

## Problema a resolver:

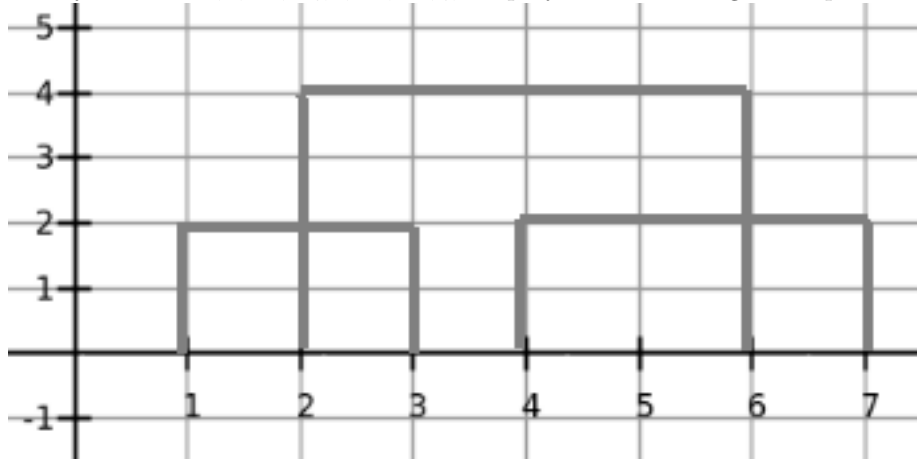
El problema esta dado por la siguiente situación: tenemos en un "lista" con una cantidad  $3*n$  de números( $n$  un número fijo).

Para  $i$  desde  $0$  a  $n-1$ , vamos a decir la posición  $i$  en la lista va a ser *Izq* del edificio  $i$ -ésimo,  $i+1$  va a ser *Alt* del edificio  $i$ -ésimo e  $i+2$  va a ser *Der* del edificio  $i$ -ésimo.

A grandes rasgos vamos a tener una lista de  $n$  edificios (interpretamos a un edificio como una tupla  $\langle Izq, Alt, Der \rangle$ ) con una base en común implícita que es  $0$ .

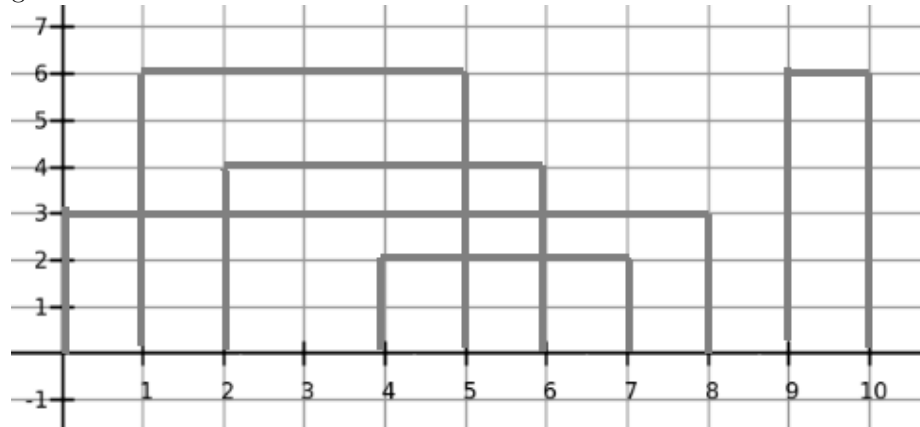
Por ejemplo para un entrada de la forma:

$n=3$  y  $lista = \langle 1, 2, 3 \rangle, \langle 4, 2, 7 \rangle, \langle 2, 4, 6 \rangle$  proyectada en un gráfico quedaría:

