Conexão de Berry

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: $R(t)$

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: R(t)

$$H \equiv H[R(t)]$$

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: R(t)

$$H \equiv H[R(t)]$$

Agora ignore o tempo e obtenha uma base paramétrica para o espaço de Hilbert

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: R(t)

$$H \equiv H[R(t)]$$

Agora ignore o tempo e obtenha uma base paramétrica para o espaço de Hilbert

$$H\left|n,R\right\rangle = E_n(R)\left|n,R\right\rangle \quad \textbf{leia-se} \quad \left|n,R\right\rangle \equiv \left|n,R(t)\right\rangle$$

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: R(t)

$$H \equiv H[R(t)]$$

Agora ignore o tempo e obtenha uma base paramétrica para o espaço de Hilbert

$$H\left|n,R\right\rangle = E_n(R)\left|n,R\right\rangle \quad \text{leia-se} \quad \left|n,R\right\rangle \equiv \left|n,R(t)\right\rangle$$

Mas... devemos que resolver a eq. de Schrödinger dependente do tempo

$$i\hbar\partial_t\left|\psi\right\rangle = H[R(t)]\left|\psi\right\rangle$$

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: R(t)

$$H \equiv H[R(t)]$$

Agora ignore o tempo e obtenha uma base paramétrica para o espaço de Hilbert

$$H\,|n,R\rangle = E_n(R)\,|n,R\rangle \quad \text{leia-se} \quad |n,R\rangle \equiv |n,R(t)\rangle$$

Mas... devemos que resolver a eq. de Schrödinger dependente do tempo

$$i\hbar\partial_t\,|\psi\rangle = H[R(t)]\,|\psi\rangle$$

Expandir na base adiabática

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n(t)\,|n,R(t)\rangle$$

Conexão de Berry

Considere um sistema onde ...algo... depende do tempo: R(t)

$$H \equiv H[R(t)]$$

Agora ignore o tempo e obtenha uma base paramétrica para o espaço de Hilbert

$$H\,|n,R\rangle = E_n(R)\,|n,R\rangle \quad \text{leia-se} \quad |n,R\rangle \equiv |n,R(t)\rangle$$

Mas... devemos que resolver a eq. de Schrödinger dependente do tempo

$$i\hbar\partial_t\,|\psi\rangle = H[R(t)]\,|\psi\rangle$$

Expandir na base adiabática

$$|\psi\rangle = \sum_n c_n(t)\,|n,R(t)\rangle$$

A base depende do tempo!

$$i\hbar\partial_t |\psi\rangle = H[R(t)]\, |\psi\rangle \longleftarrow \quad |\psi\rangle = \sum_n c_n(t)\, |n, R(t)\rangle$$

$$i\hbar\partial_t \left|\psi\right\rangle = H[R(t)] \left|\psi\right\rangle \longleftarrow \qquad \left|\psi\right\rangle = \sum_n c_n(t) \left|n, R(t)\right\rangle$$

$$i\hbar \sum_n \Big[\dot{c}_n(t) \left|n, R\right\rangle + c_n(t)\partial_t \left|n, R\right\rangle \Big] = \sum_n c_n(t) E_n(R) \left|n, R\right\rangle$$

$$i\hbar\partial_t |\psi\rangle = H[R(t)]\,|\psi\rangle \longleftarrow \quad |\psi\rangle = \sum_n c_n(t)\,|n, R(t)\rangle$$

$$i\hbar\sum_n \Big[\dot{c}_n(t)\,|n,R\rangle + c_n(t)\partial_t\,|n,R\rangle\Big] = \sum_n c_n(t)E_n(R)\,|n,R\rangle$$

Projetar em: $\langle m, R|$

$$i\hbar\partial_t \left|\psi\right\rangle = H[R(t)] \left|\psi\right\rangle \longleftarrow \quad \left|\psi\right\rangle = \sum_n c_n(t) \left|n, R(t)\right\rangle$$

$$i\hbar \sum_n \Big[\dot{c}_n(t) \left|n, R\right\rangle + c_n(t)\partial_t \left|n, R\right\rangle \Big] = \sum_n c_n(t) E_n(R) \left|n, R\right\rangle$$

