

Trabajo de Fin de Grado en Física

Inferencia de señales gravitatorias de supernovas mediante técnicas de Deep Learning

Julio de 2021

Alumno/a: Gabriel Escrig Mas

Tutor/a (1): José Antonio Font Roda

Tutor/a (2): Alejandro Torres Forné

Índice

1	Introducción y objetivos	3
2	Desarrollo teórico	5
2.1	Ondas gravitatorias	5
2.1.1	Linealización de las ecuaciones de Einstein	5
2.1.2	Fuentes astrofísicas de ondas gravitatorias	9
2.1.3	Detección de ondas gravitatorias	11
2.2	Deep Learning	13
2.2.1	Redes neuronales convolucionales	14
2.2.2	Aprendizaje profundo con Fastai y Pytorch	17
3	Detección de señales gravitatorias de supernovas	17
3.1	Generación del conjunto de datos de las ondas gravitatorias . . .	17
3.2	Desarrollo y entrenamiento de la red neuronal convolucional . .	19
4	Resultados	21
4.1	Resultados del entrenamiento	22
4.2	Inferencia según SNR	24
4.3	Inferencia según distancia	25
4.4	Discusión	26
5	Conclusiones	28

Resumen

Después de 100 años de su predicción y tras un esfuerzo internacional de varias décadas, finalmente el 14 de septiembre de 2015 los dos detectores Advanced LIGO detectaron simultáneamente la señal de una onda gravitatoria. Esto abrió una nueva manera de observar el universo, aportando argumentos de peso a la existencia de agujeros negros. En este trabajo proporcionamos una visión general del origen y significado físico de estas señales gravitatorias, seguida por una descripción de las explosiones de supernovas como fuente astrofísica de ondas gravitatorias, complementando con una breve mención al proceso de detección. Además, exponemos nociones genéricas sobre *Deep Learning*, haciendo hincapié en las redes neuronales como modelo por excelencia, analizando en concreto un tipo especial de estas redes como son las redes neuronales convolucionales residuales. Finalmente, desarrollamos un procedimiento de clasificación de ondas gravitatorias emitidas por el colapso gravitacional del núcleo de estrellas masivas y la posterior explosión de tales estrellas como supernovas, utilizando para ello una red neuronal convolucional residual de 101 capas. Para el entrenamiento de esta red, se ha generado un banco imágenes a partir de 1824 simulaciones numéricas en base a distintas ecuaciones de estado y velocidades de rotación inyectadas en ruido real de detectores, logrando una exactitud del 82 % y obteniendo una fuerte dependencia de la red neuronal con la relación de intensidades señal/ruido.

Abstract

After 100 years of its prediction and after an international effort of several decades, finally on September 14, 2015 the two Advanced LIGO detectors simultaneously detected a gravitational wave signal. This opened up a new way of looking at the universe, providing compelling arguments for the existence of black holes. We describe in this work an overview of the origin and physical meaning of gravitational waves, followed by a description of supernova explosions as an astrophysical source of gravitational waves, complemented by a sketch of the way current detectors work. In addition, we broadly present notions about Deep Learning, emphasizing neural networks as a preferred model, analyzing in particular a special type of these networks such as residual convolutional neural networks. Finally, we develop a classification procedure for gravitational waves emitted during the core-collapse of massive stars and the subsequent supernova explosion, using a 101-layer residual convolutional neural network. For the training of this network, an image bank has been generated employing 1824 numerical-relativity simulations based on different equations of state and rotation speeds injected into real detector noise. Our approach achieves an accuracy of 82 % and shows a strong dependence of the neural network on the signal-to-noise intensities ratio.

1 Introducción y objetivos

Las ondas gravitatorias representan ondulaciones en el tejido del espacio-tiempo que se propagan a la velocidad de la luz y que inducen variaciones en la longitud de los objetos que atraviesan [1]. Estos efectos, sin embargo, son tan extraordinariamente pequeños que su confirmación experimental ha supuesto un desafío tecnológico sin precedentes.

En un esfuerzo internacional de varias décadas, finalmente el 14 de septiembre de 2015 a las 9:50:45 UTC los dos detectores del Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory (LIGO) de Estados Unidos observaron simultáneamente una señal de onda gravitacional (GW) transitoria. Esta señal coincide con la forma de onda predicha por la relatividad general para la fusión de dos agujeros negros en órbita cuasi-circular y el posterior *ringdown*¹ del agujero negro resultante [2]. Esta detección, denominada GW150914, representa la primera observación directa de ondas gravitatorias y de una fusión de un sistema binario de agujeros negros (BBH), y permitió abrir una nueva ventana a través de la que poder mirar hacia el universo complementaria a la observación electromagnética. Más recientemente, el observatorio LIGO y su homólogo europeo Virgo, han detectado ondas gravitatorias generadas por la colisión de estrellas de neutrones, GW170817, permitiendo responder a importantes cuestiones sobre la naturaleza de estas estrellas compactas. A fecha de hoy se han anunciado varias decenas de detecciones, todas ellas procedentes de colisiones de objetos compactos en sistemas binarios [3; 4].

Pese a estos avances pioneros, quedan muchos interrogantes en la exploración del universo a partir de señales gravitatorias, comenzando por la detección de señales originadas en otro tipo de fuentes astrofísicas. En este trabajo se pretende realizar un estudio de las ondas gravitatorias generadas por el colapso gravitacional del núcleo de estrellas masivas y la posterior explosión de tales estrellas como supernovas (CCSN en lo sucesivo, por sus siglas en inglés). Cabe destacar que hasta la fecha aún no se ha detectado radiación gravitatoria procedente de tales fuentes. Para su estudio, este trabajo se va a dividir en dos partes bien diferenciadas; una primera parte donde se aporten todos los conceptos teóricos relativos a las ondas gravitatorias y la inteligencia artificial y una segunda parte donde se desarrollen técnicas de aprendizaje profundo para su posible detección.

Por consiguiente, en la primera parte de este trabajo se desarrollarán todos los conceptos teóricos necesarios para entender el trabajo realizado, de modo que se comenzará abordando los conceptos básicos sobre las ondas gravitatorias, centrándose posteriormente en el funcionamiento de las redes neuronales y el aprendizaje profundo, herramientas que se utilizarán en todo el desarrollo del trabajo. De este modo se comenzará el desarrollo teórico linealizando las ecuaciones de Einstein para obtener la ecuación de las ondas gravitatorias y luego se obtendrá la fórmula cuadrupolar, pudiendo así entender tanto qué son las ondas gravitatorias como qué las genera. A continuación pasaremos a describir las fuentes astrofísicas de ondas gravitatorias, poniendo especial énfasis en las generadas por CCSN. Para finalizar el desarrollo teórico de las ondas gravitacionales, se explicarán los instrumentos utilizados para la detección de tal tipo de señales, Advanced LIGO y Advanced Virgo, describiendo su funcionamiento y las características

¹El *ringdown* corresponde a una reducción exponencial de la amplitud de la señal producida por la excitación de los modos cuasi-normales de oscilación de un agujero negro.

propias del ruido asociado a estos instrumentos de medida. En la segunda parte del desarrollo teórico se introducirán los conceptos teóricos del aprendizaje profundo o *Deep Learning* (DL), explicando su modelo por antonomasia: las redes neuronales artificiales. Se hará especial hincapié en las redes neuronales convolucionales (CNN en adelante, por sus siglas en inglés), que son las que desarrollaremos posteriormente. Además, se explicará como pueden implementarse estas técnicas de DL a partir de las librerías de `Python`: *Fastai* y *Pytorch*, las cuales nos permitirán desarrollar este tipo de redes neuronales a partir de lenguaje computacional de alto nivel, simplificando la creación de redes neuronales y su implementación.

La segunda parte de este trabajo empleará los conceptos anteriores para desarrollar una red neuronal que pudiera emplearse para la detección de GW procedentes de CCSN. Para ello, primero generaremos un conjunto de imágenes, necesarias para poder entrenar posteriormente la red neuronal. Dado que señales gravitatorias procedentes de CCSN no han sido todavía detectadas, nuestro estudio empleará señales teóricas producidas en simulaciones numéricas de CCSN, concretamente las desarrolladas por [5], las cuales inyectaremos en el ruido de los detectores correspondiente al segundo periodo de observación de Advanced LIGO y Advanced Virgo (O2). Específicamente utilizaremos los datos correspondientes a agosto de 2017, ya que fue entonces cuando el detector Advanced Virgo se unió al detector Advanced LIGO, habilitando las primeras detecciones de GW con tres detectores [3]. Nuestro objetivo será entrenar la red neuronal a partir de diagramas tiempo-frecuencia, o espectrogramas, con señales gravitatorias del catálogo de [5] inyectadas en ruido de O2. De este modo, la red neuronal deberá ser capaz de aprender los patrones que determinado tipo de GW de CCSN muestran en los datos de los detectores y pueda llevar a cabo una clasificación de los datos analizados entre ruido y señal. Tal tipo de red podría ser una herramienta útil para ayudar a analizar hipotéticas detecciones de ondas gravitatorias de CCSN en un futuro.

Para la primera parte de este trabajo, gran parte de las explicaciones teóricas descansan en conceptos aprendidos en asignaturas previas del grado, concretamente en las asignaturas de *Astrofísica* de tercer curso y *Relatividad y Cosmología* de cuarto curso. En la segunda parte del trabajo, todos los códigos se han realizado utilizando el lenguaje de programación `Python`, donde ha sido necesario emplear los conceptos de programación aprendidos en la asignatura de primer curso *Informática*.

Los objetivos propuestos en este trabajo, que se espera haber alcanzado con éxito, son los siguientes:

1. Entender qué son las ondas gravitatorias, incluyendo su interpretación física y las condiciones para que estas sean generadas.
2. Estudiar el colapso gravitatorio del núcleo de estrellas masivas y la explosión supernova como fuente de radiación gravitatoria; entender las características propias del ruido de los detectores LIGO-Virgo.
3. Comprender los distintos tipos de redes neuronales y su finalidad en el aprendizaje profundo (*Deep Learning*).
4. Crear una librería de espectrogramas a partir de las simulaciones de [5] inyectadas en ruido de O2 para el posterior entrenamiento de la red neuronal.

5. Aprender las herramientas de creación de redes neuronales de varios tipos, así como los procedimientos de entrenamiento y validación de los resultados.
6. Desarrollar y entrenar una red convolucional que detecte la presencia de una señal astrofísica procedente del colapso gravitatorio de estrellas en rotación.

2 Desarrollo teórico

Con el propósito de entender todos los conceptos con los que se va a trabajar a lo largo de este trabajo, es necesario dedicar un apartado donde abordar los fundamentos teóricos. Nuestros objetivos serán (a) ser capaces de entender **qué** forma tienen las señales gravitatorias para así poder distinguirlas del ruido de los detectores, para lo cual será necesario introducir conceptos básicos sobre ondas gravitatorias; y (b) ser capaces de comprender **cómo** una red neuronal va a poder clasificar entre el ruido del detector y una señal gravitatoria, para lo que necesitaremos introducir nociones sobre aprendizaje profundo, y en concreto sobre redes neuronales convolucionales.

2.1 Ondas gravitatorias

Las ondas gravitatorias representan ondulaciones en el tejido del espacio-tiempo que se propagan a la velocidad de la luz y que inducen variaciones en la longitud de los objetos que atraviesan. En la siguiente sección se describen tanto el origen de las ondas gravitatorias como su interpretación física.

2.1.1 Linealización de las ecuaciones de Einstein

Comenzamos deduciendo las ecuaciones de Einstein linealizadas a partir de la aproximación de campo débil. Para ello hay que comenzar con las ecuaciones de campo de Einstein, las cuales han sido deducidas en la asignatura *Relatividad y Cosmología* [1]:

$$G^{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}, \quad (1)$$

donde $G^{\mu\nu}$ representa el tensor de Einstein y $T^{\mu\nu}$ es el tensor energía-momento². Para poder entender mejor el desarrollo teórico, empezamos discutiendo brevemente conceptos básicos sobre geometría diferencial. Se introducen de esta manera los símbolos de Christoffel³, definidos a partir del tensor métrico $g_{\mu\nu}$:

$$\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = \frac{1}{2} g^{\alpha\mu} (g_{\mu\beta,\gamma} + g_{\mu\gamma,\beta} - g_{\beta\gamma,\mu}), \quad (2)$$

y a partir de estos se construye el tensor curvatura de Riemann:

$$R^\alpha_{\beta\gamma\delta} = \Gamma^\alpha_{\beta\delta,\gamma} - \Gamma^\alpha_{\beta\gamma,\delta} + \Gamma^\alpha_{\sigma\gamma} \Gamma^\sigma_{\beta\delta} - \Gamma^\alpha_{\sigma\delta} \Gamma^\sigma_{\beta\gamma}. \quad (3)$$

²Los índices griegos en todas las ecuaciones de esta memoria son índices espacio-temporales y por tanto, van de 0 a 3.

