PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC-SP

MARCELO RIVELINO RODRIGUES

ESTUDO SOBRE AS CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO EM RELAÇÃO À ALEATORIEDADE E PROBABILIDADE

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo

2018

MARCELO RIVELINO RODRIGUES

ESTUDO SOBRE AS CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO EM RELAÇÃO À ALEATORIEDADE E PROBABILIDADE

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho

São Paulo

2018

MARCELO RIVELINO RODRIGUES

ESTUDO SOBRE AS CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DO ENSINO BÁSICO EM RELAÇÃO À ALEATORIEDADE E PROBABILIDADE

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Educação Matemática.

Aprovado em:

BANCA EXAMINADORA

____

____

____

____

____

Autorizo exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese de doutorado por processo de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura ______________________________________

Data ________________________

e-mail: marcelorrodrigues@yahoo.com.br

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior **(CAPES)**, por financiar este estudo.

Dedicatória

A meus pais Emílio e Eduvirges, a quem Deus confiou minha vida, que tão bem souberam encaminhar para uma existência digna.

A minha esposa Luciana e a meus filhos Letícia, Vinícius, Emílio e Antônio.

AGRADECIMENTOS

Meu agradecimento maior será a Deus, por sua infinita misericórdia e paciência para comigo. Sem sua presença em minha vida, certamente, a conclusão deste estudo seria impossível.

A minha mãe, exemplo de ser humano, pelo estímulo e compreensão em todos os momentos de minha vida.

A minha amada esposa Luciana, coluna de nosso lar, pelo apoio e por cuidar de tudo a meu redor para que, assim, pudesse concluir este estudo.

A meus filhos Letícia, Vinícius, Emílio e Antônio simplesmente por existirem.

A meu netinho Bernardo, que tanta luz trouxe para nossas vidas.

Não caberia em poucas páginas a lista de todas as pessoas que estiveram comigo nesta longa jornada. Portanto, agradeço a todos os amigos e professores que, de alguma forma, contribuíram na conclusão desta etapa de minha vida.

Agradeço, em particular,

A minha orientadora, Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, pela paciência, incentivo e compreensão;

Aos professores: Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud, Profa. Dra. Maria Inez Rodrigues Miguel, Profa. Dra. Suzi Samá e Profa. Dra. Auriluci de Carvalho Figueiredo, pelas colaborações e sugestões, que deram um norte a esta pesquisa e

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), por financiar este estudo.

Epígrafe

Elevo os meus olhos para os montes; de onde me virá o socorro?
O meu socorro vem do Senhor, que fez o céu e a terra (Salmos 121: 1- 2).

RESUMO

Os conhecimentos probabilísticos mostram-se relevantes na vida em sociedade, pois cada vez mais as tomadas de decisão criteriosas apresentam-se como um dos diferenciais no mercado de trabalho, bem como em nosso dia a dia. Por esta razão, esta pesquisa teve como objetivo analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem tais temas. Para a coleta de dados, aplicou-se o instrumento de pesquisa “Questionário de Concepções Probabilísticas”, a 41 professores do ensino fundamental II (6º ao 9º ano), visando identificar as concepções probabilísticas apresentadas por este grupo. Como metodologia, optou-se pela análise de dados multidimensionais, aplicando-se análise implicativa e coesitiva às respostas dos professores, utilizando *software* de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC), que gerou grafos de coesão e de implicação das relações entre as variáveis observadas. Para fundamentar o estudo, apoiamo-nos nas categorizações de concepções probabilísticas de Azcárate e de Cardeñoso e na definição de letramento probabilístico proposta por Gal. No desenvolvimento da pesquisa, foram analisados documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para observação de semelhanças, e possíveis evoluções na passagem do 1º para o 2º documento, no que tange às orientações para a abordagem do tema probabilidade no ensino básico. Também se analisou uma coleção de livros didáticos aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), com o objetivo de identificar, à luz da Teoria Antropológica do Didático, os tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias presentes nas atividades propostas na coleção. As análises permitiram identificar as concepções probabilísticas que emergiram dos participantes, nas dimensões aleatoriedade e probabilidade. Na dimensão aleatoriedade seis grupos foram identificados: determinista; causalidade; multiplicidade; incerteza; padrão; indefinidos. A dimensão probabilidade compreendeu cinco grupos: causalidade; determinista; incerteza; contingência; personalista. Destaca-se, ainda, que as análises possibilitaram categorizar os níveis de letramento probabilístico.

Palavras-chave: Probabilidade. Concepções probabilísticas. Letramento probabilístico. Formação de professores. CHIC.

ABSTRACT

Probabilistic knowledge is relevant to life in society, since well-founded decision-making can help provide a competitive edge both in the labor market and daily life. The present study investigated the conceptions of probability and randomness held by basic education teachers when faced with questions that address these topics. Data were collected from 41 sixth- do ninth-grade Brazilian teachers who responded to “Probabilistic Concepts Questionnaire”, applied to reveal the conceptions of probability held by the group. The multidimensional data were interpreted by subjecting the teachers’ responses to implicative and cohesive analysis, using Hierarchical, Implicative, and Cohesive Classification (CHIC) *software*, which yielded cohesion and implication graphs of the relationships operating among the variables investigated. The categorizations delineated by Azcárate and Cardeñoso for conceptions of probability, as well as the definition of probabilistic literacy formulated by Gal, provided the theoretical framework for the study. Two official educational guidelines—the Brazilian Curricular Guidelines (locally referred to as PCN) and the Brazilian Common Curricular Basis (BNCC)—were compared to detect similarities and pinpoint changes made to these documents with regard to the teaching of probability in basic education. In addition, Chevallard’s Anthropological Theory of the Didactic was employed to identify the types of tasks, techniques, and theories present in a mathematics textbook series approved by the National Textbook Program (PNLD). The analysis evidenced the probabilistic conceptions held by the participants, in the dimensions of randomness and probability. Four groups were identified in each dimension. Dimension randomness: deterministic; causality; multiplicity; uncertainty. Probability dimension: indefinite; causality; deterministic; uncertainty; subjectivity. The analysis evidenced the probabilistic conceptions held by the participants, in the dimensions of randomness and probability. In the randomness dimension, six groups of conceptions were identified: determinism; causality; multiplicity; uncertainty; standard; undefined. The probability dimension comprised five groups: causality; determinism; uncertainty; contingency; personalist. The investigation shed light on the conceptions of probability held by the participants, allowing probabilistic literacy levels to be categorized.

Keywords: Probability. Conceptions of probability. Probabilistic literacy. Professional education of teachers. CHIC *software*.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE SIGLAS

ASI	Análise Estatística Implicativa
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CEU	Centro Educacional Unificado
CHIC	Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva
DRE	Diretoria Regional de Ensino
EMEF	Escola Municipal de Ensino Fundamental
EMEFM	Escola Municipal de Ensino Fundamental e Médio
FNDE	Fundo Nacional do Desenvolvimento da Educação
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro Didático
PUC/SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
QCP	Questionário de Concepções Probabilísticas
SME/SP	Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo
SEE/SP	Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo
TAD	Teoria Antropológica do Didático
UE	Unidade Escolar
USP	Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1. **INTRODUÇÃO**

> “A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isso fica sendo a minha última e mais elevada descoberta. ”
>
> Isaac Newton

A presente pesquisa situa-se no campo dos saberes conhecimento/concepções docentes, acrescenta mais um capítulo a nossa experiência profissional como professor e que caminha para a marca de 18 anos. O conjunto de experiências, tanto dentro da sala de aula como também na sala de professores, contribuiu para que este estudo pudesse ser concebido.

As inquietações em relação ao tema probabilidade surgiram no curso de graduação em matemática, no qual ingressamos em 1997. Na grade curricular do referido curso, constava as disciplinas probabilidade e estatística, foi neste momento que, pela primeira vez, nos deparamos com as ideias e conceitos probabilísticos.

Em 1999, frequentamos o “Programa de Verão em Estatística” oferecido pela Universidade de São Paulo (USP), no qual pudemos aprofundar os conhecimentos sobre os temas probabilidade e estatística. No mesmo ano, iniciamos a carreira docente na Secretaria Estadual da Educação do Estado de São Paulo (SEE/SP), ministrando aulas de matemática para os níveis do ensino fundamental II (6º ao 9º ano) e ensino médio. Obviamente, em início de carreira, primeiro temos de ter uma visão do todo para, posteriormente, identificarmos as particularidades.

Uma das particularidades que pudemos perceber é que conteúdos de probabilidade e estatística só eram tratados no ensino médio. Embora nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o ensino fundamental, que foram lançados dois anos antes (1997 e 1998), já constavam orientações para sua abordagem, a partir desde o início da escolaridade, aparentemente, estas orientações ainda não estavam sendo aplicadas.

Outro fator que contribuía para este quadro desfavorável estava no fato de que tais conteúdos só apareciam no segundo volume dos livros de matemática para o ensino médio e, ainda assim, muitas vezes sequer eram abordados, como indica a nossa revisão bibliográfica no capítulo 4.

Posteriormente, pudemos constatar por meio de leituras de diversas pesquisas que abordavam o tema ensino e aprendizagem de probabilidade e estatística, tais como Gonçalves (2004), Santos (2005) e Goulart (2007), que apontam para a falta de domínio sobre o conteúdo por parte dos professores pesquisados, que se mostra como um dos fatores de sua não abordagem ou, no mínimo, de uma abordagem superficial desses conteúdos no ensino médio.

Desde então, ficamos aguardando uma oportunidade de retornar aos estudos, mais precisamente na área de pesquisas, para tentar entender o porquê de tais conteúdos serem pouco tratados no ensino básico.

Em 2004, a oportunidade surgiu quando a SEE/SP passou a oferecer bolsas de estudos em cursos de Mestrado e Doutorado. Aproveitando esta oportunidade, escrevemo-nos no curso de Mestrado Acadêmico da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC/SP), e defendemos, em 2007, a dissertação com tema “A urna de Bernoulli como modelo fundamental no ensino de probabilidade”.

Nesta pesquisa, identificamos que as ideias e conceitos de probabilidade podiam ser construídos por alunos das séries finais do ensino fundamental II, a partir das abordagens clássica e frequentista do tema, utilizando a atividade denominada a “Garrafa de Brousseau”, como modelo pseudoconcreto[1] da urna de Bernoulli.

Na época, acumulávamos o cargo de docente junto à Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo (SME/SP) e, em 2012, recebemos o convite do Núcleo de Avaliação Educacional desta Secretaria, para participar da elaboração das avaliações em larga escala (Prova São Paulo e Prova da Cidade), aplicadas no Município de São Paulo. Neste trabalho, pudemos produzir itens

[1] Podemos apresentar um modelo por uma analogia aos objetos da realidade que foram idealizados. Isto quer dizer que, em um vocabulário corrente, os objetos do modelo são dotados de propriedades características bem definidas. Falamos então de *modelos pseudoconcreto*. (HENRY, 1997, p. 79)

(questões) que versavam sobre o tema probabilidade para serem utilizados nas referidas avaliações.

Ampliando a atividade de elaboração de itens para avaliações em larga escala, em 2013 passamos a fazer parte do grupo de colaboradores junto ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), prestando serviço de elaboração de itens às diversas avaliações aplicadas no território nacional.

No decorrer das atividades desenvolvidas no INEP, realizamos algumas leituras de pesquisas que buscaram analisar os resultados dessas avaliações, em relação aos itens que abordavam probabilidade. Em seu trabalho Lugli (2011) aponta um índice de acerto muito baixo para questões sobre o referido tema nas avaliações do ENEM.

Mesmo com as orientações presentes nos PCN, que tiveram sua primeira versão para as 1ª a 4ª séries lançada em 1997 e, posteriormente, em 1998, para as 5ª a 8ª séries (BRASIL, 1997; BRASIL, 1998), e com base nos resultados destas avaliações, o tratamento do tema probabilidade, mostrava-se insatisfatório nas escolas, uma vez que os resultados dessas avaliações apontavam dificuldades por parte dos alunos para resolver questões que envolvessem probabilidade.

Diante desta constatação, sentimo-nos motivado a retornar aos estudos e, em 2014, ingressamos no curso de pós-graduação em Educação Matemática na PUC/SP, no nível de Doutorado, com o projeto de pesquisa que visa analisar saberes, concepções/conhecimentos dos professores da educação básica sobre o tema probabilidade.

Em relação a este tema nos PCN, para o ensino fundamental, o mesmo se encontra no campo denominado Tratamento da Informação, que engloba conhecimentos de contagem, probabilidade e estatística.

Os PCN orientam para que esse conteúdo seja abordado desde o início do ensino fundamental. Vale destacar que esta é a primeira vez que um documento oficial traz em suas páginas a orientação para o ensino de probabilidade também nos anos iniciais.

Nesse cenário que se configura, temos os documentos oficiais apresentando orientações para o tratamento do tema probabilidade já no início do ensino fundamental e, por outro lado, o não tratamento do referido tema por parte dos professores, de acordo com o que apontam as pesquisas já citadas. Assim, colocamo-nos a analisar a conjuntura atual dos trabalhos relacionados ao tema.

Em nossa busca, deparamo-nos com a pesquisa desenvolvida por Santos (2015), na qual o autor, em um estudo sobre o estado da arte de pesquisas em educação estatística em programas brasileiros de pós-graduação, publicadas até 2012, identificou 199 trabalhos relacionados ao tema educação estatística e desses somente 17 estudos com a temática “Concepções, Competências, Percepções e Representações” em probabilidade e estatística.

Apoiado nesse contexto, apresentamos nosso objetivo geral que é *analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem os temas probabilidade e aleatoriedade.*

A partir do exposto, apresentamos uma visão geral da estrutura do texto desta pesquisa que se constitui de oito capítulos.

- ✓ Capítulo 1: Apresentamos a motivação que nos impulsionou à realização da pesquisa, bem como uma breve trajetória de nossa vida acadêmica e profissional, além do objetivo geral e a estrutura em capítulos;
- ✓ Capítulo 2: Trazemos a justificativa que embasa nossa pesquisa e os objetivos específicos, além de abordarmos os procedimentos metodológicos utilizados. Também apresentamos o questionário de concepções probabilísticas, ferramenta de pesquisa que utilizamos na coleta de dados;
- ✓ Capítulo 3: Exibimos um estudo do objeto matemático, em que apresentamos um resumo histórico do tema probabilidade;
- ✓ Capítulo 4: Realizamos uma revisão bibliográfica das teses e dissertações que investigaram os conhecimentos probabilísticos dos professores do ensino básico, além de apresentarmos estudos sobre o tema probabilidade no Brasil e no exterior. Por fim, analisamos os Documentos Oficiais Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC);
- ✓ Capítulo 5: Indicamos o referencial teórico utilizado em nosso estudo. Em nossa pesquisa, estamos em conformidade com as categorizações

de concepções probabilísticas trazidas por Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998), além da definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005);

- ✓ Capítulo 6: Apresentamos a análise realizada em uma coleção de livros didáticos aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) para o ensino fundamental II, sob a luz da Teoria Antropológica do Didático (TAD);
- ✓ Capítulo 7: Neste capítulo, trazemos a análise dos dados coletados possibilitada pelo *software* de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC) em relação a aleatoriedade; e
- ✓ Capítulo 8: Trazemos a análise dos dados coletados possibilitada pelo CHIC em relação a probabilidade.

Por fim, discorremos sobre nossas considerações finais, bem como alguns encaminhamentos para futuras investigações.

Síntese do capítulo:

Neste capítulo, foi apresentada a motivação para a realização desta pesquisa, fundamentada nos pontos que se interligam: baixo número de pesquisas sobre a temática “Concepções, Competências, Percepções e Representações”; uma aparente resistência para o tratamento do tema probabilidade no ensino fundamental; orientações dos documentos oficiais para abordagem do citado tema já nas séries iniciais do ensino básico. Ponderando dentro deste contexto, apresentamos nosso objetivo geral. Por fim, trouxemos a estrutura da pesquisa.

CAPÍTULO 2. **PROBLEMÁTICA**

> "A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo".
>
> Albert Einstein

Neste capítulo, são apresentadas a justificativa que ampara esta pesquisa, como também a questão norteadora, com os objetivos específicos além dos procedimentos metodológicos adotados. Na sequência, trazemos a caracterização dos professores pesquisados. Finalmente, apresentamos a organização do questionário de concepções probabilísticas.

2.1. **Justificativa**

Entendemos que os conhecimentos probabilísticos mostram-se relevantes na vida em sociedade, pois, cada vez mais as tomadas de decisões criteriosas apresentam-se como um dos diferenciais no mercado de trabalho, bem como em nosso dia a dia. A isso, junta-se a habilidade em cálculos probabilísticos que nos permite estimar valores e antecipar resultados, além de se constituir, como suporte para o estudo da inferência estatística. Conforme Azcárate (1996, p. 3, tradução nossa)[2]: "O conhecimento probabilístico pode ser entendido 'como a capacidade de interpretar e manejar a incerteza presente na realidade, e este é um fator-chave na sociedade atual'. "[3].

Partindo desta ideia, vemos como apropriado que novas pesquisas voltadas ao entendimento e análise das concepções, tanto de alunos como de professores, apresentam-se como necessárias, e é neste cenário que este estudo posiciona-se.

---

[2] Todas as traduções de citações em idioma estrangeiro são nossas, exceto menção em contrário.
[3] El pensamiento probabilístico entendido como la capacidad de interpretar y manejar la incertidumbre presente em la realidade, es um fator clave em la sociedade actual.

A presente investigação busca analisar as concepções sobre aleatoriedade e probabilidade mobilizadas pelos professores pesquisados. Justifica-se em função do princípio de que esses professores que atuam na educação básica e, que são os agentes mediadores na construção dos conhecimentos por parte dos alunos, devem apresentar o domínio dos conteúdos a serem ensinados em suas aulas.

Com o objetivo de situarmos os leitores em relação aos objetos matemáticos tratados no corpo desta pesquisa, achamos por bem desde já, trazermos o nosso entendimento sobre o termo aleatoriedade.

Entendemos por experiências aleatórias os fenômenos que, quando repetidos inúmeras vezes em processos semelhantes, possuem resultados imprevisíveis, sendo o evento aleatório um resultante dessa experiência. Em relação ao conceito de probabilidade falaremos no Capítulo 3.

Neste trabalho de pesquisa trataremos concepções do professor de matemática de acordo com a definição apresentada por Thompson (1992), onde a autora as define como "uma estrutura mental mais geral, incluindo crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais e outras coisas semelhantes" (THOMPSON, 1992, p. 130).

Ponte (1992) entende que:

> Em todo o conhecimento, intervêm necessariamente as crenças. Existe um ponto, para além do qual não consegue ir a racionalidade humana, entendida como a capacidade de formular raciocínios lógicos, definir conceitos com precisão e organizar de forma coerente os dados da experiência. Para além da racionalidade entramos no domínio das crenças, que são indispensáveis, pois sem elas o ser humano ficaria virtualmente paralisado, sem ser capaz de determinar cursos de ação (PONTE, 1992, p. 195).

Ainda para esse autor as "crenças" correspondem a "uma parte do conhecimento relativamente pouco elaborada (...) as concepções podem ser vistas neste contexto como pano de fundo organizador dos conceitos. Elas constituem como que mini teorias" (PONTES, 1992, p. 195-196).

Também concordamos com Thompson (1997, p. 12) quando afirma que "ainda muito pouco é conhecido sobre o papel que estas concepções podem exercer na formação das características da prática pedagógica dos professores".

Para Azcárate e Cardeñoso:

> [...] conhecer as concepções dos professores é uma peça-chave para o professor na hora de desenvolver processos de formação. As concepções são as sínteses entre o conhecimento indicado no currículo, o conhecimento ensinado e o conhecimento aprendido; se bem que muitas têm sua origem em etapas prévias na formação do professor, na etapa da escolarização e na experiência pessoal da vida cotidiana (AZCÁRATE; CARDEÑOSO, 2003, p. 3)[4].

Com o objetivo de buscar ainda mais dados que corroborem a relevância da nossa pesquisa, efetuamos leituras de estudos sobre o tema concepções probabilísticas de professores, e é nessa perspectiva que o trabalho apresentado por Azcárate (1995) pode ser assumido como ponto de partida de nosso estudo. Na sequência, iniciamos uma análise de trabalhos, posteriores aos de Azcárate, que pudessem corroborar ou contrapor os resultados apresentados por essa autora.

Em seu trabalho, Cardeñoso (1998), adaptou o Questionário de Concepções Probabilísticas elaborado por Azcárate e aplicou-o a um grupo de futuros professores da escola primária espanhola.

A partir das respostas dos participantes de sua pesquisa Cardeñoso pôde caracterizar as concepções probabilísticas desses professores sob duas dimensões: aleatoriedade e probabilidade.

Moreno (2014), replicando o questionário elaborado por Cardeñoso, para estudantes de Biologia e Matemática na Argentina obteve resultado semelhante ao de Cardeñoso.

Observamos assim a evolução dos itens que compõem esse instrumento pelas sucessivas adaptações e aplicações:

[4] “[...] conocer las concepciones de los professores es uma pieza clave para el professor a la hora de desarrollar processos de formación. Las concepciones son la sintesis entre el conocimiento indicado em el curriculum, el conocimiento enseñado y el conocimiento aprendido; si bien muchas tienen su origen em etapas previas a la formación de profesor, em la etapa de la escolarización y en la esperiência personal de la vida cotidiana”.

Esquema 1: Evolução dos itens do instrumento de pesquisa

Azcárate (1995)	—>	Cardeñoso (1998)	—>	Moreno (2014)
(Espanha)		(Espanha)		(Argentina)

Fonte: O pesquisador

Entre as alterações realizadas por Cardeñoso, no instrumento de coleta de dados, destacamos a transformação das questões abertas utilizadas por Azcárate, em questões fechadas. Obviamente para realizar esta mudança na estrutura das questões Cardeñoso alterou o texto das mesmas, mas manteve as ideias trazidas por Azcárate.

Vale ressaltar que Azcárate aplicou o questionário para um grupo de 57 futuros professores da Educação Primária, enquanto Cardeñoso aplicou para um grupo de 587 futuros professores deste mesmo nível de ensino. Neste caso, entendemos que o mais viável é a utilização de questões fechadas.

Moreno ao replicar o instrumento de pesquisa utilizado por Cardeñoso, adaptando-o às particularidades argentinas, além de validar a estrutura do instrumento, também contribuiu para estabelecer um paralelo entre os resultados obtidos por Cardeñoso na Espanha, com os resultados que essa autora obteve na Argentina.

Em nossa pesquisa utilizamos a versão do instrumento de pesquisa apresentado por Cardeñoso, uma vez que a mesma apresenta itens fechados que entendemos ser o mais apropriado para o número de participantes de nosso trabalho de pesquisa. Este questionário está dividido em duas partes.

Na primeira parte, formada por 12 questões, foi onde realizamos as maiores adaptações. Esta seção é composta por questões cujo objetivo é o de caracterizar os participantes de nossa pesquisa. Em nossa análise dos dados essas questões são identificadas como variáveis suplementares.

A adaptação se fez necessária devido a diferença entre as populações pesquisadas nos quatro trabalhos que compartilham as ideias apresentadas nas duas primeiras versões do questionário em pauta.

Azcárate aplicou o seu questionário a um grupo de 57 futuros professores da Educação Primária na Espanha. Cardeñoso aplicou sua versão do questionário para um grupo de 587 futuros professores deste nível de ensino daquele país. Moreno aplicou a versão do questionário apresentada por Cardeñoso, e como já foi dito, adaptado as características climáticas da Argentina, para estudantes dos cursos de Matemática e Biologia da região de Mendoza.

Em nosso trabalho aplicamos o nosso questionário apresentado por Cardeñoso para professores que atuam no ensino básico. Por esse motivo, diferença dos grupos pesquisados, a adaptação realizada na primeira parte do questionário foi mais ampla.

A segunda parte do questionário é formada por 24 questões, identificadas como variáveis principais, nas quais estão contidas as questões sobre aleatoriedade e probabilidade.

Em relação a essa parte do instrumento de pesquisas, as adaptações realizadas estão focadas mais nas questões climáticas e sociais que cada um dos países citados apresenta. Para exemplificar trazemos umas das questões desse bloco do questionário que sofreu alguma adaptação nas três pesquisas realizadas após a de Azcárate.

No questionário de Azcárate:

“Lloverá en Madrid dentro de un mes.
¿ Por qué? ”

No questionário de Cardeñoso:
“Que nieve en el Veleta dentro de 30 días es un suceso...
Aleatorio........ no aleatorio.......
(1) *porque, según mi opinión,____________________________________”*
(2) *porque se puede predecir si ocurrirá o no dentro de treinta días.*
(3) *porque nevará o no, según las condiciones del tiempo que se den ese día.*
(4) *porque ese día puede nevar, llover, granizar,... y ese es un fenómeno de los que pueden ocurrir.”*

No questionário de Moreno:

“Que nieve en el cerro Arco dentro de 30 días es un suceso...

Aleatorio.............. no aleatorio

1) *Porque se puede precedir si ocurrirá o no dentro de treinta días.*
2) *Porque nevará o no, según las condiciones del tiempo que se den ese día.*
3) *Porque ese día puede nevar, llover, granizar, ... y ese es um fenómeno de los que pueden ocurrir.*
4) *Porque, según mi opinión ___________________________________”*

Em nosso trabalho a questão aparece da seguinte forma:

“Que ocorra um geada na Serra Gaúcha dentro de 30 dias é um evento...

Aleatório .... Não aleatório

a) Porque você pode prever se isso vai acontecer ou não no prazo de 30 dias.
b) Porque você pode prever se isso vai acontecer ou não no prazo de 30 dias.
c) Porque vai gear ou não, desde que as condições sejam atendidas naquele dia.
d) Porque naquele dia pode ter geada, chuva, granizo, etc., e isso é um dos fenômenos que pode ocorrer
e) Porque, na minha opinião __________________________________”

Objetivamos com a adaptação, para essa parte do instrumento de pesquisa, atendermos a realidade climática do Brasil que é distinta da realidade climática da Espanha.

O instrumento que utilizamos é, assim, uma replicação da evolução por ele sofrida. A respeito desse tipo de opção de pesquisa, Melhuish e Thanheise afirmam quer: “[...] podemos perceber a replicação como consistindo em uma <u>estreita</u> metodologia, exigindo que um pesquisador externo replique um estudo prévio com estrita observância."[5] (MELHUISH; THANHEISER, 2018, p. 104) (Grifo nosso). Entendemos a relevância de estudos de replicação pois apresentam-se como uma parte essencial da pesquisa científica e, portanto, devem ser conduzidos e publicados.

Na sequência deste texto indicaremos o referido instrumento de pesquisa, como Questionário de Concepções Probabilísticas apresentado por Cardeñoso. O objetivo desta definição é de simplesmente facilitar para os leitores a identificação da versão do instrumento de pesquisa ao qual adaptamos em nossa pesquisa.

Em continuidade com nossa justificativa, tendo como referência o trabalho realizado por Batanero et al. (2015), debruçamo-nos a identificar outras publicações que também objetivaram analisar as concepções probabilísticas dos professores em formação ou que já atuam no ensino básico.

A partir das pesquisas com as quais tivemos contato, entendemos que tanto a formação inicial como a continuada dos professores que atuam no ensino básico, no que tange ao conteúdo probabilidade, carecem de implementos que visem a um ganho de qualidade.

Pesquisas como Lopes (2003; 2008), Gonçalves (2004), Santos (2005) e Goulart (2007) apontam que professores deste nível de ensino apresentaram grandes dificuldades no tratamento do tema e, por conseguinte, por vezes, julgam inapropriado o ensino desse conceito para seus alunos.

Entendemos que a probabilidade oferece um tipo de pensamento que favorece a reflexão sobre a realidade e, desta forma, passa a ser uma ferramenta para a modelização dessa mesma realidade nos métodos da estatística inferencial.

Com estes argumentos, buscamos trazer à tona a importância de que pesquisas voltadas para o tema ensino e aprendizagem de probabilidade tornarem-se imprescindíveis. Com isso, poder colaborar com os estudos que apresentem caminhos para a ampliação da qualificação dos cursos de formação inicial, bem como os de formação continuada dos professores que atuam nesse nível de ensino, tornar-se a força motriz para a realização desta pesquisa.

---

[5] We may perceive replication as consisting of a narrow methodology requiring an external researcher to replicate a prior study with strict adherence.

Definimos como questão de pesquisa: *Quais concepções sobre aleatoriedade e probabilidade emergem de um grupo de professores que atua no ensino básico, em situação de resolução de problemas*?

A partir desta questão, elaboramos as seguintes questões secundárias:

- ✓ *Quais argumentos os professores utilizam para o reconhecimento dos fenômenos aleatórios?*
- ✓ *Quais argumentos os professores usam paa comparar a estimação sobre a ocorrência de um evento incerto imerso em dois fenômenos diferentes?*
- ✓ *Quais argumentos são usados por esses professores para atribuir um valor à probabilidade de ocorrência de um evento resultante de uma experiência aleatória?*

Neste trabalho, buscamos identificar quais concepções sobre probabilidade e aleatoriedade emergem dos professores pesquisados, e faremos isto sob três aspectos básicos do conhecimento probabilístico: a noção de aleatoriedade; a percepção das manifestações probabilísticas e os critérios de quantificação de probabilidade.

À medida que realizarmos esta análise, buscaremos identificar os seguintes pontos que compõem os objetivos específicos.

2.2. **O**bjetivos específicos

Buscamos contemplar os seguintes objetivos específicos:

Objetivo 1. Analisar critérios usados pelos professores pesquisados para discriminar a natureza aleatória dos fenômenos de incerteza;

Objetivo 2. Investigar estratégias utilizadas em relação à comparação sobre a incerteza; e

Objetivo 3. Identificar critérios empregados para justificar suas declarações relativas à estimativa de probabilidade.

2.3. Procedimentos metodológicos

Nos procedimentos metodológicos optamos pela análise de dados multidimensionais, aplicando-se análise implicativa e coesitiva às respostas dos professores, utilizando o *software* de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC), que gerou grafos de coesão e de implicação das relações entre as variáveis identificadas no instrumento de coleta de dados.

No desenvolvimento da pesquisa, empregou-se uma análise dos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no qual foram observadas as semelhanças e as evoluções contidas nesses documentos oficiais, no que tange às orientações à abordagem do tema probabilidade no ensino básico.

Na sequência, empregou-se a análise de uma coleção de livros didáticos aprovada pelo Programa Nacional dos Livros Didáticos (PNLD), com o objetivo de identificar à luz da Teoria Antropológica[6] do Didático (CHEVALLARD, 1995: 1999), quais as organizações praxeológicas são identificadas nas atividades propostas nesta coleção. Com isso, buscamos identificar um contexto/cenário propício ou não ao desenvolvimento de concepções probabilísticas pelos alunos que utilizam tal coleção.

Analisamos a coleção Praticando Matemática – edição renovada, escrita por Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos, publicada pela Editora do Brasil. Esta coleção, aprovada pelo PNLD para o triênio 2015 – 2017, teve 2.808.812 exemplares distribuídos do ensino fundamental II (6º ao 9º anos), conforme informações obtidas no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE)[7]. Estes números colocam a coleção como a primeira no ranking de distribuição, sendo esta a razão para sua escolha.

Em uma terceira etapa, e no intuito de examinar quais concepções em relação à probabilidade e também à aleatoriedade os professores participantes de nossa pesquisa mobilizam, aplicamos o “Questionário de Concepções

[6] Essa teoria será abordada no capítulo 6 com o intuito de identificar as organizações praxeológicas presentes nas atividades propostas pelo livro analisado.
[7] http://www.fnde.gov.br/programas/programas-do-livro/livro-didatico/dados-estatisticos

Probabilísticas" (QCP), elaborado por Cardeñoso, para um grupo de 184 professores dos três níveis de ensino (fundamental I, fundamental II e médio) que compõem as etapas do ensino básico. A coleta dos dados ocorreu no decorrer dos meses de agosto, setembro e outubro de 2015, durante a formação "Diálogos interdisciplinares a caminho da autoria".

Esta formação foi uma das etapas do "Programa de Reorganização Curricular e Administrativa Ampliação e Fortalecimento da Rede Municipal – Mais Educação São Paulo", que culminou com o documento "Direitos de Aprendizagem dos Ciclos Interdisciplinar e Autoral" (SME/SP, 2016).

Na fase de elaboração/adaptação do instrumento de coleta de dados, como também nas fases de tratamento e análise dos dados obtidos, estivemos sempre pautados na definição de "contexto" apresentada por Azcárate (1995) e defendida por Cardeñoso (1998). Em nosso estudo, utilizamos o termo "contexto" como o ambiente físico ou situacional (conjunto de circunstâncias), a partir do qual se considera um fato. Neste sentido, trazemos como exemplo uma situação de análise de informações no "contexto de jogos", ou seja, a ideia central da situação apresentada está centrada nos ambientes de jogos.

Para Azcárate; Cardeñoso e Porlán (1998), o contexto mantém uma significativa influência nas argumentações dos sujeitos. De acordo com estes autores:

> O próprio contexto no qual está imersa a situação, a experiência sobre ese contexto e o significado que esta situação particular tem para eles, determinam os julgamentos ou decisões dos sujeitos pelo qual pensamos que a justificação individual, pode nos fornecer informações mais precisas sobre o seus argumentos de discriminação do que estabelece um critério geral de aleatoriedade, aplicável nas distintas situações (AZCÁRATE; CARDEÑOSO; PORLÁN, 1998, p. 90)[8].

---

[8] El proprio contexto en que está inmersa la situación, la esperiência sobre dicho contexto y el sentido que tiene esa situación concreta para ellos determinan los juicios o decisiones del sujeto, por la cual pensamos que la justificación individual nos puede aportar una información más precisa sobre sus argumentos de discriminación que establecer un criterio general de Aleatoriedade aplicable a las distintas situaciones.

No Questionário de Concepções Probabilísticas, que utilizamos em nossa pesquisa, as questões são apresentadas em três contextos: jogos, cotidiano e físico/natural.

Este questionário que será detalhado nos capítulos 7 e 8 e reproduzido no Anexo 1 está dividido em duas partes: a primeira, formada por 12 questões, identificadas em nossa análise como variáveis suplementares, que têm por objetivo caracterizar os professores pesquisados. A segunda parte, formada por 24 questões, identificadas como variáveis principais, nas quais estão contidas as questões sobre aleatoriedade e probabilidade.

A análise foi possibilitada pelo *software* CHIC (Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva). Este programa foi desenvolvido pelo grupo de pesquisa liderado por Régis Gras e, como característica, permite revelar o processo dos comportamentos dos sujeitos a partir da elaboração de gráficos coesitivos, implicativos e de similaridade, possibilitando-nos analisar e classificar os dados de forma multidimensional.

Para Almouloud, o *software* CHIC permite:

> Tratar diferentes tipos de variáveis (binárias, modais, frequências, intervalares); quantificar a significação dos valores atribuídos à qualidade, consistência da regra associada, classes ordenadas de regras, a tipicalidades e contribuição de sujeitos ou categorias de sujeitos à constituição destas regras; representar, por um gráfico, tendo fixado um nível de confiança, um caminho de regras ou uma hierarquia de regras sobre regras; suprimir, acrescentar variáveis, conforme a necessidade da pesquisa (ALMOULOUD, 2015, p. 56).

O *software* CHIC permite a visualização de semelhanças entre as classes de variáveis mapeadas. Essas variáveis são identificadas como principais e secundárias ou suplementares. As variáveis principais são aquelas que o *software* CHIC irá considerar na construção das classes. Segundo Almouloud:

> Qualificamos uma variável de principal quando for necessária, normalmente pelo CHIC, para a construção das classes. Como padrão para o *software* todas as variáveis são principais. (ALMOULOUD, 2015, p. 44).

Em relação as variáveis suplementares o autor afirma que:

> As variáveis suplementares (em geral são as descritivas, de identificação), não interferem no cálculo das contribuições das

> categorias. Por exemplo, se desejamos saber se uma implicação é, na maior parte, formada por pessoas do sexo feminino ou masculino, definimos para cada indivíduo a variável “sexo”. Em seguida, estas variáveis são consideradas apenas quando se procura a contribuição ou a tipicidade das categorias. Para definir uma variável secundária ou suplementar, acrescentamos ao nome da variável um espaço e a letra “s” minúscula. (ALMOULOUD, 2015, p. 44).

Como exemplo de uma variável secundária, podemos identificar o atributo *ensino fundamental II* da seguinte forma: *EFII s* como variável suplementar.

A partir do cruzamento das variáveis identificadas, poderemos apontar determinados comportamentos que serão analisados, objetivando a categorização em relação aos referenciais constituídos: Azcárate (1995), Cardeñoso (1998) e Gal (2005).

Desta forma, buscaremos produzir agrupamentos que serão analisados a partir da intensidade das relações estabelecidas, possibilitando, desta forma, a elaboração da categorização das concepções sobre aleatoriedade e probabilidade do grupo de professores pesquisados.

O *software* CHIC tem por funções essenciais, conforme Almouloud:

> Extrair de um conjunto de dados, cruzando sujeitos e variáveis (ou atributos), regras de associação entre variáveis, fornece um índice de qualidade de associação e de representar uma estruturação por meio destas regras. Ele já se configura, por intermédio de métodos estatísticos nele implementados, como um instrumento importante para a pesquisa em diversos campos, mais especificamente em educação matemática, assim como para a formação (ALMOULOUD, 2015, p. 76).

A partir de suas especificidades, este *software* possibilita a definição de classes de sujeitos e, desta forma, permite que conjecturas relacionadas às concepções probabilísticas dos professores participantes de nossa pesquisa possam ser definidas.

A escolha das classes (agrupamentos) a serem analisados será feita a partir da observação dos nós significativos, que são ligações entre variáveis destacadas como de maior coesão ou coerência. O cálculo para determinação desses nós é feito em função das probabilidades associadas (entre outras, os índices de coesão), tal como nos esclarece Gras e Régnier (2017).

2.4. **C**aracterização dos professores pesquisados

A Secretaria Municipal de Educação da cidade de São Paulo possuí 3.427 unidades escolares (UE), distribuídas nas 13 Diretorias Regionais de Ensino (DRE). Do total destas unidades escolares da SME, 502 são classificadas como Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) e oito de Ensino Fundamental e Médio (EMEFM).

As EMEFM são unidades escolares com estruturas tanto arquitetônica como de profissionais (professores, coordenadores, etc.) para atender os três ciclos de ensino (fundamental I, fundamental II e médio). Vale destacar que o atendimento ao ciclo do ensino médio não é prioridade da Rede Municipal da Educação da cidade de São Paulo.

Em relação aos ciclos de ensino de acordo com a Portaria 5.930/13, de 14 de outubro de 2013 da SME/SP, fica assim estabelecido:

> Ciclo de Alfabetização: compreendendo do 1º ao 3º ano iniciais do ensino fundamental, com finalidade promover o sistema de escrita e de resolução de problemas matemáticos por meio de atividades lúdicas integradas ao trabalho de letramento e desenvolvimento das áreas de conhecimento, assegurando que, ao final do ciclo, todas as crianças estejam alfabetizadas.
>
> Ciclo Interdisciplinar: compreendendo do 4º ao 6º ano do ensino fundamental, com a finalidade de aproximar os diferentes ciclos por meio da interdisciplinaridade e permitir uma passagem gradativa de uma para outra fase de desenvolvimento, bem como, consolidar o processo de alfabetização/ letramento e resolução de problemas matemáticos com autonomia para a leitura e a escrita, interagindo com diferentes gêneros textuais e literários e comunicando-se com fluência e com raciocínio lógico.
>
> Ciclo Autoral: compreendendo do 7º ao 9º ano do ensino fundamental, com a finalidade de promover a construção de projetos curriculares comprometidos com a intervenção social e concretizados por meio do Trabalho Colaborativo de Autoria – TCA, com ênfase no desenvolvimento da construção do conhecimento, considerando o domínio das diferentes linguagens, a busca da resolução de problemas, a análise crítica e a estimulação dos educandos à autoria. (SÂO PAULO, 2013).

A seguir apresentamos os Quadros 1 e 2 que se referem ao corpo de docentes da Rede Municipal de Educação de São Paulo na data base de 31/12/2016.

Quadro 1: Ensino infantil e fundamental I

Cargo	Módulo[9]	Lotados[10]	Vagas[11]
Professor de educação infantil	10.984	10.327	657
Professor de educação infantil e ensino fundamental I	24.409	23.731	678

Fonte: Coordenadoria de Gestão de Pessoas/COGEP (2016)

Quadro 2: Ensino fundamental II e médio.

Professor do ensino fundamental II e médio	Módulo	lotados	vagas
Português	2.201	1.973	228
Matemática	2.174	1.662	512
Ciências	1.935	1.358	577
História	1.828	1.608	220
Geografia	1.804	1.234	570
Inglês	2.034	1.451	583
Arte	1.743	1.120	623
Educação Física	2.237	2.006	231
total	15.956	12.412	3.544

Fonte: Coordenadoria de Gestão de Pessoas/COGEP (2016)

Durante 2015, a SME promoveu entre os meses de março e dezembro o curso de formação: “Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria”, para os docentes dos ciclos interdisciplinar e Autoral. Este curso foi homologado pela Portaria nº 2.551 - DOC de 11/04/2015, p. 9.

Tal formação foi oferecida para toda a rede de ensino e, desta forma, o grupo de participantes era formado por professores do ensino fundamental I, fundamental II e médio.

Para decidir em qual das 13 Diretorias Regionais de Ensino aplicaríamos nosso questionário, listamos dois critérios que julgamos relevantes. O primeiro critério vinculou-se ao número de unidades escolares ligadas à DRE, ou seja, a escolha partiu da diretoria que possuía o maior número de unidades. O segundo critério dizia respeito à DRE ter em seu quadro unidades escolares que atendessem aos três níveis de ensino: fundamental I, fundamental II e médio, pois nossa intenção foi ter no grupo professores dos três níveis.

[9] Módulo - quantidade necessária de professores para regência e Complementação de Jornada, definido pela legislação vigente.
[10] Lotados - quantidade de professores lotados para regência e Complementação de Jornada.
[11] Vagas - quantidade de professores necessários para completar o módulo.

De acordo com esses critérios, nossa pesquisa apontou para a DRE localizada na zona noroeste do Município. Esta diretoria é a segunda na escala de quantidade de unidades escolares, 55 no total, das quais duas oferecem a modalidade de ensino médio. Definimos, assim, a Diretoria de Ensino Pirituba/Jaraguá para a realização da coleta de dados.

A DRE escolhida conta com aproximadamente 800 professores do ensino fundamental I e 160 professores de matemática do ensino fundamental II e Médio.

Desses participaram de nossa pesquisa um grupo de 184 professores, considerando o fato do curso de formação: "Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria" ter sido oferecido em diversos polos. Entendemos que esse número de participantes, constitui um conjunto de elementos, que possam representar o grupo de interesse do total de professores da DRE selecionada.

Os integrantes desse grupo de 184 professores foram categorizados, conforme o nível de ensino em que atuavam:

- 97 – Atuavam exclusivamente no ensino fundamental I;
- 41 – Atuavam exclusivamente no ensino fundamental II;
- 26 – Atuavam no ensino fundamental I e no ensino fundamental II;
- 4 – Atuavam no ensino fundamental I e no ensino médio; e
- 16 – Atuavam no ensino fundamental II e no ensino médio.

Vale ressaltar que todos assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme estabelece o projeto aprovado no Comitê de Ética da PUC/SP.

O questionário foi apresentado em papel impresso, sendo disponibilizado aos professores o tempo de 1 hora para respondê-lo. Esta etapa de coleta de dados foi realizada no mesmo espaço utilizado para a formação supracitada.

Dos participantes, 136 eram do sexo feminino e 48 do sexo masculino, com isso contamos com professores e professoras distribuídos pelos três níveis de ensino.

Cabe destacar que a Secretaria Municipal de Educação do Município de São Paulo exige que os professores de seu quadro possuam graduação condizente com o nível de ensino que atuam. Para os professores que atuam na educação infantil e no ensino fundamental I, é exigida a graduação em Pedagogia, aos professores que atuam no ensino fundamental II e médio, a licenciatura deve ser na área específica de atuação.

Muito embora no processo de coleta de dados tenhamos definido o critério de escolha da DRE onde ocorreria a referida coleta, em um segundo momento, acordamos com a nossa orientadora realizarmos a análise dos dados referentes ao grupo de professores que atuam exclusivamente no ensino fundamental II.

Essa delimitação se deu em razão da enorme quantidade de informações oferecidas pelo CHIC, quando este foi alimentado com os dados de todos os professores participantes de nossa pesquisa.

A partir desta constatação decidimos pela análise do grupo de professores no ensino fundamental II. O critério de escolha é unicamente pelo número de participantes do grupo, pois entendemos que fora isso, todos os grupos possibilitam a realização de análises de mesmo calibre.

2.5. **O**rganização do questionário de concepções probabilísticas

O questionário utilizado na coleta dos dados está dividido em duas partes: a primeira, com 12 questões traz a caracterização dos professores e a segunda com 24 questões sobre probabilidade e aleatoriedade. Este questionário encontra-se no anexo 1. Apresentaremos sua estrutura, bem como identificaremos em quais contextos estão inseridas cada uma das questões da segunda parte.

As 24 questões que compõem a parte conceitual do instrumento, dividem-se em duas dimensões: a primeira chamada "A", é dedicada a reconhecer a aleatoriedade de uma situação, e a segunda "P", dedicada para a estimativa da probabilidade de um evento. Para obter informações sobre as duas dimensões, foram considerados um conjunto de situações ou eventos em três contextualizações diferentes, distribuídos proporcionalmente em peso igual para cada dimensão.

Estes são chamados de contextos e serão identificados da seguinte forma:

- "F" quando se referir ao campo físico/natural;
- "C" âmbito do cotidiano; e
- "J" no campo de jogo de azar.

Nos Quadros 3 e 4 apresentamos os itens que compõem o questionário aplicado aos professores participantes da pesquisa. Nestes quadros, os itens são identificados pelo contexto (cotidiano, físico/natural e jogos).

Para cada um destes contextos, foram elaborados quatro itens para a dimensão de aleatoriedade e quatro para a dimensão de probabilidade, totalizando, desta forma, 24 itens.

No capítulo 5 apresentamos o objetivo para a apresentação dos quadros de concepções probabilísticas de Azcárate e de Cardeñoso aqui apresentados, bem apresentaremos uma comparação e a justificativa para tal encaminhamento de compará-los.

No Quadro 3 apresentamos os itens que compõem a dimensão aleatoriedade.

Quadro 3: Concepções probabilísticas: dimensão aleatoriedade

Concepções probabilísticas: itens da dimensão "A"		
Item	Contexto	Situação de referência
05	F	Que ocorra uma geada na Serra Gaúcha dentro de 30 dias é um evento...
14	F	A germinação de uma semente plantada é um fenômeno...
20	F	Contrair gripe no próximo mês é um fenômeno…
22	F	Sofrer uma indigestão é um fenômeno,
01	C	Encontrar-me na rua com o(a) primeiro(a) professor(a) que eu tive na escola, é um evento
02	C	Sofrer um acidente é um fenômeno...
12	C	Prever a próxima ideia que vem à mente é um evento...
21	C	Encontrar um trabalho que tenha a ver com minha formação é um fenômeno…
08	J	Obter o número 23 na roleta de 36 números é um evento...
10	J	Acertar o número em um dado já lançado, mas, que não posso ver é um evento…
16	J	Prever a quantidade de caras que se obtém em 100 lançamentos de uma moeda é um fenômeno...
17	J	Prever a cor de uma bola que é extraída de uma urna com bolas de diferentes cores é um fenômeno...

Fonte: O pesquisador

A seguir, nos dados do Quadro 4 identifica-se em quais contextos os itens que compuseram a dimensão probabilidade do questionário estão inseridos.

Quadro 4: Concepções probabilísticas: dimensão probabilidade

Concepções probabilísticas: itens da dimensão "P"		
Item	Contexto	Situação de referência
03	F	A chance de ocorrer um vendaval amanhã no meu bairro é…
09	F	A chance de amanhecer um dia frio em 4 de junho é…
15	F	A chance de que na primavera ocorra um abalo sísmico em São Paulo é...
11	F	A chance de ocorrer um desastre ambiental no meu bairro, no próximo ano, é...
04	C	A chance que tenho que, em um prédio de 6 apartamentos, na primeira campainha em que escolher no porteiro eletrônico, corresponda ao apartamento de um amigo, sem saber qual exatamente é o apartamento dele é…
07	C	A chance que tenho de ser selecionado para trabalhar em uma determinada escola é…
18	C	A chance que tenho de encontrar um congestionamento, um sábado antes do Natal, ao ir ao centro da cidade é…
24	C	A chance que tenho de conhecer uma pessoa famosa no próximo mês é ..
06	J	A chance que tenho em retirar uma bola vermelha de uma urna contendo cinco bolas brancas, cinco vermelhas e um azul é...
13	J	A chance que tenho de ganhar o prêmio de uma viagem em uma rifa, na qual eu escolhi um dos 10.000 números vendidos é...
19	J	Em uma mesa de jogo, dispõe-se de uma caixa com fichas, contendo 29 fichas pretas e 16 amarelas. A chance que tenho que saia uma ficha preta, no decorrer de toda uma tarde de jogo é …
23	J	Durante uma tarde, em um jogo de dois dados normais, você e um amigo concordam que ganhará quem acertar o resultado da soma dos números obtidos. A chance que tenho de ganhar, escolhendo o 7, para toda uma tarde de jogo é …

Fonte: O pesquisador

Observando o número de cada um dos itens, fica evidente que se buscou mesclar as dimensões trabalhadas. Entendemos que este fato contribui para que o pesquisado não responda às questões automaticamente, uma vez que a alteração da ação, determinada pelo verbo empregado na pergunta, estimule a troca de raciocínio, com o objetivo de potencializar/maximizar a atenção do professor para a análise das situações propostas.

Nos dados do Quadro 5, trazemos a categorização das concepções probabilísticas identificadas por Azcárate (1995).

