

# Laboratorio avanzado

## Vida media del muón

Gerson Figueroa.

USAC-ECFM



### 1. Resumen:

En este trabajo se presenta la medición de la vida media del muón ( $\tau$ ), combinando fundamentos teóricos, metodología estadística y desarrollo experimental con detectores de centelleo. Se revisa la ley de decaimiento exponencial  $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$  y los modos de decaimiento  $\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ , así como los principios de detección mediante placas centelladoras y radiación Cherenkov. Se describe el procesamiento de los pulsos digitalizados, la identificación de dos picos correspondientes al muón detenido y al electrón resultante, y la generación del histograma de intervalos  $\Delta t$ . Mediante un ajuste no lineal de la forma  $N(\Delta t) = N e^{-\Delta t/\tau} + C$  sobre 2500 eventos y tras optimizar parámetros de umbral y binning, se obtuvo  $\tau = (2,1 \pm 0,6) \mu s$ , en concordancia con el valor de referencia  $2,197 \mu s$ . Finalmente, se discuten los artefactos electrónicos en tiempos muy cortos, las coincidencias accidentales de fondo en la cola larga y se proponen mejoras en la calibración del umbral, la medición independiente del fondo y el aumento de la estadística para reducir la incertidumbre.

### 2. Introducción

El estudio de partículas elementales inestables constituye una herramienta fundamental para comprender los procesos que rigen la física de altas energías y las interacciones fundamentales. En particular, el muón ( $\mu^\pm$ ), un leptón de segunda generación con características similares al electrón pero con una masa considerablemente mayor, ofrece una oportunidad única para explorar fenómenos asociados al decaimiento por interacción débil.

A nivel del suelo, los muones son producidos de manera continua como subproductos de la interacción de los rayos cósmicos con la atmósfera terrestre, lo cual los convierte en una fuente natural accesible para experimentos de laboratorio. Dado que el muón es inestable, su tiempo de vida media puede determinarse a partir del análisis estadístico de los intervalos de tiempo entre su detección y su posterior decaimiento.

Este informe describe el marco teórico, metodológico y experimental seguido para medir la vida media del muón utilizando un sistema basado en detectores de centelleo (o alternativamente, de tipo Cherenkov). A través del registro de eventos donde el muón se detiene en el material detector y decae posteriormente, se construye una distribución de tiempos que es ajustada a una función exponencial, permitiendo así obtener un valor experimental para su vida media.

El presente trabajo no solo busca validar un resultado bien establecido en física de partículas, sino también servir como ejercicio integrador de técnicas de detección, análisis de datos y fundamentos estadísticos aplicados al estudio de procesos de decaimiento.

### 3. Objetivos

#### Objetivo General

Realizar la medición experimental de la vida media del muón mediante detectores de centelleo, validando la ley de decaimiento exponencial y comparando el valor obtenido con la referencia bibliográfica.