³Se han impuesto las condiciones $\Gamma^\alpha_{\beta\gamma} = \Gamma^\alpha_{\gamma\beta}$ (sin torsión) y $\nabla\hat{g} = 0$ a los símbolos de la conexión afín para que sea compatible con la métrica.

Al realizar una contracción de dos índices en el tensor curvatura de Riemann, se obtiene el tensor de Ricci:

$$R_{\beta\delta} = R^\alpha_{\beta\alpha\delta} = \Gamma^\alpha_{\beta\delta,\alpha} - \Gamma^\alpha_{\beta\alpha,\delta}, \quad (4)$$

y a partir del tensor de Ricci se obtiene el escalar de Ricci, definido como:

$$R = R^\alpha_{\alpha} = g^{\alpha\beta} R_{\alpha\beta}. \quad (5)$$

El tensor de Einstein⁴ se construye a partir del tensor de Ricci y el escalar de Ricci:

$$G^{\mu\nu} = R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R. \quad (6)$$

Las ecuaciones de Einstein (1) constituyen un sistema de 10 ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de segundo orden, acopladas y no lineal (aunque lineal en las derivadas segundas de la métrica). Resolver las ecuaciones de Einstein consiste en encontrar los elementos de la métrica en función de sus coordenadas, lo cual es un intrincado trabajo exceptuando un reducido número de casos ideales.

Con objeto de simplificar estas ecuaciones, vamos a suponer que la intensidad del campo gravitatorio producido por un cierto cuerpo masivo es suficientemente débil para que podamos considerar que la métrica de nuestro espacio-tiempo es una pequeña perturbación de la métrica de Minkowski, eligiendo un sistema de coordenadas en el que la métrica se escriba de la forma:

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}, \quad (7)$$

donde $\eta_{\alpha\beta}$ es la métrica de Minkowski y $h_{\alpha\beta}$ denota la pequeña corrección. Se tendrá entonces que $|h_{\alpha\beta}| \ll 1$, al igual que sus derivadas. Expandimos a partir de la métrica anterior cada una de las distintas cantidades que aparecen en las ecuaciones de Einstein quedándonos a orden lineal en h , obteniendo:

$$\begin{aligned} \Gamma^\alpha_{\beta\gamma} &= \frac{1}{2}\eta^{\alpha\mu}(h_{\mu\beta,\gamma} + h_{\mu\gamma,\beta} - h_{\beta\gamma,\mu}) + \mathcal{O}(h^2), \\ R^\alpha_{\beta\gamma\delta} &= \Gamma^\alpha_{\beta\delta,\gamma} - \Gamma^\alpha_{\beta\gamma,\delta} + \mathcal{O}(h^2), \\ R_{\beta\delta} &= \frac{1}{2}\eta^{\alpha\mu}(h_{\delta\mu,\beta\alpha} - h_{\beta\delta,\mu\alpha} - h_{\alpha\mu,\beta\delta} + h_{\beta\alpha,\mu\delta}) + \mathcal{O}(h^2), \\ R &= h^{\mu\nu}_{,\mu\nu} - h^\mu_{\mu,\nu}{}^{,\nu} + \mathcal{O}(h^2). \end{aligned} \quad (8)$$

Las ecuaciones de Einstein (1) quedarán de la forma:

$$-\frac{1}{2}(h_{\alpha\beta,\mu}{}^{,\mu} + h^\mu_{\mu,\alpha\beta} - h^\mu_{\beta,\alpha\mu} - h^\mu_{\alpha,\beta\mu} + h^{\mu\nu}_{,\mu\nu}\eta_{\alpha\beta} - h^\mu_{\mu,\nu}{}^{,\nu}\eta_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta}. \quad (9)$$

Todavía se pueden hacer dos simplificaciones más. La primera será redefinir el término perturbativo de la métrica de manera:

$$\bar{h}_{\alpha\beta} \equiv h_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}h\eta_{\alpha\beta}, \quad (10)$$

⁴Este es el único campo tensorial de segundo orden que podemos construir con los componentes de la métrica y sus derivadas parciales, exceptuando de un término adicional $\Lambda g^{\mu\nu}$ (Teorema de Lovelock [6]).

donde $h = h^\mu{}_\mu$ es la traza de $h_{\alpha\beta}$. Con esta definición el término perturbativo sigue correspondiendo a una pequeña perturbación, por lo que los supuestos anteriores siguen siendo válidos. Además, este término perturbativo cumple⁵ $\bar{h} = -h$ de manera que podemos escribir todos los términos de la ecuación (9) en función del nuevo término perturbativo $\bar{h}_{\alpha\beta}$:

$$-\frac{1}{2}(\bar{h}_{\alpha\beta,\mu}{}^{,\mu} + \bar{h}_\beta{}^\mu{}_{,\alpha\mu} - \bar{h}_\alpha{}^\mu{}_{,\beta\mu} + h^{\mu\nu}{}_{,\mu\nu}\eta_{\alpha\beta}) = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\alpha\beta} \quad (11)$$

La segunda simplificación es similar a la transformación gauge del campo electro-magnético y la llamaremos de esa forma, transformación gauge, siempre que no cambie la ecuación (7). Consideremos por tanto la siguiente transformación de coordenadas:

$$x^\alpha \rightarrow \bar{x}^\alpha = x^\alpha + \xi^\alpha(x) \quad (12)$$

donde ξ^α representa un cambio muy pequeño (infinitesimal) de las coordenadas x^α , en el sentido que $|\xi^\alpha{}_{,\beta}| \ll 1$. Bajo esta transformación la métrica se transforma de la siguiente forma:

$$\bar{g}_{\alpha\beta} = g_{\mu\nu} \frac{\partial x^\mu}{\partial \bar{x}^\alpha} \frac{\partial x^\nu}{\partial \bar{x}^\beta} = g_{\mu\nu}(\delta^\mu{}_\alpha - \xi^\mu{}_{,\alpha})(\delta^\nu{}_\beta - \xi^\nu{}_{,\beta}) = g_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} + \mathcal{O}(\xi^2). \quad (13)$$

Esto significa que el efecto de la transformación de coordenadas ha sido el de redefinir el parámetro perturbativo $h_{\alpha\beta}$ y la métrica $g_{\alpha\beta}$:

$$h_{\alpha\beta} \rightarrow h_{\alpha\beta}^{new} = h_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} \quad \Rightarrow \quad g_{\alpha\beta} \rightarrow g_{\alpha\beta}^{new} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}^{new}. \quad (14)$$

De este modo, podemos proceder del mismo modo que se ha hecho en (10) y definir para la nueva perturbación el tensor:

$$\begin{aligned} \bar{h}_{\alpha\beta}^{new} &= h_{\alpha\beta}^{new} - \frac{1}{2}h^{\mu\nu}{}_{,\mu\nu}\eta_{\alpha\beta} \\ &= h_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} - \frac{1}{2}h^{\mu\nu}{}_{,\mu\nu}\eta_{\alpha\beta} \\ &= h_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} - \frac{1}{2}(h - 2\xi^\mu{}_{,\mu})\eta_{\alpha\beta} \\ &= \bar{h}_{\alpha\beta} - \xi_{\alpha,\beta} - \xi_{\beta,\alpha} + \xi^\mu{}_{,\mu}\eta_{\alpha\beta}, \end{aligned} \quad (15)$$

donde (11) se sigue satisfaciendo de manera trivial para $\bar{h}_{\alpha\beta}^{new}$.

Con esta transformación, hemos conseguido un grado de libertad más que podemos establecer a nuestra conveniencia para poder simplificar aún más nuestras ecuaciones. Para ello impondremos la condición del gauge de Lorentz:

$$\bar{h}^{new\mu\nu}{}_{,\nu} = 0 \Rightarrow \bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} - \xi^{\mu,\nu}{}_{,\nu} - \xi^{\nu,\mu}{}_{,\nu} + \xi^\nu{}_{,\nu}{}^{,\mu} = 0 \Rightarrow \xi^{\mu,\nu}{}_{,\nu} = \bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} \Rightarrow \square\xi^\mu = \bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu} \quad (16)$$

donde se ha introducido el operador de D'Alembert, definido como $\square \equiv \partial^\mu\partial_\mu = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^2$.

Esta ecuación nos muestra que dado que el D'Alembertiano de nuestra función gauge ξ^μ satisface ser igual a $\bar{h}^{\mu\nu}{}_{,\nu}$ en nuestro sistema de coordenadas original, siempre vamos a ser capaces de encontrar un nuevo sistema de coordenadas a partir de (12) que cumpla la condición

⁵La deducción sería: $\bar{h} = \bar{h}^\alpha{}_\alpha = h^\alpha{}_\alpha - \frac{1}{2}h\eta^{\alpha\beta}\eta_{\alpha\beta} = -h$, de modo que podemos escribir $h_{\alpha\beta} = \bar{h}_{\alpha\beta} - \frac{1}{2}\bar{h}\eta_{\alpha\beta}$.

del gauge de Lorentz. Como la expresión del tensor de Einstein $G_{\alpha\beta}$ es la misma para $h_{\alpha\beta}$ que para $h_{\alpha\beta}^{\text{new}}$, en nuestro nuevo sistema de coordenadas (con la condición gauge anterior) tan solo sobrevive el término $-\frac{1}{2}\bar{h}_{\alpha\beta,\mu}{}^{,\mu}$, y las ecuaciones de Einstein a orden lineal en h adoptan la forma:

$$\square \bar{h}_{\alpha\beta} = -\frac{16\pi G}{c^4} T^{\mu\nu} \quad (17)$$

Estas ecuaciones son las ecuaciones de Einstein linealizadas y representan una ecuación de ondas para las perturbaciones, $h_{\alpha\beta}$, cuya solución son las denominadas ondas gravitatorias (GWs). De este modo vemos que las ondas gravitatorias son pequeñas perturbaciones en el espacio-tiempo de Minkowski y pueden ser descritas utilizando el formalismo de campo débil.

Para entender como se generan las ondas gravitatorias tendríamos que resolver las ecuaciones (17) para poder obtener las perturbaciones $\bar{h}_{\alpha\beta}$ en función de sus coordenadas y otros parámetros conocidos. Bajo ciertas hipótesis simplificadoras (dependencia temporal de la fuente $T_{\mu\nu}$ armónica y hipótesis de velocidades pequeñas⁶) se pueden obtener estas soluciones en la llamada fórmula cuadrupolar⁷:

$$\bar{h}^{\mu 0} = 0, \quad \bar{h}_{jk} = \frac{2G}{rc^4} e^{i\Omega r} \frac{d^2}{dt^2} I_{jk} \quad (18)$$

lo cual nos indica que las ondas gravitatorias son extraordinariamente débiles, pues el factor $G/c^4 \sim 8 \times 10^{-50} \text{ s g}^{-1} \text{ cm}^{-1}$. El término I_{jk} es el denominado tensor momento cuadrupolar de la distribución de masa y tiene la forma:

$$I^{lm} \equiv \int T^{00} x^l x^m d^3x. \quad (19)$$

La fórmula cuadrupolar nos proporciona la radiación gravitatoria emitida por una distribución de masa-energía que evoluciona en el tiempo y como se observa en (19) el resultado depende tan solo del movimiento de la fuente y no de las fuerzas que actúan sobre ella. Además, al contrario que ocurre con la radiación electromagnética, la radiación gravitatoria tiene naturaleza cuadrupolar, por lo que la aparición del momento cuadrupolar en (18) indica que para producir ondas gravitatorias es necesario cierto grado de asimetría, ya que las distribuciones de materia con simetría esférica o axial tienen un momento cuadrupolar constante.

Por último, cabe destacar que aún se puede realizar una simplificación más al parámetro perturbativo, realizando otra transformación de gauge que cumpla el gauge de Lorentz, además de tener traza nula y ser transversal a la dirección de propagación. A este gauge le llamaremos gauge transverso y sin traza (TT). Su deducción fue presentada en la asignatura *Relatividad y Cosmología* (ver [1; 7]) y el resultado más importante de esta transformación es que tan solo existen dos polarizaciones diferentes para las ondas gravitacionales, las llamadas polarización '+' y polarización 'x', en referencia a como movería cada polarización un círculo de masas prueba a su paso.

⁶Esta condición implica que la región del espacio que genera las ondas es pequeña en comparación con la longitud de onda de la onda gravitatoria.

⁷La deducción de estas ecuaciones ha sido realizada en la asignatura *Relatividad y Cosmología* y se puede encontrar en [1] y [7].

Ahora, su significado físico está claro: **las ondas gravitatorias representan perturbaciones débiles en un espacio-tiempo de Minkowski y se propagan como ondas transversales que viajan a la velocidad de la luz, generadas por variaciones temporales del momento cuadrupolar de la masa de la fuente.**

2.1.2 Fuentes astrofísicas de ondas gravitatorias

De acuerdo con el último párrafo, todo objeto o sistema masivo cuyo momento cuadrupolar tenga una segunda derivada temporal no nula puede ser una fuente de radiación gravitatoria. Aun así, la deformación producida por una GW de un objeto muy masivo es muy pequeña (del orden de 10^{-21}), de forma que cualquier GW producida por objetos menos masivos va a ser indetectable por nuestros detectores actuales.