Quadro 5: Categorias de concepções probabilísticas – Azcárate

Categorização das tendências de concepções probabilísticas : Azcárate	
Denominação	Significado das Categorias
Indeciso	É um grupo sujeitos, que não toma uma opção em um número significativo de questões. Poucos fenômenos reconhecidos como aleatório "coisificam" muito, frequentemente, acaso. Eles não parecem muito motivados pelo tema, ou suas ideias de compreensão das questões levantadas são mínimas.
Determinista	Grupo de sujeitos cujo nível de reconhecimento dos fenômenos aleatórios é mínimo, muito porque conhecem algumas de suas causas e desprezam o possível nível de incerteza, ou porque eles pensam que podem agir com base nessa fator de imprevisibilidade, controlando sua influência. Quando eles reconhecem, como um evento aleatório, utilizam para sua explicação argumentos causais moderadamente e em uma minoria de casos, o critério imprevisibilidade, sobretudo nos contextos de jogo.
Causalidade	Sob esta denominação está um grupo de sujeitos que reconhece, como aleatórios um número considerável de fenômenos, seu argumento básico para justificar a aleatoriedade do evento é o desconhecimento de suas possíveis causas ou a consideração da impossibilidade de ter controle sobre os mesmos. O critério de imprevisibilidade dos resultados do fenômeno tem uma presença mínima entre esses sujeitos.
Padrão	Grupo que reconhece relativamente os eventos aleatórios com certa facilidade, mas variam muito em suas argumentações, sem mostrar uma tendência clara para um tipo de explicação. Em suas justificativas de aleatoriedade, utiliza, em alguns casos, a análise causal do fenômeno e, mais frequentemente, o critério de imprevisibilidade. Em muitas de suas explicações, "coisifica" o acaso.
Incerteza	Grupo que reconhece mais facilmente os fenômenos aleatórios e seu critério fundamental para justificar a aleatoriedade é o reconhecimento da imprevisibilidade dos eventos e, em poucos casos a causalidade. Às vezes, “coisifica” o acaso, atribuindo esse fator de incerteza a sua dependência de sorte ou azar.
Não-Probabilística	Grupo de sujeitos com modelos de raciocínio determinista. Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados
Intuitiva	Grupo de sujeitos com raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo. Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações, dependendo da experiência pessoal.
Emergente	Grupo de sujeitos com habilidade para aplicar modelos normativos a problemas simples e familiares. Diferenciação reconhecida entre as crenças intuitivas e os modelos matemáticos.
Normativa	Grupo de sujeitos com habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos.

Fonte: O pesquisador

Em seguida, o Quadro 6 apresenta a categorização de concepções probabilísticas de Cardeñoso (1998).

Quadro 6: Categorias de concepções probabilísticas – Cardeñoso

Categorização das concepções probabilísticas : Cardeñoso	
Denominação	Significado das Categorias
Causalidade	Argumentações que têm como critério de reconhecimento de aleatoriedade, explicações em função dos diversos fatores causais ou na ausência de possibilidade de seu controle.
Multiplicidade	Argumentações que tem como critério de reconhecimento de aleatoriedade, a existência de múltiplas possibilidades no desenvolvimento do fenômeno.
Incerteza	Argumentações nas quais se utiliza, como critério de reconhecimento de aleatoriedade, a própria imprevisibilidade do evento, sem aprofundar sua explicação ou análise
Subjetiva	Argumentações nas quais se utiliza, como critério de reconhecimento de aleatoriedade, considerações referentes à própria vivência ou crença subjetiva.
Contingência	Argumentações de estimativas de quantificação de probabilidade baseadas na comparação entre os casos favoráveis e desfavoráveis de um evento.
Laplaciana	Argumentações de estimativas de quantificação de probabilidade baseadas na proporção entre os casos favoráveis e os casos possíveis do evento.
Frequentista	Argumentações de estimativas de quantificação de probabilidade baseadas na leitura Frequencial do fenômeno ou de informação fornecida.
Equiprobabilidade	Argumentações das estimativas de quantificação de probabilidade, baseadas em justificações de igual possibilidade de ocorrência entre os resultados do fenômeno.
Experiencial	Argumentações de estimativas de quantificação de probabilidade baseadas em critérios fruto da experiência pessoal.

Fonte: O pesquisador

Síntese do capítulo:

Neste capítulo, trouxemos a justificativa que sustenta a pesquisa pautada na continuidade de estudos voltados à formação de professores que visam a melhoria de qualidade dos cursos, tanto de formação inicial como a continuada. Também apresentamos os objetivos específicos e os procedimentos metodológicos utilizados no desenvolvimento da pesquisa. Exibimos um resumo do *software* CHIC, que possibilitou a análise de dados multidimensionais, por meio das análises implicativa e coesitiva, além da caracterização dos professores que participaram de nossa pesquisa, bem como o questionário de concepções probabilísticas, no qual buscamos apresentar seus aspectos, mostrando sua estrutura e como as questões foram pensadas, com o objetivo de identificar, mediante as respostas apresentadas, as estratégias utilizadas pelos professores pesquisados.

CAPÍTULO 3. **PROBABILIDADE**

> Tudo o que, sob o sol, se beneficia de ser ou de tornar-se, passado, presente ou futuro, possui sempre em si e objetivamente uma certeza total. É evidente do presente e do passado: o que é ou foi não pode não ser ou ter sido. Sobre o futuro nada a discutir; contudo não é pela necessidade de qualquer destino que não pode tornar-se, mas em razão seja da ciência seja da predeterminação divina; porque se não acontecesse com certeza tudo o que é futuro, não vemos como o Criador supremo poderia conservar inteira a glória de sua omnisciência e de sua onipotência[12].
>
> Jacob Bernoulli (1713)

Neste capítulo, apresentaremos um breve estudo do objeto matemático foco de nossa pesquisa: probabilidade. No qual destacaremos as contribuições de alguns matemáticos para o desenvolvimento do referido tema.

3.1. **A**spectos históricos de probabilidade

Neste capítulo apresentamos os aspectos históricos da probabilidade com o objetivo de apontar os porquês das pessoas, de modo geral, ainda nos dias de hoje, entenderem o acaso como uma "obra divina".

Pelo fato de creditarem os resultados de acontecimentos aleatórios, como unicamente a termos do tipo "tinha que ser assim", ou ainda, acreditarem que o que virá a acontecer não compete a nós humanos estimar as chances de maior ou menor possibilidade de um determinado evento ocorrer.

[12] "Tout ce qui beneficie sous le soleil de l'être ou du devenir, passé, présent ou futur, possède toujours em soi et objectivement une certitude totale. C'est evidente du présent et du passé: ce qui est ou a été ne peut pas ne pas être ou avoir été. Sur le futur il n'y a pas à discuter; cependant ce n'est pas par la necessite de quelque destin qu'il ne peut pas ne pas advenir, mais en raison soit de la prescience soit de la prédétermination divine; car si n'arraivait pas avec certitude tout ce qui est futur, on ne voit pas comment le Créateur suprême pourrait cnserver entière la gloire de son omnicience et de son omnipotence".

Para iniciar, trazemos os dados do Quadro 7 elaborado por Azcárate e Cardeñoso (2003), no qual os autores sintetizam os diversos entendimentos dados ao acaso, no decorrer da história:

Quadro 7: Concepções do acaso

Acaso como causa desconhecida	Civilizações Antigas	✓ Universo regido pela busca da ordem. ✓ Explicações apoiadas na natureza mágica ou mítica. ✓ O acaso como força estranha de origem mágica, reflete a sorte cega ou destino. ✓ Desenvolvimento de doutrinas de caráter isotérico.
	Civilização Greco-romana	✓ Universo regido pela necessidade causal. ✓ Explicações por meio da dualidade acaso/necessidade. ✓ O acaso Aristotélico como cruzamento de linhas causais, reflete uma aparência ou causalidade. ✓ Diferentes artes divinatórias: Oráculo, Cabala, Astrologia.
	Idade Média Renascimento	✓ Universo regido pela Providência Divina. ✓ Sem explicações. Não existe o imprevisto na natureza. ✓ O acaso para o mundo cristão, reflete a vontade de Deus. Para o mundo pagão, similar as épocas anteriores. ✓ Progressivo reconhecimento do papel do homem e das coisas no controle da natureza.
Acaso como ignorância	Séculos XVII, XVIII e XIX	✓ Universo regido por leis universais, triunfo do determinismo. ✓ Grandes controvérsias sobre a explicação e existência do acaso. ✓ O acaso como produto da ignorância do homem sobre o funcionamento dos fenômenos, mas de caráter passageiro. ✓ Modelização matemática dos fenômenos fortuitos: a aleatoriedade. Ante a falta de explicações, busca de formas de controle. Emergência e desenvolvimento do cálculo de probabilidades.
Acaso como complexidade	Século XX	✓ Universo como sistema complexo sem leis universais a todos seus elementos. ✓ Explicação como característica intrínseca da natureza. ✓ O acaso como reflexo da complexidade resultante da interação de múltiplas causas elementos. ✓ Nova abordagem epistemológica. Desenvolvimento de modelos matemáticos e científicos, para explicar, estudar e intervir na realidade.

Fonte: Azcárate e Cardeñoso (2003, p.6)

No início, observamos que o acaso estava relacionado a uma natureza mítica ou à própria magia; estes pensamentos ainda podem ser observados na época atual, ou seja, a ideia do acaso estar ligado a vontades divinas ou simplesmente refletir a sorte de um indivíduo, ainda, é bem presente em muitas sociedades.

Coutinho (2007), afirma que:

> Os povos que viviam na Mesopotâmia ou no Egito Antigo associavam a ideia do acaso às intervenções divinas ou sobrenaturais. Referimo-nos aqui às práticas de consulta de presságios ou às predições das pitonisas a fim de prever o futuro e

> interpretar a vontade dos deuses. Este tipo de relação com o acaso, associando-o com a crença em intervenções divinas, será uma constante no comportamento humano ao longo do tempo. Podemos ainda, atualmente, identificá-la em certas culturas, em certos ritos (prática de vidência, etc.) (COUTINHO, 2007, pp. 51 - 52)

Ainda para Coutinho (2007, p. 51), “a noção de acaso é bastante complexa e recebeu diversas interpretações ao longo da história das ciências e da filosofia, uma vez que se vincula a nossa própria interpretação de mundo. ”

A autora também afirma que podemos encontrar em alguns textos históricos citações aos jogos de azar, tais como jogos com dados fabricados com barro cozido ou jogos com astrágalos[13] que, além da ludicidade, integravam ainda a dimensão mística ou psicológica do acaso (COUTINHO, 2007, p. 28).

Segundo Coutinho (2007, p.52), Girolamo Cardano (1501 – 1576) que foi matemático, médico e jogador, e teve sua obra *Líber De Ludo Aleae*, publicada postumamente em 1665, em sua obra buscava permitir a tomada de boas decisões nos problemas de jogos de azar encontrados naquela época.

A lacuna que existe entre o uso os jogos de azar pelos povos que viveram na Mesopotâmia e Egito Antigo até os estudos de Cardano, foi explicada por J.F. Pichard da seguinte forma:

> Uma primeira razão é que um tratado científico sobre os jogos de azar não seria, provavelmente, sério, pois os jogos eram coisas fúteis aos olhos dos sábios. Uma outra razão, certamente mais importante, é que o resultado de um sorteio “ao acaso” é a expressão da vontade divina, e como tal, não deveria ser calculada, pois não devemos desafiar Deus (ou o Diabo) (PICHARD, 1997, p. 107 apud COUTINHO, 2007, p. 52).

Observamos, então, que a intervenção do acaso como algo que influencia em um experimento, ou fenômeno iniciou-se no aspecto lúdico ou religioso e até os

[13] Astrágalos é um osso localizado no pé, do lado posterior do tarso. Na antiguidade jogava-se com esse osso retirado de animais. Foram, especialmente, utilizados como dados (na falta destes), sobretudo em jogos de azar, porque cada osso tem quatro faces irregulares: o lado plano, o côncavo, o convexo e o sinuoso, que possibilitavam quatro posições diferentes. A cada face do fragmento ósseo era atribuído um valor fixo: 3 pontos ao lado côncavo, 4 pontos para o convexo e 1-6 para as restantes faces laterais. Os astrágalos eram atirados sobre uma superfície plana, ganhando o que acertasse com a face escolhida ou então empregues como peças dum jogo de arremesso (tipo malha), como o jogo infantil das ‘pedrinhas’ – praticado ainda há poucas décadas atrás.

dias de hoje, esta prática é difundida e utilizada, como por exemplo, a manipulação de cartas de baralho, roletas, moedas, entre outras formas de geradores.

Com esta forma de apreensão do acaso, pela qual se tornou possível a enumeração de possibilidades que podem vir a ocorrer, as definições de probabilidade têm início. Passamos agora a apresentar os diversos enfoques de probabilidade.

3.1.1. Enfoque clássico

Coutinho (1994; 2001), desenvolveu um estudo histórico-epistemológico que a autora também sintetizou em 2007, onde trouxe "uma discussão do papel da história desse conceito da escolha de contextos para a apresentação dos primeiros conceitos probabilísticos no ensino fundamental". (COUTINHO, 2007, p. 50).

Para a autora, o primeiro documento conhecido que mostra o raciocínio combinatório é um poema chamado "*De Vetula*", escrito por Richard de Fournival, em 1250, no qual são descritos o cálculo e as combinações referentes ao lançamento de três dados.

> Talvez, no entanto, vós afirmaríeis que algumas são melhores
> Que outras que os jogadores jogam, pela razão que,
> Uma vez que um dado tem seis faces resultando seis números simples,
> Sobre três dados existem dezoito,
> Entre os quais somente três podem se apresentar.
> Eles variam de diferentes formas, e entre as quais
> Dezesseis somas compostas são produzidas. Elas não são contudo
> De valores iguais, uma vez que o maior e o menor entre eles
> Acontecem raramente e os intermediários frequentemente,
> E as outras mais estas são próximas dos valores centrais,
> Melhores elas são e mais frequentemente acontecem
> […]
> Elas variam segundo cinquenta e seis formas
> Segundo as configurações da face superior do dado,
> E estas configurações segundo duzentas e dezesseis formas de aparecer.
> Elas devem ser repartidas entre os números compostos interessando aos jogadores,
> Assim que se deve,
> Vós conheceis inteiramente o quão grande é seu ganho
> Qualquer que possa ser, ou quão grande é sua perda.
> (BELHOUSE, 2000 apud COUTINHO, 2007, pp. 57-58).

Apresentamos um extrato deste poema com o intuito de ilustrar a forma pela qual Fournival utiliza um raciocínio probabilista baseado nos resultados possíveis para a soma dos pontos obtidos no lançamento de três dados.

Blaise Pascal e Pierre de Fermat que, em 1654, em troca de correspondências buscavam resolver um problema proposto pelo *"Chevalier de Meré*", estimaram "o valor" que cada jogador deveria receber quando um jogo é interrompido, a partir de uma divisão proporcional do valor das apostas e das chances de ganhar de cada um dos jogadores.

Da mesma forma, Gottfried Wilhelm Leibniz escreveu, em 1676:

> Se uma situação pode levar a diferentes resultados vantajosos que excluam um ao outro, a estimativa da expectativa será a soma das possíveís vantagens para o conjunto de todos estes resultados, dividida pelo número total dos resultados" (LEIBNIZ, 1676 apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 21)[14].

Outra definição de probabilidade foi apresentada por Abraham de Moivre na obra *The doctrine of chances*:

> Portanto, se constituirmos uma fração cujo numerador é o número de chances de que um evento possa ocorrer, e o denominador o número de todas as chances de que possa ocorrer ou deixar de fazê-lo, tal será uma definição adequada da probabilidade de que ocorra (DE MOIVRE, 1718 apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 21)[15].

Jacques Bernoulli expressa em sua obra *Ars conjectandi*, publicada em 1713, que "a probabilidade é na verdade um grau de certeza, e difere da certeza tanto quanto a parte difere de um todo"(BERNOULLI apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 22)[16].

Pierre-Simon Laplace publicou seu *Essai philosophique sur les probabilités* em 1814, já parcialmente escrito, em 1795, para as reuniões de escolas de formação de professores. Nesse livro fundamental, expõe claramente a visão

---

[14] "If a situation can lead to different advantageous results ruling out each other, the estimation of the expectation will be the sum of the possible advantages for the set of all these results, divided into the total number of results."

[15] "Wherefore, if we constitute a Fraction whereof the Numerator is the number of Chances whereby an Event might happen, and the Denominator the number of all the chances whereby it may either happen or fail, that Fraction will be a proper definition of the Probability of happening".

[16] ""Probability is in fact a degree of certainty, and differs from certainty as the part from a whole".

subjetiva de se julgar a equiprobabilidade, que é necessária para a definição clássica de probabilidade, em situações concretas. De acordo com Batanero; Henry e Parzysz (2005), após afirmar que a probabilidade está em parte relacionada com a extensão de nossa ignorância e conhecimento, Laplace apresenta a seguinte definição: "[...] probabilidade é, assim, simplesmente uma fracção cujo numerador é o número de casos favoráveis e cujo denominador é o número de todos os casos possíveis" (LAPLACE, 1814 apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 22)[17].

Para Batanero (2005, p. 254), este enfoque indica "a necessidade de reduzir os acontecimentos de um certo tipo a um determinado número de casos igualmente possíveis"[18].

Laplace realizou a primeira tentativa de axiomatização, mas a falta de algumas ferramentas matemáticas que permitiam a consideração dos infinitesimais trouxe alguns entraves. De acordo com Coutinho (2007), é possivel apresentar o determinismo laplaciano, citando um parágrafo da obra de Laplace *Essai philosophique sur les probabilités* (1814):

> […] Na ignorância das relações que as une ao sistema inteiro do universo, o fizemos depender das causas finais, ou do acaso, segundo o que lhes acontece e se sucedem com regularidade, ou sem ordem aparente; mas estas causas imaginárias foram sucessivamente afastadas com os limites de nossos conhecimentos e desaparecem inteiramente diante da vã filosofia, que vê nelas apenas a expressão da ignorância na qual somos as verdadeiras causas. Os acontecimentos atuais têm com precedentes uma fraca ligação fundamentada sobre o princípio evidente, que uma coisa não pode começar a ser, sem uma causa que a produza. Este axioma, conhecido sob o nome de "princípio da razão suficiente", estende-se às ações mesmo que julguemos indiferentes [...] Devemos, então, visar ao estado presente do universo, como o efeito de seu estado anterior, e como a causa daquele que vai seguir (LAPLACE, 1814 apud COUTINHO, 2007, p. 53).

Após esta tentativa de Laplace de axiomatização pelo que hoje denominamos o enfoque clássico, outros matemáticos buscaram novas explicações para o acaso e, assim, novas tentativas de sua apreensão pela

---

[17] "…probability is thus simply a fraction whose numerator is the number of favorable cases and whose denominator is the number of all cases possible".

[18] "la necesidad de reducir los acontecimientos de un cierto tipo a un cierto número de casos igualmente posibles".

.

determinação da medida de incerteza associada a um fenômeno ou jogo, como veremos a seguir.

3.1.2. Enfoque frequentista

O enfoque frequentista foi apresentado por Jacob Bernoulli, este teorema pode ser indicado do seguinte modo: quando se repete o mesmo experimento um número suficiente de vezes, a frequência relativa acumulada de um determinado evento desse experimento tende a se estabilizar em torno de um valor entre 0 e 1 o qual podemos interpretar como sendo aproximadamente a probabilidade do evento se realizar.

Coutinho (2007), apresenta uma definição frequentista proposta por Alfred Rényi (1966).

> Chamaremos probabilidade de um evento o número ao redor do qual oscila a frequência relativa do evento considerado [...]. Consideraremos, então, a probabilidade, como um valor independente do observador, que indica, aproximadamente, com qual frequência o evento considerado se produzirá durante uma longa série de repetições de um experimento (RÉNYI, 1966 apud COUTINHO, 2007, p. 62).

A estabilização de frequências de um evento, depois de um grande número de ensaios, nas mesmas condições, de uma experiência aleatória, já havia sido observada há vários séculos antes de Bernoulli. Além disso, a abordagem de probabilidade frequentista define como hipotético o número para qual a frequência relativa tende quando da estabilização; desta forma, devemos assumir a existência desse número para o qual a frequência observada é um valor aproximado.

De acordo com Gnedenko e Kolmogorov:

> Probabilidade matemática seria um conceito inútil se não encontrasse uma expressão concreta na frequência relativa de eventos resultantes de uma longa sequência de experiências, realizadas sob as mesmas condições (GNEDENKO; KOLMOGOROV, 1954 apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 23)[19].

[19] "…mathematical probability would be a useless concept if it did not find concrete expression in the relative frequency of events resulting from long sequences of experiments, carried out under the same conditions."

Podemos dizer que a crítica mais significativa da definição frequentista de probabilidade está no fato de não ser difícil ocorrer uma certa confusão entre um objeto matemático abstrato e o empírico das frequências observadas, os quais são obtidos experimentalmente, ou seja, a diferença entre o número obtido no cálculo a priori da proabablidade de um evento e o valor em torno do qual as frequencias relativas oscilam.

3.1.3. Enfoque subjetivo

A fórmula de Thomas Bayes publicada, em 1763, deu as probabilidades de várias causas quando uma de suas consequências é observada.

A probabilidade vista desse modo seria sujeita a uma revisão em função da nova informação e perderia seu caráter objetivo postulado pela visão frequentista clássica.

Desta feita, a probabilidade passaria a ser descrita pelo grau de crença, com base em um julgamento feito por um expert no tema.

“ A probabilidade não existe”, afirmou De Finetti, em 1974, pois ele considerou que:

> Assumindo uma existência objetiva seria uma concepção errônea e perigosa. A probabilidade é um conceito teórico, o valor estimado depende de numerosos fatores, tais como o conhecimento do observador, as condições de observação ou os dados que ele é capaz de coletar. Portanto, não podemos dizer que a probabilidade existe na realidade, sem confundir esta realidade com o modelo teórico escolhido para descrevê-lo (DE FINETTI, 1974 apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 24)[20].

Neste ponto de vista subjetivo, a aleatoriedade não é mais uma propriedade objetiva, mas passa a ter um carácter subjetivo, pois a probabilidade não mede a magnitude, o comprimento ou peso, mas, um grau de incerteza específico para cada pessoa. “A possibilidade de uma evento está sempre relacionada a um

---

[20] “...assuming an objective existence would be an erroneous and dangerous conception. Since probability is a theoretical concept, its estimated value depends on numerous factors, such as the observer's knowledge, the observation conditions or the data that he is able to collect. Therefore, we cannot say that probability exists in reality without confusing this reality with the theoretical model chosen to describe it.”

determinado sistema de conhecimento e não é, portanto, necessariamente a mesma para todas as pessoas." (BOREL, 1930 apud BATANERO; HENRY; PARZYSZ, 2005, p. 24)[21].

De acordo com Coutinho (2007, p. 53), “assistimos no início do século XX a uma evolução devida a uma mudança qualitativa em relação às interpretações precedentes do acaso” , pois, as ideias do matemático francês Jules Henri Poincaré (1854 – 1912) trouxeram uma contribuição muito importante para essa ampliação.

Em sua obra *Cálculo de probabilidades* de 1912, Poincaré, conforme Coutinho (2007), explicita bem esta nova etapa em direção a uma racionalização do acaso:

> É necessário que o acaso seja outra coisa que não o nome que damos à nossa ignorância, que entre os fenômenos dos quais ignoramos as causas, devemos distinguir os fenômenos fortuitos, sobre os quais o cálculo de probabilidades nos informará provisoriamente, daqueles que não são fortuitos e sobre os quais nada podemos dizer, enquanto não determinarmos as leis que o regem (POINCARÉ, 1912 apud COUTINHO, 2007, p. 55).

De acordo com a autora, nessa obra Poincaré apresenta o acaso, como uma manifestação macroscópia de uma causa muito pequena que nos escapa.

> Se um cone repousa sobre sua ponta, sabemos bem que ele vai cair, mas não sabemos para que lado; nos parece que o acaso sozinho vai decidir. Se o cone fosse perfeitamente simétrico, se seu eixo estivesse perfeitamente vertical, se não estivesse submetido a nenhuma outra força além do peso, ele não cairia de forma alguma. Mas, a menor falha de simetria vai fazê-lo tender levemente para um lado ou para outro, e desde que ele o faça, pouco que seja, ele cairá para este lado. Se mesmo a simetria for perfeita, uma trepidação muito leve, um sopro de ar poderá fazê-lo se inclinar alguns segundos de arco; isto será suficiente para determinar sua queda e mesmo o sentido desta queda que será aquele da inclinação inicial. Uma causa muito pequena que nos escapa, determina um efeito considerável que não podemos não ver, e, então, diremos que este efeito é devido ao acaso (POINCARÉ, 1912 apud COUTINHO, 2007, p. 55).

Neste contexto, para definir o acaso, Poincaré evidencia os invariantes a fim de modelar os eventos fortuitos, conforme Coutinho (2007).

[21] "The possibility of an event is always related to a certain system of knowledge and is thus not necessarily the same for all people"

3.1.4. Formalismo matemático

Em 1933, Andrei Kolmogorov (1903 – 1987) publicou livro "*Foundations of the Theory of Probability*", no qual apresentou uma interpretação da teoria das probabilidades que, pela sua simplicidade, permitiu o extraordinário desenvolvimento desta teoria e de suas aplicações. Assim, a teoria da probabilidade recebe uma definição axiomática.

Para Rotunno:

> Os axiomas de Kolmogorov tornaram a Teoria das probabilidades uma parte autônoma dentro da matemática e possibilitaram grande avanço científico nesta área, sobretudo sob o aspecto teórico. A utilização de tais modelos como instrumento explicativo voltado ao controle de grande número de sucessos é hoje uma opção cada vez mais utilizada no mundo cientifico, seja nas ciências humanas ou nas políticas. (ROTUNNO, 2007, p. 22)

A axiomatização da probabilidades desenvolvida por Kolmogorov não se preocupa em determinar, como seu valor numérico deve ser calculado, mas, sim, preocupa-se com suas propriedades gerais.

Neste capítulo, embora de modo simplificado, procuramos apresentar o percorrer na história das diversas interpretações e definições que a probabilidade recebeu, até concluirmos com a definição axiomática, apresentada por Andrei N. Kolmogorov, definição esta que possibilitou um avanço considerável nesse campo do conhecimento.

Embora a evolução na compreensão do acaso e da própria probabilidade, nos pareça nítida quando analisamos os registros históricos que grandes matemáticos nos legaram e, com isso, possibilitaram grandes avanços nas mais diversas áreas do conhecimento humano; por outro, não devemos nos assombrar com o elevado número de pessoas que ainda creditam a ideia do acaso ao misticismo. Enquanto outras ainda têm na subjetividade a base de seus argumentos para os eventos aleatórios.

Por esses motivos, entendemos como pertinente trazer, mesmo que de forma sucinta, as diversas interpretações e definições que a probabilidade sofreu no decorrer da história e, com isso, desmitificar as concepções errôneas sobre esse conceito tão importante para a tomada de decisões.

Síntese do Capítulo:

Neste capítulo, apresentamos um breve estudo do objeto matemático foco de nossa pesquisa: probabilidade. Exibimos os diversos enfoques que ocorreram no decorrer da história, até culminar na definição axiomática de probabilidade. O objetivo foi demonstrar, por meio dos fatos apresentados que, ainda hoje, podemos reconhecer ideias e entendimentos, que pareçam atemporais, uma vez que se reconhece que, em muitas culturas, ainda se manifestam crenças e mitos há muito superados pelos estudos probabilísticos. Este apontamento mostrou-se importante na análise dos dados, uma vez que foi possível observar, entre os professores pesquisados, estratégias que remetam a crenças e mitos.

CAPÍTULO 4. **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

> "Só há duas maneiras de viver a vida: a primeira é vivê-la como se os milagres não existissem. A segunda é vivê-la como se tudo fosse milagre. "
>
> Albert Einstein

Neste capítulo, trazemos uma revisão dos trabalhos nacionais e internacionais encontrados que tiveram, como foco os conhecimentos probabilísticos de professores que atuam no ensino básico ou de futuros professores que nele atuarão. Apresentamos como é tratado o referido tema nos documentos oficiais, PCN e BNCC, bem como trazemos uma revisão das publicações que versam sobre o tema probabilidade e letramento probabilístico

Ressaltamos que temos como objetivo geral: *analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem os temas probabilidade e aleatoriedade*, portanto, em nossa revisão bibliográfica buscamos identificar elementos que assim corroborassem nosso objetivo.

4.1. **P**esquisas no âmbito internacional

Iniciamos nossas leituras a partir do trabalho de Azcárate (1995), cujo objetivo foi identificar quais concepções probabilísticas imergiam de um grupo de 57 futuros professores da escola primária. A autora aplicou um questionário com questões abertas. Os resultados alcançados permitiram a construção de uma categorização de concepções probabilísticas. Tal categorização foi usada em nosso trabalho, pois, foi a partir dessa leitura que definimos o caminho a ser percorrido em nossa investigação.

Na sequência, realizamos a leitura do trabalho de Cardeñoso (1998) que um questionário com questões fechadas, adaptado do questionário de concepções probabilísticas elaborado por Azcárate e o aplicou a 587 participantes de cursos de formação de professores da Educação Primária, de modo a identificar suas concepções. Desta análise, emergiram duas dimensões para essas concepções: aleatoriedade e probabilidade.

Em nosso estudo, além de utilizar a categorização elaborada por Cardeñoso (1998), adaptamos e aplicamos o questionário desenvolvido por esse autor. A adaptação foi necessária em razão das diferenças climáticas entre a Espanha, local da aplicação do questionário por Cardeñoso e o Brasil por seu clima tropical.

Uma terceira leitura realizada foi o trabalho publicado por Gal (2005), no qual o autor apresenta uma definição de letramento probabilístico. Em nosso estudo, apoiamo-nos na definição apresentada pelo autor para analisar quais concepções apresentariam os professores participantes de nossa pesquisa.

Na sequência, realizamos a leitura do artigo apresentado por Batanero et al. (2015), com o tema sobre o conhecimento matemático comum e especializado e o conhecimento do conteúdo dos alunos sobre a probabilidade elementar em um grupo de 157 futuros professores da escola primária. Neste trabalho, os autores apresentam o estado da arte de pesquisas que analisaram as concepções de professores e também de futuros professores em relação à probabilidade.

Para nossa pesquisa, apresentamos um resumo dos resultados observados por Batanero et al. (2015), com o objetivo de sintetizar as pesquisas realizadas internacionalmente sobre o tema concepções probabilísticas de professores e futuros professores do ensino básico. Segue a lista com os devidos resumos:

- Serrano (1996) entrevistou 10 professores em formação. Observou dificuldades com o conceito de independência e o viés de equiprobabilidade, que consiste em crer que todos os eventos associados a um experimento aleatório são equiprováveis;
- Carnell (1997) investigou 13 professores do ensino secundário. Detectou disporem de concepções errôneas sobre probabilidade, por exemplo, ao tentarem definir o elemento condicionante, a ordem temporal do elemento condicionante e o elemento objetivo;
- Haller (1997) observou o nível de conhecimento probabilístico de quatro professores do ensino secundário, concluiu que se encontravam naquilo

que classificou, como nível baixo de conhecimentos probabilísticos, constatando também que, para o ensino de probabilidade, dependiam em grande medida de livros-textos;

- Begg e Edwards (1999), em estudo que abrangeu 22 professores do ensino secundário e 12 do ensino fundamental, concluíram que dispunham de conhecimento pouco sólido sobre probabilidade, e poucos compreendiam o conceito de independência. Estes professores mostraram-se menos seguros ao ensinar probabilidade, em comparação com o ensino de gráficos ou cálculos estatísticos;
- Zaslavsky; Zaslavku e Moore (2001), em um estudo centrado nas diferenças culturais e linguísticas, examinaram o conhecimento de 33 futuros professores sobre eventos independentes e mutualmente excludentes. Quase 70% não conseguiram explicar o significado de eventos mutualmente excludentes e quase a metade não conseguiu dar exemplos desse tipo de evento. Similarmente, 70% não souberam explicar quando os eventos são independentes e mais de 40% deles não puderam determinar se dois eventos são independentes;
- Batanero; Cañizares e Godino (2005) encontraram resultados similares aos de Azcárate em um estudo com 132 professores da Educação Primária em formação;
- Serradó; Azcárate e Cardeñoso (2006), em um estudo de caso, com cinco professores que afirmaram não ensinar probabilidade em suas aulas. Usaram questionários e entrevistas onde buscaram compreender as razões pelas quais os professores omitiram o ensino de probabilidade em suas aulas. Destaca-se o fato de um dos professores, que é licenciado em matemática com especialização em estatística, afirmar que o ensino de probabilidade não teria consistência educativa no ensino básico. Já outro professor com licenciatura em matemática afirma que não ensina probabilidade para suas turmas, pensando nas dificuldades que seus alunos poderiam ter para assimilar as ideias e conceitos deste conteúdo, além de supor que sua metodologia de ensino não era válida para este tipo de conteúdo;

- Contreras (2011) analisou 183 estudantes de um curso para professores da Educação Primária em três tarefas, buscou avaliar seus conhecimentos sobre cálculo de probabilidades em tabelas de contingências 2 X 2. Embora a maioria tenha calculado corretamente probabilidade simples, só 41% foram capazes de calcular a probabilidade composta e 44%, a condicional;
- Mohamed (2012) analisou as respostas de 102 professores da Educação Primária em formação por meio de um questionário, observou que a maioria calculou corretamente a probabilidade simples, estimou devidamente a probabilidade a partir da frequência relativa, e reconheceu um jogo não equitativo em um experimento simples; no entanto, poucos resolveram corretamente problemas sobre variável aleatória e amostragem;
- Prodromou (2012) investigou as conexões estabelecidas por um grupo de 100 professores da Educação Primária, entre o enfoque clássico e frequentista de probabilidade em tarefas de lançamento de dados. Os participantes apresentaram certa confusão sobre a necessidade de ter em conta a ordem dos dados para estudar a probabilidade de sua soma e não estabeleceram relações entre probabilidades teóricas e frequências relativas do experimento, nem entenderam completamente a ideia de convergência;
- Smith e Hjalmarson (2013) analisaram a compreensão de aleatoriedade de 45 professores da Educação Primária em formação, ao longo de um curso de estatística. No início do curso, alguns professores não ligaram as ideias de aleatoriedade e convergência; posteriormente, as atividades contribuíram para melhorar suas intuições anteriores; e
- Batanero et al. (2014) em um estudo com 200 professores da Educação Primária em formação, encontraram resultados semelhantes aos de Batanero; Cañizares e Godino (2005).

Por fim, nas leituras dos trabalhos internacionais, realizamos a leitura da pesquisa apresentada por Moreno (2014), na qual a autora analisou a tendência das concepções probabilísticas de futuros professores de biologia e professores de matemática, na província de Mendoza na Argentina, por meio da replicação do questionário elaborado e utilizado por Cardeñoso (1998). Como resultado observou que, em ambos os grupos, as ideias de aleatoriedade e probabilidade estão muito arraigadas nas crenças dos participantes de sua pesquisa. Além de ponderar que, de acordo com o contexto ao qual o evento está envolvido, mostrou-se como fator crucial para o reconhecimento de ambas as ideias.

Em nosso trabalho, tal como anteriormente mencionado, replicamos uma adaptação do mesmo questionário utilizado por Cardeñoso (1998) e Moreno (2014), pois, de acordo com Melhuish e Thanheiser (2018, p. 104). “[...] a replicação tem como objetivo confirmar, refutar e expandir o trabalho anterior”.

Ao analisarmos os resultados apresentados dos trabalhos supracitados, observamos que existe uma convergência, no que tange às concepções probabilísticas dos professores pesquisados. Este fato corrobora nossa pesquisa, uma vez que pudemos identificar nos professores que participaram de nosso estudo, uma série de concepções análogas às observadas nesses trabalhos.

Dentre os trabalhos apresentados, destacamos os de Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998), pois ambos os autores, em seus estudos apresentam categorizações das concepções probabilísticas dos sujeitos pesquisados, porque, em nosso trabalho, realizamos uma articulação dessas categorizações, com o intuito de ampliar nossa análise em relação ao grupo de professores participantes de nossa pesquisa, conforme o que será exposto nos itens 5.3 e 5.4.

A seguir, passaremos a apresentar uma análise que realizamos nos documentos oficiais: Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental e Base Nacional Comum Curricular.

4.2. Análise dos documentos oficiais

Conforme os PCN, o conteúdo probabilidade deve ser abordado no início do ensino fundamental. Ratificamos que esta é a primeira vez que um documento oficial traz em suas páginas a orientação para o ensino da probabilidade também nas séries iniciais.

Entre as orientações apresentadas pelos PCN, em 1997, para os anos iniciais (1ª a 4ª séries), destacamos:

> No trabalho com probabilidade, é fundamental que os alunos compreendam o significado de espaço amostral e sua construção pela contagem dos casos possíveis, utilizando-se do princípio multiplicativo e de representações como uma tabela de dupla entrada ou um diagrama de árvore. Desse modo, será possível indicar o sucesso de um evento, utilizando-se de uma razão (BRASIL, 1997, pp. 137 - 138)

Já em relação às orientações apresentadas pelos PCN, em 1998, para os anos finais (5ª a 8ª séries), ampliam-se as instruções apresentadas em 1997, com destaque para que os alunos desenvolvam:

> Construção do espaço amostral e indicação da possibilidade de sucesso de um evento pelo uso de uma razão.
>
> Construção do espaço amostral, utilizando o princípio multiplicativo e a indicação da probabilidade de um evento por meio de uma razão.
>
> Elaboração de experimentos e simulações para estimar probabilidades e verificar probabilidades previstas (BRASIL, 1998, pp. 74 - 90)

Na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), de 1996, foram apresentados os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, cujo objetivo não foi criar um currículo único para a Educação Básica, mas, sim, oferecer subsídios para os conhecimentos que deveriam ser abordados em cada nível de ensino.

A ideia de um documento que unificasse os conteúdos da Educação Básica no Brasil foi sugerida na Constituição de 1988, pois, em seu Artigo 210, prevê a criação de uma grade curricular de conteúdos fixos a serem estudados no ensino fundamental.

Atualmente no Brasil, está em curso a discussão sobre a implementação de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), que aprimoraria as ideias apresentadas nos PCN.

Em 2014, ocorreu a publicação do Plano Nacional de Educação (PNE), Lei nº 13.005 de 25 de junho de 2014, para o decênio entre 2014 e 2024, nele constam as 20 metas a serem alcançadas no período estabelecido. Em sua meta de número 7, destacamos a estratégia 7.1 que diz:

> Estabelecer e implantar, mediante pactuação interfederativa, diretrizes pedagógicas para a educação básica e a base nacional comum dos currículos, com direitos e objetivos de aprendizagem e desenvolvimento dos (as) alunos (as) para cada ano do ensino fundamental e médio, respeitada a diversidade regional, estadual e local (BRASIL, 2014, p. 61)

Um dos objetivos da BNCC será o de reduzir as desigualdades educacionais do País. O Ministério da Educação e Cultura, em seu texto de apresentação da BNCC enfatiza que dois importantes rumos surgirão, após a aprovação da base.

O primeiro diz respeito à formação, tanto inicial como continuada dos professores e, o segundo refere-se ao material didático, pois na visão do Ministério da Educação (MEC) ambos deverão passar por mudanças significativas.

Apoiados nesta perspectiva de mudanças significativas, analisamos a implementação da BNCC apresentada pelo MEC em relação ao tema probabilidade.

Inicialmente, pudemos observar que o tema probabilidade aparece com propriedade em todos os níveis da educação básica, o que por si só já representa uma mudança em comparação com os textos dos PCN, pois, no que tange aos conteúdos matemáticos para o ensino básico, a probabilidade é um dos campos que tem merecido destaque ora por sua inestimável importância para uma formação cidadã, como exemplo, por sua capacidade de viabilizar um maior entendimento do mundo a nosso redor, e estas constatações coloca-o como um tema próspero para a realização de pesquisas.

No tratamento do tema, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em seu documento introdutório da área de matemática, prevê para todas as séries que compõem o ensino básico a abordagem desse conteúdo.

Com relação à expectativa para os três primeiros anos do ensino fundamental, a BNCC nos apresenta:

> Espera-se que identifiquem fenômenos aleatórios, construam o espaço amostral de situações simples, como o lançamento de

> dados e de moedas, calculando a probabilidade de ocorrer um resultado por meio de uma razão.
>
> A proposta de ensino de noções relativas à probabilidade tem como finalidade a compreensão, desde cedo, que nem tudo ocorre ou deixa de ocorrer com certeza, ou seja, nem todos os fenômenos são determinísticos. Esse tipo de percepção é fundamental para a compreensão da sociedade e da natureza. Para isso, nos três primeiros anos, a proposta de trabalho com probabilidade está centrada no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os/as estudantes compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. É muito comum que pessoas julguem impossíveis eventos que nunca viram acontecer. Nessa etapa, é interessante que as crianças verbalizem em eventos familiares, envolvendo o acaso, os resultados que poderiam ter acontecido em oposição ao que realmente aconteceu, iniciando a construção do espaço amostral (conjunto de todos os resultados possíveis de um fenômeno aleatório) (BRASIL, 2016, p. 266).

Já em relação aos dois anos seguintes (4º e 5º anos), o documento da Base Nacional Comum Curricular apresenta a seguinte expectativa com relação à aprendizagem do tema probabilidade para os alunos dessas séries:

> Propomos que tenha início o trabalho com a quantificação de probabilidades. Antes de se propor aos/as estudantes que calculem probabilidades de resultados de alguns fenômenos aleatórios, é bom que sejam levados a listar, intuitivamente, os resultados que têm maior chance de ocorrer e os de menor chance. Esse reconhecimento pode ser feito pela análise do espaço amostral e/ou corroborado por meio de experimentações como: no lançamento de um cubo, cujas faces estão marcadas com uma letra (cada face tem letra diferente) das seis primeiras do alfabeto (a, b, c, d, e, f), a chance de sair uma vogal na face superior e menor que a de sair uma consoante, pois há menos vogais do que consoantes (BRASIL, 2016, pp. 266 - 267).

O documento enfatiza que não há dúvidas de que, tanto a probabilidade como a estatística, "estão fortemente relacionadas aos temas sociais emergentes, sobretudo aos integradores, permitindo promover a interdisciplinaridade" (BRASIL, 2016, p.267)

Para os anos finais do ensino fundamental (6º, 7º, 8º e 9º anos), o documento apresenta a seguinte proposta de ensino de noções relativas à probabilidade:

> A partir do 6° ano, o trabalho com probabilidade passa a envolver o cálculo dessa medida, por meio da razão entre o número de casos

> favoráveis de um evento e o número de elementos do espaço amostral. Sugere-se analisar o verdadeiro significado do resultado desse cálculo, cotejando-o com a realização de experimentos, o que contribui para consolidar a diferenciação entre experimentos determinísticos e aleatórios. No lançamento de uma moeda, dar "cara" em uma jogada não influencia no resultado do próximo lançamento. No entanto, pode-se aumentar o número de lançamentos para verificar que, com grande quantidade deles, a quantidade de "caras" e de "coroas" se aproximam. No 7º ano, reforça-se o uso de termos associados à probabilidade e à realização de experimentos aleatórios para investigar a probabilidade frequentista.
>
> A progressão dos conhecimentos se faz, nos dois anos seguintes, pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada a conhecimentos do campo de números e operações, em problemas de contagem. Nessa etapa, o cálculo de probabilidade deve incluir apenas eventos independentes (quando a ocorrência de um evento não influencia a ocorrência do outro evento) e espaços amostrais equiprováveis (aqueles nos quais os eventos elementares têm a mesma probabilidade de ocorrer). Até o 9º ano, ampliam-se esses conhecimentos para a compreensão de que há probabilidades condicionadas, que envolvem eventos dependentes (quando a ocorrência de um evento depende do resultado de outro que o preceda).
>
> Convém considerar que a proposição e a resolução de problemas envolvendo o cálculo de probabilidades está associada a conceitos como razão, porcentagem e princípios de contagem. Em uma via de mão dupla, os conceitos dessa unidade servem como contexto de aplicação do eixo de Números e Operações, e vice-versa. Resta lembrar que as situações precisam se basear em temas significativos para os/as estudantes (BRASIL, 2016, p. 419).

A partir da análise realizada nestes dois documentos oficiais, foram iniciadas leituras de artigos, dissertações e teses que buscaram traçar um panorama das pesquisas realizadas sobre o tema probabilidade no Brasil. Empreendeu-se um levantamento na Biblioteca Digital Brasileira de Tese e Dissertações (BDTD) nas pesquisas que abordaram o tema ensino e aprendizagem de probabilidade.

4.3. Pesquisas nacionais

Em nossa busca, encontramos o trabalho de Santos (2015), que realizou uma pesquisa sobre o estado da arte em relação às teses e dissertações realizadas no Brasil em educação de estatística, probabilidade e combinatória, realizadas até 2012. O autor destaca que:

> Essas teses e dissertações visaram, em geral, o estudo e análise dessas variáveis, quando mobilizadas por alunos e/ou professores em diversos níveis de ensino, no contexto do ensino-aprendizagem dos conteúdos estatística, probabilidade e combinatória (SANTOS, 2015, p. 190).

Em seu trabalho, Santos (2015) apresentou um quadro que sintetiza o levantamento realizado. Nos dados apresentados no Quadro 8, observamos que no período envolvido pelo estudo do autor e, considerando as três áreas de estudo (estatística, probabilidade e contagem), temos apenas 17 pesquisas relacionadas à temática das concepções, competências, percepções e representações.

Quadro 8: Frequência das temáticas de pesquisa em educação estatística.

Temas de pesquisa	Até 1999				2000 - 2006				2007 - 2012				
	MA	MP	DO	ST	MA	MP	DO	ST	MA	MP	DO	ST	T
Metodologia/Didática do ensino de Est/Prob/Comb.	1	0	0	1	10	2	1	13	21	23	3	47	61
Formação/Atuação de professores que ensinam Est/Prob/Comb.	0	0	0	0	3	0	3	6	10	5	4	19	25
Utilização de TIC, materiais e outros recursos didáticos no Ensino/Aprendizagem de Est/Prob/Comb.	0	0	0	0	10	1	2	13	13	4	2	19	32
Cognição e Psicologia na Educação Estatística	0	0	0	0	6	0	4	10	13	1	1	15	25
Currículo no ensino de Est/Prob/Comb.	2	0	0	2	3	1	1	5	4	2	0	6	13
Práticas mobilizadas e constituídas por estudantes em sala de aula e/ou atividade educacionais	0	0	0	0	2	0	0	2	5	1	0	6	8
Concepções, competências, percepções e representações	1	0	1	2	4	0	0	4	7	2	2	11	17
História, filosofia, Epistemologia e revisão literária	1	0	0	1	1	0	2	3	0	1	0	1	5
Análise de desempenho de avaliações e instrumentos	0	0	0	0	1	0	0	1	8	4	0	12	13
Total	5	0	1	6	40	4	13	57	81	43	12	136	199

MA (Mestrado Acadêmico); MP (Mestrado Profissional); DO (Doutorado); ST (Subtotal); T (Total)
Fonte: Santos (2015)

Em nossa pesquisa, usamos os resultados apresentados por Santos (2015), entre os quais o autor apresenta um pequeno número de pesquisas relacionadas com o tema concepções de professores em relação à probabilidade, para justificarmos a relevância da realização de pesquisas voltadas a esse tema.

Para Thompson:

> As concepções dos professores (suas crenças visões e preferências) sobre o conteúdo e seu ensino desempenham um papel importante no que se refere à sua eficiência como mediadores primários entre o conteúdo e os alunos (THOMPSON, 1997, p. 12).

Para esta autora, os professores desenvolvem padrões de comportamento característicos de sua prática pedagógica:

> Em alguns casos, estes padrões podem ser manifestações de noções, crenças e preferências, conscientemente sustentadas, que agem como ‘forças motrizes’ na formação do seu comportamento. Em outros casos, as forças motrizes podem ser crenças ou intuições, inconscientemente sustentadas, que podem ter evoluído fora da experiência do professor (THOMPSON, 1997, p. 12).

Entendemos que as práticas sociais, nesse caso, incluímos a prática docente, que em muito se pautam em crenças e ciências que influenciam no processo de ensino e aprendizagem, devam ser objetos de pesquisas.

Entre outras pesquisas nacionais, destacamos os trabalhos apresentados por Coutinho (1994; 2001), nos quais a autora aponta a importância de uma abordagem do conceito de probabilidade também por meio do enfoque frequentista. Em nossa pesquisa, utilizamos este apontamento apresentado pela autora na análise dos livros didáticos, bem como das concepções que emergiram dos professores participantes de nossa pesquisa.

Na pesquisa apresentada por Rodrigues (2007), observamos que as ideias trazidas nos estudos de Coutinho (1994; 2001) confirmaram-se, pois, o autor em seus resultados apontou a construção das ideias de probabilidade por parte dos alunos pesquisados, quando estas foram apresentadas simultaneamente pelos enfoques clássico e frequentista. Estes resultados possibilitaram uma análise mais criteriosa das concepções apresentadas pelos participantes de nossa pesquisa.

Carbelim (2015), em seu trabalho de mestrado, buscou relacionar os invariantes operatórios mobilizados pelos alunos em situação de resolução de problemas com os elementos do letramento probabilístico. Para nossa pesquisa, o trabalho desta autora colaborou para que pudéssemos identificar as ideias sobre o letramento probabilístico apresentado por Gal (2005) nos participantes de nosso estudo, quando estes responderam a um questionário de concepções probabilísticas.

Em seu trabalho, Gonçalves (2004) cujo objetivo era identificar as concepções probabilísticas de professores com formação acadêmica nas décadas de 1970, 1980 e 1990, buscando verificar se existe uma relação entre as concepções desses professores com a época de suas formações, pela comparação da análise de livros didáticos das respectivas épocas com o resultado do instrumento diagnóstico aplicado em um grupo de 20 professores.

Em seus resultados, Gonçalves (2004) observou que a prática docente influencia na mudança de concepções, uma vez que professores com formação na mesma época, mas, que atuam em séries ou níveis distintos de ensino, possuem concepções diferentes. Estes resultados mostram-se pertinentes, pois, no grupo de participantes de nossa pesquisa encontramos professores nas mesmas situações descritas por Gonçalves, e o fato permitiu uma análise mais abrangente dos dados coletados.

Outro trabalho estudado foi o de Santos (2005), no qual o autor analisou o processo de incorporação de temas ligados à combinatória, probabilidade e estatística na educação básica, por meio de entrevistas e observações de quatro professores que participavam de um curso de formação continuada. O autor pôde identificar uma certa resistência por parte desses professores ao tratar esses temas em turmas de ensino fundamental e médio por considerá-los complexos para esses níveis de ensino. O fato desses professores entenderem que os referidos temas não devem ser tratados nesses níveis de ensino, pode estar relacionado à falta de domínio deles sobre tais temas, este ponto foi observado em nossa pesquisa.

