

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ
ИНСТИТУТ НЕФТЕГАЗОВОЙ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ
ИМ. А.А. ТРОФИМУКА
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

На правах рукописи

ДУГАРОВ ГЭСЭР АЛЕКСАНДРОВИЧ

**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ СРЕД
С ОРИЕНТИРОВАННЫМИ ТРЕЩИНАМИ В МОДЕЛИ
ЛИНЕЙНОГО ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЯ ПО ДАННЫМ
ОБ АНИЗОТРОПИИ СКОРОСТЕЙ И ПОГЛОЩЕНИЯ
СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН**

25.00.10 — Геофизика, геофизические методы
поисков полезных ископаемых

ДИССЕРТАЦИЯ
на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.г.-м.н. Оболенцева Ирина Романовна

Новосибирск
2013

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ С ОРИЕНТИРОВАННОЙ ТРЕЩИНОВАТОСТЬЮ: КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ; ОСНОВЫ ТЕОРИИ . . .	9
1.1 Эффективные — анизотропные — модели сред с ориентированной трещиноватостью	9
1.2 Описание поглощающей анизотропной среды на основе понятия комплексной «скорости»	15
1.3 Основные положения теории распространения сейсмических волн в анизотропной поглощающей среде, описываемой моделью линейного проскальзывания	18
ГЛАВА 2. АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТЕЙ И ПОГЛОЩЕНИЯ В ТРАНСВЕРСАЛЬНО–ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ	28
2.1 Анализ зависимостей анизотропии скоростей и поглощения от параметров, характеризующих трещины и изотропную породу .	28
2.1.1 Результаты численного моделирования	29
2.1.2 Анализ анизотропии скоростей	35
2.1.3 Анализ анизотропии поглощения	37
2.1.4 Влияние параметра γ на анизотропию скоростей и поглощения волн qP , qSV	41
2.1.5 Выводы	43
2.2 Оценка параметров трещиноватости по данным об анизотропии скоростей и поглощения волн qP , qSV и SH (обратная задача)	44
2.2.1 Постановка задачи	44
2.2.2 Вид целевой функции в зависимости от параметров трещиноватости	46
2.2.3 Алгоритмы оптимизации	50
2.2.4 Численное исследование решения	52
2.3 Оценка параметров трещиноватости в случае азимутальной анизотропии	60

ГЛАВА 3. АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТЕЙ И ПОГЛОЩЕНИЯ В ОРТОРОМБИЧЕСКОЙ СРЕДЕ	68
3.1 Модели $1fr$, $1fr + VTI$, $2fr$	68
3.1.1 Выбор параметров моделей	68
3.1.2 Фазовые скорости и поглощение	73
3.2 Неоднозначность волновых поверхностей квазиперечных волн	78
3.2.1 Формулы для нахождения акустических осей	79
3.2.2 Акустические оси в средах $1fr$, $1fr + VTI$, $2fr$	81
3.2.3 Явление внутренней конической рефракции	85
3.2.4 Нарушение условия регулярности волновых поверхностей квазиперечных волн	89
3.2.5 Волновые поверхности в плоскостях симметрии среды . .	91
3.3 Оценка параметров трещиноватости по данным об анизотропии скоростей и поглощения волн qP , qS_1 и qS_2 (обратная задача) . .	95
3.3.1 Решение обратной задачи для сред $1fr$ и $1fr+VTI$ (VTI с одинаковыми тонкими слоями)	95
3.3.2 Решение обратной задачи для сред $1fr$ и $2fr$	101
3.3.3 Решение обратной задачи для сред $1fr + VTI$ (VTI с разными тонкими слоями)	103
ГЛАВА 4. ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ОСЛАБЛЕННОСТЕЙ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ . .	111
4.1 Характеристика экспериментальных данных	111
4.2 Определение параметров вмещающей среды	113
4.3 Определение параметров системы вертикальных трещин	118
4.3.1 Определение действительных частей ослабленностей по данным анизотропии скоростей	118
4.3.2 Определение мнимых частей ослабленностей по данным анизотропии поглощения	128
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	135
ЛИТЕРАТУРА	138

ВВЕДЕНИЕ

Объект исследования — анизотропия скоростей и поглощения в средах с ориентированной трещиноватостью, описываемых моделью линейного проскальзывания.

Предмет исследования — функциональные зависимости между эффективными параметрами трещиноватости — комплексными ослабленностями, нормальной и касательной, — и характеристиками анизотропии скоростей и поглощения сейсмических волн в средах трансверсально–изотропной и орторомбической симметрии; алгоритмы решения обратной задачи по определению эффективных параметров трещиноватости.

Актуальность темы и направленность исследования.

В середине 1980-х годов в мировом сообществе геофизиков произошел коренной переворот во взглядах на роль анизотропии упругих свойств горных пород в формировании сейсмических волновых полей, регистрируемых при наблюдениях 3D–3С. Выяснилось, что важнейшим фактором, влияющим на наблюдаемые волновые поля, является азимутальная анизотропия. Она возникает вследствие наличия в среде трещин, которые выравниваются в ориентированные системы благодаря действию неравномерно распределенных в земной коре горизонтальных напряжений. Ось симметрии системы вертикальных трещин оказывается ориентированной по нормали к плоскостям трещин, т.е. по горизонтальному направлению определенного азимута, отчего обнаруженная анизотропия была названа азимутальной. Первое время для нахождения вертикальных трещин и определения их параметров использовали свойства анизотропии скоростей. Последние пять — десять лет внимание геофизиков привлечено к анизотропии поглощения, которая, как это следовало из теории, должна быть на порядок сильнее анизотропии скоростей. Лабораторные эксперименты и полевые наблюдения, пока выполненные в небольших объемах, подтвердили этот факт. Настоящая работа, посвященная использованию обоих атрибутов: анизотропии скоростей и анизотропии поглощения — для выявления трещиноватых коллекторов и нахождения их характеристик, открывает новые возможности решения одной из актуальных задач нефтяной разведочной геофизики.

Цель работы — повышение достоверности оценки эффективных параметров трещиноватых пород–коллекторов путем использования данных по анизотропии скоростей и поглощения квазипротодольной и двух квазипоперечных волн в модели линейного проскальзывания.

Задача исследований — разработать алгоритмы определения эффективных параметров трещиноватости на основе анализа анизотропии скоростей и поглощения квазипротодольных и квазипоперечных волн в средах с ориентированными трещинами, описываемых моделью линейного проскальзывания.

Основные этапы исследования.

1. Обоснование выбора модели линейного проскальзывания для математического описания анизотропии поглощения совместно с анизотропией скоростей в средах с ориентированными трещинами.
2. Анализ зависимости анизотропии скоростей и поглощения в трансверсально–изотропной и орторомбической средах от эффективных параметров трещиноватости и вмещающей среды.
3. Решение обратной задачи и его программная реализация для сред трансверсально–изотропной и орторомбической симметрии, состоящее в определении эффективных параметров трещиноватости по анизотропии скоростей и поглощения волн трех типов; программная реализация решения.
4. Применение разработанных алгоритмов определения эффективных параметров трещиноватости к данным многоволнового вертикального сейсмического профилирования (ВСП) на Пеляткинской площади в Западной Сибири.

Защищаемые научные результаты.

1. Алгоритмы решения обратной задачи по оценке комплексных ослабленностей — эффективных параметров трещиноватости в модели линейного проскальзывания, — которые реализованы программно с использованием системы компьютерной математики Wolfram Mathematica 8.

2. Рекомендации:

- использовать модель линейного проскальзывания с комплексной матрицей констант упругости–поглощения как наиболее универсальную эффективную модель для математического описания анизотропии скоростей и поглощения в трещиноватых средах на макроуровне, ввиду возможности перехода к той или иной физической модели с конкретными характеристиками трещиноватости, такими как, например, плотность трещин, тип флюида.
- использовать модель орторомбической системы симметрии, в которой учитывается тонкая слоистость вмещающей среды, для проведения более достоверной оценки эффективных параметров системы вертикальных трещин по экспериментальным данным по сравнению с использованием модели трансверсально–изотропной среды, в которой вмещающая среда считается изотропной.

Новизна результатов и личный вклад.

1. Разработаны оптимизационные алгоритмы решения обратной задачи по оценке комплексных ослабленностей в средах трансверсально–изотропной и орторомбической симметрии на основе совместного анализа зависимостей скоростей и поглощения квазипродольной и двух квазипоперечных волн от эффективных параметров модели линейного проскальзывания.
2. Путем численного моделирования установлено, что нахождение эффективных параметров системы вертикальных трещин в трансверсально–изотропной модели среды может привести к ошибкам в определении ослабленностей по реальным данным, поэтому надо использовать модель орторомбической симметрии — эффективную модель среды с вертикальными трещинами в тонкослоистой среде.

Достоверность полученных результатов подтверждена процедурами верификации разработанного комплекса алгоритмов и программ на синтетических входных данных, рассчитанных как путем точного решения

прямой задачи, так и по приближенным формулам. Кроме того проверена устойчивость решения по отношению к случайным помехам того же порядка, что и в данных полевых наблюдений методами ВСП и отраженных волн.

Фактический материал и методы исследования.

Исследование распространения сейсмических волн в средах с ориентированными системами трещин выполнено путем анализа решения прямой задачи, т.е. собственных значений тензора Кристоффеля для комплексной матрицы констант упругости–поглощения, соответствующей модели линейного проскальзывания, описывающей трещины. Решение обратной задачи получено оптимизационными методами (методами Левенберга–Марквардта и внутренней точки) на основе исследования целевой функции для различных вариантов ее задания. Программная реализация решения обратной задачи, включающая выбор подходящих алгоритмов минимизации целевой функции, выполнена с использованием системы компьютерной математики Wolfram Mathematica 8. Работоспособность построенных алгоритмов и программ проверена путем применения их к полевым данным многоволнового ВСП на Пелятинской площади в Западной Сибири.

Значимость работы.

Ориентированность трещин в осадочных породах создает новые возможности их обнаружения, поскольку возникающая анизотропия скоростей и поглощения непосредственно связана с направлением трещиноватости пород и ее характеристиками. Определение направления трещиноватости необходимо как для поиска пород–коллекторов, так и для правильного планирования эксплуатации месторождения, а знание параметров трещиноватости позволяет проводить более корректный подсчет запасов углеводородов. Выполненное исследование и созданные на его основе алгоритмы и программы вносят вклад в развитие программно–алгоритмических средств решения задач поиска трещиноватых коллекторов и определения эффективных параметров трещиноватости. Важен вывод о необходимости применения модели орторомбической симметрии вместо широко используемой трансверсально–изотропной модели. Указано новое направление будущей работы по совершенствованию теоретической модели среды с ориентированной трещиноватостью на основе учета трещинных поверхностных волн и связанных с ними эффектов.

Апробация работы.

Результаты работы обсуждались на семинарах ИНГГ СО РАН и докладывались на 9 конференциях: 5-я Сибирская международная конференция молодых ученых по наукам о Земле (Новосибирск, 2010); 81st, 83rd SEG International Exposition and Annual Meeting (San Antonio, 2011; Houston, 2013); VII, IX Международный научный конгресс «Интерэкспо ГЕО–Сибирь» (Новосибирск, 2011 и 2013); Конференция, посвященная 75–летию со дня рождения академика РАН С.В. Гольдина, «Гольдинские чтения» (Новосибирск, 2011); Всероссийская молодежная научная конференция с участием иностранных ученых, посвященная 100–летию академика А.А.Трофимука, «Трофимуковские чтения молодых ученых» (Новосибирск, 2011); IV Международная молодежная научная школа–конференция «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» (Новосибирск, 2012); Ежегодная международная конференция «Дни дифракции» (Санкт-Петербург, 2012).

Публикации.

По теме диссертации опубликовано 11 работ, из них 2 в ведущем периодическом издании из списка ВАК («Технологии сейсморазведки»), 9 в сборниках тезисов и материалах конференций.

Структура работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы (82 наименования). Работа изложена на 146 страницах, включая 63 рисунка и 8 таблиц.

Благодарности.

Автор выражает благодарность за всестороннюю поддержку научному руководителю д.г.-м.н. И.Р. Оболенцевой, а также за ценные советы и замечания к.т.н. С.Б. Горшаклеву, В.В. Карстену, д.т.н. Ю.И. Колесникову, д.ф.-м.н. В.А. Чеверде, д.ф.-м.н. Б.П. Сибирякову, д.г.-м.н. В.Д. Суворову и всем участникам обсуждения работы.

ГЛАВА 1. СЕЙСМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ С ОРИЕНТИРОВАННОЙ ТРЕЩИНОВАТОСТЬЮ: КРАТКИЙ ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ; ОСНОВЫ ТЕОРИИ

1.1 Эффективные — анизотропные — модели сред с ориентированной трещиноватостью

На протяжении последних 5–10 лет наблюдается повышенный интерес специалистов в области сейсмической разведки к использованию при поисках трещиноватых коллекторов нового атрибута — анизотропии поглощения. Анизотропия поглощения, равно как и анизотропия скоростей продольных и поперечных волн, возникает вследствие того, что трещиноватость в горных породах, как правило, является ориентированной в связи с неравномерным распределением напряжений в земной коре — как тектонических, так и возникающих при гидроразрыве пласта и других воздействиях на геологическую среду. Наличие трещин приводит к уменьшению скоростей распространения волн и увеличению поглощения их энергии, причем второй эффект намного сильнее первого. Анизотропия поглощения также намного сильнее анизотропии скоростей. Необходимое условие обнаружения анизотропии в сейсмических данных состоит в том, что используемые длины волн должны намного превышать расстояния между плоскостями трещин.

В настоящее время при нахождении параметров систем ориентированных трещин по данным об анизотропии скоростей отраженных волн используют три анизотропных аппроксимации сред с ориентированной трещиноватостью [Bakulin et al., 2000a–2000c]. Одна система параллельных трещин в изотропной среде описывается эффективной моделью трансверсально–изотропной среды [Bakulin et al., 2000a]. Две взаимно ортогональные системы параллельных трещин в изотропной среде или одна система параллельных трещин в трансверсально–изотропной среде, анизотропной вследствие горизонтальной тонкой слоистости, имеют длинноволновый эквивалент — модель среды

орторомбической системы симметрии [Bakulin et al., 2000b]. В российской литературе эту систему симметрии называют ромбической, см., например, [Федоров, 1965; Сиротин, Шаскольская, 1979]. В данной работе используется термин «орторомбическая» как более распространенный. Третья модель моноклинной системы симметрии аппроксимирует две системы параллельных взаимно не ортогональных трещин в изотропной среде или одну систему трещин с волнистыми поверхностями, также в изотропной среде [Bakulin et al., 2000c]. Наиболее простой и в то же время принципиально важной является модель трансверсально–изотропной среды. Эта модель позволяет наиболее наглядно выявить эффекты, связанные с наличием ориентированных трещин. Эти эффекты еще недостаточно хорошо изучены, и это затрудняет их использование на практике. Модель орторомбической системы симметрии, описывающая вертикальные трещины в среде с горизонтальными тонкими слоями, наиболее соответствует реальным средам, как будет показано в главе 3 диссертации.

Эффективные — анизотропные — модели трещиноватых сред построены рядом авторов на основе решения задачи о распространении упругих волн в среде, состоящей из одинаковых параллельных тонких слоев с нежесткими контактами на границах между слоями: напряжения непрерывны, а смещения терпят разрыв. Когда число слоев стремится к бесконечности, все отраженные волны исчезают и остаются только три проходящих волны — квазипродольная и две квазипоперечных, т.е. среда становится эквивалентной для длинных волн трансверсально–изотропной среде, характеризуемой четырьмя независимыми константами и имеющей ось симметрии бесконечного порядка, нормальную плоскостям слоев. Такая модель в геофизической литературе впервые предложена К.Д. Клем–Мусатовым и описана им с соавторами в статьях [Клем–Мусатов и др., 1973; Айзенберг и др., 1974]. В последующие годы аналогичные модели были представлены в публикациях [Schoenberg, 1980, 1983; Kitsunezaki, 1983; Pyrak-Nolte et al., 1990a, 1990b; Gu et al., 1996; Molotkov, Bakulin, 1997; Бакулин, Молотков, 1998].

Среди специалистов в области сейсмической разведки известность получила модель, которую предложил M. Schoenberg [Schoenberg, 1980, 1983]; он назвал ее моделью с линейным проскальзыванием, т.е. Linear Slip (LS)

model. Более точное краткое название этой модели — LSTI, т.е. Linear Slip Transversely Isotropic. Другие названия той же по сути модели — импедансная у К.Д. Клем-Мусатова [Клем-Мусатов и др., 1973; Айзенберг и др., 1974]; displacement discontinuity, т.е. с разрывом смещений, у L. Pyrak-Nolte et al. [Pyrak-Nolte et al., 1990a, 1990b]. В течение ряда лет после основополагающих публикаций 1980–го и 1983–го годов [Schoenberg, 1980, 1983] M. Schoenberg вместе с соавторами опубликовал ряд работ, посвященных различным аспектам предложенной им модели, что способствовало ее применению для решения исследовательских и практических задач.

Модели линейного проскальзывания для сред более низкой симметрии, чем орторомбическая, также рассматривались рядом авторов, например, в работе [Grechka et al., 2003].