Hay múltiples fuentes astrofísicas que generan ondas gravitatorias potencialmente detectables, tales como la fusión de dos agujeros negros (BBH) o la colisión de estrellas de neutrones (BNS) [2; 3; 4], pero en este trabajo se estudiarán las generadas por el colapso gravitacional del núcleo de estrellas masivas y la posterior explosión de tales estrellas como supernovas (CCSN). Como hemos comentado anteriormente, tales señales permanecen indetectadas pues los detectores Advanced LIGO y Advanced Virgo tan solo han observado radiación gravitatoria procedente de binarias compactas.

Cuando una estrella masiva ($M \gtrsim 10 M_{\odot}$) quema todo su combustible termonuclear, hasta llegar a los núcleos atómicos del grupo del hierro, da lugar a un núcleo de hierro inerte, sostenido principalmente por la presión de los electrones degenerados relativistas. Una vez que el núcleo supera la masa de Chandrasekhar⁸, comienza el colapso [5]. En las siguientes décimas de segundo, la densidad del núcleo interno crece rápidamente hasta superar la densidad nuclear ($\rho_{\text{nuclear}} \approx 2 \times 10^{17} \text{kg/m}^3$) momento en el que los efectos de la fuerza nuclear fuerte se vuelven importantes y una repulsión nuclear muy fuerte detiene bruscamente el colapso, provocando que el núcleo interno rebote y envíe una onda de choque a través del núcleo externo. La onda de choque no es lo suficientemente fuerte como para atravesar toda la estrella, pero aumenta su entropía y disocia el núcleo externo. Éste pierde rápidamente energía por diferentes mecanismos y finalmente el choque se detiene [8].

El colapso del núcleo de una estrella masiva, los llamados eventos de Supernova Tipo II, se ha considerado durante mucho tiempo una de las fuentes más interesantes de emisión de GW, con valores optimistas para la energía emitida en ondas gravitatorias, del orden de $10^{-2} M_{\odot}$, comparables a la energía emitida por una coalescencia de BNS. Sin embargo estimaciones más recientes han demostrado que la energía emitida en las GWs es probablemente $\leq 10^{-8} M_{\odot}$ [9]. Este hecho, junto con el conocimiento limitado de la forma de onda emitida, reduce las perspectivas de detección por parte de los detectores interferométricos actuales a eventos galácticos, en el mejor de los casos (es decir, hasta distancias del orden de $\sim 10^4$ pc) [9]. Se sabe que los eventos galácticos son raros: la última supernova galáctica observada ha sido la explosión de la supernova conocida como la estrella de Kepler, que dio lugar al famoso evento de SN1604.⁹

⁸La masa de Chandrasekhar es la máxima masa posible de una estrella de tipo enana blanca. Si se supera este límite la estrella colapsará para convertirse en un agujero negro o en una estrella de neutrones.

⁹Las estimaciones sugieren menos de 1 evento cada dos décadas en la Vía Láctea y en el grupo local de galaxias, apoyándose en pruebas indirectas, proporcionadas por el experimento Integral. [9]

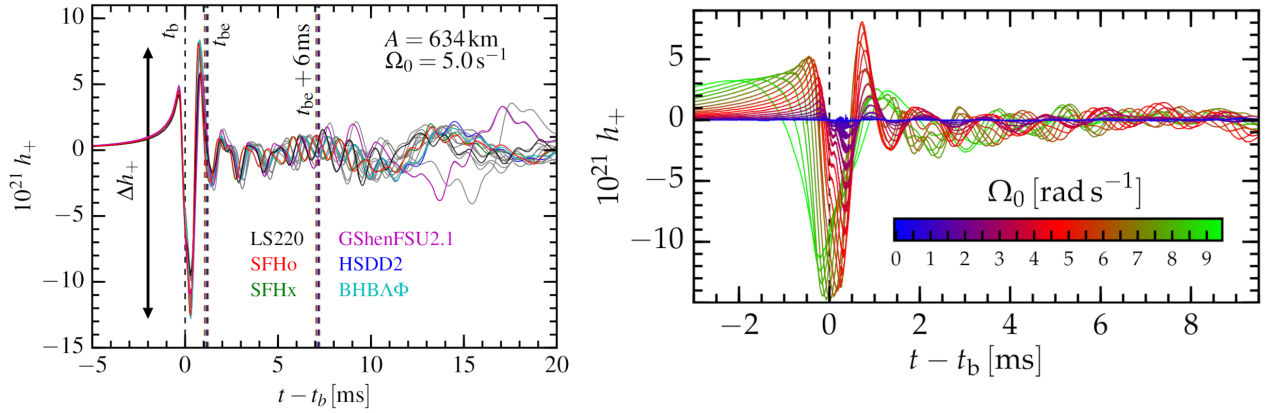


Figura 1: El panel izquierdo muestra la variación de la forma de onda gravitatoria para diferentes EOS en función del tiempo para CCSN con rotación rápida. Se superponen 18 EOS asumiendo una distancia de 10 kpc y una orientación óptima fuente-detectores. t_b indica el tiempo del rebote del núcleo y t_{be} el final de la señal de rebote y el principio de la señal post-rebote. El panel derecho representa la variación de la forma de onda para 20 velocidades de rotación central inicial y una misma EOS. Las figuras han sido adaptadas de las figuras 4 y 11 de [5].

Hay que añadir que el modelo estándar para el colapso del núcleo de la estrella progenitora de la supernova indica que la ráfaga de neutrinos de la desintegración β inversa, que conduce a la neutronización del núcleo y al colapso y la emisión de radiación GW, están separados por un retraso muy pequeño, de unos pocos ms. Este abre el camino a coincidencias muy estrechas entre los detectores de neutrinos y GW, que aumentarían enormemente la confianza en la detección.

En este trabajo nos vamos a centrar en estudiar la forma de la señal gravitatoria producida en el colapso del núcleo axisimétrico de una estrella masiva en **casos extremos de rápida rotación**, junto con el rebote y la fase temprana posterior al rebote. Para ello, utilizaremos el catálogo de señales gravitatorias de tales progenitores proporcionado por [5]. Por tanto, en este trabajo no vamos a considerar otro tipo de mecanismos propuestos en la literatura que también dan lugar a explosiones supernova, en particular el muy popular mecanismo de explosión retardada basado en los efectos de los neutrinos [8]. En el panel izquierdo de la Figura 1 se muestra una superposición de 18 formas de onda del catálogo de [5] empleando distintas ecuaciones de estado (EOS), asumiendo una distancia a la fuente de 10 kpc y una orientación óptima fuente-detectores. En esta figura se puede apreciar que aunque en instantes tardíos tras el rebote el comportamiento parece estocástico, en el mismo colapso y en los primeros instantes tras el rebote las 18 ecuaciones de estado obedecen el mismo comportamiento. Del mismo modo, en el panel derecho de la Figura 1 se muestra una superposición de 20 formas de onda del mismo catálogo [5] para diferentes modelos iniciales codificados por colores según su tasa de rotación central inicial para una misma EOS, obteniendo un comportamiento similar al anterior. Como muestra esta figura, existe un patrón en la forma de las señales gravitatorias producidas por CCSN con rotación rápida. Tal patrón es el que posteriormente intentaremos encontrar en este trabajo mediante técnicas de DL, extrayendo las señales del fondo de ruido de los detectores para así poder clasificar las formas de onda y el tipo de progenitores que las producen.

2.1.3 Detección de ondas gravitatorias

En las dos secciones anteriores se han introducido los conceptos necesarios para entender tanto qué son las ondas gravitatorias y qué las generan, así como la forma de las señales para el caso de CCSN con rotación rápida. En esta sección se aborda brevemente el funcionamiento de los detectores, completando la explicación de los conceptos físicos con los que se va a trabajar posteriormente y poder entender las características propias del ruido de los detectores.

Los detectores que se utilizan actualmente para la detección de ondas gravitatorias son los interferómetros Advanced LIGO y Advanced Virgo, constituyendo una red de tres detectores (los observatorios LIGO-Hanford y LIGO-Livingston en Estados Unidos y el observatorio Virgo en Italia). Se utilizan varios detectores, ampliamente separados, para distinguir mejor la GW del ruido de fondo, localizar la fuente en el cielo y medir la polarización de las ondas. Los tres detectores son interferómetros de Michelson modificados con cavidades Fabry-Perot (ver Figura 2) y miden la deformación provocada por las GWs como una diferencia en longitud de sus brazos ortogonales. Cada brazo dispone de 2 espejos, actuando como masas prueba, separadas por $L_x = L_y = L = 4$ km en el caso de los detectores LIGO y de $L_x = L_y = L = 3$ km en el caso del detector Virgo. El paso de una GW altera las longitudes de los brazos de manera que la diferencia medida es $\Delta L(t) = \delta L_x - \delta L_y = h(t)L$, donde h es la amplitud de deformación de las GWs proyectada sobre el detector [2]. Esta variación diferencial de la longitud altera la diferencia de fase entre los dos campos de luz que regresan al divisor de haz, transmitiendo una señal óptica proporcional a la intensidad de la GW a la salida del fotodetector.

En el caso de los detectores LIGO, cuyos datos junto al detector Virgo serán los utilizados en este trabajo, para lograr una sensibilidad suficiente para medir las GWs, los detectores incluyen varias mejoras en el interferómetro de Michelson básico. En primer lugar, cada brazo contiene una cavidad óptica resonante, que multiplica el efecto de una GW en la fase de la luz por un factor de 300. En segundo lugar, un espejo parcialmente transmitivo en la entrada proporciona una acumulación resonante adicional de la luz láser en el interferómetro en su conjunto: 20 W de entrada del láser se incrementan a 700 W en el divisor del haz, que se incrementa a 100 kW circulando en cada cavidad del brazo. En tercer lugar, un espejo parcialmente transmitivo en la salida optimiza la extracción de la señal de GWs al ampliar el ancho de banda de las cavidades del brazo. El interferómetro se ilumina con un láser Nd:YAG¹⁰ de 1064 nm de longitud de onda, estabilizado en amplitud, frecuencia y geometría del haz. La señales se extrae en el puerto de salida utilizando una lectura homodina¹¹ [2].

Estas técnicas de interferometría están diseñadas para maximizar la conversión de la deformación en señal óptica, minimizando el impacto del ruido de disparo de fotones (photon shot noise)¹², el principal ruido a altas frecuencias (> 1 kHz). La alta sensibilidad a la deformación también requiere que las masas de prueba tengan un bajo ruido de desplazamiento, lo que se consigue aislándolas del ruido sísmico (bajas frecuencias, ~ 10 Hz), y diseñándolas

¹⁰Acrónimo del inglés neodymium-doped yttrium aluminium garnet, granate de itrio y aluminio dopado con impurezas de neodimio.

¹¹La interferometría homodina es un caso particular en el cual los dos haces de luz interferidos tienen la misma frecuencia.

¹²Tiene lugar cuando el número finito de partículas que transportan energía es suficientemente pequeño para dar lugar a la aparición de fluctuaciones estadísticas apreciables en una medición.

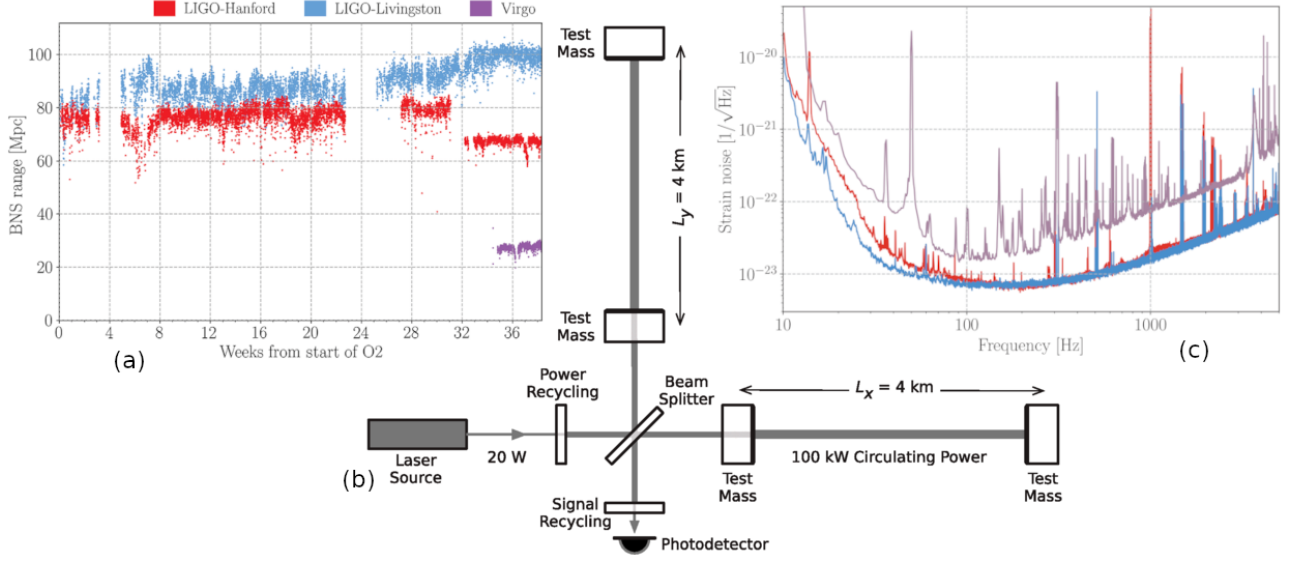


Figura 2: (a) Rango de distancia para detectar fusiones de estrellas de neutrones (BNS) durante O2. Puede observarse una mejor sensibilidad en Livingston que en Hanford y una peor en Virgo. (b) Diagrama simplificado de un detector LIGO avanzado (no a escala). Una onda gravitacional que se propague ortogonalmente al plano del detector y polarizada linealmente en paralelo a las cavidades ópticas de 4 km tendrá el efecto de alargar un brazo de 4 km y acortar el otro durante un semiciclo de la onda; estos cambios de longitud se invierten durante el otro semiciclo. El fotodetector de salida registra estas variaciones de longitud de la cavidad diferencial. Aunque la respuesta direccional del detector es máxima para este caso, sigue siendo significativa para la mayoría de los demás ángulos de incidencia o polarizaciones. (c) Densidad espectral de amplitud del ruido de deformación total de los tres detectores. Las curvas son representativas del mejor rendimiento de cada detector durante O2. Figuras adaptadas de la figura 1 de [3] y de la figura 3 de [2].