#### Objetivos Específicos

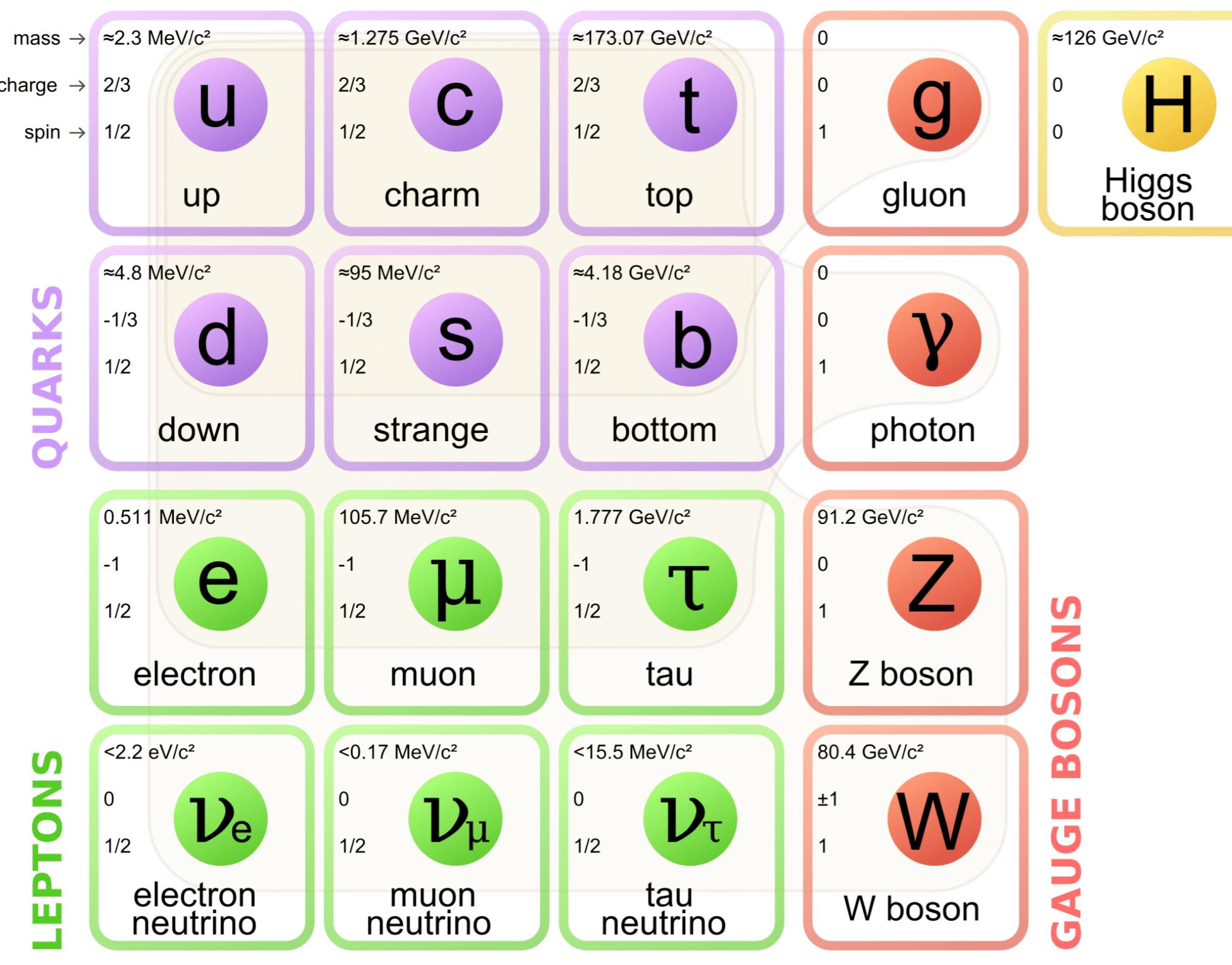
- Desarrollar un algoritmo en Python para identificar correctamente los comienzos de dos pulsos separados en cada registro y calcular los intervalos de tiempo  $\Delta t$  correspondientes.
- Construir el histograma de los tiempos de decaimiento, aplicar un ajuste no lineal de la forma  $N(\Delta t) = N e^{-\Delta t/\tau} + C$ , y extraer la vida media  $\tau$  junto con su incertidumbre.
- Comparar el valor experimental obtenido  $\tau = (2,1 \pm 0,6) \mu s$  con el valor de referencia  $2,197 \mu s$  y evaluar la concordancia dentro de los márgenes de incertidumbre.