Обобщение модели LSTI на поглощающие среды ($LSTI \rightarrow L\widetilde{STI}$) выполнено в работах [Чичинина и др., 2006; Chichinina et al., 2006, 2007, 2009a–2009c]. Публикации 2006 года [Чичинина и др., 2006; Chichinina et al., 2006] были инициированы сообщением [Dasgupta, Clark, 1998] об успешном обнаружении газовой залежи в Северном море по повышенному поглощению P -волн в соответствующем интервале глубин; залежь была найдена путем применения методики QVO, аналогичной известной методике AVO. В это же время появились публикации [Horne, MacBeth, 1997; Lynn, Beckham, 1998; MacBeth, 1999; Clark et al., 2001] об экспериментально наблюдаемой азимутальной зависимости поглощения P -волн по данным отраженных волн и ВСП. В связи с этим Т.И. Чичининой был предложен метод QVOA [Чичинина и др., 2006; Chichinina et al., 2006], аналог метода AVOA, основанный на линейной аппроксимации поглощения qP -волны в функции азимутального и полярного углов для нахождения двух параметров слоя с вертикальными трещинами: отношения $V_{S,iso}/V_{P,iso}$ в породе без трещин и азимутального угла плоскостей трещин. В последующих работах [Chichinina et al., 2007, 2009a–2009c] были представлены аппроксимационные формулы для фазовых скоростей и поглощения волн всех трех типов: qP , qSV и SH ; подтверждена на основе данных ультразвукового моделирования на пластинчатой модели [Гик, Бобров, 1996] применимость модели $L\widetilde{STI}$ к описанию поглощающей среды с системой параллельных трещин. Ранее подобную проверку, тоже на пластинчатой

модели, выполнили авторы [Hsu, Schoenberg, 1993], но только относительно скоростей, поскольку модель LSTI, предложенная в [Schoenberg, 1980, 1983], описывает анизотропию скоростей в упругой среде.

Анализ анизотропии скоростей и поглощения в модели $LST\tilde{I}$ и решение обратной задачи даны в работах [Дугаров и др., 2011а, 2011б; Obolentseva et al., 2011; Chichinina et al., 2013].

На макроуровне модель с линейным проскальзыванием эквивалентна модели, которую предложил Hudson [Hudson, 1980]: модели со множеством «пенниобразных» (в виде сплюснутых сфEROидов) трещин в изотропной вмещающей среде. Матрицы модулей упругости эффективных сред для обеих моделей имеют одинаковую структуру и становятся идентичными при определенных соотношениях между параметрами этих моделей, см., например, [Bakulin et al., 2000а].

Соотношения между ослабленностями и плотностью трещин e для сухих (газонасыщенных) трещин имеют вид [Bakulin et al., 2000а]:

$$\Delta_N = \frac{4e}{3\gamma^2(1 - \gamma^2)}, \quad (1.1)$$

$$\Delta_T = \frac{16e}{3(3 - 2\gamma^2)}, \quad (1.2)$$

где $\gamma = V_S/V_P$ — отношение скоростей продольных и поперечных волн в изотропной вмещающей среде, $e = \xi \cdot \langle a^3 \rangle$ — плотность трещин [Hudson, 1980], ξ — число трещин на единицу объема, a — большая полуось сфероидальной трещины, $\langle \rangle$ означает усреднение по объему.

Для трещин, заполненных флюидом,

$$\Delta_N = 0, \quad (1.3)$$

$$\Delta_T = \frac{16e}{3(3 - 2\gamma^2)}. \quad (1.4)$$

Соотношение

$$\frac{K_N}{K_T} = \gamma^2 \frac{\Delta_N(1 - \Delta_T)}{\Delta_T(1 - \Delta_N)} \quad (1.5)$$

может служить индикатором флюидонасыщенности, K_N, K_T — нормальная и касательная податливости системы параллельных плоских трещин. Из существующих экспериментов [Pyrak-Nolte, 1990а, 1990б; Hsu, Schoenberg, 1993],

как отметили авторы статьи [Bakulin et al., 2000a], следует близость этого соотношения единице для сухих трещин и близость нулю для трещин, заполненных флюидом.

Выражения (1.1)–(1.4) записаны для трещин, полностью заполненных флюидом или газом, и без учета перетекания флюида между трещинами и поровым пространством вмещающей среды (изолированные трещины). Thomsen модернизировал модель, которую предложил Hudson, для учета перетекания флюида и частичного заполнения им трещин [Thomsen, 1995]. Нормальная и касательная ослабленности в такой модели задаются следующими соотношениями [Bakulin et al., 2000a]:

$$\Delta_N = q \frac{4e}{3\gamma^2(1 - \gamma^2)}, \quad (1.6)$$

$$\Delta_T = \frac{16e}{3(3 - 2\gamma^2)}. \quad (1.7)$$

где q — коэффициент, не превышающий единицу. Таким образом, Δ_N для модели, которую предложил Thomsen, лежит между значением Δ_N для изолированных трещин, заполненных флюидом ($\Delta_N = 0$), и значением для изолированных газонасыщенных трещин (1.1). Точное выражение для q приводится в работе [Thomsen, 1995]:

$$q = \left(1 - \frac{k'}{\lambda + 2/3\mu}\right) D_{cp}, \quad (1.8)$$

где λ, μ — константы Ламе вмещающей изотропной среды, k' — модуль объемного сжатия заполняющего флюида ($\mu' = 0$), D_{cp} — так называемый флюидный фактор, необходимый для учета сообщения между трещинами и порами. Для низких частот, когда флюид имеет достаточно времени для перетекания из трещин в поры, D_{cp} задается соотношением [Thomsen, 1995]

$$D_{cp} = \left[1 - \frac{k'}{\lambda + 2/3\mu} + \frac{k'}{(\lambda + 2/3\mu)(\phi_c + \phi_p)} \left(\frac{3 - 2\gamma^2}{2\gamma^2} \phi_p + \frac{4(2 - 3\gamma^2)}{9(1 - \gamma^2)} \phi_c\right)\right]^{-1}, \quad (1.9)$$

где ϕ_p, ϕ_c — относительный объем, занимаемый порами и трещинами, соответственно.

Точный расчет коэффициента q требует знания значений дополнительных параметров, которые обычно неизвестны при решении обратных задач

по реальным данным. Тем не менее, по соотношению (1.7) для касательной ослабленности Δ_T возможно рассчитать плотность трещин e , а по соотношению (1.6) для нормальной ослабленности Δ_N получить представление о характере заполнения трещин.

В работе [Баюк, Рыжков, 2010] представлен метод определения формы и объемной концентрации пустот (субвертикальных трещин и хаотически ориентированных пор), участвующих в движении флюида, для карбонатных нефтенасыщенных коллекторов.

Модель LSTI была применена к средам с частотно-зависимым поглощением авторами публикаций [Carcione, 1992, 2007; Carcione et al., 2012a, 2012b]. Дисперсия скоростей и поглощения в трещиноватых пористых средах рассматривается в работах [Brajanovski et al., 2005; Gurevich et al., 2009; Carcione et al., 2013] и некоторых других, на которые есть ссылки в названных публикациях.

Частотная зависимость скоростей и поглощения хорошо проявляется на высоких частотах и при достаточно широком диапазоне их изменения. Поэтому большинство исследований дисперсии скоростей и поглощения выполнено для таких частот. Что касается сейсмических наблюдений, то условиям высокочастотности и достаточной ширины спектров регистрируемых колебаний удовлетворяют главным образом методы межскважинного просвечивания, акустического каротажа и ультразвуковых лабораторных измерений. Основные же сейсморазведочные методы — отраженных волн и ВСП — довольно низкочастотны, а диапазоны регистрируемых частот сравнительно невелики. Поэтому частотную зависимость скоростей и поглощения по данным этих методов обнаружить очень трудно, хотя в принципе возможно. В статье [Chapman, 2003] показано, что большие трещины, длина которых находится в пределах 10 см — 1 м и несколько больше, могут быть обнаружены в сейсморазведочном диапазоне частот. Они действительно были обнаружены по данным ВСП в интервале глубин, содержащих залежь [Maultzsch et al., 2003]. Для P-волн наблюдалось повышение поглощения в залежи (до $Q^{-1} \approx 0.05$) и его зависимость от азимута, а для двух S-волн, быстрой и медленной, была выявлена частотно-зависимая разность времен прихода.

Настоящая работа включает анализ анизотропии скоростей и погло-

щения волн qP , qSV и SH в среде $LST\widetilde{I}$. Анализ выполняется с целью создания теоретических основ для разработки программно–алгоритмического обеспечения обработки и интерпретации данных по анизотропии скоростей и поглощения сейсмических волн при поисках углеводородов в породах с ориентированной трещиноватостью.

Кроме среды трансверсально–изотропной симметрии, рассматривается более сложная модель орторомбической симметрии. Она более адекватно описывает реальные среды с ориентированной трещиноватостью, так как учитывает горизонтальную тонкую слоистость среды, вмещающей вертикальные трещины.

Распространение разработанных способов оценки параметров трещиноватости в модели $LST\widetilde{I}$ на частотно–зависимые данные по анизотропии скоростей и поглощения в сейсморазведочном диапазоне частот — дело будущего.

1.2 Описание поглощающей анизотропной среды на основе понятия комплексной «скорости»

Известно, что плоская гармоническая волна, распространяющаяся в упругой среде, анизотропной или изотропной, описывается следующим образом:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = A \mathbf{p}(\mathbf{n}) \exp \left[i\omega \left(t - \mathbf{n}\mathbf{r}/V(\mathbf{n}) \right) \right]. \quad (1.10)$$

Здесь \mathbf{u} — вектор смещения, зависящий от координат (\mathbf{r}) и времени t ; A — амплитуда; \mathbf{p} — единичный вектор поляризации; ω — круговая частота; \mathbf{n} — единичный вектор волновой нормали; V — фазовая скорость волны. В изотропной среде в отличие от анизотропной фазовая скорость V не зависит от направления волновой нормали \mathbf{n} , а направления векторов \mathbf{p} и \mathbf{n} совпадают для продольной (P) волны и взаимно ортогональны для поперечной (S).

В поглощающей среде вследствие диссипации энергии амплитуда волны убывает по мере ее распространения, и, согласно экспериментальным данным, уменьшение амплитуды с расстоянием l происходит по экспоненте: $\exp(-\beta l)$, где β — коэффициент поглощения, $l = \mathbf{n}\mathbf{r}$ — расстояние. Анализ

экспериментальных данных также показывает, что коэффициент поглощения β зависит от реологических свойств среды, проявляющихся как большая или меньшая способность к диссипации энергии, и от частоты, причем в узкой полосе частот, своей для каждого из методов (отраженных волн, ВСП, межскважинного просвечивания, акустического каротажа, ультразвуковых лабораторных измерений), зависимость коэффициента β от частоты можно считать линейной. Таким образом, $\beta = \omega d$, где множитель d характеризует реологические свойства среды, и тогда $\exp(-\beta l) = \exp(-\omega d n r)$. Учитывая эту зависимость, выражение (1.10) можно трансформировать, введя для поглощающей среды экспоненциальный множитель, описывающий уменьшение амплитуды с расстоянием:

$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = A \mathbf{p}(\mathbf{n}) \exp \left[-\omega \mathbf{n} \mathbf{r} d \right] \exp \left[i \omega \left(t - \mathbf{n} \mathbf{r} / V(\mathbf{n}) \right) \right]. \quad (1.11)$$

Сравним экспоненциальные множители в выражении (1.11) с экспоненциальными множителями в нижеследующем представлении плоской гармонической волны в поглощающей анизотропной среде:

$$\exp \left[i \omega \left(t - \frac{\mathbf{n} \mathbf{r}}{\tilde{V}(\mathbf{n})} \right) \right] = \exp \left[- \frac{\omega \mathbf{n} \mathbf{r} \operatorname{Im} \tilde{V}(\mathbf{n})}{|\tilde{V}(\mathbf{n})|^2} \right] \exp \left[i \omega \left(t - \frac{\mathbf{n} \mathbf{r} \operatorname{Re} \tilde{V}(\mathbf{n})}{|\tilde{V}(\mathbf{n})|^2} \right) \right], \quad (1.12)$$

где $\tilde{V}(\mathbf{n}) = \operatorname{Re} \tilde{V}(\mathbf{n}) + i \operatorname{Im} \tilde{V}(\mathbf{n})$ — комплексная скорость. Видно, что

$$d = \frac{\operatorname{Im} \tilde{V}}{|\tilde{V}|^2}, \quad V = \frac{|\tilde{V}|^2}{\operatorname{Re} \tilde{V}}. \quad (1.13)$$

Связь параметра d с другими параметрами, используемыми для описания поглощения, можно установить, сопоставляя выражение для d в (1.13) с определениями β — коэффициента поглощения, ϑ — логарифмического декремента поглощения и Q^{-1} — обратной величины добротности Q :

$$\beta = \frac{\omega \operatorname{Im} \tilde{V}}{|\tilde{V}|^2}, \quad \vartheta = 2\pi \frac{\operatorname{Im} \tilde{V}}{\operatorname{Re} \tilde{V}}, \quad Q^{-1} = \frac{\operatorname{Im} (\tilde{V}^2)}{\operatorname{Re} (\tilde{V}^2)}. \quad (1.14)$$

Коэффициент поглощения β , величина размерности L^{-1} , характеризует убывание амплитуды волны на единицу длины пути. Логарифмический декремент поглощения ϑ , безразмерная величина, характеризует убывание амплитуды на пути, равном длине волны: $\vartheta = \beta \lambda$, где $\lambda = (|\tilde{V}|^2 / \operatorname{Re} \tilde{V})(2\pi / \omega)$.

Параметр Q^{-1} так же, как и ϑ , является безразмерной характеристикой поглощения. Он определяется как отношение плотности энергии, рассеянной в течение периода колебаний, к максимальной энергии, запасенной в этом периоде, т.е., как и ϑ , при распространении волны на расстояние λ . В текущей иностранной литературе его называют для краткости просто поглощением. В данной работе используется параметр Q^{-1} .

В равенствах (1.14) параметр Q^{-1} выражен через \tilde{V}^2 . Используя равенство $\tilde{V}^2 = (\operatorname{Re} \tilde{V})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V})^2 + 2i \operatorname{Re} \tilde{V} \operatorname{Im} \tilde{V}$, можем перейти от \tilde{V}^2 к \tilde{V} , и тогда получим

$$Q^{-1} = \frac{2 \operatorname{Im} \tilde{V} / \operatorname{Re} \tilde{V}}{1 - (\operatorname{Im} \tilde{V} / \operatorname{Re} \tilde{V})^2}, \quad (1.15)$$

или, если $\operatorname{Im} \tilde{V} / \operatorname{Re} \tilde{V} \ll 1$, то

$$Q^{-1} \approx \frac{2 \operatorname{Im} \tilde{V}}{\operatorname{Re} \tilde{V}}. \quad (1.16)$$

Сравнивая приближенное выражение (1.16) для поглощения Q^{-1} с выражением в (1.14) для логарифмического декремента поглощения ϑ , видим, что

$$\vartheta \approx \pi Q^{-1}. \quad (1.17)$$

Связь Q^{-1} с коэффициентом поглощения β более сложная, чем с декрементом ϑ , так как только через Q^{-1} коэффициент β не выражается: в функцию связи входят также $\operatorname{Re} \tilde{V}$, $|\tilde{V}|^2$ в одном варианте и $\operatorname{Im} \tilde{V}$ — в другом. То же остается в силе и в случае, если $\operatorname{Im} \tilde{V} \ll \operatorname{Re} \tilde{V}$, но тогда выражение связи между β и Q^{-1} можно представить в компактном виде

$$\beta \approx \omega Q^{-1} / (2V), \quad (1.18)$$

привлекая $\operatorname{Re} \tilde{V}$, $|\tilde{V}|^2$ и вычисляя фазовую скорость V согласно выражению (1.13).

Заметим, что широко применяемый в настоящее время для определения величины Q^{-1} метод спектрального отношения (о нем, см., например, [Чичинина и др., 2006; Hackert, Parra, 2004]) основан на использовании выражения (1.18). Не надо забывать, что это выражение приближенное, т.е. справедливое при $\operatorname{Im} \tilde{V} \ll \operatorname{Re} \tilde{V}$, а в этом случае и скорость $V \approx \operatorname{Re} \tilde{V}$.

Более подробное описание понятия Q^{-1} можно найти в ряде работ, из которых назовем [Кристенсен, 1974; O'Connell, Budiansky, 1978; Johnston, Toksöz, 1981; Кондратьев, 1986; Уайт, 1986; Сейсморазведка: Справочник геофизика, 1990; Carcione, 2000, 2001]. Кроме того, поглощению посвящены многие оригинальные работы, на которые ссылаются авторы названных публикаций. В большинстве этих источников рассматривается поглощение в изотропной среде, но приведенные в них определения поглощения и выводы формул справедливы и для среды анизотропной, с соответствующей корректировкой.

1.3 Основные положения теории распространения сейсмических волн в анизотропной поглощающей среде, описываемой моделью линейного проскальзывания

В данном разделе приводятся те сведения из теории, которые используются при решении тех или иных задач в главах 2–4.