Em seu trabalho, Souza (2016) analisou a implementação do PIBIB (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência). O autor utilizou como metodologia a análise documental e a análise de dados multidimensional por meio do *software* CHIC, a leitura deste trabalho trouxe uma ampliação de nossa compreensão a respeito das análises implicativas e coesitivas que foram abordadas em nosso trabalho nos capítulos 7 e 8, nos quais foram realizadas as análises dos dados coletados por nosso instrumento de pesquisa.

Em sua pesquisa, Goulart (2015) buscou determinar as possíveis relações estabelecidas entre o ensino de estatística na educação básica e o ensino de estatística nos cursos de licenciatura em matemática. Em seu trabalho, o autor realizou uma análise das questões sobre os temas probabilidade e estatística apresentadas em uma coleção de livros didáticos do ensino básico à luz da Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1995; 1999). Em nosso trabalho, baseamo-nos na análise apresentada por Goulart para realizar uma análise em coleção de livros didáticos aprovada pelo PNLD para ensino fundamental II.

Síntese do capítulo:

Neste capítulo, apontamos dentro da análise bibliográfica realizada as contribuições que os autores citados no corpo deste capítulo trouxeram para nosso estudo. Destacamos a pesquisa apresentada por Batanero et al. (2015), no qual os autores apresentaram um estudo da arte relacionado ao tema concepções probabilísticas de professores em formação ou que atuam no ensino básico. Esse estudo possibilitou a obtenção de uma visão global das pesquisas internacionais sobre o referido tema. A análise realizada nos documentos oficiais (PCN e BNCC) mostrou a ampliação da abordagem do tema probabilidade entre um documento e outro. Isso corrobora as pesquisas que apontam a necessidade de abordagem das ideias e conceitos de probabilidade em todas as séries do ensino básico. Por fim, a revisão feita em trabalho nacionais em relação aos temas ensino/aprendizagem e das concepções dos professores e alunos em relação à probabilidade nos orientou nas etapas de nossa pesquisa, pois, a partir de trabalhos como de Coutinho (1994; 2001; 2007; 2010), Gonçalves (2004), Santos (2005), Rodrigues (2007) e Carbelim (2015) foi possível estabelecer o objetivo de nosso trabalho, bem como a elaboração de nossa questão de pesquisa.

CAPÍTULO 5. **REFERENCIAL TEÓRICO**

> “Na maior parte das ciências, uma geração põe abaixo o que a outra construiu, e o que a outra estabeleceu a outra desfaz. Somente na matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura”.
>
> Hermann Hankel

Neste capítulo destacaremos o referencial teórico que estrutura nosso trabalho de pesquisa. Fundamentamos o estudo na categorização das concepções probabilísticas apresentadas, nos termos propostos por Azcárate (1995), no qual buscaremos alinhar esta categorização com a proposta de Cardeñoso (1998). Na sequência, apresentamos a definição de letramento probabilístico de Gal (2005), delimitando assim o referencial que dará suporte ao presente estudo.

Ressaltamos que nosso objetivo geral é analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem os temas probabilidade e aleatoriedade.

Em seu trabalho, Azcárate (1995) detectou nove tipos de concepções: indefinido, determinista, causalidade, padrão, incerteza, não probabilística, intuitiva, emergente e normativa. Destes nove tipos, os cinco primeiros referem-se ao reconhecimento de eventos aleatórios e os quatro últimos, à estimação de probabilidade. Estas categorias serão tratadas na seção 5.1.

Em nossa pesquisa, também fazemos uso da categorização das concepções probabilísticas apresentadas por Cardeñoso (1998). O autor desenvolveu um instrumento de coleta de dados, baseado na pesquisa desenvolvida por Azcárate. Em seu trabalho, Cardeñoso, assim como havia feito Azcárate, também analisou as concepções probabilísticas de futuros professores da escola primária, pelas dimensões aleatoriedade e probabilidade.

O autor identificou dez tipos de concepções, no quais cinco são atribuídos ao reconhecimento de eventos aleatórios: determinista, multiplicidade, causalidade, subjetiva e incerteza. Outros cinco à estimação de probabilidade: determinista, contingência, causalidade, personalista e incerteza.

Por fim, utilizamos a definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005), na qual o autor descreve cinco blocos de conhecimentos: grandes ideias, cálculos de probabilidades, idioma, contexto e perguntas críticas. O primeiro foca na abordagem das grandes ideias, a saber: variação, aleatoriedade, independência e previsão/incerteza. O segundo aborda os cálculos de probabilidades de eventos aleatórios. O terceiro bloco abrange o idioma que diz respeito ao entendimento dos termos e à familiaridade com vários conceitos, como chance e risco. No quarto bloco, é abordado o contexto dos eventos probabilísticos e sua relação com nosso dia a dia. No último bloco, o autor traz o tema das perguntas críticas além da postura também crítica que os alunos devem possuir.

O autor entende que uma pessoa, letrada probabilisticamente, deve dominar e transitar, sem embaraços, entre estes cinco blocos. Além disso, esse indivíduo deve manifestar um conjunto de atitudes específicas. Ressaltamos que, conforme Gal, todos os elementos que compõem os referidos blocos, deverão interagir uns com os outros, com o propósito de emergir os aspectos do letramento probabilístico, pois, para o autor, a instrução em apenas um ou dois dos elementos não será suficiente para tal desenvolvimento.

5.1 **C**ategorização de concepções probabilísticas: Azcárate

Pillar Azcárate, pesquisadora espanhola, publicou em 1995 a tese de doutorado intitulada “El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad: su estudio en el caso de la educación primaria”.

Nesta pesquisa, a autora apresenta os resultados obtidos, a partir da análise dos dados coletados por um questionário composto por questões abertas sobre a noção de aleatoriedade e concepções probabilísticas com 57 futuros professores da escola primária. A análise dos dados coletados possibilitou à autora listar cinco categorias distintas em relação à aleatoriedade. Azcárate definiu assim os grupos:

- Indefinido:

Os sujeitos pertencentes a este grupo reconhecem a aleatoriedade com dificuldade e não apresentam explicações para os critérios utilizados na construção de suas respostas. As informações coletadas com o questionário não permitem caracterizar o tipo de pensamento sobre aleatoriedade, visto que os participantes respondem a poucos itens do questionário aplicado.

- Determinista:

Este grupo caracterizou-se por um reconhecimento muito baixo da aleatoriedade presente em fenômenos e quando tal reconhecimento aparece, eles atribuem à falta de controle sobre as causas. Azcárate (1995) infere que este grupo de sujeitos tem uma forte inclinação determinista em suas concepções.

- Causalidade:

Neste grupo, já existe um nível aceitável de reconhecimento de aleatoriedade. Mas, a maioria de suas justificações baseia-se em argumentos causais, ou seja, suas avaliações apoiam-se na falta de controle das causas que originam o fenômeno, ora pelo seu desconhecimento, ora pela sua complexidade. O reconhecimento do acaso como característica dos fenômenos aleatórios é mínimo.

- Padrão:

A característica principal dos sujeitos pertencentes a este grupo é que suas explicações modificam-se claramente em função do contexto. Reconhecem a aleatoriedade em um percentual alto, mas justificam com diferentes argumentações.

- Incerteza:

Grupo com maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade. Suas justificações apoiam-se, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. As explicações causais apresentam-se em poucas oportunidades.

Dos grupos listados por Azcárate (1995), destacamos os grupos Indefinidos e Padrão. Citamos este fato, pois, na categorização apresentada por Cardeñoso (1998), estes grupos não foram observados.

Em sua pesquisa, Azcárate observou que, em geral, os professores que responderam ao questionário apresentam uma percepção restrita sobre eventos aleatórios, pois suas avaliações em relação à aleatoriedade estão muito voltadas ao contexto no qual o fenômeno se desenvolve.

Tal como a autora, concordamos que os sujeitos que não apresentam um claro entendimento de eventos aleatórios, tendem a responder muitas das questões apoiadas em ideias e crenças pessoais quando estes eventos aleatórios ocorrem em contextos aos quais essas pessoas não possuem muita familiaridade. Conforme Azcárate:

> Os estudos revisados, realizados em grande parte desde o campo da psicologia, nos dizem que a maioria dos sujeitos adultos, ao enfrentar-se com situações de incerteza, não utilizam concepções normativas. Em princípio, era de esperar que o sujeito adulto, com um pensamento lógico desenvolvido, utilizasse as capacidades próprias de tal pensamento ao enfrentar-se com situações aleatórias; é dizer, frente situações com um certo grau de incerteza possíveis de serem analisadas a partir de modelos probabilísticos (AZCÁRATE, 1995, p. 60).

Quando a questão pertencia ao contexto de jogos, a consideração dos fenômenos como aleatórios mostrava-se bastante consistente, já nos casos das questões que envolviam os contextos do cotidiano ou meteorológicos, o reconhecimento da ideia de Aleatoriedade já não aparece de forma tão clara quando comparada com o contexto de jogos.

Azcárate listou também quatro grupos em relação às estimativas probabilísticas, junto aos sujeitos pesquisados. A autora assim os definiu:

- Não probabilística:

Categoriza-se por uma falta de compreensão do acaso e/ou dos eventos aleatórios, portanto, não considera viável a predição de algo dependente do acaso ou, simplesmente, considera a dita predição, como resultado de uma percepção pessoal, subjetiva do que se espera que ocorra. As respostas estão baseadas em crenças, com modelos deterministas de raciocínio. Suas explicações apoiam-se, normalmente, em relações causais diretas e na explicação da ocorrência de eventos simples e imediatos.

Em geral, não concebem o evento resultante de um experimento aleatório, como um resultado entre muitos possíveis. Desenvolvem estratégias dominadas por modelos deterministas causais nos quais não se percebe nenhum raciocínio estocástico, nem são subjacentes à não percepção do aleatório.

- Intuitiva:

Aparece alguma compreensão do acaso e sua relação com eventos aleatórios, mas, em geral, de caráter parcial e junto a um dos modelos concretos. Utilizam como explicação alguma característica física do mecanismo do acaso, ou percebem uma relação exclusivamente com fenômenos de massa. Em geral, consideram os fenômenos aleatórios como de difícil tratamento matemático, só os veem como realizável em casos muito conhecidos, como jogos de azar, por exemplo. Reconhecem a aleatoriedade, como propriedade de certos fenômenos da realidade, mas seu tratamento probabilístico não é considerado como viável. Neste grupo, poderíamos integrar a estratégia que Konold caracteriza como "outcome approach", que é, aquela em que o critério de decisão está determinado por resolução de uma prova sempre imediata, sem considerar o conjunto de provas ou dados com os que conta; percebe-se cada prova de um experimento como um fenômeno individual.

O raciocínio submetido à incerteza está dominado fundamentalmente por juízos heurísticos; representatividade, disponibilidade, etc. Suas respostas, em geral, não são normativas, mas utilizam os heurísticos como esquema alternativo para a resolução dos problemas que se apresentam. O uso de um ou outro heurístico, incluso de alguma explicação normativa parcial, depende dos contextos, e sua base fundamentalmente está na percepção dos processos estocásticos em cada contexto.

- Emergente:

Aparece uma relativa aceitação e compreensão das múltiplas representações matemáticas do acaso, reconhecem o aleatório como algo possível de ser estudado. Apresentam um nível maior de elaboração, em que podemos considerar aquelas respostas nas quais se detecta uma diferenciação reconhecida entre as crenças intuitivas e os modelos matemáticos e mostram uma certa habilidade para aplicar estes modelos a problemas simples.

Há uma certa compreensão das distintas interpretações do modelo probabilístico, como pode ser o clássico ou o frequentista e uma certa capacidade de aplicação em determinados casos. Habitualmente, esta habilidade está limitada àqueles fenômenos nos quais são familiares, mas pode confundir-se facilmente ao enfrentar-se com tarefas não conhecidas, buscando explicações causais e juízos heurísticos de novo. Em geral, esta concepção supõe a presença de alguma instrução em probabilidade e estatística, ainda que seja em caráter inicial.

- Normativa:

A aleatoriedade é reconhecida como um modelo matemático que aplicamos a certos fenômenos ou situações para estudá-los e chegar a uma maior compreensão de seu funcionamento, ressalta-se que é um modelo explicativo, não uma qualidade dos fenômenos. Em suas explicações, há uma profunda compreensão dos modelos matemáticos para o tratamento da incerteza (clássico, bayesiana, frequentista, etc.), de suas interações e complexidade de sua aplicação nas distintas situações.

Tais sujeitos apresentam, portanto, uma respeitável habilidade para comparar e contrastar as diferentes situações aleatórias em função dos referidos modelos, e uma desenvolvida capacidade para: selecionar e aplicar o modelo normativo adequado aos distintos contextos, relacionados com situações de incerteza; para calcular as probabilidades correspondentes, reconhecendo as supostas limitações de cada modelo; para modificar esses modelos e adaptá-los a situações não familiares para eles.

Em geral, são sujeitos com um alto nível de formação e experiência nesse campo. É um tipo de pensamento dificilmente mobilizado pelo sujeito, inclusive pelos especialistas do tema, pois como temos comprovado nos distintos estudos, a maioria dos adultos utiliza em sua vida cotidiana juízos heurísticos, ainda que sejam inconscientes.

Como vimos em seu trabalho Azcárate buscou categorizar em grupos as concepções probabilísticas dos professores participantes de sua pesquisa. Vale ressaltar que a autora fez uso de um instrumento com 20 questões abertas e, assim sendo, pôde identificar dois grupos (indefinidos e não probabilísticos), uma vez que a ausência de respostas por parte dos professores sujeitos de sua pesquisa, para as questões sobre a ideia de aleatoriedade (indefinidos) e sobre a ideia de probabilidade (não probabilísticos) possibilitou a referida classificação.

5.2 **C**ategorização de concepções probabilísticas: Cardeñoso

Outro referencial usado em nosso estudo, refere-se às concepções probabilísticas apresentadas por Cardeñoso (1998). Em seu trabalho, o autor apoiou-se na pesquisa de Azcárate (1995) e, ampliando o questionário elaborado por essa pesquisadora, definiu um sistema de categorias das concepções probabilísticas e as apresentou sob duas dimensões: aleatoriedade e probabilidade.

Em seu trabalho, Cardeñoso aplicou o Questionário de Concepções Probabilísticas (QCP) para 587 futuros professores da Educação Primária. Entre os resultados alcançados, o autor observou um alto índice de não reconhecimento de eventos aleatórios em contexto físico/natural, por parte dos sujeitos pesquisados, no qual 54,4% desses sujeitos apresentam grande dificuldade para reconhecer a aleatoriedade dos eventos e realizam sempre uma análise causal do fenômeno e somente quando a causa de sua ocorrência é desconhecida ou claramente incontrolável é aleatório (CARDEÑOSO, 1998, p. 284).

O autor também aponta um alto índice de estimativas de probabilidade pautadas na equiprobabilidade e na contingência[22]. Assim como Azcárate (1995), havia aplicado, em seu trabalho, as nove situações que refletiam diferentes contextos, Cardeñoso fez uso deste mesmo expediente nas 24 situações encontradas em seu questionário. A justificação conforme os autores:

> Esta decisão está justificada sobre a base de diversos estudos realizados por autores como Nisbett et al (1983), Evans (1984) ou Pérez Echeverría (1988), sobre a influência do contexto nas argumentações dos sujeitos. Conforme estes autores, o próprio contexto em que está imersa a situação, a experiência neste contexto e o sentido que tem essa situação concreta para eles determinam os juízos ou decisão do sujeito (AZCÁRATE; CARDEÑOSO; PORLÁN, 1998, p. 90)[23].

---

[22] Contingente: estimações argumentadas a partir da comparação aditiva de possibilidades.

[23] Esta decisión está justificada sobre la base de diversos estudios realizados por autores como Nisbett y otros (1983), Evans (1984) o Pérez Echeverría (1988), sobre la influencia del contexto em las argumentaciones de los sujetos. Según estos autores, el propio contexto en que está inmersa la

Maury (1985) também reconhece a importância de apresentar questões, que visem a identificar as concepções de aleatoriedade e probabilidade de um indivíduo, em diversos contextos:

> Aspecto que nos ajuda a compreender os resultados da investigação empírica na qual as diferenças estão relacionadas com o comportamento de sujeitos em situações levantadas em diferentes contextos. Em situações modelizadas, como jogos de azar, se raciocina de forma diferente de quando se afrontam os modelos de urna e os modelos de probabilidade geométrica (MAURY, 1984 apud CARDEÑOSO 1998, p. 51)[24].

Compartilhamos com esses autores a percepção de que o indivíduo apresenta uma tendência de raciocinar diferentemente, em relação às questões envolvendo concepções de aleatoriedade e probabilidade, quando estas aparecem em diferentes contextos.

Em seu trabalho, Cardeñoso limitou as situações que compuseram o questionário em três: cotidiano, físico/natural e jogos. Em nossa pesquisa, mantivemos esta mesma escolha.

Cardeñoso aplicou o Questionário de Concepções Probabilísticas, validado nos quesitos da coerência conceitual e estrutural por um grupo de 15 especialistas formados por: uma psicóloga especialista na área de raciocínio probabilístico; dois estatísticos profissionais; cinco especialistas no ensino de probabilidade dentro da área de educação matemática; sete especialistas da pós-graduação, dos quais quatro eram da área de educação matemática e três pertencentes a diferentes campos da didática.

Em sua pesquisa, o autor também listou cinco categorias de concepções probabilísticas, em relação ao reconhecimento de eventos aleatórios, junto aos professores pesquisados. Cardeñoso dispôs assim os grupos:

---

situación, la esperiência sobre dicho contexto y el sentido que tiene esa situación concreta para ellos determinan los juicios o decisiones del sujeto.

[24] Aspecto que nos ayuda a entender resultados empíricos de investigación donde se relatan las diferencias del comportamento de los sujetos ante situaciones planteadas en contextos diferenciados. En situaciones modelizadas como de juegos de azar, se razona diferente de cuando se afrontan los modelos de urnas y los modelos de probabilidad geométrica.

- Deterministas:

Reconhecem poucos eventos aleatórios, o reconhecimento quando ocorre, se dá em situações no contexto de jogos, por serem estas situações imprevisíveis. Têm uma concepção final de aleatoriedade bastante especial, apesar de ser compatível com a tarefa de calcular a probabilidade sem dificuldade, uma questão a princípio incoerente.

- Multiplicidade:

Reconhecem a metade das situações, uso de argumentações que se apoiam na utilização da multiplicidade e da incerteza, mas, que apresentam um uso mínimo desta última argumentação.

- Causalidade:

Argumentações que têm, como critério de reconhecimento a causalidade, desde caracterizar suas causas ou a falta de controle sobre elas.

- Subjetiva:

Suas argumentações são subjetivas ao negar ou afirmar, baseadas em vivências pessoais. Reconhecem 2/3 dos eventos aleatórios, com uso mínimo da causalidade e médio da incerteza.

- Incerteza:

Reconhecem os eventos aleatórios facilmente na maioria dos casos. Seu critério básico é a incerteza do fenômeno. A falta de controle lhes permite a argumentação causal. Uso mínimo de multiplicidade e causalidade.

Cardeñoso catalogou também cinco grupos em relação às estimativas probabilísticas junto aos sujeitos pesquisados. O autor definiu assim os grupos:

- Deterministas:

Apresenta uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estima desde argumentos Laplacianos e contingentes.

- Contingente:

Estimações argumentadas a partir da contingência, como comparação aditiva de possibilidades.

- Causalidade:

Estimações argumentadas a partir da equiprobabilidade. Na ausência de controle, estabelece a igualdade das possibilidades.

- Personalista:

Estimações argumentadas a partir da experiência utilizam argumentos experienciais ou pessoais.

- Incerteza:

Estima ajustando-se as tarefas. Escolhe entre várias estratégias e significa sua manipulação.

A partir do trabalho desenvolvido por Cardeñoso (1998), conseguimos analisar as respostas dos sujeitos participantes de nossa pesquisa, quanto aos itens propostos no instrumento construído e, a partir do que foi elaborado e utilizado por Cardeñoso, realizamos a análise por esses dois enfoques: reconhecimento de eventos aleatórios e estimação de probabilidades.

Primeiramente, uma análise em relação ao reconhecimento ou não de eventos aleatórios e as argumentações utilizadas por esses professores. Posteriormente, pudemos analisar as estimativas de quantificação de probabilidade que estes mesmos professores apresentam, bem como as argumentações utilizadas em suas estimativas.

Como podemos observar nos trabalhos apresentados, existem alguns pontos nos quais as conclusões convergem; no entanto, percebemos em cada uma das pesquisas que foram encontrados grupos específicos, o que nos possibilita a partir desta observação, realizar uma articulação, para que possamos, assim, ampliar nossa análise, quando da definição dos grupos observados na pesquisa.

A seguir, apresentamos o quadro comparativo das duas categorizações, com o objetivo de identificar pontos em que os autores convergem e também nos quais ocorrem divergências em relação à definição da categorização na noção de aleatoriedade.

5.3. **Q**uadro comparativo do reconhecimento da aleatoriedade

Ao apresentar em formato de quadro, os grupos observados tanto na pesquisa de Azcárate como na realizada por Cardeñoso, temos por objetivo apresentar um reagrupamento dessas categorizações, visando à elaboração de um conjunto de categorizações mais abrangente e, desta forma, ampliar as possibilidades de identificação das concepções probabilísticas que emergiram dos sujeitos de nossa pesquisa.

Os dados do Quadro 9 trazem os grupos de concepções probabilísticas em relação ao reconhecimento de eventos aleatórios.

Quadro 9: Quadro comparativo do reconhecimento da aleatoriedade

Azcárate (1995)	Cardeñoso (1998)
Indefinido: Informações insuficientes para caracterizar sua forma de pensamento, uma vez que respondem a poucos itens do questionário aplicado. Reconhecem a aleatoriedade com dificuldade e não apresentam explicações para os critérios utilizados.	Não foram observados.
Determinista: Reconhecimento muito baixo de aleatoriedade dos fenômenos e quando tal reconhecimento aparece, eles atribuem a falta de controle sobre as causas. Estes dois dados fazem pensar que este grupo de sujeitos tem uma forte inclinação determinista em suas concepções.	Deterministas: Reconhecem poucos eventos aleatórios, o reconhecimento quando ocorre, se dá em situações no contexto de jogos, por serem estas situações imprevisíveis. Têm uma concepção final de aleatoriedade bastante especial, a de ser compatível com a tarefa de calcular a probabilidade sem dificuldade, uma questão a princípio incoerente.
Causalidade: Argumentos causais. Suas avaliações apoiam-se na falta de controle das causas que originam o fenômeno ora pelo desconhecimento das mesmas, ora por falta de controle do acaso.	Causalidade: Explicações em função dos diversos fatores causais ou ausência de possibilidade de seu controle.
Padrão: Explicações modificam-se claramente em função do contexto. Reconhecem a aleatoriedade em um percentual alto, mas justificam com diferentes argumentações.	Não foram observados.
Incerteza: Grupo com maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade. Suas justificações apoiam-se, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. As explicações causais apresentam-se em umas poucas oportunidades.	Incerteza: Argumentações nas que se utiliza como critério de reconhecimento de aleatoriedade, a própria imprevisibilidade do evento, sem aprofundar sua explicação ou análise.
Não foram observados.	Multiplicidade: Apoiam-se na utilização da multiplicidade e da incerteza, mas apresentam um uso mínimo desta última argumentação.
Não foram observados.	Subjetiva: Subjetividade ao negar ou afirmar, baseada em vivências pessoais. Reconhecem 2/3 dos eventos aleatórios, com uso mínimo de causalidade e médio de incerteza.

Fonte: O pesquisador

A partir da comparação das categorizações apresentadas por esses autores, podemos realizar uma articulação com o objetivo de ampliar nossa análise das respostas apresentadas pelos professores participantes da presente pesquisa.

Passa-se agora ao quadro comparativo das duas categorizações das concepções probabilísticas em relação às estimativas de probabilidades. Aqui mantém-se o objetivo da comparação anterior, ou seja, buscar identificar pontos em que os autores convergem e também nos quais ocorrem divergências em suas constatações.

5.4. **Q**uadro comparativo de estimação de probabilidade

Os dados do Quadro 10 trazem os grupos de concepções probabilísticas em relação à estimativa de probabilidades.

Quadro 10: Quadro comparativo de estimação de probabilidade

Azcárate (1995)	Cardeñoso (1998)
Não probabilística Modelos de raciocínio determinista. Respostas baseadas em crenças e critérios de causalidade e/ou expectativa de resultados imediatos.	Causalidade Estimações argumentadas a partir da equiprobabilidade. Na ausência de controle, estabelece a igualdade das possibilidades.
	Deterministas Apresenta uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estima desde argumentos Laplacianos e contingentes.
Intuitiva Raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo. Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações, dependendo da experiência pessoal.	Personalista Estimações argumentadas a partir da experiência, utiliza argumentos experienciais ou pessoais
Emergente Habilidade para aplicar modelos normativos a problemas simples e familiares. Diferenciação reconhecida entre as crenças intuitivas e os modelos matemáticos.	Não foram observados.
Normativa Habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos.	Incerteza Estima ajustando-se as tarefas. Escolhe entre as várias estratégias e significa sua manipulação.
Não foram observados sujeitos deste grupo.	Contingência Estimações argumentadas a partir da contingência, como comparação aditiva de possibilidades.

Fonte: O pesquisador

Na análise dos quadros de comparação entre as categorizações às concepções probabilísticas, apresentadas tanto por Azcárate (1995) como por Cardeñoso (1998), destacamos a existência de semelhanças e dessemelhanças entre as categorias. Entendemos que, ao buscarmos uma articulação entre ambas as categorizações, possibilitaremos uma ampliação, no que diz respeito à análise realizada nas respostas apresentadas pelos sujeitos de nossa pesquisa.

Em nossa pesquisa, buscamos apresentar uma conexão deste agrupamento das categorias de concepções probabilísticas, com a definição de letramento probabilístico apontada por Gal (2005). Ao final do capítulo, traremos nossas observações sobre esta articulação. Passamos agora a uma síntese da definição de letramento probabilístico apresentada pelo autor.

5.5. **L**etramento probabilístico: Gal

Em nossa pesquisa, além das categorizações apresentadas por Azcárate (1995) e por Cardeñoso (1998), faremos uso da definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005), para compor a nossa base teórica.

Destacamos que, ao analisar a definição trazida por esse autor, observamos que este idealizou cinco blocos de conhecimentos, nos quais um indivíduo, para ser considerado letrado probabilisticamente, deverá transitar e estabelecer relações entre esses blocos de conhecimento; para que este indivíduo possa se manifestar de forma crítica sobre assuntos envolvendo probabilidades.

Para Gal (2005), o letramento probabilístico tem os seguintes componentes: grandes ideias, cálculo de probabilidades, linguagem, contexto e perguntas críticas. Para esse autor:

> Todos os elementos são assumidos para interagir uns com os outros de maneiras complexas no comportamento real ou de aprendizagem. Isto significa que um foco de instrução em apenas um ou dois dos elementos não serão suficientes para desenvolver o comportamento de "letramento probabilístico" (GAL, 2005, p. 45)[25].

Na sequência, descrevemos o que o autor assume por esses elementos.

[25] However, all elements are assumed to interact with each other in complex ways during actual behavior or learning. This means that an instructional focus only on one or two of the elements will not be sufficient to develop "probability literate" behavior.

5.5.1. Grandes ideias

Em relação a este elemento para o autor, o indivíduo deverá apresentar:

> Familiaridade com várias “grandes ideias” fundamentais", especialmente, a aleatoriedade, a independência, e a variação, mas também outros subjacentes à capacidade dos alunos para compreender a derivação, representação e implicação de declarações probabilística (MOORE, 1990; SNELL, 1988; PETERSON, 1998 apud. GAL, p. 46)[26].
>
> Alguns aspectos dessas grandes ideias podem ser representados por símbolos matemáticos ou termos estatísticos, mas, sua essência não pode ser totalmente captada por notações técnicas. Os alunos devem apreender a natureza abstrata geral dessas ideias apenas intuitivamente (GAL, 2005, p. 47)[27].

Ainda conforme Gal (2005), alguns aspectos dessas grandes ideias podem ser representados por símbolos matemáticos ou termos estatísticos, mas sua essência não pode ser totalmente captada por normas técnicas. Os alunos devem apreender a natureza abstrata dessas ideias intuitivamente. Noções de aleatoriedade, independência, variação, previsibilidade e incerteza devem ser entendidas não apenas em sua própria definição, mas também como blocos de construção para a compreensão do conjunto das grandes ideias.

5.5.2. Cálculo de probabilidades

Para o bloco denominado cálculo de probabilidades, Gal afirma que o aluno deverá ter familiaridade com estratégias para calcular as probabilidades dos eventos:

> [...] de forma, a compreender declarações probabilísticas feitas por terceiros, ou para gerar as estimativas sobre a possibilidade de eventos e se comunicar com outras pessoas sobre eles. É aqui que os três enfoques de probabilidade, clássica, frequentista e subjetiva tornam-se úteis [...]. Nos manuais escolares, o enfoque clássico, muitas vezes, tem precedência. Ele é fácil de usar para criar

---

[26] Familiarity with several foundational "big ideas", especially randomness, independence, and variation, but also others, underlies students' ability to understand the derivation, representation, interpretation, and implication of probabilistic statements.

[27] Some aspects of these big ideas can be represented by mathematical symbols or statistical terms, but their essence cannot be fully captured by technical notations. Learners must grasp the overall abstract nature of these ideas only intuitively.

> familiaridade com as representações básicas de probabilidade na escala 0 - 1, ou com cálculos combinatórios envolvendo probabilidade de uma intersecção de eventos tais como a possibilidade de obter 6 e 6 no lançamento de dois dados [...] (GAL, 2005, p. 46)[28].

Pesquisas apontam que, além da abordagem clássica, os livros didáticos deveriam apresentar situações nas quais o enfoque frequentista também seja abordado, como modelo de resolução de situações envolvendo cálculos probabilísticos, ampliando, assim, a ideia sobre o conceito de probabilidade.

5.5.3. Linguagem

Com relação ao bloco linguagem, Gal relata que inúmeros autores argumentam que os alunos devem compreender a “linguagem do acaso”, ou seja, a comunicação em suas diversas formas, quando o tema é acaso e probabilidade. “As diversas formas utilizadas para representar e comunicar sobre a possibilidade e probabilidade. ” (RUTHERFORD, 1997; SCHEAFFER et al., 1998; STEEN, 2001 apud. GAL, 2005, p. 50)[29].

A falta de familiaridade com os ternos pertencentes ao universo da probabilidade, pode realmente se tornar um obstáculo no momento em que um indivíduo defronta-se com situações nas quais esse conhecimento se faz necessário.

5.5.4. Contexto

Na definição apresentada por Gal com relação ao Contexto, o autor nos revela que para uma pessoa inserida no processo de alfabetização probabilística, além de desenvolver algum conhecimento das grandes ideias, cálculos probabilísticos e também a familiarização com a linguagem empregada nos tratamentos de probabilidades, deverá possuir um conhecimento significativo em

---

[28] In school textbooks the classical view often takes precedence. It is easy to use to establish familiarity with basic representations of probability on the 0 - 1 scale, or with combinatorial computations involving the probability of an intersection of events.

[29] The diverse ways used to represent and communicate about chance and probability.

relação aos contextos dos processos envolvidos, ou seja, mais precisamente estamos falando do “conhecimento do mundo”.

Devemos compreender que acaso e aleatoriedade afetam o mundo real e, que eventos e processos em diferentes graus e contextos permitem que as pessoas possam antecipar que certos eventos serão mais previsíveis, ao passo que outros menos. Além disso,

> É necessário para as pessoas e organizações que tenham de fazer declarações sobre a probabilidade de eventos, mas também sobre o grau de certeza por trás de tais declarações. Compreender contexto é pedagogicamente importante na medida em que ajuda a explicar por que há uma necessidade de saber mais sobre probabilidade ou incerteza em diferentes circunstâncias da vida. Esta é a base para criar motivação para estudar probabilidades e para incorporar o aprendizado em um contexto socialmente significativo (GAL, 2005, p. 52)[30].

O autor apresenta dez áreas-chave de exemplos úteis que podem ser extraídas para ilustrar a ocorrência e importância de aleatoriedade, variação, probabilidade e risco. Com isso, o autor busca retratar a onipresença do acaso e aleatoriedade em toda a série de contextos que os adultos encontram na vida em diferentes funções, como trabalhadores, gestores e planejadores, os pais, os consumidores, os pacientes, alunos, cidadãos, ambientalistas, ativistas comunitários, veranistas, esportes entusiastas, investidores, jogadores e, assim por diante.

Gal (2005, p. 53)[31] listou assim as dez áreas-chaves:

- O mundo natural e físico (as condições climatéricas, evolução);

---

[30] Is necessary for people and organizations to have to make statements about the likelihood of events, but also about the level of certainty behind such statements. Understanding context is educationally important as it helps to explain why there is a need to learn about probability or uncertainty in different life circumstances. This is the basis for creating motivation to study probability and for embedding the learning of it in socially meaningful contexts.”

[31] “1. the natural and physical world (e.g., weather, evolution)
2. technological processes (e.g., quality assurance, manufacturing)
3. human behavior (e.g., service encounters, sports, driving)
4. medicine, public health (e.g., genetic disorders, smoking-related risks)
5. justice and crime (e.g., matching of fingerprints or DNA)
6. finance and business (e.g., investment markets, insurance)
7. research and statistics (e.g., sampling, statistical inference)
8. public policy, forecasting (e.g., immunization)
9. games of chance, gambling and betting (e.g., dice, lotteries)
10. personal decisions (e.g., wearing seatbelts, college acceptance)”

- Processos tecnológicos (controle de qualidade, fabricação);
- Comportamento humano (serviços, encontros, atividades esportivas em andamento);
- Medicina, saúde pública (doenças genéticas, relacionadas com o tabagismo riscos);
- Justiça e crime (correspondência de impressões digitais ou DNA);
- Finanças e negócios (mercados de investimento, seguros);
- Pesquisa e estatística (a amostragem e inferência estatística);
- A política de interesse público, previsão (imunização);
- Jogos de azar e apostas (dados, as loterias); e
- Decisões pessoais (uso de cintos de segurança, ser aceito em uma faculdade)

5.5.5. Perguntas críticas

O último componente do letramento de probabilidade, de acordo com o modelo de letramento probabilístico, apresentado por Gal, implica saber quais são as perguntas cruciais que deverão ser feitas quando se é apresentada uma declaração de probabilidade ou de incerteza, ou ainda quando se tem de gerar uma estimativa probabilística.

Para Gal, a importância de ser capaz de formular perguntas críticas, incluindo aquelas sobre as reivindicações quantitativas, se dá pelo fato da necessidade de o aluno desenvolver sua capacidade crítica, como por exemplo, questionar o propósito do escritor com relação a uma declaração de probabilidade, ou seja, sua objetividade ou o raciocínio que o levou a tal declaração.

Para concluir, Gal (2005) entende que:

> Probabilidade está intimamente ligada a uma ampla variedade de situações do mundo real e processos em ambas as formas implícitas e explícitas. Os adultos necessitam de serem capazes de efetivamente exercer as situações que requerem interpretação

> probabilística ou mensagens probabilísticas, a geração de mensagens, ou a tomada de decisão (Gal, 2005, p. 56)[32].

Neste item, trouxemos, de forma reduzida, a definição apresentada por Gal para letramento probabilístico, na qual buscamos enfatizar os elementos, que compõem os blocos de conhecimentos que o autor considerou de suma importância para que um indivíduo fosse considerado letrado probabilisticamente.

Em nossa pesquisa, buscamos articular os três autores que compõem nossa base teórica, uma vez que, por parte de Azcárate e Cardeñoso, temos as categorizações das concepções probabilísticas, do outro lado, Gal nos apresenta os requisitos para que um indivíduo possa ser considerado letrado probabilisticamente.

Na análise nos dados coletados buscaremos identificar quais concepções emergem dos professores pesquisados, e se essas concepções, tanto de eventos aleatórios como da estimativa de probabilidades, possibilita a elaboração de uma categorização de letramento probabilístico.

Para alcançarmos esse objetivo, atentamos para a familiaridade desses professores ao reconhecer e estimar probabilidades em eventos aleatórios nos mais variados contextos, uma vez, como aponta Gal, um dos requisitos para considerarmos um indivíduo letrado probabilisticamente é, que esse reconheça eventos aleatórios nos mais diversos contextos.

Em nossa pesquisa ao adaptarmos o Questionário de Concepções Probabilística elaborado por Cardeñoso, buscamos manter as questões tais como as mesmas foram pensadas por esse autor, estamos nos referindo ao fato destas questões estarem inseridas em três contexto: jogos, cotidiano e físico/natural.

Este é o primeiro ponto no qual buscamos alinhar os três autores que compõem a nossa base teórica: Azcárate, Cardeñoso e Gal.

Outro ponto que os três autores, conforme nosso ponto de vista, alinham-se, está na capacidade de um indivíduo realizar estimativas (cálculos) de

[32] Probability is intertwined into a wide range of real-world situations and processes in both implicit and explicit ways. Adults need to be able to effectively engage situations that require interpretation or probabilistic messages, generation of probabilistic messages, or decision making.

probabilidades. Nesse sentido, em nossa análise, buscamos identificar esta característica nos professores pesquisados, para como já foi mencionado, listar uma categorização do letramento probabilístico.

Entendemos que a familiaridade que o indivíduo deva ter com as ideias de independência, probabilidade e aleatoriedade, entre outras, permeia a ideia de letramento probabilístico, em conformidade ao que Gal (2005) chama de “grandes ideias”.

Para analisarmos as concepções probabilísticas dos professores participantes de nossa pesquisa, deveremos identificar no conjunto de suas respostas ao instrumento de pesquisa utilizado, traços do entendimento que os mesmos possuem em relação ao que Gal (2005) denomina “grandes ideias”.

Neste ponto percebemos que os três autores dialogam, uma vez que, tanto Gal como Azcárate e também Cardeñoso, indicam que a familiaridade com essas ideias apresentadas, compõem, em conjunto com os blocos apresentados na definição trazida por Gal (2005), o que entendemos como uma pessoa letrada probabilisticamente.

Síntese do capítulo:

Neste capítulo, apontamos o referencial teórico que deu sustentação a nosso trabalho. Buscamos indicar algumas congruências entre os trabalhos de Azcárate (1995) e de Cardeñoso (1998) e, por fim, procuramos apresentar onde os trabalhos desses dois autores “dialogavam”, com a definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005), na qual buscamos apresentar alguns dos pontos de convergência desses três autores, que utilizamos na análise dos dados coletados.

CAPÍTULO 6. **ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO**

> “Mas a sabedoria que vem do alto é antes de tudo pura; depois, pacífica, amável, compreensiva, cheia de misericórdia e de bons frutos, imparcial e sincera. ”
>
> Tiago 3:17

Neste capítulo, trazemos a análise realizada em uma coleção de livros didáticos para o ensino fundamental II, aprovadas pelo PNLD para o triênio 2015 – 2017, com o objetivo de identificar as organizações praxeológicas nos termos de Chevallard (1995; 1999).

6.1. **O** professor e sua relação com o livro didático

Para Lajolo:

> Como sugere o adjetivo didático, que qualifica e define um certo tipo de obra, o livro didático é instrumento específico e importantíssimo de ensino e de aprendizagem formal. Muito embora não seja o único material de que professores e alunos vão valer-se no processo de ensino e aprendizagem, ele pode ser decisivo para a qualidade do aprendizado resultante das atividades escolares (LAJOLO, 1996, p. 4).

Ainda conforme a autora citada, didático então “[...] é o livro que vai ser utilizado em aulas e cursos, que provavelmente foi escrito, editado, vendido e comprado, tendo em vista essa utilização escolar e sistemática” (LAJOLO, 1996, p.4).

Salcedo e Ramirez (2016) realizaram uma análise das atividades de probabilidade propostas para o aluno nos livros didáticos de matemática para a Educação Primária na Venezuela. Estes autores entendem que:

> Para muitos docentes o livro didático é a representação do currículo na aula, é o saber sábio transformado em saber a ensinar, portanto, muitas vezes, é o único que determina o que se deve ser ensinado, o currículo real. Em suas páginas, encontram-se as noções teóricas a serem explicadas e como se poderá realizar essa explicação em sala de aula. Seus exemplos são referências sobre possíveis

> aplicações dos conceitos estudados, as atividades propostas para o aluno oferecem a oportunidade de alcançar e consolidar as habilidades e conhecimentos (RAMIREZ; SALCEDO, 2016, p. 180)[33].

Para Lajolo (1996), muitos professores veem no livro didático sua principal fonte de informação para elaboração de suas aulas e, boa parte de sua prática educativa está pautada nos conteúdos prescritos nos livros didáticos, vinculando sua prática às sequências apresentadas nesses livros e que, em muitos casos, ficam reduzidas à terna conceito/exemplos/exercícios.

O livro didático, conforme Silva (2012, p. 807), exercem uma ação formadora sobre os professores do ensino básico a ponto de o manual do professor ter recebido uma dedicada atenção por parte dos pareceristas do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Conforme Silva:

> [...] para uma boa parcela dos professores brasileiros, o livro didático apresenta-se como uma insubstituível muleta. Na sua falta ou ausência, não se caminha cognitivamente à medida em que não há substância para ensinar. Coxos por formação e/ou mutilados pelo ingrato dia a dia do magistério, resta a esses professores engolir e reproduzir a ideia de que sem a adoção do livro didático não há como orientar a aprendizagem. Muletadas e muleteiros se misturam no processo [...] (SILVA. E. T, 1996, p. 11).

Além disso, Lajolo apresenta a relevância do livro didático:

> Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, no qual uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva, o que se ensina e como se ensina o que se ensina (LAJOLO, 1996, p. 4)

---

[33] Para muchos docentes el texto escolar es la representación del currículum en el aula, es el saber sabio transformado en saber a enseñar, de allí que en muchas ocasiones es quien determina lo que se debe enseñar, el currículo real. En sus páginas se encuentran las nociones teóricas que se van a explicar y cómo se puede realizar esa explicación en el aula. Sus ejemplos son referencia sobre posibles aplicaciones de los conceptos estudiados, las actividades propuestas para el estudiante, brinda la oportunidad de lograr destrezas y consolidar conocimientos.

A partir dos estudos citados, assumimos que o livro didático tem papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem no ensino básico

Admitindo ser essa a realidade de muitos dos professores do ensino básico, assim é necessário estender nosso olhar para o tratamento dado ao tema probabilidade nos livros didáticos utilizados por esses professores. Faremos uma análise de uma coleção de livro didático, aprovada pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) do Ministério da Educação para o ensino fundamental II.

Este programa foi criado pelo Governo Federal, e distribui às escolas públicas do Brasil livros didáticos, dicionários e outros materiais de apoio à prática educativa, de forma sistemática, regular e gratuita.

Coutinho em uma análise dos livros do ensino fundamental II observa que:

> Não encontramos nos livros destinados aos terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental sugestões para o trabalho com enfoque experimental, que poderia contribuir para o desenvolvimento do ponto de vista frequentista do conceito de probabilidade. Também não encontramos referências à probabilidade geométrica compreendida como razão entre áreas. Vale destacar que o contexto geométrico para problemas envolvendo o conceito de probabilidades foi objeto de questão do ENEM-2002.
>
> Desta forma, podemos concluir que na coleção analisada há um desenvolvimento do tema por meio de um enfoque clássico de probabilidades, que parte de problemas de contagem - contagem simples de número de possibilidades relacionadas aos resultados de uma experiência aleatória e do número de possibilidades que representam as características que se deseja observar. Esse enfoque está relacionado ao ponto de vista Laplaciano para a definição de probabilidades - a razão entre o número de sucessos e o número total de casos (COUTINHO, 2010, p. 29).

Na análise da coleção selecionada, buscamos identificar quais as abordagens do conceito de probabilidade (clássica, frequentista, binomial e axiomática) que os mesmos apresentam, identificando a proporção de páginas que a coleção analisada dispõe para tratar o tema em questão. Além disso, procuramos quantificar também, por qual viés são abordados as questões e os exercícios sobre o tema probabilidade que estas coleções analisadas apresentam.

Em nossa análise, outro ponto concentra-se em identificar em quais contextos, conforme a definição de Azcárate, o tema probabilidade aparece inserido nesses livros. Queremos examinar se os temas estão ligados a situações do cotidiano, de aspectos físicos e naturais além da situação de jogos.

Além dos objetivos apresentados, realizamos também uma análise das organizações praxeológicas, à luz da TAD de Chevallard (1995), na qual foi possível identificar as organizações matemáticas das atividades contidas na coleção observada.

Teoria Antropológica do Didático

Para Chevallard (1999), a Teoria Antropológica do Didático (TAD) é o estudo do homem perante o saber matemático. Para este autor, a razão para uso do termo "antropológico" é que a TAD situa a atividade matemática e, em consequência, a atividade do estudo da matemática dentro do conjunto das atividades humanas e das instituições sociais.

Conforme Chevallard, a premissa básica da TAD é:

> Contrária a esta visão particularista do mundo social: na verdade admite-se que toda atividade humana realizada regularmente pode ser descrita por um único modelo, aqui resumido pela palavra praxeologia (CHEVALLARD, 1999, p. 222)

Chevallard entende que toda a atividade humana exercida continuadamente pode ser ponderada a partir de diferentes pontos de vista e distintas maneiras, tudo isso dentro de um sistema de tarefas, delineadas no decorrer da prática.

Para esse autor, são tipos de tarefas:

> [...] resolver uma equação do segundo grau" é um tipo de tarefa, mas "fechar a porta" ou "abrir a porta", "lavar o rosto" ou "cumprimentar", "corrigir um pacote de exames" ou "elaborar uma maneira de introduzir o DEUG[34] na noção de integral" também são tipos de tarefas (CHEVALLARD, 1995, p. 2)[35]

Goulart refere que:

> Nesse contexto, a utilização do termo "tarefa" assume sentido relativamente amplo. Seja então T um determinado conjunto de tarefas, por exemplo o de "resolver uma equação do segundo grau"

[34] DEUG (Diplôme d'Études Universitaires Générales) refere-se aos dois primeiros anos da educação superior, no sistema de ensino francês.

[35] « résoudre une équation du second degré » est un type de tâches, mais « fermer le robinet » ou « aller ouvir la porte », « se laver le visage » ou « saluer quelqu'un », « corriger un paquet de copies » ou « élaborer une manière d'introduire des étudiants de DEUG à la notion d'intégrale » sont autant de types de tâches.

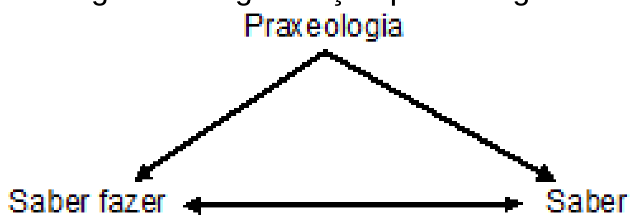
> ou o de “abrir uma porta”. A praxeologia relativa a T requer (em princípio) uma maneira de executar as tarefas contidas em T, isto é, uma forma particular de realizar o conjunto de T tarefas, que Chevallard denomina técnica (do grego tekhné, ‘saber fazer’) (GOULART, 2015, p. 49).

Na análise dos livros didáticos, buscamos identificar os tipos de tarefas apresentadas nas questões sobre o tema probabilidade e, quais as técnicas pertinentes para execução das tarefas propostas. Ainda conforme Goulart (2015, p. 50): [...] uma praxeologia relativa ao conjunto de tarefas T possui, em princípio, pelo menos uma técnica relativa a T, isto é, contém um bloco designado “saber fazer”.

Na sequência Goulart cita a ideia de tecnologia, como sendo um discurso racional sobre a técnica utilizada na resolução da tarefa. E essa tecnologia é justificada em um nível mais avançado por uma teoria.

Goulart elaborou um esquema para representar a organização praxeológica proposta por Chevallard (1999).

Figura 1: Organização praxeológica



Fonte: Goulart (2015, p. 50)

Nas análises das questões escolhidas, apresentamos como exemplos das tarefas encontradas na coleção selecionada, as organizações matemáticas propostas por Chevallard (1995; 1999) que, conforme o autor, referem-se a uma resposta a uma tarefa ou a um conjunto de tarefas e, que a estrutura de uma organização matemática tem quatro componentes principais: tipos de problemas (tarefas), técnicas, tecnologias e teorias, ou seja, uma organização praxeológica.

Ao final das análises das organizações matemáticas das questões selecionadas, apresentamos a organização didática da coleção estudada. Goulart (2015, p. 52), cita que: “como toda a atividade humana, o estudo (da matemática/estatística) requer um discurso que justifique e interprete a sua prática. Portanto, paralelamente à noção de organização matemática, surge a noção de organização didática".

Para Chevallard (1999), as organizações didáticas são as respostas a essas práticas, com seus dois componentes: "práxis", que é formada pelas tarefas e técnicas didáticas, e o "logos", que é formado pelas tecnologias e teorias didáticas.

Nos termos da TAD, a análise permite identificar um conjunto de praxeologias que possibilita caracterizar, tanto o objeto matemático em jogo quanto a abordagem adotada para tal objeto. Uma organização praxeológica é composta por quatro elementos:

- uma tarefa (T), que caracteriza a ação demandada pela atividade. Por exemplo, calcular a probabilidade, descrever o espaço amostral;
- uma técnica (τ), que identifica a forma de realização da tarefa. Cada tarefa possui, pelo menos, uma técnica associada a ela. Por exemplo, para a tarefa "calcular a probabilidade de um evento resultante do lançamento de uma moeda", uma técnica que pode ser associada é a enumeração dos elementos desse espaço, ou seja, "cara" ou "coroa", para posterior comparação pela razão entre número de sucessos e número total de casos;
- uma tecnologia (θ), que é o conjunto de definições, propriedades, axiomas e teoremas que justificam a técnica. No exemplo que estamos tratando, a tecnologia que justifica a técnica é a definição clássica de probabilidades, admitida a equiprobabilidade dos eventos possíveis; e
- uma teoria (Θ), que é o campo no qual se justifica a tecnologia. No exemplo, a teoria é dada pelo cálculo de probabilidade.

Passamos a apresentar as tarefas matemáticas inseridas nas questões escolhidas para representar o conjunto de questões observadas na análise da coleção *Praticando Matemática*. Inicialmente, analisaremos as organizações matemáticas identificadas nas supracitadas questões.

