

KALKULUS ***Turunan Lanjutan***

ROBI SOBIRIN, M.Si

Tangerang, 3 Mei 2018

Universitas Multimedia Nusantara

Tujuan Pembelajaran



- ❖ Mahasiswa mampu menghitung turunan fungsi menggunakan aturan rantai dan turunan implisit.

Pokok Bahasan



- ❖ Aturan rantai.
- ❖ Turunan implisit.

Aturan Rantai



Misalkan ingin ditentukan dy/dx bagi $y = (x^2 - 3x)^2$

Kuadratkan:

$$y = x^4 - 6x^3 + 9x^2$$
$$dy/dx = 4x^3 - 18x^2 + 18x$$

Pemisalan variabel baru:

Misalkan $y = u^2$, $u = x^2 - 3x$

$$dy/du = 2u, \quad \frac{du}{dx} = 2x - 3$$

$$y = u^2 \rightarrow \frac{dy}{du} = 2u$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \frac{du}{dx} \\ &= 2u(2x - 3) \\ &= 2(x^2 - 3x)(2x - 3) \\ &= 4x^3 - 18x^2 + 18x \end{aligned}$$

Teorema Aturan Rantai



❖ Misalkan $f(u)$ terturunkan di $u = g(x)$ dan $g(x)$ terturunkan di x , maka fungsi komposisi $(f \circ g)(x)$ terturunkan di x dan

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$$

Dengan notasi Leibniz, jika $y = f(x)$ dan $u = g(x)$, maka

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \frac{du}{dx}$$

Aturan Rantai



Tentukan turunan fungsi-fungsi berikut:

1. $y = (x^2 + 1)^4(2x^3 - 3x + 5)$

2. $y = \sqrt[3]{\frac{1}{3}x^2 - 3x + 1}$

3. $y = \left(\frac{x^3 - 1}{2x^3 + 1}\right)^4$

Turunan Implisit



❖ Fungsi eksplisit: $y = f(x)$

$$y = 2x + 1$$

$$y = \sqrt{1 - x^2}$$

❖ Fungsi Implisit : $F(x, y) = c$ (konstanta),
dengan asumsi y fungsi terhadap x .

$$y - 2x - 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$\sin(xy) + 2x^2 = 3$$

❖ Menurunkan fungsi implisit:

➤ Turunkan kedua ruas terhadap x ,

➤ Gunakan aturan rantai

➤ Tentukan dy/dx

Soal-Turunan Implisit



Tentukan turunan fungsi-fungsi berikut dengan menggunakan teknik penurunan implisit:

1. $3x^3 + 4y^3 + 8 = 0$

2. $\sqrt{xy} + 4 = y$

Turunan Tingkat Lebih Tinggi



Turunan ke-1	$f'(x)$	y'	$\frac{dy}{dx}$	$D y$
Turunan ke-2	$f''(x)$	y''	$\frac{d^2 y}{dx^2}$	$D^2 y$
Turunan ke-3	$f'''(x)$	y'''	$\frac{d^3 y}{dx^3}$	$D^3 y$
Turunan ke- n , $n \geq 4$	$f^{(n)}(x)$	$y^{(n)}$	$\frac{d^n y}{dx^n}$	$D^n y$

$$\frac{dy^n}{dx^n} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dy^{n-1}}{dx^{n-1}} \right)$$

Turunan Tingkat Lebih Tinggi



❖ Tentukan turunan ke 3 fungsi berikut:

1. $y = -7 \left(\frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 \right)^2$

2. $y = \frac{8+5x}{8x-5}$

Latihan



Tentukan turunan pertama (dy/dx) dari fungsi berikut:

1. $y = (2x - 3)^4$

2. $y = (x^2 + 3x + 5)^9$

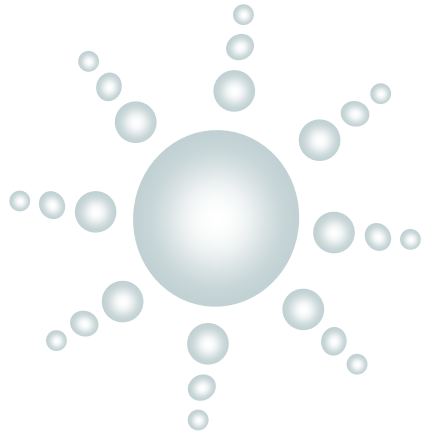
3. $y^2 - 2x^2y + 4x^3 + 20x^2 = 0$

4. $x^3 - 3x^2y + y^2 = 0$

5. $4x^2y - 3y = x^3 - 1$

6. $f(x) = 3x^4 - 4x^2 + x - 2$ Tentukan $f''(x)$

7. $y = \sqrt{\frac{2x-1}{1-x}}$ Tentukan y''



Terima Kasih