Матрица модулей упругости–поглощения.

В случае анизотропной упругой среды фазовые скорости $V_m(\mathbf{n})$, $m = qP, qS_1, qS_2$, находят, вычисляя собственные значения тензора Кристоффеля $C_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$, где \mathbf{C} — тензор модулей упругости, ρ — плотность среды. В случае анизотропной поглощающей среды фазовые скорости $V_m(\mathbf{n})$ станут комплексными, $V_m(\mathbf{n}) \rightarrow \tilde{V}_m(\mathbf{n})$, если тензор \mathbf{C} станет комплексным, т.е. перейдет в тензор модулей упругости–поглощения: $\mathbf{C} \rightarrow \tilde{\mathbf{C}}$.

Введем декартову систему координат $x_1x_2x_3$ с осью x_3 , перпендикулярной дневной поверхности x_1x_2 , и покажем, как выглядит тензор $\tilde{\mathbf{C}}$ в случае сред трансверсально–изотропной и орторомбической симметрии. Для модели трещиноватой среды LST \widetilde{T} в случае вертикальной оси симметрии бесконечного порядка (x_3) матрица модулей упругости–поглощения $\tilde{\mathbf{C}}$ имеет вид

[Chichinina et al., 2009b]

$$\tilde{\mathbf{C}}^{VTI} = \begin{pmatrix} M(1 - \xi^2 \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \xi \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1 - \xi \tilde{\Delta}_N) & M(1 - \xi^2 \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & M(1 - \tilde{\Delta}_N) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu(1 - \tilde{\Delta}_T) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1 - \tilde{\Delta}_T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

где λ, μ — константы Ламе среды без трещин, $M = \lambda + 2\mu$, $\xi = \lambda/M$; $\tilde{\Delta}_N$, $\tilde{\Delta}_T$ — нормальная (N) и касательная (T) ослабленности. Матрица $\tilde{\mathbf{C}}$ содержит четыре независимых параметра: два действительных (λ, μ) и два комплексных ($\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T$). Действительные и мнимые части комплексных ослабленностей $\tilde{\Delta}_N = \Delta_N - i\Delta_N^I$, $\tilde{\Delta}_T = \Delta_T - i\Delta_T^I$ подчиняются неравенствам

$$0 \leq \Delta_N^I \ll \Delta_N < 1, \quad 0 \leq \Delta_T^I \ll \Delta_T < 1. \quad (1.20)$$

Константы λ, μ считаем действительными для облегчения вычислительного процесса. Поскольку в изотропной среде поглощение волн продольной P и поперечной S не зависит от направления распространения ($Q_{P,iso}^{-1} = \text{const}$, $Q_{S,iso}^{-1} = \text{const}$), то для нахождения поглощения в изотропной среде с трещинами достаточно его просто добавить к вычисленному анизотропному поглощению волны qP , волны qSV и волны SH :

$$Q_m^{-1}(\mathbf{n}) = Q_{m,ani}^{-1}(\mathbf{n}) + Q_{k,iso}^{-1} \quad (1.21) \\ (m = qP, qSV, SH; \quad k = P, S, S).$$

Из матрицы $\tilde{\mathbf{C}}^{VTI}$ (1.19) поворотом системы координат легко получить матрицу модулей упругости–поглощения $\tilde{\mathbf{C}}^{HTI}$, которая соответствует одной системе вертикальных трещин в изотропной среде (обозначим эту среду через $1fr$). Поворот произведем так, чтобы ось x_1 была направлена вдоль оси

симметрии бесконечного порядка, тогда

$$\tilde{\mathbf{C}}^{1fr} = \begin{pmatrix} M(1 - \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & M(1 - \xi^2 \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \xi \tilde{\Delta}_N) & 0 & 0 & 0 \\ \lambda(1 - \tilde{\Delta}_N) & \lambda(1 - \xi \tilde{\Delta}_N) & M(1 - \xi^2 \tilde{\Delta}_N) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1 - \tilde{\Delta}_T) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mu(1 - \tilde{\Delta}_T) \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

Длинноволновым эквивалентом для одной системы вертикальных плоских трещин в тонкослоистой среде (среде VTI) является модель орторомбической среды, в которой одна из плоскостей симметрии совпадает с плоскостью трещин. В соответствии с теорией линейного проскальзывания эффективный тензор модулей податливости такой среды может быть получен добавлением избыточной податливости, вызванной трещинами, к податливости вмещающей среды. Обращение полученного тензора модулей податливости дает тензор модулей упругости модели орторомбической среды, образованной системой вертикальных плоских трещин в среде VTI (среда $1fr + VTI$).

Среда VTI — это тонкослоистая среда, причем тонкая слоистость может быть двух видов: первый — слои одинаковы, но отлагались в разных условиях осадконакопления, и второй — переслаивание разных пород.

В первом случае (слои одинаковые) среду VTI можно описать в рамках модели линейного проскальзывания. Если ось x_3 направлена вдоль оси симметрии среды VTI, а ось x_1 направлена перпендикулярно плоскостям системы вертикальных трещин, матрица модулей упругости–поглощения имеет вид

$$\tilde{\mathbf{C}}^{1fr+VTI} = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{22} & \tilde{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}_{13} & \tilde{C}_{23} & \tilde{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}_{66} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \tilde{\mathbf{C}}_1 & \mathbf{0} \\ \hline \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_2 \end{array} \right), \quad (1.23)$$

где

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \begin{pmatrix} \frac{M(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} \\ \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{M((1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N2})-4\xi^2\gamma^4\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\xi\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} \\ \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\xi\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{M(1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_2 = \begin{pmatrix} \mu(1-\tilde{\Delta}_{T2}) & 0 & 0 \\ 0 & \mu \frac{(1-\tilde{\Delta}_{T1})(1-\tilde{\Delta}_{T2})}{(1-\tilde{\Delta}_{T1}\tilde{\Delta}_{T2})} & 0 \\ 0 & 0 & \mu(1-\tilde{\Delta}_{T1}) \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

λ, μ — константы Ламе среды без трещин, $M = \lambda + 2\mu$, $\xi = \lambda/M$; $\tilde{\Delta}_{N1}$, $\tilde{\Delta}_{T1}$ — нормальная и касательная ослабленности вертикальной системы трещин, $\tilde{\Delta}_{N2}$, $\tilde{\Delta}_{T2}$ — нормальная и касательная ослабленности, описывающие горизонтальную тонкую слоистость.

Во втором случае (слои разные) среда VTI описывается пятью модулями упругости–поглощения \tilde{C}_{ijb} . Матрица модулей упругости–поглощения орторомбической среды также имеет вид (1.23), только

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{11b}(1-\tilde{\Delta}_N) & \tilde{C}_{12b}(1-\tilde{\Delta}_N) & \tilde{C}_{13b}(1-\tilde{\Delta}_N) \\ \tilde{C}_{12b}(1-\tilde{\Delta}_N) & \tilde{C}_{11b} \left(1 - \tilde{\Delta}_N \frac{\tilde{C}_{12b}^2}{\tilde{C}_{11b}^2}\right) & \tilde{C}_{13b} \left(1 - \tilde{\Delta}_N \frac{\tilde{C}_{12b}}{\tilde{C}_{11b}}\right) \\ \tilde{C}_{13b}(1-\tilde{\Delta}_N) & \tilde{C}_{13b} \left(1 - \tilde{\Delta}_N \frac{\tilde{C}_{12b}}{\tilde{C}_{11b}}\right) & \tilde{C}_{33b} \left(1 - \tilde{\Delta}_N \frac{\tilde{C}_{13b}^2}{\tilde{C}_{11b}\tilde{C}_{33b}}\right) \end{pmatrix}, \quad (1.26)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_2 = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{44b} & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{C}_{44b}(1-\tilde{\Delta}_V) & 0 \\ 0 & 0 & \tilde{C}_{66b}(1-\tilde{\Delta}_H) \end{pmatrix}, \quad (1.27)$$

где \tilde{C}_{ijb} — модули упругости–поглощения вмещающей среды VTI, $\tilde{\Delta}_N$, $\tilde{\Delta}_V$, $\tilde{\Delta}_H$ — комплексные нормальная и касательные ослабленности, описывающие вертикальную систему трещин.

Другая, важная для практики, модель орторомбической среды образована двумя системами вертикальных взаимно перпендикулярных трещин в изотропной вмещающей среде (обозначим ее через $2fr$). Матрицу модулей упругости–поглощения для этой среды можно получить из (1.23)–(1.25) по-

воротом системы координат:

$$\tilde{\mathbf{C}}^{2fr} = \begin{pmatrix} \tilde{C}_{11} & \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}_{12} & \tilde{C}_{22} & \tilde{C}_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \tilde{C}_{13} & \tilde{C}_{23} & \tilde{C}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tilde{C}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \tilde{C}_{66} \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{c|c} \tilde{\mathbf{C}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{C}}_2 \end{array} \right), \quad (1.28)$$

где

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \begin{pmatrix} \frac{M(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} \\ \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{M(1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\xi\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} \\ \frac{\lambda(1-\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{\lambda(1-\xi\tilde{\Delta}_{N1})(1-\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} & \frac{M((1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1})(1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N2})-4\xi^2\gamma^4\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2})}{1-\xi^2\tilde{\Delta}_{N1}\tilde{\Delta}_{N2}} \end{pmatrix}, \quad (1.29)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_2 = \begin{pmatrix} \mu(1-\tilde{\Delta}_{T2}) & 0 & 0 \\ 0 & \mu(1-\tilde{\Delta}_{T1}) & 0 \\ 0 & 0 & \mu \frac{(1-\tilde{\Delta}_{T1})(1-\tilde{\Delta}_{T2})}{(1-\tilde{\Delta}_{T1})\tilde{\Delta}_{T2}} \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

$\tilde{\Delta}_{N1}$, $\tilde{\Delta}_{T1}$ — нормальная и касательная ослабленности первой системы вертикальных трещин, нормаль к которой направлена вдоль оси x_1 , $\tilde{\Delta}_{N2}$, $\tilde{\Delta}_{T2}$ — нормальная и касательная ослабленности второй системы вертикальных трещин, нормаль к которой направлена вдоль оси x_2 .

Фазовые скорости и поглощение.

Фазовые скорости $V(\mathbf{n})$ и поглощение $Q^{-1}(\mathbf{n})$ выражаются через собственные значения \tilde{V}_m^2 тензора Кристоффеля $\tilde{C}_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$ следующим образом:

$$V_m = \frac{|\tilde{V}_m|^2}{\operatorname{Re} \tilde{V}_m}, \quad Q_m^{-1} = \frac{\operatorname{Im} (\tilde{V}_m^2)}{\operatorname{Re} (\tilde{V}_m^2)}, \quad (1.31)$$

что соответствует трактовке этих понятий на основе выражений для V , Q^{-1} в (1.13) и (1.14).

Аналитические точные выражения (1.31) для скоростей $V_m(\mathbf{n})$ и поглощения $Q_m^{-1}(\mathbf{n})$, где $\mathbf{n} = (\sin \beta, 0, \cos \beta)$, трудно обозримы. Поэтому при анализе зависимостей $V_m(\beta)$, $Q_m^{-1}(\beta)$ в случае среды VTI будем использовать как точные значения $\tilde{V}^2(\beta)$, полученные численно, так и приближенные

аналитические, являющиеся линейными аппроксимациями, полученными путем разложения точных выражений в ряд Маклорена по малым параметрам $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$ [Chichinina et al., 2009a, 2009b]. Приближенные выражения имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{qP}^2(\beta) \approx V_{P,iso}^2 & \left(1 - \left(\Delta_N - i\Delta_N^I \right) \left(1 - 2\gamma^2 \sin^2 \beta \right)^2 - \right. \\ & \left. - \gamma^2 \left(\Delta_T - i\Delta_T^I \right) \sin^2 2\beta \right), \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{qSV}^2(\beta) \approx V_{S,iso}^2 & \left(1 - \left(\Delta_T - i\Delta_T^I \right) - \right. \\ & \left. - \left(\gamma^2 (\Delta_N - i\Delta_N^I) - (\Delta_T - i\Delta_T^I) \right) \sin^2 2\beta \right), \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$\tilde{V}_{SH}^2(\beta) = V_{S,iso}^2 \left(1 - \left(\Delta_T - i\Delta_T^I \right) \cos^2 \beta \right), \quad (1.34)$$

$$Q_{qP}^{-1}(\beta) \approx \frac{\Delta_N^I \left(1 - 2\gamma^2 \sin^2 \beta \right)^2 + \Delta_T^I \gamma^2 \sin^2 2\beta}{1 - \Delta_N \left(1 - 2\gamma^2 \sin^2 \beta \right)^2 - \Delta_T \gamma^2 \sin^2 2\beta}, \quad (1.35)$$

$$Q_{qSV}^{-1}(\beta) \approx \frac{\Delta_T^I + \left(\gamma^2 \Delta_N^I - \Delta_T^I \right) \sin^2 2\beta}{1 - \Delta_T - \left(\gamma^2 \Delta_N - \Delta_T \right) \sin^2 2\beta}, \quad (1.36)$$

$$Q_{SH}^{-1}(\beta) = \frac{\Delta_T^I \cos^2 \beta}{1 - \Delta_T \cos^2 \beta}, \quad (1.37)$$

где β — угол между волновой нормалью \mathbf{n} и осью симметрии x_3 ; $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso}$, а $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ — скорости P - и S -волн в изотропной среде (без трещин), $V_{P,iso}^2 = (\lambda + 2\mu)/\rho$, $V_{S,iso}^2 = \mu/\rho$. При $\Delta_T^I = 0$ и $\Delta_N^I = 0$ выражения (1.32)–(1.34) переходят в формулы для среды LSTI, см. [Schoenberg, Douma, 1988, eqs (26)].

Комплексная скорость $\tilde{V}_m(\mathbf{n})$ волн qP , qS_1 , qS_2 в произвольно анизотропной среде с поглощением.

Формулы для нахождения фазовой скорости в произвольно анизотропной среде приведены в ряде работ, см., например, [Tsvankin, 2001]. По аналогии выпишем формулы для нахождения комплексной скорости в произвольно

анизотропной среде с поглощением. Запишем систему уравнений Кристоффеля в следующем виде, предварительно обозначив через $\tilde{\mathbf{K}}$ тензор Кристоффеля $\tilde{C}_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$:

$$\begin{pmatrix} \tilde{K}_{11} & \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{13} \\ \tilde{K}_{12} & \tilde{K}_{22} & \tilde{K}_{23} \\ \tilde{K}_{13} & \tilde{K}_{23} & \tilde{K}_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_2 \\ \tilde{p}_3 \end{pmatrix} = \tilde{V}_m^2 \begin{pmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_2 \\ \tilde{p}_3 \end{pmatrix}, \quad (1.38)$$

где $\tilde{\mathbf{p}} = (\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3)$ — комплексный вектор поляризации. Поиск квадратов комплексной скорости $\tilde{V}_m^2(\mathbf{n})$ сводится к решению кубического уравнения

$$y^3 + ay^2 + by + c = 0, \quad (1.39)$$

где $y = \tilde{V}_m^2$ и

$$\begin{aligned} a &= -(\tilde{K}_{11} + \tilde{K}_{22} + \tilde{K}_{33}), \\ b &= \tilde{K}_{11}\tilde{K}_{22} + \tilde{K}_{22}\tilde{K}_{33} + \tilde{K}_{11}\tilde{K}_{33} - \tilde{K}_{12}^2 - \tilde{K}_{23}^2 - \tilde{K}_{13}^2, \\ c &= \tilde{K}_{11}\tilde{K}_{23}^2 + \tilde{K}_{22}\tilde{K}_{13}^2 + \tilde{K}_{33}\tilde{K}_{12}^2 - \tilde{K}_{11}\tilde{K}_{22}\tilde{K}_{33} - 2\tilde{K}_{12}\tilde{K}_{23}\tilde{K}_{13}. \end{aligned} \quad (1.40)$$

Корни такого кубического уравнения равны [Press et al., 2007]:

$$\begin{aligned} y_1 &= (A + B) - \frac{a}{3}, \\ y_2 &= -\frac{1}{2}(A + B) - \frac{a}{3} + i\frac{\sqrt{3}}{2}(A - B), \\ y_3 &= -\frac{1}{2}(A + B) - \frac{a}{3} - i\frac{\sqrt{3}}{2}(A - B), \end{aligned} \quad (1.41)$$

где

$$A = -(R + \sqrt{R^2 - Q^3})^{1/3}, \quad (1.42)$$

при извлечении квадратного корня выбирается такое его значение, чтобы $\operatorname{Re}(R^* \sqrt{R^2 - Q^3}) \geq 0$ (звездочка * означает комплексное сопряжение),

$$B = \begin{cases} Q/A, & A \neq 0, \\ 0, & A = 0, \end{cases} \quad (1.43)$$

$$Q = \frac{a^2 - 3b}{9}, \quad R = \frac{2a^3 - 9ab + 27c}{54}. \quad (1.44)$$

В итоге комплексные скорости равны

$$\tilde{V}_m^2 = y_i, \quad m = qP, qS_1, qS_2, \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.45)$$

Ввиду слабого влияния мнимых частей ослабленностей на фазовые скорости, можно положить их равными нулю и использовать приведенные в работе [Tsvankin, 2001] формулы для расчета фазовых скоростей. Будем поступать так при поиске акустических осей и исследовании неоднозначности волновых поверхностей, так как в используемых при этом работах рассматривается вещественная матрица модулей упругости.