Projetar em: $\left\langle m, R\right|$

$$i\hbar\dot{c}_m(t) + i\hbar \sum_n c_n(t) \left\langle m, R\right| \partial_t \left|n, R\right\rangle = c_m(t) E_m(R)$$

$$i\hbar\partial_t |\psi\rangle = H[R(t)]\,|\psi\rangle \longleftarrow \quad |\psi\rangle = \sum_n c_n(t)\,|n, R(t)\rangle$$

$$i\hbar \sum_n \Big[\dot{c}_n(t)\,|n, R\rangle + c_n(t)\partial_t\,|n, R\rangle\Big] = \sum_n c_n(t) E_n(R)\,|n, R\rangle$$

Projetar em: $\langle m, R|$

$$i\hbar\dot{c}_m(t) + i\hbar\sum_n c_n(t)\,\langle m, R|\,\partial_t\,|n, R\rangle = c_m(t)E_m(R)$$

Reorganizar e aplicar regra da cadeia

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\,\langle m, R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|n, R\rangle$$

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|n, R\right\rangle$$

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\left\langle m,R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|n,R\right\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|n, R\right\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -i\hbar\dot{R}c_m(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|m, R\right\rangle$$

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|n, R\right\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -i\hbar\dot{R}c_m(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|m, R\right\rangle$$

$$\left[i\hbar\partial_t - E_m\right]c_m(t) = -\dot{R}c_m(t)\mathcal{A}_m(R)$$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|n, R\right\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\dot{R}c_m(t)\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|m, R\right\rangle$$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -\dot{R}c_m(t)\mathcal{A}_m(R)$$

Conexão de Berry: $\mathcal{A}_m(R) = i\left\langle m, R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|m, R\right\rangle$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\left\langle m,R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|n,R\right\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\dot{R}c_m(t)\left\langle m,R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|m,R\right\rangle$$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -\dot{R}c_m(t)\mathcal{A}_m(R)$$

Conexão de Berry: $\mathcal{A}_m(R) = i\left\langle m,R\right|\frac{\partial}{\partial R}\left|m,R\right\rangle$

Obtemos: $\left|\psi(t)\right\rangle = e^{i\gamma_m(t)}e^{-i\theta_m(t)}\left|m,R(t)\right\rangle$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\,\langle m,R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|n,R\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\dot{R}c_m(t)\,\langle m,R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|m,R\rangle$$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -\dot{R}c_m(t)\mathcal{A}_m(R)$$

Conexão de Berry: $\mathcal{A}_m(R) = i\,\langle m,R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|m,R\rangle$

Obtemos: $|\psi(t)\rangle = e^{i\gamma_m(t)}e^{-i\theta_m(t)}\,|m,R(t)\rangle$

Fase dinâmica usual: $\theta_m(t) = \frac{1}{\hbar}\int_0^t E_m[R(t')]dt'$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\frac{\partial R}{\partial t}\sum_n c_n(t)\,\langle m,R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|n,R\rangle$$

Restringindo a uma única banda n=m (aproximação adiabática)

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -i\hbar\dot{R}c_m(t)\,\langle m,R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|m,R\rangle$$

$$\Big[i\hbar\partial_t - E_m\Big]c_m(t) = -\dot{R}c_m(t)\mathcal{A}_m(R)$$

Conexão de Berry: $$\mathcal{A}_m(R) = i\,\langle m,R|\,\frac{\partial}{\partial R}\,|m,R\rangle$$

Obtemos: $$|\psi(t)\rangle = e^{i\gamma_m(t)}e^{-i\theta_m(t)}\,|m,R(t)\rangle$$

Fase dinâmica usual: $\theta_m(t) = \dfrac{1}{\hbar}\displaystyle\int_0^t E_m[R(t')]dt'$