para que tengan un bajo ruido térmico (frecuencias intermedias). Cada masa de prueba se suspende en la parte final de un sistema de péndulo cuádruple, apoyado en una plataforma de aislamiento sísmico activo. Estos sistemas proporcionan colectivamente más de 10 órdenes de magnitud de aislamiento del movimiento del suelo para frecuencias superiores a 10 Hz. El ruido térmico se minimiza utilizando materiales de baja pérdida mecánica en las masas de prueba y sus suspensiones. Exactamente las masas prueba son sustratos de sílice fundida de 40 kg con recubrimientos ópticos dieléctricos de bajas pérdidas. Para minimizar las fuentes de ruido adicionales, todos los componentes, aparte de la fuente láser, están montados en etapas de aislamiento de vibraciones en ultra alto vacío. Para reducir las fluctuaciones de fase ópticas causadas por la dispersión de Rayleigh, la presión en los tubos de 1.2 m de diámetro que contienen los haces se mantiene por debajo de 1 Pa. Además, se utilizan servocontroles para mantener las cavidades de los brazos en resonancia y mantener la alineación adecuada de los componentes ópticos.

Para el calibrado, la salida del detector es calibrada en deformación midiendo su respuesta al movimiento de la masa test inducido por la presión de fotones provenientes de un haz láser de calibración modulado. Por otra parte, cada sitio de observación está equipado con

una lista de sensores; sismómetros, acelerómetros, micrófonos, magnetómetros, receptores de radio, sensores meteorológicos, monitores de líneas de corriente alterna y un detector de rayos cósmicos. El funcionamiento del detector advanced Virgo es muy similar [9] y ambos se han ido mejorando tras cada periodo de observación (O1, O2 y actualmente tras finalizar O3) aumentando notablemente su sensibilidad.

Con todo lo mencionado podemos abordar la curva de ruido (o de sensibilidad) de la deformación típica de cada detector, la cual se muestra en el apartado (c) de la Figura 2, correspondiente a O2. Cualquier GW cuya amplitud en deformación sea menor que la del ruido no va a ser detectada. Como hemos mencionado, el ruido sísmico domina las bajas frecuencias y el ruido térmico de los modos del péndulo de suspensión de los espejos domina a frecuencias medias, mientras que el aumento a alta frecuencia se debe al ruido de disparo del láser. Superpuestas a estos ruidos fundamentales, se pueden observar resonancias (por ejemplo, los modos de violín de los alambres de suspensión) así como contribuciones de diversos ruidos instrumentales (entre ellos el de frecuencia de 50 y 60 Hz debido a la red eléctrica y sus armónicos, para el caso de Advanced Virgo y Advanced LIGO respectivamente). Además, las medidas pueden verse afectadas por transitorios de ruido o “glitches”, los cuales se detectarán y se eliminarán en el procesamiento de datos. Se puede observar que los detectores LIGO tienen alrededor de un orden de magnitud menor en ruido de la deformación que Virgo, cosa que se observará posteriormente en la parte de resultados.

Entender la curva de sensibilidad del detector es clave a la hora de crear el banco de imágenes para entrenar la inteligencia artificial. En nuestro caso se restringirá el rango de medida de 20 a 1000 Hz y se eliminarán las frecuencias 60, 120, 240 Hz para el caso de los LIGO y 50, 100, 200 Hz para el caso del Virgo, correspondientes a la red eléctrica. Por último será necesario un blanqueamiento teniendo en cuenta cada curva de los detectores para normalizar la intensidad de cada frecuencia.

2.2 Deep Learning

Ya desde los tiempos de los antiguos griegos, el ser humano ha soñado en crear máquinas que piensen. Cuando se concibieron por primera vez los ordenadores programables, la gente se preguntaba si podrían llegar a ser inteligentes más de cien años antes de que se construyera uno (Lovelace, 1842). Hoy en día, la inteligencia artificial (IA) es un campo floreciente con muchas aplicaciones prácticas y temas de investigación activos. Se recurre al software inteligente para automatizar trabajo rutinario, entender el habla o las imágenes, hacer diagnósticos en medicina y apoyar la investigación científica básica [10].

A grandes rasgos, asociamos el término IA con una máquina que es capaz de imitar el razonamiento humano. Como subconjunto de la IA encontramos al Aprendizaje Máquina o *Machine Learning* (ML), entendiendo a este conjunto como aquellos algoritmos capaces de *aprender* a partir de datos. Dentro de este último se encuentra el Aprendizaje Profundo o *Deep Learning* (DL), cuya diferencia más significativa con ML es el número de parámetros que tiene cada uno, superando el DL en varios órdenes de magnitud al ML [10]. Resaltamos el término ‘aprender’, ya que es interesante destacar que la máquina no *aprende*, sino que un algoritmo revisa los datos y, en consecuencia, es capaz de predecir comportamientos futuros o

tomar acciones de manera automática según ciertas condiciones. Cuantos más datos se obtienen, mejores y más precisas serán las acciones resultantes.

En concreto en este trabajo se pretende desarrollar algoritmos de DL capaz de distinguir los patrones típicos de las GW mostradas en la sección anterior del ruido típico de los detectores en espectrogramas. Para ello es necesario entender **qué** es el aprendizaje profundo o *Deep Learning*, donde nos va a hacer falta saber que son las redes neuronales, y concretamente las redes neuronales convolucionales (ya que son las que se han utilizado para desarrollar los códigos) así como conceptos estadísticos. Además de todo este fondo teórico sobre DL, presentaremos una breve introducción a las librerías de **Python**: *Fastai* y *Pytorch* para entender **cómo** se pueden implementar estas herramientas y así terminar de encuadrar todos los conceptos necesarios para comprender al completo todo el trabajo realizado en los siguientes apartados, así como los resultados obtenidos.

2.2.1 Redes neuronales convolucionales

Llegado este punto pasamos a discutir cómo es un algoritmo de DL y de qué manera es capaz de aprender a partir de datos. El **modelo de DL por excelencia** son las redes neuronales artificiales (ANNs por sus siglas en inglés). El objetivo de una ANN es aproximar alguna función f^* ; por ejemplo, para un clasificador, $y = f^*(x)$ asigna una entrada x a una categoría y . Una ANN define un mapeo $y = f(x; \theta)$ y aprende el valor de los parámetros θ que dan lugar a la mejor aproximación de la función. Las ANNs son la base de muchas aplicaciones comerciales importantes. En particular, las redes neuronales convolucionales (CNN) son utilizadas para el reconocimiento de objetos a partir de fotos y estas son un tipo especializado de ANN, estando este apartado explícitamente dedicado a entenderlas. En este caso, la entrada x podría ser una imagen y la categoría y un perro, por ejemplo, de modo que la CNN clasificaría imágenes de perros. Pero primero entendamos por qué llamamos redes neuronales a este tipo de modelos de DL.

Las ANNs se denominan **redes** porque normalmente son representadas mediante la composición de muchas funciones diferentes. El modelo se asocia con un gráfico acíclico dirigido que describe cómo se componen las funciones. Por ejemplo, podemos tener tres funciones $f^{(1)}$, $f^{(2)}$, y $f^{(3)}$ conectadas en una cadena, para formar $f(x) = f^{(3)}(f^{(2)}(f^{(1)}(x)))$. Estas estructuras en cadena son las más utilizadas en las redes neuronales. En este caso, $f^{(1)}$ se denomina primera capa de la red, $f^{(2)}$ segunda capa de la red y así sucesivamente. La longitud total de la cadena da la profundidad del modelo. Podemos encontrar un ejemplo en el panel (a) de la Figura 3. De esta terminología surge el nombre de **Aprendizaje Profundo**. La capa final de una ANN se denomina capa de salida. Durante el entrenamiento de la red neuronal, manejamos $f(x)$ para que coincida con $f^*(x)$. Los datos de entrenamiento nos proporcionan ejemplos ruidosos y aproximados de $f^*(x)$ evaluados en diferentes puntos del entrenamiento. Cada ejemplo x va acompañado de una etiqueta $y^*(x)$. Los ejemplos de entrenamiento especifican directamente lo que debe hacer la capa de salida en cada punto x ; debe producir un valor que se acerque a y . El comportamiento de las otras capas no está directamente especificado por los datos de entrenamiento. El algoritmo de aprendizaje debe decidir cómo utilizar esas capas para producir la salida deseada, pero los datos de entrenamiento no dicen lo que debe hacer cada capa individual. En cambio, el algoritmo de aprendizaje debe decidir cómo utilizar estas capas para implementar de la mejor manera una aproximación de f^* . Como los datos de entrenamiento

no muestran la salida deseada para cada una de estas capas, estas capas se denominan capas ocultas.

Por último, estas redes se denominan **neuronales** porque se inspiran libremente en la neurociencia. Cada capa oculta de la red suele tener un valor vectorial. La dimensionalidad de estas capas ocultas determina la amplitud del modelo. Cada elemento del vector puede interpretarse como un papel análogo al de una neurona. En lugar de pensar que la capa representa una única función vectorial también podemos pensar en la capa como si estuviera formada por muchas unidades que actúan en paralelo, cada una de las cuales representa una función vectorial-escalar. Cada unidad se asemeja a una neurona en el sentido de que recibe información de muchas otras unidades y calcula su propio valor de activación, donde para ello se utiliza la multiplicación matricial al estar utilizando una gran cantidad de capas ocultas. La elección de las funciones $f^{(i)}(x)$ utilizadas para calcular las representaciones también se guían libremente por las observaciones neurocientíficas sobre las funciones que las neuronas biológicas calculan. Sin embargo, la investigación moderna sobre redes neuronales se rige por muchas disciplinas matemáticas y de ingeniería, y el objetivo de las redes neuronales no es modelar perfectamente el cerebro. Lo mejor es pensar en las ANNs como máquinas de aproximación de funciones que están diseñadas para lograr una generalización estadística, extrayendo ocasionalmente que conocemos sobre el cerebro, más que como modelos de la función cerebral.

Pasamos ahora a las CNN que son un tipo especializado de ANN para el procesamiento de datos con una topología conocida de tipo cuadrículado (como vienen a ser las imágenes). Las redes convolucionales han sido tremendamente exitosas en aplicaciones prácticas [10]. El nombre red neuronal convolucional indica que la red emplea una operación matemática llamada convolución. La convolución es un operador que transforma dos funciones f y g en una tercera función que en cierto sentido representa la magnitud en la que se superponen f y una versión trasladada e invertida de g . Esta operación viene dada por la siguiente expresión:

$$(f * g)(t) = \int f(\eta)g(t - \eta)dt \quad (20)$$

Por tanto, las CNN son simplemente redes neuronales que utilizan la convolución en lugar de la multiplicación matricial general en al menos una de sus capas [10].

Normalmente cuando trabajemos en computación necesitaremos discretizar el tiempo, de modo que la integral anterior pasaría a un sumatorio. Un ejemplo de convolución discreta lo podríamos encontrar en el panel (b) de la Figura 3. Las capas tradicionales de las redes neuronales utilizan la multiplicación matricial por una matriz de parámetros con un parámetro separado que describe la interacción entre cada unidad de entrada y cada unidad de salida. Esto significa que cada unidad de salida interactúa con cada unidad de entrada. Sin embargo, las redes convolucionales suelen tener interacciones dispersas. Esto se consigue haciendo que el núcleo sea más pequeño que la entrada. Por ejemplo, al procesar una imagen, la imagen de entrada puede tener miles o millones de píxeles, pero podemos detectar pequeñas características significativas, como los bordes, con núcleos que ocupan solo decenas o cientos de píxeles. Esto significa que necesitamos almacenar menos parámetros, lo que reduce los requisitos de memoria del modelo y mejora su eficiencia estadística. También significa que el cálculo del resultado requiere menos operaciones. Además las redes convolucionales tienen más beneficios

como compartir parámetros o representaciones equivalentes. Un buen ejemplo de la disminución de tamaño se puede encontrar en el panel (c) de la Figura 3.

