

# TP7

September 25, 2025

## 1 Temas Tratados en el Trabajo Práctico 7

- Teoría de utilidad.
- Toma de decisiones basadas en utilidad.
- Valor de la información.
- Ganancia y entropía.
- Algoritmos basados en la teoría de la decisión.
- Sistemas expertos.

### 1.1 Ejercicios Teóricos

1. ¿Qué representa una función de utilidad?

Una **función de utilidad** es una función matemática que **asigna un valor numérico** (valor de utilidad) **a cada posible estado o resultado de una decisión**. Este número representa la preferencia de un agente por ese resultado en particular.

- Estados/Resultados de mayor valor: indican que son mas deseables
- Estados/Resultados de menor valor: indican que son menos deseables

Algunas características claves es que la Utilidad:

1. **Es Subjetiva:** Es específica para cada agente y depende del peso i importancia que se le asigne a cada factor.
2. **Permite la comparación:** Al tener un número como resultado, el agente puede ordenar todas las opciones de mayor a menor utilidad. Esto es fundamental para tomar una decisión de racional.
3. **Cuantifica lo cualitativo:** Nos permite mezclar y comparar aspectos del mundo que son fundamentalmente diferentes. Asignando un peso a cada factor y combinarlos en un único valor.
2. Respondan las siguientes preguntas. Cada respuesta corresponde a un axioma de la utilidad, indique cuál se relaciona con cada pregunta y dé una breve explicación de lo que dice el axioma.

### 1.1.1 Axiomas

#### 2.1 ¿Qué color prefieren?

```
[6]: import requests
from PIL import Image
from io import BytesIO
import matplotlib.pyplot as plt

# URLs directas de Google Drive
url1 = "https://drive.google.com/uc?
↳export=view&id=1aofwvS7bUVmKS6MlTcpl2ZgVa9JuGJex"
url2 = "https://drive.google.com/uc?
↳export=view&id=1-htp7twx9y5-GpzMUX19hk-X3kV-BVz6"

# Función para descargar y redimensionar imagen
def load_and_resize(url, size=(10, 10)):
    response = requests.get(url)
    img = Image.open(BytesIO(response.content))
    img = img.resize(size, Image.Resampling.LANCZOS) # redimensionar a 150x150
    return img

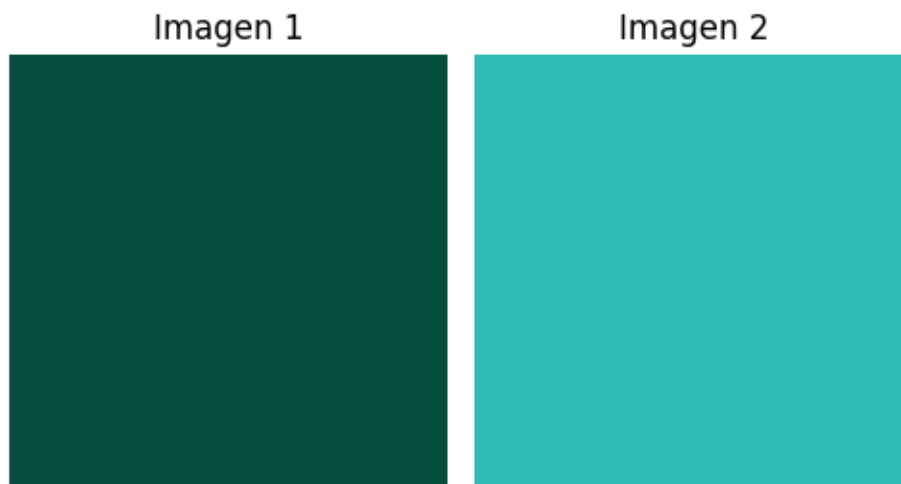
# Cargar imágenes
img1 = load_and_resize(url1)
img2 = load_and_resize(url2)

# Crear figura con 2 columnas
fig, axes = plt.subplots(1, 2, figsize=(5, 5))

# Mostrar primera imagen
axes[0].imshow(img1)
axes[0].axis('off')
axes[0].set_title("Color 1")

# Mostrar segunda imagen
axes[1].imshow(img2)
axes[1].axis('off')
axes[1].set_title("Color 2")

plt.tight_layout()
plt.show()
```



En nuestro caso, preferimos la imagen número 1 (verde oscuro). Nos gusta mas el color oscuro que el claro.

El axioma relacionado a esta pregunta es el axioma de **Complejitud**.

Este establece que un agente racional, para cualquier par de opciones o posibles resultados, puede compararlos y emitir una preferencia. En este caso, donde podemos preferir la imagen número 1 o la número 2, siendo que no puede haber una indecisión total.

