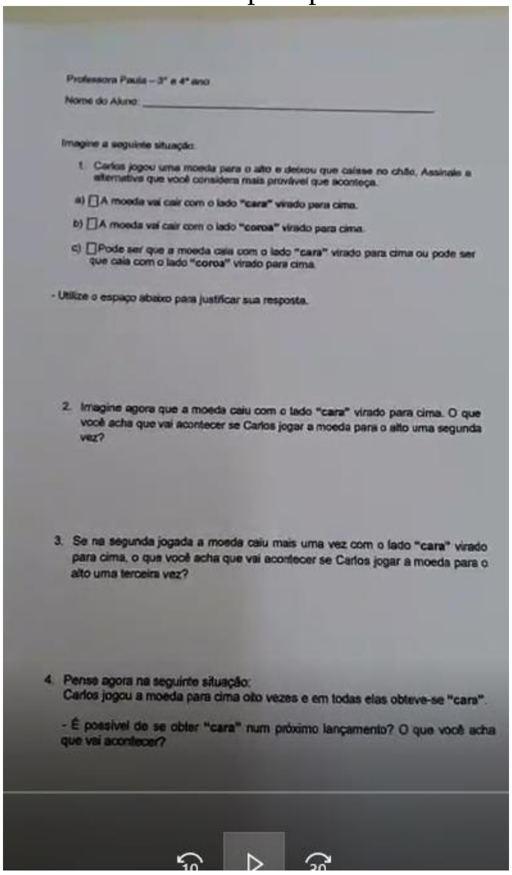
2. Imagine agora que a moeda caiu com o lado **"cara"** virado para cima. O que você acha que vai acontecer se Carlos jogar a moeda para o alto uma segunda vez?

3. Se na segunda jogada a moeda caiu mais uma vez com o lado **"cara"** virado para cima, o que você acha que vai acontecer se Carlos jogar a moeda para o alto uma terceira vez?

4. Pense agora na seguinte situação:
Carlos jogou a moeda para cima cinco vezes e em todas elas caiu o lado **"cara"** virado para cima.

- É possível de cair **"cara"** num próximo lançamento? O que você acha que vai acontecer?

Figura 95 – Imagem de vídeo da tarefa desenvolvida pela professora



Professora Paula – 3° e 4° ano

Nome do Aluno: ________________________________

Imagine a seguinte situação:

1. Carlos jogou uma moeda para o alto e deixou que caísse no chão. Assinale a alternativa que você considera mais provável que aconteça.

a) ☐ A moeda vai cair com o lado **"cara"** virado para cima.
b) ☐ A moeda vai cair com o lado **"coroa"** virado para cima.
c) ☐ Pode ser que a moeda caia com o lado **"cara"** virado para cima ou pode ser que caia com o lado **"coroa"** virado para cima.

- Utilize o espaço abaixo para justificar sua resposta.

2. Imagine agora que a moeda caiu com o lado **"cara"** virado para cima. O que você acha que vai acontecer se Carlos jogar a moeda para o alto uma segunda vez?

3. Se na segunda jogada a moeda caiu mais uma vez com o lado **"cara"** virado para cima, o que você acha que vai acontecer se Carlos jogar a moeda para o alto uma terceira vez?

4. **Pense agora na seguinte situação:**
Carlos jogou a moeda para cima oito vezes e em todas elas obteve-se "cara".

- É possível de se obter "cara" num próximo lançamento? O que você acha que vai acontecer?

Fonte: Acervo da pesquisa

No desenvolvimento da tarefa, a professora explorou a noção de chance com seus alunos –*"Qual a chance de cair o lado cara para cima?"* (PROFESSORA ESMERALDA) –, oportunizou momentos de discussão – *"Porque vocês acham que o que vai acontecer é o que está escrito na letra c? [...] vocês concordam com o que disse o colega?"* (PROFESSORA ESMERALDA) – e permitiu que os alunos realizassem o experimento, fizessem previsão das possibilidades de ocorrência dos eventos analisados e apresentassem argumentos para justificar suas conclusões (Figuras 96 e 97).

Figura 96 e 97 – Imagens de vídeo da aula: crianças realizando o experimento[72]

Fonte: Acervo da pesquisa

A ação da professora Esmeralda representou, a nosso ver, um ganho significativo em relação aos seus conhecimentos e prática pedagógica. Consideramos que ela respondeu de maneira favorável à sua pouca compreensão dos conceitos envolvidos na temática, visto que parece ter se sentido desafiada a superá-la, ainda que em parte, uma vez que teve a atitude de planejar e desenvolver uma aula com seus alunos.

Diante do exposto, é possível perceber indicativos do processo de *desenvolvimento profissional* da professora Esmeralda em termos de conhecimentos sobre o conteúdo e, em alguma medida, da base de conhecimentos para o ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008); o que a encorajou no planejamento e na efetivação da sua prática docente (DAY, 2001; SERRAZINA, 2013).

7.1.2 *A entrevista com as professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi: o que elas nos revelaram*

Consideramos que a entrevista com as professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi foi dinâmica e participativa. Combinamos que nos encontraríamos na escola onde lecionavam. Quando chegamos na escola, no horário combinado, as professoras estavam em uma sala de estudo coletivo, mas asseguraram que poderíamos realizar a entrevista ali mesmo. Assim, começamos a entrevista, conforme havíamos feito com a professora Esmeralda. Recordamos com elas pontos da formação como, por exemplo, a temática estudada, os objetivos da formação, o tipo de tarefas e os conceitos explorados.

---

72 Esclarecemos que fomos informados pela professora que a escola possui termo de consentimento livre e esclarecido assinado pelos pais das crianças autorizando o direito a imagem, gravações de áudio e vídeo e a publicações em periódicos, livros, eventos científicos, cursos e outras divulgações acadêmico-científicas.

Com o curso da entrevista, de forma natural e espontânea, os demais professores que ali estavam demonstraram interesse pelo assunto e nos pediram licença para participar da conversa (os outros professores presentes na sala não sabiam tratar-se de uma entrevista).

Tendo isso acontecido, o momento da entrevista resultou em uma proposta. Diante do interesse manifestado pelos outros professores da escola, as professoras participantes da formação propuseram realizar, com a nossa colaboração, um encontro de formação, em outro momento, do qual participariam aqueles outros professores para que elas pudessem dar início a uma discussão e estudo sobre aquele tema no âmbito da escola. Elas intencionavam, com isso, selecionar, dentre as tarefas exploradas na formação, algumas para serem estudadas e desenvolvidas no Horário de Trabalho Pedagógico Coletivo - HTPC[73].

Ainda naquele dia, as quatro professoras selecionaram três tarefas (nós estávamos com os arquivos da formação em um computador, o que permitiu que elas tivessem acesso às tarefas). Elas decidiram que iriam planejar o encontro, mas que necessitariam de um tempo para recordar cada uma daquelas tarefas e decidir como elas poderiam explorar com os outros professores. Passados alguns dias, a professora Diamante nos escreveu, solicitando que nos reuníssemos antes que elas levassem a discussão para o HTPC, pois ainda tinham dúvidas e gostaria que a ajudássemos nos questionamentos. As professoras Diamante, Jade, Turquesa, Rubi e nós tivemos uma manhã de estudo e de preparação do encontro com os demais professores. Nessa oportunidade, além de resolver cada tarefa que seria proposta no HTPC, estudamos as orientações apresentada na BNCC para o ensino de Probabilidade e discutimos as habilidades que se esperam que o aluno desenvolva com o ensino em cada ano de escolaridade, relacionando-as com as tarefas que seriam propostas.

Segundo o relato das professoras, participaram do HTPC todos os professores do 1.º ao 5.º ano e também as coordenadoras pedagógicas da escola. Ao final desse primeiro HTPC, alguns participantes se propuseram a desenvolver as tarefas em aula com seus alunos para que, em encontros futuros (Os HTPC ocorrem uma vez por semana), fosse possível analisar coletivamente as aulas e resoluções dos alunos e aprofundar a discussão[74]. Diante disso, consideramos, em termos de pesquisa, que essas informações são reveladoras do processo de

---

[73] O HTPC foi criado pela resolução SE/135, de 21/12/98.

[74] Considerando o tempo destinado a escrita do relatório final deste estudo, não tivemos acesso a essas produções.

desenvolvimento profissional das professoras configurado pelo protagonismo das participantes como mediadoras da discussão coletiva com seus pares (DAY, 2001).

7.1.3 *A entrevista com a professora Safira: o que ela nos revelou*

Reiteramos que neste estudo, fizemos a opção de analisar o *desenvolvimento profissional* da Professora Safira, de maneira mais aprofundada, visto que dada as circunstâncias, programas e agendas próprias de cada escola, foi ela a que nos apresentou maior possibilidade de coleta de dados.

Com formação em Magistério e Licenciatura em Pedagogia, a professora Safira, apesar de aparentar ser bem jovem, leciona aulas para os anos iniciais do Ensino Fundamental há 30 anos. Sempre foi professora de escolas públicas da rede estadual de ensino de São Paulo; já lecionou em pelo menos dez escolas da referida rede; mas todas elas ligadas à Diretoria de Ensino Norte 2. Quando a convidamos para participar da última fase deste estudo, ela mostrou-se receptiva e feliz pelo que, na sua visão, seria mais uma oportunidade de discutir a sua prática e aprender novos conhecimentos e, também, uma oportunidade de melhorar o trabalho em sala de aula com seus alunos. Além disso, sentiu-se *"importante"* ao receber o convite.

Como aconteceu com as demais professoras, antes de dar início à entrevista com a professora Safira, recordamos, com ela, alguns pontos da formação: tema, objetivos, ideias e conceitos discutidos. Em seguida, também como fizemos com as outras professoras, perguntamos sobre suas memórias em relação às sessões de formação. Essas se referiam, sobretudo, às tarefas em que estavam envolvidos o conceito de aleatoriedade e a classificação de eventos.

Uma das tarefas (descrita no capítulo cinco) a que a professora fez referência foi desenvolvida em uma sessão de formação, cujo objetivo primeiro da tarefa é favorecer o desenvolvimento do raciocínio sobre eventos que são mais prováveis ou menos prováveis de acontecer e, também, a compreensão da aleatoriedade. Ela assim se expressou:

> *Professora Safira: Aquelas em que a gente via que em determinado momento, quando tinha, por exemplo, saído quatro bolinhas vermelhas, as azuis tinham mais chance de sair; no início a probabilidade de uma ou outra eram iguais* [a professora faz referência ao momento em que o número de bolinhas azuis e vermelhas contidas no saco eram iguais]*; a partir do momento que vai saindo as bolinhas; dá um norte pra gente pensar: então essa saiu mais* [referindo-se às bolinhas vermelhas], *então significa que essa tem menos* [referindo-se às bolinhas vermelhas] *[...] então tem mais chance de sair aquela que tem mais dentro do saco, que saiu menos, tem mais chance de sair agora do que aquela que saiu mais.* (Entrevista, 2018)

Perguntamos então sobre os conceitos explorados na tarefa, ou que poderiam ter sido explorados e ela respondeu, prontamente: *"[...]eram as probabilidades mesmo"*. A resposta da professora evidenciou que ela estava muito focada na temática do curso de formação, sem, contudo, atentar para as ideias básicas que sustentam o conceito de Probabilidade, exploradas na tarefa e ao longo de toda a formação. Consideramos que, naquele momento, talvez fosse difícil para a professora recordar detalhadamente os conceitos explorados. Decidimos, portanto, recordar com ela algumas discussões ocorridas naquela sessão de formação.

Em alguns momentos da entrevista nos reportamos ao questionário e aos protocolos da professora – instrumentos em que ela registrou suas resoluções às tarefas desenvolvidas em sessões de formação. Em um deles, no *Questionário Inicial de Pesquisa*, nós havíamos perguntado sobre alguma tarefa que a professora havia desenvolvido em sala de aula com seus alunos na qual tenha explorado conceitos da Probabilidade.

Antes que nós fizéssemos qualquer questionamento, a professora Safira leu sua resposta apresentada no protocolo: "são aquelas de combinatória; assim essa com essa, essa com essa; é provável que dê tantas roupas: essa com essa".

Observamos que, naquele momento que antecedeu o processo formativo, a professora Safira não pensava na Probabilidade; ela pensava na combinatória, mas relacionando-a aos números. A sua reação a tal observação foi apenas afirmativa. Como não fizemos qualquer outro questionamento a esse respeito, não podemos julgar se isso ficou perceptível para a professora.

No momento final da entrevista, reportam-nos às orientações que são apresentadas na *Base Nacional Comum Curricular* – BNCC (BRASIL, 2017) para os primeiros anos do Ensino Fundamental; com isso buscamos discutir com a professora sobre os objetos de conhecimento proposto para cada ano escolar e também as habilidades que se espera que sejam desenvolvidas a partir do ensino de Probabilidade e sobre a identificação de possíveis relações com as tarefas desenvolvidas ao longo da formação.

Na perspectiva de avançar um pouco nas discussões sobre essas orientações, com a professora Safira, questionamos-lhe se, em sua opinião, as tarefas desenvolvidas durante o processo formativo poderiam favorecer o desenvolvimento daquelas habilidades. Ela respondeu com ênfase:

> *Professora Safira: Agora eu digo: com certeza. Porque em um primeiro momento da formação eu achava que aquelas atividades eram uns joguinhos quaisquer. Eu não imaginava o que podia ser explorado. Eu sabia que tinha uma intencionalidade. Sim. Eu sabia. Mas jamais saberia que seria dessa natureza. Hoje eu consigo enxergar [...] hoje eu olho essa atividade de outra maneira.* (Entrevista, 2018)

A fala da professora evidencia que ela ampliou seus conhecimentos do ponto de vista pedagógico – sobretudo, o *conhecimento do conteúdo e do ensino*, como descrito por Ball, Thames e Phelps (2008) –, pois foi capaz de analisar melhor os objetivos de algumas tarefas da formação a partir de sua compreensão dos objetivos sugeridos para o ensino de Probabilidade em um documento orientador do ensino de Matemática.

Finalmente, perguntamos à professora se ela se recordava de alguma tarefa contida no livro didático adotado na sua escola que possibilitasse explorar algumas das noções de Probabilidade discutidas na formação. Ela pensou e relatou, em seguida:

> *Professora Safira: Bem! Não é bem essa a intenção do material. É diferente. Mas tem uma lá que não é bem esse contexto, mas tem tampinhas vermelhas e tampinhas brancas* [referindo-se à atividade apresentada na figura 2]. *Nela, perguntamos para eles...* [a professora faz uma pausa na fala] *sai do propósito entende? Porque pergunta quantas tampinhas tem a mais. Mas eu poderia aproveitar essa, entendeu? Pegar aquelas tampinhas, colocar num saquinho e delas vamos ver qual a quantidade de bolinhas que sai branca, que sai vermelha, pode... adaptar. Mas neste estilo* [referindo-se à probabilidade] *assim não tem.* (Entrevista, 2018)

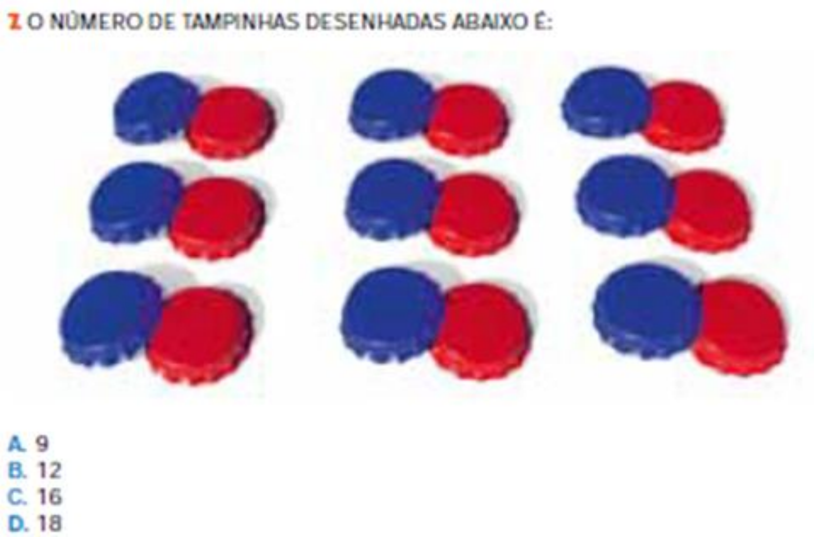
Percebemos que a professora analisou a tarefa, refletiu sobre ela e se propôs a adequá-la, de modo a possibilitar a exploração de outros conceitos além daqueles previamente estabelecidos. Pensar o currículo e suas propostas não é uma tarefa simples. Exige do professor conhecimentos mais aprofundados, que envolvem questões ligadas ao aluno, ao ensino e à pedagogia de maneira geral. Consideramos, assim, que a professora se mostrou confiante na sua capacidade de pensar e refletir sobre a temática da formação – o ensinar e o aprender Probabilidade. Embora reconheçamos que uma única formação não consegue dar conta de proporcionar ao professor todas as habilidades para a realização desta prática, consideramos que a participação na formação se constituiu em uma possibilidade para a professora Safira pensar nas orientações para o ensino de Probabilidade e também no material de apoio ao currículo.

