

## Ejercicios resueltos

### Transmisión, Ganancia, pérdida y uso de dB

1) Un circuito tiene una potencia de la señal en la entrada de 0 dBm y su ganancia es  $G = -5$  dB ¿Cuál será la potencia en mW a la salida?

$$P_s(\text{dBm}) = P_e(\text{dBm}) + G(\text{dB}) = 0 \text{ dBm} + (-5 \text{ dB}) = -5 \text{ dBm}$$

$$P_s(\text{dBm}) = -5 \text{ dBm} = 10 \log(P_s(\text{mW})) \Rightarrow -5 \text{ dBm}/10 = \log(P_s(\text{mW}))$$

$$10^{(-5 \text{ dBm}/10)} = P_s(\text{mW}) = 0,316 \text{ mW}$$

$$P_e(\text{dBm}) = 0 \text{ dBm} = 10 \log(P_e(\text{mW})) \Rightarrow 0 \text{ dBm}/10 = \log(P_e(\text{mW}))$$

$$10^{(0 \text{ dBm}/10)} = P_e(\text{mW}) = 1 \text{ mW}$$

$$\text{Verificación: } G = 10 \log(P_s/P_e) = 10 \log(0,316 \text{ mW}/1 \text{ mW}) = 10 \cdot (-0,5) = -5 \text{ dB}$$

**Respuesta:  $P_s = 0,316 \text{ mW}$**

2) Calcular la tensión en la entrada y en la salida para el problema anterior, suponiendo que trabaja con  $R = 50 \Omega$ , y expresarlas en dBmV.

$$V_e = \sqrt{P_e \cdot R} = \sqrt{0,001 \text{ W} \cdot 50 \Omega} = 0,22360 \text{ V} \Rightarrow V(\text{dBmV}) = 20 \log(223,6 \text{ mV}) = 46,98 \text{ dBmV}$$

$$V_s = \sqrt{P_s \cdot R} = \sqrt{0,000316 \text{ W} \cdot 50 \Omega} = 0,12569 \text{ V} \Rightarrow V(\text{dBmV}) = 20 \log(125,69 \text{ mV}) = 41,98 \text{ dBmV}$$

$$\text{Verificación: } G = -5 \text{ dB} = 20 \log(V_s/V_e) = 20 \log(0,12569 \text{ V}/0,22360 \text{ V}) = -5 \text{ dB}$$

**Respuesta:  $V_e = 46,98 \text{ dBmV}$ ;  $V_s = 41,98 \text{ dBmV}$**

3) Si el circuito trabaja a una temperatura constante de 25 °C ¿Cuál será la Potencia de ruido térmico en dBm si el circuito actúa como un pasabanda de 10 MHz?

$$P_N(\text{W}) = k \cdot T \cdot B = (1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K}) \cdot (273 + 25 \text{ °C}) \text{ K} \cdot (1 \times 10^7 \text{ Hz}) = 4,1124 \times 10^{-14} \text{ W}$$

$$P_N(\text{mW}) = 4,1124 \times 10^{-11} \text{ mW}$$

$$P_N(\text{dBm}) = 10 \log(4,1124 \times 10^{-11} \text{ mW}) = -103,85 \text{ dBm}$$

**Respuesta:  $P_N(\text{dBm}) = -103,85 \text{ dBm}$**

4) Un circuito amplificador de 3 dB con  $R = 93 \Omega$  recibe en la entrada una señal de 2 V y se verifica que en la salida el ruido total es -50 dBm ¿Cuál será la relación de potencia S/N adimensional en la entrada si el amplificador es ideal?