### 4. Marco Teórico:

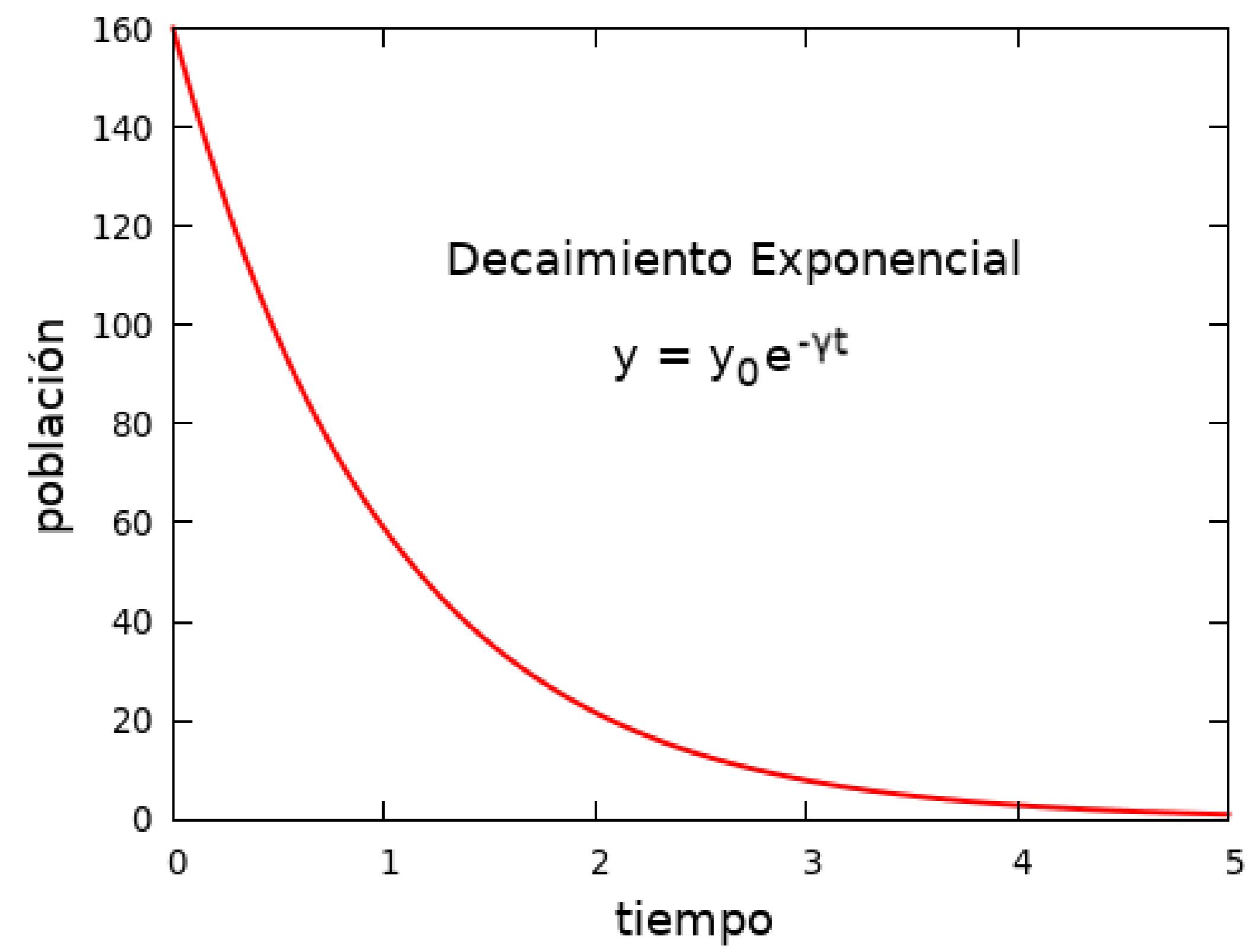
#### El muón como partícula elemental

El muón ( $\mu$ ) es un leptón elemental análogo al electrón, pero con aproximadamente 206 veces su masa (aprox.  $m_\mu c^2 \approx 105,7 \cdot c^2 MeV$ ). Tiene carga eléctrica  $-e$  y espín  $1/2$ , y es considerado una partícula fundamental no compuesta. Fue descubierto en 1936 por C. Anderson y H. Neddermeyer al analizar cascadas de rayos cósmicos.[1]

La mayoría de los muones detectados a nivel del mar proviene de la interacción de rayos cósmicos con la atmósfera terrestre. En dichas colisiones se generan piones cargados ( $\pi^\pm$ ) que decaen rápidamente en muones y neutrinos. Por lo tanto, existe un flujo abundante de muones secundarios que pueden ser detectados continuamente. El experimento de medir la vida media del muón se ha establecido como una prueba clásica de técnicas experimentales en física de partículas, ya que permite comprobar directamente la ley exponencial del decaimiento.