2.2 Entre sacar un 10 o un 7 en un parcial, ¿qué prefieren? ¿Y entre el 7 y desaprobado?

Entre sacar un 10 o un 7 en un parcial, obviamente preferimos sacar un 10. Y entre un 7 y desaprobado, por supuesto que preferimos el 7. De mas esta por decir que entre el 10 y desaprobado, preferimos el 10.

El axioma relacionado en este caso es el de **Transitividad**.

Este axioma establece que si un agente prefiere un resultado “A” (sacar 10) sobre un resultado “B” (sacar 7), y prefiere “B” por sobre “C” (desaprobado), entonces logicamente prefiere “A” sobre “C”. Garantiza la consistencia en las preferencias del agente. Si esta cadena se rompe, el agente se considera como irracional y su toma de decisiones no puede ser modelada por una función de utilidad.

2.3 Imagínense que hacen una apuesta de \$100 jugando al cara o cruz, si pudieran trugar la moneda para que ustedes ganaran un porcentaje  $p$  de las veces, ¿en qué valor configurarían  $p$ ?

Si pudiésemos trugar la moneda para que ganemos un porcentaje  $p$  de las veces, configuraríamos  $p$  al valor mas cercano a 1 posible, de manera que ganemos todos o casi todos los “cara o cruz”

El axioma relacionado en este caso es el de **Monotonía**.

Este axioma establece que si tenemos dos loterías y una de estas ofrece una mayor probabilidad  $p$  de obtener un resultado positivo (ganar), nosotros (el agente racional) siempre elegiremos esa lotería, la que ofrezca una mayor probabilidad de ganar, frente a otra lotería que ofrezca una menor probabilidad.

2.4 En una feria hay dos juegos: uno en el que el premio son \$100 y otro en el que el premio es una piedra, ambos con una probabilidad  $p$  de ganar al juego. ¿A qué juego prefieren jugar?

Entre dos juegos con una misma probabilidad  $p$  de ganar, preferimos jugar al que nos ofrece un premio de \$100, y no jugar al que nos ofrece de premio una piedra. Si bien tenemos la misma probabilidad  $p$  de ganar ambos juegos, elegimos el juego que nos ofrecen un resultado mejor en caso de ganar, basandonos en los posibles resultados de ambos juegos.

El axioma relacionado en este caso es el de **Independencia**

Establece que la preferencia entre dos juegos (loterías) es independiente de cualquier tercer resultado común que se les añada. El factor común es  $p$ , ya que la probabilidad de ganar es la misma en ambos juegos. Entonces, el agente debe elegir el juego con el resultado preferido, en este caso el juego con premio de \$100, ya que la probabilidad compartida  $p$  no debe alterar la preferencia por el mejor resultado.

2.5 En un casino hay dos juegos y en ambos el premio son \$1000. El primer juego se gana cuando se tira una moneda y sale cara y el segundo juego se gana cuando sale 6 en un dado. ¿A qué juego prefieren jugar?

En este caso, preferimos jugar al juego de la moneda, ya que es mas probable que ganemos los \$1000. En el juego de la moneda, tenemos dos posibles resultados al momento de caer la moneda: cara o cruz, mientras que en el juego del dado, que salga un número 6 es uno de seis resultados posibles a la hora de lanzar un dado estándar.

En esta pregunta, el axioma relacionado es el de **Continuidad**.

Este axioma se enfoca en la capacidad de un agente para evaluar loterías complejas. Al tener un mismo premio de \$1000, el agente debe elegir la opción con mayor utilidad esperada. La **Continuidad** implica que siempre se puede encontrar una probabilidad que haga que la lotería se indiferente a un resultado seguro, y en este caso, se prefiere la que mayor probabilidad nos da de alcanzar el resultado deseado La moneda ofrece una probabilidad mayor de ganar el premio que el dado. Al premio ser idéntico, la decision se basa en la probabilidad de ganr solamente.

2.6 Supongamos que quiere postularse a una beca. Primero, existe un 60% de probabilidad de que le llamen para una entrevista. Si no le llaman, entonces hay un 20% de probabilidad de que le ofrezcan participar en un curso online ¿Cuál es la probabilidad total de cada evento (recibir la beca, recibir el curso o no recibir nada)?

Los eventos son los siguientes:

-Entrevista y Beca (E).

-No Entrevista ( $\sim E$ ).

-Curso Online ( $C/\sim E$ ).