Fase de Berry: $\gamma_m(t) = \displaystyle\int_{R(0)}^{R(t)} \mathcal{A}_m(R)dR$

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R | \frac{\partial}{\partial R} | m, R \rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D $\rightarrow$ 2D, i.e. R $\rightarrow$ (kx, ky)

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle$$

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \middle| \vec{\nabla}_k \middle| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k}\right| \vec{\nabla}_k \left|m, \vec{k}\right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left|m, \vec{k}\right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left|m, \vec{k}\right\rangle$

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left| m, \vec{k} \right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left| m, \vec{k} \right\rangle$

$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \to \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left| m, \vec{k} \right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left| m, \vec{k} \right\rangle$

$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \to \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$

$$\gamma_m \to \gamma_m + \lambda[k(T)] - \lambda[k(0)]$$

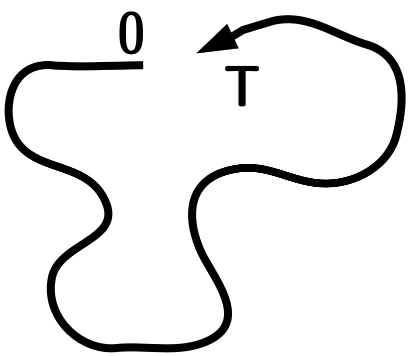
Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left| m, \vec{k} \right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left| m, \vec{k} \right\rangle$



$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \to \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$

$$\gamma_m \to \gamma_m + \lambda[k(T)] - \lambda[k(0)]$$

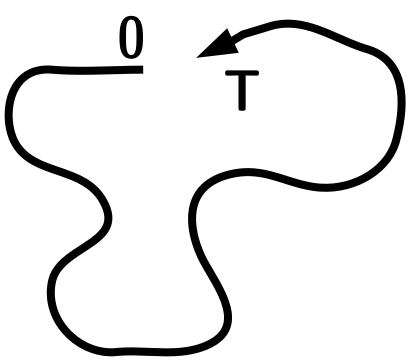
Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left| m, \vec{k} \right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left| m, \vec{k} \right\rangle$



$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \to \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$

$$\gamma_m \to \gamma_m + \lambda[k(T)] - \lambda[k(0)]$$

A fase extra lambda depende apenas dos pontos inicial e final

Evolução cíclica: R(T) = R(0)

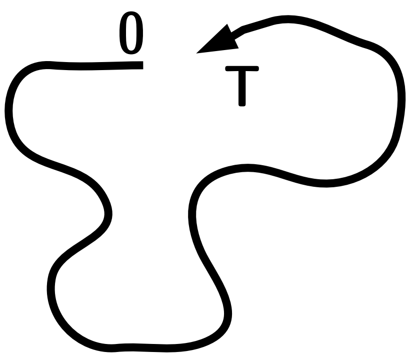
$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left|m, \vec{k}\right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left|m, \vec{k}\right\rangle$

$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \to \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$



$$\gamma_m \to \gamma_m + \lambda[k(T)] - \lambda[k(0)]$$

A fase extra lambda depende apenas dos pontos inicial e final

No caso cíclico, o calibre não deve mudar o resultado, então

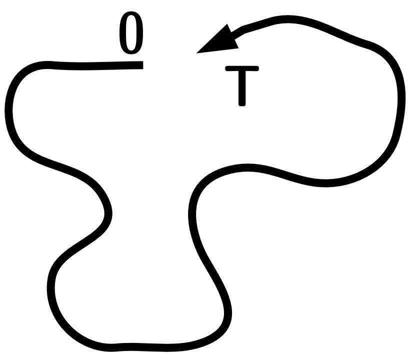
Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R | \frac{\partial}{\partial R} | m, R \rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left| m, \vec{k} \right\rangle \to e^{-i\lambda(\vec{k})} \left| m, \vec{k} \right\rangle$