Essa primeira entrevista se configurou em mais um momento de formação para as professoras participantes, visto que nos possibilitou retomar e aprofundar com elas discussões ocorridas no processo formativo.

7.2 *Das discussões à prática: a aula da professora Safira*

A professora Safira, em decorrência das discussões suscitadas durante a entrevista, planejou posteriormente uma aula na qual introduziu aos seus alunos a exploração de algumas noções probabilísticas. Para desenvolver a aula, ela partiu de uma atividade proposta no material de apoio ao currículo – EMAI 1.º ano (o ano escolar em que ela estava lecionando, em 2018), adotado pela escola (Figura 98).

Figura 98 – Atividade 5.5 – EMAI 1º ano, p. 37



Fonte: EMAI – 1.º ano, p. 37

Esta é uma das tarefas propostas para os alunos na quinta sequência do material, cujas expectativas de aprendizagem estão relacionadas à identificação de escritas numéricas relativas a números familiares e frequentes; ao reconhecimento da utilização de números no contexto doméstico; à formulação de hipóteses sobre leitura e escrita; e à utilização de estratégias de contagem com o apoio de objetos (EMAI, 1.º ANO, p. 30).

Inicialmente, a professora propôs às crianças a tarefa como está apresentada no livro: leu o enunciado, perguntou a elas quantas tampinhas são azuis, quantas são vermelhas e quantas tampinhas havia ao todo. Após esse momento inicial, ela introduziu perguntas cujas ideias se relacionam com a probabilidade, como consta no seguinte extrato da aula:

> **Professora Safira:** *E se eu quiser dar uma tampinha para cada um de vocês?*
>
> **Crianças:** *Não dá.*
>
> **Professora Safira:** *Eu consigo dar uma tampinha para cada um?*
>
> **Crianças:** *Não* [em voz alta].
>
> **Professora Safira:** *Pode ser que eu consiga dar uma tampinha para cada um?* [refez a pergunta, talvez para se certificar de que as crianças estavam convencidas de sua resposta].
>
> **Crianças:** *Sim.*
>
> **Professora Safira:** *Ou é impossível que eu dê uma tampinha para cada um?* (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

Uma criança (Figura 99) pôs-se e falou: "*Oh, Prô! É impossível*".

Figura 99 – Imagem de vídeo (1): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

Muitas crianças justificaram suas respostas: umas, dizendo que era para contar quantos alunos tinha na sala; outras se referiram a um aluno que não havia comparecido à aula naquele dia. Uma (Figura 100), em especial, argumentou: "*ali* [referindo-se às tampinhas que estavam com a professora] *tem dezoito e aqui tem muitas pessoas*".

Figura 100 – Imagem de vídeo (2): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

Diante da diversidade de argumentos das crianças, a professora reformulou a pergunta:

> **Professora Safira:** *Então é impossível eu dar uma tampinha para cada um?*
>
> **Crianças:** *Sim.*
>
> **Professora Safira:** *Quando eu falo para vocês: "acontecerá com certeza", o que vocês podem me falar; o que vocês podem garantir que acontecerá com certeza?* [as crianças ficaram pensativas e não conseguiram responder]. *Se eu falar para vocês: "pode ser que aconteça", significa que vocês têm certeza que vai acontecer?* [a professora refez a pergunta].
>
> **Crianças:** Sim.
>
> **Professora Safira:** *Se eu falar: "pode ser que aconteça"* [ela usa um tom de destaque na voz], *significa que vocês têm certeza que vai acontecer aquilo?* (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

A criança (Figura 101) respondeu, gesticulando: "*Não! Mais ou menos"*.

Figura 101 – Imagem de vídeo (3): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora confirmou a resposta do aluno e, em seguida fez novos questionamentos:

> **Professora Safira:** *Pode acontecer ou pode não acontecer. E se eu falar assim: "com certeza vai acontecer"?*
>
> **Crianças:** *Sim. É que vai acontecer* [responderam prontamente].
>
> **Professora Safira:** *E se eu falar assim para vocês: "é impossível de acontecer". O que significa?*
>
> **Crianças:** *Que não vai acontecer.* (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

A professora explorou insistentemente a compreensão das crianças a respeito do significado das expressões. Em alguns momentos elas ficavam pensativas e não conseguiam responder imediatamente. Assim, ela reformulava a pergunta, até que elas compreendessem o questionamento que estava sendo feito.

Em conversa com a professora, após observarmos o vídeo da aula, ela nos confirmou que a intenção, naquele momento, era explorar com as crianças o significado de expressões que são da linguagem do ensino de probabilidade, justificando a necessidade de os alunos se familiarizarem com o uso de expressões como: *acontecerá com certeza; talvez aconteça; é impossível acontecer*.

Dando seguimento à aula, a professora colocou as tampinhas em um saco: primeiro as vermelhas, depois as azuis. E prosseguiu com o ensino:

> **Professora Safira:** *Quais são as cores da tampinha que eu coloquei aqui no saco?*
>
> **Crianças:** *Vermelha e azul.*
>
> **Professora Safira:** *Eu posso dizer com certeza que a tampinha que eu vou retirar daqui vai ser azul?*
>
> **Crianças:** *Não.* [Algumas crianças, num primeiro momento, divergiram na resposta, respondendo afirmativamente]. (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

Uma criança afirmou ser impossível e argumentou: *“Primeiro colocou no saco as tampinhas azuis; como elas ficaram por baixo, é impossível que a azul saia primeira”*. Diante da justificativa da criança, a professora refez a pergunta:

> **Professora Safira:** *Vocês acham que é possível, que é impossível ou que talvez aconteça de eu retirar uma tampinha azul daqui de dentro?*
>
> **Crianças:** *Pode ser vermelha, pode ser azul.*
>
> **Professora Safira:** *Por que pode ser vermelha ou pode ser azul?*
>
> **Criança:** *Ah! Porque talvez aconteça de a gente tipo assim: “ai, meu Deus! Eu quero tirar a azul”; aí eu tiro a vermelha* [Argumento apresentado pela aluna da Figura 8].
>
> **Professora Safira:** *O que você iria falar? Que é impossível, que é possível ou que talvez aconteça de eu tirar uma tampinha azul?* [A pergunta foi direcionada a uma criança que parecia estar desatenta à atividade; no entanto...].
>
> **Criança:** *É!* [Fez uma pequena pausa como se estivesse analisando a situação antes de continuar] *Talvez aconteça.* [Concluiu].
>
> **Professora Safira:** *Por quê?* [Questionou].
>
> **Criança:** *Porque você colocou primeiro as vermelhas, depois as azuis; daí misturou, ficou vermelha azul, vermelha azul* [argumentou a criança da Figura 103]. (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

Figura 102 – Imagem de vídeo (4): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

Figura 103 – Imagem de vídeo (5): criança apresentando seu argumento

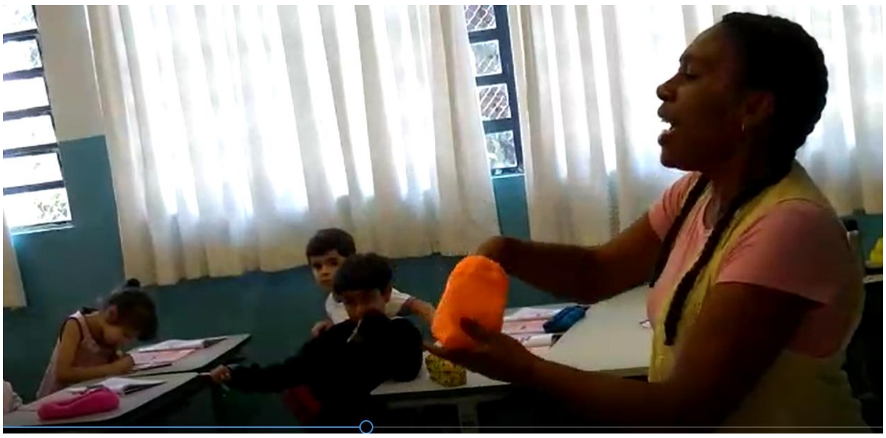
Fonte: Acervo da pesquisa

A discussão encerrou-se quando outro aluno confirmou a resposta do colega. A professora pediu que ele explicasse como pensou, e ele disse: *"Porque você misturou; aí vai acontecer alguma coisa: você pode pedir azul, mas aí vai cair vermelha"*. A professora Safira retirou a primeira tampinha e mostrou para a classe: *"Olha! Saiu azul"*.

Em seguida, ela anunciou que iria retirar outra tampinha; ao serem questionadas sobre qual seria a próxima cor que iria ser retida do saco, algumas crianças disseram que seria a de cor azul, outras afirmaram que seriam a de cor vermelha. E a professora continuou questionando:

> **Professora Safira:** *Vocês acham que é possível eu tirar a azul, que é impossível eu tirar a azul ou pode acontecer de eu tirar a azul?* (Figura 104). (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

Figura 104 – Imagem de vídeo: professora interagindo com os alunos em aula



Fonte: Acervo da pesquisa

Um dos alunos afirmou que seria impossível sair a azul. Ao ser questionado, ele argumentou: *"Eu acho que não vai sair a azul porque tem muita chance de sair a vermelha"*.

O argumento do aluno se aproxima do que foi observado em experimentos com crianças, realizados por Fischbein e Groosman (1997); e Piaget e Inhelder (1975). Piaget e Inhelder (1975), em investigação com crianças em que elas tinham que decidir em qual de dois montes de cartas (contendo cartas com e sem cruz) apresentaria maior chance de tirar uma carta com cruz, ou se a chance seria a mesma nos dois montes, observaram que as crianças baseavam suas escolhas na quantidade absoluta de casos favoráveis e não estabeleciam relações entre os dois montes, a partir do número de cartas com cruz (casos favoráveis) e o número total de cartas em cada monte (casos possíveis).

A professora perguntou: *"Porque já saiu uma azul, aí você acha que agora tem mais chance de sair uma vermelha? Vamos ver"*. Retirou uma tampinha vermelha.

Figura 105 – Imagem de vídeo (6): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

A professora seguiu com a aula, fazendo novo questionamento, sobre o qual as crianças divergiram em suas respostas. Porém a aluna (Figura 106) pôs-se de pé e apresentou seu argumento com convicção

> **Professora Safira:** *E agora o que vocês acham que vai acontecer?*
>
> **Criança:** *Prô, porque saiu azul primeiro, depois vermelho. Agora vai sair azul de novo.* (Diálogo entre professora e alunos, 2018)

Figura 106 – Imagem de vídeo (7): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

Ao final da atividade, restou apenas uma tampinha azul no saco. E os alunos, de maneira geral, concluíram: *“Porque a gente já tirou mais uma vermelha; aí tinha uma vermelha e uma azul; a gente tirou a vermelha, agora vai sair uma azul”*. (Figura 107):

Figura 107 – Imagem de vídeo (8): criança apresentando seu argumento

Fonte: Acervo da pesquisa

Como não tivemos acesso ao plano da aula, restava-nos, ainda, após a análise da gravação, confirmar se, para a professora Safira, estava claro qual era o evento esperado para aquele experimento. Ao fazermos esse questionamento, ela assim se expressou:

> *Professora Safira: O evento que esperava era tirar do saco uma tampinha azul; então eu queria que eles* [referindo-se aos alunos] *percebessem que, quando tinha mais tampinhas azuis era mais provável de sair azul; mas que seria possível sair uma tampinha azul ou uma tampinha vermelha. Não tinha como saber, porque era um sorteio.* (Diálogo entre a professora e a pesquisadora, 2018)

Durante toda a aula, a professora conduziu o ensino de modo a levar os alunos a pensar e a refletir sobre ideias probabilísticas associadas à compreensão da aleatoriedade, ao explorar a noção de chance, de eventos possíveis, impossíveis, prováveis, muito prováveis ou pouco prováveis e ao fazer a análise de possibilidades. Explorou também a linguagem, elemento cognitivo importante para o desenvolvimento do letramento probabilístico (GAL, 2004). Diante disso, consideramos que a professora Safira ampliou o seu *conhecimento do conteúdo e do ensino*, especialmente, porque, ela além de mostrar-se familiarizada com algumas noções envolvidas no conceito de Probabilidade, ela fez intervenções adequadas à sua exploração.

Na segunda aula desenvolvida pela professora Safira, com a justificativa de que, na sua visão, era necessário explorar aquelas noções iniciais em outros contextos, para que as crianças pudessem compreendê-las melhor, ela propôs uma das tarefas trabalhadas na formação, porém com algumas adaptações, que, segundo ela, eram necessárias à compreensão de seus alunos. Por essa razão, ela nos solicitou um momento com ela para discutirmos sobre tais adaptações, pois ficaria mais tranquila se estivéssemos de acordo.

> *A tarefa consistia de lançamentos sucessivos de uma moeda para o alto. E a proposta era os alunos analisarem as chances de sair cara ou coroa. Dessa maneira, a adequação foi em relação à abordagem (perguntas mais próximas do vocabulário das crianças: o que você considera ser mais provável que aconteça.). Os alunos teriam que escolher, inicialmente, entre uma das seguintes opções:*
>
> *d)* ☐ *A moeda vai cair com o lado* ***cara*** *virado para cima.*
>
> *e)* ☐ *A moeda vai cair com o lado* ***coroa*** *virado para cima.*
>
> *f)* ☐ *As duas faces têm a mesma chance.*
>
> *Depois, os alunos teriam que imaginar uma situação em que ocorreu cara no primeiro lançamento da moeda e diante desse resultado, analisar o que aconteceria num segundo lançamento. A mesma pergunta foi feita em relação a um terceiro lançamento, caso o resultado do segundo fosse novamente cara. Por último, a questão era sobre o que aconteceria, se a moeda fosse lançada para o alto, cinco vezes, e em todos esses lançamentos a moeda caísse com o lado cara voltado para cima.* (Tarefa desenvolvida em aula, 2018)

Diante dessa nova proposta de aula, a professora Safira mostrou-se ainda mais entusiasmada. Disse-nos que iria gravar e que gostaria de nos encaminhar a filmagem, pois *"eu acho que vai ser bem legal a aula oral também* [referindo-se à proposta de gravação da aula em vídeo] *porque aí traz a riqueza do pensamento e discussão deles* [referindo-se aos alunos]*"*.

Na realização, como fez na primeira aula, a professora Safira optou por orientar a tarefa coletivamente. Inicialmente, antes de apresentar a tarefa para os alunos, ela se reportou à primeira aula sobre o tema, perguntando aos alunos se eles se recordavam da tarefa que haviam feito e do que se lembravam. As crianças, de maneira geral, disseram lembrar-se, e uma descreveu para a classe como havia acontecido: *"Eu lembro Pró!* [Falou, com entusiasmo] *Foi assim: você colocava cada tampinha vermelha numa mesa; aí uns alunos aqui escolhiam a azul e outros a vermelha* [acenou para a classe]*"*.

Em seguida, a professora Safira, com o uso de uma moeda, iniciou a exploração da tarefa de maneira oral, fazendo questionamentos do tipo: *"Se eu jogar a moeda duas vezes para cima, ela pode cair duas vezes cara?"*. Durante a aula, a professora Safira provocou os alunos a pensar sobre suas respostas: *"Porque você acha que não é possível, Sophia?* e a elaborar justificativas, de maneira individual ou coletiva: *"O Davi acha que é possível. Porque você acha que é possível, Davi?"*. Estimulando, de maneira intensa, o raciocínio e a construção de argumentos pelas crianças: *"Eu sei o lado que vai cair a moeda quando eu jogo ela para o alto? Pode ser que eu acerte ou pode ser que não."*. Depois dessa exploração oral, a professora deu aos alunos um protocolo com a tarefa para que eles registrassem suas resoluções, sistematizando as ideias.