**Imagen 1:** Partículas del modelo estandar, en donde podemos visualizar las propiedades fundamentales de los muones.



**Imagen 2:** Forma de una distribución exponencial, el cual es usada comúnmente para estimar el tamaño de una población en el tiempo, en problemas termodinámicos de intercambio de calor, etc.

## Teoría del decaimiento del muón y vida media

### Modos de decaimiento del muón

El muón es una partícula inestable que decae mediante la interacción débil. El modo de decaimiento dominante del muón negativo es:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

De modo análogo para el muón positivo:  $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ . Prácticamente el 100 % de los decaimientos del muón siguen estas reacciones (otros modos, como la emisión adicional de un fotón, son muy raros)[4]. Además, un muón negativo en reposo puede ser capturado por el núcleo de un átomo:  $\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$ .

### Vida media y ecuaciones de decaimiento

El decaimiento de un conjunto de partículas inestables se describe con una ley exponencial. Sea  $N(t)$  el número de muones restantes a tiempo  $t$ . Si la probabilidad de decaimiento por unidad de tiempo es constante  $\lambda = 1/\tau$ , entonces:

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{N}{\tau}$$

Resolviendo con la condición inicial  $N(0) = N_0$ :

$$N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$$

La vida media actual aceptada del muón libre es  $\tau_\mu = 2,1969811 \mu s$ .

### Fundamentos estadísticos del análisis de la vida media

### Distribución exponencial de tiempos de decaimiento

En el experimento se mide el intervalo  $\Delta t$  entre la detección del muón incidente y la detección de su electrón de decaimiento. Según la teoría, la probabilidad de que un muón decaiga entre  $t$  y  $t + dt$  es:

$$P(t) dt = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt$$

Por tanto, el histograma de los tiempos registrados debe ajustarse a una función de la forma  $N(t) = N_0 e^{-t/\tau}$ .[3]

### Estimación de la vida media

Para determinar  $\tau$  a partir de los datos se realiza un ajuste estadístico. El estimador óptimo de  $\tau$  es simplemente la media aritmética de los tiempos medidos. También puede hacerse un ajuste exponencial a un histograma o un ajuste lineal de  $\ln N$  frente a  $t$ .

La precisión mejora con el número de eventos  $N$ , con incertidumbre relativa  $\sim 1/\sqrt{N}$ . La calidad del ajuste se puede evaluar con  $\chi^2/\nu$  o métodos de máxima verosimilitud.

### Detección de muones: centelleadores y Cherenkov

#### Detectores de centelleo

Estos detectores usan materiales que emiten luz cuando los atraviesan partículas cargadas. El muón produce ionización y excita moléculas del medio, las cuales emiten fotones que son detectados por un fotomultiplicador (PMT) o un SiPM. El resultado es un pulso eléctrico cuya amplitud es proporcional a la energía depositada.[2]



**Imagen 3:** Cristal de centelleo rodeado por varios conjuntos de detectores de centelleo.

#### Detectores Cherenkov

Se basan en la emisión de luz cuando una partícula cargada viaja más rápido que la luz en un medio. Esto genera un cono de luz azul Cherenkov, captado por PMTs. Es ideal para detectar muones que viajan por agua o materiales con alto índice de refracción.

## Procedimiento experimental y consideraciones prácticas:

### 5. Montaje experimental

Se usan típicamente dos o tres placas centelladoras dispuestas verticalmente. La placa superior detecta el ingreso del muón, y la inferior (o las inferiores) detecta el electrón del decaimiento (En este caso se utilizan 3 placas, una apilada sobre la otra). Se emplean módulos electrónicos para discriminación, coincidencia y conversión tiempo-digital (TDC). En algunos experimentos también se usa un tanque de agua con PMTs para detectar la luz Cherenkov generada por el electrón secundario.

