

Isolantes topológicos: principais características

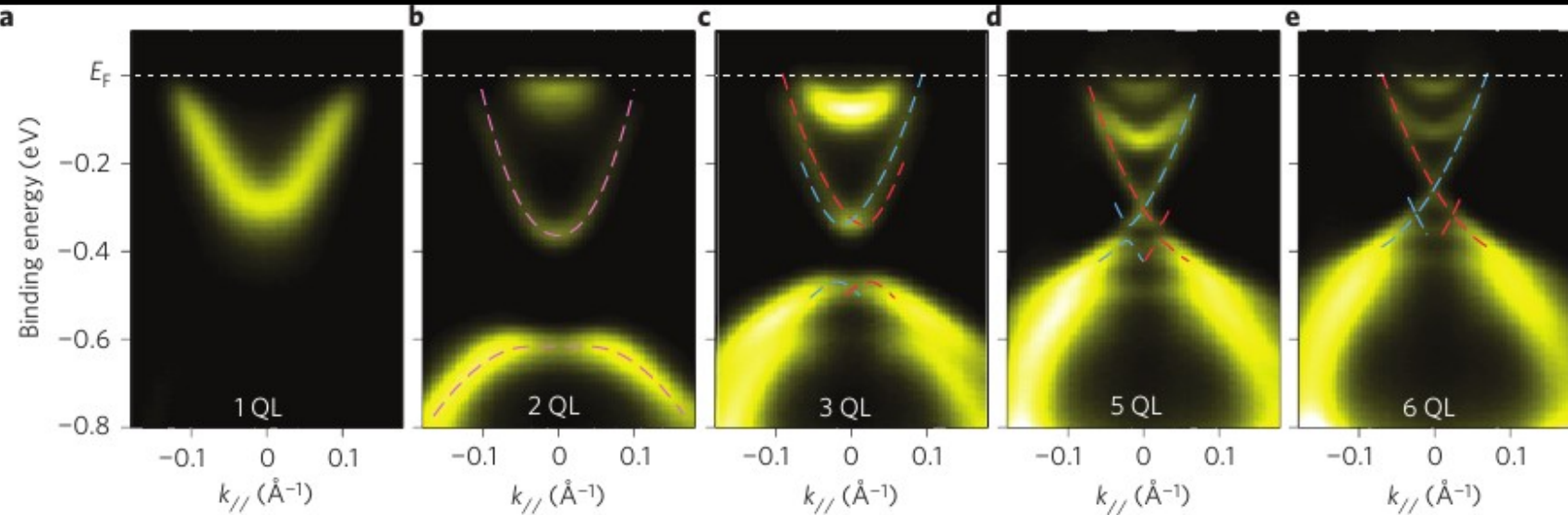


Figura: espectroscopia ARPES em Bi_2Se_3 [Zhang, et al., Nat. Phys. 6, 584 (2010)]
[Shan, Lu, Shen, New J. Phys. 12, 043048 (2010)]

Isolantes topológicos: principais características

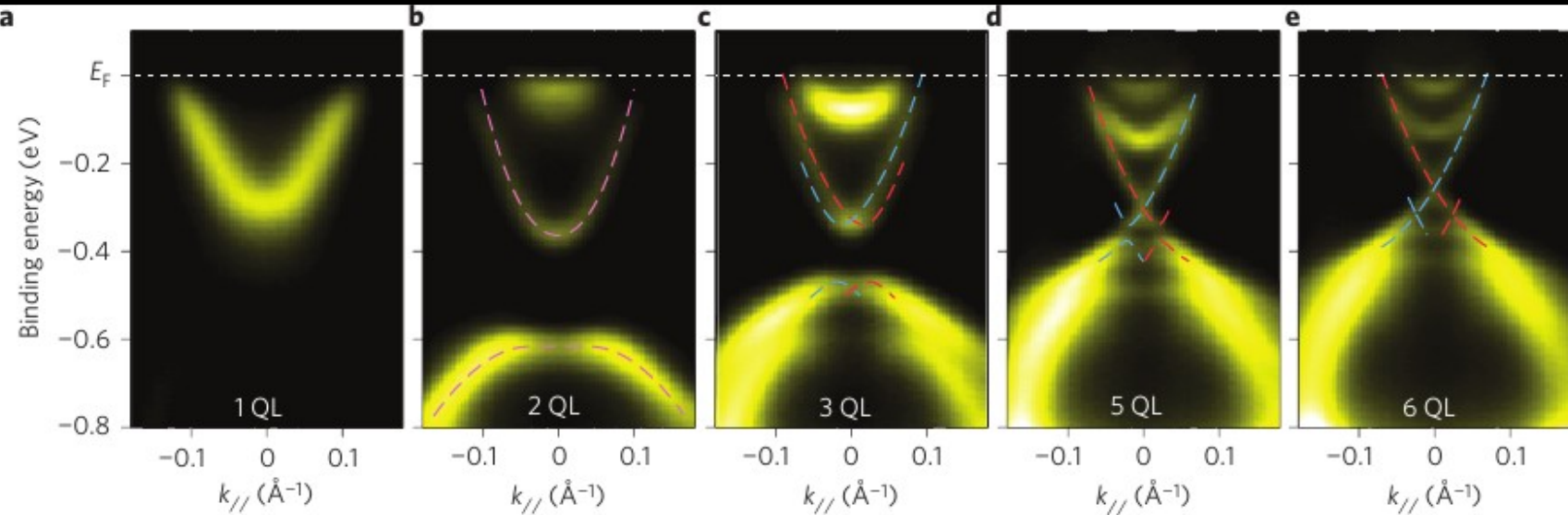
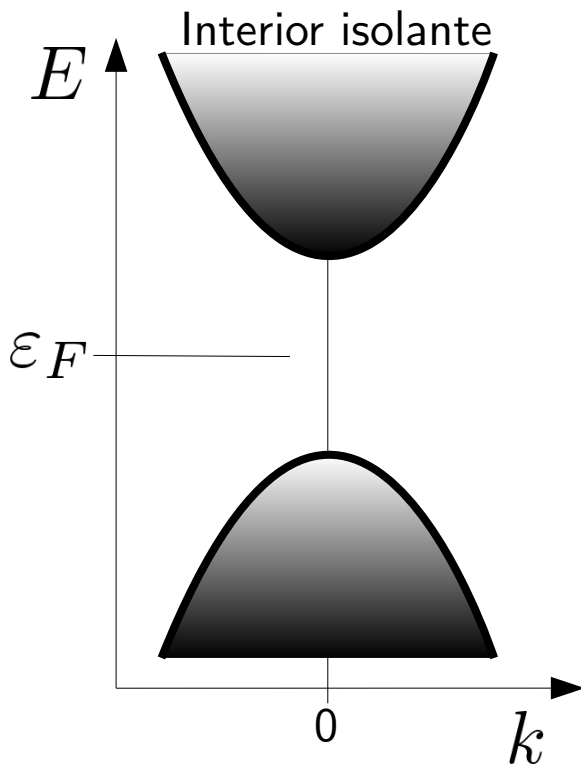


Figura: espectroscopia ARPES em Bi_2Se_3 [Zhang, et al., Nat. Phys. 6, 584 (2010)]
[Shan, Lu, Shen, New J. Phys. 12, 043048 (2010)]



Isolantes topológicos: principais características

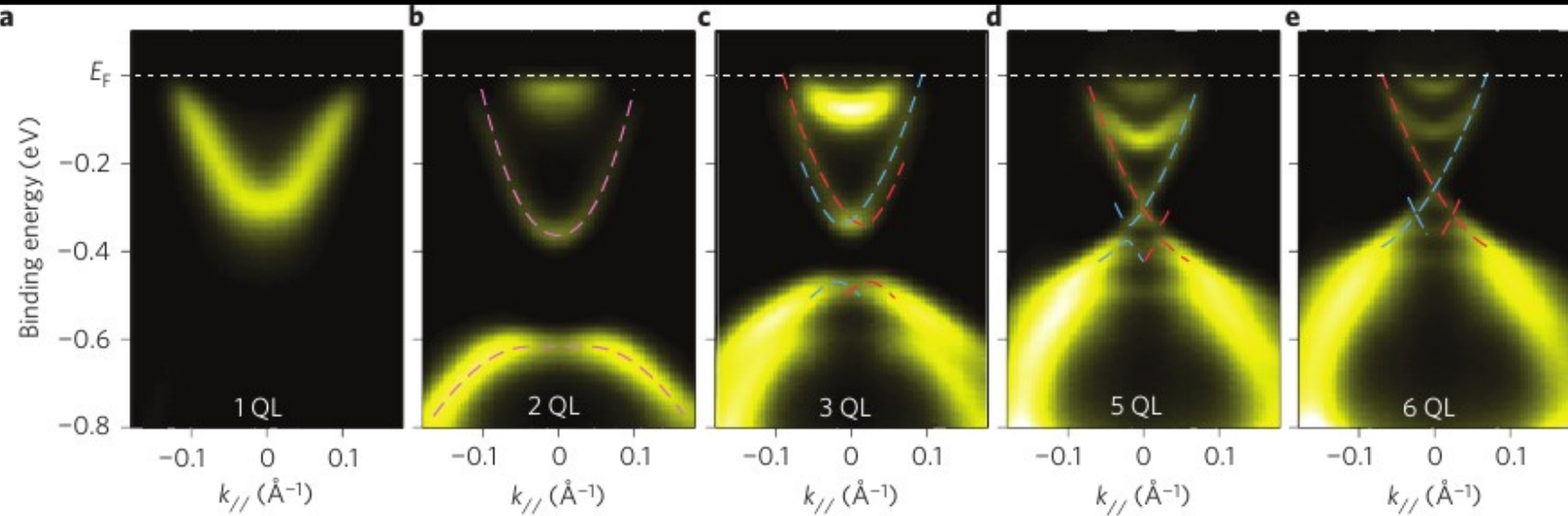
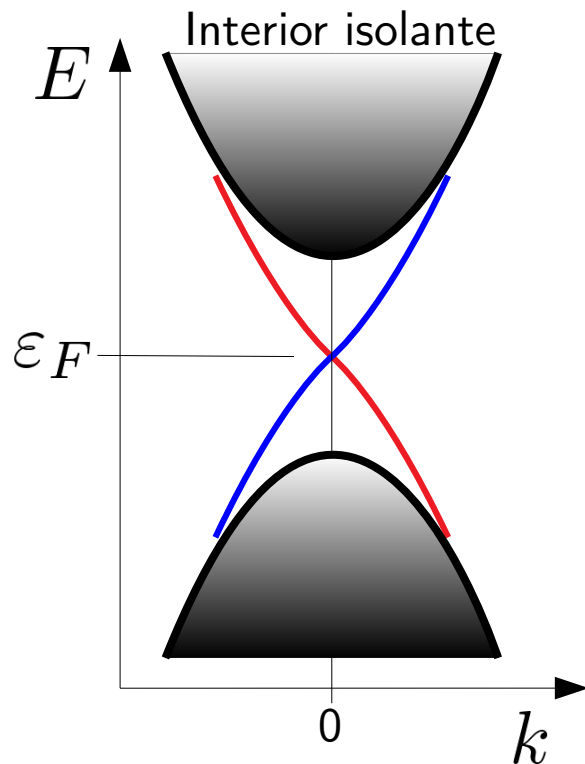


Figura: espectroscopia ARPES em Bi_2Se_3 [Zhang, et al., Nat. Phys. 6, 584 (2010)]
[Shan, Lu, Shen, New J. Phys. 12, 043048 (2010)]



Isolantes topológicos: principais características

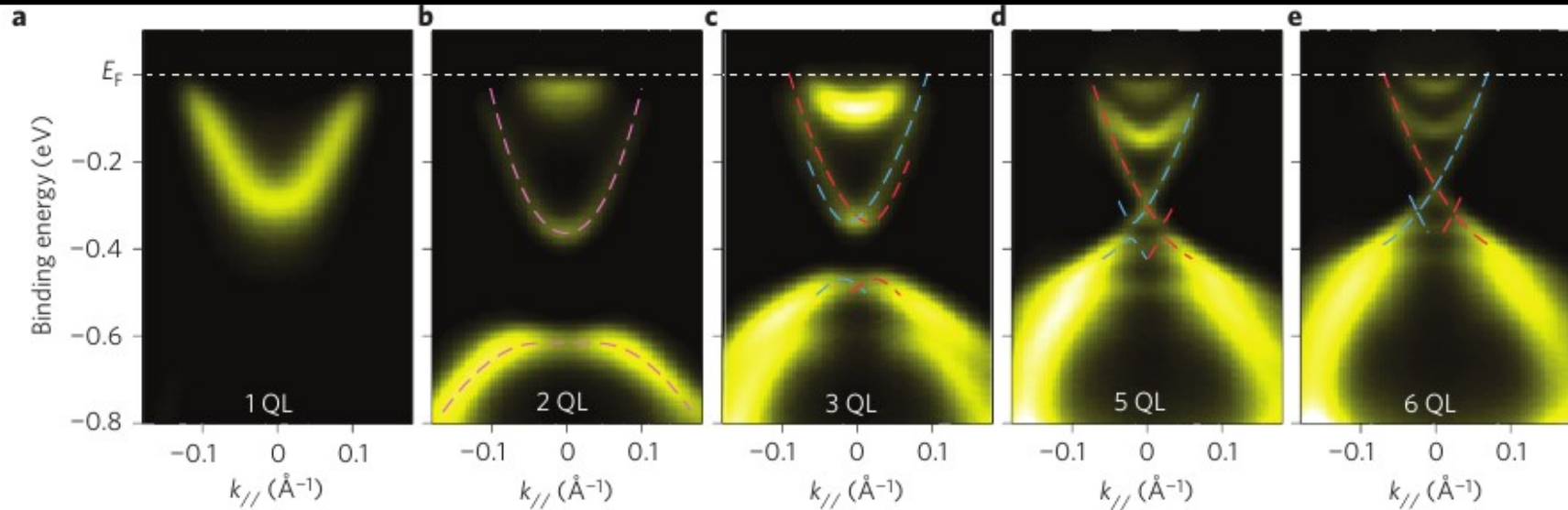
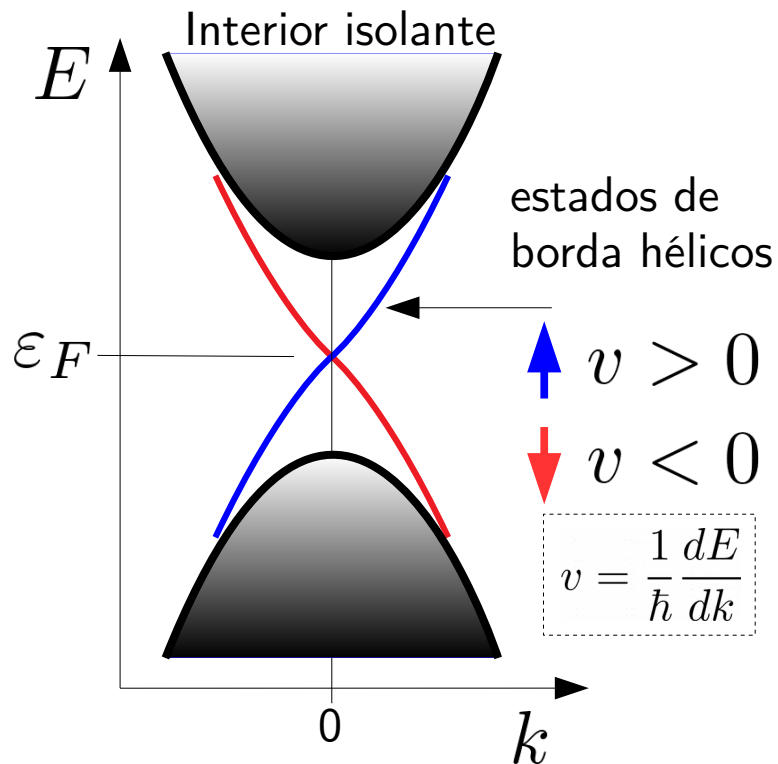


