Задание 6 (I курс, весна 2010)

Необходимо решить 3 задачи из 6!

Задача 1

Привести пример расположения *l* точек на плоскости так, чтобы число разбиений получившейся выборки на две с помощью линейных решающих правил росло с увеличением *l* как l^2. Расположить точки в трёхмерном пространстве так, чтобы число разбиений получившейся выборки на две с помощью линейных решающих правил увеличивалось с ростом *l* как l^3.

Задача 2

Поисковый запрос может быть обработан одним из n серверов. Диспетчер направляет запрос на сервер i с вероятностью Pi, а сервер i успешно обрабатывает запрос с вероятностью Qi. Если запрос успешно обработан, то какова вероятность, что он был обработан сервером номер 1?

Задача 3

Случайные величины x, y и e связаны соотношением

$$y = x^3 + e\ .$$

Случайная величина e не зависит от случайной величины x и распределена нормально с математическим ожиданием 0 и дисперсией s^2, случайная величина x распределена нормально с математическим ожиданием 0 и дисперсией, равной 1. Определить полином второго порядка $P_2(x) = a + bx + cx^2$, к которому случайная величина Y наиболее близка в смысле среднеквадратичного уклонения $D = \int \left(y - a - bx - cx^2\right)^2 p(x,y)dxdy$.

Задача 4

Пусть x, y-случайные величины, причём y=0, если x принадлежит классу 0 и y=1, если x принадлежит классу 1, $P(x,0) = \dfrac{0.5}{\sqrt{2p}\,s_0} e^{-\frac{x^2}{2s_0^2}}$, $P(x,1) = \dfrac{0.5}{\sqrt{2p}\,s_1} e^{-\frac{x^2}{2s_1^2}}$.

Найти правило, минимизирующее ошибку классификации.

Задача 5

Доказать корректность по Адамару метода наименьших квадратов $\left\|Y_0 + u - AX\right\|^2 \underset{X}{\to} \min$ если матрица $A^T A$ невырождена.

Указание. Задача называется корректной по Адамару, если

- Задача имеет решение
- Решение задачи единственно
- При стремлении нормы возмущения u к нулю, решение задачи стремится к решению невозмущённой задачи (в данном случае к вектору $X_0 = \arg\min\limits_X \left\|Y_0 - AX\right\|^2$).

Задача 6

В двух точках X1 и X2 двумерного поля проводятся измерения, по которым методом кригинга прогнозируется значение поля в третьей точке X3. Поле стационарно, то есть дисперсия его значения в любой точке постоянна, среднее значение равно 0 а корреляционная функция зависит только от расстояния между двумя точками и монотонно убывает с ростом этого расстояния.

- Где расположить точку X3, чтобы дисперсия прогноза была минимальна?
- Построить 3D график зависимости дисперсии прогноза от положения точки X3 при X1=(0.5,0), X2=(-0.5,0) и корреляционной функции поля $R(x,y) = \exp(-\frac{1}{3}\|x-y\|^2)$