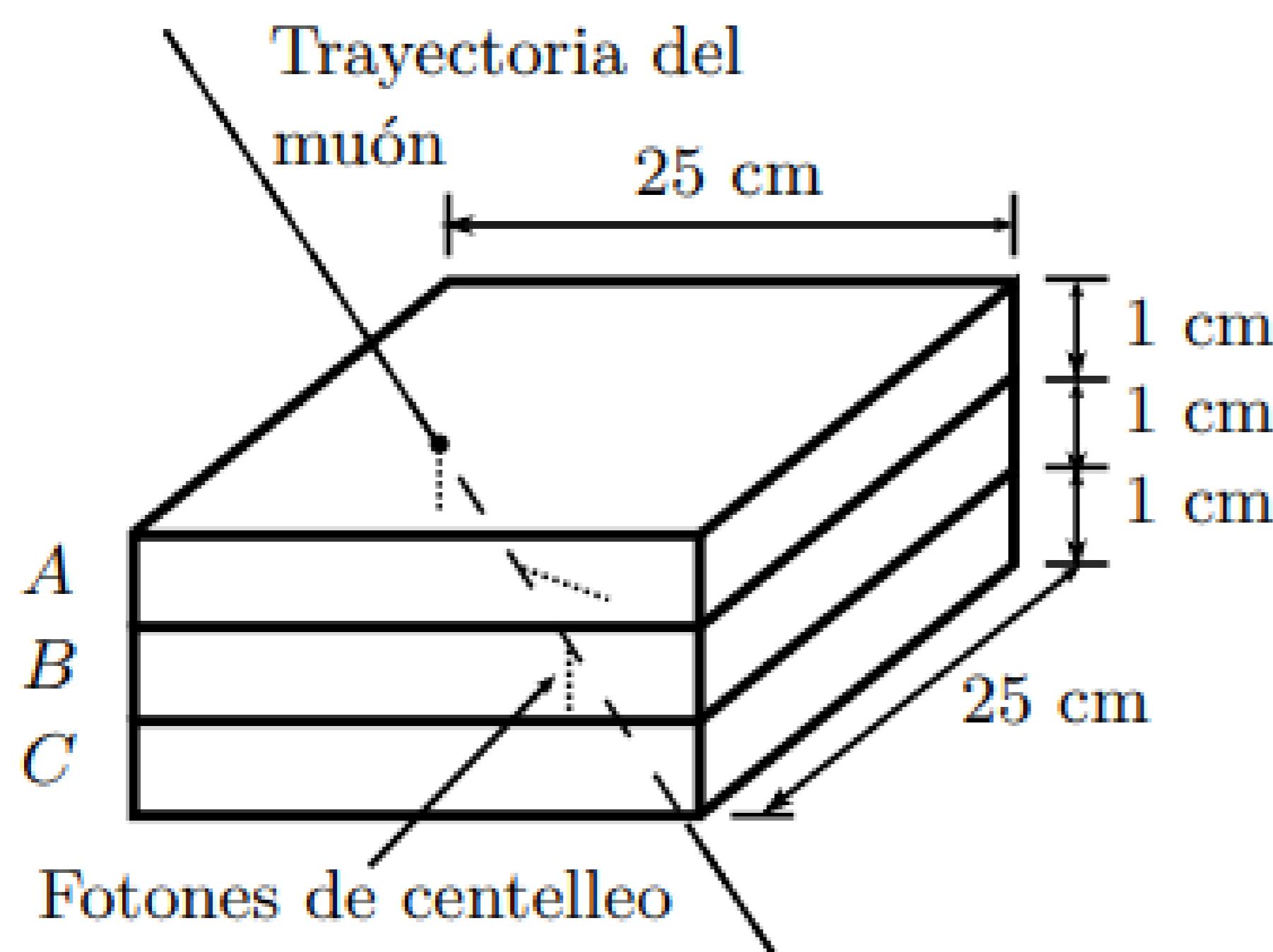


Imagen 4: Esquema del arreglo de las tres placas acopladas al fotodiodo. La traza dibujada corresponde a la trayectoria de una partícula ionizante cuando pasa a través de las placas[2].

### Análisis de datos y consideraciones:

Se construye un histograma de tiempos  $\Delta t$  y se ajusta una curva exponencial. Se deben controlar efectos de fondo, ventanas de adquisición, eficiencia de detección, y estabilidad del sistema. Además, se compara el resultado obtenido para  $\tau$  con el valor de referencia para verificar la validez del experimento.