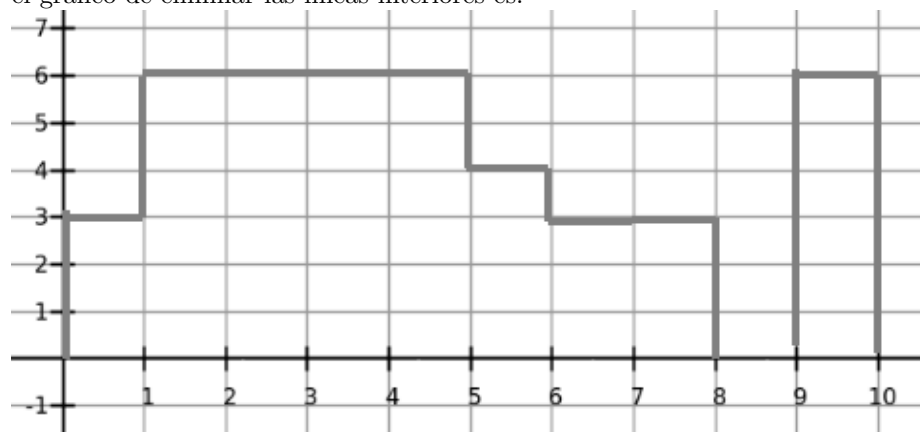


Lo que queremos hacer es "eliminar todas las líneas interiores del gráfico", quedarnos con su contorno, se obtiene el mismo resultado "siguiendo con el dedo el gráfico".

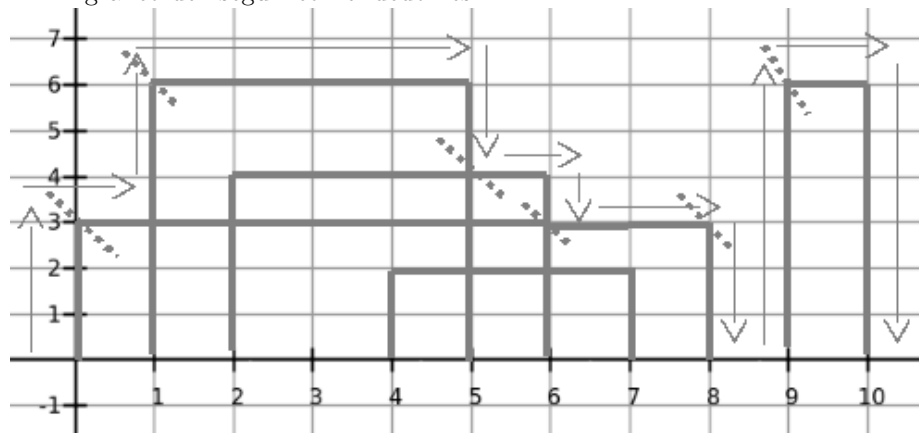
Para una  $lista = \langle 0,3,8 \rangle, \langle 1,6,5 \rangle, \langle 2,4,6 \rangle, \langle 4,2,7 \rangle, \langle 9,6,10 \rangle$  con  $n=5$  su gráfico es:



el gráfico de eliminar las líneas interiores es:



El gráfico de "seguir con el dedo" es:



La salida para este ejemplo es  $salida=0,3,1,6,5,4,6,3,8,0,9,6,0$

Lo que hago cuando "sigo con el dedo" es:

Empezar con el primer edificio y seguimos el trazo, si me interseco con otro edificio seguir el trazo del edificio con el que me intersequé desde ese punto.

Si no me interseco con nadie pero hay más edificios adelante "seguir con el dedo" los otros. Si no hay más edificios terminé.

Luego de ese contorno voy a obtener la solución final que son los puntos donde hay cambios( $\uparrow \rightarrow$  y  $\downarrow \rightarrow$ ).

# Resolución:

Un panorama de la resolución es:

ordenar los edificios por su Izq y retornar el primer punto del primer edificio. Vamos recorriendo los edificios(mirando el edificio por el que voy,anterior, y uno mas adelante,siguiente), si anterior interseca a siguiente, encolo anterior y retorno la intersección si siguiente es mayor en altura que anterior.

Si es igual en altura o mayor, ahora anterior es siguiente. Si es menor en altura no hago nada. **no vale la pena ponerlo**

Si anterior no interseca a siguiente(quiere decir que están "separados",pero puede que antes de anterior haya un edificio que termine despues que anterior y sea menor en altura ) voy a buscar este edificio en la cola (ordenada por altura) desencolando y mirando el tope:

si lo encuentro, ese edificio ahora es anterior, retorno la intersección.

si la cola es vacía(quiere decir que no había ningún edificio que terminara después que anterior) retorno anterior.Der,0,siguiente.Izq,siguiente.Alt y ahora anterior es siguiente.