6.2. **C**oleção analisada

Nossa justificativa para a análise dos livros didáticos se constrói, prioritariamente pelo fato das pesquisas sobre o tema apontarem que os professores em exercício, sobretudo, os do ensino básico, terem no livro didático sua principal fonte de conteúdo e conhecimentos (DANTE, 1996).

Ainda sobre a justificativa para a análise realizada, citamos Lajolo (1996) que aponta o fato de que os professores desse nível de ensino têm no livro didático uma fonte de formação continuada.

Nas duas últimas pesquisas citadas, os autores constataram que os alunos, quando são apresentados ao conceito de probabilidade por mais de um enfoque, são capazes de desenvolver e assimilar de forma mais significativa as ideias pertinentes a esse conceito. Os resultados apresentados nestas e em outras pesquisas mostram que o ensino dos conceitos probabilísticos pode ser introduzido a partir de situações-problemas que permitam uma dupla abordagem pelos enfoques clássico e frequentista, ou ainda, além desses enfoques, acrescentaríamos o geométrico, como o realizado por Coutinho (2001).

A coleção analisada foi *Praticando Matemática*, escrita pelos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos, da Editora do Brasil, foi aprovada pelo PNLD para o triênio 2015 – 2017, contou com 2.808.812 exemplares distribuídos. Este número a coloca como a primeira no ranking de distribuição, e esta foi a razão para a termos escolhido.

Nos dados da Tabela 1, apresentamos como o tema probabilidade está distribuído nos quatro volumes que compõem a coleção, bem como a proporção de páginas destinadas ao tratamento do tema em questão.

Tabela 1: Distribuição do número de páginas sobre o tema probabilidade

Volume	**Total de páginas**	**Dedicas à probabilidade**	**Porcentagem em relação à probabilidade**
6º ano	288	0	0%
7º ano	288	0	0%
8º ano	304	1	0,3%
9º ano	272	18	6,6%

Fonte: O pesquisador

Muito embora o tema probabilidade não apareça no volume do 8º ano, o livro traz no último capítulo que tem por título Possibilidade e Estatística, quatro exercícios nos quais são solicitados o cálculo de probabilidade de determinados eventos aleatórios, todos envoltos no contexto de jogos.

A análise do Guia Digital (BRASIL, 2017), em relação ao conteúdo probabilidade, na coleção *Praticando Matemática*, para o ensino fundamental II, diz que:

> Os conteúdos referentes à probabilidade não são suficientemente explorados. O conceito de chance, identificado com o de probabilidade, é abordado de maneira insatisfatória. Além disso, sua apresentação no volume 9, é feita com base em um contexto inadequado, o que pode prejudicar o entendimento desse conteúdo (BRASIL, 2017).

A partir da análise realizada, referente ao tópico de probabilidade contido nesta coleção, de acordo com a TAD (1995), encontramos seis tarefas na coleção, conforme os dados do Quadro 9.

Quadro 11: Tarefas encontradas na coleção

Tarefa	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano
Descrever o espaço amostral de um evento			X	
Calcular a probabilidade de um evento			X	X
Calcular a probabilidade de eventos				X
Calcular a probabilidade de um evento complementar				X
Identificar evento certo				X
Identificar evento impossível.				X

Fonte: O pesquisador

O tema só é efetivamente tratado no quarto volume (9º ano), no qual os autores indicam a ideia de “chance” e, a partir desta introdução, é apresentada a definição clássica. No que diz respeito aos exercícios propostos, eles ficam assim distribuídos no quesito dos contextos nos quais são abordados, conforme os dados da Tabela 2.

Tabela 2: Distribuição dos exercícios em relação ao contexto

Volume	**Contexto**		
	Jogos	**Cotidiano**	**Físico/Natural**
6º ano	0	0	0
7º ano	0	0	0
8º ano	4	0	0
9º ano	24	15	3
Total	28	15	3

Fonte: O pesquisador

Devemos ressaltar que, ao apresentar questões inseridas nos três contextos (jogos, cotidiano e físico/natural), a coleção se mostrou alinhada com os três autores que compõem nossa base teórica: Azcárate (1995), Cardeñoso (1998) e Gal (2005), que destacam em seus trabalhos a importância do desenvolvimento do conceito de probabilidade em diversos contextos.

Passemos à análise das questões propostas na coleção em relação às organizações praxeológicas observadas:

Figura 2: Questão 31

Fonte: Livro Praticando Matemática 8º ano, p. 282

Tarefa (T_1): Descrever o espaço amostral de um determinado evento de uma experiência aleatória “lançamento simultâneo de três moedas”.

Técnica (τ_1):

1. Identificar o experimento aleatório;

2. Calcular o número de elementos do experimento aleatório; e

3. Descrever os elementos do experimento aleatório.

Discurso teórico-tecnológico (θ_1 / Θ_1): Observamos que o conhecimento matemático empregado na tarefa é o princípio multiplicativo. Este princípio é expresso da seguinte forma por Santos; Mello e Murari (2007, p. 40): ” se um evento **A_i** pode ocorrer de **m_i** maneiras diferentes, para **i = 1, 2, 3, ..., n**, então, esses **n** eventos podem ocorrer em sucessão de **m_1 x m_2 x ... x m_n** maneiras diferentes. ”

Figura 3: Questão 17


17. Um grande prêmio de corrida automobilística vai ser disputado por 24 pilotos, dos quais apenas três são brasileiros. Considerando que todos os pilotos têm igual chance de vencer a prova, qual é a probabilidade de um brasileiro vencer a corrida? $\frac{1}{8}$

Fonte: Livro Praticando Matemática 9º ano, p. 153

Tarefa (T_2): Calcular a probabilidade de um evento.

Técnica (τ_2):

1. Descrever o espaço amostral (casos possíveis);

2. Descrever os casos favoráveis; e

3. Calcular a razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis.

Discurso teórico-tecnológico (θ_2 / Θ_2): Observamos que o conhecimento matemático compreendido é o conceito de probabilidade de um evento e, neste contexto, o que melhor se ajusta é a abordagem clássica de probabilidade, apresentada por Dantas:

> Consideremos um espaço amostral S com N eventos simples, que suporemos igualmente possíveis. Seja a um evento de S composto de m eventos simples. A probabilidade de A, que denotaremos por P (A), é definida por: P (A) = m/N (DANTAS, 2013, p. 23).

Figura 4: Questão 11

11. **Copie e complete a tabela que mostra alguns dados de uma pesquisa feita entre 100 pessoas que estavam em um supermercado.**

	Homens	Mulheres	Total
Solteiros	14		31
Casados		33	69
Total	50	50	100

36 17

Escolhendo uma pessoa dentre essas, calcule a probabilidade de que ela seja:

a) homem; 50%

b) mulher solteira; 17%

c) pessoa casada; 69%

d) homem casado. 36%

Responda com uma porcentagem.

Fonte: Livro Praticando Matemática 9º ano, p. 147

Observamos que esta atividade é composta por quatro tarefas que, juntas, compõem a tarefa principal T_3: estimar a probabilidade de ocorrência de um evento resultante da experiência aleatória “escolher uma pessoa de um grupo de homens e mulheres, podendo ser pessoas casadas ou solteiras”.

Tarefa (T_3): Calcular a probabilidade de eventos.

Técnica (τ_3):

1. Completar a tabela;

2. Calcular a probabilidade do evento homem;

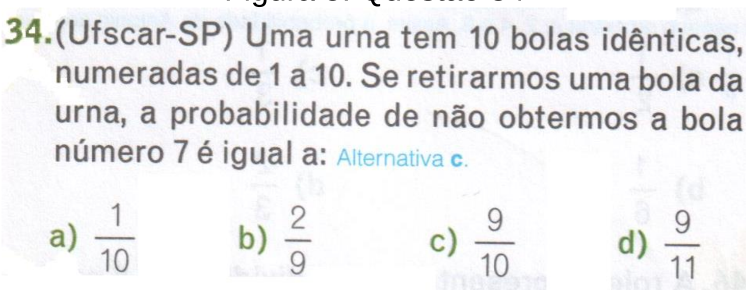
3. Calcular a probabilidade do evento mulher solteira;

4. Calcular a probabilidade do evento pessoa casada; e

5. Calcular a probabilidade do evento homem casado.

Discurso teórico-tecnológico (θ_3 / Θ_3) Observamos que o conhecimento matemático compreendido é o conceito de probabilidade de um evento, semelhante à Questão 1. Neste contexto, o que melhor se ajusta é a abordagem clássica de probabilidade, apresentada anteriormente por Dantas (2013).

Figura 5: Questão 34



34. (Ufscar-SP) Uma urna tem 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. Se retirarmos uma bola da urna, a probabilidade de não obtermos a bola número 7 é igual a: Alternativa **c**.

a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{2}{9}$ c) $\frac{9}{10}$ d) $\frac{9}{11}$

Fonte: Livro Praticando Matemática 9º ano, p. 157

Tarefa (T_4): Calcular a probabilidade de um evento complementar.

Técnica (τ_4):

1. Calcular a probabilidade do evento de se obter a bola número 7; e

2. Subtrair de 1 o valor encontrado no evento bola número 7.

Discurso teórico-tecnológico (θ_4 / Θ_4): Nesta questão, observamos que o conceito matemático implicado é o de probabilidade de um evento complementar. Dantas (2013, p. 20) estabelece a probabilidade de evento complementar da seguinte forma: O complementar do evento A, denotado por A^c, é o evento quando A não ocorre, se A^c é o complemento do evento A, então, $P(A^c) = 1 - P(A)$.”

Figura 6: Questão 16

16. Classifique os acontecimentos utilizando as palavras:

a) Lançar uma moeda e sair cara. P

b) Sair uma bola azul de um saco de bolas brancas. I

c) Lançar um dado e sair um número natural de 1 a 6. C

d) Sair 10 vezes coroa em 10 lançamentos de uma moeda. PP

Fonte: Livro Praticando Matemática 9º ano, p. 153

Tarefa (T_5) item a: Calcular a probabilidade de um evento, idem a T_1.

Tarefa (T_6) item b: Interpretar o evento impossível.

Técnica (τ_6):

1. Descrever o espaço amostral; e

2. Identificar a ausência de elementos do evento.

Discurso teórico-tecnológico (θ_6 / Θ_6): Evento impossível é o que não possui elementos no espaço amostral, ou seja, nunca ocorrem. Dantas (2013, p. 38), traz a seguinte demonstração para evento impossível:

> Seja A um evento S de probabilidade positiva; seja Φ o evento impossível, podemos exprimir o evento A da seguinte maneira: $A = A \cup_{i=1}^{\infty} \Phi i$, onde para todo $i \geq 1, \Phi i \; = \Phi$.
> Então, pelo axioma b da definição 1.4.2 segue que: $P(A) = P(A) + \sum_{i=1}^{\infty} P(\Phi)$.
> Subtraindo $P(A)$ de ambos os membros, segue-se que a igualdade acima só faz sentido se $P(\Phi) = 0$

Tarefa (T_7) item c: Interpretar evento certo.

Técnica (τ_7):

1. Descrever o espaço amostral; e

2. Identificar os elementos do espaço amostral.

Discurso teórico-tecnológico (θ_7 / Θ_7): Evento certo é o que ocorre sempre, isto é, em todas as realizações da experiência. O evento é representado pelo próprio conjunto que define o espaço amostral.

Em consonância ao observado por Salcedo e Ramirez (2016), podemos observar que o conjunto de praxeologias identificado permite inferir que caberá ao professor uma complementação das atividades propostas, de forma que os alunos possam iniciar a construção do conceito de probabilidade. Tal início é fundamental para que resulte, ao final do ensino médio uma significação, como a proposta em Coutinho (2001): não limitada a casos de equiprobabilidade, não limitada a contexto de jogos e que articule o enfoque clássico com o enfoque frequentista pela realização efetiva de experimentações a serem modelizadas por uma experiência aleatória.

Organização Didática:

Conforme Chevallard (1999, p. 237), devemos compreender a organização didática da seguinte forma:

> As praxeologias didáticas ou organizações didáticas são respostas (no sentido forte) às questões do tipo “Como estudar a questão q = tT? ” ou “Como estudar a obra O?”, as respostas aqui indicadas, genericamente, δq e δO, de modo que OD_Φ = δOM_Φ. Dito isto, a questão é saber quais tipos de tarefas constituem uma praxeologia

> didática; ou para colocar de outra forma, quais “gestos” podem ser vistos como didáticos[36].

Pautando-nos nesta definição, indicaremos como organizações didáticas as próprias respostas oferecidas pelos livros didáticos, assim como o manual do professor, com o intuito de ensinar as organizações matemáticas observadas anteriormente.

Como havíamos destacado no tópico anterior, só no livro do 9º ano é apresentado ao aluno o conceito de probabilidade, muito embora no livro do 8º ano apareçam quatro questões sobre o tema. Ressaltamos que estas quatro questões citadas sejam apresentadas, a abordagem do conceito de probabilidade ainda não foi tratada neste volume em questão, nem tampouco nos dois anteriores.

No livro do 9º ano, a unidade 5 intitulada “Noções de probabilidade” está dividida em três partes: “Qual é a chance? ”; “As probabilidades e a estatística”; “População e amostra”. Não iremos analisar a terceira parte deste capítulo, “População e amostra”, pois esta refere-se ao conteúdo de estatística, que não é nosso objeto de estudo. Passemos às analises dessas partes.

“Qual é a chance? ”:

A probabilidade no livro é abordada como sinônimo de chance e isto vai ao encontro do que sugerem os PCN em relação ao tema probabilidade.

A partir de uma história, construída com termos simples, que o livro introduz o conceito de probabilidade clássica, sendo esta a única abordagem apreciada nas questões que aparecem nos volumes dos 8º e 9º anos.

No entanto, a obra não aborda as noções básicas de probabilidade, tais como: experimento aleatório, espaço amostral e eventos.

“As probabilidades e a estatística”:

Nesta parte do livro, a ideia de probabilidade frequentista é apresentada por meio de uma breve história sobre a ocorrência de acidentes de trânsito. Mas, nada além disto é tratado sobre esse enfoque no restante do livro, nem mesmo é

---

[36] Las praxeologías didácticas u *organizaciones didácticas* son respuestas (en el sentido fuerte) a las cuestiones del tipo “¿Cómo estudiar la cuestión *q* = t*T*?” o “¿Cómo estudiar la obra *O*?” - respuestas que se indicarán aquí, genéricamente, ¶*q* y ¶*O*, de manera que será, por ejemplo: ODq = ¶OMq. Precisado esto, la cuestión que se plantea es saber qué tipos de tareas constituyen una praxeología *didáctica*; o por decirlo de otra manera, qué “gestos” pueden ser mirados como *didácticos*.

sugerida a realização de um experimento por parte dos alunos, na qual poderia ser tratado o enfoque frequentista. Assim, este enfoque não aparece relacionado com o clássico, o que poderia promover um aprofundamento do tema.

A introdução do conceito de probabilidade sugerida na coleção é a clássica, quanto aos contextos trabalhados na mesma, destaca-se o fato de mais do que 60% dos exercícios sugeridos aparecerem no contexto de jogos. Isto também foi constatado por Oliveira:

> A maioria dos exemplos, exercícios e problemas presentes nos livros didáticos analisados, com relação ao tema probabilidades, são apresentados em contextos voltados para jogos de azar, descrevendo resultados de experimentos com cartas, moedas, dados, loterias, roletas e retiradas de bolas de uma urna (OLIVEIRA, 2006, p. 57).

Entendemos que limitar a abordagem por um único contexto, não colabora com a definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005), uma vez que esses autores indicam que o indivíduo deve reconhecer eventos aleatórios em diversos contextos.

Destacamos algumas análises realizadas em coleções anteriores, como por exemplo, Soares (2014) verificou que as coleções nacionais analisadas não exploram satisfatoriamente a concepção frequentista de probabilidade nem priorizam a discussão sobre a questão de aleatoriedade. Utilizam a definição clássica para apresentar a probabilidade como uma razão e exploram o fato de que se trata de uma probabilidade teórica e que pouco apresentam atividades de investigação ou de resolução de problemas multidisciplinares que subsidiem o estudante a melhor compreender sua realidade e familiarizar-se com os modos de lidar com a aleatoriedade.

Novamente, observamos uma predominância do contexto Jogos nas questões apresentadas, não queremos dizer que isso por si só pode causar algum tipo de dificuldade na aprendizagem do conceito de probabilidade, mas, entendemos que a variação dos contextos, bem como a introdução por dois enfoques, clássico e frequentista, conforme Coutinho (2001), Rodrigues (2007) e Carbelim (2015) apontaram em suas pesquisas, permitiria uma ampliação e melhor compreensão dos conceitos de probabilidade.

Corroborando com os entendimentos trazidos por Lajolo (1996), Dante (1996), Silva (2012) e Salcedo e Ramirez (2016), entendemos que os professores que atuam no ensino básico têm no livro didático a fonte dos conteúdos programáticos a serem trabalhados no decorrer do ano letivo e que, para uma parte considerável desses professores, o livro didático funciona como material para a formação continuada.

Neste sentido parece-nos um tanto quanto preocupante o fato desses livros didáticos não trazerem em seu conteúdo uma abordagem significativa e coerente para o tema probabilidade, uma vez que apresentam quase que de modo exclusivo o tema simplesmente por sua abordagem clássica.

Em nossa pesquisa, ativemo-nos a três desses contextos: jogos; cotidiano e físico/natural. A escolha pautou-se na utilização do questionário de concepções probabilísticas desenvolvido por Cardeñoso (1998), no qual o autor elaborou as questões baseadas nesses três contextos, tal como havia feito Azcárate em sua pesauisa. Uma vez que o questionário foi validado com essa configuração e, posteriormente, também aplicado na pesquisa realizada por Moreno (2014), não nos caberia realizar alguma mudança nele.

Síntese do capítulo:

Neste capítulo, trouxemos um estudo de uma coleção de livro didático aprovado no PNLD para o ensino fundamental II, no qual se observou a predominância de tratamento do tema probabilidade por meio de enfoque clássico e com a contextualização quase que, exclusivamente, por intermédio de jogos.

CAPÍTULO 7. **ANÁLISE DAS QUESTÕES DE ALEATORIEDADE**

> "Tenha paciência. Tudo aquilo que deseja, se for verdadeiro, e o mais importante: se for para ser seu, acontecerá. "
>
> William Shakespeare

Como já foi explicitado, neste estudo *buscamos analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem os temas probabilidade e aleatoriedade*, e fizemos isto sob três aspectos básicos do conhecimento probabilístico: a noção de aleatoriedade, a percepção das manifestações probabilísticas e os critérios de quantificação de probabilidade. Isto foi possível por meio de um questionário que, ao ser respondido por esses professores, nos possibilitou identificar e distinguir tais concepções.

Realizamos uma Análise Estatística Implicativa (ASI), possibilitada pelo *software* de Classificação Hierárquica, Implicativa e Coesitiva (CHIC) à luz das ideias das concepções probabilísticas propostas por Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998) e da definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005), com o intuito de identificar elementos do letramento probabilístico a partir da categorização dessas concepções.

Neste estudo, escolhemos realizar apenas as análises coesitiva e implicativa das dimensões de aleatoriedade e probabilidade, que iremos tratar oportunamente neste capítulo.

Em nossa pesquisa, limitamo-nos à análise dos dados coletados, somente ao grupo de professores do ensino fundamental II, pelo fato de verificarmos que a análise de todos os professores que responderam ao questionário aplicado, demandaria um aprofundamento em campos que não se constituem como nosso foco de estudo. Pesquisas como este intuito deixaremos como perspectivas futuras que se abrem a partir dos resultados obtidos.

O grupo constituiu-se de 41 professores de matemática, pertencentes a diversas unidades escolares. Conforme o que foi mencionado anteriormente, estes professores participavam do curso de formação: “Diálogos Interdisciplinares a Caminho da Autoria”, oferecido pela Secretaria Municipal de Educação (SME), do Município de São Paulo.

As características do grupo pesquisado são as seguintes:

- ✓ Gênero: 18 do sexo masculino e 23 do feminino;
- ✓ Idade: 13 com até 40 anos e 28 com mais de 40 anos;
- ✓ Graduação em matemática: 30 concluíram até o ano de 1999 e 11 a partir do ano 2000;
- ✓ Atuação no magistério: 5 atuam até 10 anos e 36 atuam a mais de 10 anos;
- ✓ Número de aulas semanais: 11 ministram até 24 aulas e 30 ministram mais do que 24 aulas; e
- ✓ Pós-graduação: 25 cursaram e/ou cursam enquanto 16 não cursaram e/ou não cursam.

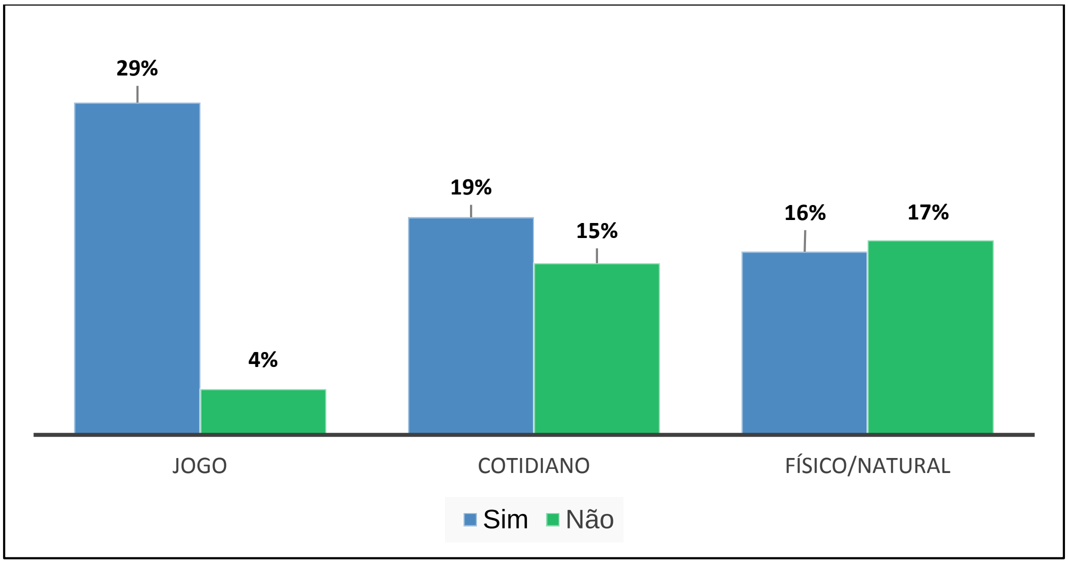
7.1. **G**ráfico da dimensão aleatoriedade

Queremos destacar dois pontos antes de realizarmos as análises da dimensão aleatoriedade. Primeiramente ressaltamos que entendemos por experiências aleatórias os fenômenos que, quando repetidos inúmeras vezes em processos semelhantes, possuem resultados imprevisíveis, sendo o evento aleatório um resultante dessa experiência.

O segundo ponto ao qual faremos destaque diz respeito a utilização de frequências relativas ao invés de frequências absolutas. Em nosso ponto de vista a frequência relativa nos fornece uma melhor visualização, pois os dados percentuais traduzem melhor a situação comparativa de cada caso.

Iniciaremos as análises apresentando dois gráficos relacionados à ideia de reconhecimento de eventos aleatórios. No Gráfico 1, trazemos a porcentagem das respostas apresentadas pelos professores do ensino fundamental II, em relação ao reconhecimento de eventos aleatórios, de acordo com o contexto ao qual o evento está inserido.

Gráfico 1: Reconhecimento da aleatoriedade



Fonte: Dados da pesquisa

Com o objetivo de ilustrar a análise realizada nos dados coletados, trazemos um exemplo das questões utilizadas no questionário de concepções probabilísticas.

Questão 1: “Encontrar-me na rua com o (a) primeiro (a) professor (a) que eu tive na escola é um evento...

(A) aleatório (N) não aleatório

a) Porque muitas coisas têm de coincidir, tais como, o caminho que você escolher, o momento em que sair;
b) Porque é inesperado e não se pode prever;
c) Porque eu posso encontrar com muitas pessoas, entre as quais ele (a);
d) Porque na minha opinião...

O reconhecimento de eventos aleatórios parece manter uma relação direta com o contexto ao qual pertence. No contexto de jogos, 29% dos pesquisados reconhecem o evento como aleatório, esta porcentagem cai para os outros dois contextos ficando em 19% no contexto cotidiano e em 16% no físico/natural.

Observamos uma certa influência dos conteúdos dos livros didáticos nas escolhas das argumentações dos professores pesquisados, uma vez que estes tratam quase que exclusivamente o tema probabilidade imerso no contexto de jogos. Dessa forma, nossa pesquisa vem corroborar os trabalhos de (LAJOLO, 1996; DANTE, 1996; SILVA, 2012) que, entre outras observações, mostram que o livro didático tem grande influência na prática dos professores e, por consequência, influencia em suas concepções. Tal interferência foi também observada por Gonçalves (2004).

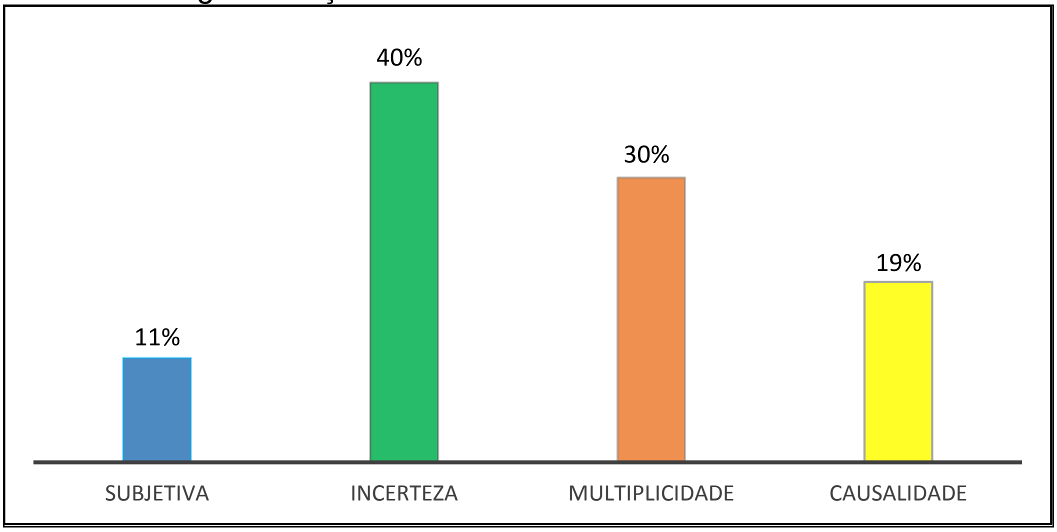
Destaca-se também o fato de que fora do contexto de jogos, a porcentagem de reconhecimento de eventos aleatórios se aproxima do da porcentagem do não reconhecimento. Segundo Gal (2005), o indivíduo para ser considerado letrado probabilisticamente, entre outros fatores, deve reconhecer eventos aleatórios nos mais diversos contextos. O Gráfico 1 nos aponta que esse grupo de professores pesquisados, apresentam um reconhecimento mediano em contextos distintos do de jogos.

Outro ponto importante apresentado neste gráfico, está relacionado ao percentual de professores pesquisados que não reconhecem os eventos apresentados como aleatórios. Aproximadamente, 36% (soma das colunas em verdes) desses professores enquadram-se neste quesito. Tanto Azcárate (1995) como Cardeñoso (1998) classificam este como o grupo determinista, pois trata-se de indivíduos que possuem um reconhecimento muito baixo de aleatoriedade dos fenômenos e quando tal reconhecimento aparece, eles atribuem a falta de controle sobre as causas.

7.2. **G**ráficos sobre os tipos de argumentações

Realizaremos uma análise em relação aos Gráficos 2 e 3 que apresentam as porcentagens das argumentações utilizadas, pelos professores pesquisados, para o reconhecimento de eventos aleatórios.

Gráfico 2: Argumentações no reconhecimento da aleatoriedade



Fonte: Dados da pesquisa

Uma das questões utilizadas no questionário que representa o gráfico acima, pode ser a de número 8:

Questão 8: “Obter o número 23 na roleta de 36 números é um evento...

(A) aleatório (N) não aleatório

a) Porque de forma imprevisível qualquer um dos números pode sair ou não sair;
b) Porque há 36 números diferentes que podem cair a bola quando a roleta parar;
c) Porque não se pode controlar de nenhuma forma o número resultante; e
d) Porque na minha opinião ...

Observamos que os grupos categorizados por Cardeñoso (1998), aparecem bem definidos. Destaca-se o fato de quando ocorre o reconhecimento de eventos aleatórios, as argumentações pautadas na incerteza aparecem em maior número.

Outro destaque que pode ser dado, diz respeito às argumentações pautadas na causalidade, pois esses professores têm como critério explicações em função de diversos fatores causais. E quanto aos professores que formam o grupo subjetivo, estes apresentam suas argumentações em referência à própria vivência ou crenças.

O grupo subjetivo nos remete ao que foi apresentado no capítulo 3, no qual trouxemos os aspectos históricos do desenvolvimento de probabilidade, mais especificamente ao fato de que, por muito tempo, creditava-se o acaso às vontades divinas ou ao destino. Como se as coisas já estivessem predeterminadas a acontecerem e a nós, simples mortais, só caberia aceitá-las.

Vale destacar que Gal (2005) salienta a importância de um indivíduo estar familiarizado com termos inerentes à probabilidade, como por exemplo aleatoriedade, incerteza, causalidade, entre outros.

Aqui trazemos uma das questões secundárias de nossa pesquisa: "*Quais argumentos os professores utilizam para o reconhecimento dos fenômenos aleatórios?* "

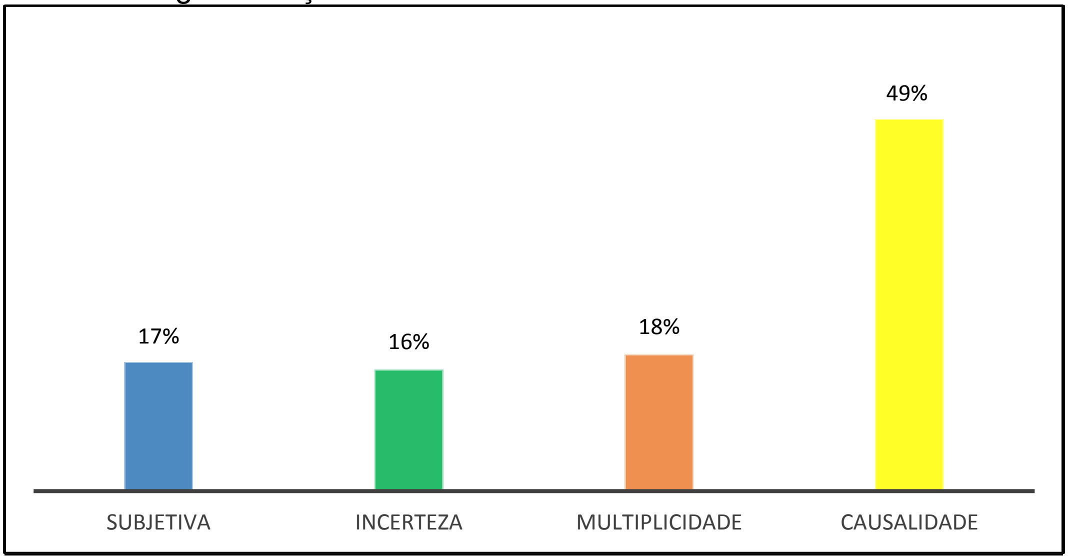
Em suas argumentações para o reconhecimento de eventos aleatórios, os professores pesquisados pautam-se, em sua maioria, em critérios de incerteza; em nossa pesquisa, 40% dos professores fizeram uso desse tipo de argumentação. Outros 30% justificam a partir das multiplas possibilidades no desenvolvimento do fenômeno.

Para 19% desses professores, a justificativa utilizada para a ocorrência de um evento aleatório está pautada nos diversos fatores causais que circundam o evento, ou ainda, na ausência de possibilidades de seu controle.

Por fim, dos professores que reconhecem os eventos como aleatórios, um grupo de 11% destes utiliza, como critério em seus argumentos, fatores relacionados às suas próprias vivências ou suas crenças.

Apresentamos o Gráfico 3, que trata das argumentações utilizadas pelo grupo de professores que não reconhece os eventos apresentados como aleatórios.

Gráfico 3: Argumentações no não reconhecimento de aleatoriedade



Fonte: Dados da pesquisa

O Gráfico 3 nos traz as frequências de argumentações utilizadas no não reconhecimento dos eventos apresentados no questionário aplicado, como aleatórios.

Para o grupo de professores que apresentam dificuldades no reconhecimento da aleatoriedade dos eventos que compõe o instrumento de pesquisa e, quando o reconhecimento acontece, este se dá quase que exclusivamente no contexto de jogos, entendemos que este grupo pertence ao que foi identificado tento por Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998) como determinista.

Professores pertencentes a esse grupo tendem a pautar suas justificativas em razão das diversas causas que podem influenciar na ocorrência do evento. Ou mesmo, pela falta de controle do acaso.

A seguir, analisaremos as influências do contexto para o reconhecimento dos eventos aleatórios.

7.3. **G**ráficos das questões 5, 10 e 12

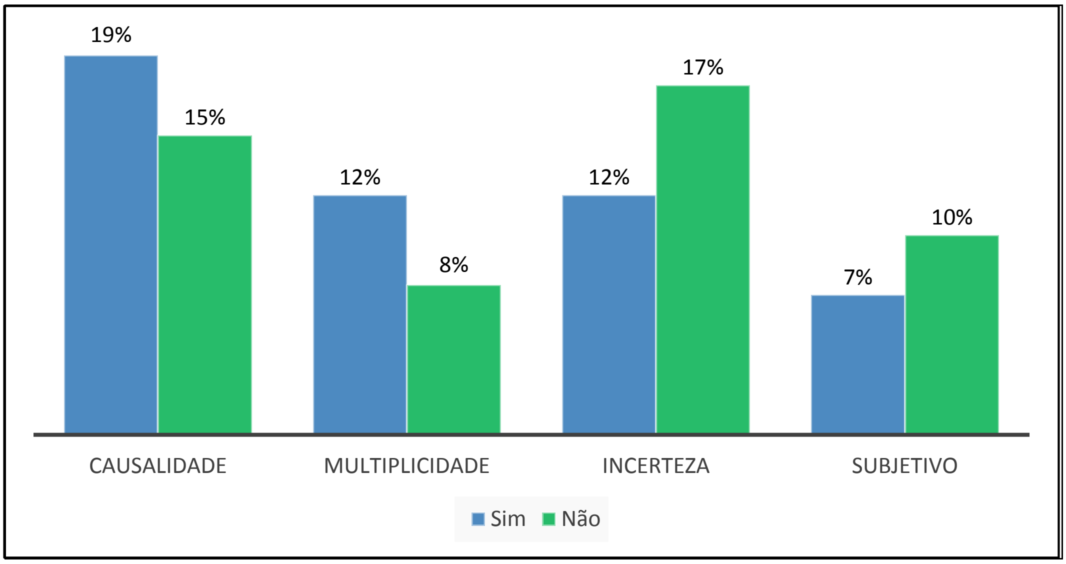
Passamos a apresentar um conjunto de três gráficos, cada um relacionado com um dos três contextos utilizados na presente pesquisa. Temos como objetivo destacar a influência que o contexto traz para o reconhecimento ou não de eventos aleatórios.

A partir do reconhecimento ou não dos eventos aleatórios, buscamos identificar as argumentações usadas por esses professores como justificativa de suas respostas às questões apresentadas.

O Gráfico 4 apresenta a porcentagem de reconhecimento do evento como aleatório para a questão 5 do instrumento de pesquisa. O contexto apresentado nesta questão é o físico/natural.

Questão 5: Que ocorra uma geada na Serra Gaúcha dentro de 30 dias é um evento...

Gráfico 4: Reconhecimento da aleatoriedade no contexto físico/natural



Fonte: Dados da pesquisa

(A) aleatório (N) não aleatório.

Opções de argumentações:

- Causalidade – Porque vai gear ou não, desde que as condições sejam atendidas naquele dia;
- Multiplicidade – Porque naquele dia pode ter geada, chuva, granizo, etc., e isso é um dos fenômenos que pode ocorrer;
- Incerteza – Porque você pode prever se isso vai acontecer ou não no prazo de 30 dias; e
- Subjetividade – Porque, na minha opinião ...

Em relação ao Gráfico da Questão 5, observamos que 50% (soma ds colunas em azul) dos professores pesquisados reconhecem o evento como aleatório. A maioria dos professores desse grupo tem os argumentos de suas respostas pautados na causalidade, ou seja, apoia-se nas diversas causas que poderiam ocorrer no desenvolvimento do evento.

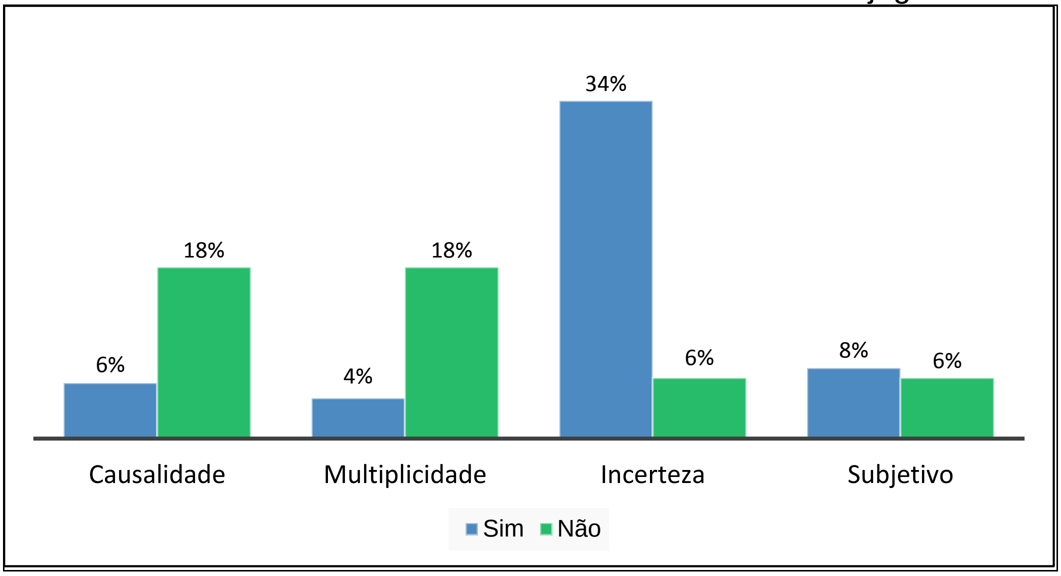
Vale ressaltar que este grupo de professores são formados em matemática e atuam exclusivamente no ensino fundamental II, e que 50% (soma das colunas em verde) não reconhecem os eventos como aleatórios. Outro ponto que nos chama a atenção, está no fato da maioria dos professores que não reconhece o evento como aleatório, usarem como argumentação de suas respostas a própria imprevisibilidade do evento.

A este fato, podemos destacar o que Gal (2005) trouxe no bloco do Idioma, no qual o autor salienta a necessidade de se reconhecer termos inerentes ao campo de probabilidade, como por exemplo, a aleatoriedade; pois o fato de grande parte dos professores não terem reconhecido o evento como aleatório, terem argumentado a partir da imprevisibilidade do mesmo, levanta a hipótese de que esses professores não sabem diferenciar os termos aleatório de não aleatório.

O Gráfico 5 traz a questão 10 que está inserida no contexto de jogos. No gráfico, apontamos a porcentagem dos respondentes que reconhecem o evento apresentado na questão, como aleatório, juntamente com a porcentagem daqueles que não o reconhecem, como aleatório.

Questão 10: Acertar o número exibido em um dado já lançado, mas, que não posso ver é um evento...

Gráfico 5: Reconhecimento da aleatoriedade no contexto de jogos



Fonte: Dados da pesquisa

(A) aleatório (N) não aleatório

Opções de argumentações:

- Incerteza – Porque eu posso acertar ou não, não o posso prever;
- Multiplicidade – Porque acertar entre tantos números possíveis é muito difícil;
- Causalidade – Porque eu não posso controlar a posição do dado quando este cai; e
- Subjetividade – Porque, na minha opinião .

Em relação ao Gráfico da Questão 10, observamos que 52% (soma das colunas em azul) dos pesquisados que reconhecem o evento como aleatório, em sua maioria, apresentam argumentos pautados na Incerteza.

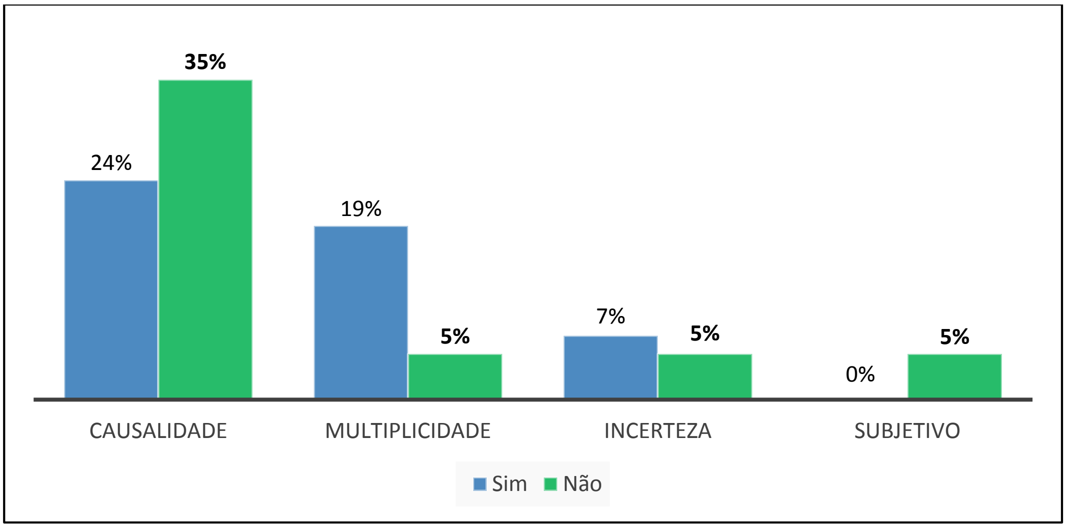
Já em relação ao grupo de professores que não reconhece o evento, como aleatório, a maioria divide-se em argumentações baseadas na causalidade ou na multiplicidade.

De acordo com Cardeñoso (1998), argumentações pautadas na multiplicidade têm como critério de reconhecimento de aleatoriedade a existência de múltiplas possibilidades no desenvolvimento do fenômeno. Já as que são pautadas na causalidade, têm como critério de reconhecimento explicações em função de diversos fatores causais ou na ausência de possibilidades de seu controle.

Passemos a analisar o Gráfico 6 referente a questão 12, que está inserida no contexto do cotidiano. Inicialmente, apresentamos as porcentagens de reconhecimento do evento como aleatório, relacionadas com as argumentações utilizadas nas justificativas das respostas.

Questão 12: Prever a próxima ideia que vem à mente é um evento...

Gráfico 6: Reconhecimento da aleatoriedade no contexto cotidiano



Fonte: Dados da pesquisa

(A) aleatório (N) não aleatório.

- Causalidade – Porque ela depende do que acontecer, as relações entre ideias, o que me preocupa, o que havia pensado antes;
- Incerteza – Porque eu não posso saber o que vai acontecer comigo depois de um tempo;
- Multiplicidade – Porque à mente veem muitas ideias que você sequer está pensando; e
- Subjetividade – Porque, na minha opinião ...

A análise do Gráfico da Questão 12 ratifica a conclusão a que chegamos em relação às Questões 5 e 10, ou seja, os professores deste grupo argumentam por meio da imprevisibilidade do próprio evento (incerteza), quando as questões estão imersas no contexto de jogos, em contrapartida quando os contextos abordados são do cotidiano e físico/natural, a argumentação, tanto para reconhecimento como para o não reconhecimento de eventos aleatórios é pautada nas mais diversas causas para a ocorrência ou não do evento (causalidade).

As análises até apresentadas nos remete a uma das questões secundárias de nossa pesquisa: *“Quais argumentos os professores usam para comparar a estimação sobre a ocorrência de um evento incerto imerso em dois fenômenos diferentes?* “

Para responder a esta questão, olharemos simultaneamente aos resultados das Questões 5, 10 e 12, pois, a nosso ver, esses professores fazem uso de argumentações pautadas na incerteza em questões inseridas no contexto de jogos. Já em relação aos outros dois contextos, grande parte desses professores pesquisados utiliza argumentações baseadas na causalidade.

Ao analisarmos estas questões, buscamos apresentar uma síntese dos dados coletados, para aproximar o leitor de nosso objetivo que é identificar as concepções probabilísticas dos professores participantes de nossa pesquisa.

Os resultados apresentados nos itens anteriores ajudar-nos-ão a interpretar as relações identificadas nas análises que seguem.

7.4. **A**nálise coesitiva

Nessa seção, passaremos a abordar a análise coesitiva, realizada por meio do *software* CHIC, das respostas fornecidas pelos professores participantes da nossa pesquisa.

Segundo Almouloud:

> Uma hierarquia ascendente ou árvore coesitiva traduz graficamente o encaixamento sucessivo das classes constituídas segundo critério de coesão que é decrescente segundo os níveis (no sentido contrário da formação das classes que não têm sentido implicativo, o que não se produz nas hierarquias clássicas (ALMOULOUD, 2015, p. 39).

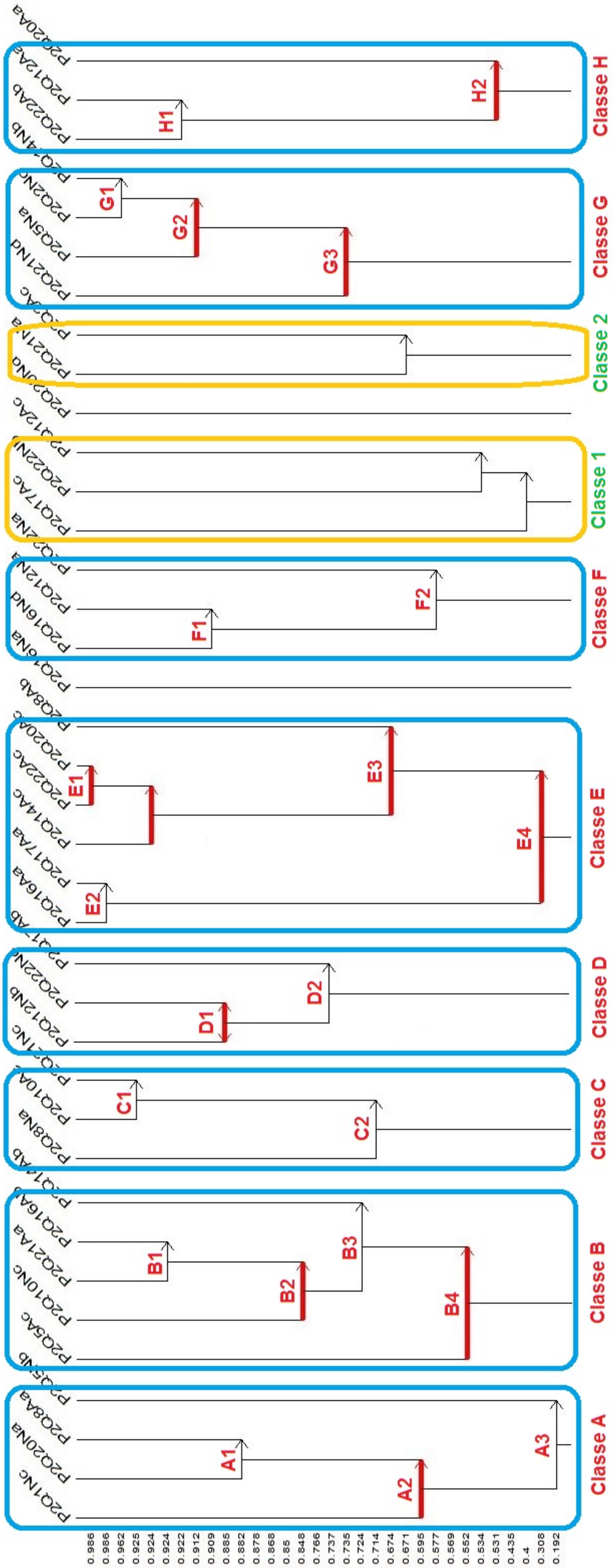
A análise coesitiva estabelece agrupamentos formados a partir de índices probabilísticos de coesão, representados por meio de um dendrograma no qual a representação **A** → **B** significa que "se a variável **A** é observada, então, provavelmente, a variável **B** será observada", com probabilidade **p** de ocorrência dessa metarregra.

> [...] a análise hierárquica permite constituir, por meio de um critério, partições cada vez mais finas sobre um conjunto de variáveis estatísticas. Tais partições são construídas de modo ascendente em uma árvore, permitindo estudar e interpretar, em termos de tipologia e semelhança (dessemelhança), classes de variáveis. Na análise implicativa dos dados, chega-se a estruturas implicativas no sentido de que uma atitude a tem como consequência, ou não, uma atitude b (a→b) (ALMOULOUD, 2005, p. 3).

Um nó significativo é quando existe entre as variáveis (as categorias) um indicativo de coerência entre as relações de determinada classe (ponto de máximo local da função que modeliza as coesões identificadas na classe), ou seja, observada a variável A muito, provavelmente, também será observada a variável B. Quanto mais próximo da raiz dessa árvore a seta que indica a relação "se a então provavelmente b", maior será o índice de coesão estabelecido.

Na sequência, trazemos o grafo da árvore coesitiva da dimensão probabilidade, no qual destacaremos as classes A, B, C, D, E, F e G.

Figura 7: Árvore coesitiva – dimensão aleatoriedade



Fonte: Dados da pesquisa

O critério para as escolhas das classes se deu pelo coeficiente de coesão, ou seja, em uma ordem decrescente de relações, as classes foram formadas pelas relações como índices iguais ou maiores do que 0,7.

Assim sendo, ficaram de fora das nossas análises as Classes “1” e “2”, pois as mesmas iniciam suas coesões com índices abaixo de 0,7.

Apresentamos alguns esclarecimentos que julgamos pertinentes para a continuidade das nossas análises. O ponto a ser destacado diz respeito aos casos nos quais a classe formada apresenta mais de um tipo de argumentação por parte do grupo de professores que a compõe.

Quando ocorrer o reconhecimento de eventos aleatórios identificaremos a classe, relacionando-a à argumentação que aparece de forma mais significativa.