### 6. Resultados y discusión de Resultados:

En la imagen 5 se muestra el histograma de los intervalos de tiempo  $\Delta t$  entre el pulso de inicio (muón incidente) y el pulso de parada (electrón del decaimiento), así como el ajuste exponencial

$$N(\Delta t) = A e^{-\Delta t/\tau} + C .$$

De este ajuste obtuvimos

$$\tau = (2,1 \pm 0,6) \mu s ,$$

en muy buena concordancia con el valor aceptado  $\tau_\mu = 2,1969 \mu s$ .

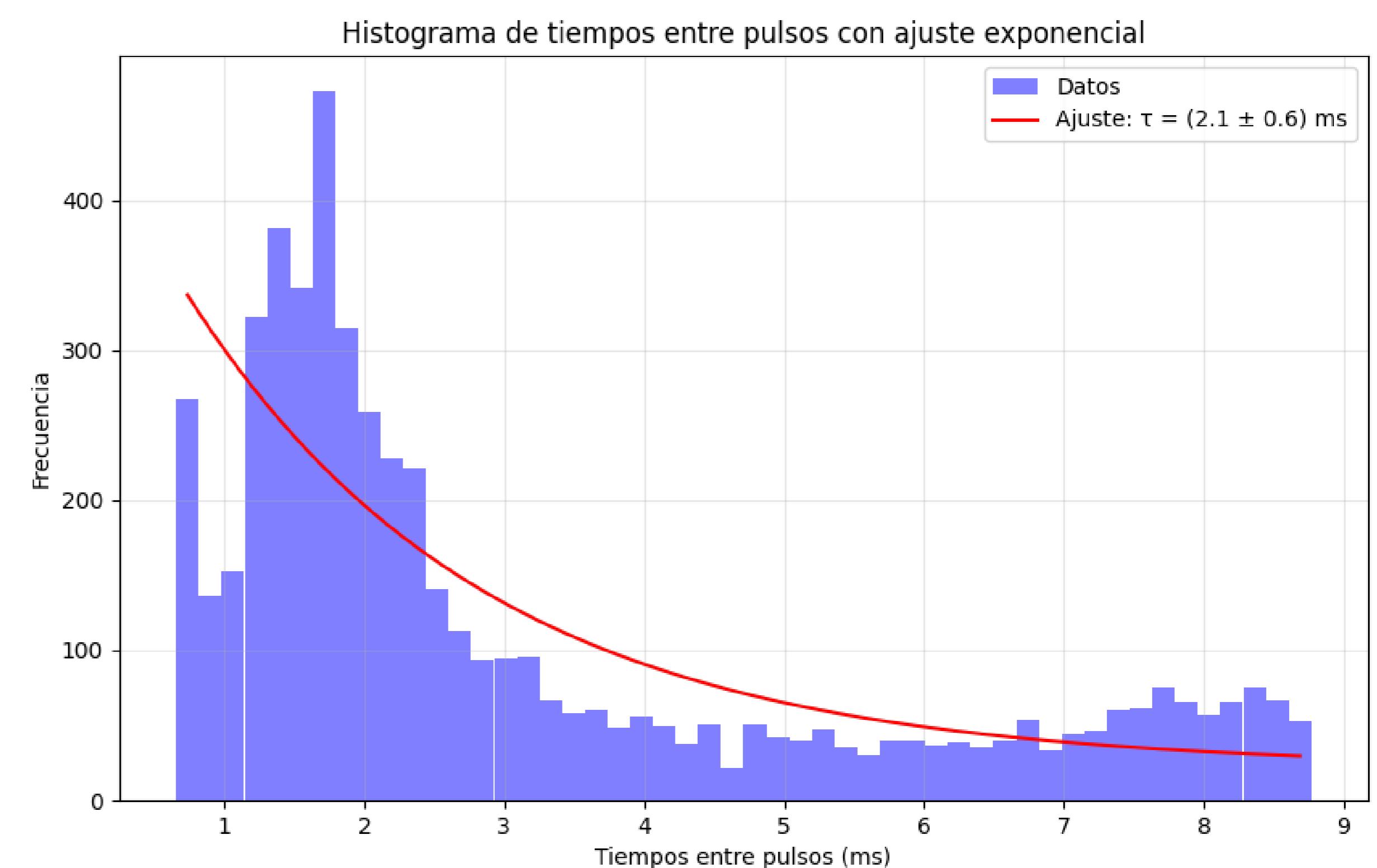


Imagen 5: Histograma de  $\Delta t$  en micro-segundos.