Probabilidades de los eventos:

La probabilidad de obtener una beca (asociada a la entrevista) es:  $P(\text{Beca}) = P(E) = 0.60$

La probabilidad de recibir un curso online ocurre si no obtenemos la entrevista ( $\sim E$ ), por lo que:

$$P(\text{Curso}) = P(\sim E) * P(C/\sim E) = 0.40 * 0.20 = 0.08.$$

Por último, la probabilidad de no recibir nada ( $C/E$ ) la calculamos así:

$$P(C/E) = 1 - P(C/\sim E) = 1 - 0.20 = 0.80.$$

$$\text{y ahora: } P(\text{No recibir nada}) = P(\sim E) * P(C/E) = 0.40 * 0.80 = 0.32.$$

$$\text{Verificación: } P(\text{Beca}) + P(\text{Curso}) + P(\text{No recibir nada}) = 0.60 + 0.08 + 0.32 = 1.$$

En esta pregunta, el axioma relacionado es el de **Continuidad**, ya que para una lotería incierta, existe una función de utilidad que puede sopesar el mejor resultado (Beca) contra el peor (no recibir nada) permitiendo al agente determinar la utilidad esperada en el acto de postularse.

3. Los boletos de una lotería cuestan un dólar. Hay dos juegos posibles con distintos premios: uno de 10 dólares con una probabilidad de uno entre 50 y otro de 1.000.000 dólares con una probabilidad de uno entre 2.000.000.

### 1.1.2 Utilidad Esperada

#### 3.1 ¿Cuál es el valor monetario esperado del boleto de lotería?

En este caso, debido a que tenemos dos posibles juegos, vamos a tener un valor monetario esperado para cada juego. Denominaremos **Juego 1** al de premio de \$10 dólares con probabilidad de 1 entre 50, y **Juego 2** al de premio de \$1,000,000 con probabilidad de 1 entre 2,000,000.

$$\text{Probabilidad del premio 1} = 1/50 = 0.02$$

$$\text{Probabilidad del premio 2} = 1/2,000,000 = 0.0000005.$$

Para calcular el valor monetario esperado, aplicamos la fórmula de Utilidad Esperada, que es la suma de cada resultado monetario multiplicado por su probabilidad.

#### Juego 1

Ganar:

Ganancia Neta (G): \$9 (\$10 - \$1 de costo). Probabilidad (P) = 0.02

$$G \times P = \$9 \times 0.02 = \$0.18$$

Perder:

Ganancia Neta(G) = -\$1. Probabilidad (P) = 0.98

$$G \times P = -\$1 \times 0.98 = -\$0.98$$

$$UE(\text{Juego 1}) = \$0.18 - \$0.98 = -\$0.80$$

#### Juego 2

Ganar:

Ganancia Neta (G): \$999,999 (\$1M - \$1 de costo). Probabilidad (P) = 0.0000005

$$G \times P = \$999,999 \times 0.0000005 = \$0.50$$

Perder:

Ganancia Neta(G) = -\$1. Probabilidad (P) = 0.9999995

$$G \times P = -\$1 \times 0.9999995 = -\$1.00$$

$$UE(\text{Juego 2}) = \$0.50 - \$1.00 = -\$0.50$$

Conclusión:

El valor monetario esperado del boleto de lotería es:

- $-\$0.80$  para el Juego 1.
- $-\$0.50$  para el Juego 2.

Esto nos indica algo típico de las loterías y juegos de azar: Se espera perder dinero a largo plazo en ambos casos (debido al signo negativo del valor esperado), pero el Juego 2 ofrece un valor esperado mas alto que el Juego 1, indicando que el 2 tiene una utilidad esperada superior al 1, ofreciendo una mayor tasa de retorno a largo plazo, a pesar de seguir siendo ambos una inversión perdedora.

### 3.2 ¿Cuándo es razonable comprar un boleto?

Aquí podemos tener dos puntos de vista o perspectivas:

#### 1) Perspectiva Racional Monetaria

Bajo este enfoque, seria razonable comprar un boleto si y solo si su valor monetario esperado es positivo (mayor a cero). Como en ambos casos el valor esperado es negativo, no seria razonable comprar ninguno de los boletos.

#### 2) Perspectiva de Agente Propenso al Riesgo

Bajo este otro enfoque, la utilidad del dinero no es siempre lineal, especialmente frente a una recompensa grande o pequeña. Cuando el agente es propenso al riesgo, es razonable comprar un boleto debido a la utilidad subjetiva de ganar el gran premio. Estaríamos comprando la “esperanza y emoción” de poder ganar, no solo fijandonos en el costo monetario de participar.