Расчет комплексной скорости $\tilde{V}_m(\mathbf{n})$ волн qP , qS_1 , qS_2 в плоскостях симметрии орторомбической среды с поглощением.

Для орторомбической среды с поглощением тензор Кристоффеля имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{K}} = \\ = \rho^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{C}_{11}n_1^2 + \tilde{C}_{66}n_2^2 + \tilde{C}_{55}n_3^2 & (\tilde{C}_{12} + \tilde{C}_{66})n_1n_2 & (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55})n_1n_3 \\ (\tilde{C}_{12} + \tilde{C}_{66})n_1n_2 & \tilde{C}_{66}n_1^2 + \tilde{C}_{22}n_2^2 + \tilde{C}_{44}n_3^2 & (\tilde{C}_{23} + \tilde{C}_{44})n_2n_3 \\ (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55})n_1n_3 & (\tilde{C}_{23} + \tilde{C}_{44})n_2n_3 & \tilde{C}_{55}n_1^2 + \tilde{C}_{44}n_2^2 + \tilde{C}_{33}n_3^2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (1.46)$$

где ρ — плотность среды, $\tilde{\mathbf{C}}$ — комплексный тензор модулей упругости—поглощения.

Рассмотрим плоскость x_1x_3 , вектор волновой нормали для нее записывается в следующем виде:

$$\mathbf{n} = (\sin \beta, 0, \cos \beta), \quad (1.47)$$

где β — угол между волновой нормалью \mathbf{n} и осью x_3 . Тогда система уравнений Кристоффеля

$$\begin{pmatrix} \tilde{C}_{11}\sin^2 \beta + \tilde{C}_{55}\cos^2 \beta & 0 & (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55})\sin \beta \cos \beta \\ 0 & \tilde{C}_{66}\sin^2 \beta + \tilde{C}_{44}\cos^2 \beta & 0 \\ (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55})\sin \beta \cos \beta & 0 & \tilde{C}_{55}\sin^2 \beta + \tilde{C}_{33}\cos^2 \beta \end{pmatrix} \tilde{\mathbf{p}} = \rho \tilde{V}_m^2 \tilde{\mathbf{p}}, \quad (1.48)$$

где \tilde{V}_m , $m = qP, qS_1, qS_2$, — комплексная скорость, $\tilde{\mathbf{p}}$ — комплексный вектор поляризации, распадается на две независимые части: систему из двух уравнений относительно квазипродольной qP и квазипоперечной qSV волн,

поляризованных в рассматриваемой плоскости симметрии:

$$\begin{pmatrix} \tilde{p}_2 = 0, \\ \left(\begin{array}{cc} \tilde{C}_{11} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{55} \cos^2 \beta - \rho \tilde{V}_m^2 & (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55}) \sin \beta \cos \beta \\ (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55}) \sin \beta \cos \beta & \tilde{C}_{55} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{33} \cos^2 \beta - \rho \tilde{V}_m^2 \end{array} \right) \begin{pmatrix} \tilde{p}_1 \\ \tilde{p}_3 \end{pmatrix} = 0, \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

и одно уравнение относительно чисто поперечной волны SH , поляризованной перпендикулярно плоскости x_1x_3 :

$$\tilde{p}_1 = \tilde{p}_3 = 0, \quad (\tilde{C}_{66} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{44} \cos^2 \beta - \rho \tilde{V}_m^2) \tilde{p}_2 = 0. \quad (1.50)$$

Для волны SH сразу видно, что

$$\tilde{V}_{SH}^2(\beta) = \rho^{-1} (\tilde{C}_{66} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{44} \cos^2 \beta). \quad (1.51)$$

В случае волн qP и qSV , решив квадратное уравнение, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{qP}^2(\beta) &= \frac{1}{2} \rho^{-1} \left((\tilde{C}_{11} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{33} \cos^2 \beta + \tilde{C}_{55}) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(\tilde{C}_{11} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{33} \cos^2 \beta + \tilde{C}_{55})^2 - 4Q} \right), \end{aligned} \quad (1.52)$$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{qSV}^2(\beta) &= \frac{1}{2} \rho^{-1} \left((\tilde{C}_{11} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{33} \cos^2 \beta + \tilde{C}_{55}) - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{(\tilde{C}_{11} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{33} \cos^2 \beta + \tilde{C}_{55})^2 - 4Q} \right), \end{aligned} \quad (1.53)$$

где $Q = (\tilde{C}_{11} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{55} \cos^2 \beta)(\tilde{C}_{55} \sin^2 \beta + \tilde{C}_{33} \cos^2 \beta) - (\tilde{C}_{13} + \tilde{C}_{55})^2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta$.

В плоскости x_2x_3 выражения для квадратов комплексных скоростей можно получить из выражений (1.51)–(1.53), проделав следующие замены:

$$\tilde{C}_{11} \leftrightarrow \tilde{C}_{22}, \quad \tilde{C}_{44} \leftrightarrow \tilde{C}_{55}, \quad \tilde{C}_{13} \leftrightarrow \tilde{C}_{23}. \quad (1.54)$$

В плоскости x_1x_2 вектор волновой нормали \mathbf{n} запишем в виде

$$\mathbf{n} = (\cos \alpha, \sin \alpha, 0), \quad (1.55)$$

где α — угол между волновой нормалью и осью x_1 . Тогда

$$\begin{aligned} \tilde{V}_{qP}^2(\alpha) &= \frac{1}{2} \rho^{-1} \left((\tilde{C}_{11} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{22} \sin^2 \alpha + \tilde{C}_{66}) + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{(\tilde{C}_{11} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{22} \sin^2 \alpha + \tilde{C}_{66})^2 - 4Q'} \right), \end{aligned} \quad (1.56)$$

$$\begin{aligned}\tilde{V}_{qSV}^2(\alpha) = \frac{1}{2}\rho^{-1} & \left((\tilde{C}_{11} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{22} \sin^2 \alpha + \tilde{C}_{66}) - \right. \\ & \left. - \sqrt{(\tilde{C}_{11} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{22} \sin^2 \alpha + \tilde{C}_{66})^2 - 4Q'} \right),\end{aligned}\quad (1.57)$$

$$\tilde{V}_{SH}^2(\alpha) = \rho^{-1}(\tilde{C}_{55} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{44} \sin^2 \alpha), \quad (1.58)$$

где $Q' = (\tilde{C}_{11} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{66} \sin^2 \alpha)(\tilde{C}_{66} \cos^2 \alpha + \tilde{C}_{22} \sin^2 \alpha) - (\tilde{C}_{12} + \tilde{C}_{66})^2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha$.

Лучевая скорость.

Энергия в волновых процессах распространяется не с фазовой, а с групповой (или лучевой) скоростью. Из общей теории известно, что лучевая скорость волн любого вида определяется производной от частоты по волновому вектору [Рэлей, 1940]:

$$v_i = \frac{\partial \omega}{\partial k_i} \quad \text{или} \quad \mathbf{V}^{ray} = \frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{k}}, \quad (1.59)$$

Отсюда легко получается [Федоров, 1965], что

$$v_i^{(m)} = \frac{C_{ijkl} p_j^{(m)} p_l^{(m)} n_k}{\rho V_m}, \quad m = qP, qS_1, qS_2, \quad (1.60)$$

где \mathbf{C} — матрица модулей упругости, $\mathbf{p}^{(m)}$ — вектор поляризации, \mathbf{n} — волновая нормаль, V_m — фазовая скорость.

Лучевая скорость также может быть найдена путем дифференцирования фазовой скорости по направлению волновой нормали [Федоров, 1965]

$$v_i^{(m)} = \frac{\partial V_m}{\partial n_i} \quad \text{или} \quad \mathbf{V}_m^{ray} = \frac{\partial V_m}{\partial \mathbf{n}}, \quad m = qP, qS_1, qS_2. \quad (1.61)$$

Наряду с (1.61) для лучевой скорости существует эквивалентное выражение [Crampin, 1981]

$$\mathbf{V}_m^{ray} = V_m \mathbf{n} + \frac{\partial V_m}{\partial \beta} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \beta} + \frac{1}{\sin^2 \beta} \frac{\partial V_m}{\partial \alpha} \frac{\partial \mathbf{n}}{\partial \alpha}, \quad m = qP, qS_1, qS_2, \quad (1.62)$$

где α, β — углы, определяющие вектор волновой нормали

$$\mathbf{n} = (\sin \beta \cos \alpha, \sin \beta \sin \alpha, \cos \beta), \quad (1.63)$$

V_m — фазовая скорость.

ГЛАВА 2. АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТЕЙ И ПОГЛОЩЕНИЯ

В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

2.1 Анализ зависимостей анизотропии скоростей и поглощения от параметров, характеризующих трещины и изотропную породу

Общее представление о характере изменения скоростей и поглощения в зависимости от направления распространения в трансверсально-изотропной модели среды с одной системой параллельных трещин (LST \widetilde{I}) можно составить по ряду опубликованных работ, см. раздел 1.1. Однако, не имеется детального анализа вида функций $V(\mathbf{n})$, $Q^{-1}(\mathbf{n})$ для различных сочетаний параметров: действительных и мнимых частей комплексных ослабленностей, нормальной $\tilde{\Delta}_N = \Delta_N - i\Delta_N^I$ и касательной $\tilde{\Delta}_T = \Delta_T - i\Delta_T^I$, а также от отношения скоростей $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso}$ в изотропной вмещающей среде. А такой анализ необходим для успешного решения многих практических задач, в первую очередь, для поиска трещиноватых коллекторов. Знание того, как ведут себя скорости и поглощение в средах с различной степенью трещиноватости и различными ее характеристиками, отображенными в значениях нормальной и касательной ослабленностей, позволит выбрать оптимальный путь решения поставленной задачи. Во-первых, выбрать наиболее подходящий метод исследования (наблюдения отраженных волн на поверхности, ВСП, межскважинное просвечивание и т.п.), систему наблюдений в рамках выбранного метода, тип используемых волн (P , SV , SH или их сочетания, например, $P + SV$ или $P + SH$ или $P + SV + SH$). Во-вторых, наилучшим образом решить обратную задачу, т.е. найти ориентацию системы трещин и ее характеристики в терминах ослабленностей с последующим переходом к данным о плотности трещин, типе флюидозаполнения и другим петрофизическим параметрам.

Анализ будет выполнен по данным численного моделирования, проведенного для возможных значений параметров среды с ориентированными

трещинами.

2.1.1 Результаты численного моделирования

Графики скоростей $V(\beta)$ и поглощения $Q^{-1}(\beta)$ волн qP , qSV и SH , вычисленные в функции угла β между волновой нормалью \mathbf{n} с единичным вектором

$$\mathbf{n}^0 = (\sin \beta, 0, \cos \beta) \quad (2.1)$$

и осью симметрии среды x_3 с единичным вектором $(0, 0, 1)$, изображены на рисунках: 2.1 – для $\gamma = 0.3$, 2.2 – для $\gamma = 0.5$, 2.3 – для $\gamma = 0.6$. Значения параметров графиков, действительных частей ослабленностей Δ_N , Δ_T и мнимых Δ_N^I , Δ_T^I (см. таблицу 2.1), задавались по принципу: малое, среднее, большое, а именно, 0.1, 0.3, 0.5 для Δ_N , Δ_T и 0.03, 0.06, 0.1 для Δ_N^I , Δ_T^I (за исключением того, что при $\Delta_N = 0.1$ задавалось $\Delta_N^I = 0.07$ вместо 0.1, и также для $\tilde{\Delta}_T$, так как равенства $\Delta_{N(T)} = \Delta_{N(T)}^I$ означают полное поглощение энергии волны, связанной с трещиноватостью).

Расчеты выполнялись для всех возможных комбинаций приведенных выше значений параметров ослабленностей. Эти значения были выбраны на основе известных интервалов их возможных изменений, устанавливаемых неравенствами (1.20), и с учетом некоторых имеющихся экспериментальных данных [Гик, Бобров, 1996]. По данным эксперимента на пластиинчатой модели, имитирующей среду с трещинами (рисунок 2.4), были получены значения ослабленностей, приведенные в таблице 2.2 [Chichinina et al., 2009b]. Видно, что действительные части ослабленностей Δ_N , Δ_T находятся в пределах (0.1, 0.6), а мнимые части Δ_N^I , Δ_T^I на порядок меньше действительных. Скорости $V(\beta)$ и поглощение $Q^{-1}(\beta)$ находились по формулам (1.31), а входящие в эти формулы комплексные величины вычислялись путем нахождения собственных значений тензора Кристоффеля $\tilde{C}_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$ с матрицей модулей упругости–поглощения (1.19) и волновой нормалью (2.1).

Вид графиков скоростей и поглощения волн qP и qSV зависит от пяти параметров: отношения $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso}$ – скорости S -волны к скорости P -волны в изотропной породе без трещин и действительных и мнимых частей ослабленностей Δ_N , Δ_T , Δ_N^I , Δ_T^I , характеризующих трещины. Вид графиков

Таблица 2.1 – Таблица значений параметров трещиноватости $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$ (действительных и мнимых частей комплексных ослабленностей $\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T$), для которых вычислялись зависимости скоростей $V(\beta)$ и поглощения $Q^{-1}(\beta)$, изображенные на рисунках 2.1–2.3

Примечание. Под значениями параметров указаны символы, нанесенные на линии соответствующих графиков на рисунках 2.1–2.3

$V(\beta, \Delta_N, \Delta_T)$		$Q^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$		$Q^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$	
$\Delta_N^I = 0.06$		$\Delta_T = 0.3$		$\Delta_N = 0.3$	
$\Delta_T^I = 0.06$		$\Delta_T^I = 0.06$		$\Delta_N^I = 0.06$	
Δ_N	Δ_T	Δ_N	Δ_N^I	Δ_T	Δ_T^I
0.1	0.08		0.03		0.03
	—		—		—
	0.1	0.1	0.06	0.1	0.06
	○		○		○
	0.3		0.07		0.07
0.3	+		+		+
	0.1		0.03		0.03
	—		—		—
	0.3	0.3	0.06	0.3	0.06
	○		○		○
	0.5		0.1		0.1
0.5	+		+		+
	0.3		0.03		0.03
	—		—		—
	0.5	0.5	0.06	0.5	0.06
	○		○		○
0.7	0.7		0.1		0.1
	+		+		+