Justificamos esse critério de escolha pautados tanto nos trabalhos já apresentados no corpo de pesquisa que tratam a respeito da importância o livro didático nas práxis dos professores deste nível de ensino (LAJOLO, 1996; DANTE, 1996; SALCEDO e RAMIREZ, 2016), bem como no resultado da análise na coleção de livro didático relaizada no capítulo 6.

7.4.1. Não reconhecimento da aleatoriedade

Apresentamos em conjunto as classes A, D, F e G, formadas por indivíduos que não reconhecem os eventos como aleatórios e que, na nossa análise, constituem o grupo de professores que apresentam a mais baixa compreensão da ideia de aleatoriedade.

Azcárate (1995) classificou estre grupo como indefinidos, pois reconhecem a aleatoriedade com dificuldade e não apresentam explicações para os critérios utilizados na construção de suas respostas. As informações coletadas com o questionário não permitem caracterizar o tipo de pensamento sobre aleatoriedade, uma vez que os mesmos não reconhecem os eventos apresentados como aleatórios.

De acordo com Gal (2005), para um indivíduo ser considerado letrado probabilísticamente, entre outros pontos, deve apresentar uma familiaridade com termos inerentes à probabilidade, como por exemplo a aleatoriedade.

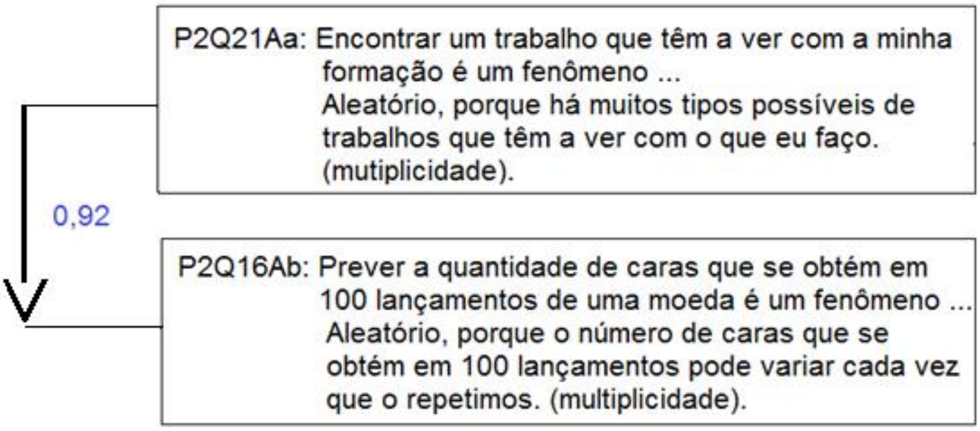
7.4.2. Reconhecimento da aleatoriedade

Passamos à análise das classes nos quais ocorreu, por parte dos professores pesquisados, o reconhecimento dos eventos como aleatórios.

Para cada uma das classes apresentaremos a sua subclasse representativa, as quais se comportam como síntese da classe em si. Essas subclasses são as que apresentaram o maior índice de coesão dentre as formadas dentro do agrupamento.

Análise da Classe B

Figura 8: Subclasse B1 – multiplicidade



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “B1”, formada pelos itens identificados P2Q21Aa e P2Q16Ab, tem variável típica P1Q12b com um risco de 0.0493. Esta variável identifica os professores que não cursaram e/ou não cursam alguma pós-graduação.

Esses professores reconhecem eventos aleatórios inseridos nos contextos do cotidiano e de jogos. Justificam seus argumentos pautados na multiplicidade, ou seja, para esse grupo de respondentes, as múltiplas possibilidades para o evento determinam as suas escolhas. Passamos a análise da Classe “B”.

Quadro 12: Classe B – aleatoriedade / multiplicidade

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q5Ac	Físico/Natural	Multiplicidade
P2Q10Nc	Jogo	Causalidade (NA)
P2Q21Aa	Cotidiano	Multiplicidade
P2Q16Ab	Jogo	Multiplicidade
P2Q14Ab	Físico/Natural	Causalidade

Fonte: Dados da pesquisa

A Classe “B” é formada por indivíduos que utilizaram nas suas argumentações para o reconhecimento dos eventos como aleatórios, justificativas pautadas nas múltiplas possibilidades de ocorrência do evento ou nas diversas causas que podem interferir no mesmo.

Muito embora a variável destacada no quadro indicar o não reconhecimento de um evento inserido no contexto de jogos, este fato não interfere de forma significativa na análise da classe, uma vez que esses professores, de acordo com Azcárate (1995) e também de Cardeñoso (1998), por utilizarem como justificativa de suas argumentações ora as múltiplas possibilidades de ocorrência do evento, ora as causas que o originam, se mostra como um fator delimitador no entendimento em relação a aleatoriedade.

A variável típica dessa classe é P1Q12b com um risco de: 0.06358. Essa variável identifica professores que não possuem nenhum curso de pós-graduação.

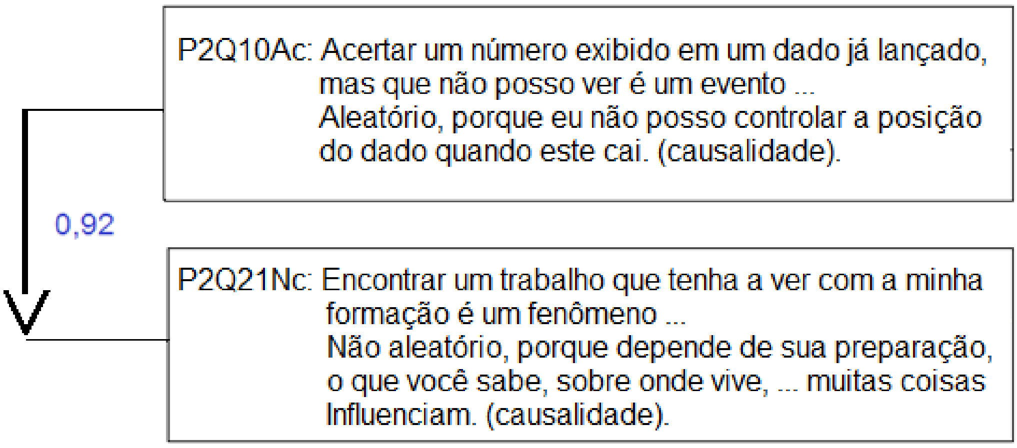
Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q2b com um risco de 0.132, possuem idade acima de 40 anos;
- P1Q4a com um risco de 0.163, concluíram sua graduação até o ano de 1999; e
- P1Q6b com um risco de 0.28, atuam no magistério a mais de 10 anos.

Esses professores reconhecem eventos aleatórios inseridos nos contextos do cotidiano e de jogos. Justificam seus argumentos pautados na multiplicidade, ou seja, para esse grupo de respondentes, as múltiplas possibilidades para o evento determinam as suas escolhas. Identificamos esse grupo “multiplicidade”, pois argumentam, na maioria das ocasiões a partir das múltiplas possibilidades de ocorrência do evento.

Análise da Classe C

Figura 9: Subclasse C1 – determinista



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “C1”, formada pelos itens identificados P2Q10Ac e P2Q21Nc, tem variável típica P1Q2a com um risco de 0.11. Esta variável identifica os professores com idade de até 40 anos.

Esses professores reconhecem eventos aleatórios inseridos somente no contexto de jogos. No entanto justificam seus argumentos pautados na causalidade, ou seja, para esse grupo de respondentes, as diversas causas que podem ter uma ligação com o evento em si, determinam o resultado do mesmo. Passamos a análise da classe “C”.

A particularidade dessa classe é o baixo reconhecimento de eventos aleatórios, e quando o reconhecimento ocorre este preferencialmente acontece no contexto de jogo.

Quadro 13: Classe C – aleatoriedade / determinista

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q8Na	Cotidiano	Incerteza
P2Q10Ac	Jogo	Causalidade (A)
P2Q21Nc	Cotidiano	Causalidade

Fonte: Dados da pesquisa

Segundo Cardeñoso (1998) indivíduos pertencentes a este grupo reconhecem poucos eventos aleatórios, o reconhecimento quando ocorre, se dá em situações no contexto de jogos, por serem estas situações imprevisíveis. Por esta razão o autor denominou este grupo de “determinista”.

A variável típica desta classe é P1Q12a com um risco de 0.193. Essa variável identifica professores que cursaram ou cursam alguma pós-graduação.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q8b com um risco de 0.221, ministram mais do que 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II; e
- P1Q2b com um risco de 0.2333, possuem idade acima de 40 anos.

Tanto para Azcárate (1995) como para Cardeñoso (1998), esses professores forma o grupo com maior dificuldade para reconhecimento de eventos aleatórios. Gal (2005) traz em seu trabalho a importância de um indivíduo reconhecer eventos aleatórios nos mais diversos contextos.

Na análise realizada na coleção de livro didático, apresentada no Capítulo 6, observamos que foram identificadas, em sua maioria, atividades inseridas no contexto de jogos o que nos leva a inferir que para este grupo de professores, representados pela Classe “C”, o reconhecimento de eventos em outros contextos diferente do de jogo, aparentemente apresenta-se como fator limitador.

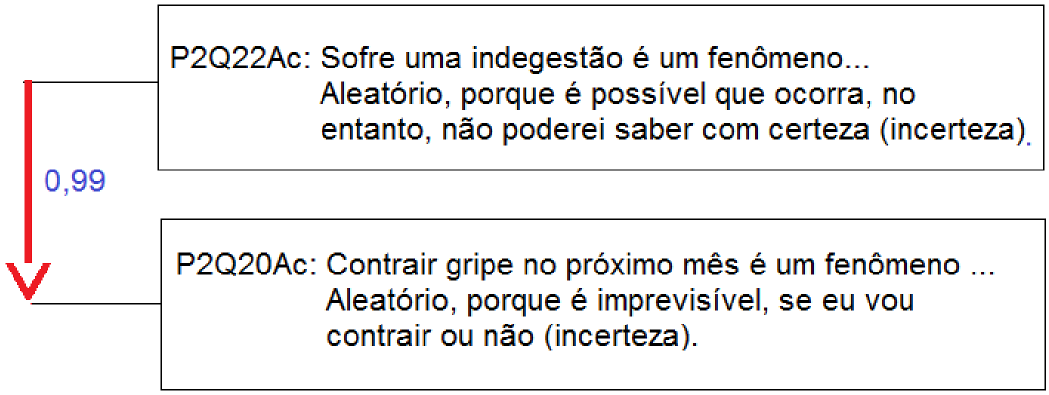
De acordo com Serradó; Azcárate e Cardeñoso:

> {...} a redução dos contextos de exemplificação e experimentação pode ser um obstáculo didático à transferência das referidas noções para outros contextos, como o social, em que os espaços amostrais não são tão explícitos e nem sempre são compreendidos corretamente (SERRADÓ; AZCÁRATE; CARDEÑOSO, 2015, p. 71).

A abordagem por meio de diversos contexto utuilizada no instrumento de coleta de dados possibilitou a identificação de grupos de professores que argumentam de acordo com o contexto.

Análise da Classe E

Figura 10: Subclasse E1 – incerteza



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse "E1", formada pelos itens identificados P2Q22Ac e P2Q20Ac, tem variável típica P1Q8a com um risco de 0.103. Esta variável identifica os professores que ministram até 24 aulas semanais.

Esses professores reconhecem eventos aleatórios independente do contexto ao qual o evento está inserido. Justificam seus argumentos pautados na imprevisibilidade, que é a característico da aleatoriedade.

O grupo de professores que compõem a Classe "E", é identificado pelo alto índice de reconhecimento de eventos aleatórios e, justificam seus argumentos, pautados na própria incerteza de ocorrência do mesmo, este são identificados como "incerteza".

Segundo Azcárate (1995), Cardeñoso (1998) e Gal (2005), reconhecer ventos aleatórios em diversos contextos é um indicativo de compreensão de aleatoriedade condizente om indivíduos que possuem letramento probabilístico significativo.

Quadro 14: Classe E – aleatoriedade / incerteza

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q16Aa	Físico/Natural	Incerteza
P2Q17Aa	Físico/Natural	Incerteza
P2Q14Ac	Jogo	Incerteza
P2Q22Ac	Jogo	Incerteza
P2Q20Ac	Físico/Natural	Incerteza
P2Q8Ab	Jogo	Multiplicidade

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica desta classe é P1Q8a com um risco de 0.0844. Essa variável identifica professores que ministram até 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

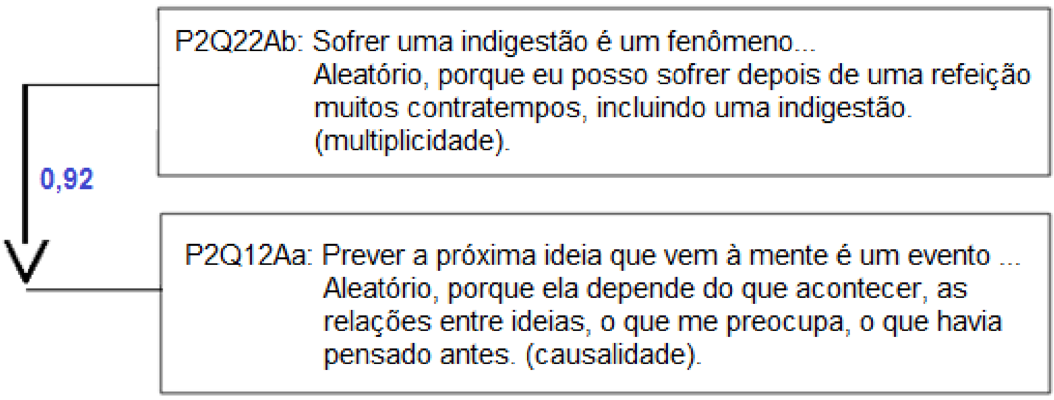
- P1Q2a com um risco de 0.127, possuem idade até 40 anos.; e
- P1Q4a com um risco de 0.163, concluiu a graduação até o ano 1999; e
- P1Q12a com um risco de 0.223, cursou ou está cursando algum tipo de pós-graduação.

Análise da Classe H

Por fim passamos a análise da Classe "H", formada pelo grupo de professores que justificam suas argumentações pautados nas diversas causas que originam o evento aleatório.

A prevalência de respostas que versam sobre a causalidade poderá ser compreendida a partir do apresentado por Cardeñoso (1998), que aponta uma porcentagem considerável de indivíduos pesquisados que apresentam dificuldades no reconhecimento de eventos aleatórios, independente, do contexto ao qual estejam inseridos. O autor identificou este grupo de causalidade.

Figura 11: Subclasse H1 – causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “H1”, formada pelos itens identificados P2Q22Ab e P2Q12Aa, tem variável típica P1Q4b com um risco de 0.0991. Esta variável identifica os professores que concluíram a graduação após o ano 2000.

Esses professores reconhecem eventos aleatórios independente do contexto ao qual o evento está inserido. Justificam seus argumentos na parte das vezes pautados na causalidade.

Quadro 15: Classe H – aleatoriedade / causalidade

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q22Ab	Físico/Natural	Multiplicidade
P2Q12Aa	Cotidiano	Causalidade
P2Q20Aa	Físico/Natural	Causalidade

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica desta classe é P1Q6a com um risco de 0.0972. Essa variável identifica professores cujo tempo de atuação no magistério é igual ou menor do que dez anos.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q4b com um risco de 0.105, concluiu a graduação após o ano 2000; e
- P1Q12a com um risco de 0.25, cursou ou está cursando algum tipo de pós-graduação.

De acordo com Azcárate (1995) neste grupo de professores, já existe um nível aceitável de reconhecimento de aleatoriedade. Mas, a maioria de suas justificações baseia-se em argumentos causais.

Esses professores apoiam suas justificativas na falta de controle das causas que originam o fenômeno, ora pelo seu desconhecimento, ora pela sua complexidade.

Na análise, identificamos cinco grupos de professores que se distinguem pelas argumentações no reconhecimento dos eventos aleatórios inseridos nos contextos de jogos, cotidiano e físico/natural. De acordo com as justificativas de suas respostas podemos inferir a respeito das tendências de suas concepções em relação à aleatoriedade.

O primeiro grupo identificado é classificado como indefinidos. Este é formado por indivíduos que não reconhecem os eventos aos quais as questões estão inseridas como aleatórios. Pelo fato desses professores não identificarem a aleatoriedade dos eventos apresentados, não foi possível categorizá-los.

O segundo grupo identificado foi a multiplicidade, que aparece representado na Classe “B”, os professores desse grupo apoiam suas justificativas de reconhecimento do evento como aleatório, nas múltiplas possibilidades de ocorrência do evento. Segundo Cardeñoso (1998), esses professores apoiam-se na utilização da multiplicidade e da incerteza, mas apresentam um uso mínimo desta última argumentação.

Os professores que formam a classe “C” são identificados tanto por Azcárate (1995) como por Cardeñoso (1998), como o grupo determinista, que tem por características o baixo reconhecimento de eventos aleatórios e quando o reconhecem o fazem quase que exclusivamente em contexto de jogos, por serem estas situações imprevisíveis.

O grupo de professores que forma a classe “E” é identificado como os com maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade, pois, apresentam suas justificativas apoiadas, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. As explicações causais apresentam-se em umas poucas oportunidades nas respostas dos sujeitos do grupo. São denominados de grupo “incerteza”.

Por fim, a classe “H”, aqui denominado causalidade, é representado por indivíduos que utilizam argumentos causais. Suas avaliações apoiam-se na falta de controle das causas que originam o fenômeno ora pelo desconhecimento das mesmas. Explicações em função dos diversos fatores causais ou ausência de possibilidade de seu controle. O reconhecimento do acaso como característica dos fenômenos aleatórios é mínimo.

A partir da análise realizada nas questões que fazem parte da dimensão aleatoriedade, retomamos nossa última questão secundária: “*Quais concepções sobre probabilidade e aleatoriedade emergem a partir das questões anteriores?* ”

A princípio, falaremos das concepções sobre aleatoriedade e, oportunamente, trataremos, em específico da relação das concepções probabilísticas observadas em nossa análise.

A partir dos agrupamentos observados por meio do *software* CHIC e também pelos gráficos sobre o comportamento das respostas apresentadas pelo grupo de professores participantes de nossa pesquisa, podemos inferir que, muito provavelmente, o comportamento deste, perante as questões trazidas em nosso instrumento de pesquisa, indica as concepções que eles têm sobre o reconhecimento de eventos aleatórios.

Os grupos B, C, E e H apresentam características singulares, de acordo com as justificativas utilizadas em suas argumentações em relação ao reconhecimento de eventos aleatórios, ou seja, por meio do conjunto de respostas apresentadas, o *software* CHIC pode estimar o grau de coesão das variáveis que compõe o questionário de concepções probabilísticas. Desta forma, podemos inferir que os grupos apresentados têm concepções probabilísticas bem definidas segundo as categorias por nós adotadas.

Por outro lado, temos o grupo de respondentes que não reconhecem os eventos apresentados como aleatórios. As justificativas para o não reconhecimento por parte desses professores podem estar relacionadas com os resultados de pesquisas, como Gonçalves (2004) que, em suas conclusões, aponta que as concepções dos professores mudam, conforme a prática docente e, como pudemos observar, o tema probabilidade é tratado muito superficialmente nos livros didáticos. De acordo com Lajolo (1996), muitos professores têm no livro didático o currículo real.

Diante destas constatações, entendemos que esses professores podem ser identificados em quatro grupos, conforme suas concepções sobre aleatoriedade: multiplicidade, deterministas, incerteza e causalidade.

7.5. **A**nálise implicativa

Em termos gerais, a análise implicativa trata de procurar um modelo estatístico de uma quase implicação do tipo: “ Se **a** então provavelmente quase **b**”.

Conforme Almouloud:

> O estudo continua sendo feito sobre o cruzamento de um conjunto de variáveis V e um conjunto de sujeitos E. No caso prototípico das variáveis binárias, queremos das um sentido estatístico a

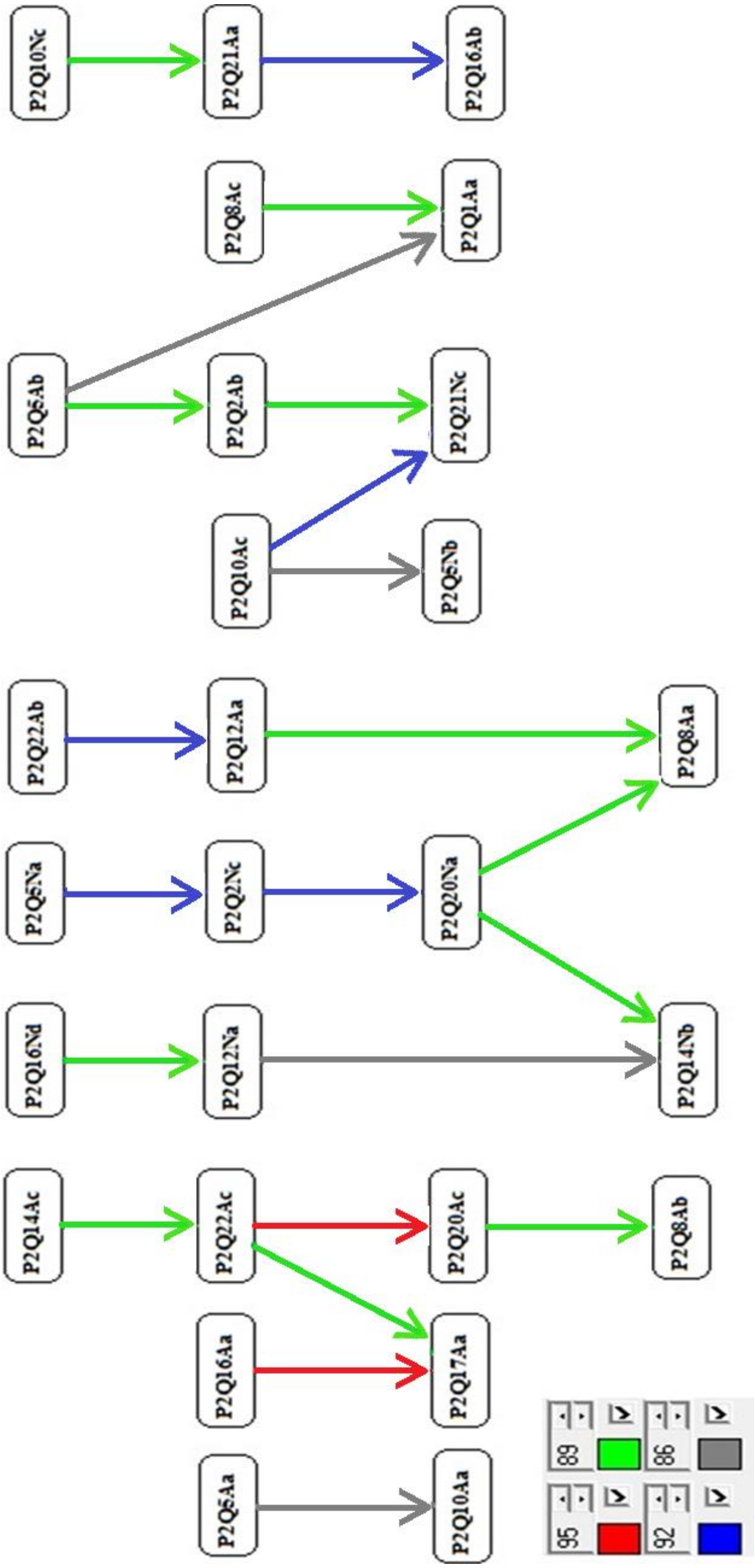
> expressões como: "quando se observa sobre um sujeito E a variável **a**, em geral observa-se a variável **b**". Trata-se então de procurar um modelo estatístico de uma quase implicação do tipo: " se **a** então quase **b**", a implicação lógica estrita sendo raramente satisfeita. Em situações naturais, humanas ou ciências da vida, **a implica b** (no sentido matemático) é estabelecida em casos excepcionais. É importante para o pesquisador e usuário "explorar os dados" para destacar regras consistentes (tipo de "teoremas parciais") para conjeturar em gênese, descrever (relações, concepções, ...), estruturar a população e fazer uma hipótese sobre uma possível estabilidade de relações. Mas, esta exploração exige a elaboração (ou uso) de métodos para livrar o pesquisador do EMPIRISMO e do "ACHISMO" (ALMOULOUD, 2015, p. 47).

O *software* de Classificação Hierárquica Implicativa e Coesitiva (CHIC) permite analisar por meio de grafos que indiquem a probabilidade de determinadas relações ocorrerem além de nos apresentar os riscos das tipicalidades de diversos cruzamentos dos dados coletados, para que possamos determinar com uma margem aceitável a existência ou não de uma relação entre os dados coletados.

A Figura 12 apresenta o grafo implicativo, no qual se destacam as implicações definidas pelas cores das setas que estão relacionadas com os índices determinados durante o processo de submissão dos dados coletados no *software* CHIC, com o intuito de obter os grafos de implicação. Observa-se que:

- ✓ Setas vermelhas – implicação de 0,95;
- ✓ Setas azuis – implicação de 0,92;
- ✓ Setas verdes – implicação de 0,89 e
- ✓ Setas cinzas – implicação de 0,86.

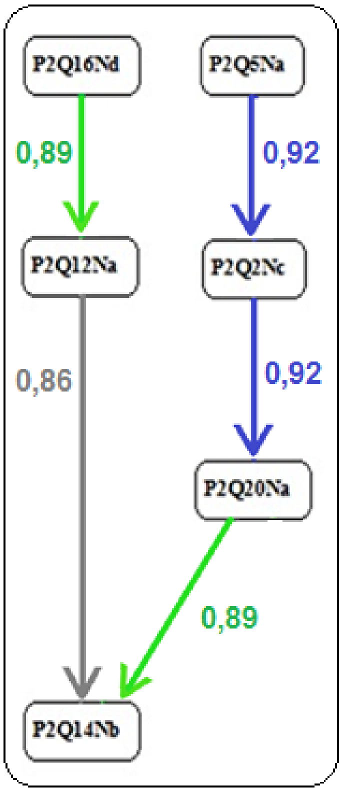
Figura 12: Grafo implicativo – dimensão aleatoriedade



Fonte: Dados da pesquisa

Dentre os conjuntos de implicações construídos pelo CHIC, foi caracterizado um conjunto formado por professores que não reconhecem os eventos apresentados como aleatórios. Azcárate (1995) identificou este grupo como indefinidos, pois os professores pertencentes ele, por não reconhecerem os eventos como aleatórios, não possibilita uma categorização em relação as concepções sobre aleatoriedade.

Figura 13: Implicação – Não reconhecimento da aleatoriedade



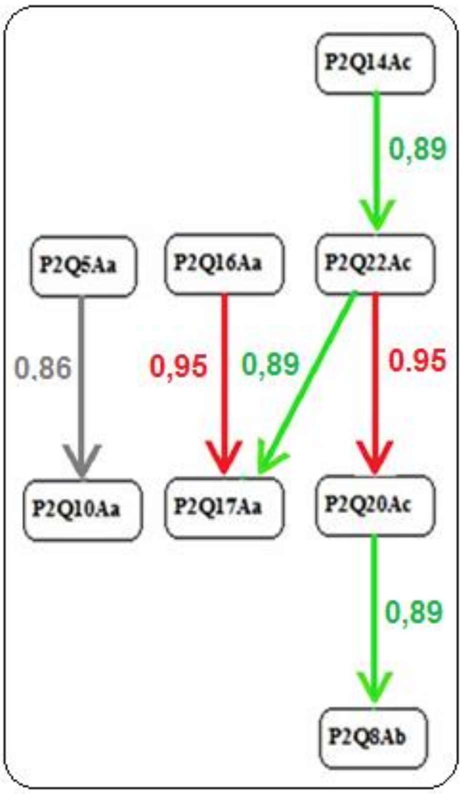
Fonte: Dados da pesquisa

Na sequência passamos a analisar os grupos construídos por meio das implicações possibilitadas pelo CHIC, que apresentam argumentações para o reconhecimento de eventos aleatórios.

Grupo incerteza

De acordo com Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998), este grupo de professores apresenta o maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade, e explicações pautadas na causalidade aparecem raramente nas suas respostas. O grupo é identificado como: incerteza

Figura 14: Implicação – incerteza



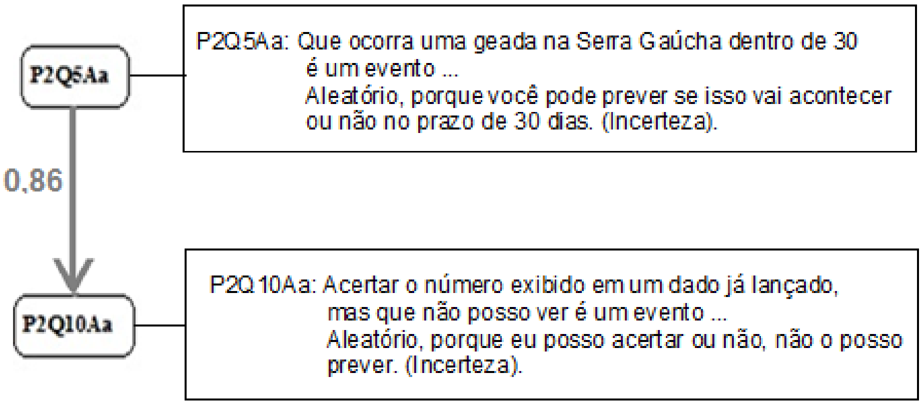
Fonte: Dados da pesquisa

Apresentaremos separadamente os conjuntos de implicações identificadas em cada um dos agrupamentos possibilitados pelo CHIC.

A Figura 16, na qual o índice adotado está em torno de 0,86 na cor cinza, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q5Aa, então, provavelmente, teremos P2Q10Aa com um índice implicativo igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

Os professores que responderam de acordo com as implicações descritas na Figura 16, justificam suas respostas apoiados na imprevisibilidade dos fenômenos.

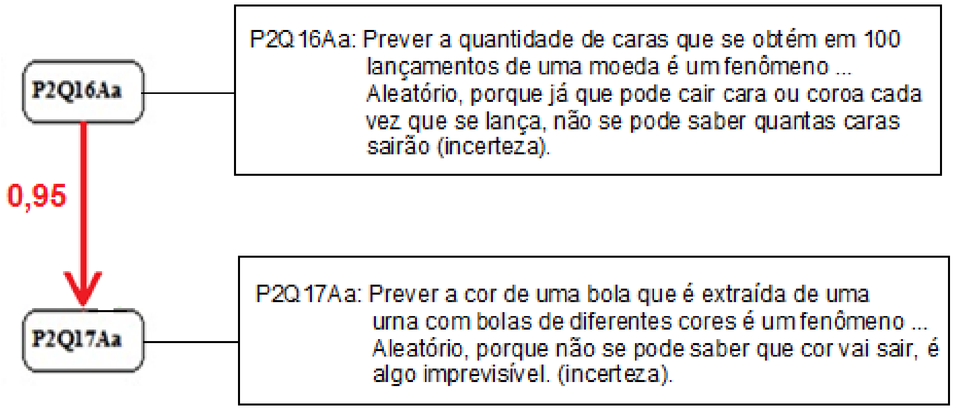
Figura 15: Grafo implicativo 1 – grupo incerteza



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 17, na qual o índice adotado está em torno de 0,95 na cor vermelha, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q16Aa, então, provavelmente, teremos P2Q17Aa com um índice implicativo igual a 0,95 de ocorrência dessa situação.

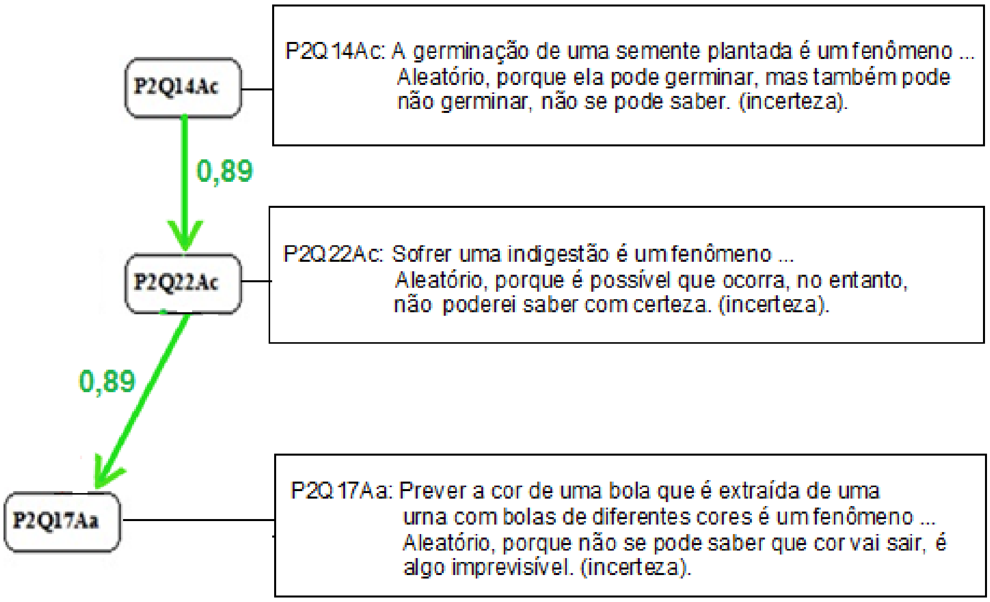
Figura 16: Grafo implicativo 2 – grupo incerteza



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 18, na qual os índices adotados estão em torno de 0,89 na cor verde, ou seja, em outras palavras, a probabilidade de que observando P2Q14Ac, então, provavelmente, teremos P2Q22Ac com um índice implicativo igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, na ocorrência da situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q17Aa com um índice implicativo igual a 0,89 para sua ocorrência.

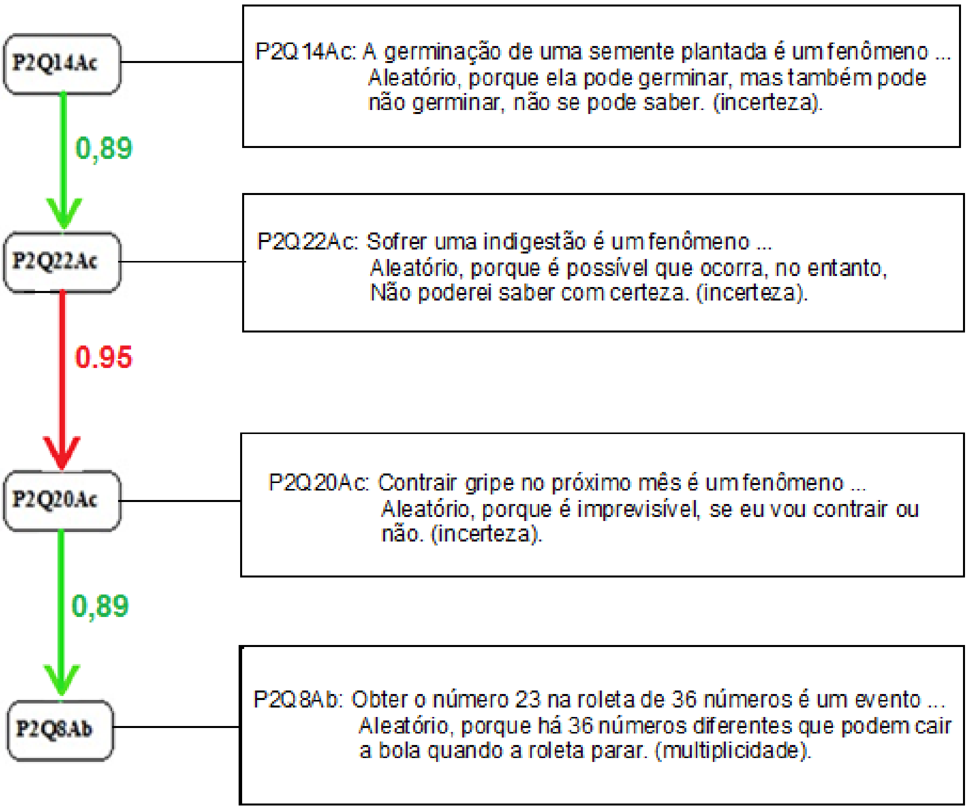
Figura 17: Grafo implicativo 3 – grupo incerteza



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 19, na qual os índices adotados estão em torno de 0,89 na cor verde e 0,95 na vermelha, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q14Ac, então, provavelmente, teremos P2Q22Ac com um índice implicativo igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q20Ac com um índice implicativo igual a 0,95 para sua ocorrência. Analogamente, na ocorrência da situação anterior, então, provavelmente, observamos P2Q8Ab com um índice implicativo igual a 0,89 de ocorrer o terceiro evento.

Figura 18: Grafo implicativo 4 – grupo incerteza



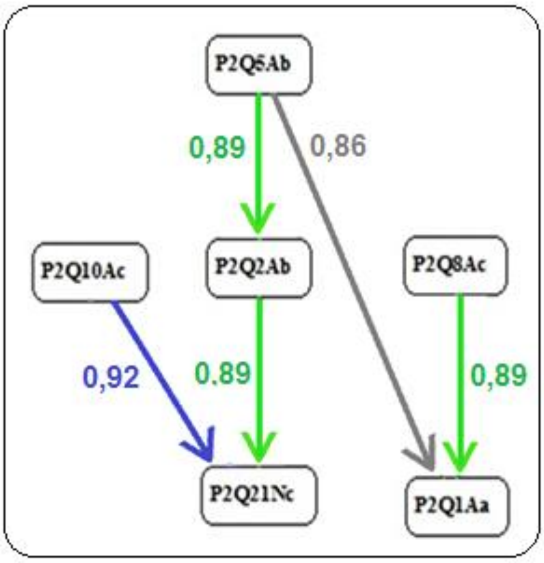
Fonte: Dados da pesquisa

O grupo identificado neste primeiro conjunto de implicações é denominado incerteza. Compõem este grupo os professores com maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade. Suas justificações apoiam-se, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. As explicações causais apresentam-se em poucas oportunidades.

Grupo causalidade

O grupo de professores que respondeu às questões descritas a seguir, argumenta suas respostas pautando-se em fatores causais, ou seja, na falta de controle das causas que originam o fenômeno ora pelo desconhecimento das mesmas, ora por falta de controle do acaso.

Figura 19: Implicação – causalidade

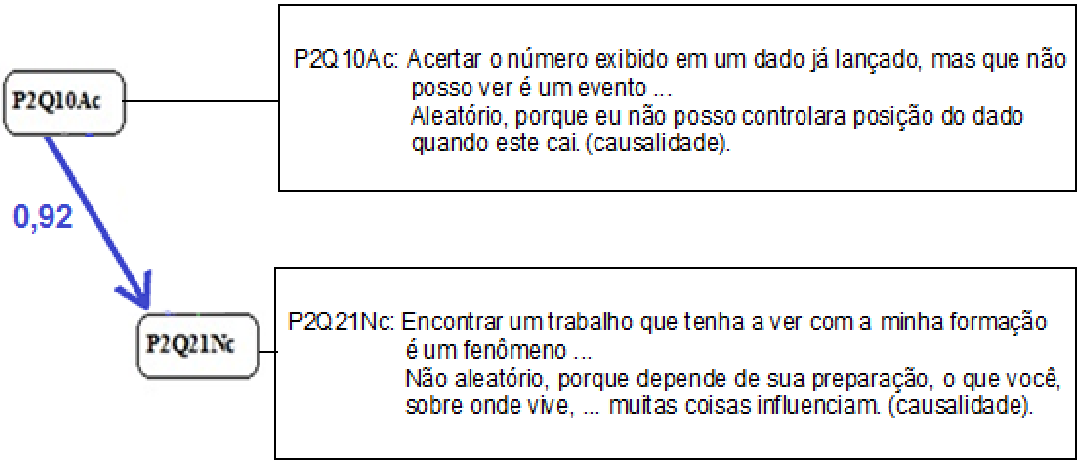


Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 21, na qual o índice adotado está em torno de 0,92 na cor azul, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q10Ac, então, provavelmente, teremos P2Q21Nc com um índice implicativo igual a 0,92 de ocorrência dessa situação.

Os professores que responderam de acordo com as implicações descritas na Figura 13, justificam suas respostas apoiados nas diversas causas que podem interferir na ocorrência do evento.

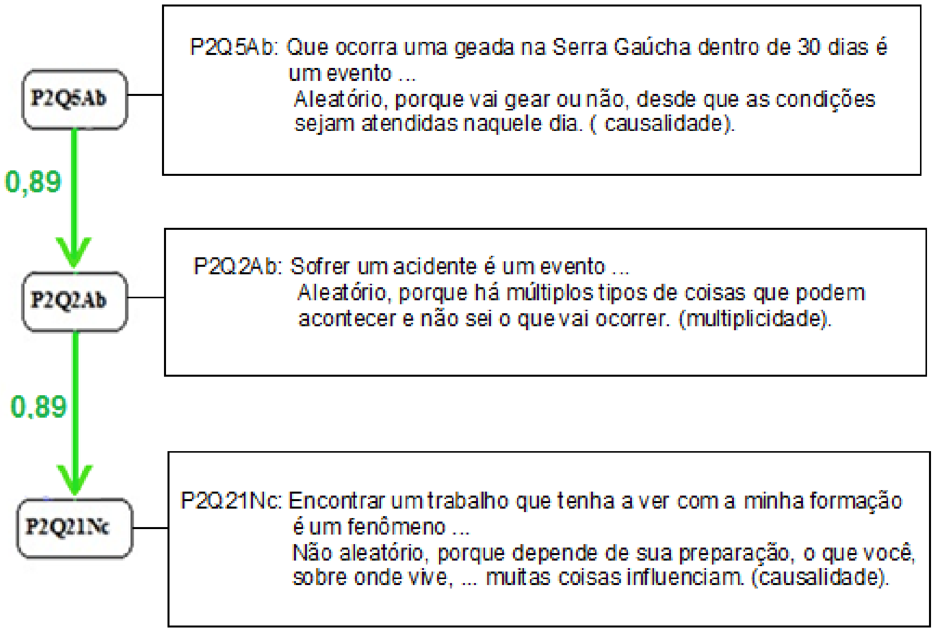
Figura 20: Grafo implicativo 1 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 22, na qual os índices adotados estão em torno de 0,89 na cor verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q5Ab, então, provavelmente, teremos P2Q2Ab com um índice implicativo igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q21Nc também com um índice implicativo iguala a 0,89 para sua ocorrência.

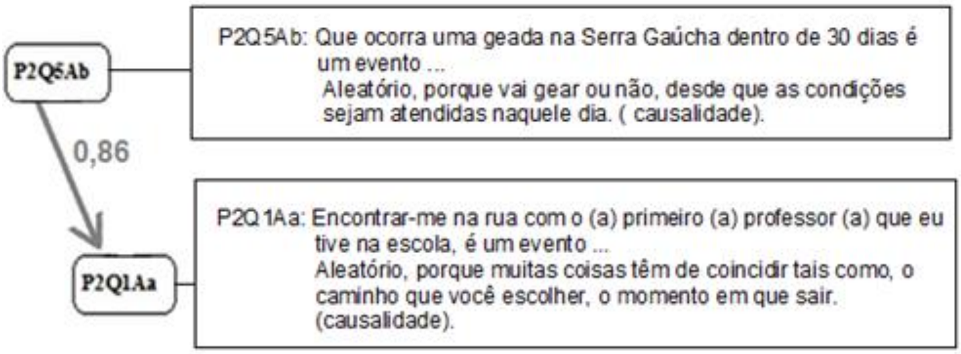
Figura 21: Grafo implicativo 2 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 23, na qual o índice adotado está em torno de 0,86 na cor cinza, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q5Ab, então, provavelmente, teremos P2Q1Aa com um índice implicativo igual de 0,86 de ocorrência dessa situação.

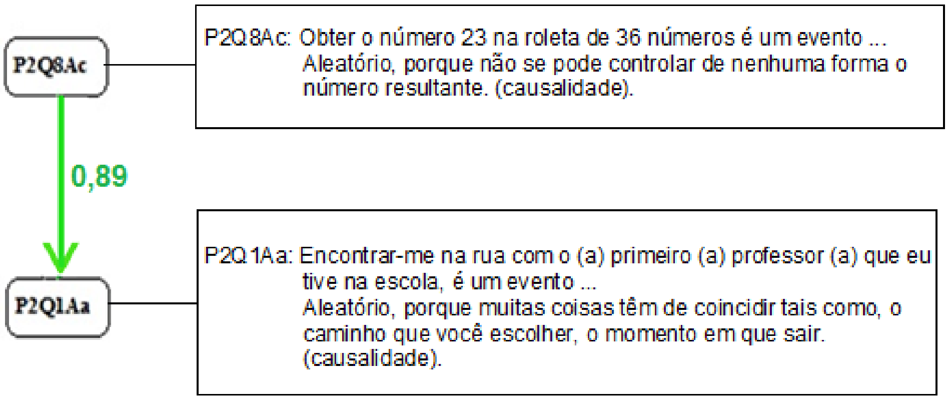
Figura 22 Grafo: implicativo 3 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 24, na qual o índice adotado está em torno de 0,89 na cor verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q8Ac, então, provavelmente, teremos P2Q1Aa com um índice implicativo igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

Figura 23: Grafo implicativo 4 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

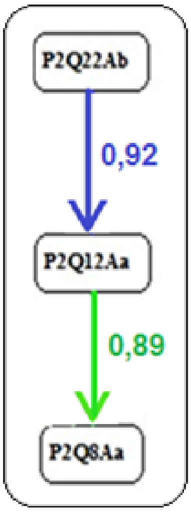
Este terceiro grupo identificado no grafo implicativo, possibilitado pelo CHIC, é o grupo causalidade. Estes professores pautam suas argumentações em critérios de reconhecimento da ação da causalidade. Justificam a partir dessas causas ou a falta de controle sobre elas.

Neste grupo, já existe um nível aceitável de reconhecimento de aleatoriedade. Mas, a maioria de suas justificações baseia-se em argumentos causais, ou seja, suas avaliações apoiam-se na falta de controle das causas que originam o fenômeno, ora pelo seu desconhecimento, ora pela sua complexidade. De acordo com Azcárate (1995) o reconhecimento do acaso como característica dos fenômenos aleatórios é mínimo.

Grupo padrão

A característica principal dos sujeitos pertencentes a este grupo é que suas explicações se modificam claramente em função do contexto. Reconhecem a aleatoriedade em um percentual alto, mas justificam com diferentes argumentações.

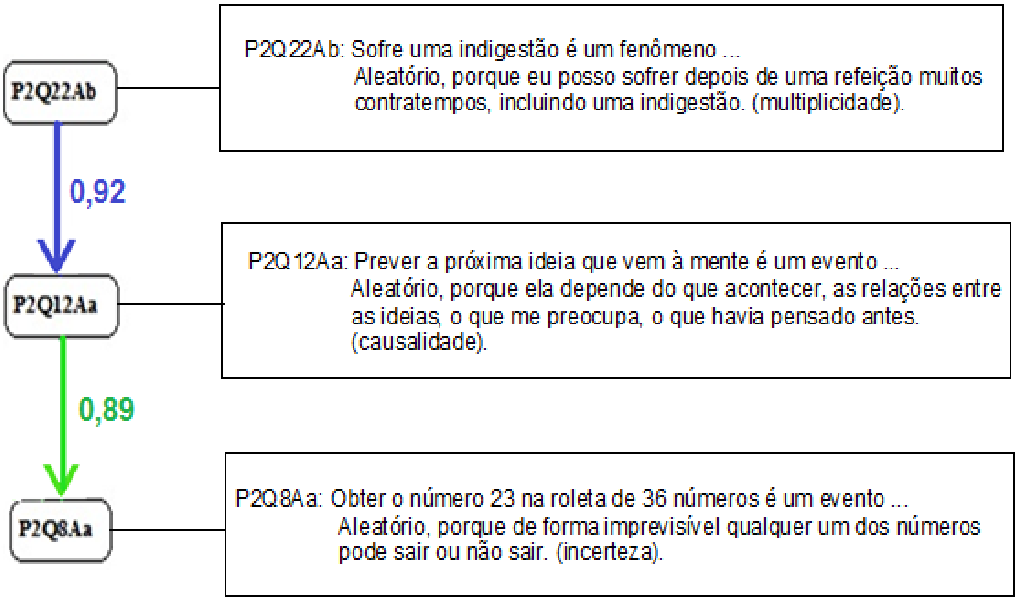
Figura 24: Implicação – padrão



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 26, na qual os índices adotados estão em torno de 0,92 na cor azul e de 0,89 na verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q22Ab, então, provavelmente, teremos P2Q12Aa com um índice implicativo igual a 0,92 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q8Aa com um índice implicativo igual a 0,89 para sua ocorrência.

Figura 25: Grafo implicativo 1 – grupo padrão



Fonte: Dados da pesquisa

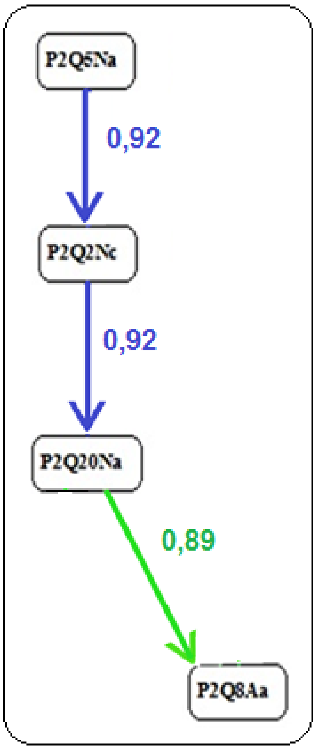
Segundo Azcárate este grupo de professores denominado padrão, possuem um nível aceitável de reconhecimento da aleatoriedade dos eventos descritos. Muito embora, de acordo com a autora, tende a mudar com frequência as suas argumentações de acordo com o contexto ao qual o evento está inserido.

Para Gal (2005), reconhecer a aleatoriedade dos eventos em variados contextos indica, entre fatores de importância equivalente, um indivíduo letrado probabilisticamente.

Grupo determinista

A característica principal dos sujeitos pertencentes a este grupo é que os mesmos reconhecem poucos eventos como aleatórios e quando o reconhecimento ocorre, se dá quase que exclusivamente em contexto de jogos.