Foi perceptível o bom desempenho da professora na proposição dessa segunda tarefa. Ela, a nosso ver, apresentou-se muito mais segura para intervir nas respostas das crianças. A linguagem da professora demonstrou confiança, familiaridade com a temática. A cada resposta ou justificativa apresentada pelas crianças, a professora Safira tinha sempre algo a questionar ou a acrescentar, consolidando aquelas ideias exploradas na tarefa.

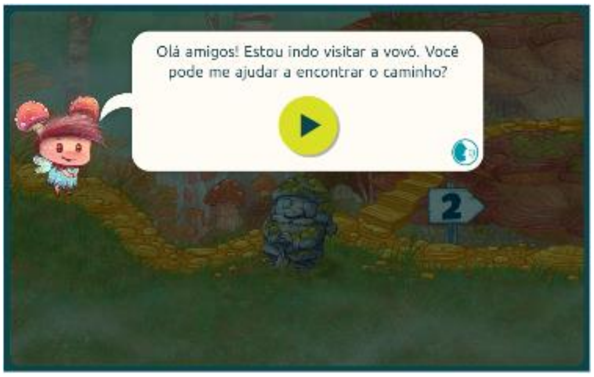
Depois dessa aula, a professora nos revelou, em uma conversa informal, que o envolvimento das crianças a fez querer proporcionar a elas outras vivências nas quais pudessem *"aprofundar as ideias da probabilidade"*. E disse ter iniciado a busca por outras atividades: ao recorrer ao Programa Matific,[75] encontrou nele várias propostas, dentre as quais, selecionou três e realizou-as com seus alunos: *"Nessas tarefas eles tinham que observar e falar se era possível, se não era possível... e quando eles fizeram, eles logo falaram: 'olha Pró! Esse é igual àquela atividade que nós fizemos'"*.

---

[75] O Matific é um programa de internet cujo domínio é pago e do qual a professora Safira é assinante. É composto por atividades exploratórias de conteúdos matemáticos para serem propostas a alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Uma das tarefas que a professora Safira selecionou e propôs a seus alunos, denominada *O que acontecerá?* é indicada na plataforma para ser desenvolvido com alunos do 1.º e 2.º ano; tem duração de quatro minutos; e visa desenvolver habilidades sobre noções probabilísticas. Nessa atividade, a personagem – Ariel – está indo visitar a sua vovó e no trajeto até a casa da vovó pede ajuda, pois terá que tomar algumas decisões sobre o que acontecerá caso decida seguir por uma determinada estrada (Figura 108).

Figura 108 – Imagem da tarefa *O que acontecerá?*



Fonte: Site Matific

Na realização da tarefa, o aluno faz escolhas correspondentes ao que seria a melhor decisão a ser tomada pela personagem. Assim a proposta é que o aluno ajude a personagem a analisar cada situação e tomar decisões acertadas. Com isso, a personagem festeja a sua escolha e segue o seu caminho; quando não faz escolhas adequadas, são apresentadas justificativas para que o aluno possa analisar o porquê de determinada decisão não ter sido a ideal. Ao final do trajeto, a personagem festeja e agradece a ajuda do aluno.

Figuras 109 – Imagens da tarefa *O que acontecerá?*

Fonte: Site Matific

As tecnologias e uso de recursos proporciona um leque de possibilidades para a prática profissional do professor, permitindo-lhe definir novos objetivos e modos de trabalho na sala de aula, que conduzam à aprendizagem dos alunos (PONTE, 2014). A atitude da professora, nesse sentido, é reveladora de que ela foi capaz de perceber a potencialidade desse recurso e identificar nele tarefas que lhe permitiu explorar as noções de probabilidade com seus alunos, em outros contextos.

Depois de analisarmos o que a professora Safira desenvolveu em sala de aula, fizemos-lhes outras entrevistas (duas), cujo roteiro está no Apêndice C. A apresentação e discussão dessas entrevistas estão descritas nas próximas seções deste capítulo; como também as nossas interpretações a respeito do observado e conclusões sobre o *conhecimento, desenvolvimento profissional* e *reflexões* das professoras e, de maneira mais aprofundada, da professora Safira.

Diante dos resultados apresentados nesta seção, podemos afirmar que a professora ampliou o seu *conhecimento de conteúdo e do ensino*, pois, após um ano e meio da sua participação no processo formativo, ela recorreu aos conhecimentos adquiridos naquela ocasião como possibilidade de ensino e implementação de algumas aulas e, no planejamento, valeu-se desses conhecimentos e adotou-os como estratégia para discutir com seus alunos ideias importantes ao desenvolvimento de noções probabilísticas.

7.3 *Nossas interpretações e discussões acerca da formação e do desenvolvimento profissional das professoras*

Neste estudo, assumimos que o *desenvolvimento profissional* é um processo que permite ao professor melhorar, ampliar, construir e/ou reconstruir os seus conhecimentos, habilidades ou competências e ações visando à qualidade do ensino e, naturalmente, à melhoria da aprendizagem dos alunos (DAY, 2001; GUSKEY, 2000; PONTE, 2014; SPARKS; LOUCKS-HORSLEY, 1989).

Diante dos resultados apresentados nas seções anteriores deste capítulo, podemos afirmar que cada professora respondeu de forma diferenciada ao processo formativo, porém todas elas positivamente em termos de *desenvolvimento profissional*. A professora Esmeralda foi a que, no momento da entrevista, mais demonstrou insegurança com a possibilidade de levar para a sua prática, tarefas como as desenvolvidas nas sessões de formação, em que foram explorados noções e conceitos antes distante do seu repertório de conhecimento e da sua ação docente. Entretanto, reiteramos que, a partir das discussões ocorridas durante a entrevista, ela pareceu ter refletido e demonstrou isso concretamente, pois introduziu, em aula, com seus alunos do 3.º e 4.º ano, o ensino daquele tema, superando, assim, suas dificuldades iniciais.

As professoras Jade, Rubi, Turquesa e Diamante, até o momento da entrevista, pareciam não ter a consciência do que haviam aprendido com a participação no processo formativo, pois, somente a partir da entrevista e do interesse demonstrado pelos professores da sua escola, perceberam ser possível levar o estudo daquela temática para o contexto da escola onde lecionam. Assim, elas ficaram motivadas a partilhar os conhecimentos desenvolvidos no processo formativo com os demais professores, dando início a momentos de estudo sobre a temática.

Em termos de contribuições para a prática letiva das professoras, consideramos que a formação e a entrevista, ocorrida pós-formação configuraram, portanto, um indicativo de que as professoras desenvolveram-se profissionalmente, pois, ao se disponibilizarem para estudar, no contexto da escola, elas enfrentaram novas situações que se revelaram, quando nos procuraram, por exemplo, para discutir as tarefas que seriam propostas no HTPC. Ao analisarmos esses aspectos, na perspectiva das vertentes do *desenvolvimento profissional*, encontramos elementos que apontam para a ampliação do conhecimento do conteúdo, para o início de um processo de reflexão, especialmente, reflexão coletiva, e de implementações na prática, no caso, com os pares.

Evidências do processo de *desenvolvimento profissional* das professoras puderam ser percebidas também em falas durante a entrevista. A professora Rubi, por exemplo, ao analisar as suas resoluções, registradas em protocolo, de uma tarefa na qual foram explorados desde a aleatoriedade, espaço amostral até a quantificação de probabilidades, afirmou com entusiasmo: *"Nossa! Olha isso."* A professora referia-se ao fato de ela ter utilizado a árvore de possibilidades como recurso para descrever e analisar o espaço amostral do experimento analisado na tarefa *Saco de doces*. Consideramos, portanto, que ter a oportunidade de durante a entrevista retomar pontos da formação, foi fundamental para que as professoras se sentissem motivadas e seguras para discutir com seus pares na escola. Elas perceberam, naquele momento, o quanto haviam ampliado o seu nível de compreensão das noções probabilísticas ao longo da formação.

Considerando a dimensão, complexidade e singularidade (DAY, 2001; PONTE, 2005; MARTINS, 2011) das componentes envolvidas nesses processos elegemos, no intuito de olhar para o *desenvolvimento profissional* das professoras e, de maneira mais aprofundada, da professora Safira[76], duas categorias: o *Conhecimento e desenvolvimento profissional* e a *Reflexão e desenvolvimento profissional*. A primeira inclui a trajetória estudantil e profissional, os conhecimentos e as percepções (concepções) sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a participação e o envolvimento na formação, as aprendizagens profissionais e as ações implementadas na prática. A categoria *Reflexão e desenvolvimento profissional* inclui o planejamento das aulas, as reflexões realizadas após a aula e os aspectos afetivos e relacionais (relação das professoras com o ensino de Probabilidade). Essas categorias, por vezes, entrelaçam-se e, constantemente, complementam-se. Portanto, essa foi apenas uma forma, dentre tantas outras, de organizar as informações e apresentar conclusões a respeito dos dados.

7.3.1 *Conhecimento e desenvolvimento profissional*

Todo o nosso trabalho de pesquisa tem se preocupado com o estudo do *conhecimento profissional* do professor, aqui entendido como o conhecimento orientado para o ensino de Matemática (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; BALL; BASS, 2003; PONTE, 2012) e para o seu desenvolvimento (PONTE, 2012; 2014).

Os dados coletados no *Questionário inicial de pesquisa* apontaram que as professoras, ou não haviam estudado Probabilidade durante a sua formação acadêmica, ou se o tinham feito, não foi o suficiente para o seu aprendizado, pois suas respostas ao questionamento a esse respeito foi *"não me lembro"* (PROFESSORA SAFIRA); *"não"* (PROFESSORAS ESMERALDA, DIAMANTE, RUBI, JADE, TURQUESA).

Em relação aos conceitos envolvidos na Probabilidade, percebemos evidências de que era algo distante do seu repertório de conhecimento, pois, ao questionarmos, por exemplo, as suas compreensões do que seria um fenômeno aleatório, apenas as professoras Turquesa e Jade apresentaram indícios de que, intuitivamente, ligavam a aleatoriedade a incerteza, quando afirmaram: *"Quando ocorre resultados diferentes como jogar dados, ou seja* ***não se***

---

[76] Reiteramos que o motivo pelo qual analisamos de maneira mais aprofundada o desenvolvimento profissional da professora Safira se justifica pelo fato de ter sido ela a que nos apresentou maior possibilidade de coleta de dados para tal.

sabe o resultado certo*”* (PROFESSORA TURQUESA, grifos nossos) e *“Quando há resultado diferente,* ***quando não sabemos qual o resultado****”* (PROFESSORA JADE, grifos nossos). As demais professoras fizeram afirmações que não traduzem qualquer ideia de aleatoriedade: *“Ir alternando”* (PROFESSORA SAFIRA), *“Algo ou situação não prevista, sem objetivo”* (PROFESSORA ESMERALDA), *“Não tem regra, é esporádico”* (PROFESSORA DIAMANTE) e *“Algo que não é exato”* (PROFESSORA RUBI).

A respeito do que elas entendiam por espaço amostral e sobre como definiriam Probabilidade, as respostas parecem incluir compreensões equivocadas, por parte das professoras, das noções envolvidas nesses conceitos. A professora Safira, por exemplo, afirmou: *“Um exemplo de alguma coisa”*. A professora Jade foi a única que apresentou uma resposta que indicava que ela possuía um entendimento assertivo a respeito do que seja espaço amostral. Seus exemplos, porém, não nos permitem concluir qual era sua real compreensão, pois ela não descreveu o experimento, apenas listou variáveis que podem estar envolvidas em um fenômeno de natureza aleatória – *“Conjunto de resultados de todos os experimentos. Ex.: número de sapato, altura, peso, etc.”*.

Sobre Probabilidade, nenhuma delas apresentou uma definição. A professora Jade, por exemplo escreveu: “*Não é um valor exato podendo ser incerto. Ex.: o jogo de dado com 2 dados.”*. Essa afirmação da professora reforçou suas ideias intuitivas a respeito da temática ou do conceito, da mesma forma que ocorreu com a professora Safira, que apenas referenciou sobre a importância da probabilidade para a estatística, sem, contudo, dar maiores esclarecimentos: *“[...] é fundamental na estatística”*.

Essa ausência de conhecimento de conteúdo trazia implicações ao ensino. Quando foram questionadas sobre alguma experiência de sala de aula que lhes permitiram explorar o ensino de Probabilidade, apenas a professora Safira fez referência a uma tarefa, realizada com alunos do 5.º ano: *“uma atividade onde a criança vai ter que ver quantas vezes pode trocar de roupa”*. Em tarefas, como a referida, está envolvido o raciocínio combinatório e o caráter interativo da multiplicação, sendo analisadas as possibilidades de combinações. Porém, a forma como a professora indicou, apresenta indícios de que ela, possivelmente, tratava a chance de ocorrência de um evento (possibilidades) como se essa correspondesse à determinação da chance de ocorrência do evento (probabilidade).

É preciso colocar que as respostas ao questionário mostraram que a Probabilidade também não havia sido objeto de estudo em cursos de formação continuada dos quais as professoras tinham participado até aquele momento, embora duas delas, as professoras Diamante e Safira, apresentassem um histórico de participação bastante frequente em cursos de formação continuada.

Apesar de as professoras não terem estudado ou lecionado em suas aulas, até aquele momento, o tema Probabilidade, elas, em resposta ao *Questionário*, reconheceram a importância da temática. A professora Safira, por exemplo, afirmou a relevância do tema para a formação docente advertindo: *"[...] inserir esta prática nos docentes, para melhor desenvolver o conteúdo com os alunos [...] precisamos de mais estudos para realizar intervenções"*.

Assim, as professoras assumiram suas limitações quanto ao conhecimento do conteúdo e do ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008), mas mostraram-se empenhadas em aprendê-lo e implementá-lo em suas aulas. Essas informações foram importantes para o planejamento do processo formativo.

No processo de intervenção, percebemos a participação muito ativa das professoras. De maneira geral, no desenvolvimento das tarefas propostas durante a formação, elas discutiram, questionaram, posicionaram-se, principalmente a professora Safira, à frente do grupo várias vezes, para explicar o seu raciocínio em relação a determinadas ideias ou para expor suas dúvidas relativas aos conceitos colocados em discussão, conforme pode ser observado no capítulo seis em que apresentamos e discutimos os resultados dos dados coletados durante a formação.

Entendemos, com base no aporte teórico deste estudo, que, dentre os fatores que contribuem para a qualidade da aprendizagem profissional do professor, evidenciando as suas necessidades de *desenvolvimento profissional* está a sua história de vida (DAY, 2001). Assim, nas últimas entrevistas realizadas com a professora Safira, buscamos elementos que nos permitiram inferir a esse respeito, os quais descrevemos nos próximos parágrafos.

A professora Safira, no início de sua vida estudantil (primeiros anos de escolaridade) via o professor como a *"única fonte do saber"*. Ao falar dessa maneira, ela mostrou orgulhar-se de suas professoras. No entanto, quando perguntamos sobre experiências marcantes de como o ensino e, em particular, o ensino de Matemática era realizado, ela se expressou ainda com orgulho, porém com um tom de criticidade:

> *Professora Safira: (...) tínhamos que responder justamente como ela queria. Na matemática ela passava dezenas de contas para resolver e ainda tínhamos que tirar a prova real. E também passavam, na lousa, uns seis problemas bem longos para copiar e depois responder igual à explicação que ela havia dado; caso eu resolvesse de outra maneira ela colocava errado e nem queria saber como eu tinha chegado aquele resultado.* (Entrevista, 2018)

Dentre as disciplinas, a de que mais gostava era Educação Física. Seu interesse por essa disciplina estava relacionado ao uniforme que usava, pois se considerava linda nele. Ao falar das experiências marcantes com o ensino de Matemática, a professora ainda disse que, no início, até pensava que não gostava da Matemática, porque era uma disciplina que lhe causava medo. Somente na 7.ª série, sob a influência da sua professora naquela época, descobriu gostar da Matemática:

> *Professora Safira: (...) minha doce Eliana. Como eu era a única casada e mais velha, ela sempre me chamava para ir à lousa e ali mesmo tirava as minhas dúvidas. E como eu sabia que ela ia me chamar, eu estudava muito em casa. Foi aí que eu comecei a gostar da Matemática; porque eu entendia.* (Entrevista, 2018)

Em relação ao "modelo" de ensino da Matemática, vivenciado durante o que, atualmente, é designado como anos iniciais do Ensino Fundamental, a professora Safira afirmou considerar que, embora os professores solicitassem a participação dos alunos, chamando-os à lousa, esse era um momento no qual ela era bastante insegura. Também afirmou que, em sua opinião, as tarefas eram longas, com um número grande de "contas" para resolver.

