

## cción Avanzada - Práctica 11 (Cálculo de programas imperativos)

Departamento de Computación-UNRC

2020

**Ejercicio 1.** Dado el siguiente programa:

```

Array a[0..n) of Int;
Var i,x:Int;
{n>0}
  x,i := a.0,1;
  do i < n ∧ a.i > x → x,i := a.i,i + 1
  [] i < n ∧ a.i ≤ x → i := i + 1
  od
{⟨∃i: 0 ≤ i < n: a.i = x⟩ ∧ ⟨∀i: 0 ≤ i < n: x ≥ a.i⟩}

```

En donde `MINInt` es el entero más pequeño que puede ser considerado en este lenguaje de programación.

- ¿Qué hace este algoritmo?
- Demostrar la corrección del algoritmo.

**Ejercicio 2.** Derivar dos programas que calculen  $\mathbf{r} = X^Y$  a partir de cada una de las siguientes definiciones de la función exponencial:

- $$\begin{aligned} \text{(a)} \quad \text{exp}(x, y) &= (y = 0 \rightarrow 1 \\ &\quad \boxed{y \neq 0 \rightarrow x * \text{exp}(x, y - 1)} \\ &\quad ) \\ \text{(b)} \quad \text{exp}(x, y) &= (y = 0 \rightarrow 1 \\ &\quad \boxed{y \neq 0 \rightarrow (y \bmod 2 = 0 \rightarrow \text{exp}(x * x, y \text{div} 2)} \\ &\quad \quad \boxed{y \bmod 2 = 1 \rightarrow x * \text{exp}(x, y - 1)} \\ &\quad ) \\ &\quad ) \end{aligned}$$

Diseñar los dos programas a partir de:

Precondición R:  $\{x = X \wedge y = Y \wedge x \geq 0 \wedge y \geq 0\}$

Postcondición Q:  $\{r = X^Y\}$

Invariante P:  $\{y \geq 0 \wedge r * x^y = X^Y\}$

Para cada programa usar una de las definiciones. Tener en cuenta las mismas a la hora de decidir la manera de achicar la cota.

**Ejercicio 3.** Dado  $n > 0$ , desarrollar un programa que devuelva en la variable  $k$  la mayor potencia de 2 menor o igual que  $n$ .

Precondición R:  $\{n > 0\}$

Postcondición Q:  $\{0 < k \leq n \wedge n < 2 * k \wedge \langle \exists j : 0 < j : k = 2^j \rangle\}$

Invariante P:  $\{0 < k \leq n \wedge \langle \exists j : 0 < j : k = 2^j \rangle\}$

Para cada programa usar una de las definiciones. Tener en cuenta las mismas a la hora de decidir la manera de achicar la cota.

**Ejercicio 4.** \* Sea  $A$  un arreglo de enteros.

- Derivar un programa que determine si todos los elementos de  $A$  son positivos.
- Derivar un programa que determine si algún elemento de  $A$  es positivo.

**Ejercicio 5.** \* Se quiere obtener un programa que, dado un arreglo de enteros y un par de posiciones  $i$  y  $j$  del mismo, determine el valor máximo almacenado en el arreglo entre las posiciones  $i$  y  $j$ .

Suponga que el arreglo tiene  $N$  elementos y vale  $0 \leq i < j \leq N$

**Ejercicio 6.\*** Derivar un programa para la siguiente especificación:

$M : \text{Int}, A : \text{Array}[0..M) \text{ of Int}$

$\text{var } r : \text{Int}$

$\{M \geq 1\}$

S

$\{r = \langle Np : 0 \leq p < M : A.p \geq 0 \rangle\}$

**Ejercicio 7.\*** Calcular un programa que, dados dos enteros positivos  $x$  e  $y$ , devuelva en una variable el mínimo común múltiplo de ambos.

Ayuda: el mínimo común múltiplo de dos enteros positivos se puede especificar por:

$$\text{mcm}.x.y = \langle \text{Min } n : 1 \leq n \wedge n \bmod x = 0 \wedge n \bmod y = 0 : n \rangle$$

**Ejercicio 8.** \* Derivar un programa para la siguiente especificación:

$M : \text{Int}, A : \text{Array}[0..M) \text{ of Int}$

$\text{var } r : \text{Int}$

$\{M \geq 1\}$

S

$\{r = \langle Np, q : 0 \leq p < q < M : A.p * A.q \geq 0 \rangle\}$