Terminé de recorrer los edificios,pero puede que hayan quedado cosas dentro del heap, y son puntos que debería tener la solución Mientras el heap tenga edificios, voy a comparar el tope con anterior:

si tope termina antes que el anterior desencolo, en caso contrario imprimo la intersección. Ahora anterior es el tope de la cola y desencolo.

Hay cosas que en esta descripción no tuve en cuenta, porque son muy especificas en casos "borde", para explicarlo profundamente lo hago con este pseudocódigo:

Sea lista: lista(<Izq,Alt,Der>) y n la cantidad de tuplas en la lista.

```
1: procedure RESOLVEREDIFICIOS(lista,n)
2:   ordenar los edificios por Izq
3:   comparo  $\leftarrow$  lista[0]
4:   cola  $\leftarrow$  vacio
5:   imprimo el primer punto
6:   for (i  $\leftarrow$  1, n - 1) do //voy recorriendo los edificios
7:     siguiente  $\leftarrow$  lista[i]
8:     if (se intersecan comparo y siguiente *0) then
9:       if (siguiente > comparo en altura *1) then
10:        imprimir intersección
11:        if (la cola está vacia) then
12:          cola.encolar(comparo)
13:        else
14:          if (comparo no está en el tope del cola) then
15:            cola.encolar(comparo)
16:          end if
17:        end if
18:        comparo  $\leftarrow$  siguiente
```

```

19:      end if
20:      if (siguiente == comparo en altura *2) then
21:          if (la cola está vacía) then
22:              cola.encolar(comparo)
23:          else
24:              if (comparo no está en el tope del cola) then
25:                  cola.encolar(comparo)
26:              end if
27:          end if
28:      end if
29:      if (siguiente < comparo en altura *3) then
30:          cola.encolar(comparo)
31:      end if
32:  end if(no se intersecan comparo y siguiente*4)
33:  if (la cola no está vacía) then
34:      while (cola no vacía) do
35:          if (primero.colas termina antes que siguiente *5) then
36:              desencolar.colas
37:          else(primero.colas termina después que siguiente *6)
38:              imprimir intersección entre comparo y primero.colas
39:          end if
40:      end while
41:      else //no pasé a nadie que cortaría a comparo, como no se intersecan
42:          imprimir ambos puntos
43:          imprimir comparo.Der y 0
44:          imprimir siguiente.Izq y siguiente.Alt
45:          comparo ← siguiente
46:      end if
47:  end for(no hay siguiente, puede que hayan quedado cosas en el cola *7)
48:  //uso a comparo que es el último edificio con el que haya en el tope de la
49:  cola
50:  while (la cola no sea vacía) do
51:      if (comparo termina antes que primero.colas *8) then
52:          imprimir intersección comparo y primero.colas
53:          comparo ← cola.primero
54:          desencolar.colas
55:      else(comparo termina después que el primero.colas *9)
56:          desencolar.colas
57:      end if
58:  end while(al último punto no lo imprimo nunca*9)
59:  //lo imprimo acá
60:  imprimir comparo.Der y 0
61: end procedure

```

# Complejidad:

Vamos a ver que la cantidad de veces que encolo es una funcion de  $n$ , y así poder ver que la cantidad de veces que desencolo es tambien una funcion de  $n$  porque no puedo desencolar más cosas de las que encolo. Vemos en el algoritmo que en el if \*1 y \*2, encola si está vacia y si el elemento está en el tope no lo encolo, (falta demostrar que si quiero encolar un elemento 2 veces el que quiero encolar de nuevo está en el tope, la idea la había sacado angel) en el if \*3 encolo. Como vamos recorriendo los edificios linealmente y encolo en consecuencia de lo dicho arriba la cantidad de veces que encolo es una funcion de  $n$ , más precisamente  $n$ .

Veamos ahora la complejidad del while dentro del for, en peor caso por casa edificio desencolo todos los edificios eso da una complejidad  $n*n$ , pero si analizamos más finamente, nunca podría para cada paso desencolar todos los edificios.