Figura: espectroscopia ARPES em Bi_2Se_3 [Zhang, et al., Nat. Phys. 6, 584 (2010)]
[Shan, Lu, Shen, New J. Phys. 12, 043048 (2010)]



Isolantes topológicos: principais características

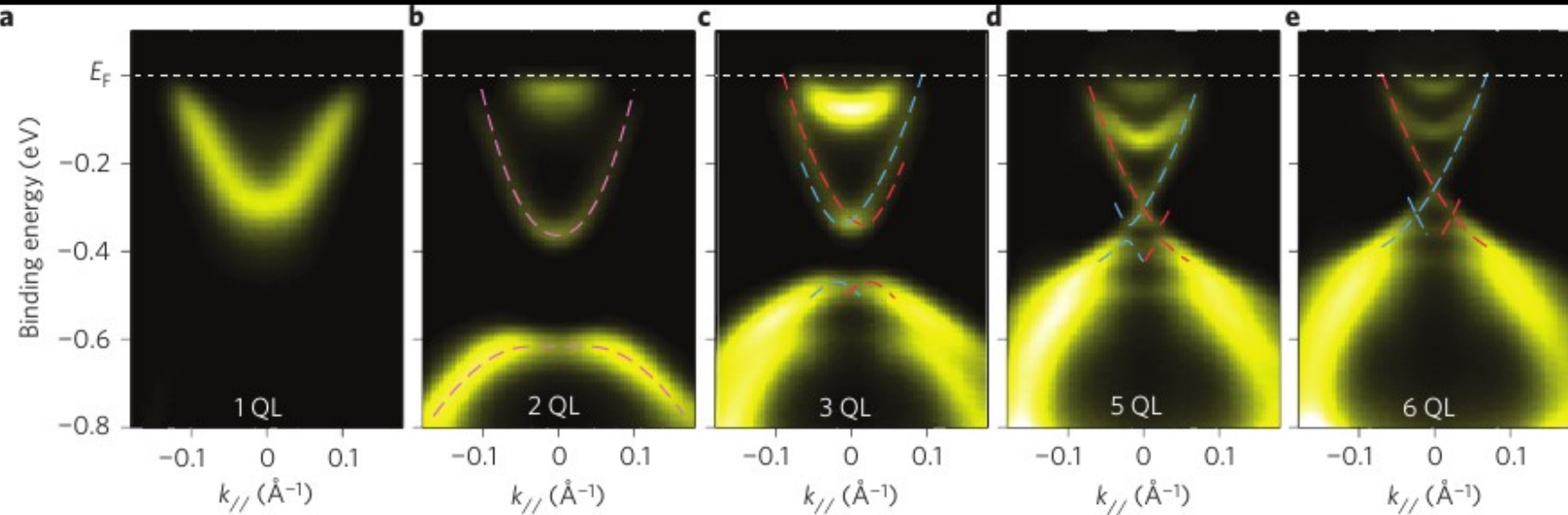
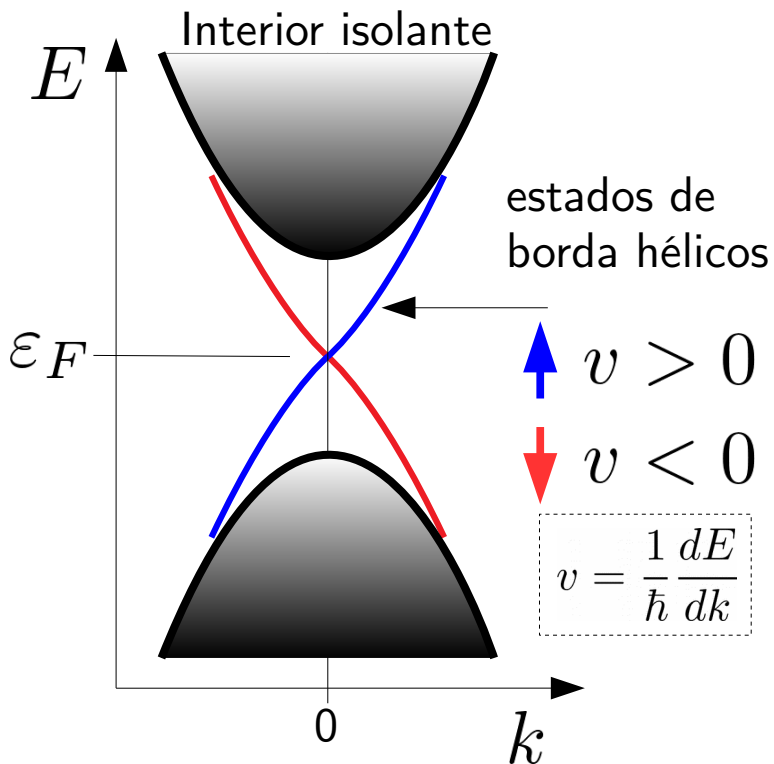


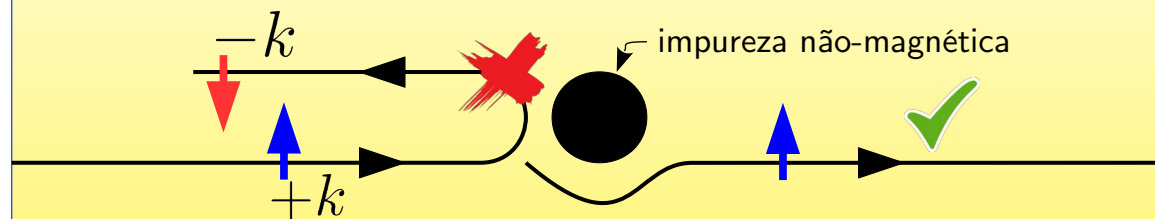
Figura: espectroscopia ARPES em Bi_2Se_3 [Zhang, et al., Nat. Phys. 6, 584 (2010)]
[Shan, Lu, Shen, New J. Phys. 12, 043048 (2010)]



Simetria de reversão temporal:

- Proteção contra retroespalhamento
- Pares de Kramer (k e $-k$ tem spins opostos)

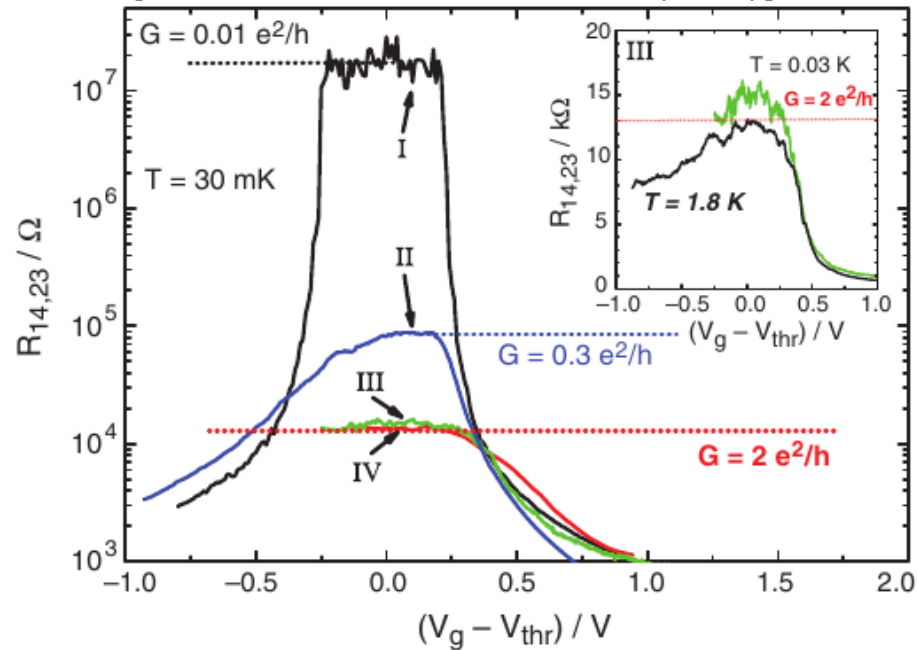
$$\varepsilon(\sigma, -k) = \varepsilon(-\sigma, k)$$



Isolantes topológicos: condutância quantizada no gap

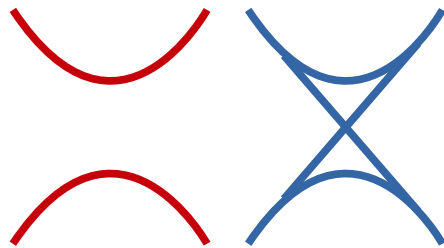
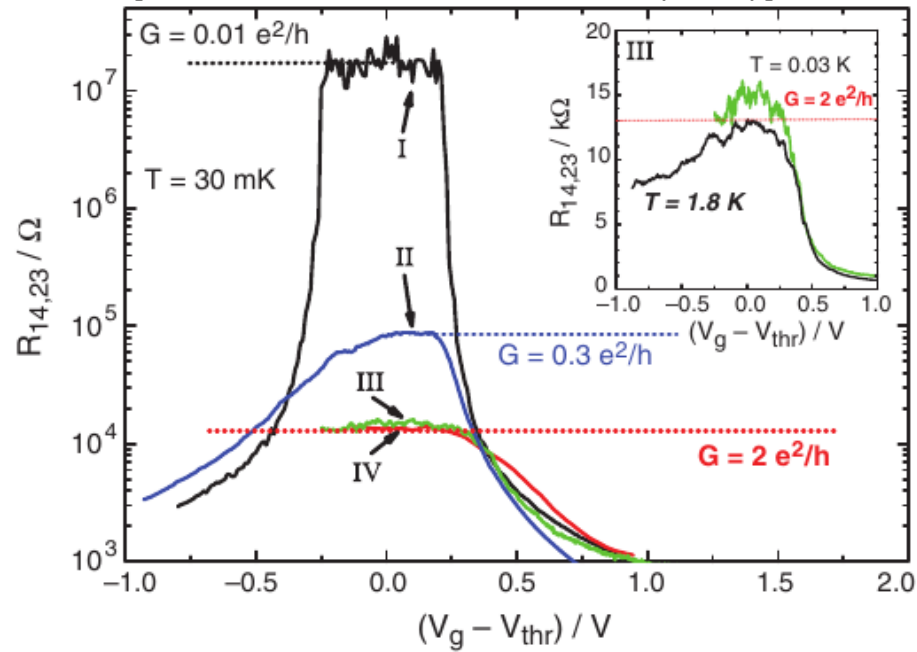
Isolantes topológicos: condutância quantizada no gap

[König et al, Science 318, 766 (2007)]



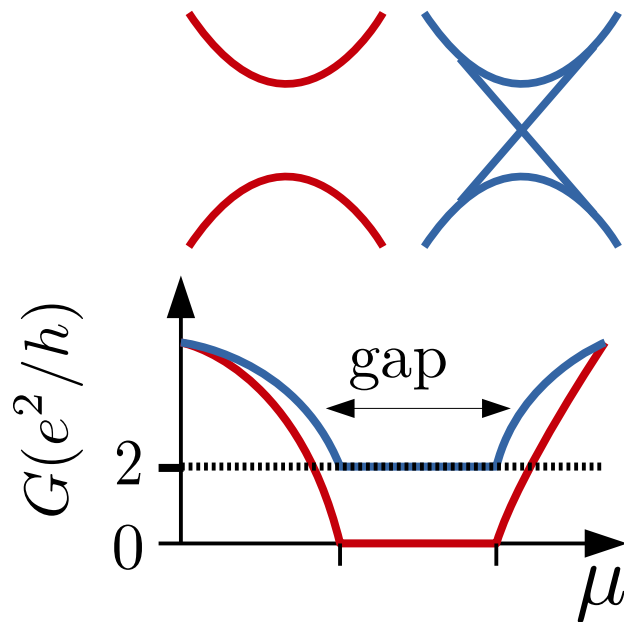
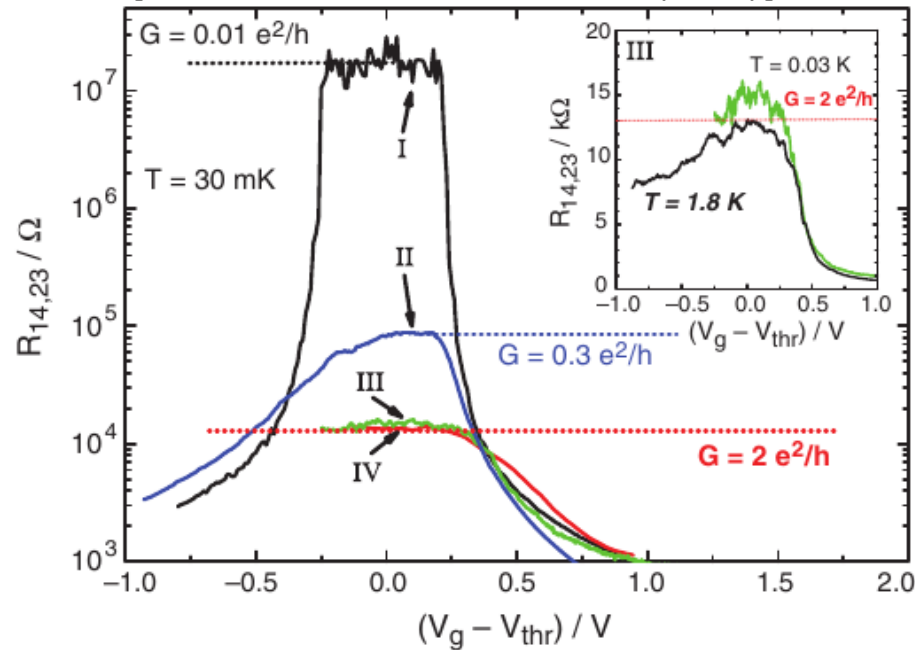
Isolantes topológicos: condutância quantizada no gap

[König et al, Science 318, 766 (2007)]