$$P_{se} = \frac{V_{se}^2}{R} = \frac{2 \text{ V}^2}{93 \Omega} = 0,04301 \text{ W} = 43,01 \text{ mW}$$

$$P_{ns} = P_{ne} + G \Rightarrow P_{ne} = P_{ns} - G = -50 \text{ dBm} - 3 \text{ dB} = -53 \text{ dBm}$$

$$P_{ne}(\text{dBm}) = -53 \text{ dBm} = 10 \log(P_{ne}(\text{mW})) \Rightarrow 10^{(-53 \text{ dBm}/10)} = P_{ne}(\text{mW}) = 5,0118 \times 10^{-6} \text{ mW}$$

$$(S/N)_e = \frac{P_{se}}{P_{ne}} = \frac{43,01 \text{ mW}}{5,0118 \times 10^{-6} \text{ mW}} = 8.581.747,07$$

**Respuesta:  $S/N = 8.581.747,07$**

5) Calcular la relación S/N en dB en la salida.

$$G(dB) = 3 \text{ dB} = 10 \log(P_{ss}/P_{se}) = 10 \log(P_{ss}/43,01 \text{ mW}) \Rightarrow P_{ss} = 10^{(3 \text{ dB}/10)} \cdot 43,01 \text{ mW}$$

$$P_{ss} = 85,816 \text{ mW}$$

$$P_{ns}(dBm) = -50 \text{ dBm} = 10 \log(P_{ns}(mW)) \Rightarrow 10^{(-50 \text{ dBm}/10)} = P_{ns}(mW) = 0,00001 \text{ mW}$$

$$(S/N)_s \text{ dB} = 10 \log(P_{se}/P_{ne}) = 10 \log(85,816 \text{ mW}/0,00001 \text{ mW}) = 63,33 \text{ dB}$$

**Respuesta:**  $(S/N)_s = 69,33 \text{ dB}$

6) Para el circuito anterior, si la relación S/N adimensional a la salida se deteriora 40%, es decir fuera 40% menor que la original ¿Cuál sería el índice de ruido?

$$(S/N)_s = 85,816/0,00001 = 8.581.600$$

$$(S/N)_{s'} = (S/N)_s \cdot (1 - 0,4) = 5.148.960$$

$$F = \frac{(S/N)_e}{(S/N)_{s'}} = \frac{8.581.600}{5.148.960} = 1,666666$$

$$N = 10 \log F = 10 \log 1,66666 = 2,2184 \text{ dB}$$

**Respuesta:**  $N = 2,2184 \text{ dB}$

7) Un circuito amplificador no ideal de 5 dB de Ganancia y 3 dB de índice de ruido recibe en la entrada un nivel de señal de 10 dBmV y un nivel de ruido de 50 dBμV. Calcular la Tensión de Ruido Interno (VNi) del circuito en dBmV.

$$N = 3 \text{ dB} = 10 \log F \Rightarrow F = 10^{(3 \text{ dB}/10)} = 1,99526$$

$$V_{se}(dBmV) = 10 \text{ dBmV} = 20 \log(V_{se}(mV)) \Rightarrow 10^{(10 \text{ dBmV}/20)} = V_{se}(mV) = 3,1622 \text{ mV}$$

$$V_{ne}(dB\mu V) = 50 \text{ dB}\mu V = 20 \log(V_{se}(\mu V)) \Rightarrow 10^{(50 \text{ dB}\mu V/20)} = V_{ne}(\mu V) = 316,22 \mu V$$

$$V_{ne}(mV) = 0,31622 \text{ mV}$$

$$V_{ss}(dBmV) = V_{se}(dBmV) + G = 10 \text{ dBmV} + 5 \text{ dB} = 15 \text{ dBmV}$$

$$V_{ss}(dBmV) = 15 \text{ dBmV} = 20 \log(V_{ss}(mV)) \Rightarrow 10^{(15 \text{ dBmV}/20)} = V_{ss}(mV) = 5,6234 \text{ mV}$$

$$V_{ns}(dB\mu V) = V_{ne}(dB\mu V) + G = 50 \text{ dB}\mu V + 5 \text{ dB} = 55 \text{ dB}\mu V$$

$$V_{ns}(dB\mu V) = 55 \text{ dB}\mu V = 20 \log(V_{se}(\mu V)) \Rightarrow 10^{(55 \text{ dB}\mu V/20)} = V_{ns}(\mu V) = 562,3413 \mu V$$