Por último, cabría destacar un tipo de CNN muy importante que es el que se utilizará en este trabajo y es la denominada red neuronal residual (ResNet). ResNet se basa en construcciones conocidas como células piramidales en la corteza cerebral. Las redes neuronales residuales hacen esto mediante el uso de conexiones de salto o atajos para saltar sobre algunas capas, solucionando algunos de los problemas de las ANN. Hay distintos tipos de ResNet, dependiendo de las capas que se utilizan en esta, variando el número de parámetros (llegando a millones) y la arquitectura de la red [11].

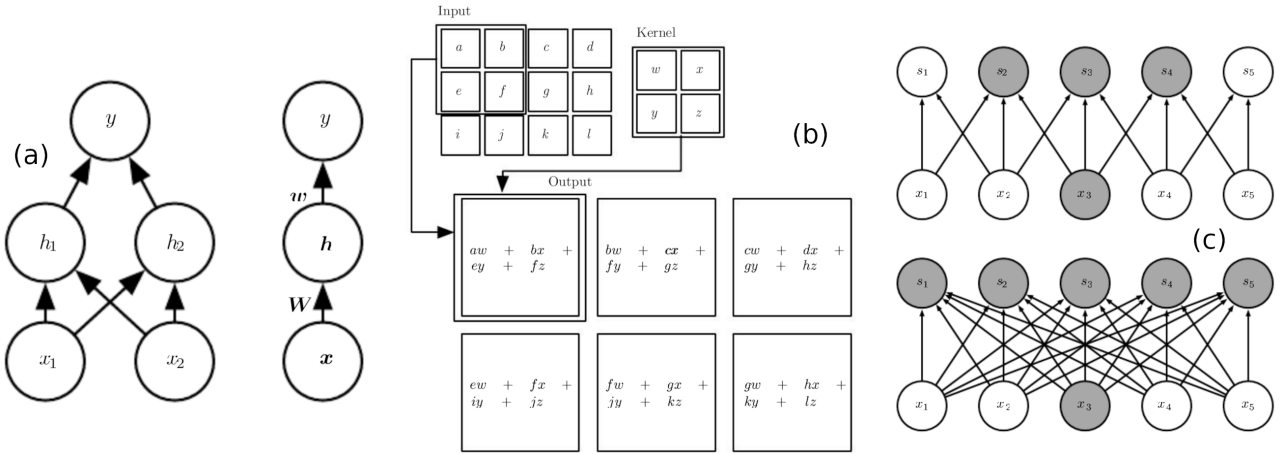


Figura 3: (a) Ejemplo de ANN con una sola capa oculta que contiene dos unidades, dibujada en dos estilos diferentes. (Izquierda) En este estilo dibujamos cada unidad como un nodo en el gráfico. Este estilo es muy explícito e inequívoco, pero para redes más grandes que en este ejemplo puede consumir demasiado espacio. (Derecha) En este estilo, dibujamos un nodo en el gráfico para cada vector completo que representa las activaciones de una capa. Este estilo es mucho más compacto. A veces anotamos las aristas de este gráfico con el nombre de los parámetros que describen la relación entre dos capas. Aquí, indicamos que una matriz \mathbf{W} describe el mapeo de \mathbf{x} a \mathbf{h} , y un vector \mathbf{w} describe el mapeo de \mathbf{h} a y . (b) Ejemplo de convolución bidimensional. En este caso restringimos la salida solo a las posiciones en las que el núcleo se encuentra completamente dentro de la imagen. Dibujamos recuadros con flechas para indicar cómo se forma el elemento superior izquierdo de salida. Este se forma aplicando el núcleo a la correspondiente región superior izquierda del tensor de entrada. (c) Conectividad dispersa: Destacamos una unidad de entrada, x_3 , y también resaltamos las unidades de salida en s que están afectadas por esta unidad. (Arriba) Cuando s se forma por convolución con un núcleo de anchura 3, solo tres salidas son afectadas por x . (Abajo) Cuando s se forma por multiplicación matricial, la conectividad ya no es escasa, por lo que todas las salidas están afectadas por x_3 . Figuras adaptadas de las figuras 6.2, 9.1 y 9.2 de [10].

2.2.2 Aprendizaje profundo con Fastai y Pytorch

Una vez entendido el significado de las CNN así como su importancia a la hora del aprendizaje profundo con imágenes, surge la pregunta de cómo se pueden generar este tipo de redes. Para solucionar esta cuestión, en este trabajo se ha utilizado un lenguaje de alto nivel como lo es `Python`. Para simplificar abundantemente el proceso de creación de CNN a partir de esta herramienta, hemos utilizado las librerías *Fastai* y *Pytorch* en Jupyter notebooks vía Google Colab. *Fastai* es un paquete de funciones a muy alto nivel que complementa el paquete de funciones *Pytorch*, que nos proporciona las operaciones básicas para el desarrollo de redes neuronales [12].

De este modo, con una cantidad relativamente modesta de líneas de código se puede llegar a crear, entrenar y validar redes neuronales muy complejas a partir de estas librerías con cientos de funciones ya prediseñadas. Por otra parte, Jupyter notebooks proporciona un entorno informático interactivo basado en la web para crear tal tipo de documentos, es decir documentos JSON que siguen esquemas versionados y que contienen listas ordenadas de celdas de entrada/salida que pueden contener código, texto, matemáticas, gráficos y texto enriquecidos. Para ejecutar estos documentos de Jupyter Notebook utilizaremos, como hemos mencionado, Google Colab, proyecto de Google que nos ofrece un entorno interactivo para ejecutar y programar códigos en línea dándonos acceso de manera gratuita a una GPU remota¹³.

3 Detección de señales gravitatorias de supernovas

En este apartado presentaremos la metodología del trabajo. Primero se obtendrá todo el conjunto de imágenes necesarias para el entrenamiento y, posteriormente, se desarrollará una CNN residual para poder clasificar las imágenes entre las que contienen una onda gravitatoria o no. Para el desarrollo de todo el conjunto de imágenes se utilizarán los conceptos sobre GW expuestos en el desarrollo teórico y para el desarrollo y entrenamiento de la red neuronal será necesario aplicar los conceptos sobre DL expuestos también en el mismo.

3.1 Generación del conjunto de datos de las ondas gravitatorias

Para poder entrenar una red neuronal debemos disponer de un gran conjunto de datos, ya que sin estos no se podrán ir ajustando los parámetros para obtener los resultados deseados. Como se destacó anteriormente, las GW procedentes de CCSN aún no se han detectado, de modo que tenemos que realizar todo el estudio a partir de formas de onda procedentes de simulaciones numéricas.

Para que una red neuronal tenga mayor eficiencia se trabajará en diagramas tiempo-frecuencia en lugar de tiempo-deformación (como se ve en la Figura 1), ya que las fases de rebote y post-rebote de las CCSN (curva que se puede observar entre t_b y t_{be} en la Figura 1) involucra muchas frecuencias, y al hacer la transformada de Fourier de la serie temporal encontramos un patrón mucho más significativo de dichas fases en el diagrama tiempo-frecuencia que en la diagrama

¹³Debido a su arquitectura, el entrenamiento en GPU es mucho más rápido que CPUs.

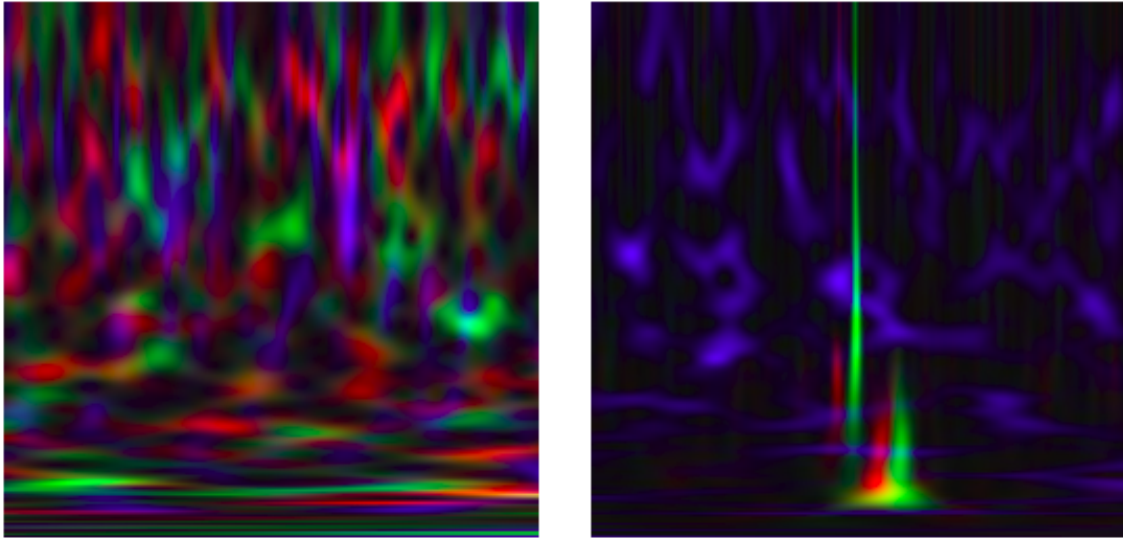


Figura 4: Imagen RGB del espectrograma de ruido de fondo (izquierda) comparado con un espectrograma en el que se ha inyectado una forma de onda en condiciones reales de ruido (derecha). Al normalizar el color según la intensidad se puede observar que en la imagen de la derecha la señal prevalece sobre el ruido de Livingston y Hanford. Puede observarse un retraso entre la detección de estos dos detectores.

tiempo-deformación. Este patrón, al ser un breve instante de tiempo y contar con muchas frecuencias, en un espectrograma se ve como una línea recta intensa como se puede observar en la imagen derecha de la Figura 4.

Para generar el conjunto de datos utilizaremos ruido real de los detectores de las últimas semanas del O2 (agosto de 2017, periodo en el que Virgo se incorporó a este periodo de observación) en el que inyectaremos las señales procedentes de las simulaciones de [5]. Estos autores llevaron a cabo 1824 simulaciones, obteniendo formas de onda para distintas características de las estrellas progenitoras, concretamente diferentes EOS y perfiles de rotación. Por tanto, disponemos de una gran cantidad de formas de onda distintas de modo que la red neuronal podrá aprender los patrones típicos de esta radiación en lugar de memorizarlos¹⁴.

Cada imagen tendrá una duración temporal de 4096 ms y la señal se inyectará en una posición temporal aleatoria. En la Figura 4 se muestra la forma que tendría tanto una imagen de solo ruido (izquierda) como una imagen con una GW (derecha). Las imágenes tendrán unas dimensiones de 256×256 píxeles y el rango de frecuencias estará contenido entre los 20 – 1000 Hz, eliminando las frecuencias 60, 120 y 240 Hz para los detectores LIGO y las frecuencias 50, 100 y 200 Hz para el detector Virgo, correspondientes a la frecuencia de la red eléctrica de EEUU y Europa y sus primeros armónicos respectivamente. Las posiciones de las fuentes en el cielo se asumirán constantes, concretamente una distancia a la fuente de 20 kpc, con una ascensión recta y una declinación nula. Como los detectores no tienen la misma sensibilidad en todo el rango de frecuencias (ver la sección 2.1.3) se aplica un blanqueado o *whitening* (ver

¹⁴Esta analogía entre el cerebro humano y la red neuronal hace mención a la práctica del *overfitting*. Este aparece cuando un modelo aprende los detalles y el ruido de los datos del entrenamiento hasta el punto de que repercute negativamente en el rendimiento del modelo con los nuevos datos.

Figura 2 (c)) que normaliza la intensidad de cada una de las frecuencias. Al haber 3 detectores las imágenes tendrán un código de 3 colores RGB (Red, Green y Blue), donde el verde corresponderá al detector LIGO-Livingston, el rojo a LIGO-Hanford y el azul a Virgo. Se generará un banco de 10000 imágenes, distinguiendo imágenes con solo ruido, etiquetadas como fondo, e imágenes con una GW inyectada, que etiquetaremos como señal (ver Figura 4).

Por último, calcularemos la relación señal/ruido (SNR por sus siglas en inglés) a partir de una librería especializada en GW. Esta nos va a servir de filtro a la hora de eliminar señales tan débiles que tan solo servirían para confundir nuestra red neuronal, así como para analizar los resultados en función de la SNR discutidos en la siguiente sección. La SNR se define como la proporción existente entre la potencia de la señal que se transmite y la potencia del ruido que la corrompe, de modo que a mayores SNR la señal va a ser mucho más intensa en comparación con el ruido, con lo que la eficiencia de la red neuronal tendría que ser mayor. De este modo, vamos a hacer una restricción a la hora de generar nuestro conjunto de imágenes, eliminando para el entrenamiento aquellas imágenes con un SNR menor que 5, ya que estos valores de SNR tan solo confundían a la red por ser la GW tan poco intensa. El SNR nos permitirá estudiar hasta que valores de intensidad podrá funcionar nuestra red neuronal o ver cómo varía la eficiencia de la red con la SNR. Cabe destacar que el cálculo de la SNR se hace a partir de la curva ideal de sensibilidad de cada detector, de modo que al inyectarle ruido real, este SNR no se va a referir a la relación intensidad de la GW en comparación con el ruido real. Aún así, este parámetro nos será útil posteriormente para aproximar la probabilidad de detección de la GW.