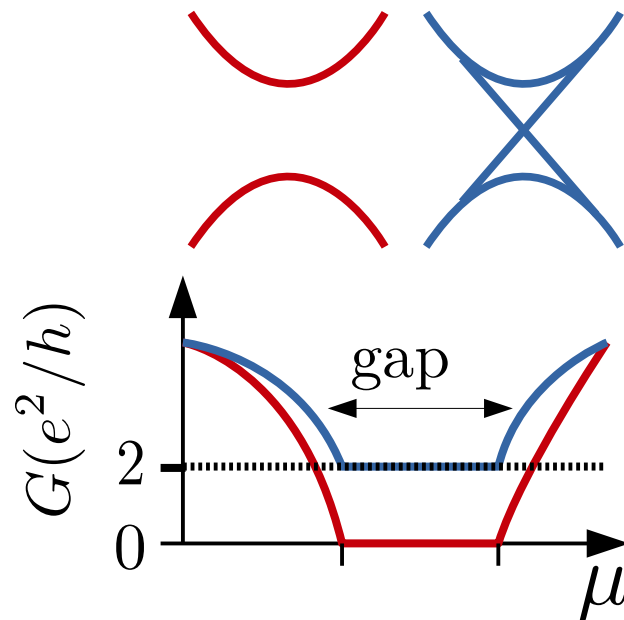
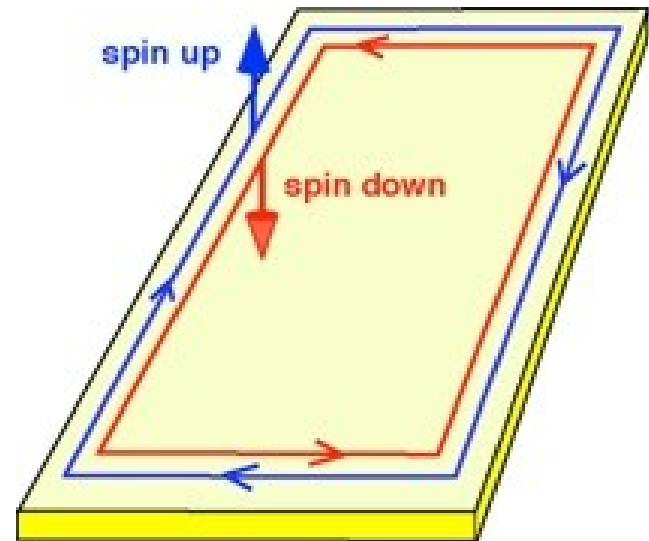
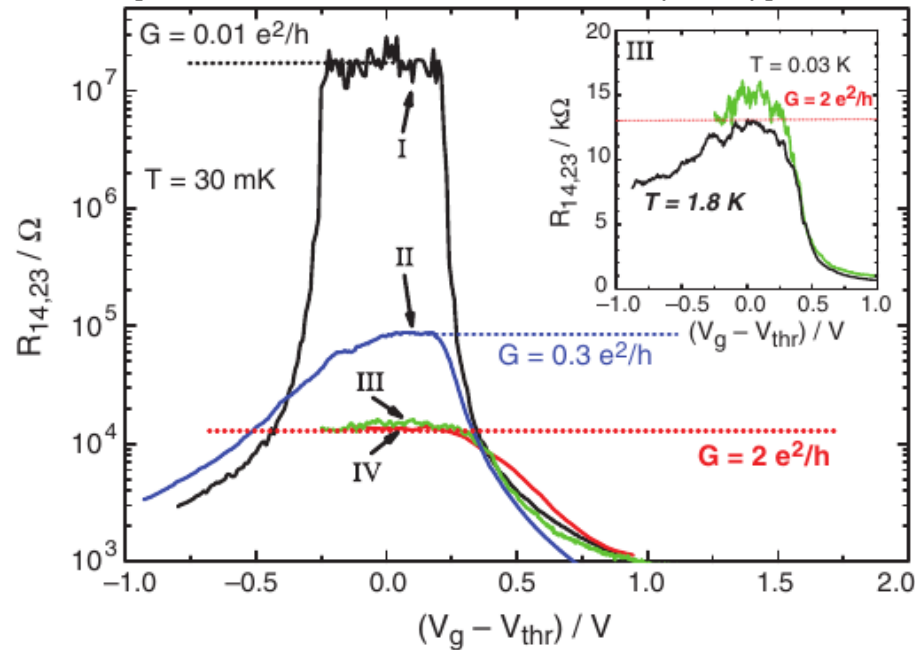
Isolantes topológicos: condutância quantizada no gap

[König et al, Science 318, 766 (2007)]



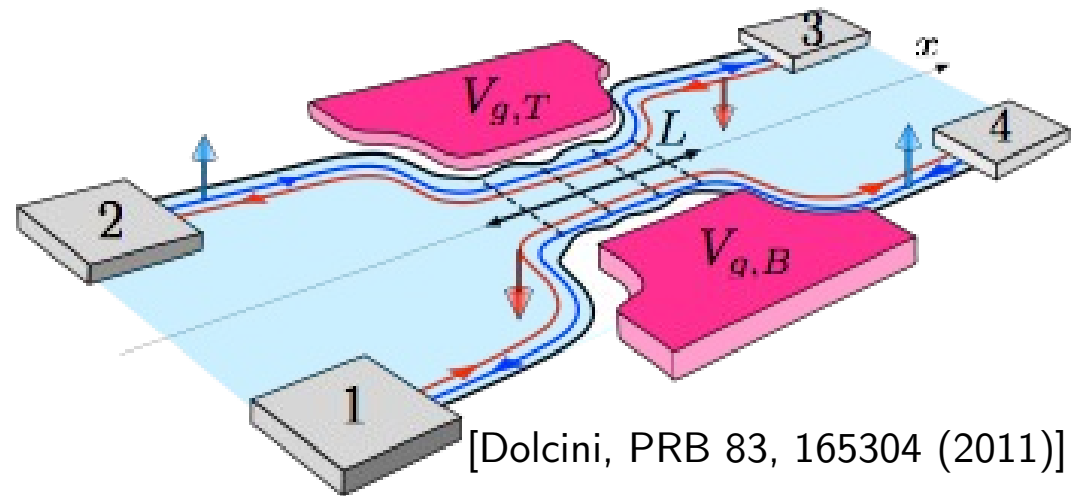
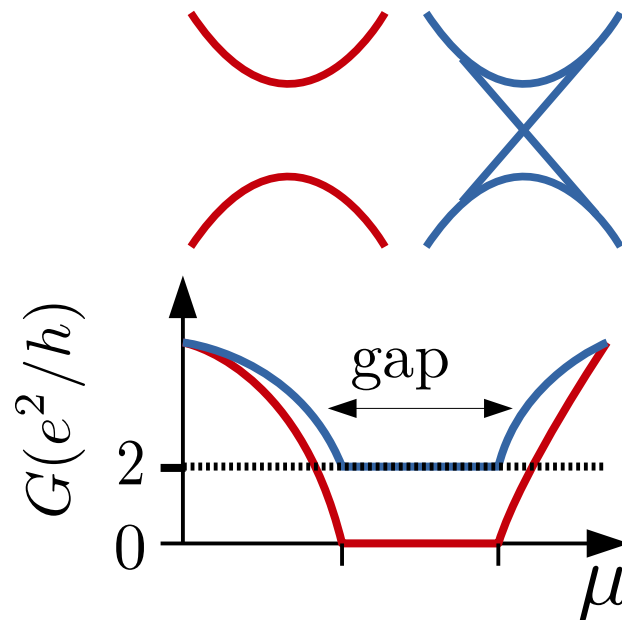
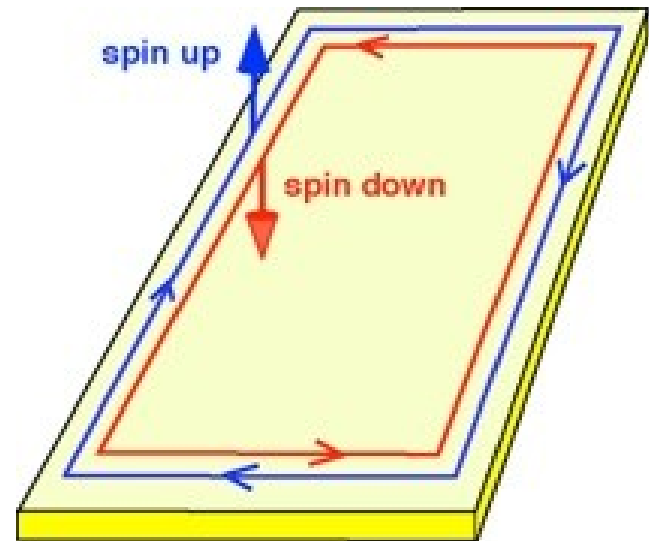
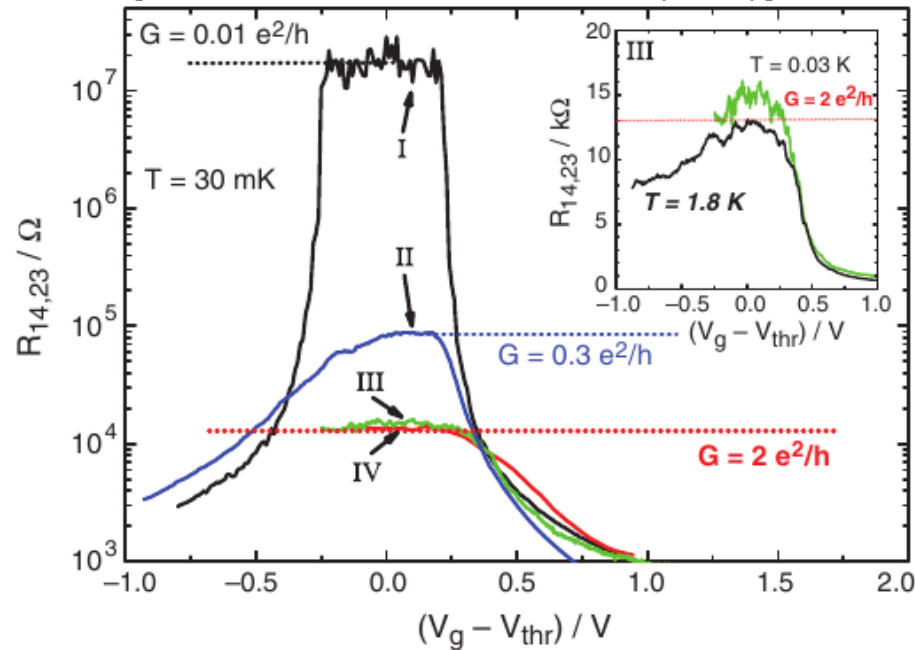
Isolantes topológicos: condutância quantizada no gap

[König et al, Science 318, 766 (2007)]



Isolantes topológicos: condutância quantizada no gap

[König et al, Science 318, 766 (2007)]



Isolantes topológicos: possíveis aplicações

Isolantes topológicos: possíveis aplicações

Computação quântica topológica

→ isolante topológico + supercondutores

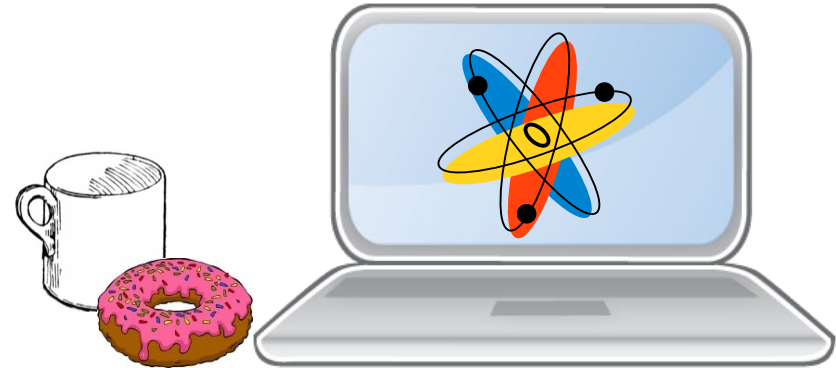
→ férmions de Majorana

[Hasan, Kane, RMP 82, 3045 (2010)]

[Qi, Zhang, RMP 83, 1057 (2011)]

[Alicea, *et al*, Nat. Phys. 7, 412 (2011)]

[Ando, J. Phys. Soc. Jpn. 82, 102001 (2013)]



Isolantes topológicos: possíveis aplicações

Computação quântica topológica

→ isolante topológico + supercondutores

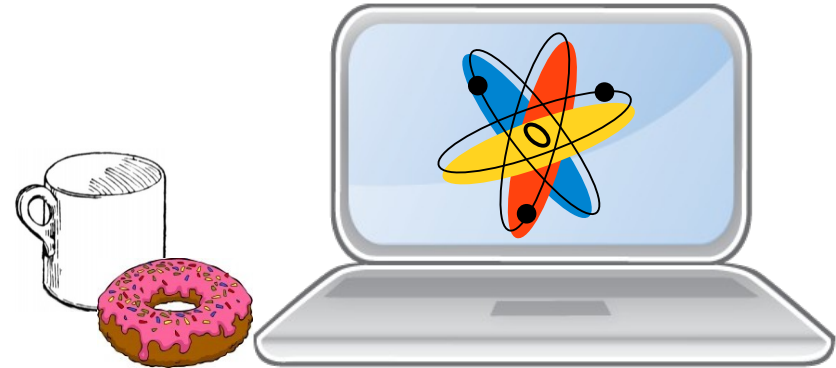
→ férmions de Majorana

[Hasan, Kane, RMP 82, 3045 (2010)]

[Qi, Zhang, RMP 83, 1057 (2011)]

[Alicea, *et al*, Nat. Phys. 7, 412 (2011)]

[Ando, J. Phys. Soc. Jpn. 82, 102001 (2013)]

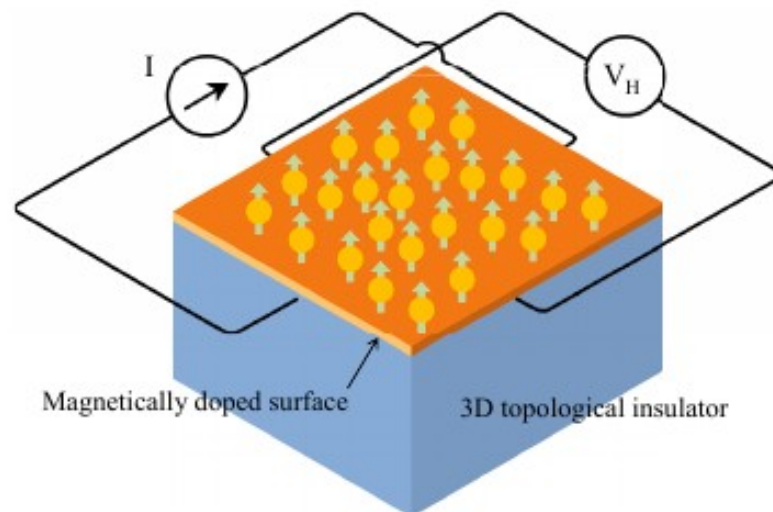


Memória magnética não-volátil

→ controlada eletricamente

[Fujita, Jalil, Tan, Appl. Phys. Express 4, 094201 (2011)]

[Ferreira, Loss, Phys. Rev. Lett. 111 (10), 106802 (2013)]



Isolantes topológicos: possíveis aplicações

Computação quântica topológica

→ isolante topológico + supercondutores

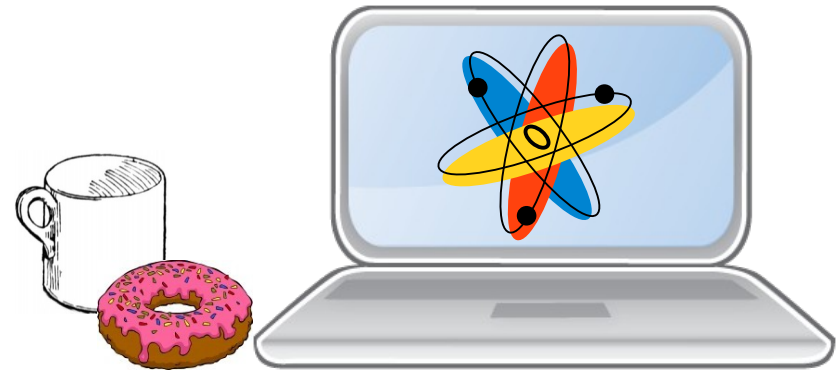
→ férmions de Majorana

[Hasan, Kane, RMP 82, 3045 (2010)]