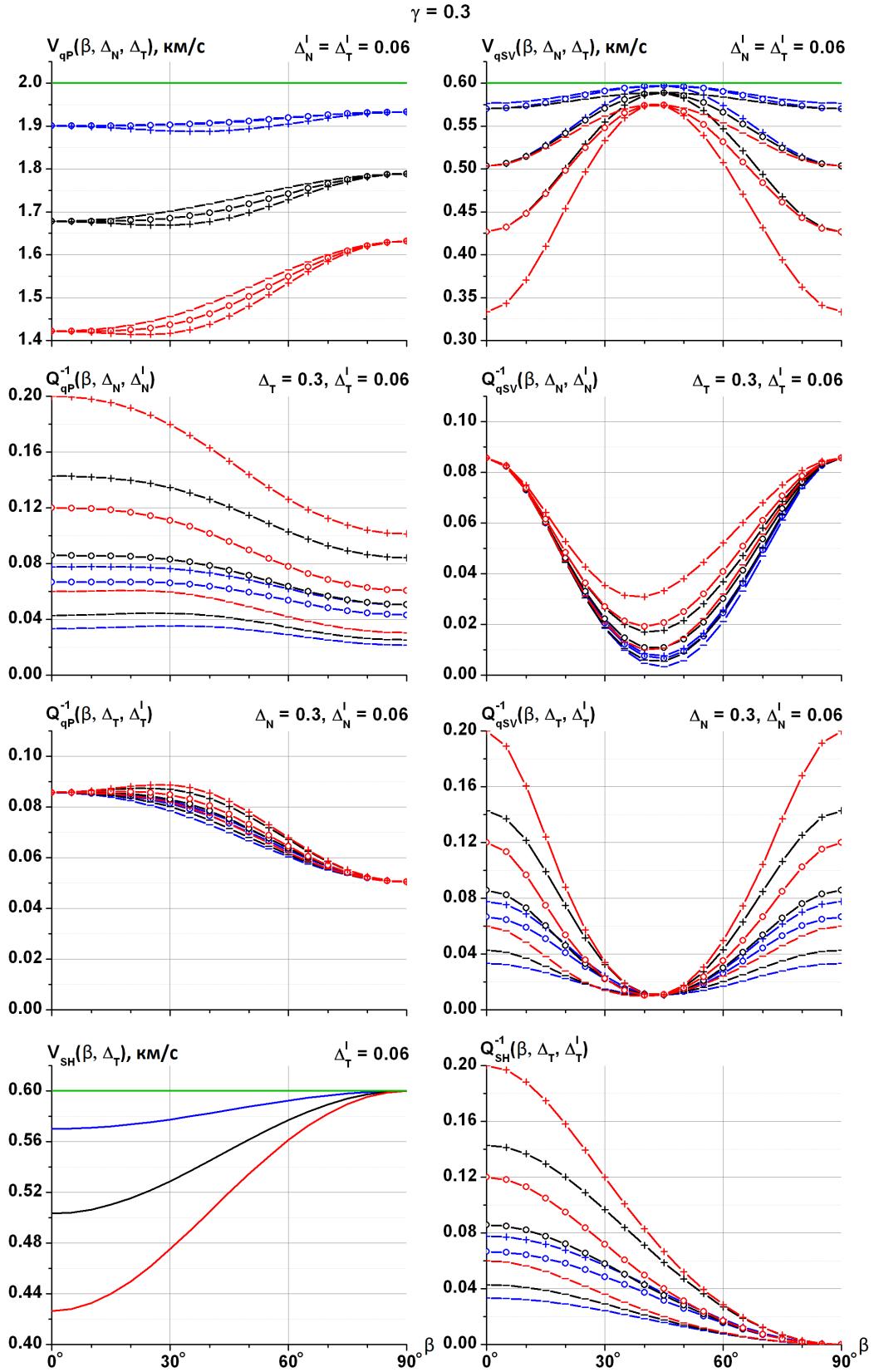
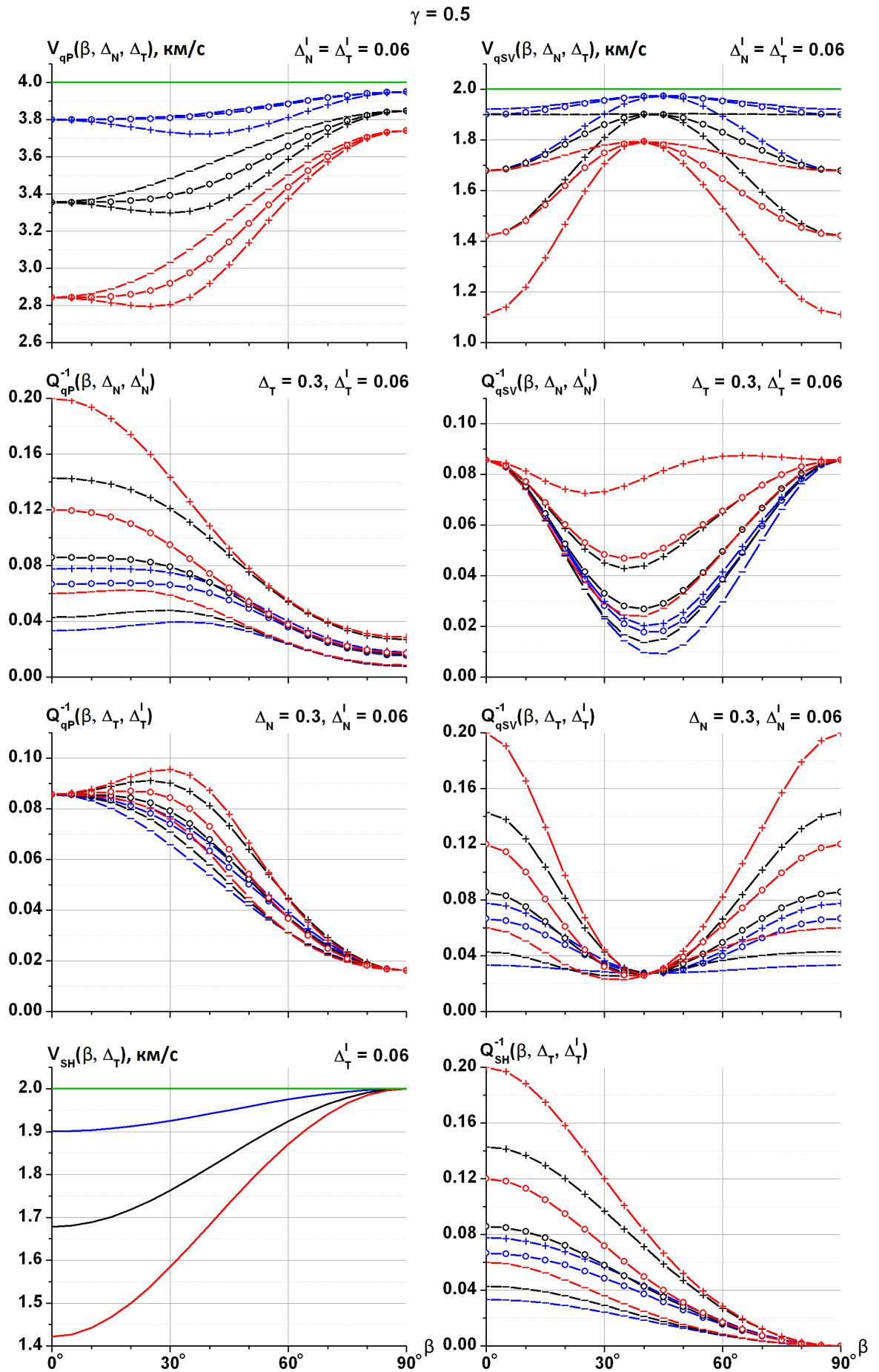


Рисунок 2.1 – Зависимости скоростей V и поглощения Q^{-1} волн qP , qSV и SH от угла β между волновой нормалью \mathbf{n} и осью симметрии x_3 для сред с $\gamma = 0.3$ и различными сочетаниями значений параметров трещиноватости Δ_N , Δ_T , Δ_N^I , Δ_T^I (таблица 2.1). Зелеными линиями отмечены значения скоростей в изотропной среде, вмещающей трещины: $V_{P,iso} = 2$ км/с, $V_{S,iso} = 0.6$ км/с

Рисунок 2.2 – То же, что на рисунке 2.1, но для сред с $\gamma = 0.5$

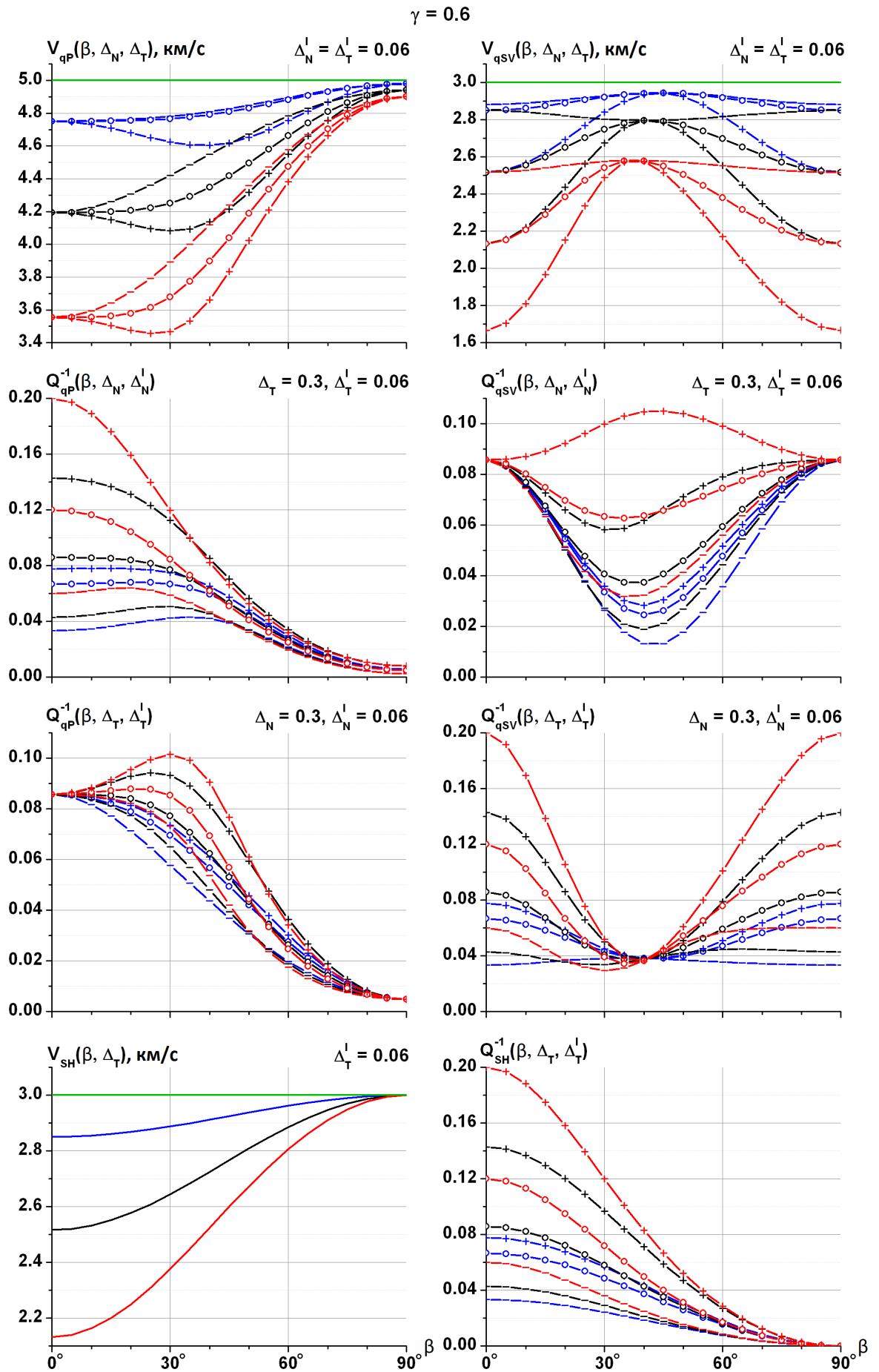


Рисунок 2.3 – То же, что на рисунке 2.1, но для сред с $\gamma = 0.6$

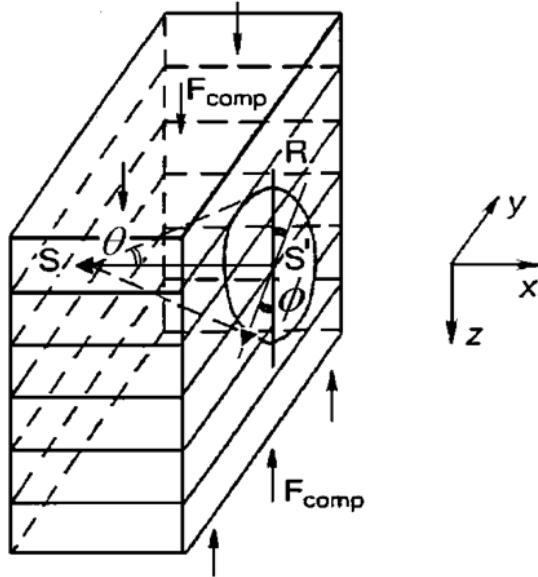


Рисунок 2.4 – Схема экспериментов [Гик, Бобров, 1996]. S — источник, R — приемники, F_{comp} — прикладываемое давление

Таблица 2.2 – Значения действительных и мнимых частей Δ_N , Δ_T , Δ_N^I , Δ_T^I нормальной $\tilde{\Delta}_N$ и касательной $\tilde{\Delta}_T$ ослабленностей, полученных в работе [Chichinina et al., 2009b], по данным эксперимента на пластиинчатой модели [Гик, Бобров, 1996]. «Dry» соответствует

случаю, когда между пластиинами воздух, «Oil» — машинное масло. Значения ослабленностей являются средними для двух экспериментов: при сжимающем пластиинки давлении F_{comp} равном 2 МПа и 4 МПа

	Δ_N	Δ_T	Δ_N^I	Δ_T^I
Oil	0.27	0.14	0.08	0.06
Dry	0.61	0.54	0.07	0.01

скорости и поглощения волны SH определяют два параметра — Δ_T, Δ_T^I . Вообще говоря, вид графиков скоростей можно было бы показать, изобразив нормированные значения $V_m(\alpha)$, т.е. деленные либо на скорости в изотропной среде $V_{k,iso}$, либо на скорости $V_m(0^\circ)$. Однако, предпочтет не использовать нормировку, задав для моделей с различными значениями γ значения скоростей $V_{P,iso}, V_{S,iso}$, наиболее типичные для пород с данными значениями γ [Сейсмическая разведка методом поперечных и обменных волн, 1985], а именно:

$$\begin{aligned}\gamma = 0.3: \quad &V_{P,iso} = 2 \text{ км/с}, \quad V_{S,iso} = 0.6 \text{ км/с}; \\ \gamma = 0.5: \quad &V_{P,iso} = 4 \text{ км/с}, \quad V_{S,iso} = 2 \text{ км/с}; \\ \gamma = 0.6: \quad &V_{P,iso} = 5 \text{ км/с}, \quad V_{S,iso} = 3 \text{ км/с}.\end{aligned}$$

На графиках поглощения $Q^{-1}(\beta)$ даны только анизотропные составляющие поглощения: $Q^{-1}(\beta) = Q_{ani}^{-1}(\beta)$, полное поглощение определяется равенством (1.21).

2.1.2 Анализ анизотропии скоростей

Обратимся к рисунку 2.1 для анализа зависимостей $V_m(\beta), m = qP, qSV, SH$, при различных значениях параметров трещиноватости $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$ в изотропной среде с $\gamma = 0.3$.

Зависимости $\mathbf{V}_{qP}(\beta), \mathbf{V}_{qSV}(\beta)$. Посмотрим на графики $V_{qP}(\beta), V_{qSV}(\beta)$. Поскольку, согласно предварительным расчетам, мнимые части ослабленностей почти не влияют на значения скоростей, их значения были зафиксированы на уровне средних значений:

$$\Delta_N^I = \Delta_T^I = 0.06, \tag{2.2}$$

и расчеты проводились при переменных действительных частях Δ_N, Δ_T ослабленностей (для девяти вариантов сочетаний значений параметров):

$$\begin{aligned}\Delta_N = 0.1, \quad &\Delta_T = 0.08, \quad 0.1, \quad 0.3; \\ \Delta_N = 0.3, \quad &\Delta_T = 0.1, \quad 0.3, \quad 0.5; \\ \Delta_N = 0.5, \quad &\Delta_T = 0.3, \quad 0.5, \quad 0.7.\end{aligned} \tag{2.3}$$

Видно, что графики $V_{qP}(\beta), V_{qSV}(\beta)$ имеют такой же вид, как в среде VTI, анизотропия которой вызвана тонкой слоистостью. Скорости $V_{qP}(\beta)$

относятся к типам II, III [Невский, 1974]. Тип II, с изотропией при малых углах β , связанной с практически одинаковыми значениями γ в чередующихся тонких слоях, преобладает, и только при значениях $\Delta_T > \Delta_N$ на графиках $V_{qP}(\beta)$ намечается минимум. Теперь выясним, как именно параметры Δ_N, Δ_T влияют на скорости $V_{qP}(\beta), V_{qSV}(\beta)$. В изотропной среде без трещин скорости $V_{P,iso} = 2$ км/с, $V_{S,iso} = 0.6$ км/с. Как видно из рисунка 2.1, графики $V_{qP}(\beta)$ отклоняются от этих значений наибольшим образом при $\beta = 0^\circ$, т.е. на оси симметрии среды, нормальной плоскостям трещин, и наименьшим образом при $\beta = 90^\circ$, т.е. в плоскости изотропии, параллельной плоскостям трещин. Неравенство $V_{qP}(90^\circ) > V_{qP}(0^\circ)$ выполняется всегда, так как, в соответствии с выражением (1.32)

$$\begin{aligned} V_{qP}(0^\circ) &\approx V_{P,iso} \sqrt{1 - \Delta_N}, \\ V_{qP}(90^\circ) &\approx V_{P,iso} \sqrt{1 - \Delta_N(1 - 2\gamma^2)^2}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

а в горных породах $\gamma^2 < 1/2$.

Возрастание скорости $V_{qP}(\beta)$ при увеличении угла β происходит тем быстрее, чем больше значение Δ_N . От величины Δ_N зависит и степень анизотропии в целом: тройка графиков $V_{qP}(\beta)$ при $\Delta_N = 0.5$ отклоняется от прямой $V_{P,iso} = 2$ км/с максимально, при $\Delta_N = 0.3$ — средне и минимально — при $\Delta_N = 0.1$. В каждой тройке графиков $V_{qP}(\beta)$ различия между кривыми, зависящие от Δ_T , значительно меньшие, чем между тройками. Внутри троек скорости $V_{qP}(\beta)$ убывают с увеличением Δ_T .

Графики $V_{qP}(\beta)$ могут иметь одну особенность — минимум, о чем уже было упомянуто при сравнении этих графиков с графиками для среды VTI, замещающей тонкослоистую среду. При $\Delta_N = 0.1, \Delta_T = 0.3 \min V_{qP}(\beta)$ находится на угол $\beta \approx 34^\circ$, при $\Delta_N = 0.3, \Delta_T = 0.5$ — на угол $\beta \approx 30^\circ$ и при $\Delta_N = 0.5, \Delta_T = 0.7$ — на угол $\beta \approx 25^\circ$. Этот минимум отчетливо виден на данных ультразвукового моделирования на пластинчатой модели, имитирующей трещины [Chichinina et al., 2009b, Fig. 9].