3.2 Desarrollo y entrenamiento de la red neuronal convolucional

Una vez generado un banco de imágenes lo suficientemente grande, tenemos todos los ingredientes listos para desarrollar una red neuronal que nos permita diferenciar entre fondo y señal. Al ejecutar todos los códigos en línea, subiremos el banco de imágenes al Google Drive y desde allí las iremos utilizando. Por compleja que haya podido parecer la explicación de las redes neuronales, programarlas con *Fastai* es relativamente sencillo, ya que a tan alto nivel con pocas líneas de código se obtienen grandes resultados, como luego veremos.

Comenzaremos importando todas las librerías y declarando la ruta o *path* donde estará el banco de imágenes. En este comando tendremos que declarar qué porcentaje de imágenes nos servirán para entrenar y para validar, así como el número de imágenes que pasarán a la vez por la red neuronal sin modificar los pesos¹⁵. En nuestro caso hemos elegido el 85 % de las 10000 imágenes para el entrenamiento y el 15 % para la validación. Además se ha utilizado un conjunto de 8 imágenes por ciclo.

Para definir el tipo de red neuronal que se va a utilizar debemos declarar la clase de *Fastai* denominada *learner*. En nuestro caso hemos definido una CNN cargando un modelo preentrenado ResNet101. ResNet101 es una CNN residual de 101 capas de profundidad, que carga una versión preentrenada de la red con más de un millón de imágenes de la base de datos *ImageNet* [11; 12]. La red preentrenada puede clasificar las imágenes en 1000 categorías de objetos (por

¹⁵Para entrenar la CNN pasamos una cantidad de imágenes como input y comparamos el output real con el output que predice la red neuronal, se ajustan los pesos o parámetros y se vuelve a repetir el proceso hasta haber usado todo el banco de imágenes de entrenamiento.

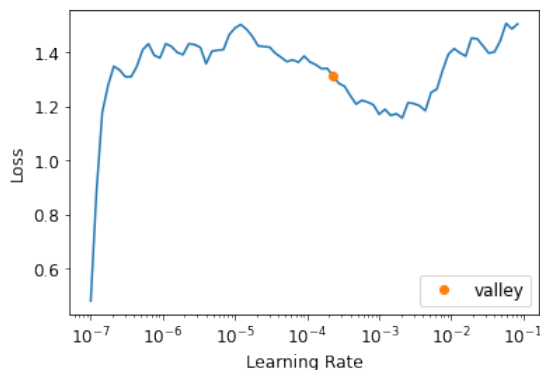


Figura 5: Función de error *CrossEntropyLoss* en función del ritmo de aprendizaje. El valor que maximiza la eficiencia de la red se sugiere en 0.0002.

ejemplo, teclado, ratón, lápiz y muchos animales). Como resultado, la red ha aprendido representaciones ricas en características para una amplia gama de imágenes, aunque nosotros solo vamos a necesitar que distinga entre fondo y señal.

Antes de empezar a entrenar la red hay que buscar el ritmo de aprendizaje o *learning rate*. El ritmo de aprendizaje mide la variación del valor de los pesos o parámetros de la red cada ciclo de 8 imágenes. Para ello representaremos la función de error o *loss function* en función del ritmo de aprendizaje. La función de error es una función que evalúa la desviación entre las predicciones realizadas por la red neuronal y los valores reales de las observaciones utilizadas durante el aprendizaje. A grandes rasgos, cuanto menor es el resultado de esta función, más eficiente es la red neuronal. Así, a partir de un comando de *Fastai* podemos obtener el resultado que se muestra en la Figura 5. Se pueden utilizar varias funciones de error, en concreto nosotros hemos utilizado *CrossEntropyLoss*¹⁶. Se puede apreciar que los primeros valores del ritmo de aprendizaje hacen mucho menor la función de pérdida, pero en el arte del ajuste de parámetros en la Inteligencia Artificial se ha de ser consciente del tiempo del que disponemos, de modo que ritmos de aprendizaje excesivamente lentos harían eterno el proceso de aprendizaje. En nuestro caso, el mejor ritmo de aprendizaje va a ser el punto que encontramos alrededor de 10^{-3} ; concretamente *Fastai* nos sugiere el valor de 0.0002. Fijémonos que el punto no está en el valle. Esto es porque la eficiencia de la red no solo depende de la función de error, de modo que el mismo algoritmo de *Fastai* ha detectado que ese ritmo de aprendizaje maximiza la eficiencia.

Una vez fijado el ritmo de aprendizaje, podemos empezar a entrenar finalmente la red neuronal. Para ello, gracias al alto nivel de las librerías utilizadas, solo hace falta una función a la que le pasamos el *learner*, declarado anteriormente, el número de épocas¹⁷ que se desea entrenar y el ritmo de aprendizaje, con una extensión total de tan solo una línea de código. De este modo, dejamos al programa ir pasando imágenes como input y variando los parámetros para obtener los resultados mostrados en la Tabla 1. En esta tabla se aprecia que en la primera época el tiempo de entrenamiento es muy superior al resto. Esto se debe a que debe ajustar los parámetros de la red preentrenada a los patrones que nosotros deseamos encontrar. Se observan dos columnas pertenecientes al *training loss* y *validating loss*, haciendo referencia una

¹⁶En teoría de la información, la entropía es el número de bits necesarios para transmitir un evento seleccionado al azar de una distribución de probabilidad, de modo que la entropía cruzada calcula el número de bits necesarios para representar o transmitir un evento promedio de una distribución en comparación con otra distribución.

¹⁷En cada época se utilizan como input todas las imágenes del banco de entrenamiento.

a la función de error del proceso de entrenamiento y la otra a la función de error del proceso de validación. Estas funciones no indican el error de la red, si no la función *CrossEntropyLoss* particularizada para el entrenamiento y para la validación. Estas métricas son importantes ya que si obtuviésemos en el paso de las épocas de entrenamiento una disminución de la función de error para el entrenamiento (como se esperaría), pero un aumento para la función de error de la validación, nos mostraría un claro caso de *overfitting*. Esto se puede apreciar claramente en la Figura 6. En esta se ve como la función de error de la validación se dispara mientras la función de error para el entrenamiento va disminuyendo.

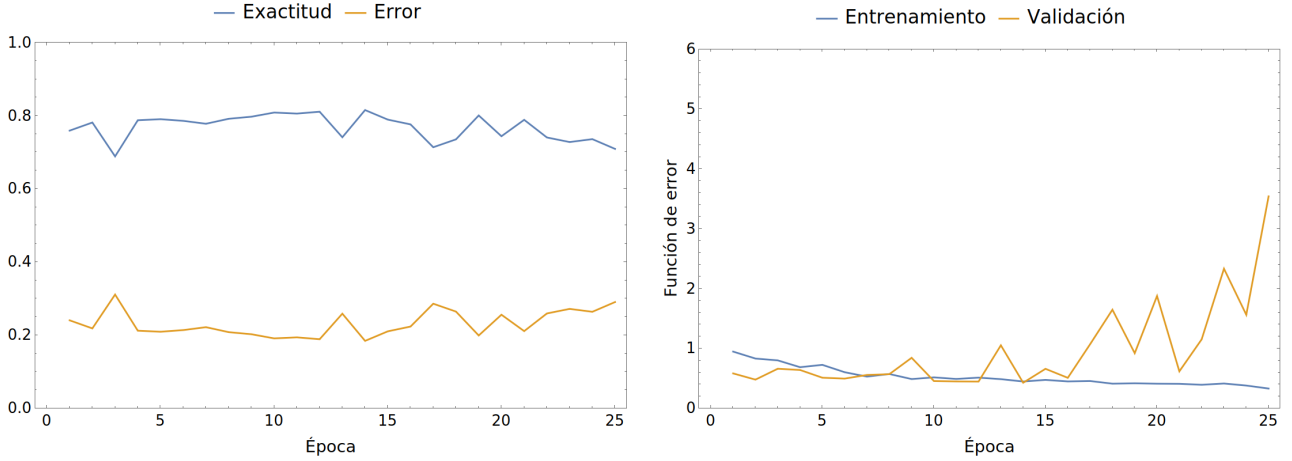


Figura 6: Izquierda) Exactitud (azul) y error (naranja) de la red para 25 épocas de entrenamiento. (Derecha) Función de error para el entrenamiento (azul) y para la validación (naranja) para 25 épocas de entrenamiento.

Además de estos indicadores, la Tabla 1 también muestra la exactitud de la red y la tasa de error, representadas ambas en la Figura 6. Estas métricas nos señalan el porcentaje de acierto y el de error de la red en el proceso de validación. Puede ya apreciarse una exactitud de la red en el mejor entrenamiento (del cual guardaremos sus pesos para la posterior inferencia) de alrededor de un 82 %, porcentaje que pasaremos a comentar en el siguiente apartado, junto a los demás resultados obtenidos. De esta modo, una vez realizado el proceso de entrenamiento de la red pasamos a hacer un análisis de los datos. Para ello, realizaremos una matriz de confusión para estudiar los resultados de la validación y posteriormente, una inferencia con imágenes separadas por SNR y distancia.

4 Resultados

En este apartado presentamos los resultados obtenidos con la red neuronal. Para hacer un análisis más riguroso de las predicciones finales se han obtenido dos tipos de resultados distintos. Por una parte, aquellos resultados generados al mismo tiempo que se entrenaba la red con el 15 % de los datos que habíamos dejado para la validación y por otra parte una inferencia con imágenes distintas, ordenadas por SNR y distancia. Además esta sección incluye una pequeña discusión acerca de los resultados obtenidos en los tres apartados anteriores a este.

Época	Erf Entrene	Erf Valid	Exactitud	Error	Tiempo (min:s)
0	0.947	0.583	0.759	0.240	34:16
1	0.831	0.479	0.781	0.218	05:35
2	0.801	0.661	0.688	0.311	05:35
3	0.687	0.640	0.787	0.212	05:34
4	0.726	0.511	0.790	0.209	05:33
5	0.603	0.496	0.785	0.214	05:33
6	0.530	0.558	0.777	0.222	05:32
7	0.573	0.570	0.791	0.208	05:32
8	0.489	0.844	0.797	0.202	05:32
9	0.517	0.456	0.808	0.191	05:32
10	0.491	0.449	0.805	0.194	05:32
11	0.513	0.447	0.810	0.189	05:32
12	0.487	1.052	0.741	0.258	05:33
13	0.448	0.427	0.815	0.184	05:33
14	0.475	0.660	0.789	0.210	05:33
15	0.449	0.509	0.776	0.223	05:32
16	0.456	1.071	0.713	0.286	05:33
17	0.412	1.647	0.735	0.264	05:33
18	0.418	0.921	0.800	0.199	05:32
19	0.411	1.877	0.743	0.256	05:32
20	0.409	0.617	0.788	0.211	05:32
21	0.393	1.152	0.740	0.259	05:32
22	0.414	2.332	0.727	0.272	05:32
23	0.380	1.563	0.735	0.264	05:32
24	0.330	3.541	0.709	0.290	05:32

Tabla 1: Resultado del entrenamiento de nuestra CNN residual para 25 periodos de entrenamiento y sus métricas. La abreviatura Erf representa la función de error.

4.1 Resultados del entrenamiento

Al realizar el entrenamiento hemos obtenido los valores representados en la Tabla 1. En esta se observa la mayor exactitud de la red en la época 13. Por tanto, guardamos los parámetros de esta época para hacer las siguientes inferencias. De este modo, obtenemos la matriz de confusión que puede verse en la Figura 7. La matriz de confusión es una matriz 2×2 en la que las filas se nombran según las clases reales y las columnas según las clases previstas por el modelo. De este modo, podemos identificar de manera muy visual cual es la precisión de la red para el diagnóstico entre fondo y señal y así realizar un estudio estadístico a través de los verdaderos positivos, los falsos positivos, los verdaderos negativos y los falsos negativos. Esta matriz se ha obtenido a partir de un *threshold* de 0.5^{18} .

¹⁸La red no predice señal o fondo, sino que obtiene una probabilidad de que sea uno u otro, de modo que el *threshold* es una probabilidad umbral que se le impone a la red a partir de la cual reconoce una imagen como señal.

Así pues, podemos asociar los negativos con aquellas imágenes de fondo y los positivos con aquellas imágenes en las que haya una señal inyectada. De este modo, tendríamos los siguientes casos:

- Verdaderos negativos (VN): Originalmente fondo, predicho como fondo.
- Verdaderos positivos (VP): Originalmente señal, predicho como señal.
- Falsos negativos (FN): Originalmente fondo, predicho como señal.
- Falsos positivos (FP): Originalmente señal, predicho como fondo.