[Qi, Zhang, RMP 83, 1057 (2011)]

[Alicea, *et al*, Nat. Phys. 7, 412 (2011)]

[Ando, J. Phys. Soc. Jpn. 82, 102001 (2013)]

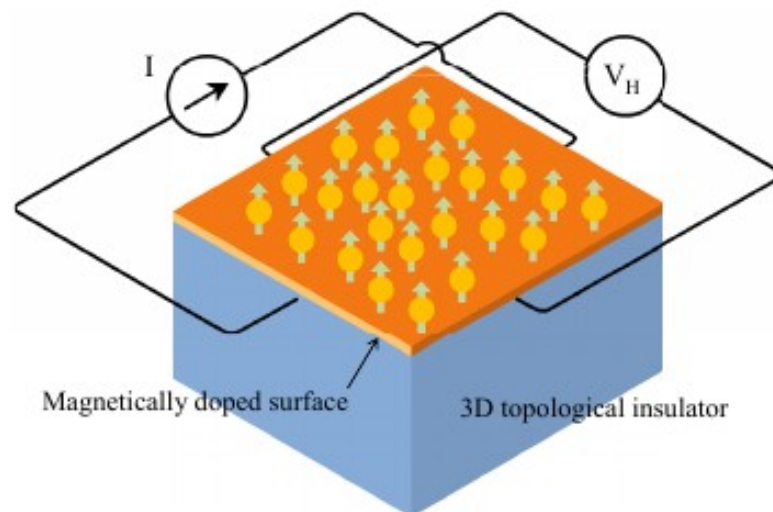


Memória magnética não-volátil

→ controlada eletricamente

[Fujita, Jalil, Tan, Appl. Phys. Express 4, 094201 (2011)]

[Ferreira, Loss, Phys. Rev. Lett. 111 (10), 106802 (2013)]



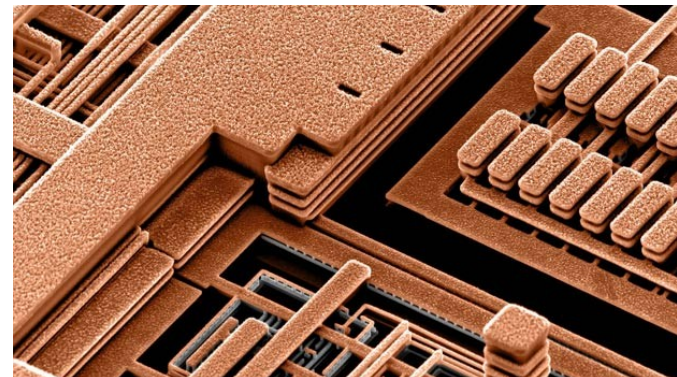
Quantização da condutância

→ a campo $B = 0$

→ interconnects ideais

[Proc. of SPIE 8373, 837309 (2012)]

[IEEE Electron Device Lett. 38, 138 (2017)]



1997: IBM interconnects de cobre

O que é topologia?



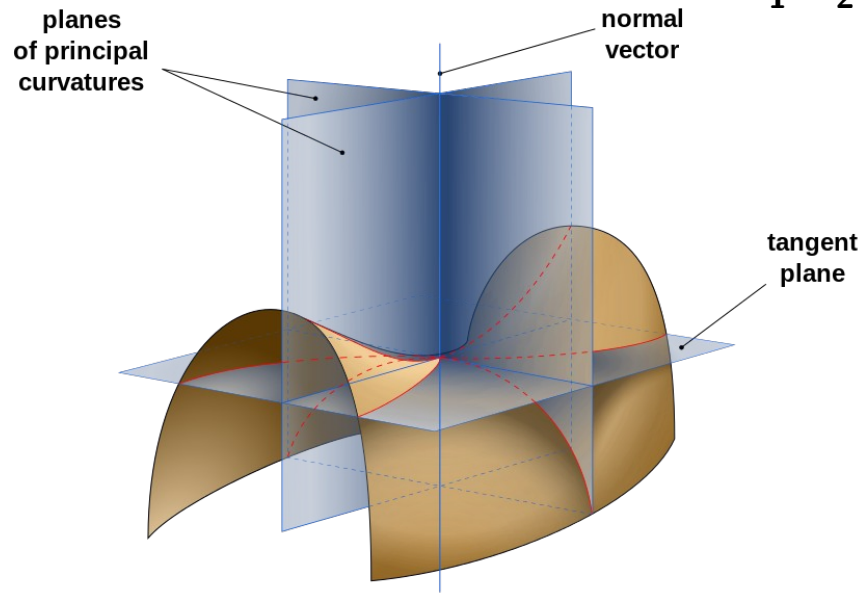
D. Mackenzie, Sci. Am. "In Love with Geometry" (2013)

Topologia geométrica: curvatura, buracos



Topologia geométrica: curvatura, buracos

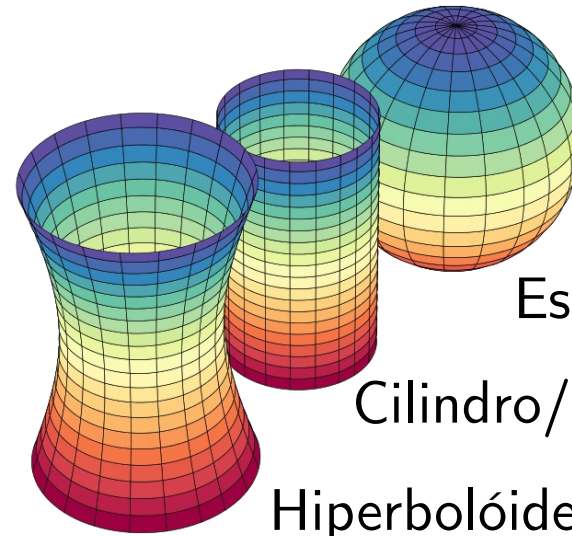
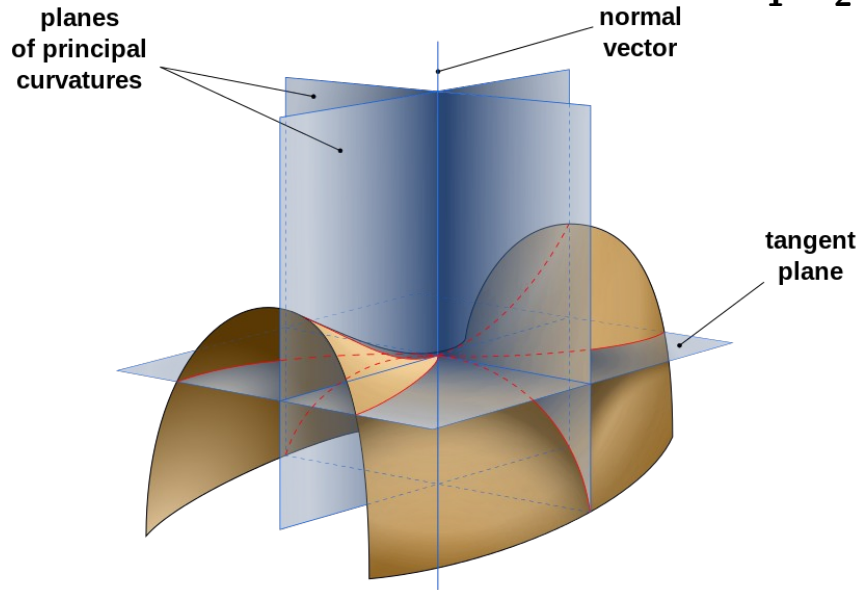
Curvatura de Gauss: $K = k_1 \cdot k_2$



Topologia geométrica: curvatura, buracos



Curvatura de Gauss: $K = k_1 \cdot k_2$



Esfera: $K > 0$

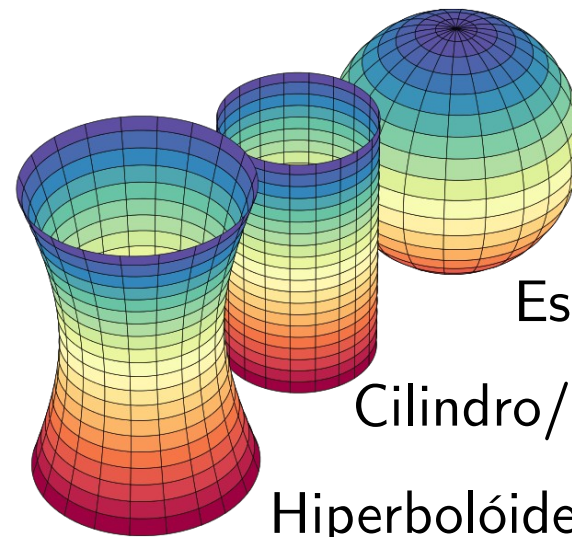
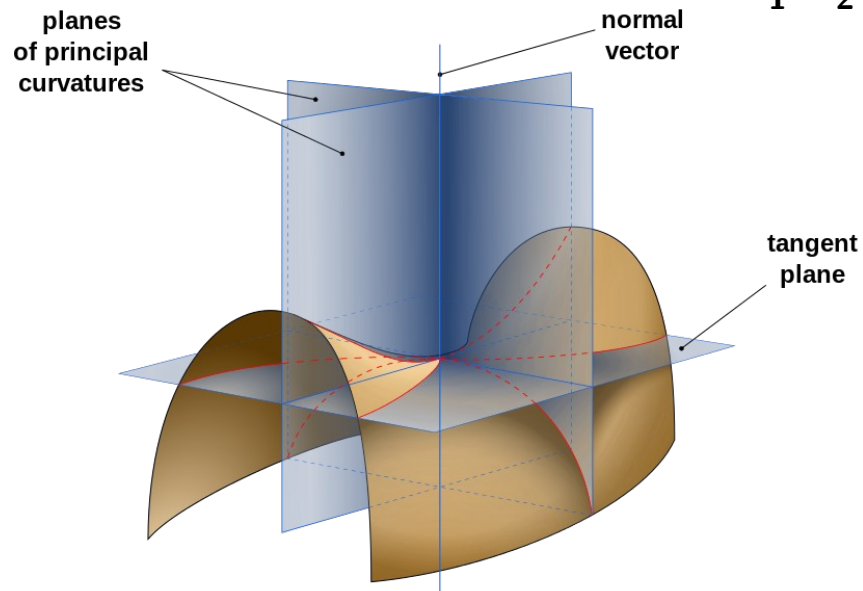
Cilindro/plano: $K = 0$

Hiperbolóide: $K < 0$

Topologia geométrica: curvatura, buracos



Curvatura de Gauss: $K = k_1 \cdot k_2$



Esfera: $K > 0$

Cilindro/plano: $K = 0$

Hiperbolóide: $K < 0$

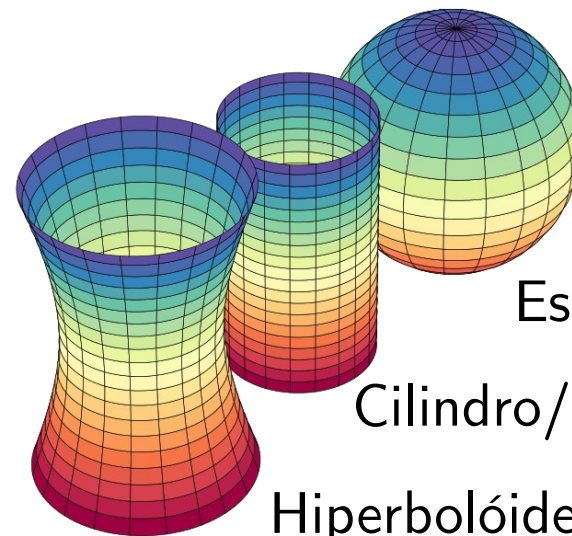
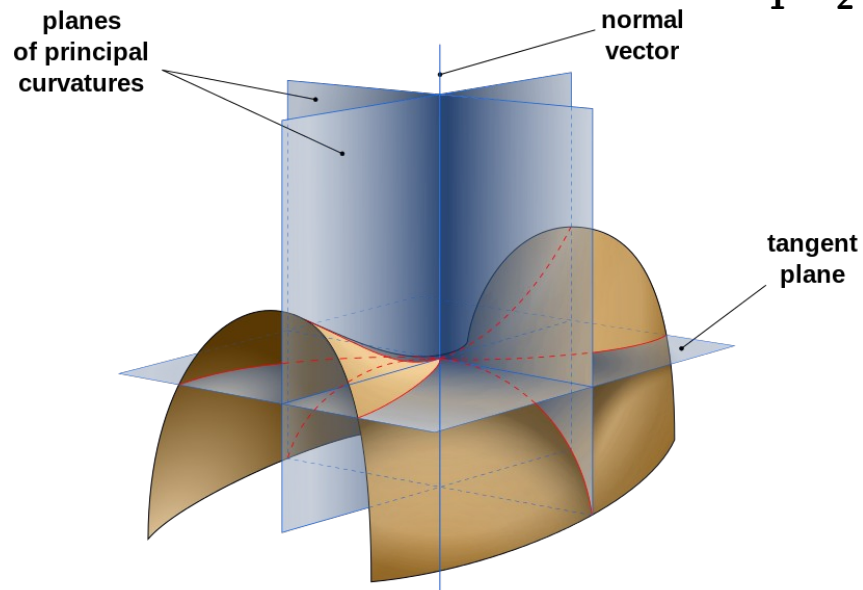
Teorema de Gauss-Bonnet

$$\int_M K da + \int_{\partial M} k_g ds = 2\pi\chi(M)$$

Topologia geométrica: curvatura, buracos



Curvatura de Gauss: $K = k_1 \cdot k_2$



Esfera: $K > 0$

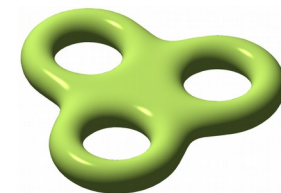
Cilindro/plano: $K = 0$

Hiperbolóide: $K < 0$

Teorema de Gauss-Bonnet

$$\int_M K da + \int_{\partial M} k_g ds = 2\pi \chi(M)$$

← Característica de Euler: $\chi(M) = 2 - 2g$
(para superfícies compactas orientáveis)
 g = genus = número de buracos



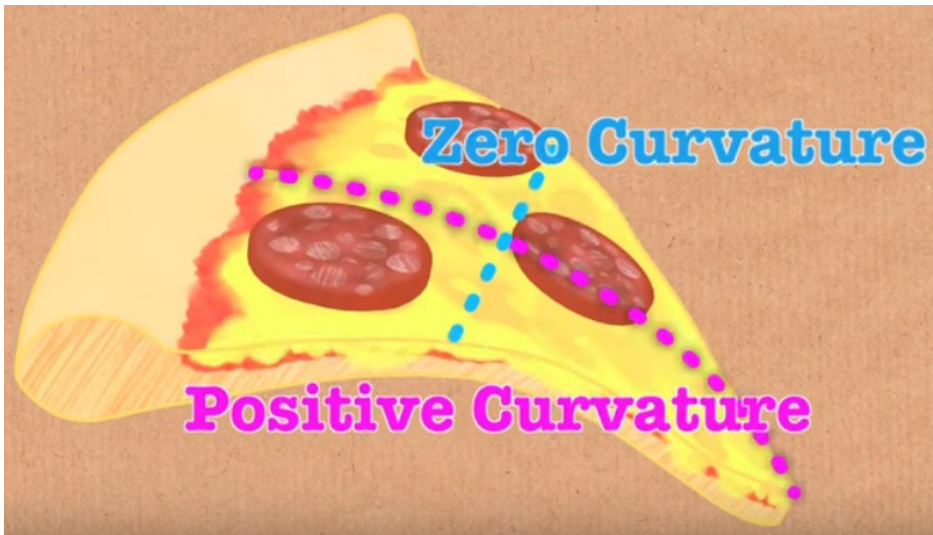
Gauss \rightarrow curvatura total é invariante!