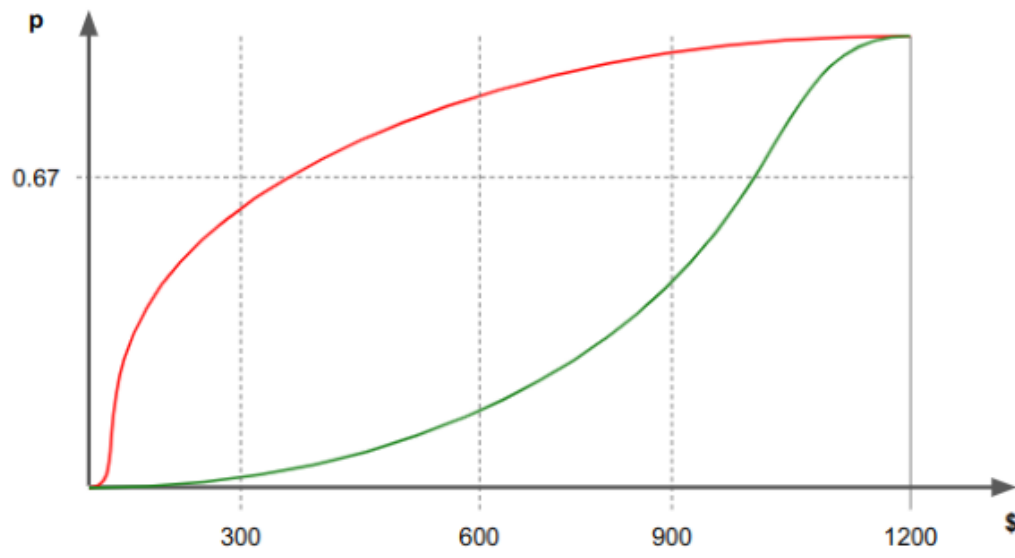
- 
4. Hay que reparar una máquina averiada y el mecánico diagnostica que si la avería es leve la reparación costará \$300, pero si es grave costará \$1.200. La probabilidad de que la avería sea grave es  $2/3$ . También se ofrece la alternativa de comprar una máquina usada por \$600. Qué decisión se tomará si:

4.1 La función de utilidad fuese la mostrada por el agente rojo.

4.2 La función de utilidad fuese la mostrada por el agente verde.

```
[7]: url = "https://drive.google.com/uc?
      ↪export=view&id=1vNT1LArEhsxTOIvgs-NJ7NcE0B0JPJcw"
response = requests.get(url)
img = Image.open(BytesIO(response.content))

# Mostrar con figura más grande
plt.figure(figsize=(img.width / 80, img.height / 80)) # ajustá el divisor
      ↪según densidad deseada
plt.imshow(img)
plt.axis('off')
plt.show()
```



Tenemos dos opciones:

1. Reparar la Maquina

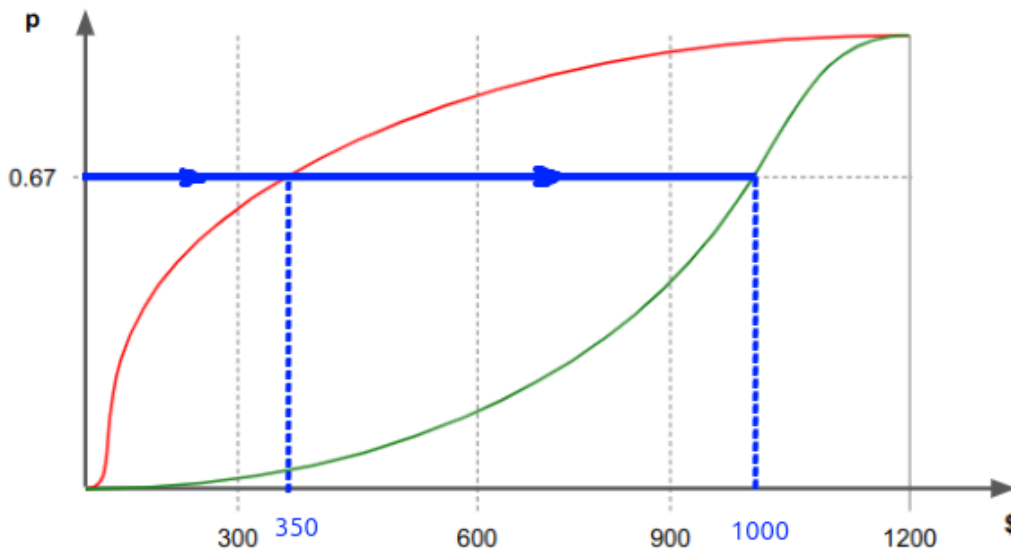
El costo esperado del arreglo sera:

$$UE(\text{arreglo}) = 1/3 \cdot 300 + 2/3 \cdot 1200$$

$$UE(\text{arreglo}) = \$900$$

2. Comprar una Maquina Usada

**Costo seguro de \$600**



**Agente Rojo** Con una función de utilidad cóncava, el agente prefiere evitar riesgos. Un costo seguro le parece mejor que un riesgo con el mismo costo esperado. El agente teme a las pérdidas grandes.