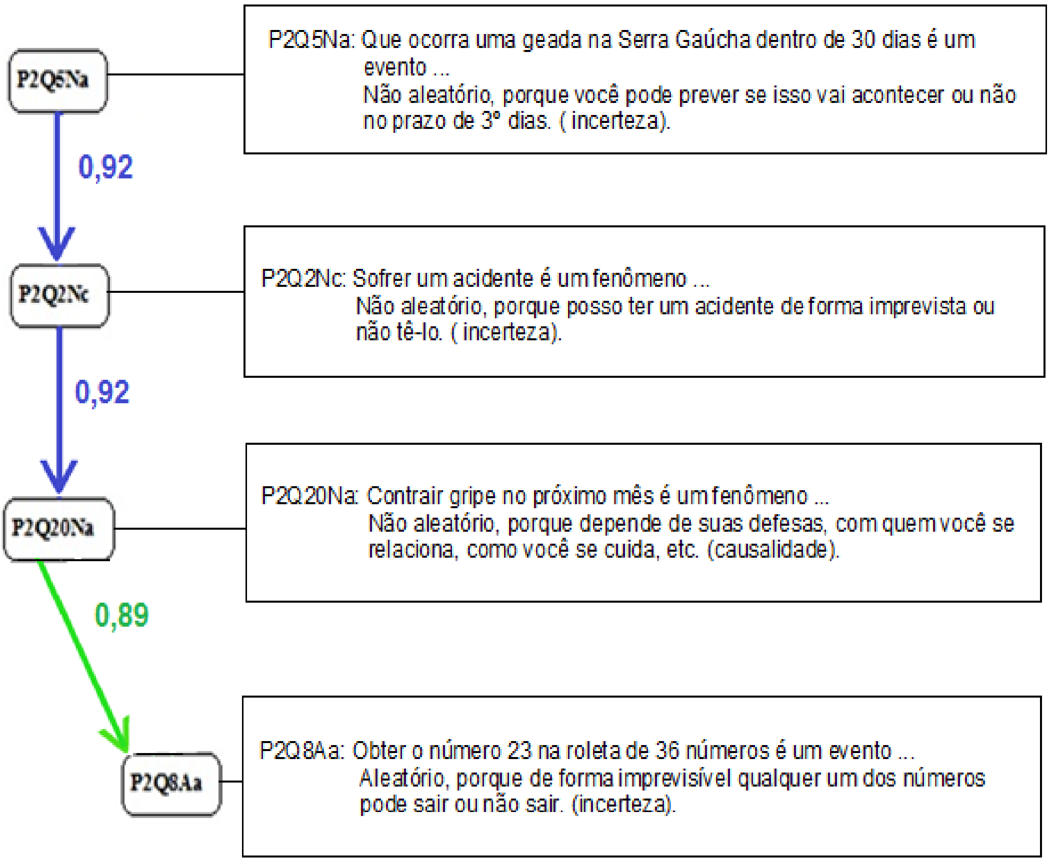
Figura 26: Implicação – determinista



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 28, na qual os índices adotados estão em torno de 0,92 na cor azul e de 0,89 na verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q5Na, então, provavelmente, teremos P2Q2Nc com um índice implicativo igual a 0,92 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q20Na também com um índice implicativo igual a 0,92 para sua ocorrência. Analogamente, na ocorrência da situação anterior, então, provavelmente, observamos P2Q8Aa com um índice implicativo igual a 0,89 de ocorrer o terceiro evento.

Figura 27: Grafo implicativo 1 – grupo determinista



Fonte: Dados da pesquisa

O grupo de professores que respondeu às questões acima descritas, seguindo a ordem das implicações indicadas, apresenta um reconhecimento muito baixo de aleatoriedade dos fenômenos e quando tal reconhecimento aparece, eles atribuem à falta de controle sobre as causas. Os dois dados fazem pensar que este grupo de sujeitos tem uma forte inclinação determinista em suas concepções.

Comparando os resultados entre as análises coesitiva e implicativa, observamos que quatro grupos de concepções sobre aleatoriedade emergem em ambas as análises: indefinido; causalidade; determinista; incerteza.

Destaca-se o fato de cada uma dessas análises apresentarem dois grupos distintos: multiplicidade e padrão. O grupo identificado por multiplicidade apareceu por meio da análise da árvore coesitiva, enquanto o grupo identificado como padrão por meio do grafo implicativo.

Esta situação apresentada justifica a dupla análise dos dados referentes ao grupo de professores participantes, uma vez que, a análise apenas por uma dessas vias impossibilitaria a identificação deste ou daquele grupo.

Apresentamos no Quadro 12 as concepções em relação a aleatoriedade identificadas no grupo de professores pesquisados.

Quadro 16: Árvore coesitiva e grafo implicativo da dimensão aleatoriedade

Árvore coesitiva	Grafo implicativo
Causalidade: Apoia suas justificativas de reconhecimento do evento, como aleatório na multiplicidade de possibilidades de ocorrência do evento ou nas causas que podem interferir na ocorrência do evento em questão. De acordo com Cardeñoso (1998), esses professores são identificados como o grupo causalidade, que possui um baixo nível de reconhecimento de aleatoriedade.	Causalidade: Argumentam suas respostas pautadas em fatores causais, ou seja, na falta de controle das causas que originam o fenômeno ora pelo desconhecimento das mesmas, ora por falta de controle do acaso.
Deterministas: Tem por características o baixo reconhecimento de eventos aleatórios e quando o reconhecem o fazem quase que exclusivamente em contexto de jogos, por serem estas situações imprevisíveis.	Deterministas: Apresentam um reconhecimento muito baixo de aleatoriedade dos fenômenos e quando tal reconhecimento aparece, eles atribuem à falta de controle sobre as causas. Os dois dados fazem pensar que este grupo de sujeitos tem uma forte inclinação determinista em suas concepções.
Incerteza: Grupo com maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade, pois, apresentam suas justificativas apoiadas, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. As explicações causais apresentam-se em umas poucas oportunidades nas respostas dos sujeitos do grupo. São denominados de grupo “incerteza”.	Incerteza: Justificam suas respostas apoiados, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. Este grupo de professores apresenta o maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade, e explicações pautadas na causalidade aparecem raramente nas suas respostas. O grupo é identificado como: incerteza.
Multiplicidade: Justificam suas respostas na multiplicidade de eventos para o fenômeno apresentado na questão. O grupo foi identificado por Cardeñoso (1998) como: multiplicidade, nos termos da categorização de Cardeñoso.	Não foram observados.

Não foram observados.	Padrão: Explicações modificam-se claramente em função do contexto. Reconhecem a aleatoriedade em um percentual alto, mas justificam com diferentes argumentações.
Indefinido: Os sujeitos pertencentes a este grupo reconhecem a aleatoriedade com dificuldade e não apresentam explicações para os critérios utilizados na construção de suas respostas. As informações coletadas com o questionário não permitem caracterizar o tipo de pensamento sobre aleatoriedade, visto que os participantes respondem a poucos itens do questionário aplicado	Indefinido: Os sujeitos pertencentes a este grupo reconhecem a aleatoriedade com dificuldade e não apresentam explicações para os critérios utilizados na construção de suas respostas. As informações coletadas com o questionário não permitem caracterizar o tipo de pensamento sobre aleatoriedade, visto que os participantes respondem a poucos itens do questionário aplicado

Fonte: O pesquisador

Na sequência, traremos a análise das questões da dimensão probabilidade.

CAPÍTULO 8. **ANÁLISE DAS QUESTÕES DE PROBABILIDADE**

> “Adquire a sabedoria, adquire a inteligência, e não te esqueças nem te apartes das palavras da minha boca. ”
>
> Provérbios 4:5

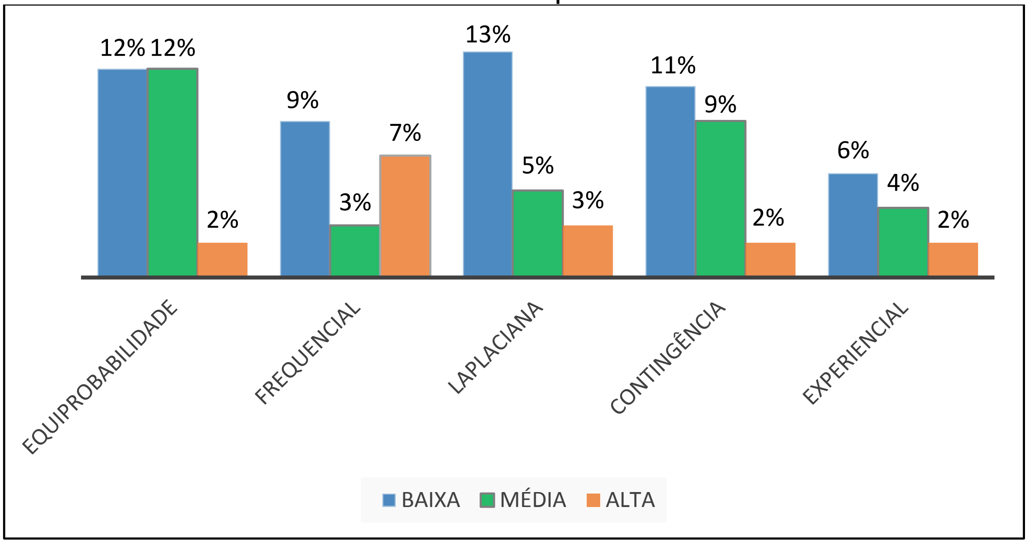
Semelhante à análise empreendida nas questões relacionadas à dimensão aleatoriedade, neste capítulo realizamos também a Análise Estatística Implicativa (ASI), na dimensão probabilidade, possibilitada pelo *software* CHIC à luz das ideias das concepções probabilísticas propostas por Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998) e da definição de letramento probabilístico apresentada por Gal (2005), com o intuito de identificar elementos do letramento probabilístico a partir da categorização dessas concepções.

Passamos a apresentar os gráficos construídos a partir dos dados referentes à estimativa das probabilidades dos eventos. Em conjunto, destacaremos as influências que os contextos abordados nas questões têm sobre as estimativas apresentadas pelos professores pesquisados. Outro ponto a que faremos destaque diz respeito aos critérios das argumentações utilizadas por esses professores.

8.1. **G**ráficos: estimativa de probabilidade em relação aos contextos

No Gráfico 7, trazemos a visão geral das respostas apresentadas em nossa coleta de dados, referente às questões sobre estimativas de probabilidade. Neste gráfico, destacamos as respostas desses professores em relação ao nível (baixo, médio ou alto), que estes deram à estimativa de probabilidade nas questões que compuseram essa dimensão no instrumento de pesquisa.

Gráfico 7: Estimativa de probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa

Em relação às estimativas de probabilidade, observamos que, de forma geral, 51% (soma das colunas em azul) dos pesquisados estimam como baixa a probabilidade nos eventos apresentados. Estes números sofrem alterações significativas, de acordo com o contexto no qual o evento está inserido.

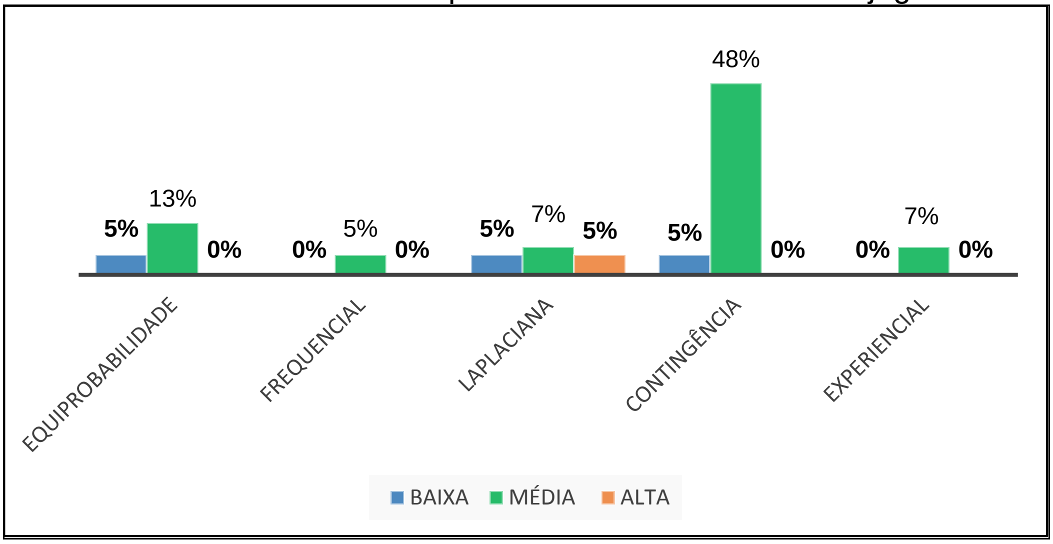
8.2. **G**ráficos das questões 6, 7, 9 e 13

Passamos a apresentar estas estimativas, de acordo com o contexto. Para exemplificar, tomamos quatro questões, duas do contexto de jogos, uma do cotidiano e uma do físico/natural. Justificamos a escolha de duas questões inseridas no contexto de jogos pelo fato de que o comportamento dos professores pesquisados varia, consideravelmente, de uma questão para outra.

O Gráfico 8 traz as porcentagens sobre a estimativa de probabilidade da questão 6, que está inserida no contexto de jogo.

Questão 6: A chance que tenho em retirar uma bola vermelha de uma urna, contendo cinco bolas brancas, cinco vermelhas e uma azul, é...

Gráfico 8: Estimativa de probabilidade no contexto de jogos



Fonte: Dados da pesquisa

(B) Baixa (M) Média (A) Alta.

- Equiprobabilidade – Porque a vermelha tem as mesmas possibilidades de sair como qualquer outra cor;
- Frequencial – Porque se repetida muitas vezes a mesma situação, o esperado é que assim ocorra;
- Contingência – Porque há cinco bolas favoráveis e seis desfavoráveis na urna;
- Laplaciana – Porque eu tenho cinco contra 11 possibilidades para retirar uma bola vermelha; e
- Experiencial – Porque, na minha opinião...

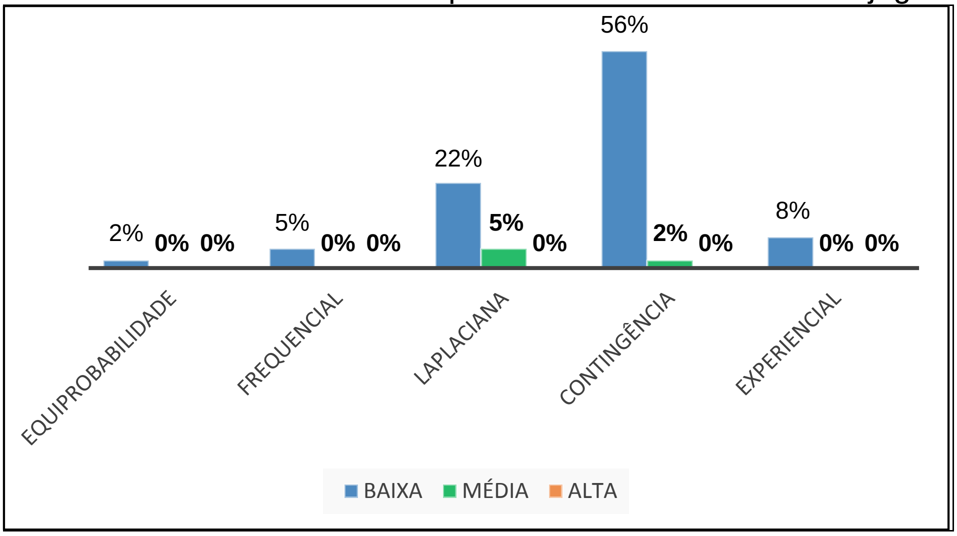
Observamos que a ideia de considerar como média a estimativa de ocorrência do evento descrito parece-nos razoável; no entanto, destacamos o fato da maioria das argumentações dos professores pesquisados está pautada na ideia de contingência, ou seja, na comparação entre os casos favoráveis e desfavoráveis do evento em questão.

Esta constatação vai ao encontro do que foi observado por Cardeñoso (1998), e o fato nos revela um raciocínio, aparentemente, elementar por parte desses professores em relação à estimativa de probabilidade do evento apresentado.

A seguir, trazemos o Gráfico 9 referente a questão 13 que, igualmente, à questão 6, também se encontra inserida no contexto de jogos.

Questão 13: A chance que tenho de ganhar o prêmio de uma viagem em uma rifa, na qual eu escolhi um dos 10.000 números vendidos é...

Gráfico 9: Estimativa de probabilidade no contexto de jogos



Fonte: Dados da pesquisa

(B) Baixa (M) Média (A) Alta.

- Contingência – Porque eu tenho muito mais números contra do que a favor para ganhar o prêmio;
- Laplaciana – Porque isso indica a proporção entre os números que comprei em relação ao total vendido;
- Equiprobabilidade – Porque você sempre pode ganhar ou não ganhar, sempre terá 50% de chances;
- Frequencial – Porque eu nunca ganhei um prêmio em todas as rifas que participei; e
- Experiencial – Porque, na minha opinião...

Nesta questão, podemos observar que a maioria dos participantes da pesquisa, 93% (soma das colunas em azul), consideram como média a estimativa de probabilidade da ocorrência do evento trazido na questão.

Também perguntamos a esses professores, após a coleta dos dados, se eles tinham o costume de fazer apostas em jogos de azar do tipo Mega-Sena, a maioria informou que sim, com uma frequência maior nos sorteios de fim de ano.

Trazemos essa informação com o objetivo de comparar ambos os sorteios, o da Questão 6 na qual a probabilidade de ganhar está na razão de um para dez mil, e na Mega-Sena cuja probabilidade está na casa de um para 50 milhões.

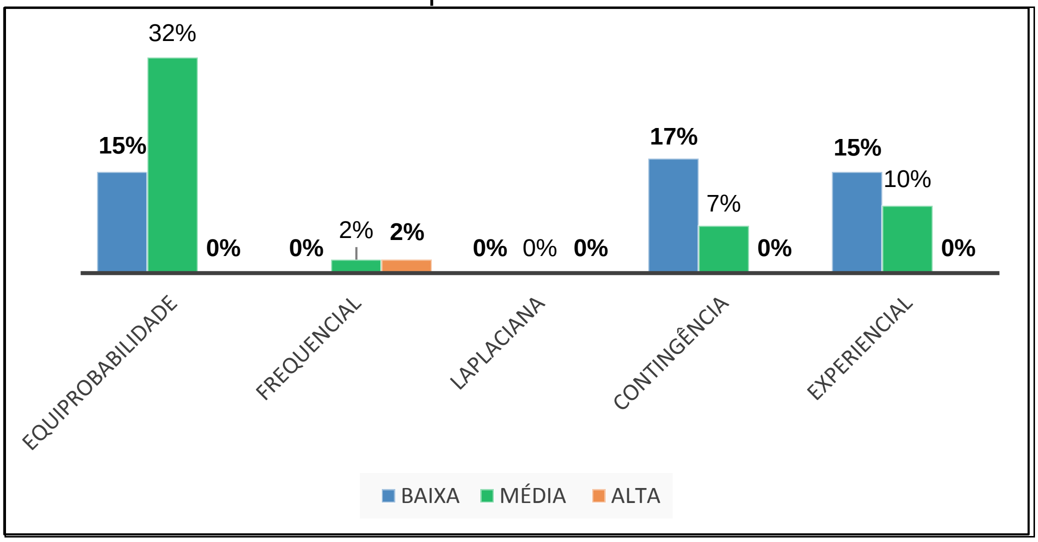
Com este fato, queremos destacar o quanto a ideia de probabilidade ainda está arraigada à subjetividade, a partir da observação de que, para esses professores, o que parece importar é o valor do prêmio e não a estimativa de probabilidade.

Destacamos que, em relação às argumentações utilizadas pelos participantes, observamos uma porcentagem de 27% (22% considera baixa e 5% considera média), de professores que baseiam suas estimativas na razão entre os casos favoráveis e os casos possíveis do evento, ou seja, pelo viés clássico de probabilidade.

A seguir, apresentamos o Gráfico 10 referente a questão 9 que está inserida no contexto físico/natural.

Questão 9: A chance de amanhecer um dia frio em 4 de junho é...

Gráfico 10: Estimativa de probabilidade no contexto físico/natural



Fonte: Dados da pesquisa

(B) Baixa (M) Média (A) Alta.

- Contingência – Porque em junho há menos dias frios do que dias quentes;
- Equiprobabilidade – Pois é igualmente possível ser frio ou não;

- Frequencial – Porque, nessa época, é natural que aconteça muitas vezes;
- Laplaciana – Porque, de acordo com os relatórios de tempo, há cerca de 2 dias por semana, de madrugadas frias em junho; e
- Experiencial – Porque, na minha opinião...

Na Questão 9, observamos uma divisão entre as estimativas, 51% (soma das colunas em verde) a entendem como média, enquanto 47% (soma das colunas em azul), como baixa.

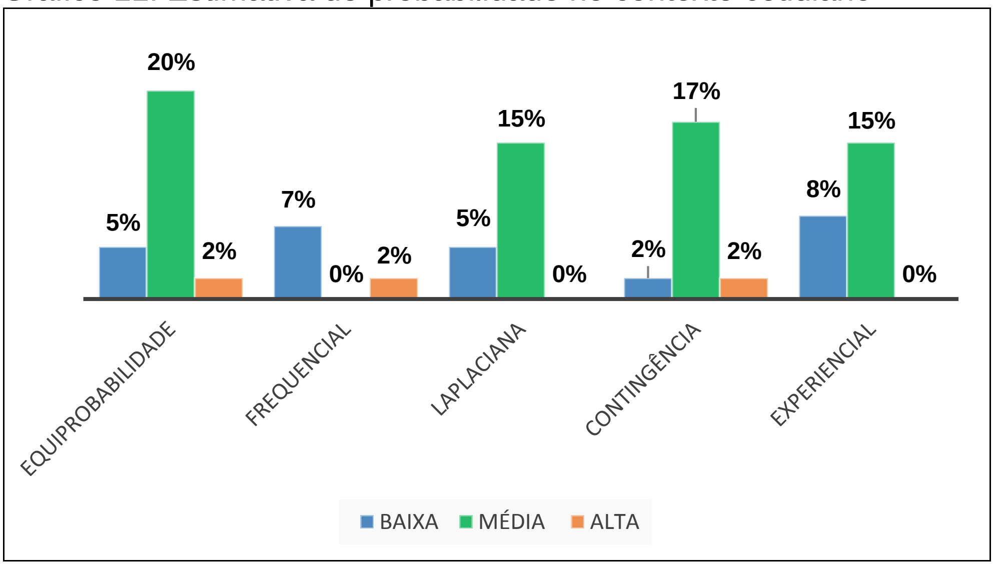
Em relação às justificativas, 47% dos pesquisados a fazem pelo viés de equiprobabilidade, ou seja, na igual possibilidade de ocorrência entre os resultados do evento, enquanto 24% pautam-se na comparação entre os casos favoráveis e os desfavoráveis do evento (contingência).

Por outro lado, um quarto dos participantes justifica suas respostas com base em experiências pessoais. Para esses professores, os critérios pautados em suas vivências são os que determinam suas escolhas e, nesse caso, outros fatores não parecem ser considerados por esses professores.

Por fim, trazemos o Gráfico 11 apresenta a questão7 que está inserida no contexto do cotidiano.

Questão 7: A chance que eu tenho de ser selecionado para trabalhar em uma determinada escola é...

Gráfico 11: Estimativa de probabilidade no contexto cotidiano



Fonte: Dados da pesquisa

(B) Baixa (M) Média (A) Alta.

- Contingência – Porque é o esperado, comparando minhas chances a favor e contra a consegui-lo;
- Laplaciana – Porque analisando o número de candidatos, há 188 professores interessados em trabalhar nessa escola;
- Equiprobabilidade – Porque eu tenho a mesma chance de conseguir ou não;
- Frequencial – Porque é mais natural que assim aconteça, quando me candidatar; e
- Experiencial – Porque, na minha opinião...

Em relação às questões aqui analisadas, a Questão 7 é a que apresenta maior estimativa de probabilidade, pois observa-se que 67% (soma das colunas em verde) dos professores pesquisados entendem, como média a estimativa de obter sucesso da situação mostrada na questão. Por outro lado, a porcentagem dos que entendem como baixa a probabilidade de ocorrência do evento analisado é 27% (soma das colunas em azul).

Quando observamos quais foram os argumentos que estes professores utilizaram para suas justificativas, vemos que há uma distribuição dos argumentos disponibilizados aos participantes. A distribuição ficou definida da seguinte forma: equiprobabilidade 27%; experiencial 23%; contingência 21%; Laplaciana 20% e Frequencial 9%. Destacamos a porcentagem que justifica suas respostas baseadas em critérios, frutos da experiência pessoal (experiencial).

A partir da organização dos dados coletados nas questões que envolvem a estimativa de probabilidade de eventos incertos, trazemos a terceira questão secundária levantada no início de nossa pesquisa: "*Quais argumentos são usados por esses professores para atribuir um valor à probabilidade de ocorrência de um evento resultante de uma experiência aleatória?* "

Entendemos que o argumento mais utilizado pelos professores participantes diz respeito à comparação entre casos favoráveis e os desfavoráveis, ou seja, de acordo com categorização elaborada por Cardeñoso (1998), esses professores pertencem ao grupo que ele denomina de contingência, pois baseiam suas argumentações de estimativas neste tipo de comparação.

Na sequência das argumentações utilizadas pelos participantes de nossa pesquisa, observamos o grupo de professores que se pauta na equiprobabilidade para estimar a probabilidade de ocorrência de eventos incertos, ou seja, que os resultados dos mesmos têm igual possibilidade de ocorrer.

A terceira argumentação mais usada está baseada em critérios, frutos das experiências pessoais, ou seja, para este grupo de professores o fator “experiência pessoal” é determinante para estimação de probabilidade da ocorrência de um determinado evento incerto.

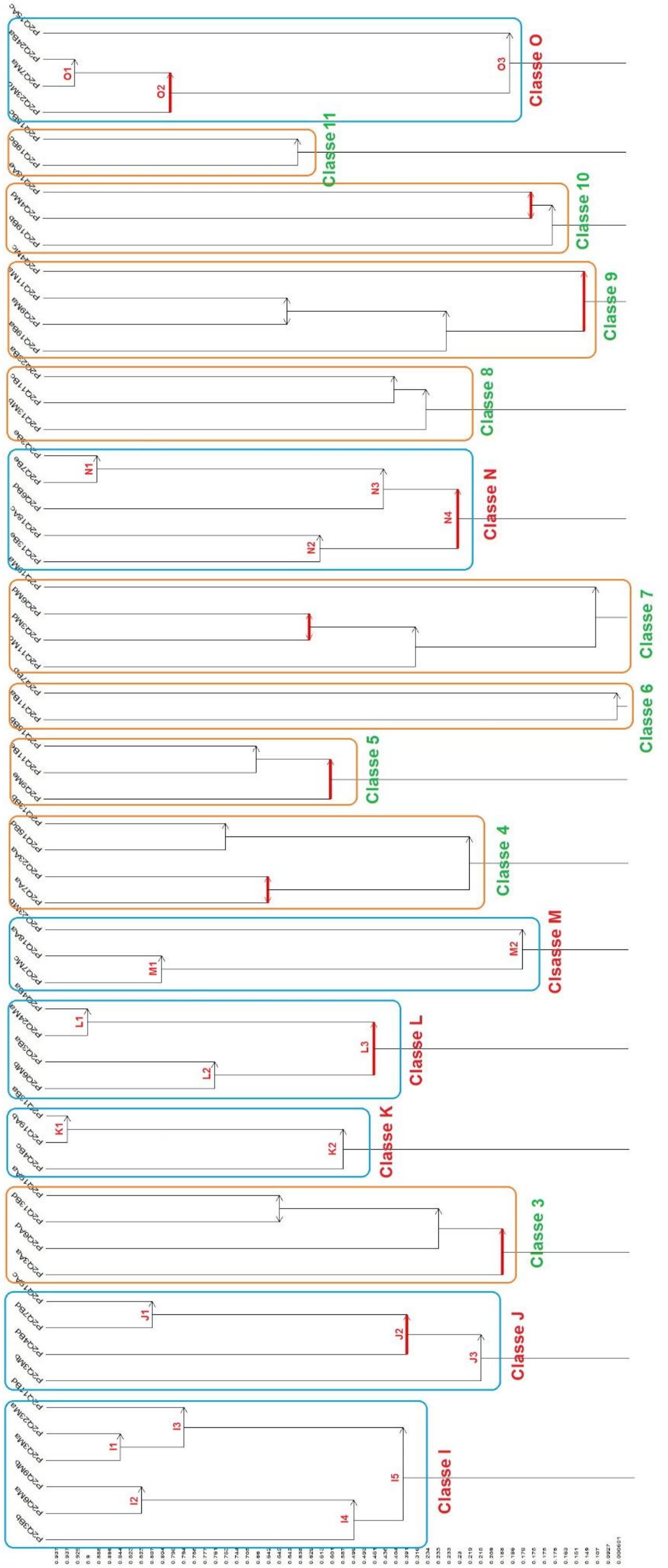
Percebemos que as questões que pertencem ao contexto de jogos apresentam argumentações fundamentadas na comparação entre os casos favoráveis e os desfavoráveis. Para Cardeñoso (1998), esses professores pertencem ao grupo denominado contingência. No entanto, quando os contextos aos quais as questões estão inseridas ao cotidiano ou físico/natural; as argumentações usadas destacam a igual possibilidade de ocorrência entre os resultados do fenômeno observado; para Cardeñoso esses professores pertencem ao grupo denominado determinista.

Os resultados apresentados nos itens anteriores ajudar-nos-ão a interpretar as relações identificadas nas análise que seguem.

8.3. **A**nálise coesitiva

A seguir apresentamos a árvore coesitiva, possibilitada pelo CHIC, em realação adimensão probabilidade. Na sequência realizamos a análise dos grupos identificados.

Figura 28: Árvore coesitiva – dimensão probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa

Semelhante ao critério adotado na dimensão aleatoriedade para as escolhas das classes, também definimos um ponto nos coeficientes de coesão, afim de delimitar as classes formadas na dimensão probabilidade.

Em decorrência do elevado número de classes proporcionadas pelo CHIC, aumentamos o nível do índice de coesão, passamos do índice 0.7, utilizado na dimensão aleatoriedade, para o índice 0.8 na dimensão probabilidade. A justificativa para esta escolha está pautada na qualificação das classes, pois, quanto maior for o índice de coesão, maior será a probabilidade de ocorrência da mesma.

De acordo com o índice adotado na análise da dimensão probabilidade, um conjunto de agrupamentos formadas pelo CHIC não serão analisadas nesta pesquisa. As classes enumeradas de 3 a 11 se enquadram neste conjunto.

Em relação às classes que apresentarem mais de um tipo de argumentação, adotaremos o mesmo critério utilizado na dimensão aleatoriedade.

Quando ocorrer mais que um modelo de argumentações para a estimativa de probabilidades nos eventos apresentados no instrumento de pesquisa, o critério de escolha será a argumentação que mais aparecer no evento analisado. Em caso de igualdade nas argumentações, identificaremos a classe pela argumentação inserida no contexto de jogos. A justificativa para esta escolha já foi apresentada quando da análise da dimensão aleatoriedade (capítulo 7).

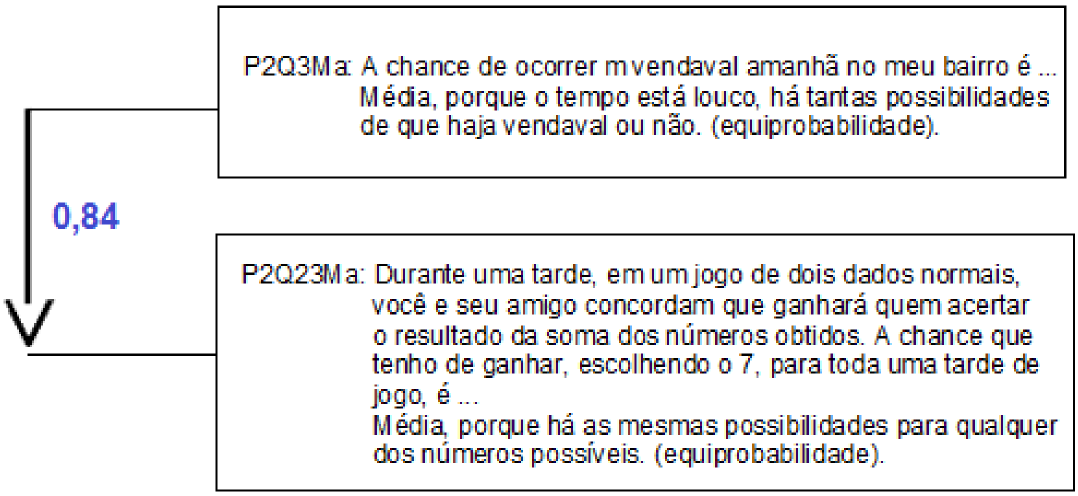
8.3.1. Estimativa de probabilidade

Semelhante ao que foi adotado para a dimensão aleatoriedade, aqui também apresentaremos para cada classe forma pelo CHIC, a sua subclasse representativa, as quais se comportam como síntese da classe em si.

O critério a ser utilizado é o mesmo utilizado na análise da dimensão aleatoriedade, ou seja, analisaremos as subclasses como maior índice de coesão.

Análise da Classe I

Figura 29: Subclasse I1 – equiprobabilidade / média



A

Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “I1”, formada pelos itens identificados P2Q3Ma e P2Q23Ma, tem variável típica P1Q12b com um risco de 0.0988. Esta variável identifica os professores que não cursaram e/ou não cursam alguma pós-graduação. Passamos a análise da Classe “I”.

Esses professores quantificam como média a estimativa da probabilidade quando a justificativa da argumentação está pautada na equiprobabilidade de ocorrência dos mesmos. Passamos a análise da Classe “I”.

Quadro 17: Classe I – equiprobabilidade / média

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q3Bb	Físico/Natural	Frequencial
P2Q6Ma	Jogo	Equiprobabilidade
P2Q9Mb	Físico/Natural	Equiprobabilidade
P2Q3Ma	Físico/Natural	Equiprobabilidade
P2Q23Ma	Jogo	Equiprobabilidade
P2Q11Bd	Físico/Natural	Frequencial

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “I” é P1Q6a com um risco de: 0.0377. Essa variável identifica professores que atuam a menos de dez ano no magistério.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

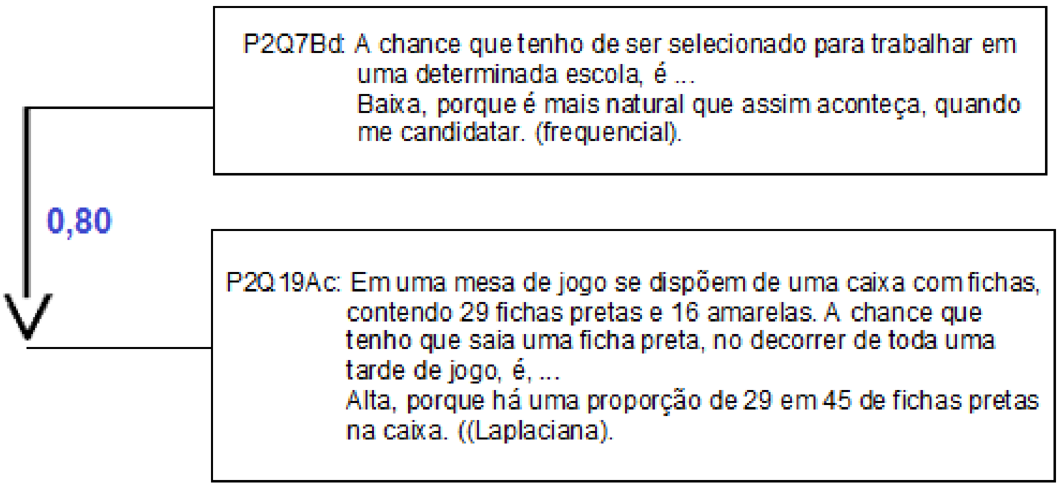
- P1Q8b com um risco de 0.215, ministram mais de 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II;
- P1Q4b com um risco de 0.249, concluíram sua graduação após o ano 2000; e
- P1Q2b com um risco de 0.251, possuem idade superior a 40 anos.

Muito embora para algumas questões os professores deste grupo terem justificado alguns eventos inseridos no contexto físico/natural pelo viés frequentista, na maior parte das vezes as suas justificativas estão pautadas na equiprobabilidade de ocorrência dos mesmos, com estimativa média de ocorrência dos eventos abordados.

Tanto por Azcárate (1995) como por Cardeñoso (1998) esse grupo foi identificado como causalidade, pois justificam devido as diversas causas que podem interferir/agir no decorrer do evento e, na ausência de controle, estabelece a igualdade das possibilidades.

Análise da Classe J

Figura 30: Subclasse J1 – frequencial / baixa



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “J1”, formada pelos itens identificados P2Q7Bd e P2Q19Ac, tem variável típica P1Q4b com um risco de 0.0164. Esta variável identifica os professores com conclusão da graduação posterior ao ano 2000. Analisaremos a Classe “J”.

Quadro 18: Classe J – frequencial / baixa

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q3Mb	Físico/Natural	Frequencial
P2Q4Bd	Jogo	Frequencial
P2Q7Bd	Físico/Natural	Frequencial
P2Q19Ac	Físico/Natural	Laplaciana

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “J” é P1Q4b com um risco de 0.0294. Essa variável identifica professores que concluíram sua graduação após o ano 2000.

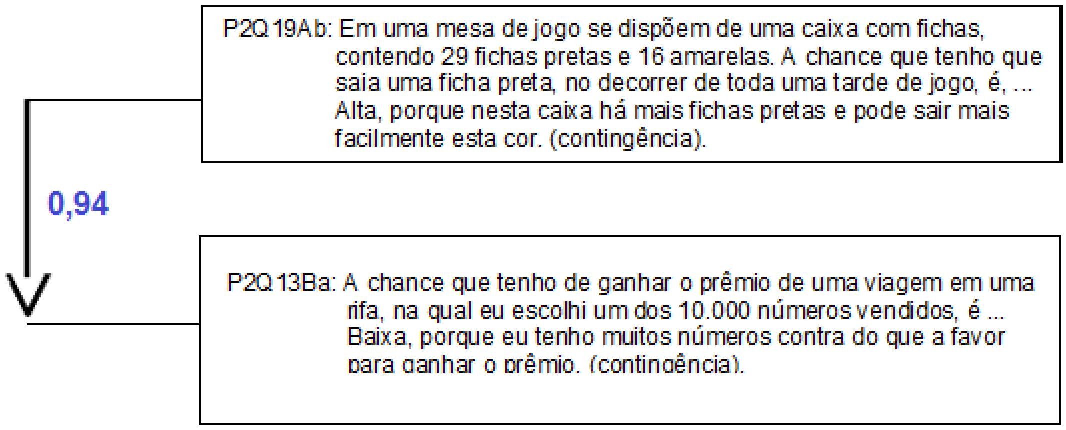
Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q6a com um risco de 0.0377, atuam a menos de dez ano no magistério;
- P1Q12a com um risco de 0.135, possuem idade inferior a 40 anos; e
- P1Q8a com um risco de 0.249, ministram até 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II.

Esse grupo de professores se caracterizam pela habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos. De acordo com Azcárate (1995) estimam ajustando-se as tarefas. Para Cardeñoso (1998) nesse grupo de professores há certa compreensão das distintas interpretações do modelo probabilístico, como pode ser o clássico ou o frequentista e certa capacidade de aplicação em determinados casos. Identificamos este grupo como incerteza.

Análise da Classe K

Figura 31: Subclasse K1 – contingência / baixa



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “K1”, formada pelos itens identificados P2Q19Ab e P2Q13Ba, tem variável típica P1Q12b com um risco de 0.197. Esta variável identifica os professores possuem idade superior a 40 anos. Passemos a análise da Classe “K”.

Quadro 19: Classe K – contingência / baixa

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q4Bc	Cotidiano	Contingência
P2Q19Ab	Jogo	Contingência
P2Q13Ba	Jogo	Contingência

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “K” é P1Q12b com um risco de 0.197. Essa variável identifica professores que possuem idade superior a 40 anos.

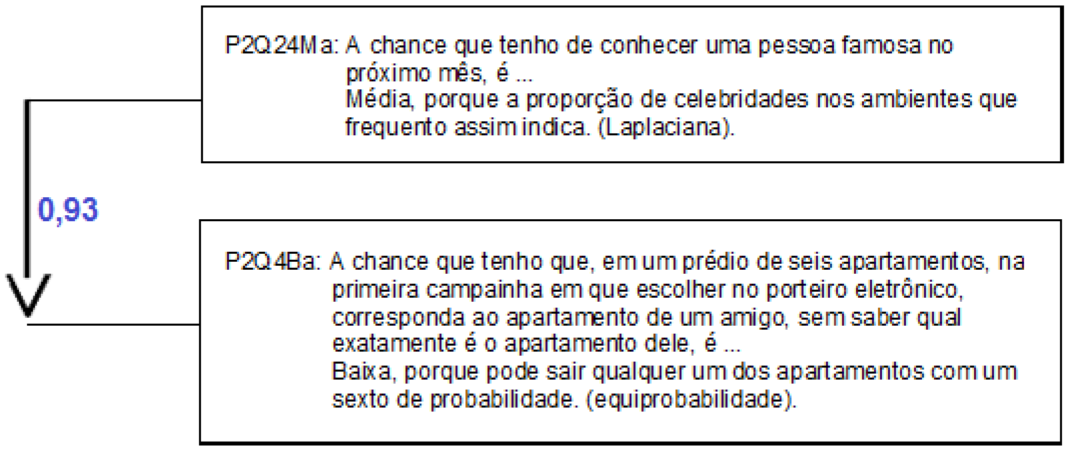
Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q6b com um risco de 0.268, atuam a mais de dez ano no magistério;
- P1Q4a com um risco de 0.27, concluíram sua graduação até o ano 1999; e
- P1Q8b com um risco de 0.27, ministram mais de 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II.

Esse grupo de professores é identificado como contingência. È formado por respondentes que apoiam as suas argumentações pela contingência com comparações aditivas das possibilidades de ocorrência de um fenômeno.

Análise da Classe L

Figura 32: Subclasse L1 – equiprobabilidade / baixa



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “L1”, formada pelos itens identificados P2Q24Ma e P2Q4Ba, tem variável típica P1Q12b com um risco de 0.0635. Esta variável identifica os professores que não cursaram nem cursam alguma pós-graduação. Passemos a análise da Classe “L”.

Quadro 20: Classe L – equiprobabilidade / baixa

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q6Mb	Jogo	Frequencial
P2Q3Ba	Físico/Natural	Equiprobabilidade
P2Q24Ma	Cotidiano	Laplaciana
P2Q4Ba	Cotidiano	Equiprobabilidade

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “L” é P1Q2a com um risco de 0.118. Essa variável identifica professores que possuem idade inferior a 40 anos.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q8a com um risco de 0.28, ministram um número menor que 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II; e
- P1Q4b com um risco de 0.28, concluíram sua graduação após o ano 2000.

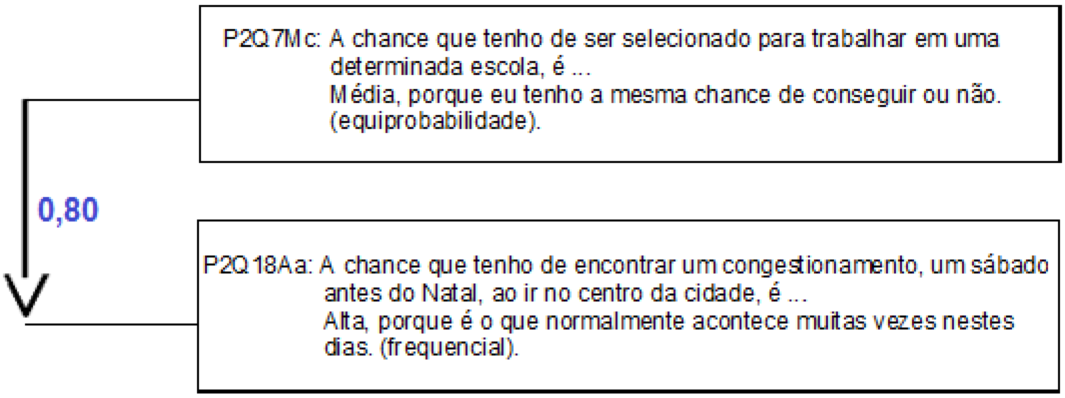
Devido a gama de alternativas para as respostas apresentadas, pelos professores participantes da pesquisa, na análise coesitiva foram identificados dois grupos que se pautam na equiprobabilidade de ocorrência do evento.

O primeiro grupo que identificamos a partir deste modelo de argumentação é o grupo formado na Classe “I” que estimavam a probabilidade de ocorrência como média. O segundo grupo identificado está na Classe “L” que estima como baixa a probabilidade de ocorrência do evento.

Em relação a argumentação utilizada, tanto o grupo que forma a Classe “I” como o que forma a Classe “L”, argumentam a partir da equiprobabilidade e, na ausência de controle, estabelece a igualdade das possibilidades.

Análise da Classe M

Figura 33: Subclasse M1 – frequencial / média



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “M1”, formada pelos itens identificados P2Q7Mc e P2Q18Aa, tem variável típica P1Q12b com um risco de 0.266. Esta variável identifica os professores que não cursaram nem cursam alguma pós-graduação. Passemos a análise da Classe “M”.

Quadro 21: Classe M – frequencial / média

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q7Mc	Cotidiano	Equiprobabilidade
P2Q18Aa	Cotidiano	Frequencial
P2Q23Mb	Jogo	Frequencial

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “M” é P1Q2a com um risco de 0.04. Essa variável identifica professores que possuem idade inferior a 40 anos.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

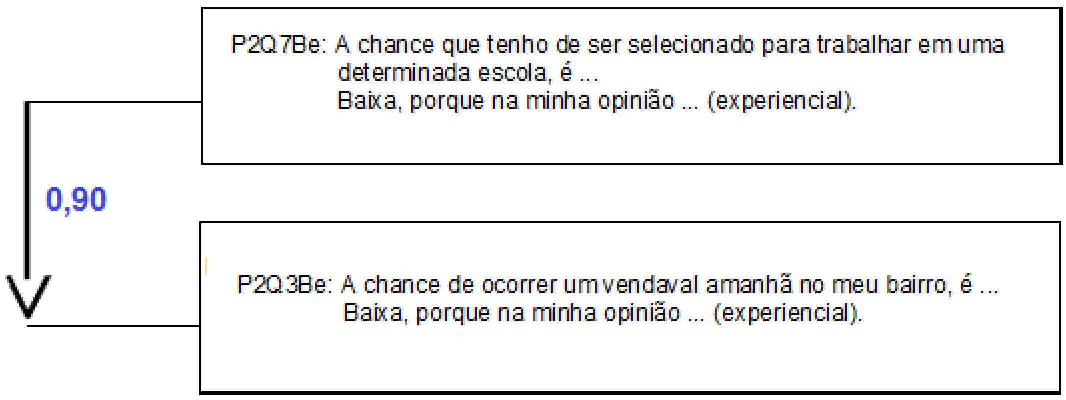
- P1Q4b com um risco de 0.044, concluíram sua graduação após o ano 2000:
- P1Q8b com um risco de 0.191, ministram um número maior que 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II; e
- P1Q6a com um risco de 0.222, atuam a menos de dez ano no magistério.

Semelhante ao que ocorreu com os grupos de professores que argumentam pelo viés da equiprobabilidade, mas estimam de forma diferente a probabilidade de ocorrência dos eventos em questão, para as argumentações pautadas pelo viés frequencial também foram identificados dois grupos que se diferenciam pelo grau de estimação da probabilidade de ocorrência dos eventos analisados.

Dessa forma, para o grupo identificado na Classe “M”, mantemos a definição apresentada para a Classe “J”, que também estimaram pelo viés frequencial e estimaram como baixa a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados, enquanto o grupo identificado na Classe “M”, estimou como média tais probabilidade.

Análise da Classe N

Figura 34: Subclasse N1 – experiencial / baixa



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “N1”, formada pelos itens identificados P2Q7Be e P2Q3Be, tem variável típica P1Q6a com um risco de 0.0972. Esta variável identifica os professores que atuam a menos de dez ano no magistério. Passemos a análise da Classe “N”.

Quadro 22: Classe N – experiencial / baixa

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q13Be	Jogo	Experiencial
P2Q18Ac	Cotidiano	Contingência
P2Q6Bd	Jogo	Laplaciana
P2Q7Be	Cotidiano	Experiencial
P2Q3Be	Físico/Natural	Experiencial

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “N” é P1Q6a com um risco de 0.0972. Essa variável identifica professores que atuam a menos de dez ano no magistério.

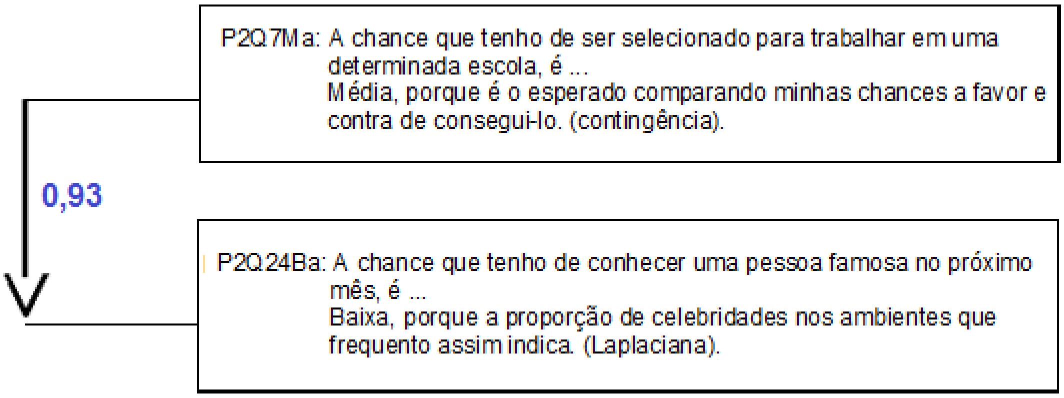
Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q4b com um risco de 0.105, concluíram sua graduação após o ano 2000:
- P1Q8a com um risco de 0.105, ministram um número menor que 24 aulas semanais de matemática no ensino fundamental II; e
- P1Q2b com um risco de 0.226, possuem idade superior a 40 anos.

O grupo de professores identificados na Classe “N”, apresentam estimativas argumentadas a partir da experiência utilizam argumentos experienciais ou pessoais. Segundo Azcárate (1995), esses professores apresentam raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo. Respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações, dependendo da experiência pessoal. Cardeñoso (1998) identificou este grupo como personalista.