Con esta casuística, los VN ocuparían la posición superior izquierda de la matriz de confusión y los VP ocuparían la posición inferior derecha. Para el caso de los FN, estos ocuparían la posición superior derecha y los FP la posición inferior izquierda. Encontramos en esta matriz que sobre todas las imágenes de fondo, la red clasifica correctamente el 92 % (VN), mientras que para las imágenes de señal, la red tan solo clasifica correctamente el 69 % (VP), con una exactitud total de la red en torno al 82 %. El escenario ideal se encontraría cuando tanto FN como FP fuesen nulos.

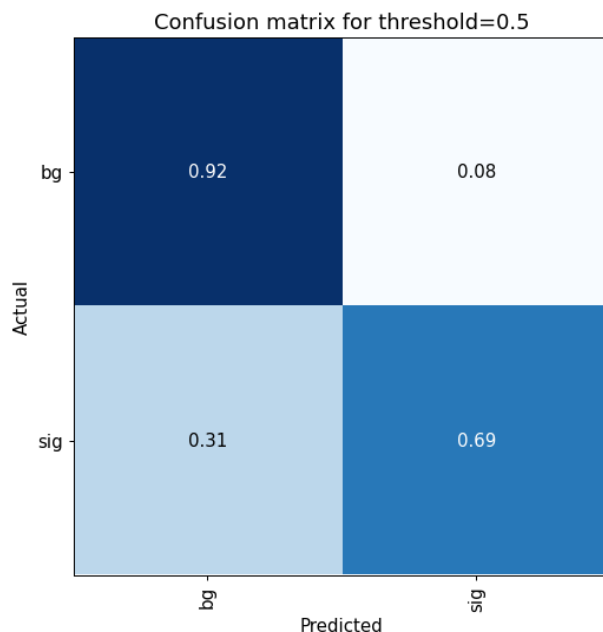


Figura 7: Matriz de confusión para la validación de la red con un threshold de 0.5. Las filas representan los valores reales y las columnas los valores predichos por la red.

Ya que con la exactitud de la red no tenemos suficiente información sobre la calidad de nuestro modelo, vamos a calcular algunas métricas a partir de la matriz de confusión. Las métricas con las que vamos a trabajar son: la exactitud, la precisión, la sensibilidad y la especificidad.

La exactitud nos muestra la cantidad de predicciones positivas que fueron correctas, siendo este valor el obtenido anteriormente por la red de 82 %, valor aceptable pero lejano al de un buen algoritmo de clasificación. La precisión es el porcentaje de casos positivos reales detectados, es decir, de entre todos los positivos detectados, cuáles fueron verdaderos positivos. La precisión de nuestra red es de 90 % lo que nos indica que aunque nuestra red detecte una cantidad modesta

de señales gravitatorias, cuando detecta una, esta predicción es muy fiable. La sensibilidad es la proporción de casos positivos que fueron correctamente identificados por el algoritmo, es decir, el número de señales gravitatorias que fueron correctamente predichas por la red. Para nuestra red obtenemos una sensibilidad del 69 %, siendo la métrica con el menor valor de todas las calculadas. Finalmente, la especificidad muestra los casos negativos que el algoritmo ha clasificado correctamente, de modo que nuestra red tendrá una especificidad del 92 %.

Bajo estas métricas, la red predice muy acertadamente las imágenes de fondo, pero deja que desear a la hora de encontrar señales gravitatorias. Esto puede deberse a que la relación señal-ruido de las señales gravitatorias empleadas es bajo, de modo que no se distinguen correctamente del fondo. Esta posibilidad la comprobaremos en el siguiente apartado, haciendo una inferencia con grupos de imágenes divididos en rangos de SNR, obteniendo una muestra estadística mayor de las métricas anteriores.

4.2 Inferencia según SNR

Un estudio más preciso de la eficiencia de nuestra red es posible distribuyendo nuestro catálogo de señales gravitatorias en función de la relación señal-ruido. A partir de una inferencia de 1500 imágenes en grupos diferenciados por cinco unidades de SNR, se ha obtenido la curva de aciertos de la Figura 8. En esta se muestra claramente una relación entre el porcentaje de aciertos de la red para detectar señales y el SNR de la onda gravitatoria. A partir de estos datos podemos calcular todas las métricas anteriores en función de la SNR para observar su variación. Estos valores se muestran en la Tabla 2.

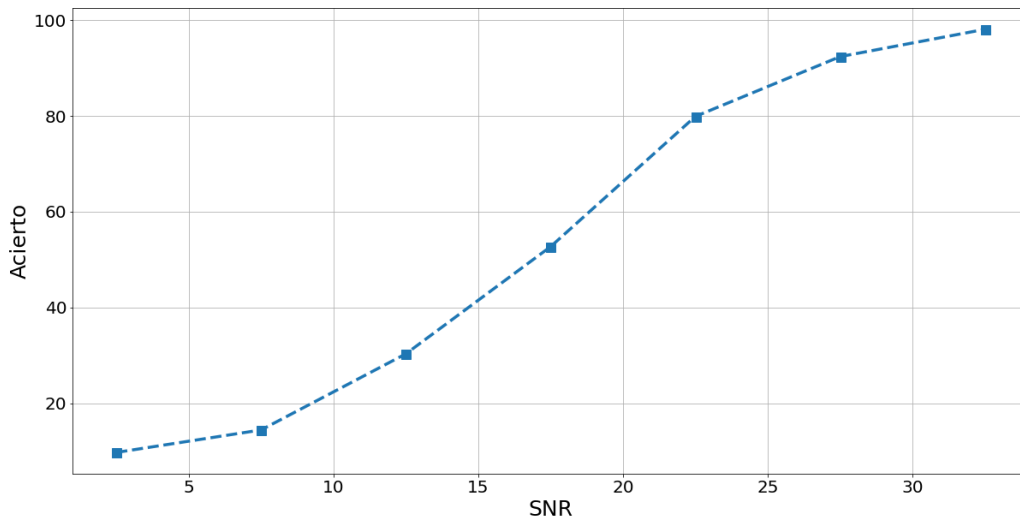


Figura 8: Porcentaje de aciertos de nuestra red neuronal en función de la SNR para una inferencia de 1500 imágenes.

Para SNR pequeñas, se puede observar que los resultados de nuestra CNN son inaceptables. Para SNR de 0 a 10, la red tan solo tiene un porcentaje de aciertos en torno al 10 %. Tanto la exactitud como la precisión obtenidos son en torno al 50 % porque para su cálculo, como se ha explicado anteriormente, se utiliza también el porcentaje de aciertos de las señales de fondo. Por otro lado, para SNR altas (a partir de 20), el porcentaje de aciertos se dispara, obteniendo

para $\text{SNR} > 30$ un porcentaje de aciertos cercano al 100 %, con la exactitud de la red y la precisión superiores al 90 %. Esto nos muestra que para señales intensas, nuestra red neuronal es sorprendentemente buena, evidenciando que lo que disminuye la eficiencia de nuestra red son aquellas señales poco intensas, cosa que discutiremos posteriormente.

SNR	Exactitud	Precisión	Sensibilidad
0-5	50.9	54.8	9.7
5-10	53.2	64.3	14.4
10-15	61.2	79.1	30.3
15-20	72.4	86.8	52.7
20-25	86.0	90.9	79.9
25-30	92.2	92.0	92.4
>30	95.1	92.5	98.1

Tabla 2: Resultado de las métricas para la inferencia de 1500 imágenes de nuestra red neuronal según su SNR. Como la especificidad tan solo depende de las detecciones del fondo no se ha añadido en esta tabla.

4.3 Inferencia según distancia

Aunque nuestra red haya estado entrenada a una distancia fija de 20 kpc, para una posible detección de una CCSN esta podría encontrarse en cualquier parte de nuestra galaxia, de modo que es necesario un estudio de la eficiencia de nuestra red en función de la distancia a la que se encuentre la fuente de radiación gravitatoria. Para realizar este análisis creamos un banco de 4000 imágenes con distancias entre 5 kpc y 40 kpc, obteniendo los resultados que se muestran en la Figura 9.

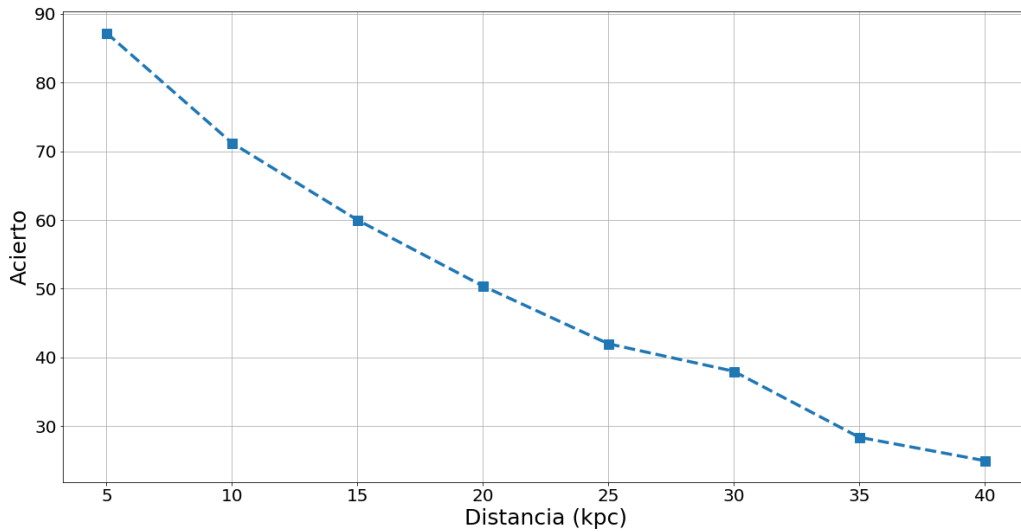


Figura 9: Porcentaje de aciertos de nuestra red neuronal en función de la distancia a la fuente para una inferencia de 4000 imágenes.

Aunque la red haya estado entrenada para la detección de una onda gravitatoria generada a una distancia de 20 kpc, puede también utilizarse para inferir señales gravitatorias a distintas

distancias. En la figura observamos, como cabía esperar, que a menores distancias a la fuente, el porcentaje de aciertos de nuestra red es mayor, y este decrece a medida que la fuente está más alejada. Puede apreciarse una discrepancia para una distancia a la fuente de 20 kpc respecto al valor obtenido anteriormente en la validación. Esto se debe a que a la hora de generar imágenes para el entrenamiento, se han eliminado aquellas con $\text{SNR} < 5$, como se ha mencionado anteriormente, condición que no aplicamos en la inferencia.

Llegados a este punto, puede intuirse una clara relación entre la SNR media de la fuente y la distancia a esta, ya que en el apartado anterior se ha obtenido un mayor porcentaje de aciertos cuanto mayor es la SNR y en este apartado se ha obtenido un mayor porcentaje de aciertos cuanto menor es la distancia a la fuente. En la Figura 10 mostramos la dependencia de la SNR media para la inferencia de las 4000 imágenes anteriores en función de la distancia. Esta figura indica una disminución exponencial del SNR a medida que aumenta la distancia.

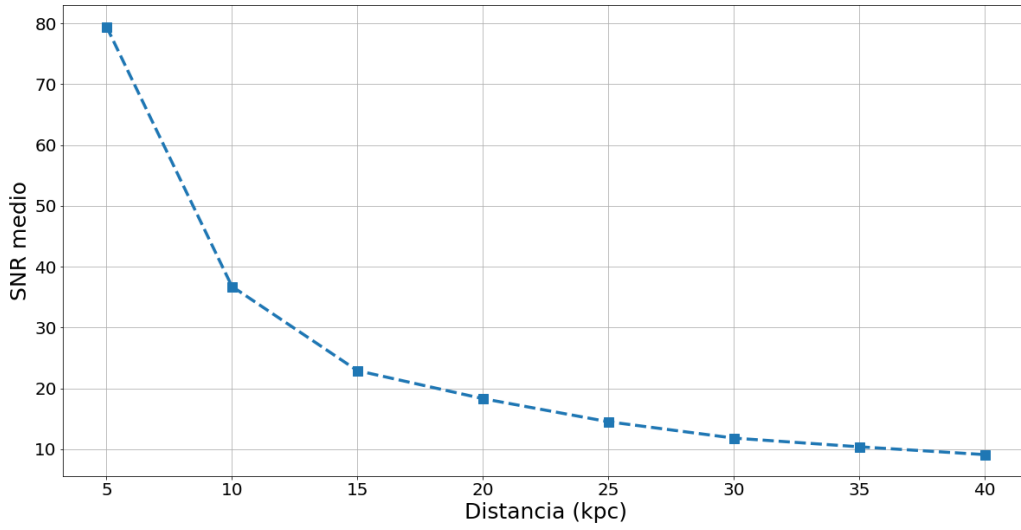


Figura 10: SNR medio en función de la distancia de la fuente para una inferencia de 4000 imágenes.