С увеличением анизотропии точка минимума перемещается к $\beta = 0^\circ$, и тогда оказывается, что угол $\beta = 0^\circ$ уже не точка минимума, а точка локального максимума функции $V_{qP}(\beta)$. Таким образом, к точкам максимума функции $V_{qP}(\beta)$ при $\beta = 90^\circ, 270^\circ$ (в плоскости трещин) добавляются точки локального максимума при $\beta = 0^\circ, 180^\circ$, на нормали к плоскостям трещин.

Если $\Delta_T \gg \Delta_N$, то локальные максимумы при $\beta = 0^\circ, 180^\circ$ могут быть сопоставимы по величине с максимумами при $\beta = 90^\circ, 270^\circ$. В случае азимутальной анизотропии, т.е. при горизонтальной оси симметрии и наблюдениях по азимутам $0 - 360^\circ$, это может сильно осложнить наблюдаемую картину распределения скоростей qP -волн по азимутам. Поскольку на азимуты $0 - 360^\circ$ обычно приходится небольшое количество точек наблюдения и данные содержат погрешности, то будет трудно определить, какое из двух направлений $0 - 180^\circ$ или $90 - 270^\circ$ есть нормаль к плоскостям трещин и какое находится в плоскости трещин. Хотя такой вид функций $V_{qP}(\beta)$ несет информацию о том, что $\Delta_T \gg \Delta_N$, и разобраться с направлениями, возможно, удастся по положению минимумов $V_{qP}(\beta)$, если они проявляются достаточно отчетливо.

Графики скорости $V_{qSV}(\beta)$ отклоняются от значения $V_{S,iso} = 0.6$ км/с одинаково сильно как при $\beta = 0^\circ$, так и при $\beta = 90^\circ$. Наименьшие отклонения — для углов β вблизи 45° . В отличие от скоростей $V_{qP}(\beta)$, скорости $V_{qSV}(\beta)$ почти в равной степени зависят от обоих параметров: Δ_N и Δ_T , хотя при больших значениях Δ_N зависимость $V_{qSV}(\beta)$ от Δ_N оказывается значительно более сильной, чем от Δ_T : на рисунке 2.1 тройка красных кривых для $\Delta_N = 0.5$ расположена в целом ниже тройки черных для $\Delta_N = 0.3$, а та — ниже тройки синих для $\Delta_N = 0.1$. В пределах троек кривых скорости $V_{qSV}(\beta)$ убывают тем быстрее, чем больше Δ_T , как и в случае скоростей $V_{qP}(\beta)$.

Зависимости $\mathbf{V}_{\text{SH}}(\beta)$. Скорости $V_{SH}(\beta)$, как и скорости $V_{qP}(\beta), V_{qSV}(\beta)$, даны в зависимости от действительной части ослабленности Δ_T при $\Delta_T^I = \text{const}$:

$$\Delta_T = 0.1, 0.3, 0.5; \quad \Delta_T^I = 0.06. \quad (2.5)$$

Важный факт: $V_{SH}(90^\circ) = V_{S,iso} = 0.6$ км/с. Функции $V_{SH}(\beta)$ в общем похожи на функции $V_{qP}(\beta)$, за исключением того, что минимума в интервале $(0^\circ, 45^\circ)$ не может быть.

2.1.3 Анализ анизотропии поглощения

Теперь проанализируем изображенные на рисунке 2.1 зависимости $Q_m^{-1}(\beta)$, $m = qP, qSV, SH$, вычисленные для тех же значений параметров $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I, \gamma = 0.3$, для которых был проведен анализ скоростей $V_m(\beta)$.

О двух группах зависимостей $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, Q_{qSV}^{-1} . На рисунке 2.1 зависимость поглощения волн qP и qSV от действительных и мнимых частей комплексных ослабленностей $\tilde{\Delta}_N$, $\tilde{\Delta}_T$ представлена в виде двух групп графиков: в 1-й группе параметрами графиков являются нормальные ослабленности Δ_N, Δ_N^I при фиксированных значениях касательных Δ_T, Δ_T^I , а во 2-й группе параметры графиков — касательные ослабленности Δ_T, Δ_T^I при фиксированных значениях нормальных ослабленностей Δ_N, Δ_N^I . Графики $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ построены для приводимых ниже значений параметров в группах 1, 2.

В 1-й группе:

$$\begin{aligned} \Delta_N &= 0.1, \quad \Delta_N^I = 0.03, \quad 0.06, \quad 0.07; \\ \Delta_T = 0.3, \quad \Delta_T^I &= 0.06; \quad \Delta_N = 0.3, \quad \Delta_N^I = 0.03, \quad 0.06, \quad 0.1; \\ \Delta_N &= 0.5, \quad \Delta_N^I = 0.03, \quad 0.06, \quad 0.1. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Во 2-й группе:

$$\begin{aligned} \Delta_T &= 0.1, \quad \Delta_T^I = 0.03, \quad 0.06, \quad 0.07; \\ \Delta_N = 0.3, \quad \Delta_N^I &= 0.06; \quad \Delta_T = 0.3, \quad \Delta_T^I = 0.03, \quad 0.06, \quad 0.1; \\ \Delta_T &= 0.5, \quad \Delta_T^I = 0.03, \quad 0.06, \quad 0.1. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Поглощение волны SH зависит только от касательной ослабленности $\tilde{\Delta}_T$, и на рисунке 2.1 даны графики $Q_{SH}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ для значений параметров Δ_T, Δ_T^I в равенствах (2.7).

Поглощение Q_{qP} . Зависимость поглощения $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ от параметров в 1-й и 2-й группах совершенно разная. В 1-й группе 9 графиков $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ занимают весь интервал значений Q_{qP}^{-1} от 0.03 до 0.2. Во 2-й группе 9 графиков $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ расположены очень компактно и в меньшем интервале значений: от 0.05 до 0.09; на обоих концах шкалы значений β , т.е. при $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 90^\circ$, все 9 графиков сходятся в одной точке. Иными словами, нормальные ослабленности $\tilde{\Delta}_N$ сильнее влияют на уровень значений поглощения $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, чем касательные $\tilde{\Delta}_T$, расширяя диапазон значений Q_{qP}^{-1} как в сторону малых значений, так и больших. Последнее заслуживает особого внимания, так как позволяет сделать важный вывод: величина поглощения Q_{qP}^{-1} и его анизотропия зависят гораздо сильнее от параметров Δ_N, Δ_N^I , чем от параметров Δ_T, Δ_T^I . Графики функций обеих групп, $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ и $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$,

уходят от точек максимума при $\beta = 0^\circ$ как убывающие выпуклые функции и подходят к точкам минимума при $\beta = 90^\circ$ как убывающие вогнутые функции, так как согласно выражению (1.35) для $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ они зависят от синусов углов $\beta, 2\beta$. Характерная черта всех графиков $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ — наибольшее поглощение на оси симметрии ($\beta = 0^\circ$) и наименьшее в плоскости изотропии ($\beta = 90^\circ$), что можно увидеть из выражения (1.35) при $\beta = 0^\circ, \beta = 90^\circ$:

$$Q_{qP}^{-1}(0^\circ) = \frac{\Delta_N^I}{1 - \Delta_N}, \quad Q_{qP}^{-1}(90^\circ) = \frac{\Delta_N^I(1 - 2\gamma^2)^2}{1 - \Delta_N(1 - 2\gamma^2)^2}; \quad (2.8)$$

если $\Delta_N^I \ll \Delta_N$, то

$$\begin{aligned} Q_{qP}^{-1}(0^\circ) &\approx \Delta_N^I(1 + \Delta_N), \\ Q_{qP}^{-1}(90^\circ) &\approx \Delta_N^I(1 - 2\gamma^2)^2 \left(1 + \Delta_N(1 - 2\gamma^2)^2\right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Принимая во внимание, что всегда сомножитель $(1 - 2\gamma^2)^2 < 1$, поскольку $\gamma < 0.7$, так как $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso}$, легко понять, почему $Q_{qP}^{-1}(90^\circ) < Q_{qP}^{-1}(0^\circ)$. (При $\gamma = 0.3$ функция $(1 - 2\gamma^2)^2 = 0.6724$.)

Зависимость $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^{-1})$. От параметров Δ_N, Δ_N^{-1} поглощение $Q_{qP}^{-1}(0^\circ), Q_{qP}^{-1}(90^\circ)$ зависит следующим образом.

Из выражений (2.8), (2.9) видна прямая пропорциональность поглощения $Q_{qP}^{-1}(0^\circ), Q_{qP}^{-1}(90^\circ)$ величине Δ_N^I . Величина Δ_N ($0 < \Delta_N < 1$) усиливает этот эффект, увеличивая значения $Q_{qP}^{-1}(0^\circ) = \Delta_N^I$ в 1.1 раза при $\Delta_N = 0.1$, в 1.4 раза при $\Delta_N = 0.3$ и в 2 раза при $\Delta_N = 0.5$ (см. рисунок 2.1). Значения $Q_{qP}^{-1}(90^\circ) = \Delta_N^I(1 - 2\gamma^2)^2 = 0.6724 \Delta_N^I$ увеличиваются при тех же значениях Δ_N соответственно в 1.07, 1.25 и 1.51 раза.

На рисунке 2.1 влияние роста значений параметров Δ_N, Δ_N^I на значения $Q_{qP}^{-1}(0^\circ), Q_{qP}^{-1}(90^\circ)$ проявляется как соответствующий рост их величины. Видно, что по мере увеличения значений Δ_N^I , т.е. при переходе от «минусов» на графиках $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, означающих наименьшее значение Δ_N^I , к «кружочкам» (среднее значение Δ_N^I) и от них к «плюсам» (наибольшее Δ_N^I) в каждой тройке графиков синего цвета ($\Delta_N = 0.1$), черного ($\Delta_N = 0.3$) и красного ($\Delta_N = 0.5$) идет возрастание значений $Q_{qP}^{-1}(0^\circ), Q_{qP}^{-1}(90^\circ)$. При увеличении значений Δ_N , т.е. при переходе от синей тройки графиков к черной, а затем к красной, значения $Q_{qP}^{-1}(0^\circ), Q_{qP}^{-1}(90^\circ)$ растут.

Графики функций $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$, равно как и функций $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$, уходят от точек максимума при $\beta = 0^\circ$ как выпуклые функции и подходят к точкам минимума при $\beta = 90^\circ$ как убывающие вогнутые функции, так как согласно выражению (1.35) для $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ они зависят от синусов углов β и 2β и определены для $\beta = (0^\circ, 360^\circ)$. Одна из кривых, с параметрами $\Delta_N = \Delta_T = 0.3$, $\Delta_N^I = \Delta_T^I = 0.06$, присутствует на графиках обеих групп: $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ и $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$; в группе $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ она находится в центре группы и изображена черной линией с «кружочками».

Зависимость $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$. Как уже было отмечено, при $\beta = 0^\circ$ и $\beta = 90^\circ$ поглощение $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ зависит только от $\tilde{\Delta}_N$, поэтому все графики $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$, построенные при $\Delta_N = \text{const}$, $\Delta_N^I = \text{const}$ ($\Delta_N = 0.3$, $\Delta_N^I = 0.06$), выходят из одной точки и приходят тоже в одну точку, занимая узкую полосу, расширяющуюся посередине, где зависимость от параметров Δ_T, Δ_T^I наибольшая.

Характерной чертой зависимостей $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ является то, что при больших значениях касательных ослабленностей Δ_T, Δ_T^I на графиках $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ появляется максимум при углах, меньших 45° . Это кривые с параметрами $\Delta_T = 0.3$, $\Delta_T^I = 0.1$ ($\beta \approx 25^\circ$) и $\Delta_T = 0.5$, $\Delta_T^I = 0.06$ ($\beta \approx 18^\circ$). Таким образом, получается, что увеличение анизотропии приводит к тому, что при угле $\beta = 0^\circ$ функция $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ имеет уже не максимум, а минимум, по величине значительно превышающий минимум при $\beta = 90^\circ$ и почти равный максимуму при углах порядка $20 - 30^\circ$. Это явление аналогично появлению минимума скорости у функций $V_{qP}(\beta, \Delta_N, \Delta_T)$ при $\Delta_T > \Delta_N$.

Поглощение Q_{qSV}^{-1} . Рассмотрим зависимость поглощения $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ от параметров так же, как поглощения $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, т.е. по группам 1 и 2: иными словами, $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ при $\Delta_T = \text{const}$, $\Delta_T^I = \text{const}$ и $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ при $\Delta_N = \text{const}$, $\Delta_N^I = \text{const}$. Значения параметров даны равенствами (2.6) для группы 1, равенствами (2.7) для группы 2.

Функции $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ в 1-й группе имеют явное сходство с функциями $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ во 2-й группе, а именно: и те, и другие изменяются в интервале значений $\sim 0.01 - 0.09$, и все кривые $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ выходят из одной точки и приходят тоже в одну точку, как кривые $Q_{qP}^{-1}(\beta)$. На этом сходство заканчивается, ибо кривые $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ имеют свою специфическую форму, ко-

торая одна и та же для кривых $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ 1-й и 2-й групп. Главное отличие функций $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ от функций $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ состоит в том, что они при углах $\beta = (0^\circ, 90^\circ)$ и вблизи этих направлений находятся в сильной зависимости от значений параметров Δ_T, Δ_T^I , причем порядок следования кривых очень похож на тот, который присущ кривым $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$. Функции $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_T, \Delta_T^I)$ принимают значения, близкие к нулевым, порядка 0.01, при углах β вблизи $\beta = 45^\circ$, а функции $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ принимают при тех же углах β как малые значения, при малых значениях Δ_N, Δ_N^I , до 0.003, так и несколько большие, до 0.03, при увеличении значений Δ_N, Δ_N^I .

Поглощение Q_{SH}^{-1} . Функции $Q_{SH}^{-1}(\beta)$ являются убывающими, с максимальными значениями при $\beta = 0^\circ$ и минимальными, нулевыми, при $\beta = 90^\circ$ (см. рисунок 2.1). Рост значений параметров Δ_T и Δ_T^I ведет к росту значений $Q_{SH}^{-1}(\beta)$. Наибольшее поглощение $Q_{SH}^{-1}(\beta) = 0.2$ будет при $\beta = 0^\circ$ на кривой с параметрами $\Delta_T = 0.5, \Delta_T^I = 0.1$; то же самое видели для поглощения $Q_{qP}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$ при $\Delta_N = 0.5, \Delta_N^I = 0.1$.

2.1.4 Влияние параметра γ на анизотропию скоростей и поглощения волн qP, qSV

Приведенный выше анализ анизотропии скоростей и поглощения волн qP и qSV выполнен для среды с отношением скорости поперечной волны к скорости продольной в исходной изотропной среде (без трещин) $V_{S,iso}/V_{P,iso} = \gamma = 0.3$. Такие значения параметра γ характерны для пород в ВЧР, а также для некоторых пород, залегающих достаточно глубоко.

Анизотропия скоростей и поглощения волн qP, qSV для модели с $\gamma = 0.5$ показана на рисунке 2.2, а для модели с $\gamma = 0.6$ — на рисунке 2.3. Графики на этих рисунках построены для тех же значений ослабленностей $\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T$, что и на рисунке 2.1 для модели с $\gamma = 0.3$. Поэтому различия в форме соответствующих кривых на рисунках 2.1–2.3 обязаны только различию в значениях γ . (Абсолютные значения скоростей и поглощения не сравниваем.) Видно, что чем больше значение γ , тем больше выражена анизотропия. Не зависящими от величины γ являются только значения скорости и поглощения qP -волны на оси симметрии, а именно, $V_{qP}(0^\circ)/V_{P,iso}, Q_{qP}^{-1}(0^\circ)$, а у qSV -волны — на оси симметрии и в плоскости изотропии, т.е. $V_{qSV}(0^\circ)/V_{S,iso} = V_{qSV}(90^\circ)/V_{S,iso}$ и

$Q_{qSV}^{-1}(0^\circ) = Q_{qSV}^{-1}(90^\circ)$, см. выражения (1.32) и (1.35) для qP -волны и (1.33), (1.36) для qSV -волны.

С увеличением γ зависимости $V_{qP}(\beta)$ демонстрируют возрастающий наклон кривых во всем интервале углов $\beta = (0^\circ, 90^\circ)$, он особенно заметен для углов $\beta \approx (30^\circ, 70^\circ)$. В интервале углов $\beta \approx (0^\circ, 30^\circ)$ функции $V_{qP}(\beta)$ — либо слабо возрастающие, либо с минимумом при $\Delta_T > \Delta_N$; для интервала углов $\beta \approx (70^\circ, 90^\circ)$ характерно замедленное возрастание скорости $V_{qP}(\beta)$ до максимума при $\beta = 90^\circ$. Хорошо видно также, что увеличение γ ведет и к усилению зависимости скоростей $V_{qP}(\beta)$ от значений Δ_N, Δ_T — действительных частей нормальной и касательной ослабленностей. Характерная особенность функции $V_{qP}(\beta)$ — наличие минимума в интервале углов $\beta = (0^\circ, 45^\circ)$ в случае сред с $\Delta_T > \Delta_N$ — становится с увеличением γ все более четко выраженной.