$$V_{ns}(mV) = 0,5623413 \text{ mV}$$

$$F = 1,99526 = \frac{(S/N)_e}{(S/N)_s} = \frac{\left(\frac{V_{se}}{V_{ne}}\right)^2}{\left(\frac{V_{ss}}{V_{ns} + V_{ni}}\right)^2} = \frac{\left(\frac{3,1622 \text{ mV}}{0,31622 \text{ mV}}\right)^2}{\left(\frac{5,6234 \text{ mV}}{0,5623413 \text{ mV} + V_{ni}}\right)^2} = \frac{100}{\left(\frac{5,6234 \text{ mV}}{0,5623413 \text{ mV} + V_{ni}}\right)^2}$$

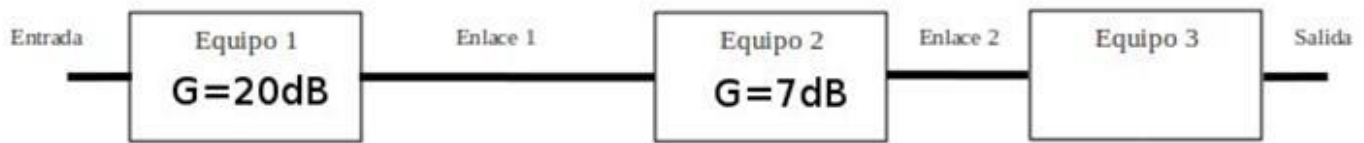
$$\left(\frac{5,6234 \text{ mV}}{0,5623413 \text{ mV} + V_{ni}}\right)^2 = \frac{100}{1,99526} \Rightarrow \frac{5,6234 \text{ mV}}{0,5623413 \text{ mV} + V_{ni}} = \sqrt{50,11878} = 7,07946$$

$$0,5623413 \text{ mV} + V_{ni} = \frac{5,6234 \text{ mV}}{7,07946} = 0,79432 \text{ mV} \Rightarrow V_{ni} = 0,79432 \text{ mV} - 0,5623413 \text{ mV}$$

$$V_{ni} = 0,231984 \text{ mV}$$

$$V_{ni}(dBmV) = 20 \log 0,231984 \text{ mV} = -12,69 \text{ dBmV}$$

8) **Problema de parcial:** Un circuito está formado por 3 equipos conectados en serie utilizando cable coaxial.



La potencia de entrada del Equipo 1 es de 10 mW, la potencia de entrada del equipo 3 es de 630,96 mW, la potencia de salida del equipo 3 es de 1584,9 mW.

La longitud del Enlace 1 es el doble que la del Enlace 2 y ambos enlaces están contruidos con el mismo material.

La ganancia del equipo 1 es de 20 dB y la del 2 de 7dB.

Para este circuito, calcular:

1. Ganancia del equipo 3 en dB. **Respuesta: G3 = 4 dB**
2. Pérdida de los enlaces 1 y 2 en dB. **Respuesta: P1 = 6 dB; P2 = 3 dB**
3. Potencia de entrada y salida en equipo 2 en mW. **Respuesta: PE2 = 251,18 mW; PS2 = 1258,92 mW**
4. El ruido interno del Equipo 1 en dBm, suponiendo que es un amplificador no ideal con un índice de ruido de 5 dB al cual ingresa junto con la señal un ruido de 4 dBm. **Respuesta: PNI = 27,34 dBm**

## Capacidad del Canal - Nyquist y Shannon

1) Calcular el baudrate y el bitrate teórico que puede alcanzar como máximo un enlace que pretende utilizar un canal de ancho de banda de 4 KHz y de S/N de 35 dB.