$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \to \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$

$$\gamma_m \to \gamma_m + \lambda[k(T)] - \lambda[k(0)]$$

A fase extra lambda depende apenas dos pontos inicial e final
No caso cíclico, o calibre não deve mudar o resultado, então

$$\lambda[k(T)] - \lambda[k(0)] = 2\pi n$$

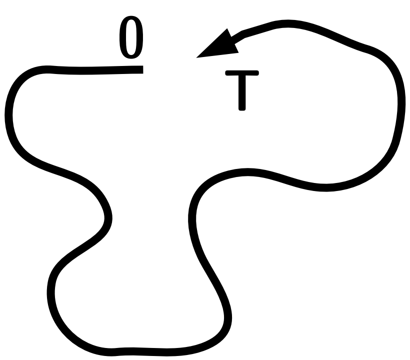
Evolução cíclica: R(T) = R(0)

$$\mathcal{A}_m(R) = i \langle m, R| \frac{\partial}{\partial R} |m, R\rangle \qquad \gamma_m(t) = \int_{R(0)}^{R(T)} \mathcal{A}_m(R) dR$$

Espaço de parâmetros 1D → 2D, i.e. R → (kx, ky)

$$\vec{\mathcal{A}}_m(R) = i \left\langle m, \vec{k} \right| \vec{\nabla}_k \left| m, \vec{k} \right\rangle \qquad \gamma_m(t) = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

Transformação de calibre U(1): $\left| m, \vec{k} \right\rangle \rightarrow e^{-i\lambda(\vec{k})} \left| m, \vec{k} \right\rangle$



$$\mathcal{A}_m(\vec{k}) \rightarrow \mathcal{A}_m(\vec{k}) + \nabla_k \lambda(\vec{k})$$

$$\gamma_m \rightarrow \gamma_m + \lambda[k(T)] - \lambda[k(0)]$$

A fase extra lambda depende apenas dos pontos inicial e final
No caso cíclico, o calibre não deve mudar o resultado, então

$\lambda[k(T)] - \lambda[k(0)] = 2\pi n \quad \therefore \; \gamma_m$ **é invariante módulo** 2π

$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \right) \cdot d^2\vec{k}$$

$$\gamma_m = \oint \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{\mathcal{A}}_m(\vec{k}) \right) \cdot d^2\vec{k}$$

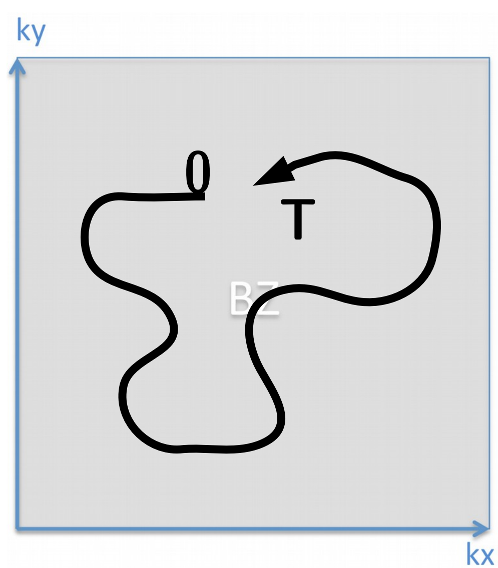
Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m **é invariante módulo** 2π

$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{A}_m(\vec{k}) \right) \cdot d^2\vec{k}$$

Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m **é invariante módulo** 2π

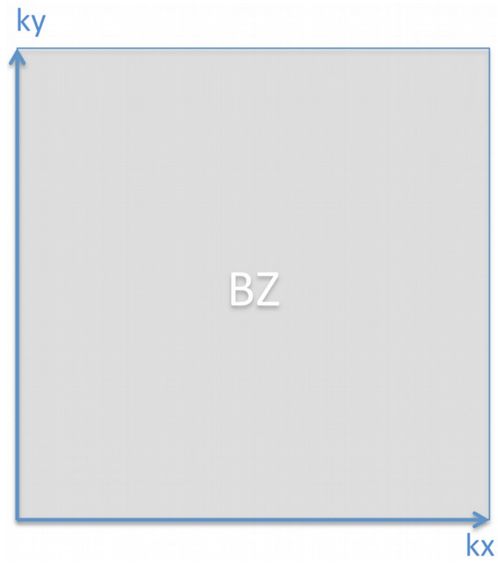


$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{A}_m(\vec{k})\right) \cdot d^2\vec{k}$$

Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m **é invariante módulo** 2π



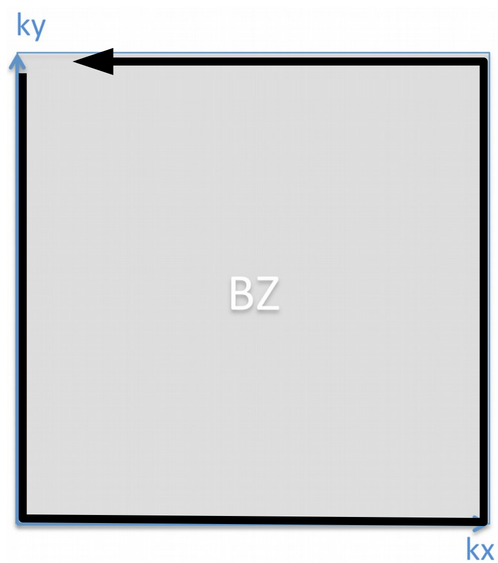
$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{A}_m(\vec{k})\right) \cdot d^2\vec{k}$$

Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m é invariante módulo 2π

Mas se o caminho define uma variedade fechada...



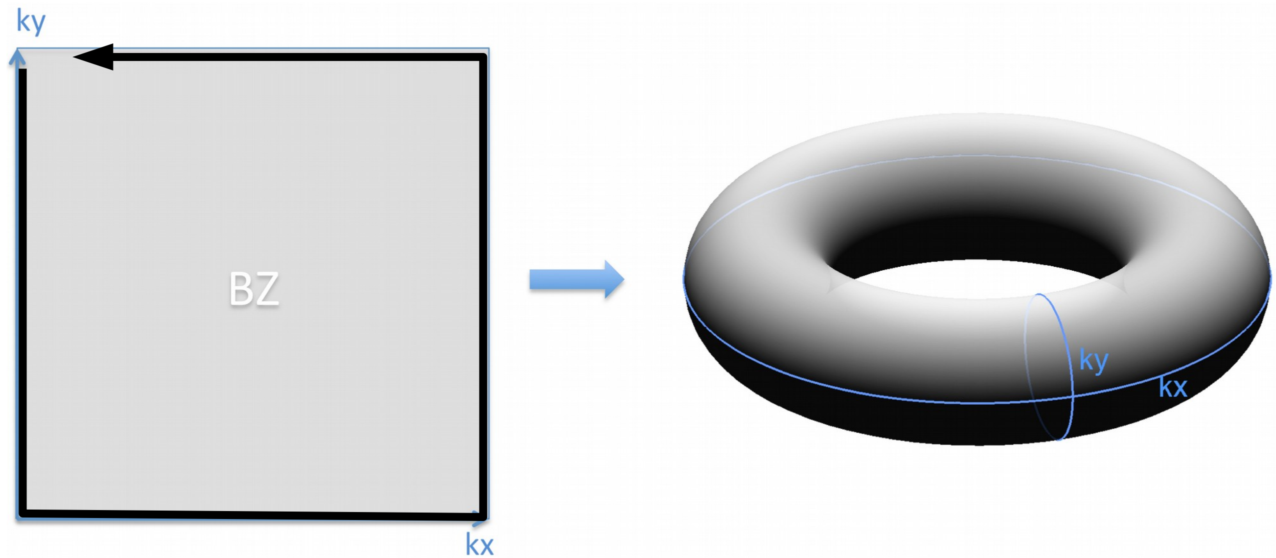
$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{A}_m(\vec{k})\right) \cdot d^2\vec{k}$$

Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m é invariante módulo 2π

Mas se o caminho define uma variedade fechada...



