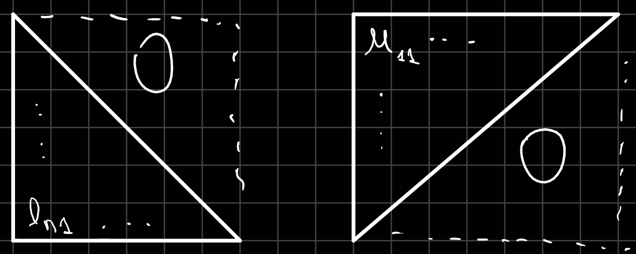
Funcion para calcular LU:

$$A = L \cdot U$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & & a_{nn} \end{bmatrix} =$$



⇒ Propiedades de la factorizacion LU

- Debe ser triangularizable.

Despues de triangularizar la matriz resultante es la L y la U es la matriz de los calculos para hacer L

$$\begin{array}{l} \\ F_2 - mF_1 \to F_2 \\ F_3 - mF_1 \to F_3 \\ \\ \end{array} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\phantom{a_{31}}}_{i=0} \quad \underbrace{\phantom{a_{32}}}_{i=1}$$

a_{ij} / factor $= a_{21} - \dfrac{a_{21}}{a_{11}} a_{11}$

$\vdots$

$\forall\, i > j: \quad a_{ij} - \dfrac{a_{ij}}{a_{jj}} a_{jj}$

⇒ Con el factor llegamos a hacer 0 en las columnas

- Debemos ver como forma la L:

Recordemos: la matriz que calcula los factores es por ejemplo:

$$L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ l_{21} & 1 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow M^i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & & & & \\ \vdots & & \ddots & & & \\ 0 & & & 1 & & \\ \vdots & & & 0 & \ddots & \\ 0 & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

$-m_i$: vectores columna

donde $M^i = I - m_i^t e_j$

$\Rightarrow$ Empezamos con $A = \begin{pmatrix} a_{11} \cdots a_{1n} \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ a_{n1} \cdots a_{nn} \end{pmatrix}$

$$M^{n-1} M^{n-2} \ldots M^1 A = U$$

$$A = \underbrace{(M^1)^{-1} (M^2)^{-1} \ldots (M^{n-1})^{-1}} U$$

$$A = L \cdot U$$

Encontremos el Algoritmo para calcular LU

- triangulamos $\Rightarrow$ el factor lo guardamos en una matriz

Pseudo codigo

$A = [[a_{11}, a_{12}, a_{13}], [a_{21}, a_{22}, a_{23}], [a_{31}, a_{32}, a_{33}]]$

```
calcularLU (A):
    n = tamaño de A
    Iniciar Matriz L = Identidad de tamaño A
    Para i = 0...n-2:
        Para j = i+1..n-1:
            factor = A[j][i] / A[i][i]
            Para k = i...n-1:
                A[j][k] -= factor * A[k][k]
```

$i=0$

$\boxed{j=1}$: $\frac{a_{21}}{a_{11}}$

$\boxed{j=2}$: $\frac{a_{31}}{a_{11}}$

$i=1$

$\boxed{j=2}$: $\frac{a_{32}}{a_{22}}$

Solo necesitamos calcular a^*_{32} y a^*_{33}

$\boxed{j=1}$

1º a_{21}

2º a_{22}

3º a_{23}

$\boxed{j=2}$

1º a_{31}

2º a_{32}

3º a_{33}

⇒ Aca transformamos la matriz de entrada A

⇒ El toma las posiciones de L

Por lo que:
$$\begin{pmatrix} 1 & & \\ l_{21} & 1 & \\ l_{31} & l_{32} & 1 \end{pmatrix}$$

Calculo de la Inversa

$$A^{-1} = (LU)^{-1} = U^{-1} L^{-1}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L \cdot Y = I \\ U \cdot X = I \end{cases}$$