Quando perguntamos sobre a sua decisão pelo Magistério, ela nos contou que recebeu influências das tias que eram professoras e do sonho de sua mãe – *"Minhas tias eram professoras e a minha mãe tinha um sonho de ter uma filha professora"*. Porém essa decisão não ocorreu de imediato – *"Eu não queria; porque meu sonho era ser médica pediatra, mas eu tenho pavor de sangue; então resolvi realizar o sonho da minha mãe; entrei no curso Magistério"*.

A Didática foi a disciplina que marcou a sua formação no Magistério, pois, no estudo dessa disciplina, eram apresentadas atividades de Matemática e de Português e depois elas (as alunas do curso) eram encaminhadas para o estágio, quando desenvolviam essas atividades. Em relação à experiência que marcou o seu estágio na formação inicial, a professora Safira relatou sobre a atenção que as crianças dedicavam ao professor. Isso a fazia sentir-se valorizada.

Ao iniciar a sua trajetória profissional – à época tinha apenas formação em Magistério – a professora Safira nos confidenciou ter necessitado do auxilio de outros professores mais experientes sobre como utilizaria o livro didático. Ela seguia os conteúdos e tarefas, porém não tinha clareza de como devia fazê-lo adequadamente, como explorar e aprofundar o ensino. Ressaltou que esse era o único recurso adotado em aula e que, com base nas orientações das colegas de profissão, começou a explorar mais e melhor o livro a partir dos conhecimentos dos alunos.

A professora Safira nos contou ainda que, em razão da sua pouca experiência, sempre buscou participar dos cursos de formação continuada ofertados pela diretoria de ensino e que o seu ingresso na Licenciatura em Pedagogia foi uma exigência da rede estadual de ensino para que pudesse permanecer no quadro.

Em relação às contribuições da formação inicial para o ensino de Matemática, a professora Safira lembrou e referenciou mais uma vez as aulas de Didática. Segundo ela, essa disciplina orientava atividades para serem desenvolvidas com os alunos durante o estágio. No que se refere às contribuições para o ensino de Probabilidade, ela disse não recordar de qualquer disciplina voltada para a temática.

Quando perguntamos sobre a sua relação com a leitura, ela afirmou gostar de ler contos e revistas, mas também disse gostar de visitar *sites* e ler artigos que trazem matérias sobre tipos de aula e *"[...] estratégias didáticas para aulas criativas"*.

Quanto às experiências em cursos de formação continuada, a professora Safira nos disse que, em razão da sua paixão pela Matemática, quando soube do Projeto Observatório da Educação, logo se inscreveu para participar *"[...] porque quando eu vi, eu não quis largar mais, porque antes não tinha curso de Matemática"*. E que além desse, também fez os cursos do PNAIC – *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa* e EMAI, pois alguns foram destinados à Matemática. Segundo ela, todos os cursos dos quais havia participado anteriormente traziam temáticas relativas à alfabetização e ao ensino de leitura e produção de textos.

Perguntamos sobre as suas experiências atuais no ambiente de trabalho. Em relação aos demais profissionais da escola, ela disse considerar que a escola tem um clima de cooperação entre todos e que todos se dispõem a colaborar com o outro em suas necessidades ou dificuldades.

Quanto à imagem que tem de si mesma enquanto profissional da educação, ela expressou sentimentos positivos, demonstrando satisfação e realização profissional: *"Eu amo o que faço e não saberia fazer outra coisa que não fosse educação; agradeço muito a minha mãe por ter sonhado o sonho que hoje é a minha realidade"*. E complementou: *"Eu amo quando vejo um aluno aprendendo aquilo que tinha dificuldade"*. Em razão disso, considera-se uma professora prestativa, atenciosa e disse que busca cultivar essas características, pois é isso que a faz uma boa professora.

Sobre o seu perfil profissional de hoje em relação a quando iniciou o Magistério, ela assumiu mudanças atitudinais ligadas à sua forma de ensinar *"Eu sou outra professora. Não fico mais presa ao livro. Agora busco o conhecimento junto ao dia a dia das crianças; busco atividades em que eles experimentem vivências de mundo"*.

Perguntamos também sobre o que ela considera ser o papel do professor e o papel do aluno no ensino. A esse respeito, afirmou: *"Ambos aprendem um com o outro e o professor por meio de intervenções motiva e sensibiliza os alunos, otimizando o processo de ensino e de aprendizagem"*. Nesse primeiro momento da entrevista, a professora Safira disse que seu projeto pessoal, enquanto profissional da educação, é aposentar-se em sala de aula.

Esse primeiro momento da entrevista nos permitiu perceber que o *conhecimento profissional* da professora foi potencializado ao longo de sua carreira, sobretudo em relação aos aspectos de natureza social e experiencial com os alunos, as dinâmicas de aula, os valores e a cultura da escola na qual é parte integrante (DAY, 2001; PONTE, 2012).

7.3.2 *Reflexões e desenvolvimento profissional*

O professor assume indiscutivelmente um papel importante nos processos de ensino e aprendizagem. A sua formação (conhecimentos) influencia o ensino que desenvolve em sala de aula. Por isso os processos formativos devem ser concebidos com vista a promover o seu *desenvolvimento profissional* (PONTE, 2012; SERRAZINA, 1999). Cabe ao professor, porém, aproveitar as oportunidades de formação que venham ao encontro de suas necessidades, seus objetivos e suas perspectivas do ensino pelo qual é responsável, sendo ele o protagonista do seu próprio *desenvolvimento profissional* (PONTE, 2014).

Entre as vertentes do *desenvolvimento profissional* do professor estão também o desenvolvimento da capacidade de reflexão da sua própria experiência em termos de prática letiva. Sob essa perspectiva, procuramos olhar para os dados produzidos a partir do que a professora Safira nos confidenciou a respeito do planejamento das aulas, das suas percepções no desenvolvimento da aula (como os alunos reagiram às tarefas propostas) e dos aspectos afetivos e relacionais (relação da professora com o ensino de Probabilidade).

Inicialmente, destacamos a importância dada pela professora Safira ao curso em Probabilidade. De início, suas expectativas estavam associadas ao desejo de *"aprender mais Matemática"*. Sobre o atendimento a tal expectativa, a professora afirmou que o curso foi muito bom, pois lhe permitiu, por várias vezes, pensar e discutir ideias que antes considerava bem mais complicadas e que, com as discussões em grupo e intervenções das formadoras, ficavam *"[...] tão mais simples"*.

A professora Safira nos confidenciou também que o curso em Probabilidade foi importante para a sua aprendizagem porque hoje pensa diferente em relação à Matemática, pois antes considerava os conteúdos matemáticos apenas numa perspectiva de respostas exatas:

> *Professora Safira: [...] quando fiz com as crianças, eu aprendi que até elas mesmas compreendiam de uma forma diferente [...] e agora eu já consigo intervir mais, sabe? Fazer com que eles pensem bem mais do que antes [...] agora eu consigo investigar e vejo que tem sempre um e outro que vai falar alguma coisa que vai fazer raciocinar.* (Entrevista, 2018)

Em relação à sua participação no processo formativo, a professora Safira afirmou que, nas sessões de formação, questionava e expunha a sua compreensão porque, assim, ela esclarecia suas dúvidas e isso contribuía para a aprendizagem de conceitos, permitindo-lhe explorá-los com seus alunos e também com seus colegas, pois possivelmente suas dúvidas também eram dúvidas de outros. Em relação à possibilidade de exploração do conceito com os seus alunos, ela o fez posteriormente, utilizando-se de tarefas propostas na formação e de outras que ela buscou em *sites* que propunham jogos para explorar conceitos do ensino de Matemática. Assim, ela avaliou a sua participação: *"Eu acho que foi muito boa a minha participação nas sessões de formação"*.

A professora Safira argumentou, ainda, que, por ter sido a primeira vez que trabalhava com Probabilidade, considerou ter explorado pouco, pois trabalhou somente tarefas e jogos, mas *"eles* [referindo-se a seus alunos] *demonstraram bastante interesse e já sabem identificar quando uma situação acontecerá, talvez aconteça ou dizer com certeza vai acontecer. Eles aprenderam* [concluiu com entusiasmo]*"*.

Perguntamos se essas noções foram de fácil ou difícil compreensão por parte dos alunos. De acordo com a sua avaliação, *"eles quase não apresentaram dificuldade, mas foram bem questionadores, tiveram um bom raciocínio"*. Por fim, ela enfatizou seu ponto de vista, afirmando que nunca tinha pensado *"assim"* [referindo-se a explorar um conceito da Matemática sem o uso de números e de algoritmos]: *"[...] com a Probabilidade, agora eu já vejo e penso*".

Em síntese, a professora nos revelou, durante a entrevista que a formação em Probabilidade lhe permitiu aprender o que ela chamou de um novo conceito da Matemática – *"foi uma surpresa porque quando você pensa em Matemática, você logo pensa num cálculo, sabe? Resolução..."* – e também uma nova forma de ensinar, pois foi possível trabalhar com seus alunos algumas tarefas vivenciadas nas sessões de formação, o que lhe permitiu perceber como eles pensam.

Por último, ela avalia que a formação lhe proporcionou experiências significativas que, em sua opinião, contribuíram para melhorar a sua prática: *"a formação foi muito importante para a gente aprender e refletir sobre o ensino de Matemática, de Probabilidade e ainda serviu para eu aplicar na prática com meus alunos"*. Embora, em sua opinião, tenha trabalhado bem pouco – *"somente com as tampinhas e os jogos"* –, ela disse ter enriquecido muito sua aprendizagem, pois aprendeu a olhar melhor como os alunos pensam e para as justificativas que eles apresentam durante a aula. Isso a fez refletir em como o ensino de Matemática pode ser desenvolvido, pois, sobre a proposição de outra tarefa numa segunda aula, ela disse: *"Olha! Eu me senti muito mais segura, mas o que me deixou assim também é que eles* [referindo-se aos alunos] *já estavam bem mais seguros também; [...] já sabiam mais o que falar"*.

Algumas interpretações e conclusões

Para um ensino de qualidade, e neste caso, o ensino de Matemática, é mister uma preparação matemática e didática adequada do professor, a qual passa, indiscutivelmente, pelo domínio de uma gama de competências, pelas relações positivas com os alunos e também por uma atitude profissional diante dos problemas com os quais se depara e pela capacidade de se atualizar profissionalmente (DAY, 2001; PONTE, 2012).

As competências envolvem, segundo nossa compreensão, sobretudo os domínios do *Conhecimento do Conteúdo* e do *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo* (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Em particular, o *Conhecimento Pedagógico* entrelaça o conteúdo com aspectos do ensino e da aprendizagem. Portanto, a questão centra-se na qualidade do ensino e da aprendizagem da Matemática e não, sobre a qualidade do conhecimento dos professores, em si (BALL; BASS, 2003).

Essa perspectiva dialoga, de acordo com o nosso entendimento, com a perspectiva defendida por Ponte (2012) sobre a natureza do conhecimento profissional do professor, por meio do qual se pretende não apenas identificar o que o professor tem de saber para a sua atividade profissional e quais concepções estão na base desse saber; mas também perceber, especialmente, a natureza desse saber, intrínseca à ação do professor e ao modo como é construído, a partir da experiência e de processos reflexivos (SERRAZINA, 1999).

Os resultados apresentados e discutidos nas seções que compuseram este capítulo permitem afirmar que a professora Safira mostrou-se competente em relação à combinação do conhecimento do conteúdo e do ensino e em relação a conhecimentos de questões curriculares. Isso ocorreu especialmente porque foi capaz de analisar as habilidades esperadas para cada ano escolar com o ensino de Probabilidade e escolher adequadamente tarefas (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) para introduzir a exploração das noções probabilísticas com crianças do 1.º ano – ano que lecionou em 2018. Conseguiu, ainda, fazer adequações nas atividades contidas no livro didático adotado na escola com base nos conhecimentos adquiridos durante as sessões de formação. Foi capaz também de buscar e selecionar tarefas, usando outros recursos (*sites* que orientam tarefas matemáticas) para que as crianças se aprofundassem no entendimento e compreensão a respeito do tema. Assim, concluímos que os conhecimentos e percepções da professora Safira sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental foram desenvolvidos, influenciando, portanto, a sua capacidade de realização do ensino desse conceito, por meio de uma abordagem das noções subjacentes a ele.

Em relação à professora Esmeralda, consideramos que ela também se mostrou capaz de refletir os conteúdo e as formas de abordá-lo com seus alunos. Reiteramos que ela analisou as possibilidades de introduzir o ensino da temática, e assim, oportunizou que seus alunos vivenciassem, em aula, uma das tarefas desenvolvidas no processo formativo. Antes, porém, fez adequações importantes, adotando uma linguagem, por meio da qual traduziu conceitos abstratos em linguagem clara e acessível, favorecendo que os alunos compreendessem as noções probabilísticas exploradas na tarefa (GAL, 2004).

Em particular, temos o entendimento de que, as professoras Rubi, Diamante, Turquesa e Jade mostraram-se competentes no que diz respeito à capacidade de iniciar uma discussão sobre a temática com seus pares, em momentos de formação, no âmbito da escola onde lecionam. Esse é, na nossa visão, um resultado importante, visto que revela que o processo formativo bem como a entrevista pós-formação, da maneira como foram realizados, despertaram nesses professores o desejo de aprofundar os conhecimentos e, mais, de partilhar essa experiência no contexto de outras formações e com outros atores.

Em relação ao *desenvolvimento profissional*, podemos afirmar ter ocorrido tanto com as professoras Esmeralda, Rubi, Jade, Diamante, Turquesa como com a professora Safira, a partir de suas participações no processo formativo e das reflexões realizadas por elas durante e pós-formação. Podemos afirmar, também, que as professoras foram as grandes responsáveis por esse processo de desenvolvimento, pois, mesmo com intensidade diferentes, elas questionaram, argumentaram, arriscaram-se ao implementar tarefas, desafiaram a própria experiência, sem medo ou receio de errar ou acertar nas suas escolhas. Isso foi, sem dúvida, determinante para a aquisição de conhecimentos antes não experienciados pelas professoras participantes.

As ações implementadas na prática pelas professoras foram reveladoras do seu papel frente à promoção do seu próprio *desenvolvimento profissional*. Elas, na escolha das tarefas mostraram ter levado em consideração os assuntos discutidos nas sessões de formação, o que evidencia uma reação positiva à formação e à temática em estudo. As suas reações durante e pós-formação são reveladoras, também, do compromisso das professoras com o seu próprio conhecimento e da consciência de que aquilo que elas sabem e podem realizar no ensino influenciam a aprendizagem de seus alunos (DAY, 2001; PONTE, 2012; PONTE, 2014). As ações promovidas pelas participantes revelam, ainda, sua postura responsável e comprometida com as novas abordagens para o ensino.

Consideramos, com base nos resultados do estudo aqui descrito, que o *desenvolvimento profissional* das professoras investigadas foi potencializado a partir de sua participação no processo formativo, pois a postura, por exemplo, da professora Safira, evidencia que ela foi capaz de analisar questões ligadas, sobretudo, ao conteúdo e ao ensino e refletir sobre elas. Foi capaz de planejar e desenvolver aulas, a partir daquilo que ela tinha como recurso didático naquele momento (o livro), relacionar o novo conteúdo (noção de probabilidade) a outro, que era do seu domínio de conhecimento, articular e fazer intervenções apropriadas à exploração das noções e das ideias relativas ao novo conteúdo, integrar conhecimentos da teoria à prática e explorar, durante o ensino, diferentes contextos, possibilitando que os alunos desenvolvessem noções probabilísticas (WATSON, 2006).

Consideramos, sobretudo, que o compromisso das professoras com a profissão e com os objetivos do ensino foram potencializadores do seu *desenvolvimento profissional*. Da mesma forma, que o seu compromisso com a qualidade da aprendizagem de seus alunos (professoras Esmeralda e Safira) e com a formação de outros profissionais no contexto da escola, evidenciado pelas professoras Rubi, Diamante, Turquesa e Jade.

Os resultados obtidos confirmam que cursos de formação que permitam aos professores refletir e discutir sobre novas concepções de como ensinar os conteúdos matemáticos e sobre as práticas desenvolvidas em sala de aula se constituem cenário favorável ao *desenvolvimento profissional* do professor, como é referido por Serrazina (1999).