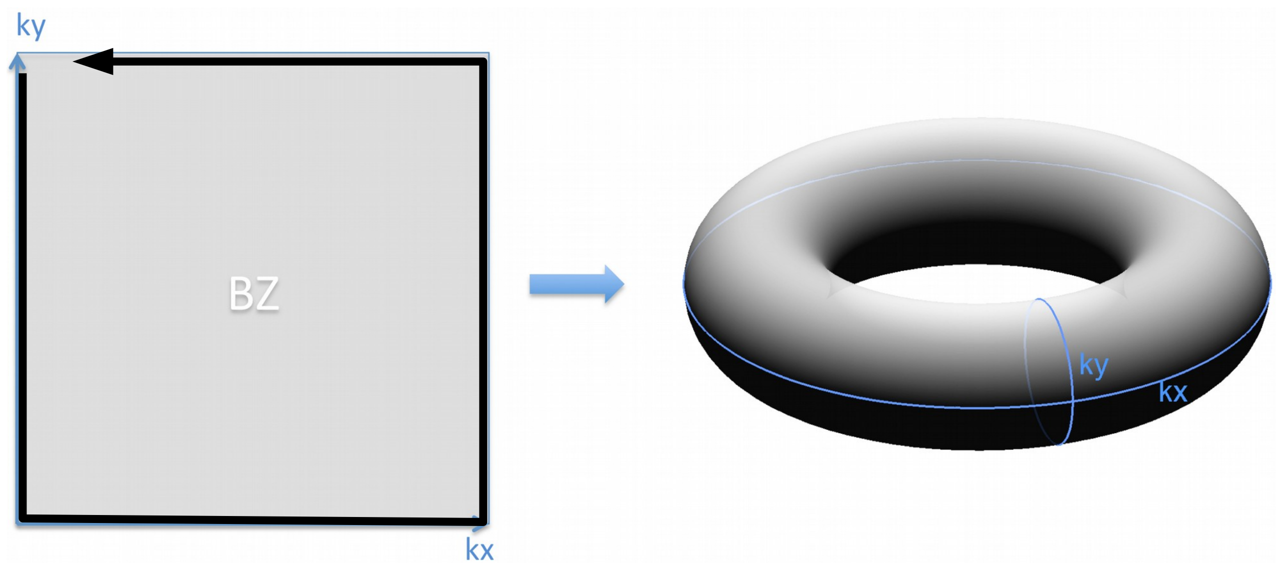
$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{A}_m(\vec{k})\right) \cdot d^2\vec{k}$$

Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m é invariante módulo 2π

Mas se o caminho define uma variedade fechada...