Gauss \rightarrow curvatura total é invariante!

Como comer pizza com as mãos??

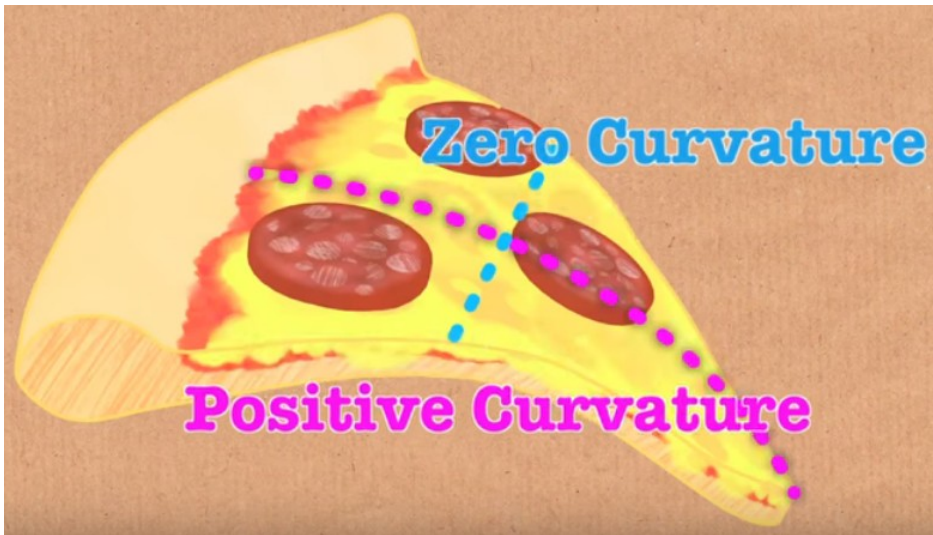
Gauss \rightarrow curvatura total é invariante!

Como comer pizza com as mãos??



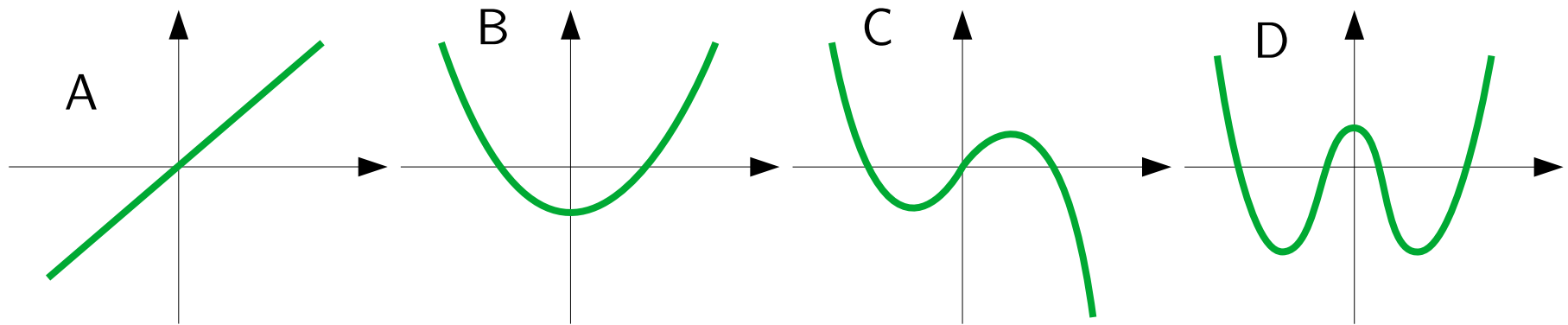
Gauss \rightarrow curvatura total é invariante!

Como comer pizza com as mãos??



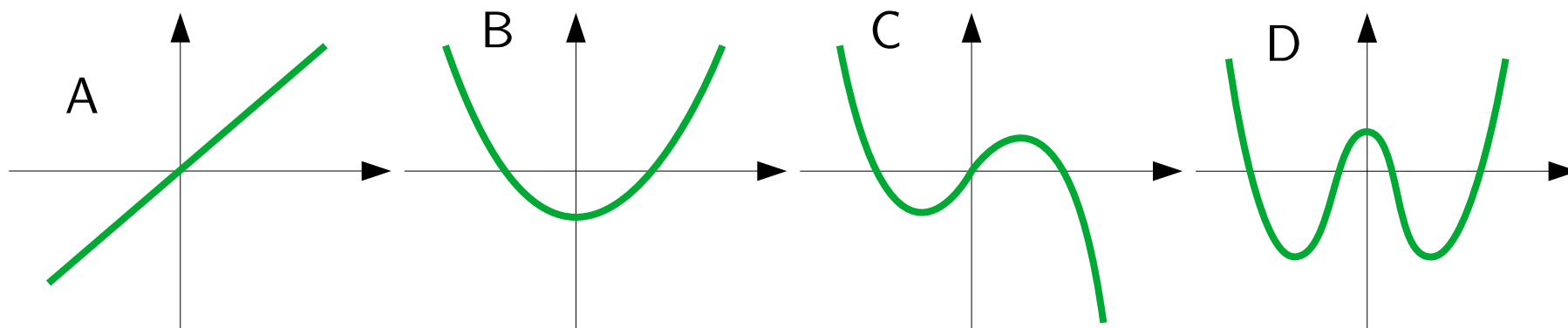
[Youtube] [Numberphile: The remarkable way we eat pizza](#)

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

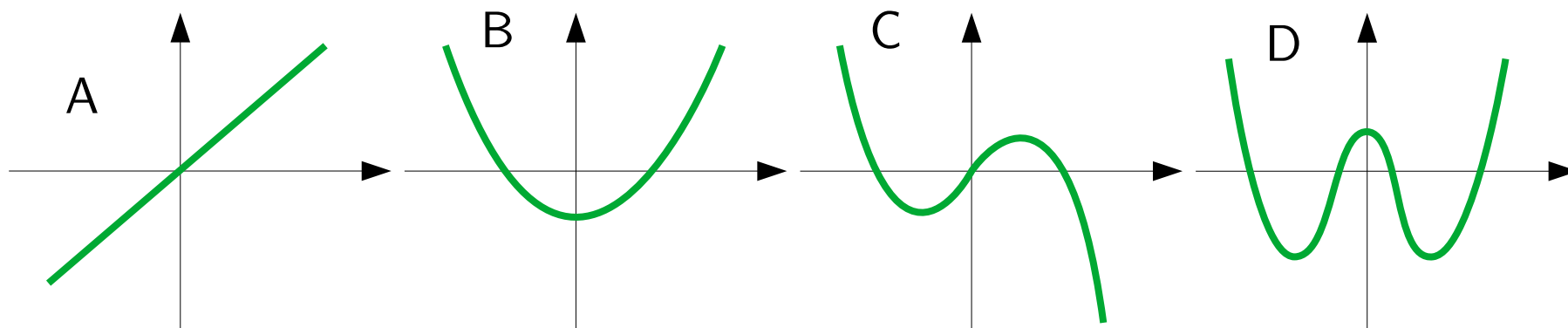
Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

Exemplo simples

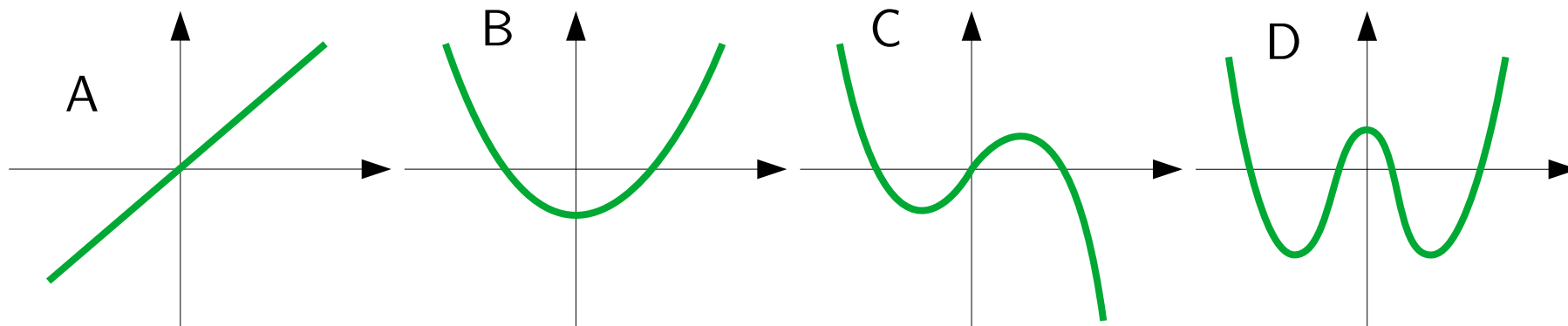


Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

Exemplo simples



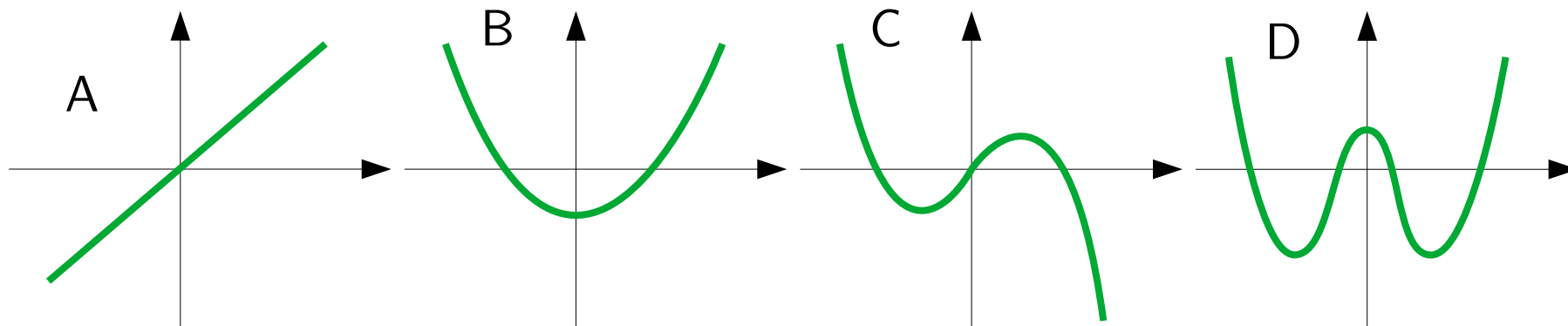
Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

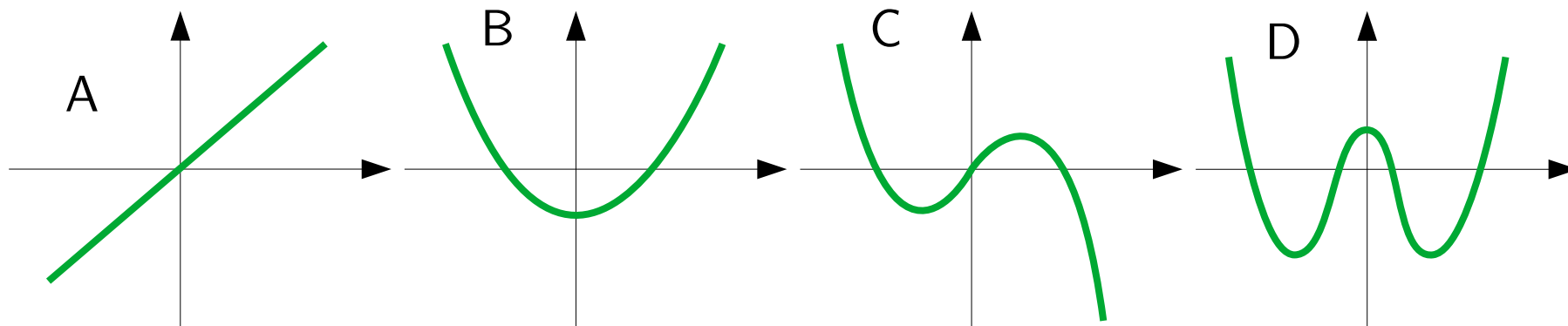
Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

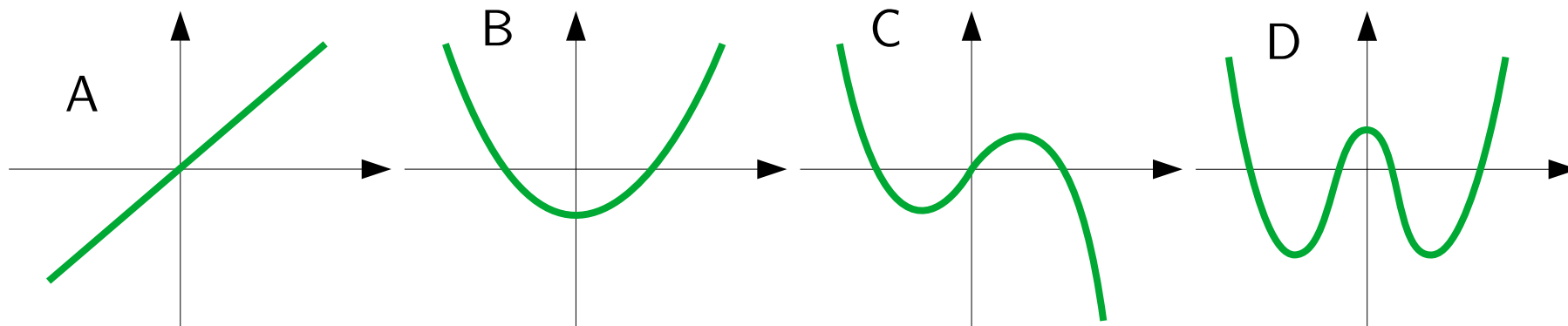
→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