Así, la probabilidad de detección de una onda gravitatoria procedente de una CCSN depende de su SNR, que a su vez depende de la distancia a la fuente y de la velocidad de rotación de la estrella colapsante, entre otros muchos parámetros.

4.4 Discusión

Tras el estudio de los resultados de la validación, existe un buen porcentaje de acierto para el caso de las imágenes procedentes al fondo de los detectores (92 %). Sin embargo, el porcentaje de aciertos de nuestra red a la hora de clasificar las imágenes de señales no es tan satisfactorio (69 %). De este modo hemos descompuesto las imágenes donde había señal gravitatoria en función de la relación que tenía la intensidad de estas con la intensidad del fondo (SNR). Hemos obtenido que las SNR bajas eran las que hacen que el porcentaje de aciertos de la red fuese pequeños. Como muestra la Figura 11, para un SNR de 1.65, casi no se puede observar la diferencia entre un espectrograma de solo ruido y un espectrograma de ruido al que se le ha

inyectado una señal gravitatoria. Esto justifica la eliminación de casos con SNR inferior a un cierto valor umbral para el entrenamiento de la red. Esto nos proporciona la mínima SNR de una onda gravitatoria de nuestro catálogo de CCSN para poder ser detectable en los datos de los detectores actuales a partir de técnicas de *Deep Learning*.

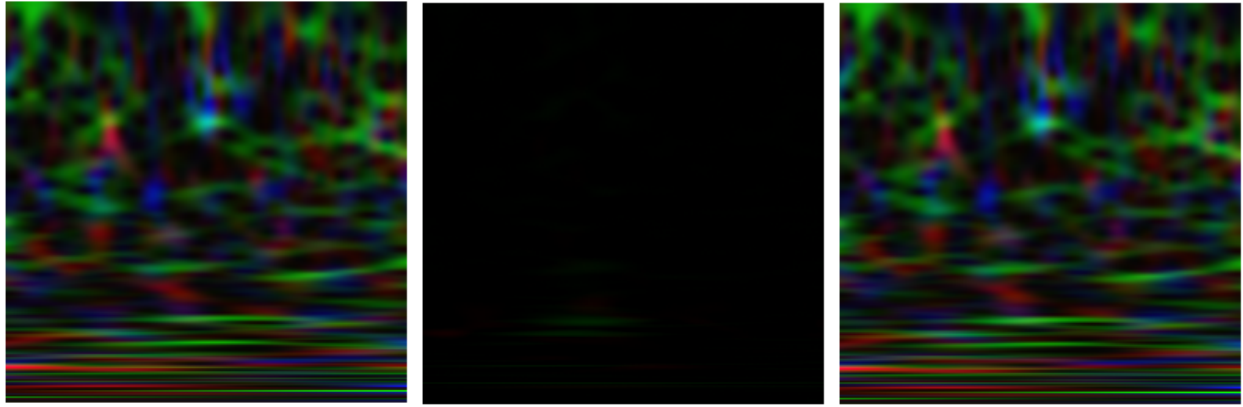


Figura 11: (Izquierda) Imagen de ruido del detector. (Centro) Diferencia entre la imagen izquierda y la imagen derecha. (Derecha) Misma imagen de fondo de la izquierda a la que se le ha inyectado una GW con un SNR de 1.65.

Al haber empleado en este estudio datos correspondientes al periodo de observación O2, el ruido utilizado es mayor que en observaciones futuras (ya que en cada periodo de observación se mejoran los detectores considerablemente). Por tanto, si disminuye la intensidad del ruido para las mismas intensidades de las ondas gravitatorias analizadas en este estudio, estas van a tener una SNR mucho mayor, de modo que el SNR medio se desplazará a valores más altos. Así, los porcentajes de aciertos aumentarían, mejorando la viabilidad de este tipo de modelos de DL para la clasificación e inferencia del tipo de fuentes analizadas. Un razonamiento análogo se podría aplicar para la clasificación de ondas gravitatorias procedentes de BBH o BNS mediante técnicas de machine learning similares [13].

La diferencia de SNR también se ha observado en los detectores. Al tener el detector Virgo una sensibilidad casi un orden de magnitud inferior al detector Hanford de LIGO, que a su vez tiene una peor sensibilidad que el detector Livingston de LIGO, se ha observado que casi ninguna de las señales generadas a una distancia de 20 kpc aparece en el espectrograma del detector Virgo a simple vista. A su vez, la señal siempre es más intensa en Livingston que en Hanford, llegando incluso algunas imágenes a desaparecer de la vista en Hanford. Esto se puede observar en la Figura 4. Cabe la duda de si casi que no aparece ninguna señal en Virgo, este detector tan solo aumenta el ruido en la imagen, pero la SNR media de la red total va como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las SNRs individuales, por lo que Virgo siempre aumenta la señal de la red. Además, hay distintas posiciones en el cielo que los detectores LIGO no observarían ninguna deformación, de modo que es necesario un tercer detector en un lugar distinto.

5 Conclusiones

El propósito de este Trabajo de Fin de Grado ha sido adquirir una base sólida en la astronomía de ondas gravitatorias, así como una introducción al tratamiento de datos reales procedentes de las observaciones para encontrar patrones de radiación gravitatoria a partir de técnicas de *Deep Learning*. Para ello ha sido necesario empezar con un formalismo teórico sobre ondas gravitatorias, analizando su significado físico como sus fuentes. Además, como el conocimiento teórico debe estar siempre acompañado por el experimento, entender el funcionamiento de los detectores ha sido imprescindible para el posterior trabajo con datos reales. Al mismo tiempo, una explicación teórica sobre los conceptos fundamentales del *Deep Learning*, en el que se han incluido distintos tipos de redes neuronales artificiales como son las redes neuronales convolucionales o las redes neuronales residuales, ha sido fundamental para entender los pilares básicos sobre los que se sustenta todo el posterior trabajo computacional. Con este fin, se han cumplido los tres primeros objetivos del trabajo.

Gracias a todo este contexto teórico, el siguiente paso ha sido generar un conjunto de imágenes para el posterior entrenamiento de la red neuronal, cumpliendo así el cuarto objetivo del trabajo. Este punto ha sido sin duda el que más potencia de cómputo ha exigido, ya que hubo que generar varias tandas de 10000 imágenes a medida que se iban eliminando errores en el código, costando cada una de ellas varios días en ejecutarse los códigos.

Alcanzado este punto, hemos puesto a prueba todos los conceptos anteriores para generar una red neuronal capaz de detectar señales gravitatorias procedentes de CCSN. Para ello, primero hubo que familiarizarse con las librerías de **Python** relevantes, cumpliendo de este modo el quinto objetivo. Una vez adquirido cierto control sobre estas herramientas, desarrollamos una red neuronal convolucional residual, entrenándola a partir del conjunto de imágenes creado anteriormente, completando el sexto y último de los objetivos para los que se planteó este trabajo.

Con una modesta cantidad de líneas de código y tiempos de entrenamiento inferiores a una hora de cálculo, se obtuvieron exactitudes superiores al 80 %, con un acierto del 92 % para las imágenes de fondo y del 69 % para imágenes a las que se les inyectó señal, mostrando una fuerte dependencia con el SNR. La red ha mostrado porcentajes de acierto cercanos al 10 % para SNR bajas (0-10), pero a medida que se aumenta, este porcentaje se incrementa hasta superar el 90 % de aciertos ($\text{SNR} > 25$). Resultados muy satisfactorias, pero lejanos al de un buen algoritmo de clasificación. Posibles mejoras estarían en la generación de un conjunto de imágenes mucho más amplio, eliminando aquellas imágenes cuyo SNR con ruido real sea muy bajo, para no confundir a la red con señales de pocos píxeles.

Una potencial aplicación de esta red podría estar en la posible detección de una CCSN dentro de nuestra galaxia. Para ello, con los datos reales de futuros periodos de observación, se generarían imágenes en bloques de 4096 ms y se pasarían por la red ya entrenada para su clasificación. De todos modos, lejos de ser viable esta aplicación por tratarse de un modelo simplificado, este podría servir como un primer pilar en el que apoyarse futuros modelos profesionales.

Conclusions

The purpose of this project was to acquire a solid basis in gravitational wave astronomy, as well as an introduction to the processing of real observational data to find gravitational radiation patterns in the data using Deep Learning techniques. For this purpose, it has been necessary to start with a theoretical formalism on gravitational waves, thus clarifying both their physical meaning and their sources. Moreover, as physical knowledge must always be accompanied by experiment, understanding how the detectors work has been essential for the subsequent work with real data. At the same time, a theoretical explanation of the fundamental concepts of Deep Learning, in which different types of artificial neural networks such as convolutional neural networks or residual neural networks have been included, has been fundamental to understand the basic pillars on which all the subsequent computational work is based. To this end, the first three objectives of the work have been met.

Thanks to all this theoretical context, the next step has been to generate a set of images for the subsequent training of the neural network, thus fulfilling the fourth objective of the work. This point was undoubtedly the one that required the most computational power, since it was necessary to generate several batches of 10000 images as errors were found in the code, each of them taking several days to execute the codes.

At this point, we tested all the above concepts to generate a neural network capable of detecting gravitational signals from CCSN. To do this, we first had to become familiar with all the `Python` libraries, thus fulfilling the fifth objective. Once we had acquired some control over these tools, we developed a residual convolutional neural network, training it from the set of images created earlier, completing the sixth and last of the objectives for which this work was intended.

With a modest number of lines of code and training times of less than an hour, accuracies of better than 80 % were achieved, with a hit of 92 % for background images and 69 % for signal-injected images, showing a strong dependence on SNR. The network shows hit percentages close to 10 % for low SNR (0-10), but as it increases, this percentage increases to over 90 % hits (> 25). Very satisfactory results, but far from that of a good classification algorithm. Possible improvements would be in the generation of a much larger set of images, eliminating those images whose SNR with real noise is very low, so as not to confuse the network with signals of few pixels.

A potential application of this network could be in the possible detection of a CCSN within our galaxy. To do this, with real data from future observing periods, images would be generated in 4096 ms blocks and passed through the network already trained for classification. In any case, far from this application being viable because it is a simplified model, it could serve as a first pillar on which future professional models could be based.

Referencias

- [1] José Antonio Font Roda. *Apuntes en Relatividad y Cosmología*. 2021.
- [2] B. P. Abbot et al. *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*. En: Physical Review Letters, 116(6 febrero 2016). DOI: 10.1103/physrevlett.116.061102. URL: <https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.116.061102>.
- [3] B. P. Abbot et al. *GWTC-1: A Gravitational-Wave Transient Catalog of Compact Binary Mergers Observed by LIGO and Virgo during the First and Second Observing Runs*. En: Physical Review X, 9 (4 septiembre 2019). DOI: 10.1103/physrevx.9.031040. URL: <https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.9.031040>.
- [4] B. P. Abbot et al. *GWTC-2: Compact Binary Coalescences Observed by LIGO and Virgo During the First Half of the Third Observing Run*. En: Physical Review X, 11 (9 junio 2021). DOI: 10.1103/PhysRevX.11.021053. URL: <https://journals.aps.org/prx/abstract/10.1103/PhysRevX.11.021053>.
- [5] Richers, S., Ott, C., Abdikamalov, E., O'Connor, E., & Sullivan, C. *Equation of State Effects on Gravitational Waves from Rotating Core Collapse*. En: Physical Review D, 95 (29 marzo 2017). DOI: 10.1103/PhysRevD.95.063019. URL: <https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.95.063019>.
- [6] Lovelock, D. (1971). *The Einstein Tensor and Its Generalizations*. Journal Of Mathematical Physics, 12 (1971). DOI: 10.1063/1.1665613.
- [7] Bernard F. Schutz *A First Course in General Relativity*. Cambridge university press, 2009.
- [8] Janka, H. *Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae*. En: Annual Review Of Nuclear And Particle Science, 62 (november 2012). DOI: 10.1146/annurev-nucl-102711-094901. URL: <https://www.annualreviews.org/doi/10.1146/annurev-nucl-102711-094901>.
- [9] The Virgo Collaboration. *Advanced Virgo Baseline Design*. Note VIR-027A-09 (16 mayo 2009). URL: https://tds.virgo-gw.eu/?call_file=VIR-0027A-09.pdf
- [10] Goodfellow, I., Bengio, Y., & Courville, A. *Deep learning*. En: MIT Press (2016). URL: <http://www.deeplearningbook.org>.
- [11] Kaiming He, Xiangyu Zhang, Shaoqing Ren, Jian Sun. *Deep Residual Learning for Image Recognition*. (10 diciembre 2015). URL: <https://arxiv.org/abs/1512.03385>.
- [12] Howard, J., Gugger, S., & Chintala, S. *Deep learning for coders with fastai and PyTorch*. Sebastopol, California: O'Reilly Media, Inc (2020).
- [13] João D. Álvares, José A. Font et Al. *Exploring gravitational-wave detection and parameter inference using Deep Learning methods*. (20 noviembre 2020). URL: <https://arxiv.org/abs/2011.10425>.