$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

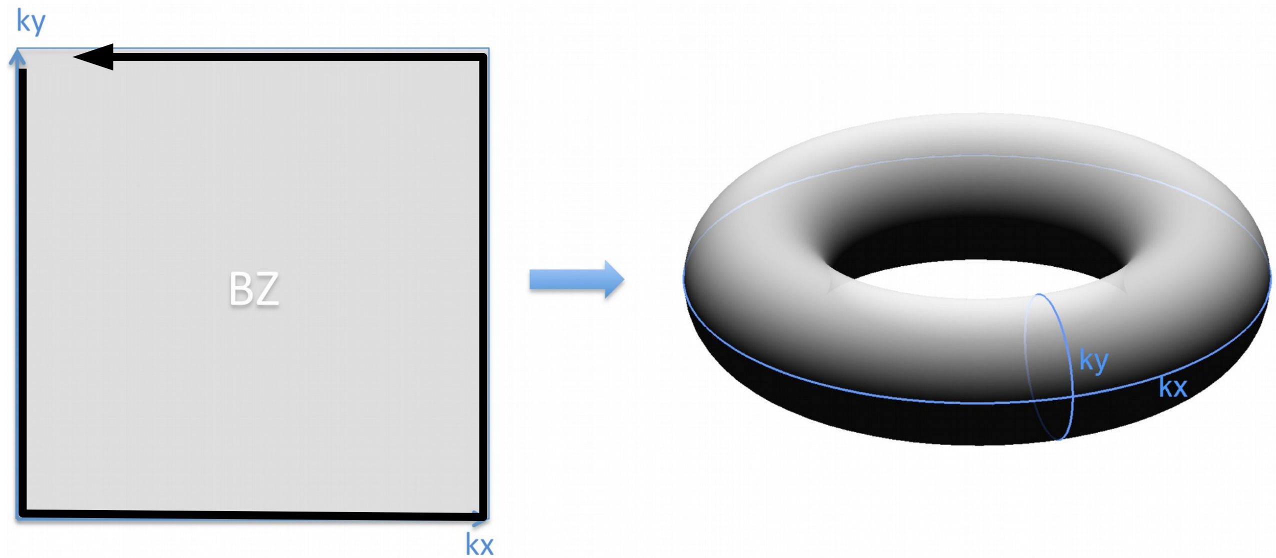
$$\gamma_m = \oint \vec{A}_m(\vec{k}) \cdot d\vec{k}$$

– teorema de Stokes –

$$\gamma_m = \iint \left(\nabla_k \times \vec{A}_m(\vec{k})\right) \cdot d^2\vec{k}$$

Se a integral for ao longo de um caminho qualquer γ_m é invariante módulo 2π

Mas se o caminho define uma variedade fechada...



$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

Teorema de Gauss-Bonnet!!!

C1 = número de Chern $\in \mathcal{Z}$

$\vec{\Omega}_m(\vec{k})$ = Curvatura de Berry

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi \mathcal{C}_1$$

Se o sistema for simétrico por reversão temporal

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

Se o sistema for simétrico por reversão temporal $\vec{\Omega}_m(-\vec{k}) = -\vec{\Omega}_m(\vec{k}) \implies \mathcal{C}_1 = 0$

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi \mathcal{C}_1$$

Se o sistema for simétrico por reversão temporal $\vec{\Omega}_m(-\vec{k}) = -\vec{\Omega}_m(\vec{k}) \implies \mathcal{C}_1 = 0$

Quebrando TRS → efeito Hall quântico

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

Se o sistema for simétrico por reversão temporal $\vec{\Omega}_m(-\vec{k}) = -\vec{\Omega}_m(\vec{k}) \implies \mathcal{C}_1 = 0$

Quebrando TRS → efeito Hall quântico

Fórmula de Kubo → Teorema de Bloch magnético → cela unitária estendida...

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

Se o sistema for simétrico por reversão temporal $\vec{\Omega}_m(-\vec{k}) = -\vec{\Omega}_m(\vec{k}) \implies \mathcal{C}_1 = 0$

Quebrando TRS → efeito Hall quântico

Fórmula de Kubo → Teorema de Bloch magnético → cela unitária estendida...

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{\hbar}\frac{1}{2\pi}\iint_{BZM} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = \frac{e^2}{\hbar}\mathcal{C}_1 = \frac{e^2}{\hbar}n$$

$$\gamma_m = \iint_{BZ} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = 2\pi\mathcal{C}_1$$

Se o sistema for simétrico por reversão temporal $\vec{\Omega}_m(-\vec{k}) = -\vec{\Omega}_m(\vec{k}) \implies \mathcal{C}_1 = 0$

Quebrando TRS → efeito Hall quântico

Fórmula de Kubo → Teorema de Bloch magnético → cela unitária estendida...

$$\sigma_{xy} = \frac{e^2}{\hbar}\frac{1}{2\pi}\iint_{BZM} \vec{\Omega}_m(\vec{k}) \cdot d^2\vec{k} = \frac{e^2}{\hbar}\mathcal{C}_1 = \frac{e^2}{\hbar}n$$