Si voy por el edificio  $i$  ( $i$  entre 0 y  $n-1$ ), tengo en el heap en peor caso  $i-1$  edificios, entro en el while y desencolo  $i-1$  edificios, sigo avanzando y llego a un edificio  $j$  ( $j$  entre 0 y  $n-1$  y es mayor que  $i$ ) ahora en el heap en peor caso tengo  $j-i$  edificios, entro en el while y desencolo en peor caso  $j-i$  edificios. llego al último edificio  $n-1$  y en peor caso tengo  $n-1-j$  edificios en el heap, entro al while y desencolo  $n-1-j$  veces. Si sumo la cantidad de veces que hice desencolar en el recorrido lineal es  $n$ (suma de los intervalos). Entonces hago  $n$  veces desencolar

Relacionando la parte de encolar y desencolar en el for por cada edificio hago un encolar y una cantidad  $x$  de desencolar +  $c$  operaciones que tienen costo 1 Por lo visto anteriormente la suma de esos  $x$  es  $n$ , entonces el costo es  $n*(\text{costo de desencolar}) + n*(\text{costo de desencolar}) + c(\text{constante **})$

Solo nos falta analizar el while después del for, por lo visto anteriormente la cantidad que puede tener el heap es  $n$ , y hastas que se vacia hace  $n*(\text{costo de desencolar})$  En la implementación usamos una priority-queue como cola, el costo de encolar(push) es  $\log(n)$ , desencolar(pop) es  $\log(n)$  y tope(top) es 1.

Al princio del algoritmo ordeno los edificios por Izq, el costo de ordenarlos es  $n*\log(n)$  (porque uso sort de la stl según este link ), primero hago un swap de Alt por Izq(porque  $<$  está definido por la posición Alt en la tupla) luego uso sort y por último vuelvo las posiciones de las tuplas a como estaban anteriormente. Entonces hago  $n[\text{de invertir tuplas}] + n*\log(n)[\text{de ordenarlos}] + n[\text{invertira las tuplas de nuevo}]$

Finalmente la complejidad es  $O(n[\text{de invertir tuplas}] + n*\log(n)[\text{de ordenarlos}] + n[\text{invertir las tuplas de nuevo}] + c[\text{operaciones}] + n[\text{encolar}] + n*(\log(n))[\text{desencolar del for}] + n*\log(n)[\text{desencolar del while después del for}]) \in O(n(\log(n)))$

\*\*

# Correctitud:

El algoritmo pone el primer punto y el último SIEMPRE.(dónde lo hace!!!)  
Quiero ver que va a poner los puntos intermedios correctamente Tengo los edificios ordenados por izquierda y accedo a ellos secuencialmente mirando el edificio por el que voy(anterior) y el siguiente:

Si anterior y siguiente se intersecan:  
si anterior es mayor a siguiente (grafico A)  
tengo que poner el punto de intersección en la solución  
Supongamos que ese punto (intersección) no es solución:  
caso (gráfico B) existe un edificio que empieza entre  $i_a$  y  $i_s$ , termina después que  $i_s$  y tiene altura entre  $a_s$  y  $a_a$  :  
si existiera este edificio tendría que se siguiente , ABS!!!  
Entonces el punto es solución.  
caso (grafico C) existe un edificio que empieza antes que  $i_a$ , tiene altura mayor  $a_a$  y termina después que  $i_s$ :  
Si existiera tendría que se anterior , ABS!!!  
Entonces el punto es solución.

Si no se intersecan anterior y siguiente():  
voy a tener en el heap los edificios que terminan después que empieza el anterior porque los fui encontrando (grafico D) si el heap está vacío quiere decir que no hay nadie que corte a anterior.  
Entonces voy poner en la solución el punto de anterior y el punto de siguiente.  
Si el heap no está vacío quiere decir que puede que tenga un edificio que corte a anterior voy a sacar del heap hasta que encuentro uno que interseque a anterior, por como es el heap (está ordenado por mayor altura) este que me interseca es el que tiene mayor altura, entonces este punto de intersección es solución.  
Supongamos que este punto de intersección no es solución.  
caso (grafico E) existe un edificio que empieza antes que  $d$ , termina después que  $a_d$  y tiene altura entre  $a_a$  y  $a_h$ , entonces este si existiera, lo tendría que haber encolado cuando recorriera los edificios y tendría que ser el edificio que me daría el heap ABS!!!  
Entonces es solución.