Finalmente, consideramos que as professoras sentiram-se acolhidas e acompanhadas, mostrando-se à vontade, durante as entrevistas, para discutir o processo formativo, bem como para expor suas dúvidas e compreensões a respeito da temática. E não apenas isso, parecem ter se sentido desafiadas a implementar esses novos conhecimentos na sala de aula e a contribuir para a aquisição e/ou o desenvolvimento de novos conhecimentos por parte dos colegas de profissão, reconhecendo-se capazes de enfrentar situações novas e tomar decisões apropriadas no ensino por elas orientado ou na troca de experiências com outros profissionais da escola. Diante disso, consideramos também que o processo formativo, bem como as ações pós-formação, configuraram-se em espaços e em oportunidades de *reflexão* e promoção da autoconfiança (SERRAZINA, 2013) das professoras investigadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa

No início deste estudo falamos do nosso interesse pela formação de professores como linha de investigação e oportunidade de promoção do *desenvolvimento profissional docente*. Portanto, a questão norteadora desta investigação esteve centrada nas contribuições que um processo de formação continuada, em que se discutiu o ensino de noções probabilísticas a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, traz para o *desenvolvimento profissional* dos professores que dele participaram.

Em 2016, quando começamos esta investigação, o nosso país estava vivendo um momento de discussões das propostas curriculares para o Ensino Fundamental. Portanto, discutir o ensino e a aprendizagem de Probabilidade, naquele momento, pareceu-nos oportuno e atual, visto ser este um tema que estava no foco das discussões para o ensino de Matemática nos anos iniciais. Analisar e refletir sobre o currículo, documento orientador de propostas e programas de ensino se constitui, segundo nossa compreensão, em uma ação imprescindível às formações de professores e, por consequência, à sua atuação pedagógica.

A relevância deste estudo centra-se nas discussões referentes às questões ligadas ao ensino e à aprendizagem das ideias que sustentam o conceito de Probabilidade, orientadas pelos documentos oficiais de educação e em discussões já iniciadas em pesquisas reconhecidas nacional e internacionalmente sobre a formação e o conhecimento profissional de professores para o ensino desta temática e sobre o processo de *desenvolvimento profissional*.

A pertinência deste estudo, portanto, está associada às inovações curriculares para o ensino da Matemática que orientam a abordagem de noções ligados à Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, carecendo, portanto, de investimentos na formação profissional do professor que leciona nesta fase de escolarização, visto que ele é um elemento imprescindível na implementação e na realização do ensino que conduza a uma aprendizagem com compreensão, por parte do aluno.

Como já referido, esta investigação, que se desenvolveu nos anos de 2016, 2017 e 2018 esteve inserida em um contexto maior, o *Observatório da Educação*, um projeto de formação e pesquisa financiado pela CAPES e pelo qual são responsáveis, no âmbito deste Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, os professores Ruy César Pietropaolo (professor pesquisador da Universidade Anhanguera de São Paulo - UNIAN e coordenador do projeto), Angélica da Fontoura Garcia Silva, Maria Elisa Esteves Galvão e Maria Elisabette Brisola de Brito Prado (professoras pesquisadoras da UNIAN-SP).

O horizonte da presente investigação foi perspectivar caminhos de *desenvolvimento profissional* do professor – no nosso caso em particular, para o ensino de Probabilidade. Com esse fim, planejamos e desenvolvemos, de acordo com as perspectivas do *Observatório da Educação,* um curso de formação continuada, por meio do qual proporcionamos aos professores participantes vivenciar tarefas que lhes permitiram a exploração de noções probabilísticas, proporcionando-lhes oportunidades para refletir a sua própria experiência, o estudo, a aquisição, o desenvolvimento e/ou aprofundamento dos seus conhecimentos a respeito da temática.

O planejamento das tarefas propostas na formação teve como inspiração o programa *Compreensão das crianças sobre probabilidade e risco* (NUNES et al., 2011). Nele, buscamos fundamentar as discussões sobre questões didáticas referentes ao ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental e referentes à compreensão de crianças em fase inicial de escolarização sobre os conceitos envolvidos na temática.

Tendo como contexto esse processo formativo, do qual participaram 32 professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental da rede estadual de ensino de São Paulo, buscamos respostas para a questão norteadora da pesquisa: *Quais são as contribuições que um processo de formação continuada, que se propôs a discutir o ensino de Probabilidade a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, traz para o desenvolvimento profissional dos professores que dele participaram?*

Para compreender os contributos do processo formativo prolongados no tempo, passado um ano e meio de aquele ter terminado, realizamos entrevistas com seis professoras que dele tinham participado e, posteriormente, recolhemos vídeos de aulas desenvolvidas por duas delas, professoras Esmeralda e Safira, e áudios de um encontro de professores realizado pelas professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi, na escola onde lecionavam.

As informações produzidas a partir dos dados coletados foram analisadas à luz dos pressupostos teóricos apresentados no segundo capítulo deste texto de tese, dos estudos discutidos na revisão de literatura – quarto capítulo – e de outras leituras realizadas após a escrita desses capítulos. Assim, a análise dos dados concentrou-se em dois aspectos: o primeiro relativo às questões ligadas ao *Conhecimento do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*, e o segundo, relativos às discussões sobre o *Conhecimento,* a *Reflexão sobre a prática e* o processo de *Desenvolvimento Profissional*.

Os resultados deste estudo foram apresentados e discutidos em três capítulos: no capítulo cinco, os resultados relativos ao *questionário inicial de pesquisa*. Em seguida, no sexto capítulo, os resultados obtidos a partir de extratos de discussões ocorridas em sessões do processo formativo, em que se percebeu a participação dos professores, de maneira geral. Por último, no sétimo capítulo, apresentamos a análise e a discussão dos dados coletados nas entrevistas com as seis professoras que participaram da última fase da investigação. Para finalizar, também nesse capítulo, expusemos os resultados observados nas gravações em vídeo de aulas e áudios de um encontro com professores no contexto da escola.

Os resultados obtidos pela análise das informações coletadas no *Questionário Inicial de Pesquisa* apontaram que os professores, de maneira geral, da mesma forma que as professoras participantes da fase pós-formação, reconheciam as suas limitações em relação aos conhecimentos sobre Probabilidade e seu ensino. Mas também apontaram seu interesse em participar do processo formativo que seria iniciado posteriormente àquela sessão em que eles responderam o *questionário inicial*, para desenvolver conhecimentos e adquirir competências para efetivar o ensino dos conceitos envolvidos naquela temática, em sala de aula, com seus alunos.

Com base nos resultados relativos ao processo formativo, podemos afirmar que as discussões e reflexões ocorridas em sessões de formação possibilitaram a ampliação dos conhecimentos profissionais dos professores, relativos à Matemática, à Probabilidade e o seu ensino. Os professores, de maneira geral, adquiriram compreensões importantes em relação às ideias subjacentes ao conceito de Probabilidade: eles perceberam, por exemplo, que a Probabilidade se relaciona com a *incerteza*, em acontecimentos de natureza aleatória; compreenderam espaços amostrais, formas de descrevê-lo e analisá-los; e também adquiriam a capacidade de analisar e comparar probabilidades, sobretudo, entre eventos simples.

O estudo do aporte teórico que fundamentou esta pesquisa bem como a nossa experiência com a formação de professores, nos levou à compreensão de que o processo de *desenvolvimento profissional* é bastante complexo e é, em grande parte, decorrente e dependente tanto da trajetória de vida pessoal e profissional, como também das políticas e dos contextos educativos em que o professor desenvolve as suas ações docentes. Dessa forma, durante o processo formativo, demos especial atenção às necessidades de aprendizagens manifestadas pelos professores, uma vez que eles são os principais responsáveis pelo processo educativo e pela interpretação, implementação e concretização, com sucesso, das reformas e mudanças educacionais.

Reitere-se que esta pesquisa foi desenvolvida muito fortemente durante o processo formativo empreendido na segunda fase de realização deste estudo. Contexto em que se criou um ambiente de colaboração, discussões e reflexões individuais e coletivas e de coparticipação. Os resultados registrados em vídeos e áudios produzidos em sessões de formação evidenciaram que os professores, de maneira geral, interagiram entre si e com as pesquisadoras, responsáveis por orientar as sessões de formação. Esse contexto apresentou-se favorável à discussão e à reflexão e, naturalmente, à compreensão, por parte dos professores, das ideias probabilísticas exploradas por meio das tarefas propostas.

Relativamente às professoras participantes da fase pós-formação, a respeito de quem buscamos compreender as implicações no seu *desenvolvimento profissional*, a partir da análise da participação, das reflexões por elas explicitadas em todas as fases da pesquisa e das tarefas implementadas em sala de aula com seus alunos, professora Safira e Esmeralda ou com outros profissionais da escola, como ocorreu com as professoras Rubi, Diamante, Turquesa, Jade, os resultados nos permitem afirmar que o processo formativo constituiu-se num contexto impulsionador do desenvolvimento, em termos de aquisição de conhecimentos e da capacidade reflexiva dessas professoras. Neste cenário, é de notar o papel das pesquisadoras na promoção da ação reflexiva das professoras. As discussões provocadas em sessões de formação, bem como as entrevistas, em especial as realizadas com a professora Safira, permitiram-nos fazer questionamentos constantes, estimulando a reflexão sobre a prática de sala de aula ou a reflexão sobre a ação da forma como discute Schön (1987).

Consideramos que o processo formativo favoreceu o desenvolvimento do conhecimento para o ensino de Probabilidade – as professoras investigadas mostraram melhorias na compreensão de ideias envolvidas no conceito. A professora Safira, em particular, planejou, selecionou e desenvolveu tarefas que permitiram aos seus alunos do 1.º ano vivenciarem noções associadas ao conceito de Probabilidade. Da mesma forma, porém de maneira mais breve, a professora Esmeralda, com seus alunos do 3.º e 4.º ano. Consideramos que as ações implementadas pelas professoras Diamante, Turquesa, Jade e Rubi, com os professores da escola onde lecionam, são reveladoras de que o processo formativo foi potencializador também do início de uma ação interventiva, em termos de formação, no cenário da escola.

Tais resultados são importantes, dado que a melhoria do ensino e da aprendizagem dos alunos está fortemente condicionada ao *desenvolvimento profissional* do professor. Além disso, é de notar que o processo formativo assumiu um lugar de referência, onde as professoras buscaram fundamentação para planejar e desenvolver aulas com seus alunos – professoras Safira e Esmeralda – e partilhar conhecimentos com outros professores da escola que não haviam participado da formação – professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi.

Reitere-se, também, que durante toda a investigação estivemos comprometidas com as oportunidades de desenvolvimento da capacidade de reflexão contínua das professoras. Ressaltamos, portanto, que a reflexão sobre a ação – a professora Safira refletiu sobre as aulas desenvolvidas com seus alunos após a formação –, embora ocorra, em certa medida, naturalmente, ela necessita ser estimulada, o tanto quanto possível, por alguém que está de fora da ação, que leve o professor a ampliar e a melhorar o seu olhar a respeito do ensino e da aprendizagem do aluno e assim alargar o seu conhecimento profissional. Diante dessa compreensão, as entrevistas pós-aula foram realizadas no sentido de ajudar a professora Safira a olhar, especialmente, para as reações dos alunos às tarefas propostas: interesse, possíveis dificuldades manifestadas por eles, participação, envolvimento, aprendizagens percebidas.

O conteúdo da entrevista realizada com a professora Safira, após a aula, esteve centrado também na sua trajetória escolar e profissional, visto que a aprendizagem profissional se constrói também a partir da experiência, sem qualquer tipo de orientação e pelas oportunidades de *desenvolvimento profissional* vividas na escola, constituindo-se fatores que contribuem para a qualidade da aprendizagem profissional.

Das análises que fizemos e com base na apresentação e na discussão dos resultados, podemos afirmar que o processo formativo contribuiu para o *desenvolvimento profissional* das professoras, e mais notadamente da professora Safira, também em termos de aquisição e aprofundamento de aspectos ligados ao conhecimento de conteúdo e conhecimento pedagógico de conteúdo, à prática letiva e ao início de um processo de reflexão sobre a prática. Consideramos que a realização desse último, em particular, foi sentida a partir da atenção dada por nós às professoras, uma vez que a incentivamos a falar, a questionar, o que, a nosso ver, impulsionou o desenvolvimento da capacidade de refletir sobre a prática e de fazer implementações no contexto de sala de aula.

Ressaltamos, especialmente, nos resultados deste estudo, o papel das professoras, e mais notadamente, da professora Safira no desenvolvimento de suas capacidades, dados a participação e o envolvimento, levando-a a avançar no seu próprio *desenvolvimento profissional*. Além desses, outros aspectos fundamentais à promoção do *desenvolvimento profissional* do professor foram evidenciados neste estudo, como, por exemplo, a atenção à compreensão dos conteúdos matemáticos que vai ensinar; a importância dada ao investimento das professoras em sua própria formação, à reflexão a respeito de suas práticas e experiências de aprendizagem; e a colaboração entre os pares e entre as professoras e as investigadoras.

Acrescentamos a esses, o vínculo estabelecido, após a formação, entre as investigadoras e as professoras, especialmente a professora Safira. Esse se configurou como o principal aspecto impulsionador, imprescindível e determinante no processo de *desenvolvimento profissional* das docentes, e também como oportunidade de aprofundamento dos conhecimentos das pesquisadoras, especialmente em relação às formas de promoção de processos formativos e de contextos favoráveis ao *desenvolvimento profissional*.

Diante do exposto, estamos certas de que, ao proporcionar, aos professores, em um processo formativo, experiências que lhes permitiram discutir, por meio da exploração de tarefas próximas às vivências das crianças, a Probabilidade e o seu ensino, conseguimos levá-las(os) a adquirir níveis mais elaborados das suas intuições iniciais, contribuindo favoravelmente para a efetivação do ensino dessa temática em sala de aula. Destaca-se, também, a importância do papel do acompanhamento realizado na fase pós-formação, imprescindível à melhoria da compreensão dos conceitos, da efetivação do ensino, da implementação de ações formativas sobre a temática estudada, no contexto da escola, e do desenvolvimento da capacidade de reflexão das professoras.

Por último, sublinhamos que os processos de aquisição do conhecimento e de *desenvolvimento profissional* requerem tempo e estudos aprofundados por parte dos professores. Assim, temos a consciência de que os resultados deste estudo apontam, sobretudo, para as contribuições de um curso de formação continuada, sem, contudo, desprezar a necessidade de investimentos futuros em termos de *desenvolvimento profissional* das professoras investigadas em relação à Probabilidade e ao ensino desse tema integrante do currículo da Matemática.

Resposta à questão de pesquisa

As informações produzidas ao longo de toda investigação nos levam a concluir que o processo formativo, da forma como ele foi empreendido neste estudo, e as ações após a formação foram impulsionadores do crescimento profissional das professores e do processo de reflexão, resultando em melhorias na capacidade de planejar situações novas de ensino e de fazer intervenções adequadas à aprendizagem, com compreensão, por parte dos alunos, das noções probabilísticas exploradas em sala de aula – professoras Safira e Esmeralda – e, também, na proposição pelas professoras Jade, Turquesa, Diamante e Rubi, de momentos de estudos com seus pares no contexto da escola em que lecionam

Assim, as nossas conclusões são também no sentido de que as ações da fase pós-formação assumiram papel fundamental no processo de aquisição e ou ampliação dos conhecimentos das professoras, no envolvimento e no comprometimento delas com o estudo realizado na formação e com a implementação, na prática, dos conhecimentos adquiridos e/ou ampliados, tanto em sala de aula com os alunos como em ambientes externos, em estudo com outros professores; na ação de refletir na prática e sobre a prática; e, naturalmente, no envolvimento e aprendizagem dos alunos.

A nossa tese decorre, portanto, de que igualmente importante aos elementos-chave já apontados em outros estudos como promotores do processo de *desenvolvimento profissional* do professor, acrescenta-se a esses a relação estabelecida entre as formadoras (pesquisadoras) e as professoras investigadas, durante e após a formação, a qual se configurou um aspecto determinante para o *desenvolvimento profissional* das docentes. Esse vínculo foi impulsionador de novas reflexões e agiu como motivador das ações das professoras e também da reflexão, do desejo de experimentar, discutir, analisar e implementar (melhorar) as suas aulas, contribuindo para a ampliação, por parte delas, da compreensão das noções probabilísticas discutidas no curso de formação.

Além disso, as experiências vivenciadas com este trabalho de investigação, nos permite afirmar que o processo de *desenvolvimento profissional* ocorre reciprocamente (professores ⟷ formador/pesquisador), sendo essa relação de reciprocidade determinante, também, para a qualidade do *conhecimento profissional*.