→ $P.A(x) = -1.A(x)$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

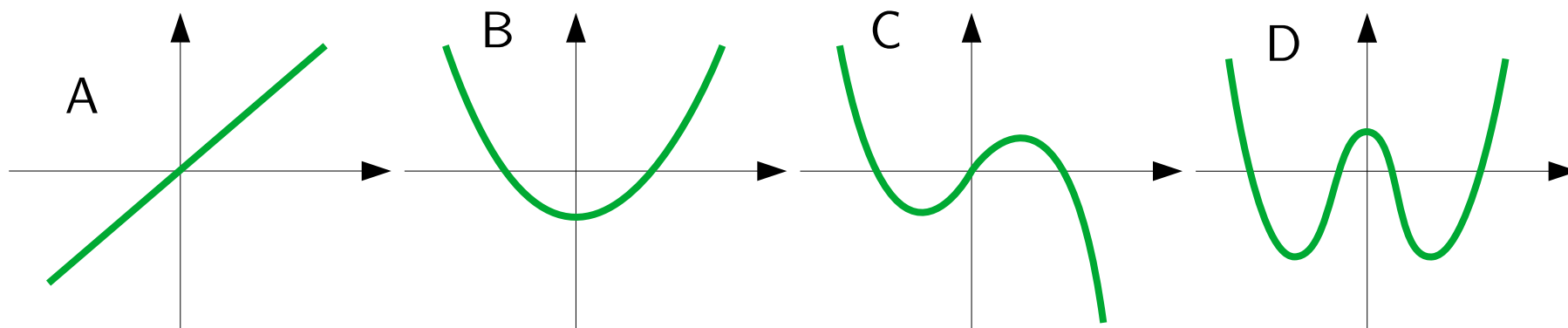
→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

→ $P.A(x) = -1.A(x)$

→ $P.B(x) = +1.B(x)$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

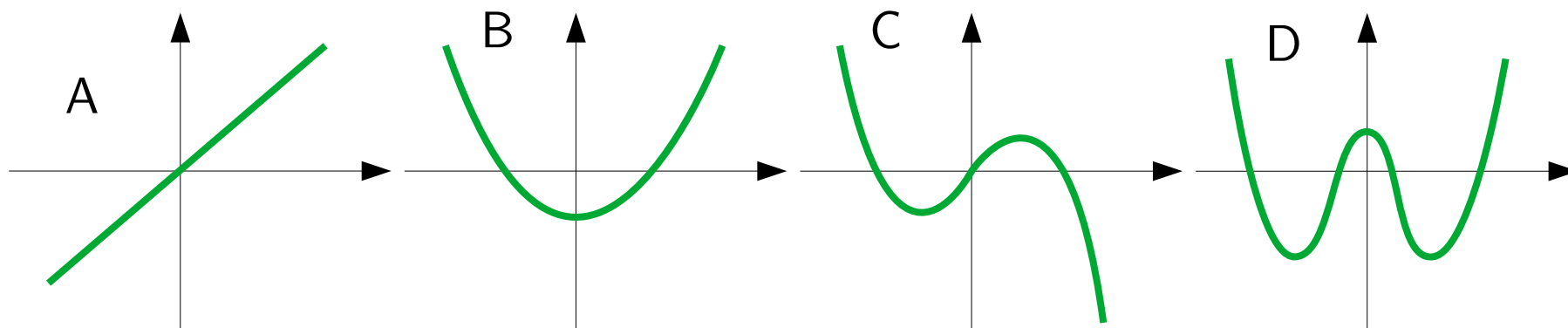
Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

→ $P.A(x) = -1.A(x)$

→ $P.B(x) = +1.B(x)$

→ $P.C(x) = -1.C(x)$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

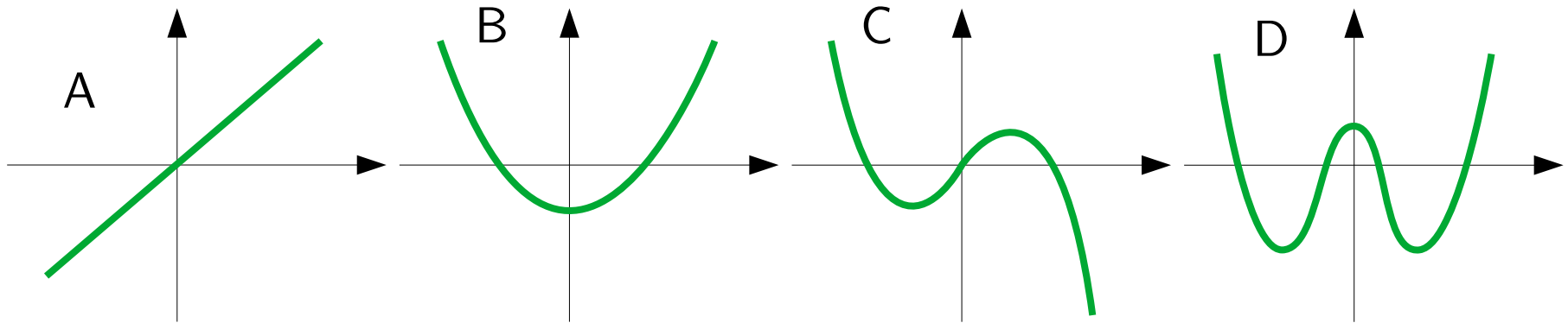
→ $P.A(x) = -1.A(x)$

→ $P.B(x) = +1.B(x)$

→ $P.C(x) = -1.C(x)$

→ $P.D(x) = +1.D(x)$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

→ $P.A(x) = -1.A(x)$

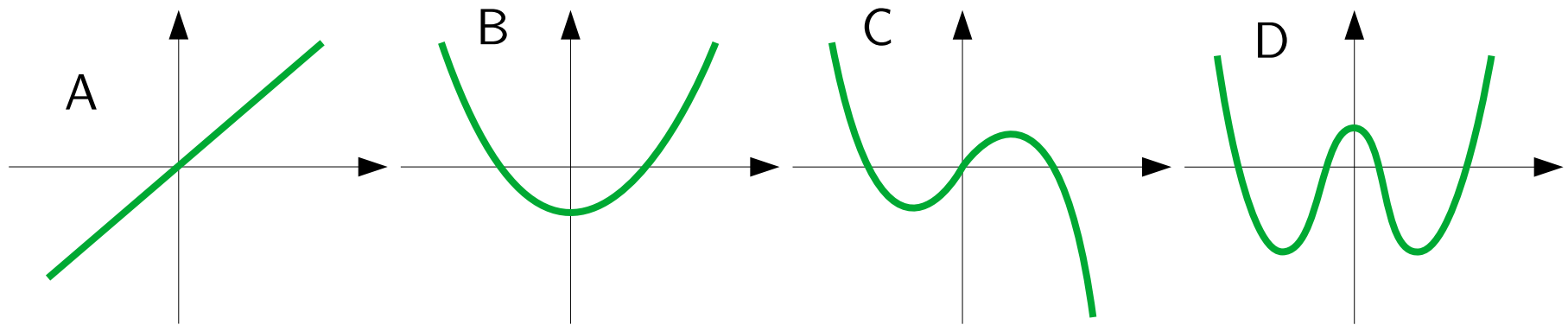
→ $P.B(x) = +1.B(x)$

→ $P.C(x) = -1.C(x)$

→ $P.D(x) = +1.D(x)$

Autovalores de $P = +/- 1$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

→ $P.A(x) = -1.A(x)$

→ $P.B(x) = +1.B(x)$

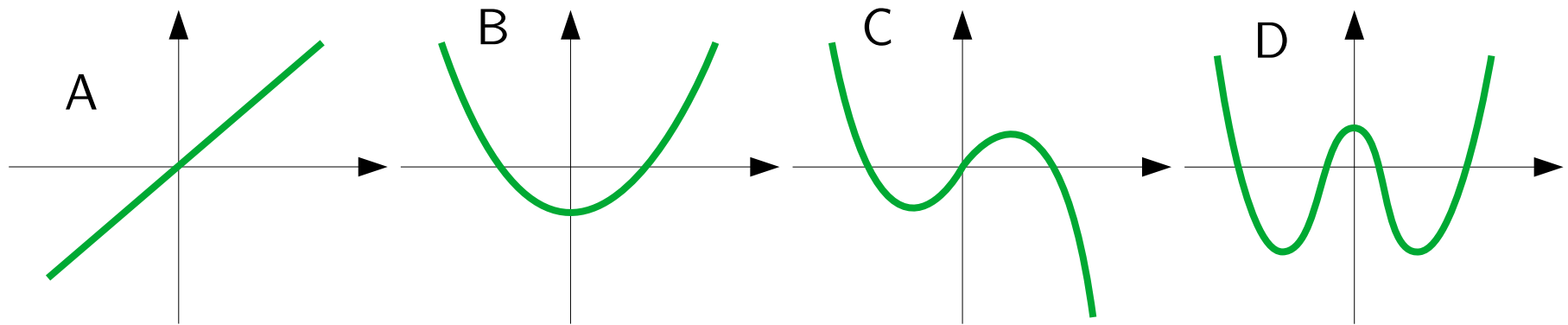
→ $P.C(x) = -1.C(x)$

→ $P.D(x) = +1.D(x)$

*É possível distorcer
continuamente A em B?*

Autovalores de $P = +/- 1$

Exemplo simples



Quantos tipos de função tenho acima?

Podemos dizer que $A = C$, e $B = D$?

→ depende do que significa “=”

→ classes de homotopia: funções pares e ímpares

Operador de inversão: $P.f(x) = f(-x)$

→ $P.A(x) = -1.A(x)$

→ $P.B(x) = +1.B(x)$

→ $P.C(x) = -1.C(x)$

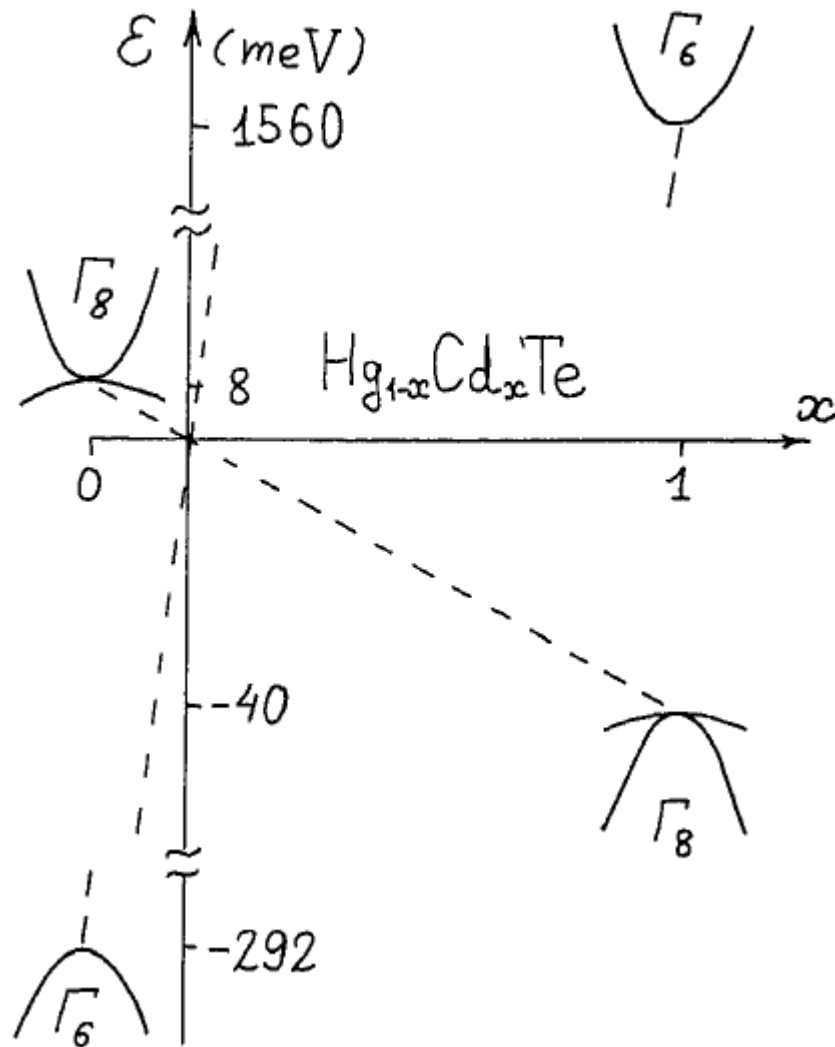
→ $P.D(x) = +1.D(x)$

Autovalores de $P = +/- 1$

*É possível distorcer
continuamente A em B?*

... sem mudar o autovalor de P?

O que isso tem a ver com física?



Volkov, Pankratov: 1985

[JETP Lett. 42, 178 ('85)]

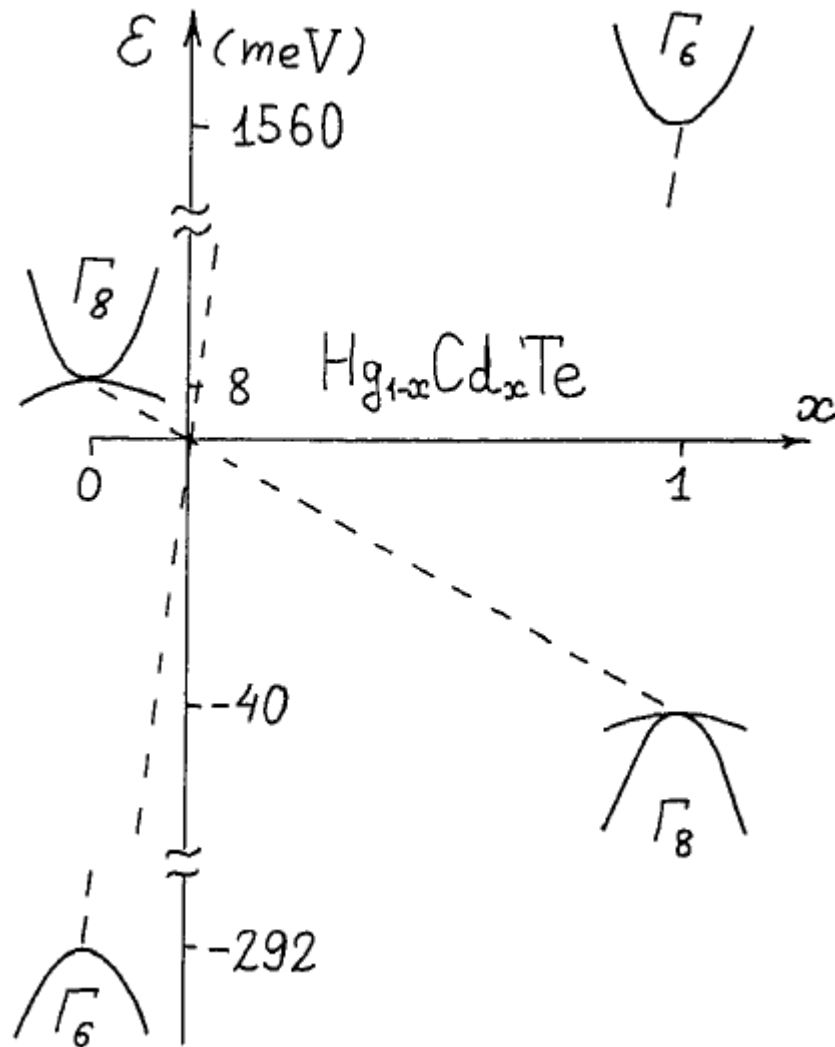
[Solid State Comm. 61, 93 ('87)]

[Landau Level Spectroscopy, Chap. 14 ('91)]

Bernevig, Hughes, Zhang: 2006

[Science 314, 1757 (2006)]

O que isso tem a ver com física?