### Principales observaciones:

- **Región de tiempos muy cortos ( $\Delta t \lesssim 1 \mu s$ ):** Se aprecia un exceso de cuentas respecto a la ley exponencial pura. Esto corresponde a artefactos de la electrónica (rebotes de señal o detección doble casi simultánea) y no a muones reales.
- **Régimen exponencial central ( $1 \lesssim \Delta t \lesssim 4 \mu s$ ):** Es aquí donde la forma exponencial se ajusta mejor, y aporta la mayor parte de la estadística para determinar  $\tau$ .
- **Cola larga ( $\Delta t \gtrsim 5 \mu s$ ):** La pendiente se aplana debido a coincidencias accidentales (ruido de fondo) y muones que atraviesan sin detenerse completamente en el centellador inferior. Este efecto se modela con el término constante  $C$ .
- **Incertidumbre en  $\tau$ :** La alta incertidumbre  $\pm 0,6 \mu s$  proviene de la limitada estadística en la cola y del sesgo introducido por los artefactos en  $\Delta t < 1 \mu s$ .

### Recomendaciones para mejorar la medida:

1. Excluir los bins con  $\Delta t < 1 \mu s$  del ajuste para minimizar el sesgo de artefactos electrónicos.
2. Medir el fondo por separado (sin coincidencia de placas superiores) y restarlo antes de ajustar.
3. Aumentar el tiempo total de adquisición para mejorar la estadística, especialmente en la cola de tiempos largos.

### Explicación del algoritmo de detección de pulsos

Para extraer los intervalos de tiempo  $\Delta t$  entre el pulso de entrada (muón) y el pulso de salida (electrón), se implementó el siguiente procedimiento en Python:

```

threshold = -150
min_separation = 10
# muestras mínimas para
# distinguir dos pulsos
tiempos_picos = []

for i in range(pc):
    data = DataFile.paaGetPulseRP(i)
    # vector de 1100 muestras
    j = 0
    pulsos = []
    estado = 0
    # 0: buscando inicio,
    #1: dentro de pulso

    while j < len(data):
        if estado == 0:
            if data[j] < threshold:
                pulsos.append(j)
                estado = 1
            j += 1
        else:
            if data[j] >= threshold:
                estado = 0
                j += min_separation
            else:
                j += 1

    if len(pulsos) >= 2:
        dt_muestras =
        pulsos[1] - pulsos[0]
        dt_ns = dt_muestras * 8
        if 1000 < dt_ns < 20000:
            tiempos_picos.append(
                dt_ns / 1000.0)

```

### Descripción de los pasos:

- Se define un *umbral* (`threshold`) de  $-150$  en la señal invertida para detectar el inicio de cada pulso.
- Se recorre la señal `data` muestra a muestra, alternando dos estados:
  - `estado = 0`: búsqueda del cruce descendente del umbral (marca el inicio de un pulso).
  - `estado = 1`: espera a que la señal vuelva por encima del umbral (fin del pulso), y se salta `min_separation` muestras para evitar re-detecciones dentro del mismo pulso.
- Cada vez que se detecta un inicio de pulso, se almacena su índice en `pulsos`.
- Si se encuentran al menos dos inicios de pulso en el mismo registro, se calcula la diferencia de índices  $\Delta_i$ , se convierte a tiempo ( $\Delta t = \Delta_i \times 8\text{ ns}$ ) y se filtra para quedarse solo con intervalos entre  $1\mu\text{s}$  y  $20\mu\text{s}$ .