$$\text{Baudrate} = 2 \cdot \Delta F = 2 \cdot 4 \text{ KHz} = 8 \text{ Kbaudios}$$

$$35 \text{ dB} = 10 \log(S/N) \Rightarrow S/N = 10^{(35 \text{ dB}/10)} = 3162,2776$$

$$\text{Bitrate teórico} = \Delta F \cdot \log_2(1 + S/N) = 4 \text{ KHz} \cdot \log_2(1 + 3162,2776) = 46,5088 \text{ Kbps}$$

**Respuesta: Baudrate = 8 Kbaudios; Bitrate teórico = 46,5088 Kbps**

2) Determinar el máximo bitrate real que puede desarrollar un módem 32-PSK sobre un canal con los parámetros del punto anterior.

$$M_{\max} = \sqrt{1 + SN} = \sqrt{1 + 3162,2776} = 56,243$$

$$M = 32 < 56,243 = M_{\max} \Rightarrow \text{Se puede utilizar } 32 - \text{PSK}$$

$$\text{Bitrate real} = 2\Delta F \log_2 32 = 8 \text{ KHz} \cdot 5 = 40 \text{ Kbps}$$

**Respuesta: Bitrate real = 40 Kbps**

3) Un módem trabaja en modo 4-PAM logrando velocidades de 64 Kbps. Calcular cuál será el ancho de banda necesario considerando al canal ideal.

$$\text{Kbps} = 2 \Delta F \log_2 M = 2 \Delta F \log_2 4 = 64 \text{ Kbps}$$

$$\Delta F = \frac{64}{2 \log_2 4} = \frac{64}{2 \cdot 2} = 16 \text{ KHz}$$

**Respuesta:  $\Delta F \geq 16 \text{ KHz}$**

4) Determinar la máxima velocidad binaria en Kbps con que transmitirá un módem 64-QAM sobre un canal de 50 KHz de ancho de banda que tiene una relación señal a ruido de  $5,2 \times 10^4$  veces.

$$M_{max} = \sqrt{1 + S/N} = \sqrt{1 + 52000} = 228,03$$

$$M = 64 < 228,03 = M_{max}$$

$$\text{Bitrate real (Kbps)} = 2 \Delta F \log_2 64 = 2 \cdot 50 \text{ KHz} \cdot 6 = 600 \text{ Kbps}$$

$$\text{Bitrate teórico (Kbps)} = \Delta F \log_2(1 + S/N) = 50 \text{ KHz} \log_2(1 + 52000) = 783 \text{ Kbps}$$

$$\text{Bitrate real} < \text{Bitrate teórico}$$

**Respuesta: El módem puede operar como máximo en *Bitrate real* = 600 Kbps**

5) Determinar para el problema anterior cuál es la relación S/N suficiente en dB.

$$M = 64 = \sqrt{1 + S/N} \Rightarrow S/N = 64^2 - 1 = 4.095$$

$$S/N(\text{dB}) = 10 \log(S/N) = 10 \log 4.095 = 36,123 \text{ dB}$$

**Respuesta:  $S/N \geq 36,123 \text{ dB}$**

6) Un módem tiene la capacidad de reconfigurarse si las condiciones de la línea lo requieren, usando 64-QAM; 32-QAM; 16-PSK y 8-PSK, todas sin compresión, y trabaja sobre una línea de 4 KHz con una tasa S/N de 37 dB. Determinar cuál será la máxima velocidad binaria real si el ruido en la línea se duplica.

$$S/N(\text{dB}) = 10 \log(S/N) = 37 \text{ dB} \Rightarrow \log(S/N) = 3,7 \Rightarrow S/N = 10^{3,7} = 5011,87$$

$$S/N = 5011,87$$

$$(S/N)' = 5011,87/2 = 2505,936$$

$$M_{max} = \sqrt{1 + (S/N)'} = \sqrt{1 + 2505,936} = 50,069 \text{ niveles}$$

Como  $M = 64 > M_{max} = 50,069 \Rightarrow$  No se puede utilizar 64 – QAM

Como  $M = 32 < M_{max} = 50,069 \Rightarrow$  Se puede utilizar 32 – QAM

$$\text{Kbps} = 2 \cdot 4 \text{ KHz} \cdot \log_2 32 = 40 \text{ Kbps}$$

**Respuesta: *Bitrate real* = 40 Kbps**

7) **Problema de parcial:** Una telco que se encuentra ubicada a 2250 metros del cliente está evaluando usar el par utilizado por un servicio ADSL para dar de emergencia un servicio HDSL de 1024 Kbps.