Volkov, Pankratov: 1985

[JETP Lett. 42, 178 ('85)]

[Solid State Comm. 61, 93 ('87)]

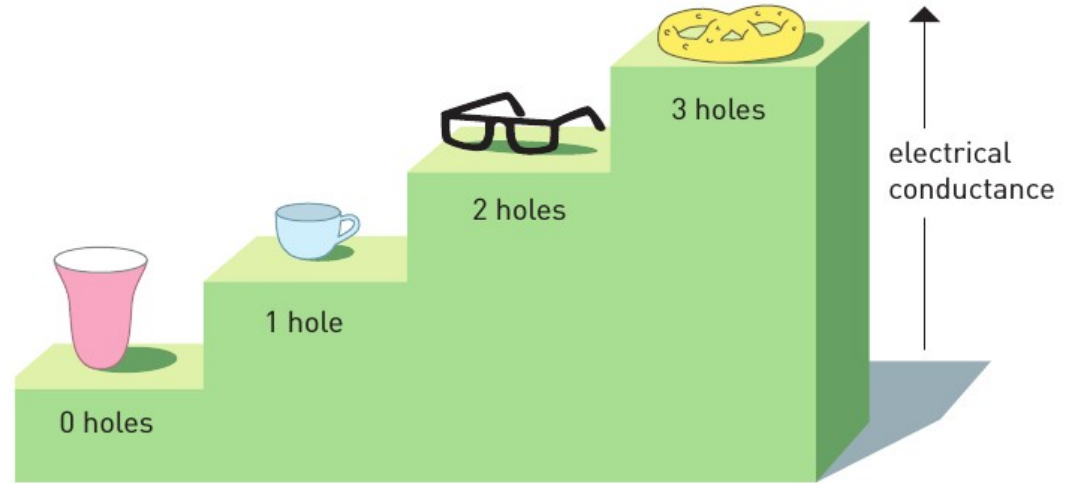
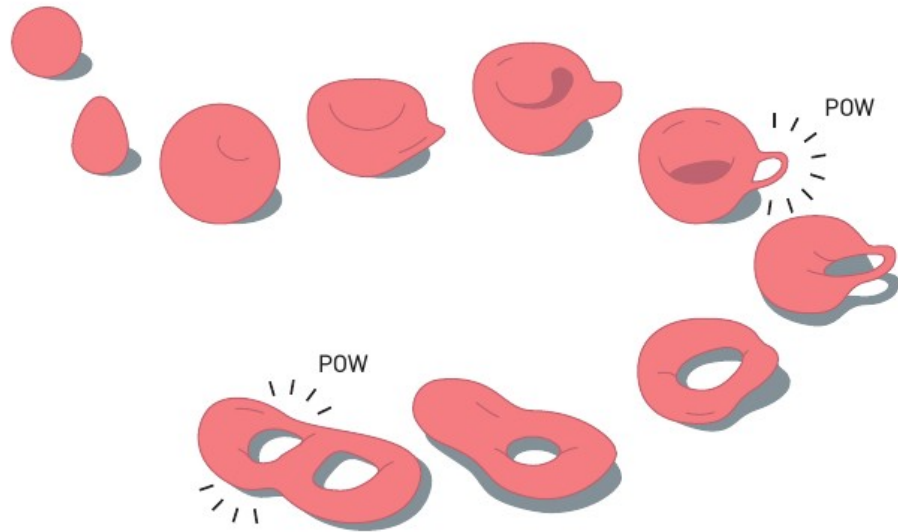
[Landau Level Spectroscopy, Chap. 14 ('91)]

Bernevig, Hughes, Zhang: 2006

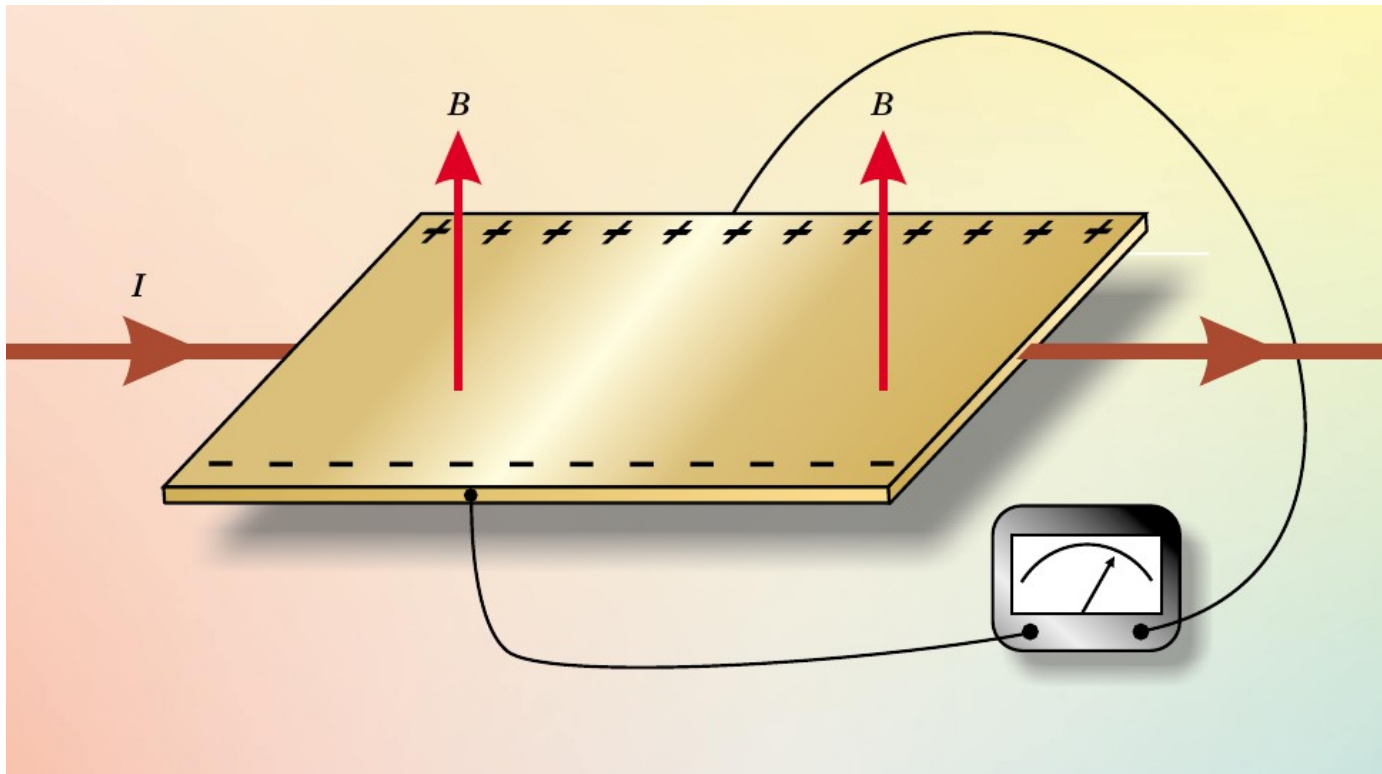
[Science 314, 1757 (2006)]

Bandas de condução/valência do **HgTe** ($x=0$), não podem ser **continuamente deformadas** nas bandas do **CdTe** ($x=1$)

Efeito Hall quântico



Efeito Hall (1878)



Motivado por afirmação incorreta no tratado de Maxwell

Acumulo de cargas nas bordas

Condutividade transversal $\sigma_H = \frac{\rho e c}{B}$

Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ **Efeito Hall quântico fracionário**

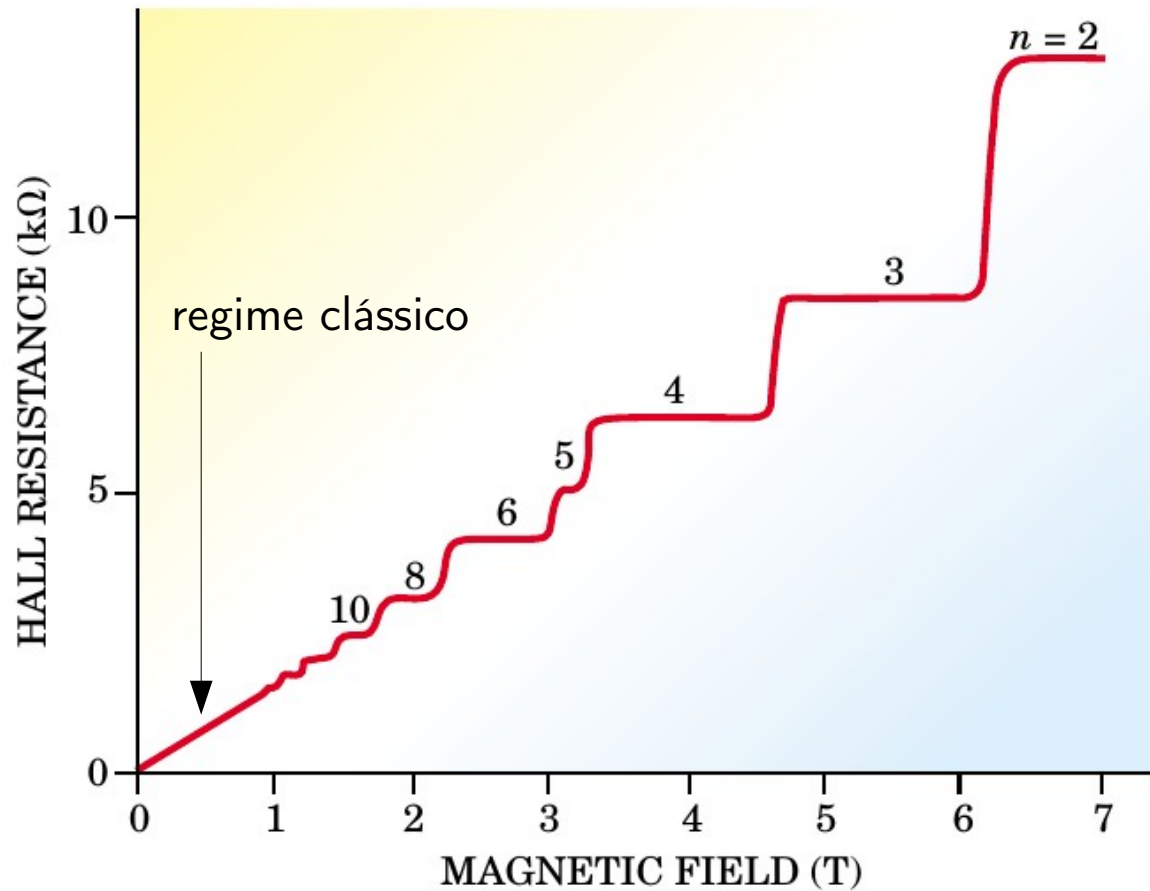
Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui

Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ **Efeito Hall quântico fracionário**

Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui

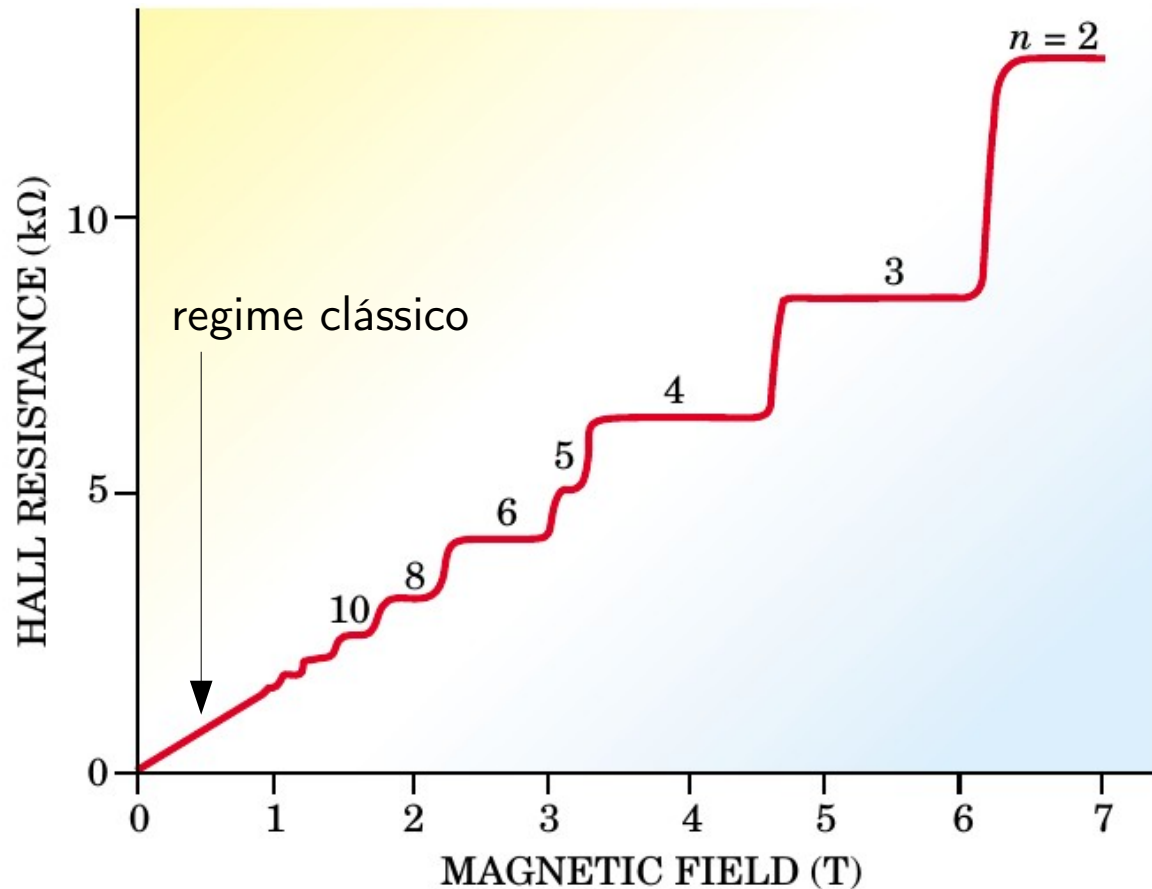


Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ Efeito Hall quântico fracionário

Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui



Condutividade clássica

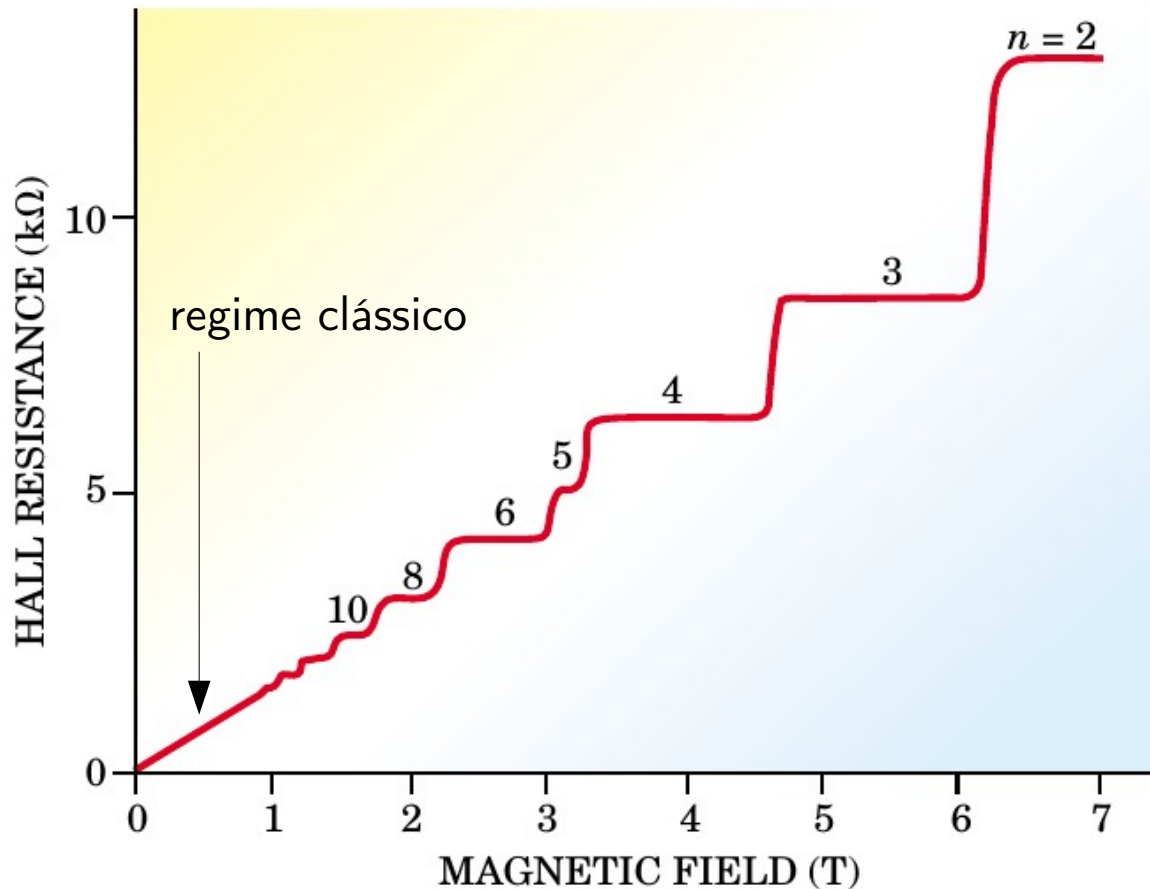
$$\sigma_H = \frac{\rho e c}{B}$$

Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ Efeito Hall quântico fracionário

Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui



Condutividade clássica

$$\sigma_H = \frac{\rho e c}{B}$$

Condutividade quântica

$$\sigma_H = n \frac{e^2}{h}$$

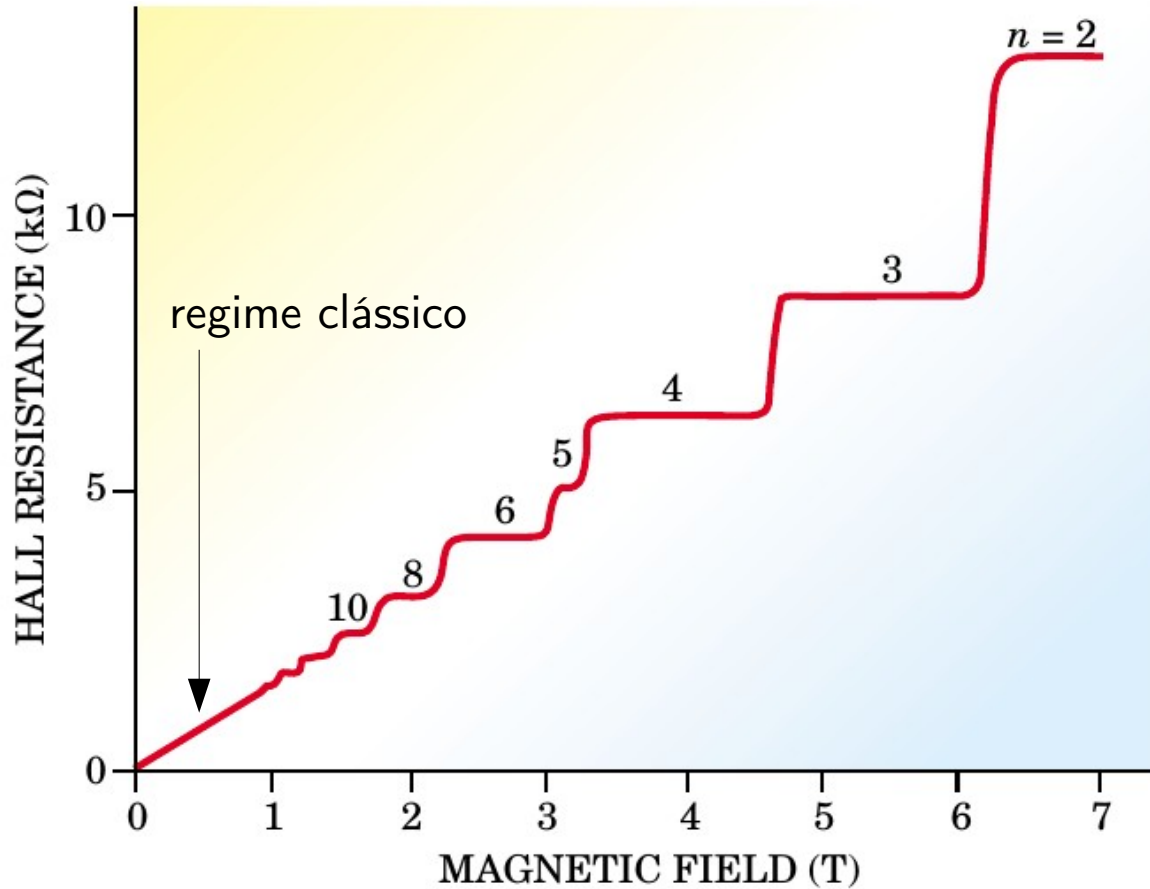
Múltiplos inteiros (n) de e^2/h

Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ Efeito Hall quântico fracionário

Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui



Condutividade clássica

$$\sigma_H = \frac{\rho e c}{B}$$

Condutividade quântica

$$\sigma_H = n \frac{e^2}{h}$$

Múltiplos inteiros (n) de e^2/h

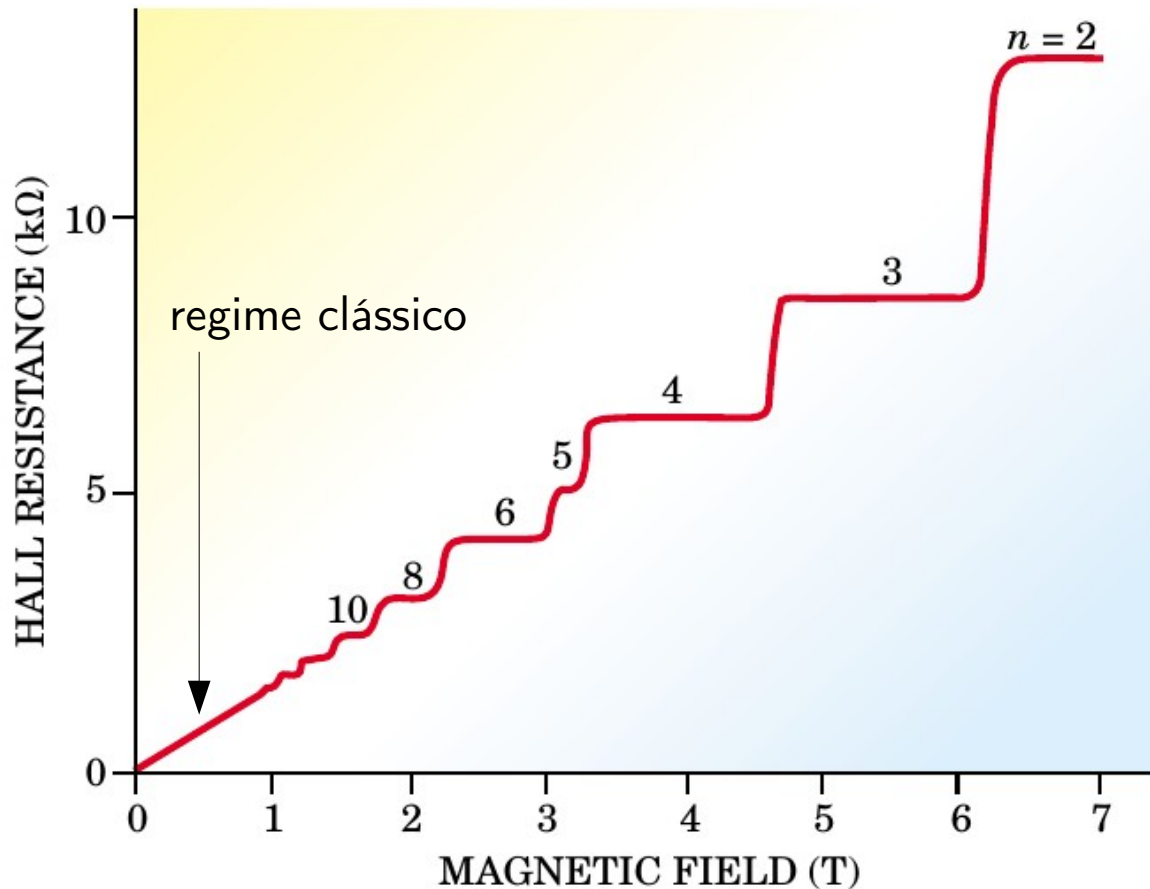
Condutividade Hall é **topológica**

Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ Efeito Hall quântico fracionário

Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui



Condutividade clássica

$$\sigma_H = \frac{\rho e c}{B}$$

Condutividade quântica

$$\sigma_H = n \frac{e^2}{h}$$

Múltiplos inteiros (n) de e^2/h

Condutividade Hall é **topológica**

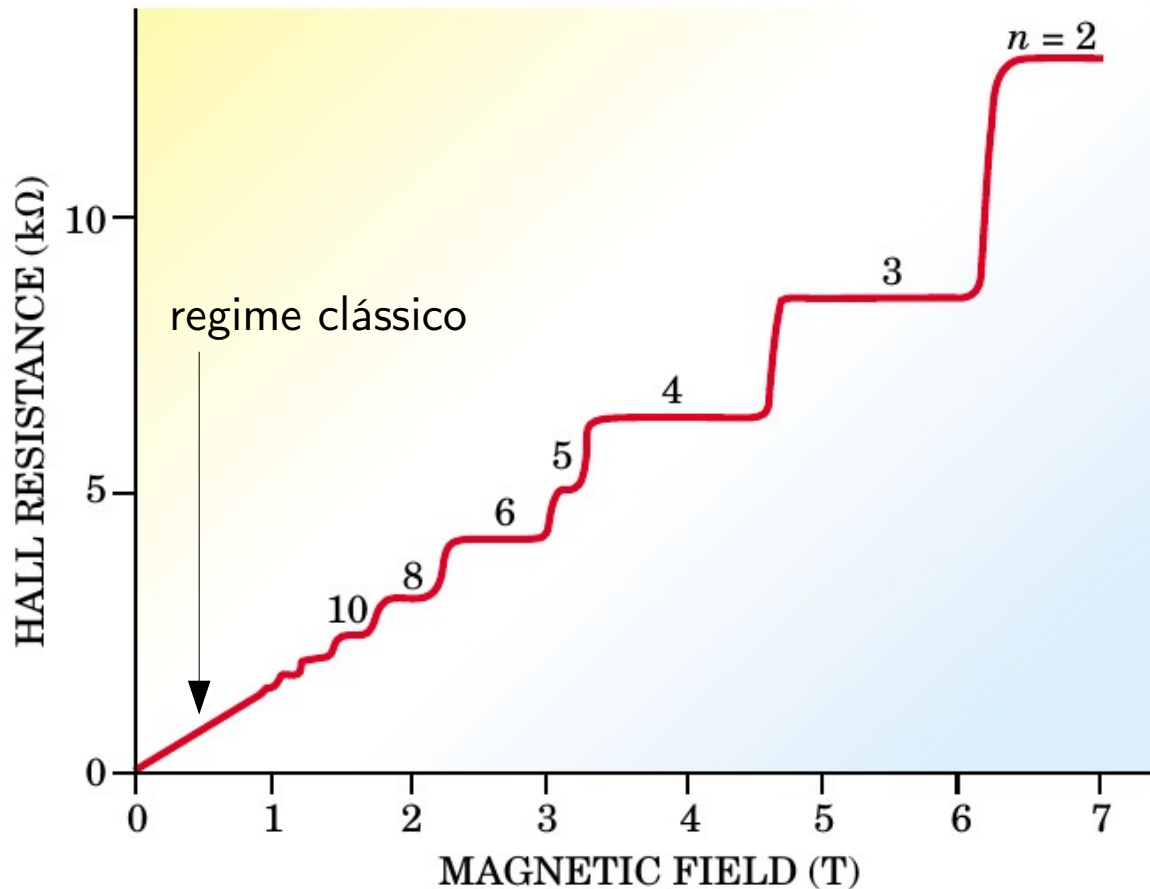
não depende da geometria, tamanho, amostra, impurezas, defeitos, ...

Efeito Hall quântico inteiro

Klaus von Klitzing, Nobel 1985

++ Efeito Hall quântico fracionário

Nobel 1998: Laughlin, Störmer, Tsui



Condutividade clássica

$$\sigma_H = \frac{\rho e c}{B}$$

Condutividade quântica

$$\sigma_H = n \frac{e^2}{h}$$

Múltiplos inteiros (n) de e^2/h

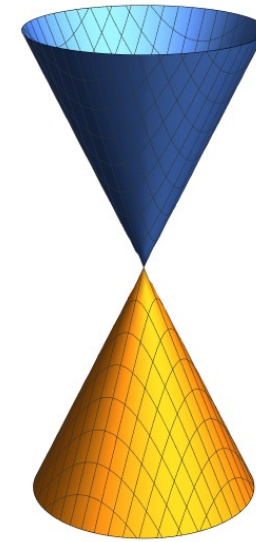
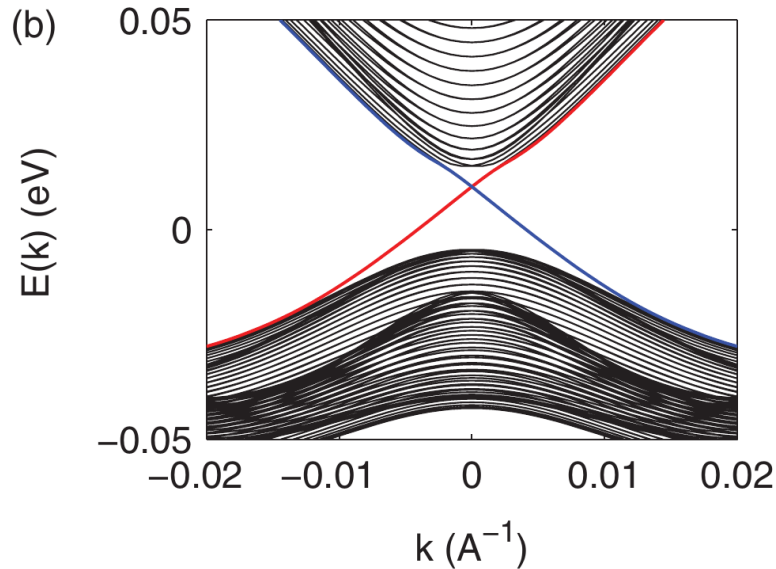
Condutividade Hall é **topológica**

não depende da geometria, tamanho, amostra, impurezas, defeitos, ...

Invariante topológico: número de Chern / TKNN

Isolantes topológicos – cone de Dirac

$$H = A(\sigma_x k_x - \sigma_y k_y) + M\sigma_z$$



**** Hall effect