Análise da Classe O

Figura 35: Subclasse O1 – Laplaciana / média



Fonte: Dados da pesquisa

A Subclasse “O1”, formada pelos itens identificados P2Q7Ma e P2Q24Ba, tem variável típica P1Q2a com um risco de 0.169. Esta variável identifica os professores que possuem idade inferior a 40 anos. Passemos a análise da Classe “O”.

Quadro 23: Classe O – Laplaciana / média

Variável	Contexto	Argumentação
P2Q23Mc	Jogo	Laplaciana
P2Q7Ma	Cotidiano	Contingência
P2Q24Ba	Cotidiano	Laplaciana
P2Q15Ac	Físico/Natural	Contingência

Fonte: Dados da pesquisa

A variável típica da Classe “O” é P1Q4a com um risco de 0.218. Essa variável identifica professores que concluíram sua graduação até o ano de 1999.

Outras variáveis que apresentam baixo risco são:

- P1Q6b com um risco de 0.259, atuam a mais de dez ano no magistério; e

P1Q12a com um risco de 0.359, cursaram ou cursam alguma pós-graduação.

Cardeñoso (1998) identificou este grupo como determinista, pois apresenta uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estima fundamentando-se em argumentos Laplacianos e contingentes.

> Desenvolvem estratégias dominadas por modelos deterministas causais nos quais não se percebe nenhum raciocínio estocástico, nem são subjacentes à não percepção do aleatório.

A partir da análise, buscaremos responder à segunda parte da questão secundária que trata das concepções probabilísticas: "*Quais concepções sobre probabilidade e aleatoriedade emergem a partir das questões anteriores?* "

Em relação a esta questão, nas análises realizadas, foram identificados cinco grupos de respondentes que foram caracterizados, de acordo com as argumentações usadas em suas respostas.

O primeiro grupo que emerge das análises realizadas é identificado como causalidade, este grupo concentra o maior número de componentes. Apoiam-se no uso de estimações argumentadas a partir de equiprobabilidade, na ausência de controle estabelecido à igualdade das possibilidades. Como já apontado no corpo deste texto, podemos observar uma forte influência dos livros didáticos tal como discutido anteriormente.

Um segundo grupo identificado e que apresenta um menor número de indivíduos ao qual denominamos grupo incerteza, tem como característica uma relativa compreensão das distintas interpretações do modelo probabilístico, como pode ser o clássico ou o frequentista e certa capacidade de aplicação em determinados casos. Habitualmente, esta habilidade limita-se àqueles fenômenos que são familiares.

O terceiro grupo identificado como contingência, formado pelos sujeitos de nossa pesquisa que apoiam as suas argumentações ora pelo viés Laplaciano (clássico), ora pela contingência com comparações aditivas das possibilidades de ocorrência de um fenômeno.

O quarto grupo que emerge das análises realizadas é identificado como personalista, formado por por professores que pautam as justificativas de suas argumentações a partir da experiência, utiliza argumentos experienciais ou pessoais

Este grupo apresenta ideias contraditórias em suas argumentações, por esse motivo o identificamos como indefinidos.

O quinto grupo identificado que denominamos deterministas é composto por indivíduos que tendenciam a estimar a probabilidade de um evento a partir de uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estimado, desde os argumentos Laplacianos aos de equiprobabilidade. Fazem uso da argumentação clássica, mesmo quando não se é possivel identificar todos os eventos possíveis.

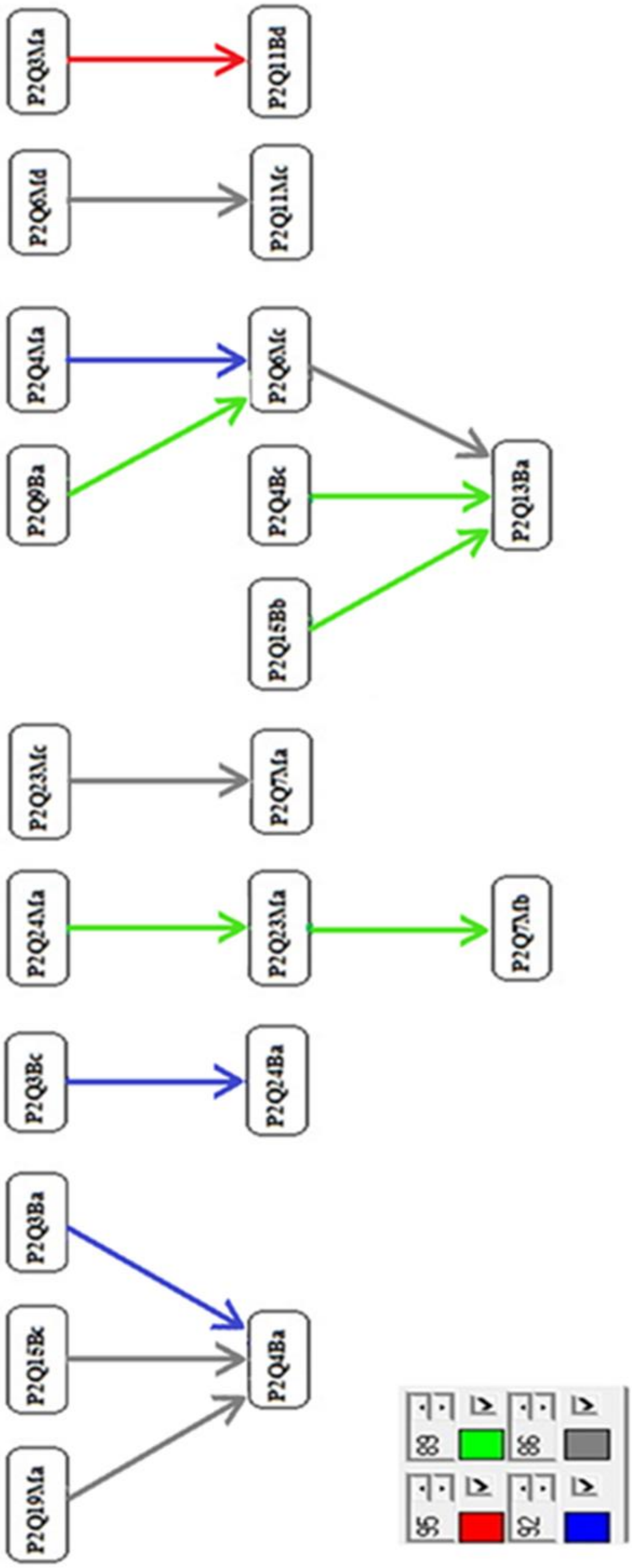
Diante de exposto, entendemos ter sido possível a identificação das concepções utilizadas pelos professores participantes de nossa pesquisa, no que tange às ideias de aleatoriedade e probabilidade. A seguir, traremos a análise implicativa da dimensão probabilidade

8.4. **A**nálise implicativa

A Figura 21 apresenta o grafo implicativo, no qual se destacam as implicações definidas pelas cores das setas que estão relacionadas com os índices determinados durante o processo de submissão dos dados coletados no *software* CHIC, com o intuito de obter os grafos de implicação. Observa-se que:

- ✓ Setas vermelhas – implicação de 0,95;
- ✓ Setas azuis – implicação de 0,92;
- ✓ Setas verdes – implicação de 0,89; e
- ✓ Setas cinzas – implicação de 0,86.

Figura 36: Grafo implicativo: dimensão probabilidade



Fonte: Dados da pesquisa

Destacamos que, semelhante ao ocorrido na dimensão aleatoriedade, quando da análise implicativa dos dados, no qual identificamos grupos com as mesmas argumentações, mas que, no entanto, estimavam de forma diferente a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados. Este fato ocorreu com os grupos denominados determinista e contingência.

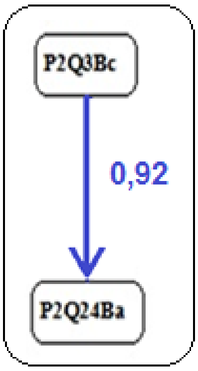
Adotando o mesmo critério, apresentaremos os dois grupos que serão analisados de forma conjunta, destacando, porém, as estimativas adotadas por cada grupo.

Grupo determinista

De acordo com Cardeñoso (1998), este grupo apresenta uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estima desde argumentos Laplacianos e eventualmente pelo viés da equiprobabilidade.

A seguir trazemos o grupo de professores que argumentam pelo viés clássico (Laplaciano) e que estimam a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados como baixa

Figura 37: Implicação – determinista / baixa

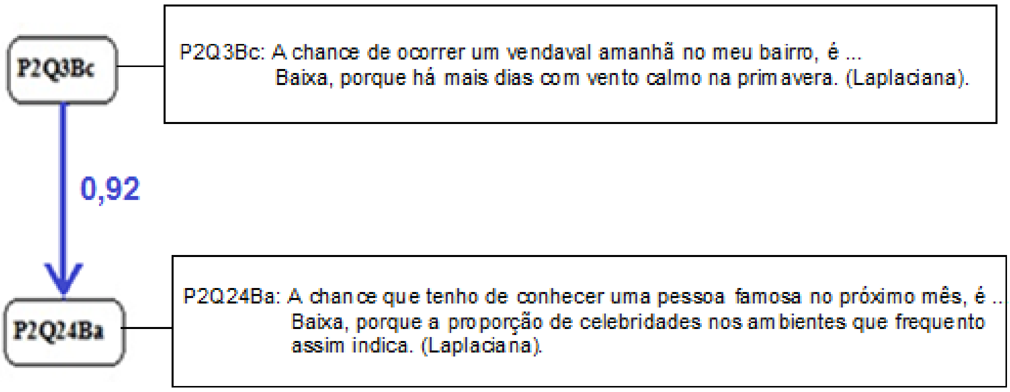


Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 40, na qual o índice adotado está em torno de 0,92 na cor azul, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q3Bc, então, provavelmente, teremos P2Q24Ba com um índice de implicação igual a 0,92 de ocorrência dessa situação.

Os professores que responderam de acordo com as implicações descritas na Figura 40, justificam suas respostas apoiados no viés clássico (Laplaciano).

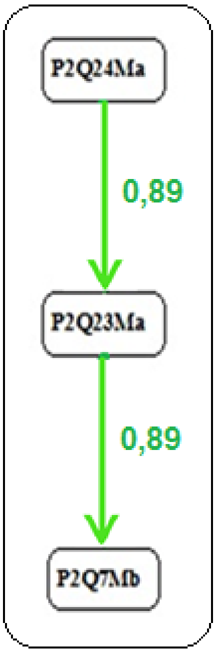
Figura 38: Grafo implicativo 1 – grupo determinista / baixa



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 41 apresentamos o grupo de professores que estimam como média a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados. Justificam suas argumentações pautados, ora pelo viés da equiprobabilidade, ora pelo clássico (Laplaciana), estimando como média a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados.

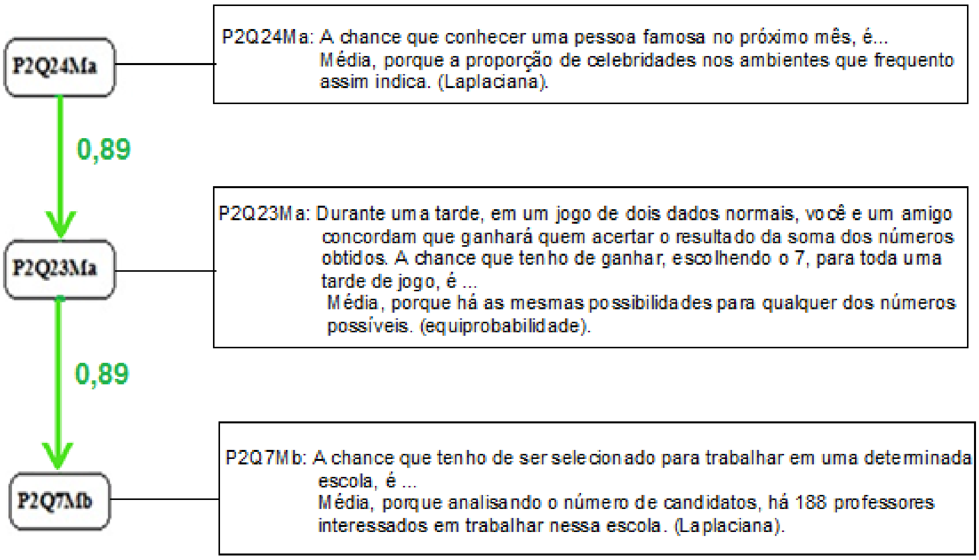
Figura 39: Implicação – determinista / média



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 42, na qual o índice adotado está em torno de 0,89 na cor verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q24Ma, então, provavelmente, teremos P2Q23Ma com um índice de implicação igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q7Mb com um índice de implicação igual a 0,89 para sua ocorrência

Figura 40: Grafo implicativo 1 – grupo determinista / média



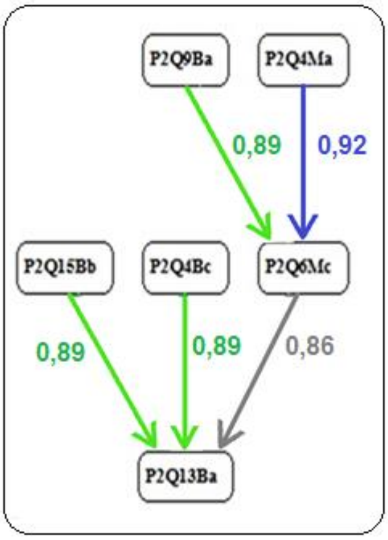
Fonte: Dados da pesquisa

Grupo contingência

Semelhante ao ocorrido no grupo determinista, também foram identificados dois grupos de professores que apresentavam estimativas diferentes para os mesmos modelos de argumentações.

A seguir trazemos o grupo de professores que pautam seus argumentos na contingência e estimam como baixa a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados.

Figura 41: Implicação – contingência / baixa

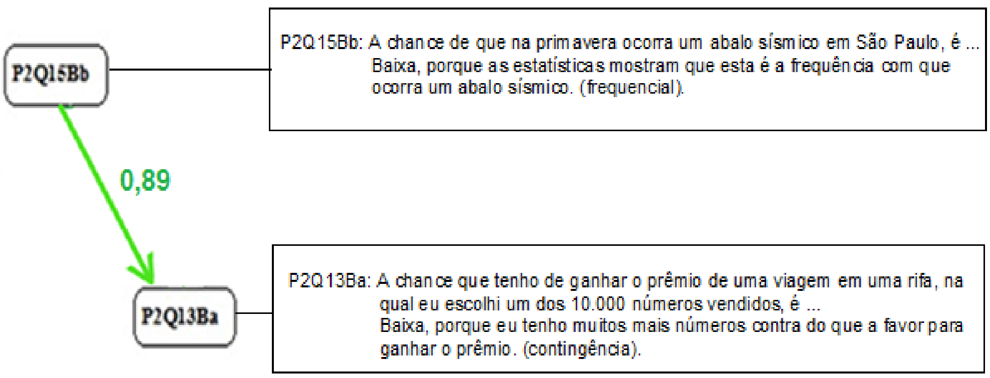


Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 44, na qual o índice adotado está em torno de 0,89 na cor verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q15Bb, então, provavelmente, teremos P2Q13Ba com um índice de implicação igual a 0,89 de ocorrência dessa situação.

Os professores que responderam de acordo com as implicações descritas na Figura 44, justificam suas respostas apoiados na contingência, ou seja, na comparação da diferença entre os casos de interesse e os casos possíveis. Os contextos aos quais estão inseridos os eventos descritos na Figura 44 são o físico/natural e o de jogos.

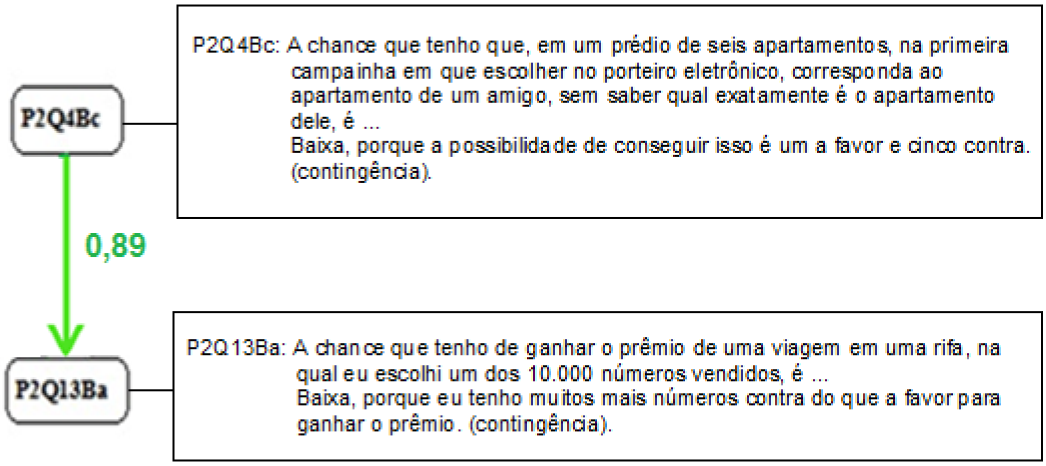
Figura 42: Grafo implicativo 1 – grupo contingência



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 45, na qual o índice adotado está em torno de 0,89 na cor verde, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q4Bc, então, provavelmente, teremos P2Q13Ba com um índice de implicação igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Os contextos abordados são o cotidiano é o de jogos.

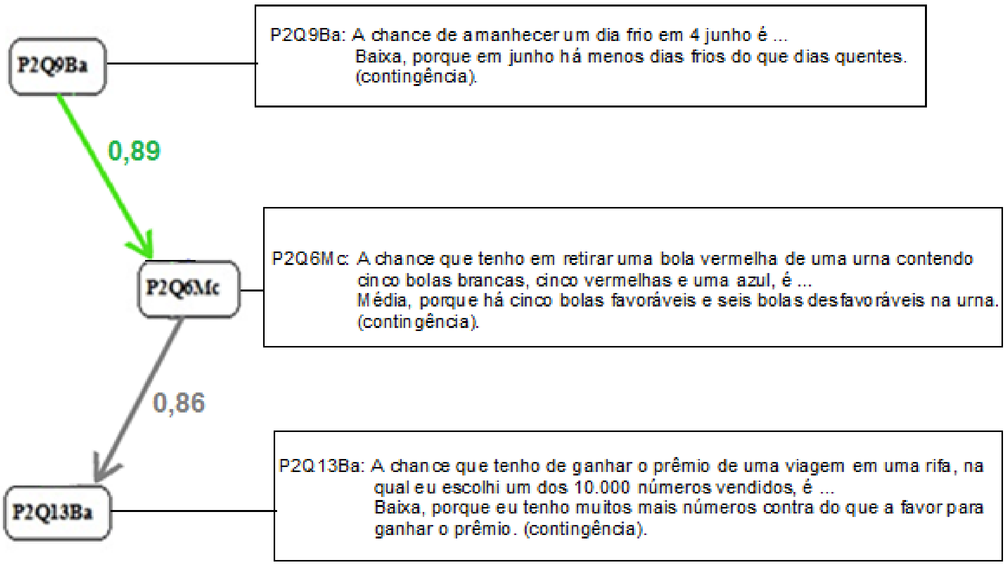
Figura 43: Grafo implicativo 2 – grupo contingência



Fonte: Dados da pesquisa

Já na Figura 46, na qual o índice adotado está em torno de 0,89 na cor verde e de 0,86 na cinza, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q9Ba, inserido no contexto físico/natural, então, provavelmente, teremos P2Q6Mc, inserido no contexto de jogos, com um índice de implicação igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Consequentemente, ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q13Ba, pertencente ao contexto de jogos, com um índice de implicação igual a 0,86 para sua ocorrência.

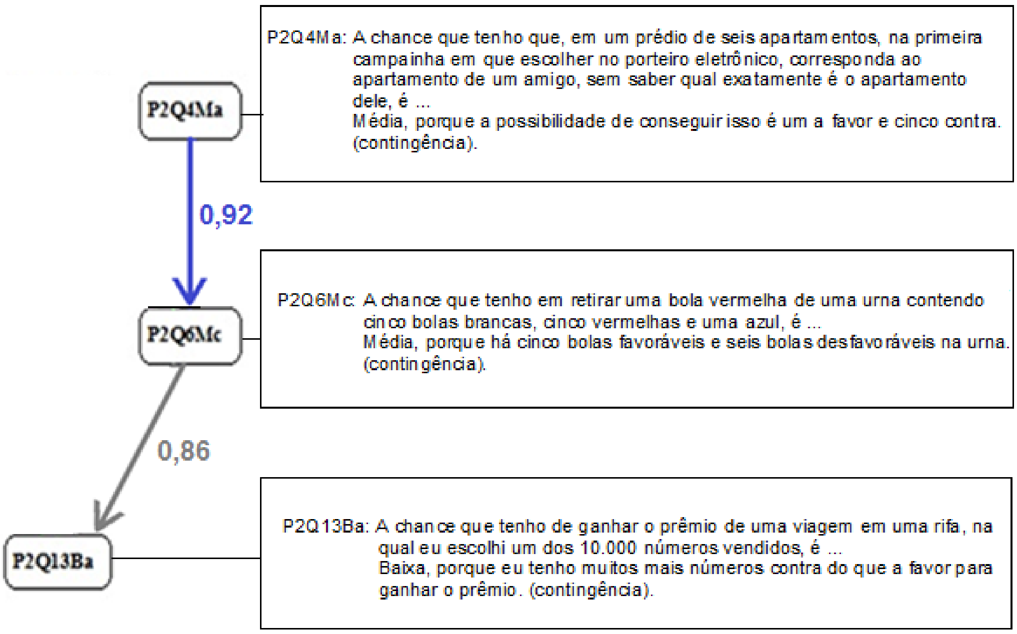
Figura 44: Grafo implicativo 3 – grupo contingência



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 47, na qual o índice adotado está em torno de 0,92 na cor azul e de 0,86 na cinza, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q4Ma, inserido no contexto físico/natural, então, provavelmente, teremos P2Q6Mc, inserido no contexto de jogos, com um índice de implicação igual a 0,89 de ocorrência dessa situação. Ocorrendo a situação descrita, então, provavelmente, observamos também P2Q13Ba, pertencente ao contexto de jogos, com um índice de implicação igual a 0,86 para sua ocorrência.

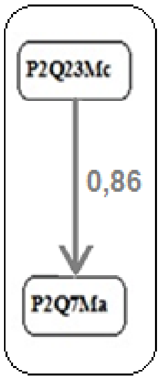
Figura 45: Grafo implicativo 4 – grupo contingência



Fonte: Dados da pesquisa

Passamos a apresentar a implicação determinada pelos professores que também argumentam pautados na contingência, mas que estimam como média a probabilidade de ocorrência dos eventos apresentados.

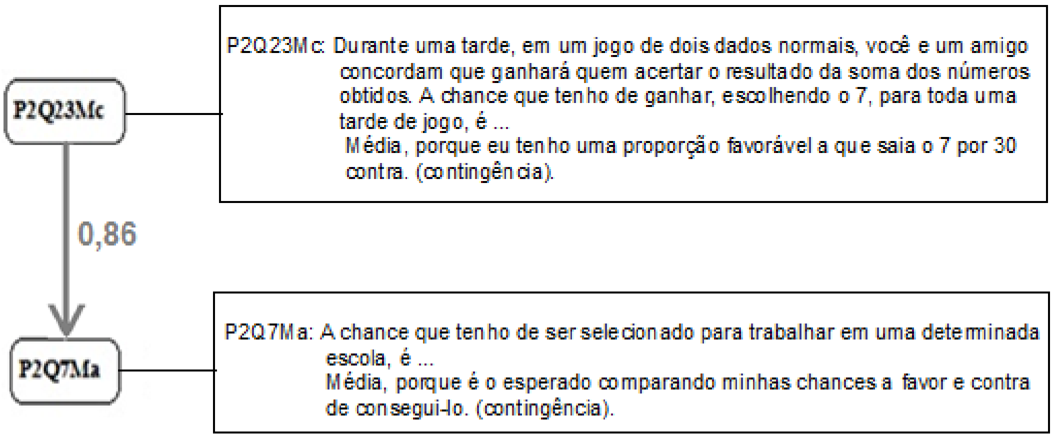
Figura 46: Implicação – contingência / média



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 49, na qual o índice adotado está em torno de 0,86 na cor cinza, a probabilidade de que observando P2Q23Mc, então, provavelmente, teremos P2Q7Ma com um índice de implicação igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

Figura 47: Grafo implicativo 2 – grupo contingência / média

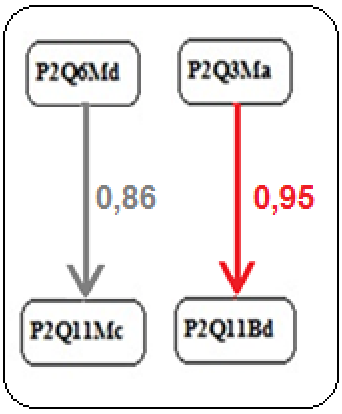


Fonte: Dados da pesquisa

Grupo incerteza

Segundo Cardeñoso (1998) os professores pertencentes a este grupo estimam ajustando-se as tarefas. De acordo com Azcárate (1995) possuem habilidade para selecionar e aplicar modelos normativos e sua relação com diferentes contextos e fenômenos.

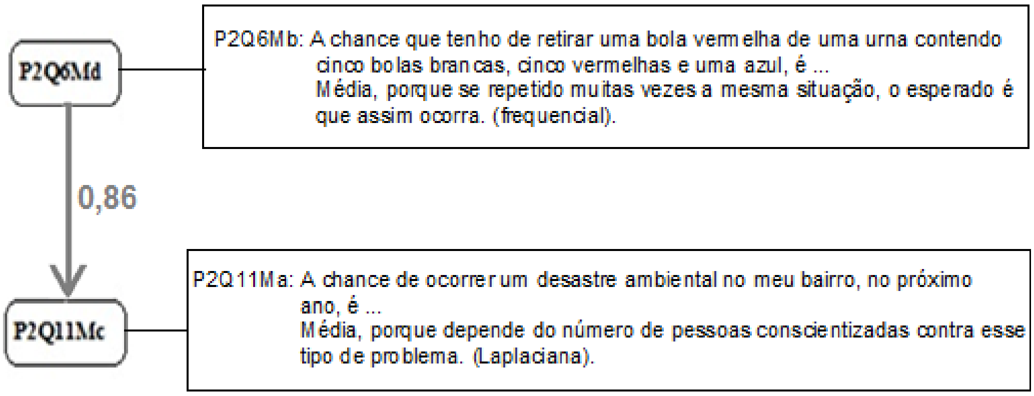
Figura 48: Implicação – incerteza / média



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 51, na qual o índice adotado está em torno de 0,86 na cor cinza, a probabilidade de que observando P2Q6Mb, então, provavelmente, teremos P2Q11Ma com um índice de implicação igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

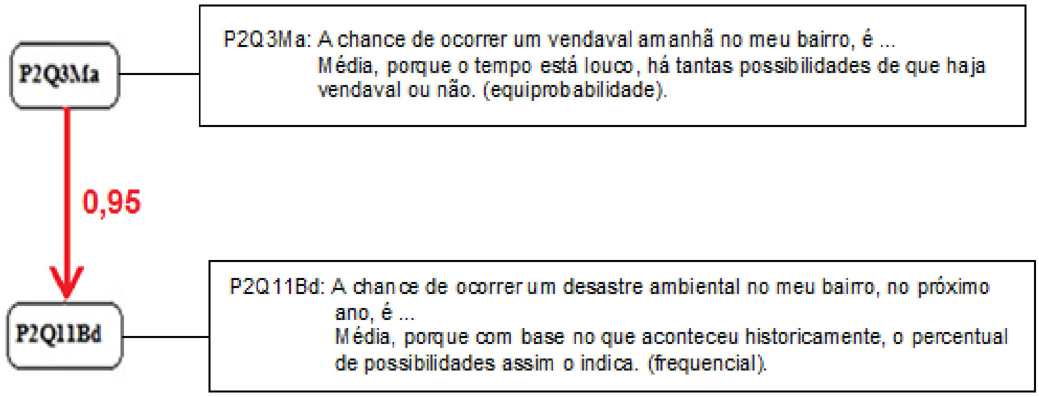
Figura 49: Grafo implicativo 3 – grupo determinista / média



Fonte: Dados da pesquisa

Por fim na Figura 52, na qual o índice adotado está em torno de 0,95 na cor vermelha, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q3Ma, então, provavelmente, teremos P2Q11Bd com um índice de implicação igual a 0,95 de ocorrência dessa situação.

Figura 50: Grafo implicativo 4 – grupo determinista / média



Fonte: Dados da pesquisa

Grupo causalidade

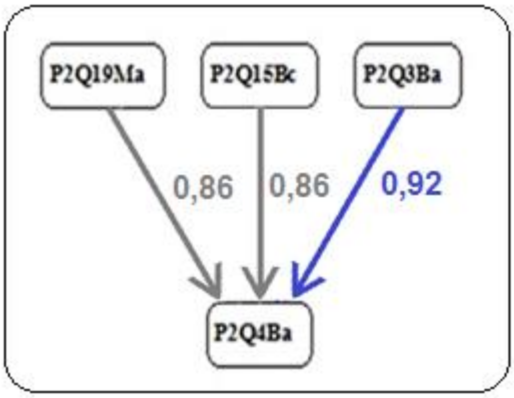
Para Cardeñoso (1998) este grupo de professores se caracterizam por apresentarem estimações argumentadas a partir da equiprobabilidade. Na ausência de controle, estabelece a igualdade das possibilidades.

Na nossa análise percebemos que esse grupo de professores também utilizaram argumentações pautadas na contingência dos eventos apresentados, no entanto optamos por identificá-los como causalidade uma vez que, duas das três implicações definidas partem de argumentações pautadas na equiprobabilidade, sendo que uma delas, a com índice de implicação de 0,92, está inserida no contexto de jogos.

A utilização desse critério é a mesma utilizada na dimensão aleatoriedade, na qual apontamos que de acordo com os trabalhos tanto de Lajolo (1996) como de Ramirez e Salcedo (2016), bem como da análise na coleção de livro didático trazida nesta pesquisa, vemos como fator preponderante a influência do livro didático na prática do professor de matemática do ensino básico.

Partindo deste critério, optamos por identificar este grupo como causalidade, pois de acordo com Cardeñoso (1998), apoiam suas justificativas de argumentações no viés da equiprobabilidade.

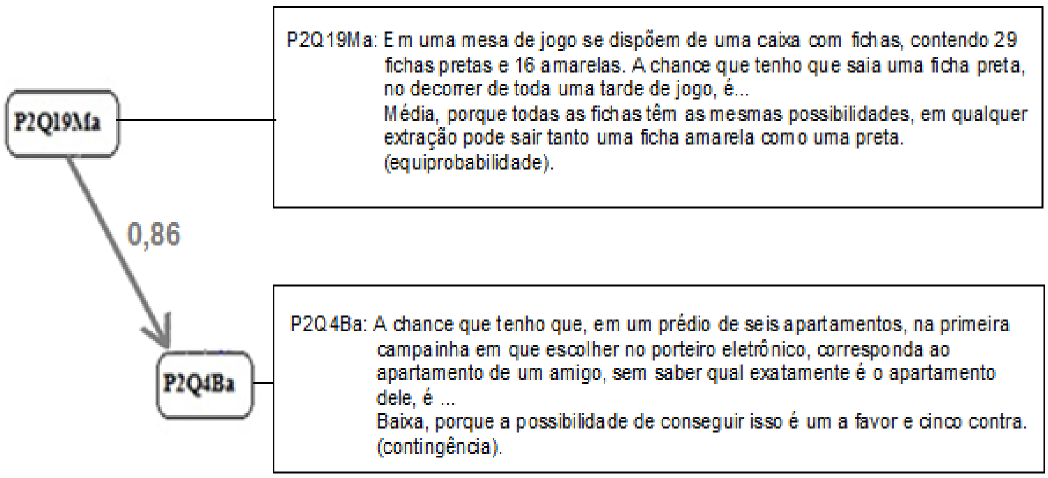
Figura 51: Implicação – causalidade / baixa



Fonte: Dados da pesquisa

A Figura 54, na qual o índice adotado está em torno de 0,86 na cor cinza, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q19Ma, então, provavelmente, teremos P2Q4Ba com um índice de implicação igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

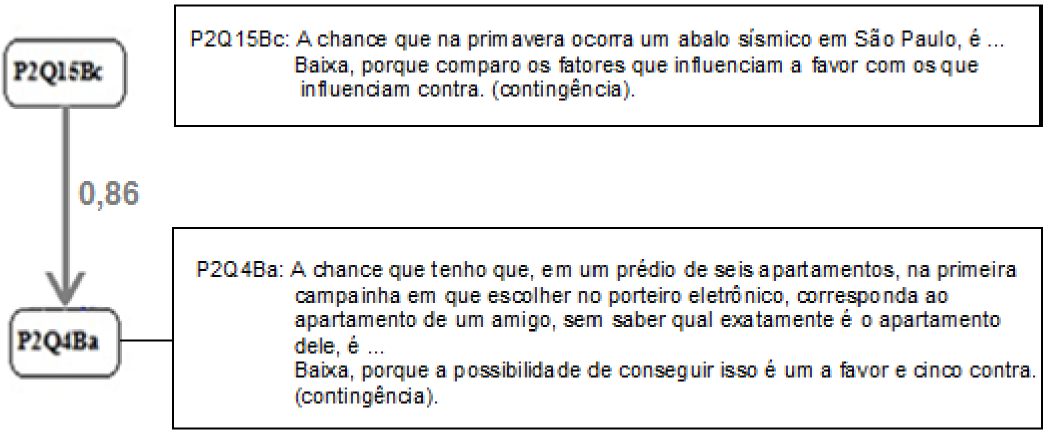
Figura 52: Grafo implicativo 1 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

Na Figura 55, na qual o índice adotado está em torno de 0,86 na cor cinza, ou seja, a probabilidade de que observando P2Q15Bc, então, provavelmente, teremos P2Q4Ba com um índice de implicação igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

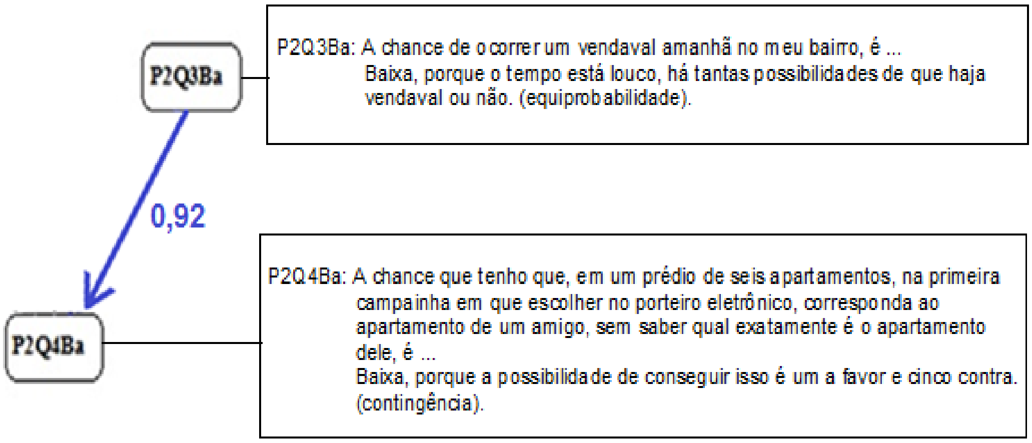
Figura 53: Grafo implicativo 2 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

Por fim na Figura 56, na qual o índice adotado está em torno de 0,92 na cor azul, a probabilidade de que observando P2Q3Ba, então, provavelmente, teremos P2Q4Ba com um índice de implicação igual a 0,86 de ocorrência dessa situação.

Figura 54: Grafo implicativo 3 – grupo causalidade



Fonte: Dados da pesquisa

Comparando os resultados entre as análises coesitiva e implicativa, observamos que quatro grupos de concepções sobre probabilidade emergem em ambas as análises: determinista; contingente; incerteza; causalidade.

Destacamos o fato das análises coesitiva e implicativa apresentarem um grupo distinto. Na árvore coesitiva foi identificado o grupo denominado personalista e o que não ocorreu na análise implicativa. Esta situação apresentada justifica a dupla análise dos dados referentes ao grupo de professores participantes, uma vez que, a análise apenas por uma dessas vias impossibilitaria a identificação deste ou daquele grupo.

Apresentamos no Quadro 24 as concepções em relação a probabilidade identificadas no grupo de professores pesquisados.

Quadro 24: Árvore coesitiva e grafo implicativo da dimensão probabilidade

Árvore coesitiva	Grafo implicativo
Causalidade: Apoiam-se no uso de estimações argumentadas a partir de equiprobabilidade, na ausência de controle estabelecido à igualdade das possibilidades.	Causalidade: Apresenta estimações argumentadas a partir de equiprobabilidade. Na ausência de controle, estabelece a igualdade das possibilidades
Deterministas: Tendenciam a estimar a probabilidade de um evento a partir de uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estimado, desde os argumentos Laplacianos a contingentes. Fazem uso da argumentação clássica, mesmo quando não se é possivel identificar todos os eventos possíveis.	Deterministas: Estimam, na maioria das vezes, a probabilidade de ocorrência do evento pelo enfoque Laplaciano. Por vezes, justifica suas respostas pela soma das possibilidades de a mesma ocorrer.
Incerteza: Apresentam uma certa compreensão das distintas interpretações do modelo probabilístico, como pode ser o clássico ou o frequentista e certa capacidade de aplicação em determinados casos. Habitualmente, esta habilidade limita-se àqueles fenômenos que são familiares.	Incerteza: Estima ajustando-se as tarefas. Escolhe entre as várias estratégias e significa sua manipulação.
Contingência: Apoiam as suas argumentações ora pelo viés Laplaciano (clássico), ora pela contingência com comparações aditivas das possibilidades de ocorrência de um fenômeno.	Contingência: Apresentam estimativas argumentadas a partir da contingência, como comparação aditiva de possibilidades.
Personalista: Estimações argumentadas a partir da experiência, utiliza argumentos experienciais ou pessoais	Não foram observados.

Fonte: O pesquisador

Na sequência de nossas considerações, traremos alguns encaminhamentos que julgamos pertinentes para futuras pesquisas relacionadas ao tema.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

> "E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria. "
>
> I Coríntios 13:2

Neste texto, buscamos discutir a identificação das concepções probabilísticas apresentadas por 41 professores que atuam no ensino fundamental II e participaram da pesquisa por meio da resposta ao questionário construído por Cardeñoso, e adaptado por nós nesse trabalho de pesquisa.

Assumindo que "as concepções dos professores (suas crenças, visões e preferências) sobre o conteúdo e seu ensino desempenham um papel importante no que se refere à sua eficiência entre mediadores primários entre o conteúdo e os alunos", tal como proposto por Thompson (1997, p. 12), buscamos interpretar as relações identificadas por meio da análise coesitiva e de similaridade de dados à luz das concepções probabilísticas apresentadas por Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998), bem como pela definição de letramento probabilístico apontado por Gal (2005).

Ao revisitarmos nosso objetivo geral de *analisar as concepções de probabilidade e aleatoriedade de professores que atuam no ensino básico, quando estes se defrontam com questões que envolvem os temas probabilidade e aleatoriedade*, trazemos nossa questão de pesquisa com o propósito de apresentar nossas conclusões sobre os resultados obtidos.

O objetivo geral nos levou a formular a seguinte questão de pesquisa: *"Quais concepções sobre aleatoriedade e probabilidade emergem de um grupo de professores que atua no ensino básico, em situação de resolução de problemas? "*

Para responder a esta questão, elaboramos um conjunto de três questões secundárias e para cada uma destas objetivos específicos, que possibilitaram responder tais questões. Entendemos ser oportuno reapresentá-las para que o leitor entenda o caminho percorrido no desenvolvimento desta pesquisa.

Questão 1: *“Quais argumentos os professores utilizam para o reconhecimento dos fenômenos aleatórios? ”*

Para responder esta questão, elaboramos o seguinte objetivo:

Objetivo 1: Analisar quais critérios são usados por professores do ensino básico para discriminar a natureza aleatória dos fenômenos de incerteza.

Concluímos que 40% dos professores pesquisados que reconhecem os fenômenos aleatórios, justificam suas argumentações por meio de critérios de incerteza. Enquanto 30% utilizam justificativas pautadas nas múltiplas possibilidades no desenvolvimento do fenômeno.

Por outro lado, cerca de 19% dos participantes da pesquisa fazem uso de argumentações baseadas em fatores causais, ou seja, para esse grupo de respondentes, diversas causas podem interferir no desenrolar do fenômeno e, com isso, identificar a possibilidade de sua ocorrência ou não fica prejudicada por esses fatores externos ao fenômeno, uma vez que a impossibilidade alegada por esse grupo está na manutenção do controle do evento.

Completando o quadro de professores pesquisados, identificamos um grupo composto por 11% que se pauta em experiências pessoais na justificativa de suas argumentações em relação ao reconhecimento de eventos aleatorios. Este grupo tem suas decisões relacionadas às suas próprias vivências ou a suas crenças.

Questão 2: “*Quais argumentos os professores usam para comparar a estimativa sobre a ocorrência de um evento incerto imerso em dois fenômenos diferentes?”*

Objetivo 2. Investigar quais estratégias são utilizadas pelos professores do ensino básico em relação à comparação sobre a incerteza.

Na busca de alcançar este objetivo, elaboramos a seguinte questão: *“Quais argumentos os professores usam para comparar a estimativa sobre a ocorrência de um evento incerto imerso em dois fenômenos diferentes?”*

O fator contexto foi de grande valia na conclusão de nossa pesquisa, uma vez que possibilitou identificarmos os argumentos utilizados por esses professores, de acordo com cada um dos contextos apresentados. Quando o contexto em pauta era o de jogos, as argumentações desses professores apoiavam-se na incerteza com considerável índice de reconhecimento dos eventos aleatórios. No entanto, quando os contextos usados nas questões estavam relacionados a situações do cotidiano ou físico/natural, as argumentações apareciam pelo viés da causalidade.

Entendemos que o bloco contexto apresentado por Gal (2005) corrobora o exposto no momento em que trouxemos as categorizações de Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998), mais especificamente, da importância revelada por esses autores à ideia de contexto, ou seja, o indivíduo deverá apresentar uma clara compreensão das noções de aleatoriedade e ser capaz de estimar probabilidades de eventos nos mais variados contextos.

Ressaltamos a necessidade da abordagem do tema probabilidade ser inserido em diversos contextos e não só no de jogos, algo muito comum nos livros didáticos mais utilizados pela rede pública de ensino. Compactuando com os diversos autores e pesquisadores que entendem a influência dos livros didáticos na prática dos professores do ensino básico, acreditamos ser oportuna a revisão dos pontos sugeridos pelo documento da Base Nacional Comum Curricular, que apresenta a ideia de revisão do material didático, mais especificamente, dos livros didáticos no que diz respeito à inserção, desde os anos iniciais do conceito de probabilidade , por conseguinte, uma reelaboração do material didático para atender a esta orientação.

Questão 3: *“Quais argumentos são usados por esses professores para atribuir um valor à probabilidade de ocorrência de um evento resultante de uma experiência aleatória?”*

Para respondermos esta questão, traçamos o seguinte objetivo:

Objetivo 3: Identificar quais critérios são empregados para justificar suas declarações relativas à estimativa de probabilidade.

Entendemos que o argumento mais utilizado pelos professores participantes diz respeito à comparação entre os casos favoráveis e os desfavoráveis, ou seja, de acordo com categorização elaborada por Cardeñoso

(1998), esses professores pertencem ao grupo que ele denomina de contingência, pois baseiam suas argumentações de estimativas neste tipo de proporção.

Vale ressaltar que probabilidade compara casos favoráveis com o conjunto de todos os casos possíveis.

Na sequência das argumentações utilizadas pelos participantes de nossa pesquisa, aparece o grupo de professores que se pauta na equiprobabilidade para estimar a probabilidade de ocorrência de eventos incertos, ou seja, que os resultados dos mesmos têm igual possibilidade de ocorrer.

A terceira argumentação mais utilizada está pautada em critérios-frutos das experiências pessoais, ou seja, para este grupo de professores o fator “experiência pessoal” é determinante para a estimação de probabilidade da ocorrência de um determinado evento incerto.

As questões que pertencem ao contexto de jogos apresentam argumentações pautadas em comparação entre os casos favoráveis e os desfavoráveis. Conforme Cardeñoso (1998), esses professores pertencem ao grupo denominado contingência. No entanto, quando os contextos aos quais as questões estão inseridas referem-se ao cotidiano ou físico/natural, as argumentações utilizadas destacam a igual possibilidade de ocorrência entre os resultados do fenômeno observado, de acordo com Cardeñoso, esses professores pertencem ao grupo denominado equiprobabilidade.

Retomamos a última questão secundária: “*Quais concepções sobre probabilidade e aleatoriedade emergem a partir das questões anteriores?*”

Em relação à aletoriedade, identificamos seis grupos de professores a partir do conjunto de respostas que estes apresentaram em suas justificativas para o reconhecimento ou não reconhecimento de eventos aleatórios inseridos nos contextos tratados.

O primeiro grupo identificado foi o indefinido. Esse grupo é representado por indivíduos que ofereceram Informações insuficientes para caracterizar sua forma de pensamento, uma vez que reconhecem poucos ou nenhum dos itens do questionário aplicado como aleatórios. Reconhecem a aleatoriedade com dificuldade e não apresentam explicações para os critérios utilizados.

Um segundo identificado foi dos deterministas. A característica principal deste grupo foi o baixo reconhecimento de aleatoriedade dos fenômenos apresentados e, quando este ocorre a justificativa é atribuída à falta de controle sobre as causas. Os dois dados fazem pensar que este grupo de sujeitos tem uma forte inclinação determinista em suas concepções. Outra característica observada no grupo está no fato de que o reconhecimento quando ocorre, se dá em situações de jogos, por serem estas imprevistas.

Um terceiro grupo identificado é o que utiliza argumentos causais (causalidade). Neste grupo, já existe um nível aceitável de reconhecimento de aleatoriedade. Mas, a maioria de suas justificações baseia-se em argumentos causais. Suas avaliações apoiam-se na falta de controle das causas que originam o fenômeno ora pelo desconhecimento das mesmas, ora por falta de controle do acaso. O reconhecimento da imprevisibilidade como característica do fenômeno aleatório é mínimo.

Também se observa o grupo da multiplicidade, cuja característica está no fato de seus integrantes apoiarem-se na utilização da multiplicidade e da incerteza, mas, apresenta um uso mínimo desta última argumentação. Outra característica dos sujeitos pertencentes a este grupo é a de que suas explicações se modificam claramente em função do contexto. Reconhecem a aleatoriedade em um percentual alto, mas justificam com diferentes argumentações.

O quinto grupo identificado foi denominado por Azcárate (1995) como padrão. Os indivíduos pertencentes a este grupo têm característica apresentar explicações modificam-se claramente em função do contexto. Reconhecem a aleatoriedade em um percentual alto, mas justificam com diferentes argumentações.

Por fim, o sexto grupo, aqui denominado incerteza, é representado por indivíduos com o maior percentual de reconhecimento de aleatoriedade. Suas justificações apoiam-se, na maioria dos casos, na imprevisibilidade dos fenômenos. As explicações causais apresentam-se em poucas oportunidades. Estimam ajustando-se às tarefas e escolhem entre várias estratégias significando sua manipulação.

Em relação à probabilidade nas análises realizadas, identificamos cinco grupos de respondentes que foram caracterizados, de acordo com as argumentações utilizadas em suas respostas.

Primeiramente, apresentamos o grupo de professores identificado como personalista. Os indivíduos deste grupo segundo Cardeñoso (1998) tedem a apresentar estimações argumentadas a partir da contingência, como comparação aditiva de possibilidades. De acordo com Azcárate (1995) os indivíduos pertencentes a este grupo apresentam raciocínios baseados fundamentalmente no uso heurístico de juízo. Trazem respostas baseadas em modelos não normativos, com muitos diferentes valores das situações, dependendo da experiência pessoal.

O segundo grupo que emerge das análises realizadas é identificado como causalidade, este grupo concentra o maior número de componentes. Estes indivíduos têm tendência a igualar a probabilidade de ocorrência com raciocínios do tipo: pode ou não acontecer. Apoiam-se no uso de estimações argumentadas a partir da equiprobabilidade, na ausência do controle estabelece a igualdade das possibilidades. Como já apontado no corpo deste texto, podemos observar uma forte influência dos livros didáticos tal como discutido anteriormente.

Outro grupo identificado que denominamos determinista é composto por indivíduos com tendência a estimar a probabilidade de um evento a partir de uma leitura mecanicista e formal do cálculo de probabilidade, estima desde argumentos Laplacianos a contingentes. Faz uso da argumentação clássica, mesmo quando não é possivel identificar todos os eventos possíveis.

Um quarto grupo identificado com um menor número de indivíduos que denominamos grupo incerteza, apresenta como característica uma relativa aceitação e compreensão das múltiplas representações matemáticas do acaso, reconhece o aleatório como algo possível de ser estudado. Apresenta um nível maior de elaboração, no qual podemos considerar as respostas em que se detecta uma diferenciação reconhecida entre as crenças intuitivas e os modelos matemáticos e mostra uma certa habilidade para aplicar estes modelos a problemas simples.

Há uma certa compreensão das distintas interpretações do modelo probabilístico, como pode ser o clássico ou o frequentista e uma certa capacidade de aplicação em determinados casos. Habitualmente, esta habilidade limita-se àqueles fenômenos que são familiares.

Por fim, apontamos o grupo definido como contingência. O grupo de professores pertencentes a este grupo apresentam estimativas argumentadas a partir da contingência, como comparação aditiva de possibilidades.

Diante de exposto, entendemos ter sido possível a identificação das concepções utilizadas pelos professores participantes de nossa pesquisa, no que tange às ideias de aleatoriedade e probabilidade.

Estas três questões alinhadas aos três objetivos que carregavam consigo, permitiram que respondêssemos nossa questão de pesquisa, uma vez que foi possível identificar as concepções sobre aleatoriedade e probabilidade que emergiram dos professores, participantes da pesquisa, quando estes responderam ao questionário de concepções probabilísticas.