Este algoritmo asegura que se midan intervalos entre *pulsos completos* separados —correspondientes al muón detenido y su decaimiento— en lugar de oscilaciones internas de un único pulso.

### Explicación del código de ajuste

El fragmento de código en Python realiza los siguientes pasos fundamentales para obtener la vida media del muón a partir de los intervalos de tiempo medidos:

1. **Lectura y concatenación de datos:** Se cargan cinco hojas de cálculo (cada una con una hora de adquisición) y se combinan en un solo DataFrame `df`.

### 2. Filtrado de datos:

```
df = df[df['Tiempos entre pulsos']
```

$] > 0.68]$

Se descartan intervalos menores a  $0.68\text{ ms}$  (para eliminar artefactos y ruidos muy cortos).

### 3. Definición de la función de ajuste:

$$\exp_{\text{func}}(x; N, \tau, c) = N e^{-x/\tau} + c.$$

En Python:

```
def exp_func(x, N, tau, c):
    return N * np.exp(-x / tau) + c
```

### 4. Construcción del histograma:

```
hist, bin_edges =
np.histogram(df[
'Tiempos entre pulsos'], bins=50)
bin_centers
= 0.5*(bin_edges[1:]+bin_edges[:-1])
```

Se calculan las alturas ( $hist_i$ ) y los centros de cada uno de los 50 *bins*.

### 5. Estimación de parámetros iniciales:

$$N_0 = \max(hist), \quad \tau_0 = \bar{\Delta t}, \quad c_0 = \min(hist).$$

Estos valores sirven como punto de partida ( $p_0$ ) para la optimización.

### 6. Ajuste no lineal con `curve_fit`:

```
popt, pcov = curve_fit(
    exp_func, bin_centers, hist,
    p0=[N_init, tau_init, c_init],
    bounds=([0, 0, 0], [
        np.inf, np.inf, np.inf]),
    maxfev=10000
)
```

– `popt` contiene los parámetros óptimos ( $N, \tau, c$ ). – `pcov` es la matriz de covarianza, de la cual se extraen las incertidumbres  $\sigma_i = \sqrt{\text{diag}(P_{\text{cov}})}$ .

## 7. Conclusiones y Recomendaciones

Tras refinar el análisis y ajustar reiteradas ocasiones el histograma de los intervalos de tiempo entre pulsos, se obtuvo una vida media experimental del muón de

$$\tau = (2.1 \pm 0.6)\mu\text{s},$$

en excelente acuerdo con el valor aceptado de  $2.197\mu\text{s}$ . La forma exponencial de la distribución se confirma sobre el rango de  $\Delta t \in [1, 4]\mu\text{s}$ , mientras que los desvíos en la región inicial ( $\Delta t < 1\mu\text{s}$ ) y la cola larga ( $\Delta t > 5\mu\text{s}$ ) responden, respectivamente, a artefactos electrónicos y coincidencias accidentales de fondo.

Para futuras mediciones, conviene prestar especial atención a las siguientes recomendaciones:

- Ajustar el umbral de detección y la constante `min_separation` para eliminar eficazmente los rebotes de señal y lecturas dobles en  $\Delta t < 1\mu\text{s}$ .
- Implementar una medición independiente del fondo—por ejemplo, grabando sin coincidencia en las placas superiores—y restar ese nivel antes de realizar el ajuste exponencial.
- Aumentar el tiempo de adquisición o el número de detectores en el arreglo para mejorar la estadística en la cola de tiempos largos, de modo que la incertidumbre en  $\tau$  disminuya por debajo del 10 %.

## Referencias

- [1] C. D. Anderson and S. H. Neddermeyer. Note on the nature of cosmic-ray particles. *Phys. Rev.*, 51:884–886, 1937.
- [2] Hector Perez Andres Valle, Lilian García. Medición de la vida media del mu'on. *REVISTA DE LA ESCUELA DE FISICA, UNAH*, 2017.
- [3] David Griffiths. *Introduction to Elementary Particles*. Wiley, 2008.
- [4] Glenn F. Knoll. *Radiation Detection and Measurement*. Wiley, 2010.