La tecnología HDSL, es una tecnología de acceso punto a punto, sin amplificadores ni repetidores de señal a lo largo de la ruta del cableado, permitiendo un flujo de información simétrico (igual velocidad de subida y bajada) y de alta velocidad sobre el bucle de abonado. Esta tecnología trabaja en la banda de frecuencias 10-292 KHz y utiliza modulación 4PAM de acuerdo a la S/N del medio.

Frecuencia (KHz)	S/N (dB)
30 – 77,3	29
77,3 – 184,8	22
184,8 – 623,4	17
623,4 – 976,0	27
976,0 – 1100,7	11

Tabla 1: Relación S/N para las frecuencias en KHz

Frecuencia (MHz)	Atenuación
0,0000 – 0,1505	1,6
0,1505 – 0,2966	1,9
0,2966 – 0,5073	2,1
0,5073 – 0,8728	2,9
0,8728 – 1,1010	3,5

Tabla 2: Atenuación específica para las frecuencias en MHz

Para este enlace, y sin considerar otro tipo de pérdidas (como por ejemplo los introducidos en empalmes):

1. Calcular el máximo baudrate, en baudios o símbolos/segundo. **Respuesta: 564 Kbaudio**
2. Calcular el máximo bitrate teórico que permite la calidad del par existente.  
**Respuesta: Bitrate teórico = 1600,57 Kbps**
3. Calcular cuál sería el máximo bitrate real que permite la calidad del par existente. **Respuesta: 4PAM <  $M_{max}$ ;**  
**Bitrate real = 1128 Kbps**
4. Verificar la factibilidad técnica de la nueva tecnología, sin considerar otras pérdidas que las aquí descritas, si la potencia de transmisión del módem HDSL es de 0 dBm y su sensibilidad de recepción de  $S_{rx} = -41$  dBm. Informar si el enlace efectivamente funcionará. **Respuesta:  $-42,75$  dBm <  $-41$  dBm; NO FACTIBLE**

## Radio enlaces

1) Un ISP instalará un radioenlace utilizando tecnología 802.11, o sea radios sin asignación de banda, para vincular un nuevo CLIENTE en zona rural. Del lado CLIENTE, se utilizará la estructura de un tanque de agua que permite instalar un equipo (con antena interna de 16 dB) a una altura máxima de 20 metros sobre el nivel del terreno. Del lado ISP, se instalará un Access Point (AP), vinculado a través de un Pigtail de 1 dB de pérdida, con una Antena sectorizada de 19 dB de Ganancia, que se instalará sobre la terraza del edificio a 40 metros sobre el nivel de la calle. La distancia en línea recta entre ambas estaciones es de 14 km y el perfil del terreno es tal que el lado CLIENTE se encuentra a 35 metros sobre el nivel del mar y el lado ISP a 25 metros sobre el nivel del mar.

Parámetros de equipos:

$F = 2.4$  GHz;  $P_{tx} = 24$  dBm

$S_{rx} = -90$  dBm ----54 Mbps

$S_{rx} = -85$  dBm ----180 Mbps

$S_{rx} = -80$  dBm ----240 Mbps

$S_{rx} = -76$  dBm ----270 Mbps

$S_{rx} = -73$  dBm ----300 Mbps

a. Verificar si existe línea de vista, si a los 6 km desde el ISP existe un monte de eucaliptos de 21 metros sobre una superficie elevada 37 metros sobre el nivel del mar.