Зависимости $V_{qSV}(\beta)$ так же, как и зависимости $V_{qP}(\beta)$, с возрастанием γ имеют возрастающий наклон ветвей, идущих от минимальных значений при $\beta = 0^\circ, 90^\circ$ к максимальным в окрестности $\beta = 45^\circ$. С увеличением γ максимум скорости несколько смещается в сторону $\beta = 0^\circ$. Имеется и качественная особенность: если в среде с $\gamma = 0.3$ все кривые $V_{qSV}(\beta, \Delta_N, \Delta_T)$ имеют максимум при $\beta = 42\text{--}45^\circ$, то при $\gamma = 0.5$ одна из зависимостей $V_{qSV}(\beta)$, для ослабленностей $\Delta_N = 0.3, \Delta_T = 0.1$, практически — прямая линия $V_{qSV}(\beta) = \text{const}$, а при $\gamma = 0.6$ для тех же значений Δ_N, Δ_T функция $V_{qSV}(\beta)$ имеет уже не максимум, а минимум при $\beta = 42^\circ$.

Напомним, что рассматривается поведение фазовых скоростей. Поскольку волны распространяются с лучевыми скоростями, то не все названные особенности фазовых скоростей $V_{qSV}(\beta)$ могут быть выявлены по найденным из наблюдений зависимостям лучевых скоростей $V_{qSV}(\beta)$. В случае малой анизотропии допустимо считать, что лучевые скорости равны фазовым. Расчет лучевых скоростей для принятых нами значений ослабленностей показал, что примерно в половине всех случаев лучевые скорости никак нельзя считать равными фазовым, так как на индикаторах лучевых скоростей с увеличением значений Δ_N, Δ_T появляются петли и меняется знак кривизны. Это происходит при достаточно больших значениях Δ_T : $\Delta_T = 0.5, \Delta_N = 0.3, 0.5; \Delta_T = 0.7, \Delta_N = 0.1, 0.3, 0.5$.

На анизотропию поглощения qP - и qSV -волн увеличение параметра γ

действует на порядок сильнее, чем на анизотропию скоростей. У функций $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, как и у функций $V_{qP}(\beta)$, увеличивается наклон кривых, в результате чего при одинаковых исходных значениях $Q_{qP}^{-1}(0^\circ)$ для всех значений γ ($0.3; 0.5; 0.6$) значения $Q_{qP}^{-1}(90^\circ)$ становятся тем меньше, чем больше γ . Кроме того, как и у функций $V_{qP}(\beta)$, экстремумы, максимумы в интервале углов $\beta = (0^\circ, 45^\circ)$, с ростом γ становятся более заметными. Наблюдается и усиление при увеличении γ зависимости поглощения $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ от действительных и мнимых частей нормальных и касательных ослабленностей $\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T$. Для кривых $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ характерно то, что при увеличении γ поглощение в точке минимума в окрестности $\beta = 45^\circ$ увеличивается, а точка минимума смещается в сторону меньших значений угла β . Наибольшее влияние параметра γ на поглощение $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ состоит в том, что при больших значениях Δ_N, Δ_N^I обычный вид кривых $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$ — наличие у них минимума в окрестности $\beta = 45^\circ$ — сменяется на необычный: если при $\gamma = 0.3$ имеем минимум, то при $\gamma = 0.6$ на его месте появляется максимум, а при $\gamma = 0.5$ видим переход от минимума к максимуму, см. графики $Q_{qSV}^{-1}(\beta, \Delta_N, \Delta_N^I)$. На индикатрисах лучевых скоростей в таких случаях появляются петли.

2.1.5 Выводы

Детальный анализ анизотропии скоростей и поглощения волн qP, qSV и SH в трансверсально–изотропной модели изотропной среды с системой параллельных трещин был выполнен для того, чтобы служить основой для нахождения трещиноватых коллекторов путем использования данных не только по скоростям, но и по поглощению сейсмических волн. Анизотропия поглощения, обязанная трещиноватости, в разы больше, чем анизотропия скоростей, особенно в средах с большими значениями отношения скоростей $V_{S,iso}/V_{P,iso}$ в изотропной породе, содержащей трещины. Поэтому использование анизотропии поглощения при поисках трещиноватых коллекторов будет хорошим дополнительным источником информации о наличии трещин и их характеристиках. По величине поглощения продольных волн можно также определять и параметр $V_{S,iso}/V_{P,iso}$ в изотропной породе, содержащей трещины. На эту возможность было указано ранее в публикации о методе QVOA [Чичинина и др., 2006].

В настоящее время основным типом волн, используемых при наземной сейсморазведке, остаются, как и прежде, продольные волны. По одним P -волнам можно определить достаточно достоверно ориентацию системы трещин и найти лишь некоторые параметры трещиноватости. Из анализа данных по анизотропии скоростей и поглощения следует, что по данным P -волн хорошо определяется только нормальная ослабленность $\tilde{\Delta}_N$, в то время как касательная ослабленность $\tilde{\Delta}_T$ даже по синтетическим данным определяется плохо. Поэтому для полной характеристики трещиноватости, дающей возможность определить тип флюида в трещинах, необходимо применение SH -волн. Практика показывает, что нередко для этой цели можно использовать источники продольных волн, как взрывные, так и импульсные ударные («Енисей»). Волны типа SH могут возникнуть вследствие азимутальной анизотропии в ВЧР (см., например, [Горшков, Карстен, 2009]). Они образуются также и на границах азимутально-анизотропных слоев на других глубинах в результате обмена $P \rightarrow S$ с образованием двух волн: S_1 и S_2 (qSV и SH). По анизотропии скоростей и поглощения qP - и SH -волн можно полностью определить все параметры слоев с ориентированной трещиноватостью.

2.2 Оценка параметров трещиноватости по данным об анизотропии скоростей и поглощения волн qP , qSV и SH (обратная задача)

2.2.1 Постановка задачи

Обратная задача — определение параметров среды $LST\widetilde{I}$, эффективной модели изотропной среды с системой параллельных трещин, по зависимостям $V(\beta)$, $Q^{-1}(\beta)$ волн qP , qSV , SH — решается нами на основе проведенного анализа анизотропии скоростей и поглощения в средах $LST\widetilde{I}$ с различными значениями нормальной $\tilde{\Delta}_N = \Delta_N - i\Delta_N^I$ и касательной $\tilde{\Delta}_T = \Delta_T - i\Delta_T^I$ ослабленностей, характеризующих трещины в изотропной среде с параметром $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso}$. Искомые величины — действительные и мнимые части нормальной и касательной ослабленностей: $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$. Скорости $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ считаются известными. При решении обратной задачи нужны безраз-

мерные величины, вследствие чего скорости используются в виде $V_P(\beta)/V_{P,iso}$ и $V_{SV}(\beta)/V_{S,iso}$, $V_{SH}(\beta)/V_{S,iso}$.

Для нахождения параметров $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$ применяется метод наименьших квадратов. Минимизируемая целевая функция F задается как сумма квадратов отклонений экспериментальных значений скоростей V_m , поглощения Q_m^{-1} , $m = qP, qSV, SH$, в точках $i = 1, 2, \dots, n$, от их теоретических значений. В качестве экспериментальных данных в этой главе будут браться синтетические, т.е. рассчитанные. Поиск минимума может выполняться для следующих вариантов задания целевой функции:

$$F_{V_m} = \sum_{i=1}^n \left(V_{theor,m,i}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T) - V_{exp,m,i} \right)^2, \quad (2.10)$$

$$F_{Q_m^{-1}} = \sum_{i=1}^n \left(Q_{theor,m,i}^{-1}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T) - Q_{exp,m,i}^{-1} \right)^2, \quad (2.11)$$

$$F_{V_m, Q_m^{-1}} = \left(\sum_{i=1}^n \left(V_{theor,m,i}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T) - V_{exp,m,i} \right)^2 + \sum_{i=1}^n \left(Q_{theor,m,i}^{-1}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T) - Q_{exp,m,i}^{-1} \right)^2 \right), \quad m = qP, qSV, SH. \quad (2.12)$$

Задача состоит в том, чтобы найти из всех возможных вариантов задания целевой функции те, которые позволяют достаточно хорошо определять искомые параметры: действительные части Δ_N, Δ_T нормальной и касательной ослабленностей, ответственные главным образом за значения скоростей, и мнимые части Δ_N^I, Δ_T^I , вносящие основной вклад в поглощение. Кроме вида целевой функции F , см. (2.10)–(2.12), будем варьировать также типами волн ($m = qP, qSV, SH$ и различные комбинации qP, qSV, SH), входящих в функции F в (2.10)–(2.12). Переменными будут также интервалы углов $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_n)$. Задаются два интервала: $\beta = (0^\circ, \dots, 45^\circ)$, $\beta = (45^\circ, \dots, 90^\circ)$, шаг равен 5° . Первый случай, $\beta_{exp} = (0^\circ, \dots, 45^\circ)$, это, в основном, данные ВСП и отраженных волн для среды VTI, по которым ищутся системы горизонтальных трещин, и, кроме того, это могут быть данные межскважинного просвечивания в среде HTI, т.е. изотропной среде, содержащей систему вертикальных трещин. Ко второму случаю, $\beta_{exp} = (45^\circ, \dots, 90^\circ)$,

относятся данные ВСП и отраженных волн для среды НТИ и данные межскважинного просвечивания в среде ВТИ.

С вычислительной точки зрения, задача сводится в каждом конкретном случае к исследованию свойств соответствующей целевой функции $F(\vec{x})$ и к выбору подходящего метода ее минимизации. Вектор искомых параметров \vec{x} может включать в себя как все четыре параметра: $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$, так и любые их комбинации.

Приемлемыми решениями будут считаться значения действительных частей ослабленностей Δ_N, Δ_T , найденные с погрешностью не более 1–2%, и значения мнимых частей ослабленностей Δ_N^I, Δ_T^I , погрешности которых не превышают 10–20%. Такой выбор связан с тем, что поглощение определяется по полевым данным на порядок менее точно, чем скорости.

2.2.2 Вид целевой функции в зависимости от параметров трещиноватости

Свойства целевой функции $F(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$, определяемой выражениями (2.10)–(2.12), при разных вариантах ее задания исследовались численно путем вычисления при полном переборе всех параметров: $\gamma, \Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$, от которых она зависит. Это значения γ , равные 0.3, 0.5, 0.6, и значения $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$, приведенные в таблице 2.1, для которых вычислялись функции $V_m(\beta), Q_m^{-1}(\beta), m = qP, qSV, SH$, представленные на рисунках 2.1–2.3. Наиболее характерные из этих функций изображены на рисунке 2.5.

Характерный вид функции $F(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$ показан на рисунке 2.6. Функция четырех переменных представлена в виде поверхностей, зависящих от двух переменных (Δ_N, Δ_T) и (Δ_N^I, Δ_T^I) при фиксированных значениях двух других переменных. Представленные поверхности вычислялись для целевой функции вида (2.12), когда минимум искался по данным о скоростях и поглощении. Сравниваются два способа задания целевой функции: по данным только qP -волн (рисунок 2.6, а, б, д, е) и по данным qP - и SH -волн (см. рисунок 2.6, в, г, ж, з).

На рисунке 2.6, а, б, в, г, рассматривается интервал наблюдений $(0^\circ, 45^\circ)$. Видно, что поверхности, вычисленные по данным только qP -волн, имеют глубокие овраги, вытянутые вдоль осей Δ_T, Δ_T^I , особенно вдоль оси Δ_T . Если же

Таблица 2.3 – Значения действительных частей Δ_N , Δ_T нормальной $\tilde{\Delta}_N$ и касательной $\tilde{\Delta}_T$ ослабленностей — параметров функций $V_{qP}(\beta)$, $V_{qSV}(\beta)$, $V_{SH}(\beta)$, представленных на рисунке 2.5

Примечание. Для всех графиков скоростей $\Delta_N^I = \Delta_T^I = 0.06$. Цвет чисел соответствует цвету линий на рисунке 2.5

	V_{qP}, V_{qSV}		V_{SH}
	Δ_N	Δ_T	Δ_T
1	0.1	0.3	0.1
2	0.3	0.1	0.3
3	0.3	0.3	0.5
4	0.3	0.5	
5	0.5	0.3	

Таблица 2.4 – Значения действительных Δ_N , Δ_T и мнимых частей Δ_N^I , Δ_T^I нормальной $\tilde{\Delta}_N$ и касательной $\tilde{\Delta}_T$ ослабленностей — параметров функций $Q_{qP}^{-1}(\beta)$, $Q_{qSV}^{-1}(\beta)$, $Q_{SH}^{-1}(\beta)$, представленных на рисунке 2.5

Примечание. Цвет чисел соответствует цвету линий на рисунке 2.5

	$Q_{qP}^{-1}, Q_{qSV}^{-1}$				Q_{SH}^{-1}	
	Δ_N	Δ_N^I	Δ_T	Δ_T^I	Δ_T	Δ_T^I
1	0.3	0.03	0.3	0.06	0.3	0.03
2	0.3	0.06	0.3	0.03	0.1	0.06
3	0.3	0.06	0.3	0.06	0.3	0.06
4	0.3	0.06	0.3	0.1	0.5	0.06
5	0.3	0.1	0.3	0.06	0.3	0.1

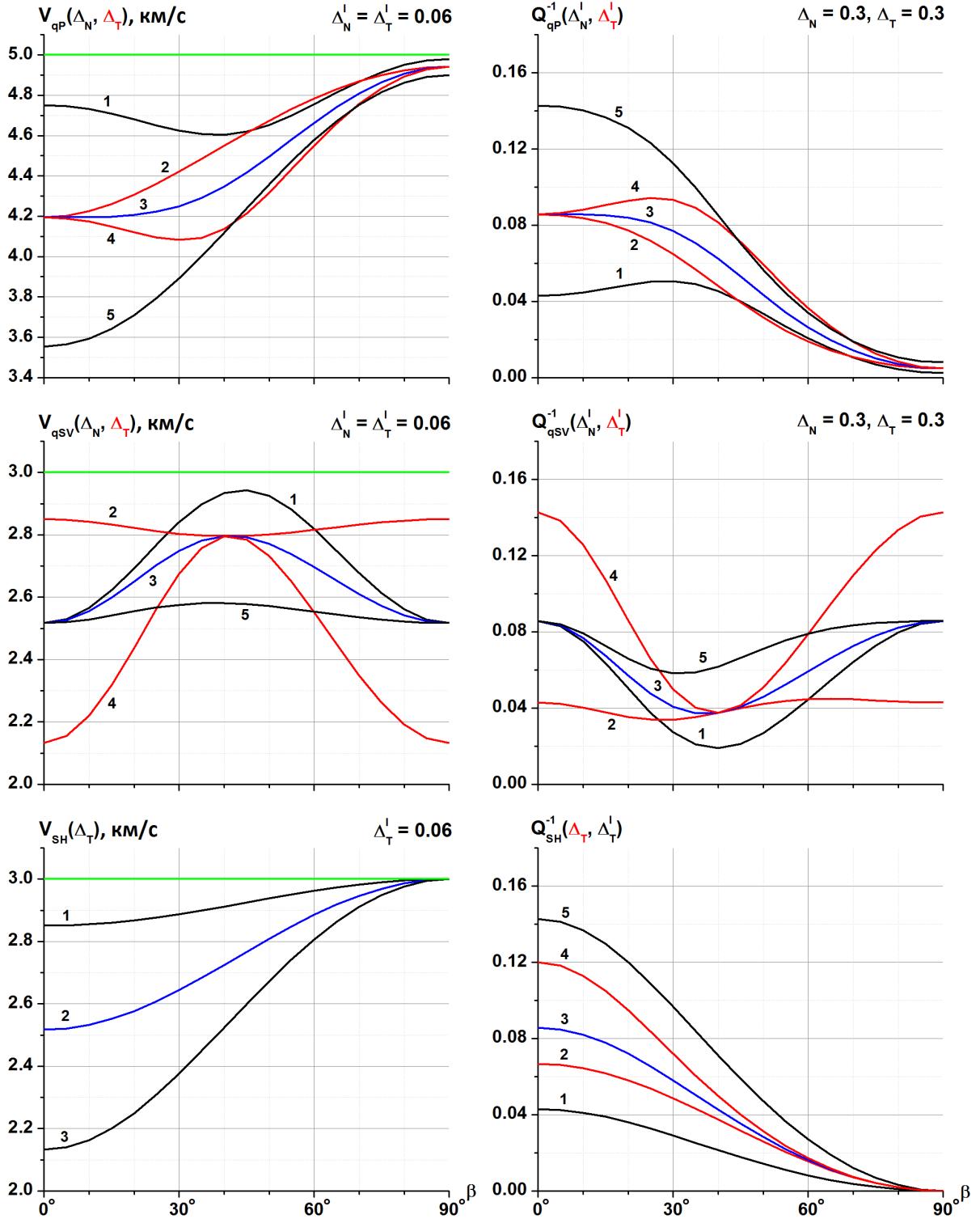


Рисунок 2.5 – Фазовые скорости (V) и поглощение (Q^{-1}) волн qP , qSV , SH в функции угла β между волновой нормалью и осью симметрии среды $LST\widetilde{I}$ с различными значениями действительных и мнимых частей ослабленностей: нормальной $\tilde{\Delta}_N = \Delta_N - \Delta_N^I$ и касательной $\tilde{\Delta}_T = \Delta_T - \Delta_T^I$; $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso} = 0.6$.