Desafios

Os desafios deste estudo decorreram, sobretudo, em função do tempo dedicado à formação que, a nosso ver, foi bastante curto, considerando as inúmeras questões levantadas nas discussões, que necessitariam ter sido aprofundadas para melhor compreensão da temática por parte dos professores. No entanto, acreditamos, em sintonia com outros investigadores (DAY, 2001; PONTE, 2012; SERRAZINA, 2013, dentre outros), que o conhecimento profissional dos professores será ampliado ao longo do tempo, à medida que eles, no contexto de outras formações, dialoguem com diferentes experiências vivenciadas na escola.

Outro desafio sentido por nós refere-se às possibilidades de os professores participarem integralmente da pesquisa. Mesmo as seis professoras que se dispuseram, desde o princípio, a participar da terceira fase, precisaram esforçar-se para conciliar o tempo de suas aulas, de modo a ser possível explorar tarefas sobre outros conceitos que não aqueles já previamente orientados no programa de ensino da Matemática para os primeiro anos de escolaridade e para refletir sobre elas, após as aulas.

Diante dessa realidade, que imaginamos não ser sentida somente por nós, consideramos imprescindível que as escolas priorizem, o tanto quanto possível, momentos de reflexão e de discussão entre os pares, possibilitando aos professores, por exemplo, a ampliação das reflexões e dos conhecimentos adquiridos em cursos de formação, visto que a qualidade do ensino por eles ministrado está intimamente relacionada com o seu conhecimento; com a confiança que ele desenvolve, no nosso caso em particular, em relação à Matemática e ao ensino de um determinado conceito; e com o quanto e como ele considera que os alunos são capazes de aprender.

Nossas reflexões pessoais ao final desta pesquisa vão no sentido de algumas preocupações já vividas em estudos por nós realizados anteriormente que nos levam a indagar mais uma vez: as dificuldades apresentadas pelas participantes deste estudo seriam as mesmas enfrentadas por outros professores? Até que ponto os cursos de formação inicial e/ou continuada estão direcionando seus olhares para as questões didáticas do conteúdo específico de cada área? Será que as pesquisas em Educação Matemática estão conseguindo adentrar as escolas? Em que medida? De que maneira? Como levar o diálogo iniciado neste estudo a ser fortalecido no âmbito escolar?

A respeito dessa última questão, queremos aqui reafirmar o desejo de que este estudo não se configure tão somente em um trabalho acadêmico, mas que seja base para que as questões aqui discutidas cheguem às escolas e que colaborem, em cursos de formação continuada, com reflexões, bem como com a prática e o *desenvolvimento profissional* de outros professores. É, portanto, este o nosso horizonte a partir de então: contribuir com a formação de outros professores, nos mais diferentes contextos e com a construção de novos conhecimentos.

Ao final deste estudo, queremos deixar registrada a nossa expectativa de que gestores educacionais, ao pensarem e definirem propostas curriculares para o ensino de uma determinada área de conhecimento, também pensem, elaborem e invistam em políticas públicas de formação para professores com vista a tornar possível a efetivação de um ensino que conduza a uma aprendizagem com compreensão, por parte dos alunos; permitindo-lhes desenvolver-se cognitiva, emocional, cultural e socialmente.

Assim, temos igualmente a expectativa de que este estudo seja um contributo para outros contextos de formação inicial e continuada de professores e também inspiração para outros pesquisadores. Em relação aos primeiros, em especial, em termos de discussões que leve à aquisição e ou ao desenvolvimento de conhecimentos sobre o conteúdo e o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para os últimos, deixaremos, na próxima seção, algumas sugestões de pesquisas que possam vir a ser desenvolvidas, de modo a aprofundar, complementar e enriquecer os resultados apresentados e discutidos neste texto de tese.

A concluir...

De maneira geral, consideramos que esta investigação, em termos de levantamento, discussão e análise de dados perpassou pelas principais componentes do *desenvolvimento profissional* (conhecimento profissional; formas de promovê-lo; protagonismo do professor; processos formativos; colaboração; e reflexão). No entanto, alguns aspectos merecem ser aprofundados em investigações futuras, como, por exemplo:

- **Nos contextos formativos (processos de formação inicial ou continuada de professores)**: sobre os níveis, a qualidade e os fatores que podem contribuir para o desenvolvimento e a eficácia da capacidade de reflexão; sobre as tarefas que possam favorecer a aprendizagem profissional; sobre as formas como os professores recebem e usam as temáticas da formação na prática; sobre o envolvimento dos professores em cursos de formação continuada; sobre as mudanças na prática profissional; e sobre as ações formativas que podem ser desenvolvidas após a formação.

- **Com os professores:** sobre os conhecimentos (matemáticos e pedagógicos) dos professores para desenvolver trabalhos em aula, no sentido de promover o raciocínio e o pensamento probabilístico dos alunos; sobre o desenvolvimento da capacidade de selecionar, adaptar e conceber tarefas para promover o raciocínio em Matemática e em Probabilidade; e sobre a capacidade de analisar o raciocínio dos alunos.

- **Com os alunos:** sobre o desenvolvimento e as formas de raciocínio e pensamento probabilístico dos alunos.

Para finalizar...

Reiteramos que este estudo foi desenvolvido na e sob a perspectiva do Projeto *Observatório da Educação*. Por isso, consideramos imprescindível chamar a atenção para a importância de investimentos, em termos de políticas públicas educacionais de formação de professores, em projetos como esse. O *Observatório da Educação*, além de promover oportunidades de formação, visto que contribui com o diálogo entre conhecimentos teóricos e práticos, com o diálogo entre a academia e a escola, palco das ações educacionais, é condição fundamental à realização de investigações como esta, e impulsionador da produção científica.

Sobre a experiência de estar junto e em contato com professores, pesquisadores e alunos do Programa de Doutoramento em Didática da Matemática do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, no decorrer do Doutorado Sanduíche, ao longo de seis meses de estudo posso dizer [aqui falo na primeira pessoa do singular por se tratar de uma experiência sentida, de maneira particular, por mim] que isso modificou a minha vida de maneira pessoal e academicamente. As leituras a respeito das temáticas indicadas e discutidas nas sessões dos Seminários de Investigação, ocorridos no âmbito do referido programa, foram uma rica possibilidade de ampliação dos meus conhecimentos da literatura acerca dos estudos em Educação Matemática, produzida em diferentes partes do mundo.

De maneira muito especial, gostaria de destacar a oportunidade de discutir questões relacionadas à minha pesquisa com a professora Lurdes Serrazina. Seus questionamentos, em forma de orientações e recomendações para o meu texto de tese, me fizeram refletir e estruturá-lo melhor. Associado a isso e igualmente importante, considero que a vivência que me foi possibilitada com o Doutorado Sanduíche ou Doutorado Intercalar, da forma como é referido pela Universidade de Lisboa, trouxe contribuições significativas para o meu *ser pesquisadora*: o papel que devo assumir em projetos de investigação e formas de desenvolvê-lo.

Por último, quero sublinhar que nestes anos de Doutorado escutei, por várias vezes, dos meus professores e da minha orientadora, que uma investigação requer, além do envolvimento e de um olhar atencioso, por parte do pesquisador, uma escrita minuciosa do observado; rica, tanto quanto for possível, em detalhes. As conversas com a professora doutora Lurdes Serrazina, no decorrer desses meses, me conduziram de maneira a efetivar esse ensinamento. Não estou aqui, de maneira pretensiosa, dizendo que desenvolvi plenamente tal olhar e capacidade de escrita. Porém, posso afirmar que dei mais um passo junto àqueles já dados, com os professores e pesquisadores do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

ABRANTES, P.; PONTE, J. P. Professores de Matemática: Que formação? **In Actas do Colóquio sobre o Ensino da Matemática: Anos 80** (pp. 269-292). 1982. Lisboa: SPM.

ALARCÃO, I. **Professores Reflexivos em uma Escola Reflexiva**. 8. ed. (Coleção questões da nossa época; v. 8). São Paulo: Cortez, 2011.

ALARCÃO, I. **Entrevista**. São Paulo. Entrevista concedida à Revista Nova Escola. Refletir na prática – Fala Mestre. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/83258464/ISABEL-ALARCAO-entrevista >. Acesso em: 04 ago. 2017.

AZCÁRATE, P. La formación inicial del profesor de matemáticas: análisis desde la perspectiva del conocimiento práctico professional JO - **Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado**, ISSN 0213-8646, Nº 32, 1998 (Ejemplar dedicado a: Didáctica de las Matemáticas para los profesores de Educación Secundaria), pags. 129-142. Disponível em: <file:///C:/Users/Junior%20Carvalho/Downloads/La_formacion_inicial_del_profesor_de_matematicas_a.pdf >. Acesso em: 12 nov. 2017.

BALL, D. L.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. In DAVIS, B.; SIMMT, E. (Eds.). **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group,** Edmonton, AB: CMESG/GCEDM, 2003. p. 3-14.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, Pennsylvania, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dec. 2008.

BARROS, P. M.; FERNANDES, J. A. **Dificuldades de Alunos (Futuros Professores) em Conceitos de Estatística e Probabilidades**. In. ProfMat. Vila Real. 2001. Disponível em: <https://bibliotecadigital.ipb.pt/handle/10198/1559>. Acesso em: 22 nov. 2017.

BATANERO, C.; GODINO, J. D. **Estocástica y su didáctica para maestros**. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-0-3. [75 páginas; 1,5 MB] (Recuperable en, http://www.ugr.es/local/jgodino/). 2002. Disponível em: <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/>. Acesso em: 06 jan. 2018.

BATANERO, C.; GODINO, J. D.; ROA, R. Training teachers to teach probability. **Journal of Statistics Education**, Carolina do Norte, v. 12, n. 1, 2004. Disponível em: < https://tandfonline.com/loi/ujse20>. Acesso em: 23 fev. 2018.

BATANERO, C. Significados de la probabilidad en la educación secundaria. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**. Vol. 8. Nº 3. México. p. 247-263. 2005.

BATANERO, C. La comprensión de la probabilidad em los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación? In: FERNANDES, J. A. et al. (Eds.). **Actas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na escola**. Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho. 2013. Disponível em:< http://www.ugr.es/~batanero/pages/formacionprofesores.html>. Acesso em: 10 abr. 2017.

BATANERO, C.; GÓMEZ, E.; CONTRERAS, J. M. e DIAZ, C. 2015. Conocimiento Matemático de Profesores de Primaria em Formación para la Enseñanza de la Probabilidad: um estudio exploratório. **Práxis Educativa**, Ponta Grossa, v. 10, n. 1, p.11-34, 2015. Disponível em:< http://www.ugr.es/~batanero/pages/formacionprofesores.html>. Acesso em: 10 abr. 2017

BATANERO, C. Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. In: CONGRESO URUGUAYO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 6., 2016, Montevideo. **Actas...** Disponível em: <http://semur.edu.uy/curem6/actas/pdf/48.pdf> Acesso em: 15 nov. 2017.

BATISTA, R.; BORBA, R. Lançando dados e moedas: relação de (in)dependência sob a ótica de crianças dos anos iniciais. **Revista de Educação Matemática e Tecnologia Iberoamericana – EM TEIA**. v. 7, n. 1. 2016. Disponível em: <http://periodicos.ufpe.br/revistas/index.php/emteia/issue/view/142>. Acesso em: 12 out. 2016.

BATISTA, R.; BORBA, R. E. S. R. No jogo é a moeda que diz, não é a gente que quer não: o que dizem as crianças sobre a probabilidade. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 237-255, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. ISSN 2176-4603.

BATISTA, R. Eventos Aleatórios: compreensões de crianças dos anos inicias do ensino fundamental. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**. 2016. ISSN 2178-034X.

BÍBLIA, N. T. 1 Coríntios. In BÍBLIA. Português. Bíblia Sagrada: Edição Pastoral. Tradução de Ivo Storniolo e Euclides Martins Balancin. Brasília: Paulus, 1991. p. 1474.

BLANCO, L. e CONTRERAS, L. Un modelo formativo de maestros de primaria, en el área de matemáticas, en el ámbito de la geometria. In: **Aportaciones a la formación inicial de maestros en el área de matemáticas: una mirada a la práctica docente**. Cáceres, Universidad de Extremadura. 2002.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação. Uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, 1999.

BOAVIDA, A M.; PONTE, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org), **Reflectir e investigar sobre a prática profissional** (pp. 43-55). Lisboa: APM. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4069/1/02-Boavida-Ponte%20(GTI).pdf>. Acesso em: 12 set. 2016.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/Secretaria de Educação Fundamental. Brasília – DF: MEC, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Curricular Comum (BNCC)**. Brasília – DF: 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf >. Acesso em: 27 fev. 2017.

BRYANT, P. e NUNES, T. **Children's Understanding of Probability: a literature review**. 2012. Disponível em: <http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf >. Acesso em: 15 abr. 2017.

BRYANT, P.; NUNES, T.; EVANS, D.; GOTTARDIS, L. e TERLEKTSI, M. E. **Teaching primary school children about probability Teacher Handbook**. 2012. Disponível em: <http://www.education.ox.ac.uk/wordpress/wp-content/uploads/2011/11/Teachers-Probability-Handbook.pdf.>. Acesso em: set. 2016.

CALLINGHAM, R.; WATSON, J. M. The development of statistical literacy at school o desenvolvimento da alfabetização estatística na escola. **Statistics Education Research Journal**, 16(1), 181-201, International Association for Statistical Education (IASE/ISI), May, 2017. Disponível em: <https://iase-web.org/documents/SERJ/SERJ16(1)_Callingham.pdf >. Acesso em: 15 nov. 2018.

CAMPOS, T. M. M. e CARVALHO, J. I. Probabilidade nos Anos Iniciais da Educação Básica: contribuições de um programa de ensino. **EM TEIA** – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, Recife, v. 7, n. 1, p. 1-18, 2016.

CAMPOS, T. M. M.; PIETROPAOLO, R. C. Um estudo sobre os conhecimentos necessários ao professor para ensinar noções concernentes à probabilidade nos Anos Iniciais. In: BORBA, R.; MONTEIRO, C. (Orgs.). **Processos de ensino e aprendizagem em Educação Matemática**. Recife: UFPE. 2013. Capítulo 2, p. 55-91.

CAMPOS, T. M. M.; KATAOKA, V. Y.; NOGUEIRA, R. L. de; NUNES, T.; BRYANT, P.; TONOUTI, R. R.; SANTOS, J. **Estudo sobre Probabilidade e Risco no Ensino Fundamental I**. Projeto de Pesquisa. Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática. 2011.

CARDEÑOSO, J. M. e AZCÁRATE, P. Tratamiento del conocimiento probabilístico en los proyectos y materiales curriculares. **Revista sobre La Enseñanza y Aprendizaje de Las Matematicas – SUMA**, Zaragoza, v. 20, p. 41-51, nov/1995.

CARVALHO, J. I. F.; MACÊDO, R. C. Conhecimentos necessários para o Ensino de Probabilidade: discussão de uma sequência didática desenvolvidas com estudantes de Matemática – Licenciatura. Anais do VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – **VI SIPEM** – Pirenópolis – Goiás. 2015. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story_html5.html>. Acesso em: 23 fev. 2017.

CARVALHO, J. I. F. **Um Estudo sobre os Conhecimentos Didáticos-matemáticos de Probabilidade com Professores de Matemática dos Anos Finais do Ensino Fundamental**.

2017. 344f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP, 2017.

CAVALCANTE, J. L.; ANDRADE, V. L. V. X. de; RÉGNIER, J. C. O Conceito de Probabilidade na Formação Docente: uma reflexão apoiada pela análise estatística implicativa. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 441-455, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. ISSN 2176-4603. Disponível em:<https://www.periodicos.unifra.br/index.php/VIDYA/article/viewFile/1794/1750>. Acesso em: 10 Jan. de 2018.

CARVALHO, C. F. **Interacção entre pares: contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico, no 7o. ano de escolaridade**. 2001. 629f. Tese (Doutoramento em Educação. Especialidade: Psicologia da Educação) – Universidade de Lisboa, Portugal, 2001. Disponível em: <http://repositorio.ispa.pt/handle/10400.12/1624 >. Acesso em: 24 set. 2018.

CARVALHO, C. Olhares sobre a Educação Estatística em Portugal. In **Anais do SIPEMAT**. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 16p.

CARVALHO, C.; FERNANDES, J. A. Revisitando o conceito de probabilidade com o olhar da Psicologia. **Quadrante**, Vol. XIV, nº 2, p. 71-88. 2005.

CAZORLA, I. M. **O ensino de Estatística no Brasil**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2009. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/gt_12/arquivos/cazorla.htm>. Acesso em: 23 jun. 2017.