Além de identificar esse conjunto de concepções observadas nesse grupo de professores, a pesquisa possibilitou-nos aventurar por um caminho que se abriu ao nos depararmos com as análises realizadas. Referimo-nos às análises dos livros didáticos bem como as análises possibilitadas pelo *software* CHIC (coesitiva e implicativa) e, diante do que foi exposto, colocamo-nos a elaborar a categorização dos níveis de letramento probabilístico, próxima aos moldes da escala de proficiência apresentada pelo Indicador de Analfabetismo Funcional (INAF, 2016, p.5), resguardando todas as particularidades envolvidas.

Iremos propor uma adaptação em relação aos termos utilizados no INAF. No lugar de “analfabeto”, adotaremos o termo “iletrado” por uma questão de coerência com o estudado e discutido pelo nosso grupo de pesquisa.

Apoiar-nos-emos na definição de letramento probabilístico apresentado por Gal (2005) e pelas categorizações sobre concepções probabilísticas trazidas por Azcárate (1995) e Cardeñoso (1998).

Parece-nos oportuno dizer que, ao promovermos a expansão das categorias, foi possível observar na análise dos dados as classes de sujeitos pertencentes às categorias dessemelhantes, que aparecem nos quadros comparativos (Quadros 4 e 5). Não obstante, as categorias semelhantes terem sido ratificadas ao se observar as categorizações apresentadas por estes autores.

Em nosso trabalho de pesquisa não foi possível identificar todos os grupos elencados tanto por Azcárate (1995) como por Cardeñoso (1998). Diante dessa constatação, no quadro sobre os níveis de letramento probabilístico que apresentaremos a seguir, iremos inferir sobre alguns dos níveis elencados e, desde já, fica a sugestão para novas pesquisas que objetive ratificar ou retificar, bem como trazer mais substância para o quadro por nós elaborado.

Quadro 25: Níveis de letramento probabilísticos

	Azcárate	**Cardeñoso**	**Níveis**
Aleatoriedade	Determinista	Determinista	Iletrado
	Causalidade	Causalidade	Iletrado
		Subjetiva	Rudimentar
		Multiplicidade	Elementar
	Padrão		Intermediário
	Incerteza	Incerteza	Proficiente
Probabilidade	Não-probabilística	Causalidade	Iletrado
		Determinista	Iletrado
	Intuitiva	Personalista	Rudimentar
		Contingência	Elementar
	Emergente		Intermediário
	Normativa	Incerteza	Proficiente

Fonte: O pesquisador (2017)

Na categorização dos níveis de letramento probabilístico, temos:

Iletrado:

Corresponde à condição dos que não conseguem realizar tarefas simples como: reconhecimento de eventos aleatórios; cálculo de probabilidades; reconhecimento da linguagem utilizada para representar o acaso e a probabilidade; dificuldade em tratar o tema em variados contextos e dialogar em termos específicos do campo de conhecimento

Rudimentar:

Corresponde à condição dos que apresentam muitas dificuldades em realizar tarefas simples: reconhecem alguns tipos de eventos aleatórios, sobretudo os inseridos em contexto de jogos e equiprováveis; realizam alguns cálculos no campo aditivo; reconhecem alguns termos, como (chance, possibilidade, azar); limitam-se ao contexto de jogos de azar; vocabulário pobre em relação a termos do campo de conhecimento.

Elementar:

Corresponde à condição dos que apresentam dificuldades medianas ao realizar tarefas do tipo simples e de média complexidade; reconhecem eventos aleatórios além do contexto de jogos, muito embora com tendência a analisar os demais contextos em situações semelhantes à dos jogos; realizam cálculos no campo aditivo; reconhecem um grupo razoável de termos e nomenclaturas do campo de conhecimento; transitam com algumas dificuldades em outros contextos além dos jogos; vocabulário mediano em relação a termos do campo de conhecimento.

Intermediário:

Corresponde à condição dos que não apresentam maiores dificuldades em realizar tarefas do tipo simples e de média complexidade, ainda sentem algum tipo de dificuldade em tarefas de maior complexidade; reconhecem eventos aleatórios na maioria dos contextos apresentados; realizam cálculos mais complexos que envolvem porcentagens e proporções; reconhecem um grupo razoável de termos e nomenclaturas do campo de conhecimento; na maioria das vezes, resolvem problemas nos mais variados contextos; vocabulário aceitável em relação a termos do campo de conhecimento, além de compreender questionamentos inerentes a esse campo.

Proficiente:

Corresponde à condição dos que realizam tarefas de maior complexidade: reconhecem eventos aleatórios nos mais variados contextos apresentados; realizam cálculos mais complexos que envolvem porcentagens, proporções, probabilidade simples, composta e em tabelas de contingências, além de resolverem situações-problemas complexos que envolvem várias etapas de planejamento, controle e elaboração; reconhecem eventos independentes e mutualmente excludentes: reconhecem os termos e nomenclaturas do campo de conhecimento; resolvem problemas nos mais variados contextos; vocabulário aceitável em relação a termos do campo de conhecimento além de compreender questionamentos, bem capazes de realizar perguntas críticas inerentes a esse campo.

Como perspectiva de pesquisas futuras sugiro um aprofundamento da categorização de letramento probabilístico apresentado nessa pesquisa. Entendemos ser oportuno que novas pesquisas voltadas para esse tema sejam realizadas com o intuito de validar não somente a categorização de letramento probabilístico, bem como as propostas que esta pesquisa trouxe para o campo acadêmico, como exemplo, citamos:

- Quais concepções probabilísticas poderão ser identificadas em alunos dos cursos de matemática e pedagogia, quando estes respondem ao Questionário de Concepções Probabilísticas apresentado nesta pesquisa;
- Quais concepções probabilísticas poderão ser identificadas em professores do ensino médio, quando estes respondem ao Questionário de Concepções Probabilísticas apresentado nesta pesquisa;
- Quais concepções probabilísticas poderão ser identificadas em professores do ensino fundamental I, quando estes respondem ao Questionário de Concepções Probabilísticas apresentado nesta pesquisa;
- Quais níveis de concepções probabilísticas poderão ser identificados em alunos dos níveis fundamental e médio do ensino básico;

Muito embora compreendamos que outros pontos poderiam ser abordados no corpo desta investigação, mas, ao fazermos escolhas, inevitavelmente, abrimos mão de um oceano de possibilidades.

Por fim, manifesto alegria ao concluir mais um capítulo de minha história educacional e profissional, mas o faço com um nó na garganta por não poder compartilhar em vida este momento com meus amados pais. Descansem em paz mãe e pai, um dia nos encontraremos novamente e os bons momentos retornarão.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, S.A. (2005). **L' analyse statistique de données multidimensionnlles: outil révelateur des conceptions d' enseignants em formation**. In: **Encontro Chic**, São Paulo, Anais... São Paulo.

_______________ (2007). **Fundamentos da didática da Matemática**. UFPR, Curitiba.

_______________ (2015). **O que está por detrás do CHIC**. In VALENTE, J. A.; ALMEIDA, M. E. B. (org.). O uso do CHIC na formação de educadores. pp.42-60. Rio de Janeiro: Letra Capital. 2015.

ANDRINI, A.; VASCONCELOS, M.J. (2015). **Coleção Praticando Matemática.** São Paulo: Editora do Brasil.

ANPED. (1996). **Parecer da ANPED sobre os parâmetros curriculares nacionais**. Revista Brasileira de Educação, São Paulo, n. 2. p. 85-92, maio/jun./jul. /ago. 1996.

ARAÚJO, P.C.; IGLIORI, S.B.C. (2012). **O método na pesquisa em Educação Matemática**. Anais do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Rio de Janeiro.

AZCÁRATE, P. (1995). **Los escenarios de aprendizaje. Una estrategia para tratar los conocimientos estocáticos en las aulas.** Didáctica de la Estadística, Probbailidad y Combinatoria, 2, p.69-86. Granada.

____________. (1996). **Estudio de las concepciones disciplinares de futuros professores de primaria em torno a las nociones de Aleatoriedad y Probabilidad**. Granada: Comares.

____________. (2013). **El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad: su estudio en el caso de la educación primaria**. 1995. Tese (Doutorado em Didática) –Universidad de Cádiz, Cádiz, España

AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J.M.; PORLÁN, R. (1998). **El Concepções de futuros professores de primaria sobre la noción de Aleatoriedade**. Investigación didáctica. P. 85 – 97. Universidad de Cádiz, Cádiz, España.

AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J.M. (2003). **Conocimiento professional de referencia com relación al conocimiento probabilístico. Uma aproximación a las ideas de los futuros professores de primaria sobre el mismo**. 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa. Lleida, España.

AZCÁRATE, P.; SERRADÓ, A.; CARDEÑOSO, J.M. (2005). **Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidência desde los libros de**

texto . Statistics Education Research Journal, 4(2), 59-81, http://www.stat.auckland.ac.nz/serj International Association for Statistical Education (IASE/ISI)

BATANERO, M.C. (1999). **Didáctica de la Probabilidad y Estadística**. Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática.

BATANERO, M.C. (2005). **Significados de la probabilidad en La educación secundarial. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas: um reporte iberoamercano**. RELINE, v. 8, n. 3, p. 247-263.

BATANERO, C.; SANCHEZ, E. (2005). **What is the Nature of High School Students' Conceptions and Misconceptions about Probability?** En G. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (pp. 241 – 266). New York: Springer.

BATANERO, C.; HENRI, M.; PARZYSZ, B.I. (2005). **The Nature of Chance and Probability.** En G. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (pp. 15-38). New York: Springer.

BATANERO, M.C. et al. (2015). **Conocimiento matemático de professores de primaria em formación para la enseñanza de la Probabilidade: um estúdio exploratório.** Práxis Educativa, Ponta Grossa, v. 10, n. 1, p. 11-34, jan. /jun.

BATANERO, C. et al. (2014). **Prospective primary school teachers' perception of randomness**. In: CHERNOFF, E. J.; SRIRAMAN, B. Probabilistic thinking. Heidelberg: Springer, p. 345-366.

BERNOULLI, J. (1713). **L'Ars Conjectandi**. N. Meusnier (trad. – 1987). Rouen: IREM de Rouen et Université de Rouen Haute-Normandie.

BITTAR, M. (2009). **Contribuições da teoria dos campos para o estudo das dificuldades dos alunos na passagem da geometria afim à geometria vetorial.** In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Org.). Aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais. Curitiba: Editora CRV, 2009 https://play.google.com/books/reader?id=H7jHCgAAQBAJ&printsec=frontcover&output=reader&hl=pt_BR&pg=GBS.PT2. Acesso em 17 de março de 2016.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. (1994). **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, (Coleção ciências da educação)

BRASIL. Ministério da Educação. (1996). **Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial da União**, Brasília, 21 dez., 1996. Disponível em: < http://www.planalto.gov.br/ civil_ 03/leis/ l9394.htm> Acesso em: 15 jul. 2014.

__________. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**: 1º e 2º ciclos. 3. ed. Brasília: MEC/SEF.

__________. (1998). Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**: 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF.

__________. (2013). **PNLD 2013:** Alfabetização Matemática e Matemática. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica.

__________. (2013). Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Guia de livros didáticos: **PNLD 2014: matemática**. Brasília: Ministério da Educação, 2013.

__________. (2014). **Plano Nacional de Educação** - PNE/Ministério da Educação. Brasília, DF: INEP.

__________. (2016). **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta Preliminar. Segunda versão revista. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio > Acesso em: 23 out. 2016.

__________. (2017). **PNLD 2017: Guia Digital Matemática. Praticando Matemática (Edição renovada)**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. www.fnde.gov.br/pnld-2017. Acesso em: 25 set. 2017.

BROUSSEAU, G. (2008). **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdo e métodos de ensino.** (Tradução Camila Bogéa). São Paulo: Ática.

CAMPOS, C.E. (2011). **Análise combinatória e proposta curricular paulista de um estudo dos problemas de contagem**. 141f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

CAÑIZARES, M.J. (1997). **Influencia del razonamiento proporcional y combinatorio y de creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias**. 1997. 192 f. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada.

CARBELIM, C.C.L. (2015). **Letramento Probabilístico no Ensino Médio: um estudo de invariantes operatórios mobilizados por alunos.** 135 f. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

CARDEÑOSO, J.M. (1998). **Las creencias y conocimientos de los profesores de primaria andaluces sobre la Matemática escolar. Modelización de conceptos sobre la Aleatoriedad y Probabilidad.** 2001, 505. Tesis (Doctorado en Filosofía y Ciencias de la Educación: Ciencias de la Educación) – Facultad de Educación, Universidad de Cádiz, Cádiz, España.

CHEVALLARD, Y. (1995) **La fonction professorale: esquisse d'un modele didactique.** In: Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'informatique de Grenoble. 1991, Université Joseph Fourier, Grenoble.

__________. (1999) **El análisis de las prácticas docentes em lateoría antropológica de lo didáctico.** Recherches en Didactiquedes Mathématiques, v. 19, n 2, p. 221-266.

CONTRERAS, J.M. (2011). **Evaluación de conocimientos y recursos didácticos en la formación de profesores sobre probabilidad condicional**. 2011. 250 f. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España.

COUTINHO, C.Q.S. (1994). **Introdução ao conceito de Probabilidade pela visão freqüentista – estudo epistemológico e didático.** São Paulo. Dissertação de Mestardo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

__________. (2001). **Introduction aux situations aléatoires dès le collège: de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II**, 330 p. Tese (Doutorado em educação Matemática), Université Joseph Fourier, Grenoble I, França.

__________. (2003) **Modelagem, simulação e as orientações dos PCN-EF para o ensino de Probabilidade**. Artigo publicado nos anais do IX seminário IASI de Estatística Aplicada – "Estatística na Educação e Educação em Estatística" – Rio de Janeiro.

__________. (2007). Atelier: **Introdução aux situations aléatoires et à leur modélisation** - http://www-leibniz.imag.fr/EM2000/Actes/Ateliers/COUTHINO.pdf (10 de março de 2007).

__________. (2007). **Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?** REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática. V2.3, p.50-67, UFSC.

__________. (2010). **A estatística e a probabilidade no currículo de matemática da escola básica.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. VIII ENEM. Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

__________. (2013). **Introdução ao conceito de Probabilidade e os livros didáticos para Ensino Médio no Brasil**. - Educación Estadística en América Latina: Tendenci y Perspectivas. Caracas

COUTINHO, C.Q.S.; CARBERLIN, C.C.L. (2013). **O ensino atual de Probabilidade na escola básica: um estudo do guia do PNLD 2012.** Artigo publicado nos anais do XI ENEM – "Retrospectivas e Perspectivas" – Curitiba.

COUTINHO, C.Q.S.; LOPES, C.E.; CORDANI, L. (2004). **Estatística e Probabilidade no currículo da escola básica.** In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 7. 2004, São Paulo. Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo.

COUTINHO, C.Q.S.; MIGUEL, M.I.R. (2007). **Análise exploratória de dados: um estudo diagnóstico sobre concepções de professores.** In: 30ª Reunião Anual da ANPED, Caxambu, Minas Gerais.

COUTINHO, C.Q.S.; RODRIGUES, L.L. (2004). **A introdução do conceito de Probabilidade no ensino fundamental por meio de processo de modelagem de situações aleatórias**. Artigo publicado nos anais do VII EPEM. Universidade de São Paulo – São Paulo.

DANTAS, C.A.B. (2013) **Probabilidade: um curso introdutório.** EDUSP 2013.

DANTE, L.D. (1996). **Livro didático de Matemática: uso ou abuso?** Em aberto. Brasília, v.16, nº69, p. 52-58.

D'AMBRÓSIO, U. (2004). **A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF – como critério de avaliação da qualidade do ensino de Matemática.** In: FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades Matemáticas: reflexões a partir do INAF 2002. São Paulo: Global.

D'AMBRÓSIO, U. (2006). Prefácio. In: BORBA, M.C., ARAÚJO, J.L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação Matemática**. 2. ed. ampl. e rev. Belo Horizonte: Autêntica, p. 9-21. (Tendências em educação Matemática 9)

DAVIS, P. J. & HERSH, R. (1998). **O sonho de Descartes: o mundo de acordo com a Matemática**. Tradução de Mário C. Moura. 2. ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves.

FERREIRA, R.S. (2011). **Ensino de probabilidade com o uso do progrma estatístico R numa perspectiva construtivista.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirantes de São Paulo, São Paulo.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. (2009). **Investigação em educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados. (Coleção formação de professores).

FISCHBEIN, E. (1975). **The Intuitive Sources of Probabilistic Thinking in Children,** Reidel Dordrecht.

FONSECA, M.C.F.R. (2004). **A educação Matemática e a ampliação das demandas de leitura e escrita da população brasileira**. In: FONSECA, Maria da Conceição Ferreira Reis (Org.). **Letramento no Brasil**: habilidades Matemáticas. São Paulo: Global.

FRANCHI, A. (2002). **Considerações sobre a teoria dos campos conceituais**. In MACHADO, S. (org.) Educação Matemática. Uma introdução. São Paulo: Educ.

GAL, I. (2005). **Towards "probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas**. En G. Jones (Ed.), Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning (pp. 39-63). New York: Springer.

GASCÓN, J. (2003). **La necessidad de utilizar modelos en didáctica de las Matemáticas.** Educação Matemática Pesquisa, v. 5, n. 3, p 11-37.

GASCÓN, J.; FARRAS, B.B.; BOSCH M. (2013). **Las três dimensiones del problema didáctico de la modelización Matemática.** Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.15, n.1, pp.1-28.

GODINO, J.D. (2015). **Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. Conocimiento matemático de profesores de primaria en formación para la enseñanza de la probabilidad**: ... Práxis Educativa, Ponta Grossa, v. 10, n. 1, p. 11-34, jan. /jun.

GODINO, J.D.; BATANETO, M.C.; CAÑIZARES, M.J. (1996). **Azar y probabilidad**. Madrid: Síntesis. – (Colección Matemáticas: cultura y aprendizaje).

GONÇALVES, M.C. (2004). **Concepções dos professores e o ensino de Probabilidade na escola básica**. Dissertação de mestrado PUC/SP. São Paulo.

GOULART, A. (2007). **O discurso sobre os conceitos probabilísticos para a escola básica.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

GOULART, A. (2015). **Um estudo sobre a abordagem dos conteúdos estatísticos em um curso de licenciatura em Matemática: uma proposta sob a ótica da ecologia do Didático.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

GRAS, R.; ALMOULOUD, S.A. **A implicação estatística usada como ferramenta em um exemplo de análise de dados multidimensionais.** Revista Educação Matemática Pesquisa. São Paulo: EDUC, v. 4, n. 2, 2002, p. 75-88

GRAS, R.; RÉGNIER, J.-C. (2017). **Extension de l'Analyse Statistique Implicative à des hiérarchies des règles**. In Gras, R (dir). **L'Analyse Statistique Implicative: des sciences dures aux sciences humaines et sociales**. Toulouse: Cépaduès Editions.

GRANDO, R.C.; SANTOS, J.A.F.L. (2011). **O movimento das ideias probabilísticas no Ensino Fundamental: análise de um caso.** Bolema, p. 560 – 584. Rio Claro.

HENRY, M. (1994). **L'enseignement des probabilités – perspectives historiques, épistémologiques et didactiques**. Besançon: IREM de Besançon.

HENRY, M. (1997). **"Notion de modèle et modélisation dans l'enseignement".** In: CHAPUT, B.; HENRY, m. (coords.). Enseigner les probabilités au Lycée, pp. &&-74-84. Reims, IREM de Reims.

HENRY, M. (2009). **Émergence de la probabilité et enseignement: définition classique, approche fréquentiste et modélisation**. Besançon: IREM de Besançon.

HILL, H.; BALL, D.L.; SCHILLING, S. (2008) **Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. Journal for Research in Mathematics Education**, Virginia, v. 39, n. 4, p. 372-400, Jul. 2008.

INAF. (2016). **Indicador de Analfabetismo Funcional. Estudo especial sobre alfabetismo e mundo do trabalho.** Ação Educativa – Instituto Paulo Montenegro: 2016, p.5.

KOLMOGOROV, A.N. (1956) **Foundations of the Theory of Probability**. Chelsea Publishing Co., New York, 1956. Translation Edited by Nathan Morrison.

LAJOLO, M. (1996). **Livro Didático: um (quase) manual de usuário**. In: Em Aberto. Brasília, v.16, nº69, p. 3 -7.
LOPES, C.A.E. (1998) **A Probabilidade e a estatística no ensino fundamental:** uma análise curricular. 1998. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1998.

LOPES, C.A.E. (2003) **O conhecimento profissional dos professores e suas relações com estatística e Probabilidade na educação infantil.** 2003. Tese. (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2003.

LOPES, C.A.E.; MEIRELLES, E. (2012). Estocástica **nas séries iniciais.** In: XVIII Encontro Regional De Professores De Matemática – LEM/IMECC/UNICAMP, 2005. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc02.pdf> Acesso em: 21 de agosto de 2012.

LOPES, C.A.E. (2008) **O ensino da estatística e da Probabilidade na educação básica e a formação dos professores**. Cad. Campinas, vol. 28, n.74, p.57-73, jan. / abril 2008 Disponível em: < http://www.scielo.br/pdf/ccedes/v28n74/v28n74a05.pdf > Acesso em: 20 de março de 2016.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M.E.D.A. (1986). **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. Temas Básicos de Educação e Ensino. São Paulo: EPU.

MAGALHÃES, M.N.; LIMA, A.C.P. (2008). **Noções de Probabilidade e estatística.** São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo.

MELHUISH, K.; THANHEISER, E. **(2018).** Journal for research in Mathematics Education. **Reframing Replication Studies as Studies of Generalizability: A Response to Critiques of the Nature and Necessity of Replication.** Vol. 49, nº 1, January 2018. National Council of Teachers of Mathematics.

MENEZES, L. (1995). **Concepções e práticas de professores de Matemática: contributos para o estudo da pergunta.** Mestrado em Educação. Universidade de Lisboa.

MOHAMED, N. (2012). **Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de Educación Primaria sobre probabilidad**. 2012. 286 f. Tesis (Doctorado en Didáctica de la Matemática) - Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España.

MORAES, M.C. (2005) **O paradigma educacional emergente**. 11. ed. Campinas: Papirus, 2005.

MORENO, A. (2014). **Um estúdio comparativo de las tendências de pensamento probabilístico de los estudiantes de los professorados em biologia y em Matemática.** Tesis Doctoral. Universidade de Granada. Granada.

MORGADO, A.C. et al. (2004). **Análise combinatória e Probabilidade**. SBM, Rio de Janeiro, 2004.

MUNIZ, C.A. (2009). **O conceito de esquema para um novo olhar para a produção Matemática na escola as contribuições da teoria dos campos conceituais**. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Org.). A Aprendizagem Matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais. Curitiba: Editora CRV.

NACARATO, A.M.; MENGALI, B.L.S.; PASSOS, C.L.B. (2009). **A Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**: tecendo fio do ensinar e aprender. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

NACARATO, A.M.; LOPES, C.E. (2009). **Práticas de leitura e escrita em Educação Matemática: tendências e perspectivas a partir do Seminário de Educação Matemática no Cole**. In: NACARATO, Adair M.; LOPES, Celi E. (Org.) Educação Matemática, leitura e escrita: armadilhas, utopias e realidades. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2009, p. 25-46

NUNES, S.M.L. (2013). **A proficiência matemática dos alunos brasileiros no PISA 2003: uma análise dos itens de incerteza.** Tese em Educação – Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais.

OCDE. (2004). **PISA** 2004. **Technical Report. OCDE**. Disponível em: <http://www.pisa.oecd.org/>. Acesso em: 20 maio 2013.

OLIVEIRA, E.G.; COUTINHO, C.Q.S. (2013). **Combinatória nos livros didáticos de Matemática dos anos iniciais: uma análise do PNLD 2013** In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11. Curitiba, ENEM. **Anais**... Curitiba: ENEM.

OLIVEIRA, E.G. (2014). **Raciocínio combinatório da resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com professores.**

Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, G.O. (2010). **Probabilidade: concepções construídas e mobilizadas por alunos do ensino médio à luz da Teoria das Concepções (CKc).** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

OLIVEIRA, P.I.F. (2006). **A Estatística e a Probabilidade nos livros didáticos de Matemática no Ensino Médio**. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica d o Rio Grande do Sul.

OLIVEIRA, P.C. (2003). **O processo de aprender noções de Probabilidade e suas relações no cotidiano das séries iniciais do ensino fundamental:** uma história de parceria. Tese. (Doutorado em Educação Matemática). – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo.

ORTIZ, J.; BATANERO, C.; CONTRERAS, C. (2012). **Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo**. Revista Latino Americana de Matemática Educativa, México, v. 15, n. 1, p. 63-91.

PAIS, L.C. (2006). **Ensina e aprender Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica.

PINHEIRO, C.A.M. **Elementos para construção de letramento combinatório**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. (No prelo)

PONTE, J.P. (1992). **Concepções dos professores de Matemática e processos de formação**. In: BROWN, M. et al. Educação Matemática: temas de investigação. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

PONTE, J.P. (2012). **Estudando o conhecimento e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática.** In: PLANAS, N. (Ed.). **Educación matematics:** teoría, critica y prática. Barcelona: Graó.

PONTE, J.P. (2006). **Estudo de caso em educação Matemática.** Bolema**,** v. 25, p 105-132.

RODRIGUES, M.R. (2007). **A Urna de Bernoulli como modelo fundamental no ensino de Probabilidade**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

___________. (2015). **A Urna de Bernoulli como modelo fundamental de ensino no Probabilidade**. Coleção do V Seminário Nacional de Histórias e Investigações de/em Aulas de Matemática, Grupo de Sábado – GdS, Universidade Estadual de Campinas, SP

___________. (2016). **Um estudo sobre as crenças e concepções de professores do Ensino Básico em relação à Aleatoriedade,** Anais do XX EBRAPEM, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

RODRIGUES, M.R.; MARTINS. E.G. (2016). **A abordagem do tema Probabilidade nos livros aprovados pelo PNLD para o triênio 2015 – 21017 e suas implicações no processo de ensino e aprendizagem**. Anais do XII ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, São Paulo.

ROTUNNO, S.A.M. (2007). **Estatística e probabilidade: um estudo sobre a inserção desses conteúdos no ensino fundamental**. 117f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal do Paraná.

SALCEDO, A.; RAMÍREZ, T. (2016). **Análisis de las actividades de probabilidad propuestas em textos escolares de primaria**. Revista Educação Matemática em Pesquisa, v.18, n.1, p.179 – 202, São Paulo.

SANTANA, M.R.M. (2011). **O acaso, o provável, o determinístico: concepções e conhecimentos probabilísticos de professores do Ensino Fundamental,** 96f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática E Tecnológica), Universidade Federal de Pernambuco, Recife.

SANTOS, C.R. (2005). **O Tratamento da informação: currículos prescritos, formação de professores e implementação na sala de aula**. 139f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

SANTOS, J.P.O.; MELLO, M.P.; MURARI, I.T. (2007). **Introdução à Análise Combinatória.** Rio de Janeiro, Editora Ciência Moderna Ltda.

SANTOS, R.M. (2015). **Estado da arte e história da pesquisa em Educação Estatística em programas brasileiros de Pós-Graduação,** 348f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas.

SÃO PAULO. SME-SP**.** (2013). **Portaria nº 5.930/13 – DOC.** São Paulo, 14.10.2013.

____________________. (2015). **Portaria nº 2.551/15 – DOC.** São Paulo, 11.04.2015, p. 9.

____________________. (2016). **Direitos de aprendizagem dos ciclos interdisciplinar e autoral: Matemática. Secretaria Municipal de Educação Coordenadoria Pedagógica**. São Paulo.

____________________. (2016). **Coordenadoria de Gestão de Pessoas/COGEP. Secretaria Municipal de Educação**. São Paulo. Disponível em: <http://dados.prefeitura.sp.gov.br/dataset/quadro-de-docentes-gestores-e-vagas>. Acesso em: 20 maio 2017.

SERRADÓ, A.; AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J.M. (2015). **La caracterización escolar de la noción de Probabilidade en libros de texto de la ESO**. Tarbiya. Revista de Investigación e Innovación Educativa, 38, p. 91-112.

SHAMOS, M.H. (1995). **The myth of scientific literacy**. New Jersey: Rutgers University Press.

SILVA. C.B. (2007). **Pensamento Estatístico e Raciocínio sobre variação: um estudo com professores de Matemática.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

SILVA. E.T. (1996). **Livro didático: do ritual de passagem à ultrapassagem.** Em aberto. Brasília, v.16, n.69, p. 8-11.

SILVA. M.A.A. (2011). **A presença da Estatística e da Probabilidade no currículo prescrito de cursos de Licenciatura em Matemática: uma análise do possível descompasso entre as orientações curriculares para a Educação Básica e a formação inicial do professor de Matemática.** Bolema, Rio Claro, v.24, n.40, p. 747-764.

SILVA. M.A. (2012). **A fetichização do livro didático no Brasil.** Educação e Realidade, Porto Alegre, v37, n.3, p. 803-821.

SOARES. E. (2014). **Uma análise sobre as atividades de Probabilidade propostas nos livros didáticos de Matemática dos anos finais do Ensino Fundamental.** Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo.

SOUZA. F.S. (2016). **Política nacional de formação de professores: análise da implementação do PIBID de Matemática pela Universidade Federal Fluminense no período de 2009 – 2013.** Tese em Educação – Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro.

TARDIF, M. (2002). **Saberes docentes e formação profissiona**l. 4ª Ed. Rio de Janeiro: Vozes.

TEIXEIRA, J. (2015). **Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira.** Tese em Educação Matemática –Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

THOMPSON, A. (1992). **Teacher´ beliefs and conceptions: A synthesis of the research.** In D. A. Grows (Ed.), Handbook of research in Mathematics teaching and learning (pp. 127-146). New York: Macmillan

THOMPSON. A.G. (1997). **A relação entre concepções de Matemática e de ensino de Matemática de professores na prática pedagógica.** Zetetiké, v.5, n.8, p.11-43,1997. Tradução: The relationship of teachers' conceptions: of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. Educational Studies in Mathematics, n.15, p.105-127,1984.

VIALI, L; OLIVEIRA, P. (2010). **Uma análise de conteúdos de Probabilidade em livros didáticos do Ensino Médio**. In: LOPES, C; COUTINHO, C; ALMOULOUD, S. (Org.). Estudos e reflexões em educação estatística. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, p.85-104.

ANEXOS

Anexo 1 – Questionário de concepções probabilísticas

Questionário – Parte 1

1. Gênero:

☐ Masculino ☐ Feminino

2. Idade: ________ (anos)

3. Concluiu a graduação:

☐ Sim ☐ Não

4. Em que ano concluiu a graduação: _________

5. Em quais redes de ensino você ministra aulas:

Rede Municipal –

☐ Ensino Fundamental I ☐ Ensino Fundamental II ☐ Ensino Médio

Rede Estadual –

☐ Ensino Fundamental I ☐ Ensino Fundamental II ☐ Ensino Médio

Rede Particular –

☐ Ensino Fundamental I ☐ Ensino Fundamental II ☐ Ensino Médio

6. Tempo de magistério: ______ anos

7. Número de aulas semanais de Matemática no Ensino Fundamental I: _____ aulas

8. Número de aulas semanais de Matemática no Ensino Fundamental II: _____ aulas

9. Número de aulas semanais de Matemática no Ensino Médio: ______ aulas

10. Número Total de aulas semanais, indique aqui o número total de aulas semanais, somando as aulas de Matemática com as de outras disciplinas que ministra: ______ aulas

11. Formação inicial (Graduação). Indique o (s) curso (s), especificando se foi bacharelado, licenciatura ou superior de tecnologia:

____

____

12. Cursou ou está cursando algum tipo de pós-graduação? Assinale as opções adequadas.

- [ ] Atualização
- [ ] Aperfeiçoamento
- [ ] Especialização
- [ ] Mestrado
- [ ] Doutorado
- [ ] Outro
- [ ] Nenhum

Questionário – Parte 2

1. Encontrar-me na rua com o(a) primeiro(a) professor(a) que eu tive na escola, é um evento

- [ ] Aleatório
- [ ] Não aleatório

a) Porque muitas coisas têm de coincidir tais como, o caminho que você escolher, o momento em que sair.
b) Porque é inesperado e não se pode prever.
c) Porque eu posso encontrar com muitas pessoas, entre as quais ele (a)..
d) Porque, na minha opinião

____

____

2. Sofrer um acidente é um fenômeno...

- [ ] Aleatório
- [ ] Não aleatório

a) Porque eu não posso impedir sua ocorrência.
b) Porque há muitos tipos de coisas que podem acontecer e não sei o que vai ocorrer.
c) Porque posso ter um acidente de forma imprevista ou não o ter.
d) Porque, na minha opinião

____

____

3. A chance de ocorrer um vendaval amanhã no meu bairro é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque o tempo está louco, há tantas possibilidades de que haja vendaval ou não.
b) Porque eu vi as previsões do tempo e todos dão uma porcentagem semelhante de ocorrer.
c) Porque há mais dias com vento calmo na primavera.
d) Porque na primavera há mais dias com vendaval do que sem vendaval.
e) Porque, na minha opinião

____

____

4. A chance que tenho que, em um prédio de seis apartamentos, na primeira campainha em que escolher no porteiro eletrônico, corresponda ao apartamento de um amigo, sem saber qual exatamente é o apartamento dele, é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque pode sair qualquer um dos apartamentos com um sexto de Probabilidade.
b) Porque pode ser o andar esperado ou não, com a mesma Probabilidade de acertar.
c) Porque a possibilidade de conseguir isso é um a favor e cinco contra.
d) Porque, é habitual em tais circunstâncias, não acertar na primeira tentativa.
e) Porque, na minha opinião

____

____

5. Que ocorra um geada na Serra Gaúcha dentro de 30 dias é um evento...

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

f) Porque você pode prever se isso vai acontecer ou não no prazo de 30 dias.
g) Porque vai gear ou não, desde que as condições sejam atendidas naquele dia.
h) Porque naquele dia pode ter geada, chuva, granizo, etc., e isso é um dos fenômenos que pode ocorrer
i) Porque, na minha opinião

____

____

6. A chance que tenho em retirar uma bola vermelha de uma urna contendo cinco bolas brancas, cinco vermelhas e um azul, é...

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque o vermelho tem as mesmas possibilidades de sair como qualquer outra cor.
b) Porque se repetida muitas vezes, a mesma situação, o esperado é que assim ocorra.
c) Porque há cinco bolas favoráveis e seis desfavoráveis na urna.
d) Porque eu tenho cinco contra onze possibilidades para retirar uma bola vermelha.
e) Porque, na minha opinião

____

____

7. A chance que tenho de ser selecionado para trabalhar em uma determinada escola, é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque é o esperado comparando minhas chances a favor e contra de consegui-lo.
b) Porque analisando o número de candidatos, há 188 professores interessados em trabalhar nessa escola.
c) Porque eu tenho a mesma chance de conseguir ou não.
d) Porque é mais natural que assim aconteça, quando me candidatar.

e) Porque, na minha opinião

____

____

8. Obter o número 23 na roleta de 36 números é um evento...

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque de forma imprevisível qualquer um dos números pode sair ou não sair.
b) Porque há 36 números diferentes que podem cair a bola quando a roleta parar.
c) Porque não se pode controlar de nenhuma forma o número resultante.
d) Porque, na minha opinião

____

____

9. A chance de amanhecer um dia frio em 4 de junho é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque em junho há menos dias frios do que quentes.
b) Pois é igualmente possível ser frio ou não.
c) Porque nessa época é natural que aconteça muitas vezes.
d) Porque de acordo com os relatórios de tempo, há cerca de 2 dias por semana, de madrugadas frias em junho.
e) Porque, na minha opinião

____

____

10. Acertar o número exibido em um dado já lançado, mas que não posso ver é um evento…

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque eu posso acertar ou não, não o posso prever.
b) Porque acertar entre tantos números possíveis é muito difícil.
c) Porque eu não posso controlar a posição do dado quando este cai.

d) Porque, na minha opinião

____

____

11. A chance de ocorrer um desastre ambiental no meu bairro, no próximo ano, é...

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque depende do número de pessoas conscientizadas contra esse tipo de problema.
b) Porque estudando as pesquisas, duas de cada sete pessoas se declaram ambientalistas.
c) Porque qualquer coisa pode acontecer, com as mesmas possibilidades de não ocorrer.
d) Porque com base no que aconteceu historicamente, o percentual de possibilidades assim o indica.
e) Porque, na minha opinião

____

____

12. Prever a próxima ideia que vem à mente é um evento...

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque ela depende do que acontecer, as relações entre ideias, o que me preocupa, o que havia pensado antes.
b) Porque eu não posso saber o que vai acontecer comigo depois de um tempo.
c) Porque à mente veem muitas ideias que você sequer está pensando.
d) Porque, na minha opinião

____

____

13. A chance que tenho de ganhar o prêmio de uma viagem em uma rifa, na qual eu escolhi um dos 10.000 números vendidos é...

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque eu tenho muitos mais números contra do que a favor para ganhar o prêmio.
b) Porque isso indica a proporção entre os números que comprei em relação ao total vendido.
c) Porque você sempre pode ganhar ou não ganhar, sempre terei 50% de chance.
d) Porque eu nunca ganhei um prêmio em todas as rifas que participei.
e) Porque, na minha opinião

____

____

14. A germinação de uma semente plantada é um fenômeno...

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque podem acontecer muitas coisas com a semente: ser comida, secar, etc., ou germinar.
b) Porque tem de coincidir uma série de condições ambientais favoráveis para a germinação: atmosférica, da terra, das sementes, etc.
c) Porque ela pode germinar, mas também pode não germinar, não se pode saber.
d) Porque, na minha opinião

____

____

15. A chance de que na primavera ocorra um abalo sísmico em São Paulo, é...

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque é igualmente possível que ocorra um abalo sísmico ou não.
b) Porque as estatísticas mostram que esta é a frequência de que ocorra um abalo sísmico.
c) Porque comparo os fatores que influenciam a favor com os que influenciam contra.
d) Porque de acordo com a informação da estação sismológica de 10.000 sismos, 155 podem ocorrer em São Paulo.

e) Porque, na minha opinião

____

____

16. Prever a quantidade de caras que se obtém em 100 lançamentos de uma moeda é um fenômeno...

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque já que pode cair cara ou coroa cada vez que se lança, não se pode saber quantas caras sairão.
b) Porque o número de caras que se obtém em 100 lançamentos pode variar cada vez que os repetimos.
c) Porque, para que saia cara ou coroa, em cada lançamento depende da posição inicial, da força com que é lançada, do ângulo que cai, etc.
d) Porque, na minha opinião

____

____

17. Prever a cor de uma bola que é extraída de uma urna com bolas de diferentes cores é um fenômeno...

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque não se pode saber qual cor vai sair, é algo imprevisível.
b) Porque a cor da bola que se obtém pode variar a cada vez que for extraída.
c) Porque depende de múltiplos fatores para que saia uma ou outra bola e não se pode controlar.
d) Porque, na minha opinião

____

____

18. A chance que tenho de encontrar um congestionamento, um sábado antes do Natal, ao ir no centro da cidade, é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque é o que normalmente acontece muitas vezes nesses dias.
b) Porque em qualquer lugar você vai ter as mesmas possibilidades de encontrar um.
c) Porque a relação entre as ruas livres e congestionadas, para chegar ao centro da cidade assim o indica.
d) Porque a proporção de veículos em relação ao espaço das ruas assim o indica.
e) Porque, na minha opinião

____

____

19. Em uma mesa de jogo, dispõe-se de uma caixa com fichas, contendo 29 fichas pretas e 16 amarelas. A chance que tenho que saia uma ficha preta, no decorrer de toda uma tarde de jogo, é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque todas as fichas têm as mesmas possibilidades, em qualquer extração pode sair tanto uma ficha amarela como uma preta.
b) Porque nesta caixa há mais fichas pretas e pode sair mais facilmente esta cor.
c) Porque há uma proporção de 29 em 45 de fichas pretas na caixa.
d) Porque se repetirmos a extração muitas vezes isto acontece.
e) Porque, na minha opinião

____

____

20. Contrair gripe no próximo mês é um fenômeno…

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque depende de suas defesas, com quem você se relaciona, como você se cuida, etc.
b) Porque no meio ambiente existem muitos vírus e a gripe é um dos que podem infectar-me.
c) Porque é imprevisível, se eu vou contrair ou não.

d) Porque, na minha opinião

____

____

21. Encontrar um trabalho que tenha a ver com minha formação é um fenômeno…

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque há muitos tipos possíveis de trabalhos que têm a ver com o que eu faço.
b) Porque você pode encontrar ou não encontrar, você nunca sabe.
c) Porque depende de sua preparação, o que você sabe, sobre onde vive, … muitas coisas influenciam.
d) Porque, na minha opinião

____

____

22. Sofrer uma indigestão é um fenômeno,

☐ Aleatório ☐ Não aleatório

a) Porque é um produto de muitas coisas, do tipo de alimento, uma mudança de temperatura, de um banho,…
b) Porque eu posso sofrer depois de uma refeição muitos contratempos, incluindo uma indigestão.
c) Porque é possível que ocorra no entanto, não poderei saber com certeza.
d) Porque, na minha opinião

____

____

23. Durante uma tarde, em um jogo de dois dados normais, você e um amigo concordam que ganhará quem acertar o resultado da soma dos números obtidos. A chance que tenho de ganhar, escolhendo o 7, para toda uma tarde de jogo, é…

☐ Baixa ☐ Média ☐ Alta

a) Porque há as mesmas possibilidades para qualquer dos números possíveis.
b) Porque a experiência indica que o 7 é o número que sai com mais frequência.
c) Porque eu tenho uma proporção favorável a que saia de 6 a 36.
d) Porque eu tenho 6 possibilidades a favor de que saia o 7 por 30 contra.
e) Porque, na minha opinião

____

____

24. A chance que tenho de conhecer uma pessoa famosa no próximo mês, é ..

 Baixa Média Alta

a) Porque a proporção de celebridades nos ambientes que frequento assim indica.
b) Porque essa é a frequência que isto ocorre habitualmente.
c) Porque tudo pode acontecer, pois tenho as mesmas possibilidades de conhecer ou não conhecer.
d) Porque a comparação entre celebridades e pessoas comuns assim sugere.
e) Porque, na minha opinião

____

____

Anexo 2 – Folha de rosto para pesquisa envolvendo seres humanos

Plataforma Brasil MINISTÉRIO DA SAÚDE - Conselho Nacional de Saúde - Comissão Nacional de Ética em Pesquisa – CONEP

FOLHA DE ROSTO PARA PESQUISA ENVOLVENDO SERES HUMANOS

1. Projeto de Pesquisa:
Letramento Probabilístico dos professores no Ensino Básico

2. Número de Participantes da Pesquisa:
40

3. Área Temática:

4. Área do Conhecimento:
Grande Área 1. Ciências Exatas e da Terra

PESQUISADOR RESPONSÁVEL

5. Nome:
Marcelo Rivelino Rodrigues

6. CPF:
135.367.918-75

7. Endereço (Rua, n.º):
CONSTANTINO GAITO, 69 - A JARDIM MARILU SAO PAULO SAO PAULO 02989040

8. Nacionalidade:
BRASILEIRO

9. Telefone:
(11) 3945-3566

10. Outro Telefone:

11. Email:
marcelorrodrigues@yahoo.com.br

12. Cargo:

Termo de Compromisso: Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas complementares. Comprometo-me a utilizar os materiais e dados coletados exclusivamente para os fins previstos no protocolo e a publicar os resultados sejam eles favoráveis ou não. Aceito as responsabilidades pela condução científica do projeto acima. Tenho ciência que essa folha será anexada ao projeto devidamente assinada por todos os responsáveis e fará parte integrante da documentação do mesmo.

Data: 25 / 04 / 2015

Marcelo Rivelino Rodrigues
Assinatura

INSTITUIÇÃO PROPONENTE

13. Nome:
Pontifícia Universidade Católica de São Paulo-PUC/SP

14. CNPJ:
60.990.751/0002-05

15. Unidade/Órgão:
Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia

16. Telefone:
(11) 3124-7212

17. Outro Telefone:
(11)3670-8466

Termo de Compromisso (do responsável pela instituição): Declaro que conheço e cumprirei os requisitos da Resolução CNS 466/12 e suas Complementares e como esta instituição tem condições para o desenvolvimento deste projeto, autorizo sua execução.

Responsável: Saddo Ag Almouloud CPF: 212724428-10

Cargo/Função: Coordenador do Programa

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud
Coordenador do Programa de Estudos
Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC/SP

Data: ____ / ____ / ____

Assinatura

PATROCINADOR PRINCIPAL

Não se aplica.

Anexo 3 – Parecer do Comitê de Ética

Projeto de pesquisa de doutorado: Letramento probabilístico dos professores no Ensino Médio

Doutorando: Marcelo Rivelino Rodrigues

Orientadora: Cileda de Queiroz e Silvo Coutinho

Parecer

O objetivo do projeto é estudar o nível de letramento probabilístico exigido para a resolução de questões referentes a esse tema nos exames de larga escala e qual sua presença nos livros didáticos de Matemática. O autor pretende também investigar o nível de letramento probabilístico e estatístico identificado em alunos de cursos de Licenciatura em Matemática que já cursaram as disciplinas probabilidade e estatística.

Para alcançar esses objetivos, o autor do projeto pretende diagnosticar que permitem identificar a existência ou não de um desalinhamento das três esferas citadas acima e, existir, qual é seu nível de interferência no desempenho dos estudantes do ensino básico quanto da participação nas avaliações de larga escala, aplicadas anualmente nas escolas públicas do Brasil.

A pesquisa se insere no projeto maior desenvolvido pelo grupo de pesquisa PEA-MAT, no que se refere ao estudo do letramento estatístico, probabilístico, combinatório e financeira.

A pesquisa que se pretende realizar é de cunho qualitativo, com procedimento de um estudo diagnóstico, apoiado em entrevistas e observações de alunos de cursos de licenciatura em Matemática, em situação de resolução de problemas.

Para esse estudo, o autor pretende utilizar as questões sobre o tema probabilidade que aparecem nas avaliações de larga escala e, por meio de um questionário e/ou entrevista aplicado a alunos no intuito de estudar concepções desses alunos dos cursos de Licenciatura em

Matemática a respeito dessas questões.

Os documentos entregues indicam que os cuidados éticos serão preservados, respeitando o aceite do TCLE pelos sujeitos da pesquisa.

Pelo exposto somos de parecer pela aprovação da realização da pesquisa.

São Paulo, 16 de maio de 2015

Para comissão de ética do PEPG
em Educação Matematica
Saddo Ag Almouloud

Anexo 4 – Carta de Esclarecimento sobre o projeto e a pesquisa

PROJETO: Educação Estatística e Educação Financeira na Escola Básica.

Pesquisa: Estudo sobre as concepções de professores do ensino básico em relação à aleatoriedade e probabilidade

Caro colaborador,

Meu nome é **Marcelo Rivelino Rodrigues**, sou aluno de Doutorado, sob orientação da Profa. Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Faculdade de Ciências Exatas e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP.

Venho convidá-lo a participar de minha tese de doutorado, que tem como objetivo principal investigar elementos do letramento probabilístico, presentes no discurso dos professores no ensino básico, de forma a estabelecer categorias hierárquicas.

Para este fim, será utilizado um questionário sobre o tema a ser respondido por professores atuantes no ensino básico em escolas públicas do Estado de São Paulo, com participação voluntária.

Destacamos que, a qualquer momento, os participantes são livres para não mais responder ao instrumento, sem qualquer ônus ou penalização de qualquer parte. Caracteriza-se firmemente a participação voluntária.

Saliento que as informações obtidas nesta pesquisa serão divulgadas para fins estritamente acadêmicos, e para tanto asseguro o sigilo sobre sua participação. Os dados não serão divulgados de forma a possibilitar sua identificação, para preservar sua identidade serão utilizados nomes fictícios.

Além disso, estarei disponível pelo e-mail: marcelorrodrigues@yahoo.com.br e do telefone (11) 99495-0772, para quaisquer esclarecimentos antes, durante e após a conclusão da pesquisa sobre a metodologia e outros assuntos a ela correlatos.

Desde já, agradeço sua colaboração para a realização deste trabalho.

Anexo 5 – Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Pesquisa: Estudo sobre as concepções de professores do ensino básico em relação à aleatoriedade e probabilidade

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, ____, com ___ anos de idade, portador (a) do RG __________________________, residente na ____, com número de telefone ____________________________ e e-mail _____________________________, abaixo assinado, dou meu consentimento livre e esclarecido para participar como voluntário da pesquisa supracitada, sob a responsabilidade do pesquisador Marcelo Rivelino Rodrigues, aluno do curso de Doutorado em Educação Matemática da PUC-SP, e da Professora Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, orientadora da pesquisa e docente do Programa de Doutorado da PUC-SP.

Assinando este Termo de Consentimento, estou ciente de que:

1) O objetivo do questionário, parte da pesquisa desenvolvida por Marcelo Rivelino Rodrigues, é o de realizar um estudo a respeito de elementos do letramento probabilístico, observados em um grupo de professores do Ensino Básico, de forma a estabelecer uma categorização desses elementos.
2) A realização desta pesquisa é fundamental para gerar subsídios do saber probabilístico que apoie a disciplina de probabilidade nos cursos de Licenciatura.
3) Assim que for terminada a pesquisa, o relatório com seus resultados será divulgado a toda a comunidade acadêmica (alunos e professores) do Programa de Estudos Pós-graduados em Educação Matemática da PUC-SP.
4) Estou livre para interromper, a qualquer momento, minha participação nesta pesquisa.
5) A participação nesta pesquisa é voluntária, e os professores não receberão qualquer forma de remuneração;

6) Os dados pessoais dos alunos serão mantidos em sigilo e os resultados obtidos com a pesquisa serão utilizados apenas para alcançar os objetivos do trabalho, incluindo a publicação na literatura científica especializada;
7) Poderei entrar em contato com o pesquisador responsável, Marcelo Rivelino Rodrigues, pelo e-mail marcelorrodrigues@yahoo.com.br e com a pesquisadora Dra. Cileda de Queiroz e Silva Coutinho, pelo e-mail cileda@pucsp.br.
8) Obtive todas as informações necessárias para poder decidir conscientemente sobre minha participação na referida pesquisa;
9) Este Termo de Consentimento é feito em duas vias, de modo que uma permanecerá em meu poder e a outra com os pesquisadores responsáveis.

São Paulo, ______de ____________________ de 2015.

____

Assinatura do participante

____

Assinatura da responsável pela pesquisa

____

Assinatura do pesquisador