Con una probabilidad de  $2/3$  el máximo riesgo que el agente rojo está dispuesto a tomar es de \$350. Como el costo esperado por tomar el riesgo es mayor (\$900). Prefiere evitar el riesgo y elige la opción segura.

El agente decide comprar una máquina usada por \$600 (opción segura)

**Agente Verde** Con una función de utilidad cóncava, el agente prefiere correr riesgos. Le gusta la posibilidad de un costo bajo, incluso si hay riesgo de uno alto.

Con una probabilidad de  $2/3$  el máximo riesgo que el agente rojo está dispuesto a tomar es de \$1000. Como el costo esperado por tomar el riesgo es menor (\$900). Prefiere apostar

El agente decide reparar la máquina

## 1.2 Ejercicios de Implementación

5. En unos laboratorios de un hospital se está investigando sobre una sustancia para la curación de una determinada enfermedad. Dicha sustancia ha sido inyectada en varias cobayas enfermas para verificar sus efectos. Los resultados de las pruebas realizadas se sintetizan en la siguiente tabla:

Estado de la enfermedad

Concentración de la sustancia

Número de dosis

Condición física



Efecto

Incipiente

75

70

Fuerte

Curación

Incipiente

80

90

Fuerte

Defunción

Incipiente

85

85

Débil

Defunción

Incipiente

62

95

Débil

Defunción

Incipiente

79

70

Débil

Curación

Avanzado

72

90

Fuerte

Curación

Avanzado

83

78

Débil

Curación

Avanzado

64

66

Fuerte

Curación

Avanzado

81

75

Débil

Curación

Terminal

71

80

Fuerte

Defunción

Terminal

65

70

Fuerte

Defunción

Terminal

75

80

Débil

Curación

Terminal

68

80

Débil

Curación

Terminal

70

96

Débil

Curación

Determine las reglas que rigen las condiciones en las que se ha de administrar una sustancia e implemente un sistema experto en CLIPS que determine si un sujeto resultará curado o no.

### 1.3 RESOLUCIÓN

Con los datos de la tabla de se calcularon las entropías correspondientes para poder determinar el siguiente árbol de decisiones.



A continuación se presenta el código que se implementó en CLIPS para resolver el problema (el código no se representa correctamente en esta presentación, por eso mismo se adjuntan los archivos correspondientes en el repositorio):

```
(defrule leer-estado-enfermedad => (printout t "Indique el estatado de la enfermedad (incipiente/avanzado/terminal):") (assert (enfermedad(read))) )
```

```
(defrule leer-n-dosis (enfermedad ?) => (printout t "Indique el numero de dosis empleadas (bajo/normal/elevado):") (assert (n-dosis(read))) )
```

```
(defrule leer-estado-fisico (enfermedad ?) => (printout t "Cual considera que es el estado fisico? (fuerte/debil):") (assert (estado-fisico(read))) )
```

```
(defrule enfermedad-avanzado (enfermedad ?e) => (if (eq ?e avanzado) then (assert (diagnostico curacion)) ) )
```

```

(defrule enfermedad-incipiente-n-dosis (enfermedad ?e) (n-dosis ?n) => (if (eq ?e incipiente) then
(if (eq ?n bajo) then (assert (diagnostico curacion)) else (assert (diagnostico defuncion)) ) ) )

(defrule enfermedad-terminal-estado-fisico (enfermedad ?e) (estado-fisico ?f) => (if (eq ?e terminal)
then (if (eq ?f debil) then (assert (diagnostico curacion)) else (assert (diagnostico defuncion)) ) ) )

(defrule diagnosticar (diagnostico ?d) (enfermedad ?) (n-dosis ?) (estado-fisico ?) => (printout t
?d “:este es su diagnostico.”) )

```

## 2 Bibliografía

Russell, S. & Norvig, P. (2004) *Inteligencia Artificial: Un Enfoque Moderno*. Pearson Educación S.A. (2a Ed.) Madrid, España

Poole, D. & Mackworth, A. (2023) *Artificial Intelligence: Foundations of Computational Agents*. Cambridge University Press (3a Ed.) Vancouver, Canada