CAZORLA, I.; MAGINA, S.; GITIRANA, V.; e GUIMARÃES, G. **Estatística para os anos iniciais do ensino fundamental** [livro eletrônico] / organizado Irene Cazorla ... [et al.]. 1. ed. - Brasília : Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, 2017. (Biblioteca do Educador - Coleção SBEM ; 9) 6,5 Mb ; PDF. ISBN: 978-85-98092-32-4. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ebook_sbem.pdf >. Acesso em: 23 set. 2018.

CHIESI. F; PRIME, C. Cognitive and non-cognitive factors related to students' statistics achievement. **Statistics Education Research Journal** 9(1):6-26. January, 2010. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/290485990_Cognitive_and_non-cognitive_factors_related_to_students'_statistics_achievement>. Acesso em: 23 jun. 2017.

CHICK, H; PIERCE, R.. The statistical literacy needed to interpret school assessment data. **Mathematics Teacher Education and Development.** Tasmânia**,** Published online: November 2013. Disponível em: < https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1018712.pdf >. Acesso em: 24 out. 2018.

COUTINHO, C. Q. e S. **Introduction aux Situations Aléatoires dès le Collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**. Tese (Doutorado). Univ. J. Fourier, Grenoble, France, 2001. Disponível em:< http://www.pucsp.br/~cileda/theseCileda.PDF >. Acesso em: 23 jun. 2017.

DAY, C. **Desenvolvimento profissional de professores: Os desafios da aprendizagem permanente**. Porto: Porto Editora. 2001.

DIAS, A. L. B. **Projeto Gestar: ensino de probabilidade**. Brasília MEC, 2004.

ERICKSON, F. Qualitative methods in research on teaching. In M. Wittrock (Ed.), **Handbook of research on teaching** (pp. 119-161). Londres: Sage. 1986.

ESPANHA. Ministério da Educação. **Real Decreto 1513/2006**, de 7 de Diciembre, por el que se establecen lãs ensenanzas minimas de La educacion primaria. 2006. <www.mec.es/files/rd-primaria-y-anexos.pdf >. Acesso em 8 fev. 2017.

ESTEPA CASTRO, A.; BATANERO BERNABEU, M. C. Concepciones Iniciales sobre la Associación Estadística. **Enseñanza de Las Ciencias**, 1995,13(2), 155-170.

ESTRADA, A.; BATANERO. C. Construcción de una escala de actitudes hacia la probabilidad y su enseñanza para profesores. En Editor1, Editor2 y Editor3 (Eds.), **Investigación en Educación Matemática XVIII** (pp. inicial-final). Alicante: SEIEM. 2015.

FERNANDES, J. A. S. **Intuições e aprendizagem de probabilidades: Uma proposta de ensino de probabilidades no 9.o ano de escolaridade**. 1999. 478f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade do Minho, Braga, Portugal, 1999.

FERNANDES, J.A.; CORREIA, P.F.; CONTRERAS, J.M. Ideias intuitivas de alunos do 9º ano em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, 4, 5-26. 2013.

FERNANDES, J. A.; CORREIA, P. F. Intuições de alunos do 9º Ano em Probabilidade no contexto de extração de bolas de um saco. **Revista Educação Matemática Pesquisa – EMP**. v. 16, n. 12, pp. 295-321, 2014. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/19177> Acesso em: 18 jul. 2017.

FERNANDES, J. A.; BATANERO, C.; CORREIA, P. F.; GEA, M. M. Comparação de probabilidades de acontecimentos formulados de forma explícita e implícita. **Revista Eletrônica de Educação Matemática – REVEMAT**. v. 10, n. 2, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2015v10n2p42>. Acesso em: 18 jul. 2017.

FERNANDES, J. A.; SERRANO, M. M. G.; CORREIA, P. F. Definição de acontecimentos certos na extração de berlindes de um saco. p. 83-100. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**. Acta Scientiae, v.18, n.1, jan./abr. 2016. Disponível em: <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1619/1500>. Acesso em: 29 set. 2016.

FERNANDES, F. M. O. de; FERREIRA, E. B.; KATAOKA, V. Y.; SOUZA, A, A. de; GONÇALVES, L. R. Investigação dos cursos de Licenciatura em Matemática nas Universidades Federais do Brasil: disciplinas de Probabilidade e Estatística. **18º Simpósio de Probabilidade e Estatística**. Caxambu, MG Brasil, 2008.

FERREIRA, Naura Syria Carrapeto. Formação continuada e gestão da educação no contexto da “cultura globalizada”. In: FERREIRA, Naura Syria Carrapeto (org.). Formação Continuada e Gestão da Educação. – 2ª Ed. São Paulo: Cortez, 2006.

FISCHEBEIN, E. **The intuitive sources of probabilistic thinking in children**. Dordrecht, The Netherlands: Reidel. 1975.

GAL, I. Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. In: JONES, G. A. (Ed.). **Exploring probability in school***:* Challenges for teaching and learning. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 2005. p.39-63.

GARFIELD, J. B.; GAL, I. **Teaching and Assessing Statistical Reasoning**. IN: STIFF, L.; CURCIO. F. Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12.USA: The National Council of Teachers of Mathematics, 1999.

GILOVICH, T.; VALLONE, R. e TVERSKY, A. The Hot Hand in Basketball: On the Misperception of Random Sequences. **Cognitive Psychology** 17, 295-314, 1985.

GITIRANA, V. **Probabilidade: algumas questões da aprendizagem**.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M.J. **Azar y Probabilidad**. España: Editorial Síntesis, 1996.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FLORES, P. **El análisis didáctico del conteúdo matemático como recurso en la formación de professores de matemáticas**. Universidad de Granada,1998. Disponível em: <https://www.researchgate.net/publication/237274027_EL_ANALISIS_DIDACTICO_DEL_CONTENIDO_MATEMATICO_COMO_RECURSO_EN_LA_FORMACION_DE_PROFESORES_DE_MATEMATICAS>. Acesso em: 22 out. 2018.

GRANDO, R. C. Experiências com o acaso, possibilidades e análise de dados em práticas de letramento matemático escolar. **Anais Eletrônicos** do Encontro de Combinatória, Estatística e Probabilidade dos Anos Iniciais. Recife, Pernambuco, Brasil. *ENCEPAI*. 2016. Disponível em: < http://anaisencepai.edumatec.net/index.php/2016-02-24-19-44-28/2016-02-25-18-07-54>. Acesso em: 12 jan. 2018.

GRENCHI, W. A. **Contribuições de um Programa de Ensino para o Letramento Probabilístico na Educação Básica**. 2016. 217 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP. 2016.

GUIMARÃES, F. Como se pensa hoje o desenvolvimento profissional? **Quadrante**, *15*, 169-192. 2006.

GUSKEY, T. R. **Professional development and teacher change. Teachers and teaching: theory and practice**. v. 8, n. 3/4, 2002. Disponível em: < physics.gmu.edu/~hgeller/TeacherWorkshop/Guskey2002.pdf >. Acesso em: 26 nov. 2012.

HENRIQUES, A.; COLAÇO, S. **Simpósio 4 - Probabilidade e Raciocínio Estatístico**. XXIII SIEM. Coimbra 2012. Disponível em:

<http://www.apm.pt/encontro/profmat_2012_siem.php?id=201597>. Acesso em: 18 fev. 2017.

INCERTEZA. In: HOUAISS, A. **Dicionário Eletrônico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2009. CD-ROM.

IMBERNÓN, F. Reflexiones globales sobre la formación y el desarrolli profesional del professorado en el Estado español y Latinoamérica. **Educar**, *30*, 15-25. 2002. Disponível em: < http://ddd.uab.es/pub/educar/0211819Xn30p15.pdf em 27/12/2007>. Acesso em: 22 nov. 2018.

IMBERNÓN MUÑOZ, F.; CANTO HERRERA, P. J. La formación y el desarrollo profesional del profesorado en España y Latinoamérica. **Revista Electrónica Sinéctica**, núm. 41, julio-diciembre, 2013, pp. 1-12. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99828325009> Acesso em: 22 nov. 2018.

KATAOKA, V. Y; SOUZA, A. A. de; OLIVEIRA, A. C. S. de; FERNANDES, F. M. O; PARANAÍBA, P. F.; OLIVEIRA, M. S. de. **Probability Teaching in Brazilian Basic Education: Evaluation and Intervention**. ICME 11 2008 – Topic Study Group 13. Disponível em: <http://www.ethikkommission-kaernten.at/ICME11/p10_ICME11_TSG13_kataoka_annot_mb_EEE.pdf >. Acesso em 12 jan. 2018.

KATAOKA, V.; RODRIGUES, A. e OLIVEIRA, M. Utilização do conceito de Probabilidade Geométrica como recurso didático no ensino de Estatística. Proc. **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**, Belo Horizonte, MG. 2007.

LAMON, S. J. **Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers**. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum. 2005.

LATORRE, A.; DEL RINCÓN, D., & Arnal, J. **Bases metodológicas de la investigación educativa**. Barcelona: Ediciones Experiencia. 2003.

LÉON, N. Explorando las nociones básicas de probabilidad a nivel superior. **Paradigma**, UPEL-Maturín, v.19, n.2, p. 125-143, 1998. Disponível em: <file:///C:/Users/casa/Downloads/2928-6697-1-PB.pdf >. Acesso em: 25 fev. 2018.

LISTON, D. P.; ZEICHNER, K. M. **Formación del profesorado y condiciones sociales de la escolarización**. Madrid: Morata, 1997.

LOPES, C. A. E. **Literacia estatística e o INAF 2002**. IN: FONSECA, Maria da Conceição F. R. (org.) Letramento no Brasil – Habilidades Matemáticas. São Paulo: Global, 2004. p. 187 a 197.

LOPES, C. E. O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 57-73, jan./abr. 2008. Disponível em <http://www.cedes.unicamp.br >. Acesso em: 05. mar. 2018.

LOPES, C. E. A educação estocástica na infância. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.160-174, mai. 2012. Disponível em: <http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/396>. Acesso em: 05. mar. 2018.

LOPES, C. E. **O Conhecimento Profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil**. 2003. 290 f. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil, 2003.

LOPES, C. E.; MENDONÇA, L. O. Prospectivas para o Estudo da Probabilidade e da Estatística no Ensino Fundamental. **VIDYA**, v. 36, n. 2, p. 293-314, jul./dez., 2016 - Santa Maria, 2016. ISSN 2176-4603

MAGALHÃES, M. N. **Noções de Probabilidade e Estatística** / Marcos Nascimento Magalhães, Antônio Carlos Pedroso de Lima. 6 ed. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2004 (Acadêmica; 40).

MARCELO, C. Desenvolvimento Profissional Docente: passado e futuro. **Revista de ciências da educação**. n.º 8 · jan/abr 09. ISSN 1646-4990

MARTINS, C. e SANTOS, L. O Programa de Formação Contínua em Matemática como contexto favorável para o desenvolvimento da capacidade de reflexão de professores do 1.º ciclo. **Quadrante**, XXI (1), 95-119. 2012.

MENDOZA, L. P.; SWIFT, J. Why Teach Statistics and Probability: a rationale. In: Shulte, A. P.; Smart, J. R. (Org.). **Teaching Statistics and Probabillity**. Nova York: Yearbook, p. 90-100, 1981.

MENEZES, L. **Investigar para ensinar matemática: contributos de um projecto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores**. 2004. 702 f. Tese (Doutoramento em Educação. Especialidade: Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Portugal, 2004.

MENEZES, L. e PONTE J. P. (2006). Da reflexão à investigação: Percursos de desenvolvimento profissional de professores do 1.º ciclo na aula de Matemática. **Quadrante**, *15*, 145-168.

MENEGHETTI, R. C. G.; BATISTELA, R. F; BICUDO, M. A. V. A Pesquisa sobre o Ensino de Probabilidade no Brasil: um exercício de metacompreensão. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 40, p. 811-833, dez. 2011.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Programa de Matemática do Ensino Básico**. Lisboa. 2007.
<http://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/ProgramaMatematica.pdf>. Acesso em: 14 jul. 2017.

NACARATO, A. M.; GRANDO, R. C. **Estatística e probabilidade na educação básica: professores narrando suas experiências**. 1. ed. Campinas, SP : Mercado de Letras, 2013. (Coleção Educação Estatística).

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Virginia. 2000. <http://standards.nctm.org>. Acesso em: 18 fev. 2017.

NÓVOA, A. **O professor pesquisador e reflexivo**. (13 de Setembro de 2001). Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/260140062/NOVOA-Antonio-O-Professor-Pessquisador-e-Reflexivo-Entrevista-Salto-Para-o-Futuro>. Acesso em: 25 mai. 2016.

NÓVOA, A. **Profissão Professor**. Porto Editora, LDA. Portugal. 1995.

NUNES, T.; BRYANT, P.; EVANS, D.; BARROS, R. **Children's Understanding of Probability and Risk**. Oxford: Department of Education, University of Oxford, 2011.

NUNES, T.; BRYANT, P. Understanding risk and uncertainty: the importance of correlations. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana** – vol. 2 - número 2 – 2011. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/issue/view/143>. Acesso em: 12 jan. 2018.

OLIVEIRA, L. **A acção-investigação e o desenvolvimento profissional dos professores: Um estudo no âmbito da formação continuada**. 1997. In I. Sá-Chaves (Ed.) Percursos de formação e desenvolvimento profissional (91–106). Porto: Porto Editora.

OLIVEIRA, I. B.; FERNANDES. J. A. **Implicações do PM II no Desenvolvimento Profissional Docente: da reflexão à prática**. 2012. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/20700 >. Acesso em: 22 mar. 2017.

PÉREZ, A. O pensamento prático do professor: A formação do professor como profissional reflexivo. In A. Nóvoa (Ed.), **Os Professores e a sua formação** (pp. 93-114). Lisboa: Dom Quixote. 1992.

PEREZ, G. Formação de professores de Matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In M. A. Bicudo (Org.), **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas** (pp. 263-282). São Paulo: Editora UNESP. 1999.

PIAGET, J; INHELDER, B. **A Origem da Ideia do Acaso na Criança**. Trad. de Ana Maria Coelho. Rio de Janeiro: Record. 1951.

PIAGET, J. e INHELDER, B. **The Orign of idea of Chance in Children**. New York: Norton. 1975.

PIETROPAOLO, R. C. Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, edição especial, ano 9, n. 11A, p. 34-38, abr. 2002.

PINHEIRO, M. G. C. **Formação de Professores dos Anos Iniciais: conhecimento profissional docente ao explorar a introdução do conceito de fração**. 2014. 2006 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação em Educação Matemática. Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP, 2014.

PONTE, J. P. Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In: **Educação Matemática: Temas de Investigação** (pp. 185-239). Lisboa: IIE. 1992.

Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docspt/92-Ponte%28Ericeira%29.pdf>. Acesso em: 25 jul. 2017.

PONTE, J. P. Da formação ao desenvolvimento profissional. In: **Actas do ProfMat 98**. Lisboa: APM, 1998. p. 27-44. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm> Acesso em: 25 jul. 2017.

PONTE, J. P. e OLIVEIRA, H. Remar contra a maré: A construção do conhecimento e da identidade profissional na formação inicial. **Revista da Educação**, 11(2), 145-163. 2002. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm>. Acesso em: 25 jun. 2017.

PONTE, J. P. Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), **Refletir e investigar sobre a prática profissional** (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática. 2002.

PONTE, J. P. Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. **Investigar em Educação**. v. *2*, p. 93-169. 2003.

PONTE, J. P.; SEGURADO, I.; OLIVEIRA, H. **A collaborative project using narratives: What happens when pupils work on mathematical investigations?** In A. Perter-Koop, V. Santos-Wagner, C. Breen, & A. Begg (Eds.), Collaboration in teacher education: Examples from the context of mathematics education (pp. 85-97). 2003. Dordrecht: Kluwer. Disponível em: < http://repositorio.ul.pt/bitstream/10451/4164/1/03-Ponte-Segurado-Oliveira.pdf >. Acesso em: 03 nov. 2018.

PONTE, J. P. A formação do professor de Matemática: passado, presente e futuro. Em Educação matemática: Caminhos e encruzilhadas, **Encontro Internacional** em Homenagem a Paulo Abrantes, Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 14-15 de Julho de 2005.

PONTE, J. P. Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. In: PLANAS, N. (Ed.). **Teoría, crítica y prática de la educación matemática**. Barcelona: Graó, 2012. p. 83-98. Disponível em: < http://hdl.handle.net/10451/29194.> Acesso em:15 out. 2018.