Tomamos como lado  $a$  el lado  $CLI$ .

$$c = \frac{4(8 \text{ Km} \cdot 6 \text{ Km})}{51 \cdot 4/3} = 2,824 \text{ m}$$

$$DA = 8 \text{ Km} + 6 \text{ Km} = 14 \text{ Km}$$

$$AB = 8 \text{ Km}$$

$$ED = (40 \text{ m} + 25 \text{ m}) - (20 \text{ m} + 35 \text{ m}) = 10 \text{ m}$$

$$CB = \frac{ED \cdot AB}{DA} = \frac{10 \text{ m} \cdot 8 \text{ m}}{14 \text{ m}} = 5,715 \text{ m}$$

$$Ad = CB + (h_a + H_a) = 5,715 \text{ m} + (20 \text{ m} + 35 \text{ m}) = 60,715 \text{ m}$$

$$Ad' = Ad - c = 60,715 \text{ m} - 2,824 \text{ m} = 57,891 \text{ m}$$

Según el criterio de obstrucción del enunciado para que exista LOS se debería cumplir que:

$$Ad' > h + H \Rightarrow Ad' = 57,891 \text{ m} < h + H = 21 \text{ m} + 37 \text{ m} = 58 \text{ m} \Rightarrow \text{No LOS}$$

Conclusión: existe obstrucción del vano por medio del obstáculo en el punto de estudio, deberíamos estudiar como posible solución levantar la altura de la/las antenas.

**Respuesta: No existe línea de vista**

b. Calcular si el enlace es factible técnicamente y cuál es el máximo bitrate al que puede operar. Considerar las condiciones más desfavorables de terreno y clima y objetivo de confiabilidad del 99.99%.

$$L_{Ab} = 1 \text{ dB (pigtail según enunciado)}; \quad L_{Aa} = 0 \text{ dB (por ser equipo integrado según enunciado)}$$

$$L_T(\text{dB}) = 92,44 + 20 \log(2,4 \text{ GHz}) + 20 \log(14 \text{ Km}) = 122,97 \text{ dB}$$

$$L_D(\text{dB}) = 30 \log(14 \text{ Km}) + 10 \log(6 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 2,4 \text{ GHz}) - 10 \log(1 - 0,9999) - 70 = 21,99 \text{ dB}$$

$$L_S(\text{dB}) = L_A + L_T + L_D - G_{Ab} - G_{Aa} = 1 \text{ dB} + 122,97 \text{ dB} + 21,99 \text{ dB} - 19 \text{ dB} - 16 \text{ dB} = 110,96 \text{ dB}$$

$$P_{rx}(\text{dBm}) = P_{tx}(\text{dBm}) - L_S(\text{dB}) \geq S_{rx}(\text{dBm}) \Rightarrow 24 \text{ dBm} - 110,96 \text{ dB} = -86,96 \text{ dBm} \geq -90 \text{ dBm}$$

Es factible y si existiera LOS operaría como máximo a 54 Mbps.

**Respuesta: Si habría LOS operaría a 54 Mbps**

c. Calcular el 1° radio de Fresnel a la altura del obstáculo.

$$r_1 = 548 \sqrt{\frac{(8 \text{ Km}) \cdot (6 \text{ Km})}{(2400 \text{ MHz}) \cdot (14 \text{ Km})}} = 20,712 \text{ m}$$

**Respuesta:  $r_1 = 20,71 \text{ m}$**

2) Utilizando el caso del problema 1 recalcular suponiendo que cambiamos la banda de los equipos de 2,4 GHz a 5,8 GHz.

a. Calcular a que altura debería estar instalada la antena lado CLIENTE para que exista LOS cumpliendo con un criterio del 60% de la zona de Fresnel libre de obstrucción. **Respuesta: >39 m**

b. Calcular si el enlace es factible técnicamente y cuál es el máximo bitrate al que puede operar. Considerar las condiciones más desfavorables de terreno y clima y objetivo de confiabilidad del 99.99%. **Respuesta: NO FACTIBLE**