PONTE, J. P. Formação de professores de Matemática: perspetivas atuais. In: PONTE, J. P. (Org.). **Práticas profissionais dos professores de matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p. 343-358. Disponível em: <http://www.ie.ulisboa.pt/publicacoes/ebooks/praticas-profissionais-dos-professores-de-matematica>. Acesso em: 22 jan. 2018.

ROCHA, C.; CARVALHO, I. **Probabilidade nos primeiros anos escolares**. P. 51-79 Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Educação Estatística. 2014.

ROCHA, L.P.; FIORENTINI, D. Desenvolvimento profissional do professor de Matemática em início de carreira no Brasil. **Quadrante**: Revista teórica e de investigação. Lisboa: APM, v. 15, n. 1-2, p.145-168, 2006.

SANTANA, M. R. M. de. **O Acaso, o Provável, o Determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do ensino fundamental**. 2011. 96 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Pernambuco. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnologia, 2011. Disponível em: <http://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/3949>. Acesso em: 22 jan. 2018.

SANTOS, J. A. F. L. **O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental**. 2010. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco. Itatiba-SP, 2010.

SANTOS, J. A. F. L. **A produção de significações sobre combinatória e probabilidade numa sala de aula do 6º ano do ensino fundamental a partir de uma prática problematizadora.** 2015. 192 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Universidade São Francisco. Itatiba-SP, 2015.

SARAIVA, M. e PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. **Quadrante**, 12(2), 25-52. 2003. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos-por-temas.htm>. Acesso em: 10 set. 2017.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria da Educação. Coordenadoria de gestão da Educação básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. **EMAI: educação matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** Organização dos trabalhos em sala de aula, Material do professor - quinto ano. Secretaria da Educação. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de gestão da Educação básica. São Paulo: SE, 2014. v. 2, 144 p.; il.

SCHÖN, D. **The reflective practitioner** – how professionals think in action. London: Temple Samith, 1983.

SCHÖN, D. **Educating the reflective practitioner** – toward a new design for teaching e learning in the professions. San Francisco: Jossey Bass, 1987.

SCHÖN, D. **Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem**. Porto Alegre: Artmed. 2000.

SILVA, M. A. A Presença da Estatística e da Probabilidade no Currículo Prescrito de Cursos de Licenciatura em Matemática: uma análise do possível descompasso entre as orientações curriculares para a Educação Básica e a formação inicial do professor de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 24, n. 40, p. 747-764, dez. 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/pdf/2912/291222113007.pdf>. Acesso em: 07 jan. 2018.

SERRAZINA, L. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1.º ciclo. **Quadrante**, Lisboa, v. 8, n. 1-2, p. 139-168, 1999.

SERRAZINA, L. A Formação Contínua de Professores em Matemática: o conhecimento e a supervisão em sala de aula e a sua influência na alteração das práticas. **International Journal for Studies in Mathematics Education** 2(1). 2010. Disponível em: <http://periodicos.uniban.br/index.php/JIEEM/article/viewFile/112/92>. Acesso em: 19 out. 2013.

SERRAZINA, L. O programa de formação contínua em matemática para professores do 1º ciclo e a melhoria do ensino da Matemática. **Da investigação às práticas** – CIED – Centro

Interdisciplinar de Estudos Educacionais/Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa, v. 3, n. 2, p. 75-97, 2013. Disponível em: <http://www.eselx.ipl.pt/cied/publicacoes/revista_2013_2/LSerrazina.pdf>. Acesso em: 22 abr. 2014.

SHAUGHNESSY, J. M. Research in probability and statistics: reflections and directions. In: Grouws, D. A. (ed.). **Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning**. USA: NCTM, 1992.

SHULMAN, L. Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. In: **Educational Researcher**. American Educational Research Association, p. 1-24, 1986.

SHULMAN, L. **Knowledge and teaching: Foundations of the new reform**. Havard Educacional Review, v. 57, n. 1, p. 1-21, Feb. 1987.

SMITH, M. S. **Practice-based professional development for teachers of mathematics**. Reston, VA: NCTM. 2001.

SOWDER, J. T. The mathematical education and development of teachers. In F. K. Lester (Ed.), **Second handbook of research on mathematics teaching and learning** (Vol. I, pp. 157-223). Charlotte, NC: Information Age Publishing. 2007.

SPARKS, D. e LOUCKS-HORSLEY, S. Five models of staff development for teachers. **Journals of Staff Development**, v. 10, n. 4, p. 40-57. 1989.

SPINILLO, A. G. **A importância do referencial de "metade" e o desenvolvimento do conceito de proporção**. Psicologia: Teoria e Pesquisa, Brasília, v. 8, n. 3, p. 305-317, 1992.

TARDIF, M.; RAYMOND. D. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade**, ano XXI, no 73, Dezembro/2000. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/es/v21n73/4214.pdf>. Acesso em: 10 mai. 2012.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. 14. ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

THOMPSON, A. G. Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. In D. A. Grouws (Ed.), **Handbook of research in mathematics teaching and learning**. New York, NY: Macmillan. 1992.

VILLEGAS-REIMERS, E. **Teacher Professional Development: an international review of literature**. Paris: UNESCO/International Institute for Educational Planning. 2003. Disponível em: <http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001330/133010e.pdf>. Acesso em: 21 de out. 2018.

WATSON, J. M. **Statistical literacy at school: growth na goals**. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers, 2006.

ZEICHNER, K. M. Entrevista - **Formação de professores: contato direto com a escola**. Presença Pedagógica, v.6, n.34, p. 5-15, jul./ago. 2000. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/viviprof/k-zeichner-entrevista>. Acesso em: 10 jan. 2018.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INCIAL DE PESQUISA

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO – UNIAN-SP
Curso de Formação Continuada em Matemática para Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Diretoria de Ensino Norte 2 e UNIAN-SP

Questionário Inicial de Pesquisa I

Letramento Probabilístico: discussões e reflexões

Nome: ____

Cargo ou Função: ____

Escola:____

E-mail: ____

Telefone: _________________________

Formação Acadêmica:

( ) Licenciatura Plena em ______________________________

( ) Outros cursos: ____________________________________

Outras Formações:

Pós-graduação, Extensão Universitária ou Cursos que considera importante para sua atuação como docente:

Tempo de Magistério:

- Você estudou probabilidade no Ensino Fundamental? ( ) sim ( ) não

Se sim, quais lembranças você tem sobre: os conteúdos estudados; a prática do professor; etc.?

- Você estudou probabilidade no Ensino Médio? ( ) sim ( ) não

Se sim, quais lembranças você tem sobre: os conteúdos estudados; a prática do professor; etc.?

- Você estudou probabilidade no Ensino Superior? ( ) sim ( ) não

Se sim, quais lembranças você tem sobre: os conteúdos estudados; a prática do professor; etc.?

- Você estudou probabilidade em Cursos de Formação Continuada? ( ) sim ( ) não

Se sim, quais lembranças você tem sobre os conteúdos estudados?

OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
UNIVERSIDADE ANHANGUERA DE SÃO PAULO – UNIAN-SP
Curso de Formação Continuada em Matemática para Professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – Diretoria de Ensino Norte 2 e UNIAN-SP

Questionário Inicial de Pesquisa II

Letramento Probabilístico: discussões e reflexões

Professor(a): ____

Sobre o Ensino de Probabilidade

- A Base Nacional Comum Curricular, que é um documento que está sendo elaborado (2ª versão preliminar divulgada em maio de 2016) estipula objetivos de aprendizagem referentes ao tema de Probabilidade para os alunos ao longo dos 12 anos da Educação Básica (desde o primeiro ano do Ensino Fundamental). Você concorda com esse ensino? Justifique sua resposta.

- O ensino de Probabilidade faz (ou já fez) parte de sua prática pedagógica? Em que ano?

- Você recorda alguma atividade já desenvolvida com seus alunos sobre esse tema da Matemática? Qual(is) ?

- Em sua opinião, quais seriam os motivos da inclusão da Probabilidade nos currículos do Ensino Fundamental?

- A probabilidade tem aplicações prática? Quais?

- Para você, o que é um fenômeno aleatório?

- O que você entende por espaço amostral? Dê exemplo. Não é necessário uma definição formal.

- Como você define probabilidade?

APÊNDICE B – ROTEIRO ENTREVISTA (1)

Universidade Anhanguera de São Paulo – UNIAN-SP
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Doutorado

Roteiro para a entrevista com professores participantes da pesquisa

1. Memorial: breve exposição do tema, objetivos e conceitos explorados no curso *Letramento Probabilístico: discussões e reflexões*

2. Retomada de algumas tarefas desenvolvidas nas sessões de formação: objetivo e conceitos explorados

3. Breve discussão a respeito dos objetos do conhecimento e das habilidades apontadas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sobre o ensino de Probabilidade nos anos iniciais do Ensino Fundamental

4. Por último, saber do professor(a) a respeito de tarefas sobre a temática se e quais foram desenvolvidas com os alunos.

APÊNDICE C – ROTEIRO ENTREVISTA (2)

Roteiro para a entrevista pós-aulas

1. **Trajetória estudantil**

Anos iniciais e Finais e Ensino Médio

- Escola pública ou privada;
- Experiências marcantes de como era o ensino, em especial, o ensino de Matemática;
- Experiências marcantes: disciplina que mais gostava;
- Experiências marcantes: sua relação com a Matemática.

Formação Inicial para Professor

- Opção pelo magistério (decisão da escolha, influências, razões...);
- Disciplina(s) que marcou ou marcaram a formação inicial (preferências);
- Relação com os colegas;
- Experiências marcantes no estágio

2. **Percurso Profissional**

- Ingresso no magistério (ano, escola pública ou privada, série ou ano que lecionou);
- Primeiras experiências com o ensino, sobretudo, o ensino de Matemática;
- Trabalho com os colegas de profissão (relacionamento);
- Influências do contexto profissional na sua profissão;
- Experiências formativas;
- Contato com a leitura: o que normalmente ler;
- Investimentos pessoais na formação;
- Contribuições da formação inicial para a aquisição de conhecimentos para o ensino de Matemática, especialmente para o ensino de Probabilidade.

3. **Profissão Docente**

- Imagem que tem de si como profissional da educação (como se sente professora; se sempre foi professora dos anos iniciais, como se sente professora dessa fase de escolarização);
- Imagem que tem da professora que é hoje em relação ao tempo em que iniciou o Magistério;

- No ensino: o que considera ser o papel do professor; o que considera ser o papel do aluno;
- Sentimento que tem em relação ao ser professora
- Valores que busca cultivar no exercício da profissão;
- Condições de trabalho (um pouco sobre o ambiente de trabalho, como o considera);
- Relação com o livro didático e outros materiais de apoio ao ensino;
- Projeto profissional futuro.

4. A formação *Letramento Probabilístico: discussões e reflexões*

- Expectativas ao inscrever-se no curso;
- Discussões ocorridas nas sessões de formação: como avalia;
- Sobre a sua participação: como avalia;
- Relação com as formadoras: como avalia;
- Relação com os demais professores participantes da formação: como avalia;
- Sobre a temática (probabilidade): o que considera que aprendeu.

5. A sala de aula (pós-formação)

- Perfil dos alunos;
- Tarefas sobre a temática desenvolvidas;
- Plano de aula (objetivos esperados para a tarefa);
- Como avalia a participação dos alunos nessas tarefas (envolvimento, interesses): demonstraram dificuldade? Conseguiram apresentar raciocínios válidos? Fizeram muitos questionamentos?
- O que julga que os alunos aprenderam com essas tarefas?
- Como identificou a aprendizagem dos alunos;

6.* Contribuições para o *desenvolvimento profissional

- Experiências significativas como profissional;
- Importância da formação e da experiência com o ensino de Probabilidade para o seu conhecimento profissional:

▪ Conhecimento do Conteúdo (ideias probabilísticas)

- Conhecimento Pedagógico do conteúdo: planejamento da aula, organização da sala de aula e dos alunos; estratégias de intervenção (descrição geral de aspectos marcantes da aula).
- Conhecimento do Currículo

Inspirado em: Martis, Cristina. *O Desenvolvimento Profissional de Professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico: contributo da participação num programa de formação contínua em matemática*. Tese Doutorado em Educação (Didáctica da Matemática) – Instituto de Educação – Universidade de Lisboa. Portugal. 2011.

ANEXO A – PROTOCOLO EXEMPLAR DA TAREFA *SACO DE DOCES*

Tarefa Saco de Doces

Nome: ____

Samantha pode pegar de um saco que contém 3 doces, sem olhar, dois doces. Nele há dois doces de morango e um doce de baunilha. Seu sabor favorito é morango. Ao pegar os doces ela pode ficar com dois doces de morango ou ela pode ficar com um de morango e um de baunilha.

❖ Em sua opinião:

Samantha possui melhor chance de conseguir 2 doces de morango ou de obter uma mistura (1 de morango e 1 de baunilha)*? Ou* você acha que a chance dela escolher 2 doces de morango ou uma mistura é a mesma*?*

____

❖ Anote aqui suas reflexões sobre as suas suposições:

O que levou você a pensar que Samantha tem uma maior chance de escolher 2 doces de morango? O que te levou a pensar que ela tem uma maior chance de escolher uma mistura? O que leva você a pensar que a possibilidade de escolher 2 doces de morango ou uma mistura é a mesma?

____

❖ Agora, você é convidado(a) a descrever o espaço amostral por meio do diagrama de árvore e, em seguida, refletir sobre as seguintes questões:

1. Que combinações saiu mais vezes, dois doces de morango ou uma mistura?

____

2. Há quantos casos de sabores misturados (morango e baunilha)?

____

3. O que é diferente quando perguntamos o que é o mais provável se ó Samantha só pode escolher um doce?

____

4. Qual é o número de combinações possíveis (tamanho do espaço amostral)?

____

5. Relacione o tamanho do espaço amostral para os casos: $\frac{2}{6}$ chance de morango-morango e $\frac{4}{6}$ chances de morango e baunilha.

____

6. O seu palpite inicial estava correto?

(   ) Sim   (   ) Não   Por quê?

____

ANEXO B – PROTOCOLO EXEMPLAR DA TAREFA *MISTURA DE BOLOS*

Tarefa Mistura de Bolos

Nome: ____

Imagine que você trabalha na fábrica de bolos que está fazendo bolos para a festa de fim de ano que as escolas estão planejando.

A fábrica tem três sabores, três recheios e três coberturas diferentes de bolos:
- **Sabores:** laranja, limão e morango.
- **Recheios:** baunilha, creme e geléia
- **Coberturas:** nozes, chocolate e cerejas

Você deve fazer caixas para cada combinação diferente de bolo. Um bolo por caixa.

Questões:
1. Quantas caixas diferentes você precisa fazer? ________________
2. Como você pode ter certeza que não irá voltar a repetir ou deixar alguma combinação de fora?
____

No quadro, a seguir, você é convidado a registrar sua estratégia de resolução:

Porém, agora há um problema:
Você carregou a *van* que faz a entrega e separou as caixas para as diferentes escolas, mas agora os secretários das escolas chamaram e disseram que não gostam de algumas combinações:
- A escola *A* não quer nozes em cima do bolo de limão
- A escola *B* não quer geléia com cobertura de cereja
- A escola *C* não quer recheio de creme com cobertura de chocolate

Você precisará descobrir quantas caixas terão que ser retiradas da *van* em cada escola, pois nelas contém os bolos com combinações de sabores que as escolas não querem.

Há outro problema:
Você não escreveu as combinações de bolo sobre as caixas e você não tem tempo para abrir todas as caixas e olhar, de modo que você tem que escolher apenas algumas caixas e tirá-las para fora.

Questões:
1. Você acha que é mais provável tirar uma caixa que você realmente quer tirar ou você acha que é mais provável tirar uma caixa que você realmente queria deixar na *van*? Como você explica sua resposta?
____
2. Qual é a probabilidade, por escola, de tirar da *van* uma caixa com bolos indesejados? ________________
3. E para todas as escolas? ________________
4. Qual é a probabilidade de tirar da van uma caixa com bolos desejados – que as escolas realmente querem ter? __________________

ANEXO C – – PROTOCOLO EXEMPLAR DA TAREFA *EQUIPES DE FUTEBOL*

Tarefa Equipes de Futebol

Nome: ____

Quantas partidas serão jogadas?
Estratégia de Resolução:

Sorteio de cada partida:

.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....
.... x ....

Análise do jogo:

1. Quantas partidas serão jogadas?

   ....

2. Quantas partidas cada equipe irá jogar?

   ....

3. Qual é a probabilidade de o Corinthians jogar na primeira partida?

   ....

4. Qual é a probabilidade de .... jogar na segunda partida?

   ....

5. Qual é a probabilidade de .... jogar na terceira partida?

   ....