Примечание. 1–5 — цвет линий соответствует цвету чисел в таблицах 2.3 и 2.4. Зелеными линиями отмечены значения скоростей в изотропной среде, вмещающей трещины: $V_{P,iso} = 5$ км/с, $V_{S,iso} = 3$ км/с

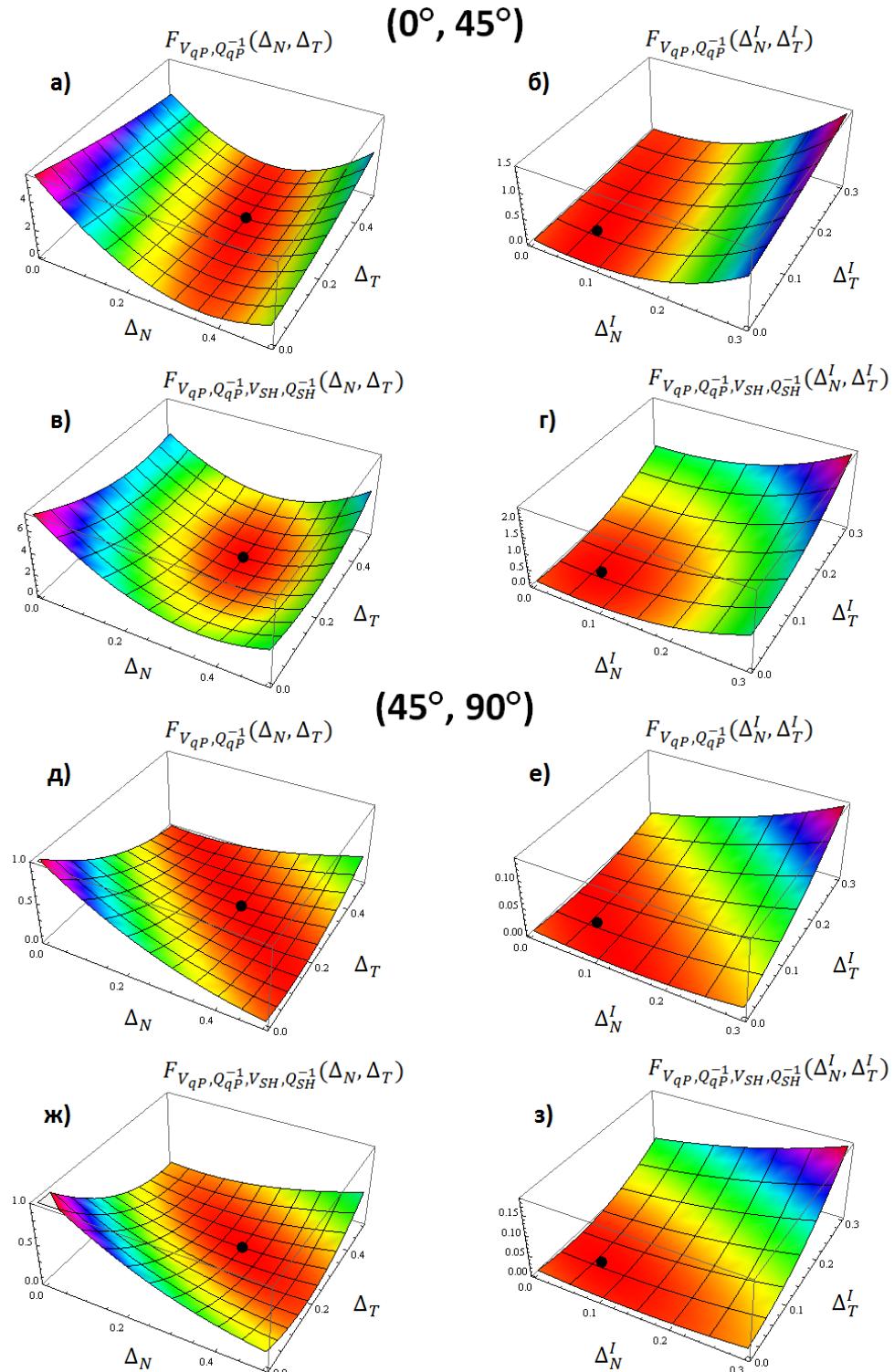


Рисунок 2.6 – Поверхности целевой функции $F(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$ для случаев, когда используются скорости (V) и поглощение (Q^{-1}) только квазипротодольной волны (qP) (а, б, д, е) и квазипротодольной волны (qP) и поперечной (SH) (в, г, ж, з). Интервал наблюдений: $(0^\circ, 45^\circ)$ — а–г, $(45^\circ, 90^\circ)$ — д–з. Искомые координаты точки минимума целевой функции отмечены черными точками и равны: $\Delta_N = 0.3$, $\Delta_T = 0.3$ (а, в, д, ж) и

$$\Delta_N^I = \Delta_T^I = 0.06 \quad (\text{б, г, е, з})$$

Примечание. Зафиксированные параметры равны: $\Delta_N^I = \Delta_T^I = 0.06$ (а, в, д, ж) и $\Delta_N = 0.3$, $\Delta_T = 0.3$ (б, г, е, з); $\gamma = V_{S,iso}/V_{P,iso} = 0.6$

поверхности вычисляются по данным qP - и SH -волн, овраги уменьшаются или исчезают. Вид поверхностей целевой функции на рисунке 2.6 для интервала наблюдений $(0^\circ, 45^\circ)$ был предсказан нами в разделе, посвященном результатам решения прямой задачи, где было показано (см. рисунок 2.5), что скорости и поглощение волн qP зависят главным образом от нормальной ослабленности, $\tilde{\Delta}_N$, и очень незначительно от касательной ослабленности, $\tilde{\Delta}_T$. Отсюда ясно, почему для этого интервала наблюдений на поверхностях целевой функции $F_{V_{qP}, Q_{qP}^{-1}}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T)$ появляются овраги, вытянутые по направлениям осей Δ_T, Δ_T^I , затрудняющие нахождение этих параметров.

Если же рассматривается интервал наблюдений $(45^\circ, 90^\circ)$ (см. рисунок 2.6, д, е, ж, з) овраги поверхностей, вычисленные по данным только qP -волн, уже вытянуты под углом к осям, что означает более равномерную зависимость скоростей и поглощения как от нормальной $\tilde{\Delta}_N$, так и от касательной $\tilde{\Delta}_T$ ослабленностей в этом интервале углов. Это видно на графиках V_{qP} и Q_{qP}^{-1} на рисунке 2.5, в интервале углов $(45^\circ, 90^\circ)$ влияние параметров нормальной Δ_N, Δ_N^I и касательной Δ_T, Δ_T^I ослабленностей трудно различимо. Совместное же применение данных qP - и SH -волн приводит к аналогичному эффекту — овраги уменьшаются или исчезают.

Для волн SH скорости и поглощение зависят только от касательной ослабленности $\tilde{\Delta}_T$, вид этих зависимостей показан на рисунке 2.5. Поэтому объединение данных qP - и SH -волн в одной целевой функции $F_{V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{SH}, Q_{SH}^{-1}}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T)$ помогает преодолеть овражный характер функции $F_{V_{qP}, Q_{qP}^{-1}}(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T)$ и найти как нормальные, так и касательные ослабленности $(\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T)$.

2.2.3 Алгоритмы оптимизации

Для минимизации целевой функции F вида (2.10)–(2.12) использовалась система компьютерной алгебры Wolfram Mathematica 8. Применялись

следующие встроенные в систему алгоритмы:

- сопряженных градиентов,
 - Ньютона,
 - квазиньютоновский,
 - Левенберга–Марквардта,
 - внутренней точки.
- (2.13)

Из них первые четыре — алгоритмы безусловной минимизации, в которых используются первые производные целевой функции — в методе сопряженных градиентов — и вторые производные в методах Ньютона, квазиньютоновском и Левенберга–Марквардта. Пятый алгоритм, внутренней точки, является алгоритмом минимизации с ограничениями, в качестве которых задаются неравенства (1.20). В качестве начального приближения задавались нулевые значения всех искомых параметров $(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$, что соответствует среде без трещин.

Описание всех примененных методов приводится, к примеру, в работе [Bonnans et al., 2003].

Метод Ньютона по минимизации функции $F(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$ есть метод Ньютона по нахождению нуля функции $\nabla F(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$. Преимущество метода хорошо известно — быстрая сходимость, но также хорошо известны его недостатки:

- вычислительная сложность (требуется вычислять матрицу Гессе и затем решать линейную систему);
- получаемые на каждой итерации приближения могут устремиться к ближайшей точке экстремума (минимума или максимума); не гарантируется «спуск».

В квазиньютоновском методе вместо вычисления матрицы Гессе F'' и решения соответствующей линейной системы используется аппроксимация F'' , вычисляемая на каждой итерации (в Wolfram Mathematica 8 для этого применяется формула Бройдена–Флетчера–Гольдфарба–Шанно).

Метод сопряженных градиентов направлен на минимизацию квадратичной функции без хранения дополнительных матриц. При расчете величины шага используется формула Полака–Райбера.

Алгоритм Левенберга–Марквардта изначально считался комбинацией градиентного метода и метода Гаусса–Ньютона. Впоследствии же выяснилось, что его можно также рассматривать как метод доверительных интервалов¹.

Метод внутренней точки решает задачу условной оптимизации объединением условий и минимизируемой функции за счет использования барьерной функции. Для задачи:

$$\begin{aligned} & \min F(\vec{x}), \\ & h_i(\vec{x}) \geq 0, \quad i = 1, \dots, 8, \end{aligned} \tag{2.14}$$

где \vec{x} — вектор искомых параметров $(\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I)$, F — минимизируемая функция, h_i — накладываемые ограничения, соответствующие (1.20), барьерная функция будет иметь вид:

$$B(\vec{x}, \mu) = F(\vec{x}) - \mu \sum_{i=1}^8 \ln(h_i(\vec{x})). \tag{2.15}$$

Здесь μ — некоторая неотрицательная константа, иногда называемая «барьерным параметром». Далее задача сводится к минимизации барьерной функции.

Из представленных методов предпочтительными являются последние два: Левенберга–Марквардта и внутренней точки. Первый как метод, направленный на решение задач минимизации целевой функции, представленной суммой квадратов невязок. Второй как метод условной оптимизации, учитывающий ограничения (1.20) на действительные и мнимые части ослабленностей $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$.

2.2.4 Численное исследование решения

Ниже рассматриваются следующие случаи задания теоретических и экспериментальных значений скоростей и поглощения в целевой функции ($m = qP, qSV, SH$):

- I. $V_{exp,m}(\beta), Q_{exp,m}^{-1}(\beta), V_{theor,m}(\beta), Q_{theor,m}^{-1}(\beta)$ — точные;

¹<http://www.cc.gatech.edu/people/home/ananth/docs/lmtut.pdf>

II. $V_{exp,m}(\beta), Q_{exp,m}^{-1}(\beta)$ — точные, $V_{theor,m}(\beta), Q_{theor,m}^{-1}(\beta)$ — приближенные, см. (1.31)–(1.37);

III. $V_{exp,m}(\beta), Q_{exp,m}^{-1}(\beta)$ — с погрешностями, $V_{theor,m}(\beta), Q_{theor,m}^{-1}(\beta)$ — точные.

В случае I проверяется работоспособность каждого из пяти алгоритмов (2.13). В случае II выясняется возможность использования при вычислении теоретических значений приближенных формул вместо численного точного расчета. В случае III имитируется работа с реальными экспериментальными данными, в качестве которых берутся вычисляемые точные данные с наложенными случайными гауссовыми помехами.

I. Применение всех пяти алгоритмов (2.13) к поиску минимума целевой функции оказалось успешным, с погрешностями искомых параметров порядка нуля, для всех типов волн. В качестве экспериментальных данных $V_{exp,m}(\beta), Q_{exp,m}^{-1}(\beta)$ и теоретических $V_{theor,m}(\beta), Q_{theor,m}^{-1}(\beta)$ брались значения скоростей и поглощения, вычисленные по формулам (1.31) путем подстановки в них собственных значений $\tilde{V}_m^2(\mathbf{n})$ тензора Кристоффеля для заданных значений параметров — ослабленностей $\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_T$. Был выполнен перебор всех возможных значений $\Delta_N, \Delta_T, \Delta_N^I, \Delta_T^I$ по схеме задания этих параметров, выбранной для детального анализа решения прямой задачи, см. таблицу 2.1.

II. Результаты проверки работоспособности алгоритмов (2.13) для случая, когда в выражении (2.12) экспериментальными данными служили точные значения скоростей и поглощения, а теоретические значения $V_{theor,m}(\beta), Q_{theor,m}^{-1}(\beta)$ вычислялись по приближенным формулам (1.31)–(1.37), даны в таблице 2.5. Более наглядно эти данные представлены в виде гистограмм на рисунке 2.7.

Исходные данные — скорости и поглощенные волны qP и (qP, qSV) .

Погрешности определения Δ_N, Δ_N^I . Для интервала углов $(0^\circ, 45^\circ)$ оценки таковы. Погрешности значений Δ_N изменяются в пределах: 0–0.3% в случае данных V_{qP}, Q_{qP}^{-1} и 0.2–1% в случае данных $V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{qSV}, Q_{qSV}^{-1}$. Погрешности значений Δ_N^I составляют 0.2–1% в случае данных V_{qP}, Q_{qP}^{-1} и 0–1.2% в случае данных $V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{qSV}, Q_{qSV}^{-1}$. Для интервала углов $(45^\circ, 90^\circ)$ погрешности больше. Для Δ_N они равны 0–2.9% по данным V_{qP}, Q_{qP}^{-1} и 1.8–6.7%

Таблица 2.5 – Относительные погрешности (в %) определения параметров трещиноватости Δ_N , Δ_T , Δ_N^I , Δ_T^I по приближенным формулам для скоростей $V(\beta)$ и поглощения $Q^{-1}(\beta)$ квазипротодольной волны qP , квазипоперечной qSV и поперечной SH в интервалах углов $\beta = (0^\circ, 45^\circ)$ и $\beta = (45^\circ, 90^\circ)$

Примечание. Серым цветом выделены значения погрешностей, превышающие предельные значения: $\sim 2\%$ для действительных частей ослабленностей и $\sim 20\%$ — для мнимых

(0°, 45°)			V_{qP}, Q_{qP}^{-1}	V_{SH}, Q_{SH}^{-1}	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{qSV}, Q_{qSV}^{-1}$	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{SH}, Q_{SH}^{-1}$	(45°, 90°)		V_{qP}, Q_{qP}^{-1}	V_{SH}, Q_{SH}^{-1}	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{qSV}, Q_{qSV}^{-1}$	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{SH}, Q_{SH}^{-1}$
1	Δ_N	0.3	0.0	-	0.7	0.8	Δ_N	0.3	0.0	-	1.8	2.1
	Δ_T	0.1	20.3	0.0	2.1	1.6	Δ_T	0.1	19.8	0.0	3.3	3.5
	Δ_N^I	0.06	0.4	-	0.2	1.4	Δ_N^I	0.06	0.2	-	2.1	7.4
	Δ_T^I	0.06	14.7	0.0	1.6	0.3	Δ_T^I	0.06	19.6	0.1	4.8	1.0
2	Δ_N	0.3	0.3	-	0.2	0.3	Δ_N	0.3	1.1	-	4.0	4.0
	Δ_T	0.3	5.1	0.0	0.4	0.3	Δ_T	0.3	8.9	0.0	3.5	1.5
	Δ_N^I	0.06	0.7	-	0.0	1.0	Δ_N^I	0.06	2.0	-	2.7	10.5
	Δ_T^I	0.06	13.4	0.0	0.1	0.2	Δ_T^I	0.06	23.0	0.0	7.2	1.0
3	Δ_N	0.3	0.2	-	0.2	0.3	Δ_N	0.3	2.8	-	6.7	6.6
	Δ_T	0.5	2.3	0.0	0.0	0.1	Δ_T	0.5	6.9	0.0	3.8	1.1
	Δ_N^I	0.06	0.8	-	0.1	0.8	Δ_N^I	0.06	2.9	-	5.4	14.0
	Δ_T^I	0.06	12.1	0.0	0.2	0.1	Δ_T^I	0.06	29.3	0.0	7.7	1.1
4	Δ_N	0.1	0.3	-	0.5	0.3	Δ_N	0.1	2.9	-	4.2	3.6
	Δ_T	0.3	0.0	0.0	0.5	0.0	Δ_T	0.3	0.7	0.0	1.7	0.1
	Δ_N^I	0.06	0.2	-	0.1	0.0	Δ_N^I	0.06	2.3	-	0.7	5.1
	Δ_T^I	0.06	1.5	0.0	0.2	0.0	Δ_T^I	0.06	7.6	0.0	4.8	0.3
5	Δ_N	0.5	0.3	-	1.0	1.2	Δ_N	0.5	0.4	-	5.4	5.7
	Δ_T	0.3	22.7	0.0	0.0	1.9	Δ_T	0.3	26.8	0.0	5.9	4.7
	Δ_N^I	0.06	1.0	-	1.2	3.1	Δ_N^I	0.06	1.2	-	5.7	18.2
	Δ_T^I	0.06	36.6	0.0	3.2	0.5	Δ_T^I	0.06	45.8	0.0	10.0	2.2

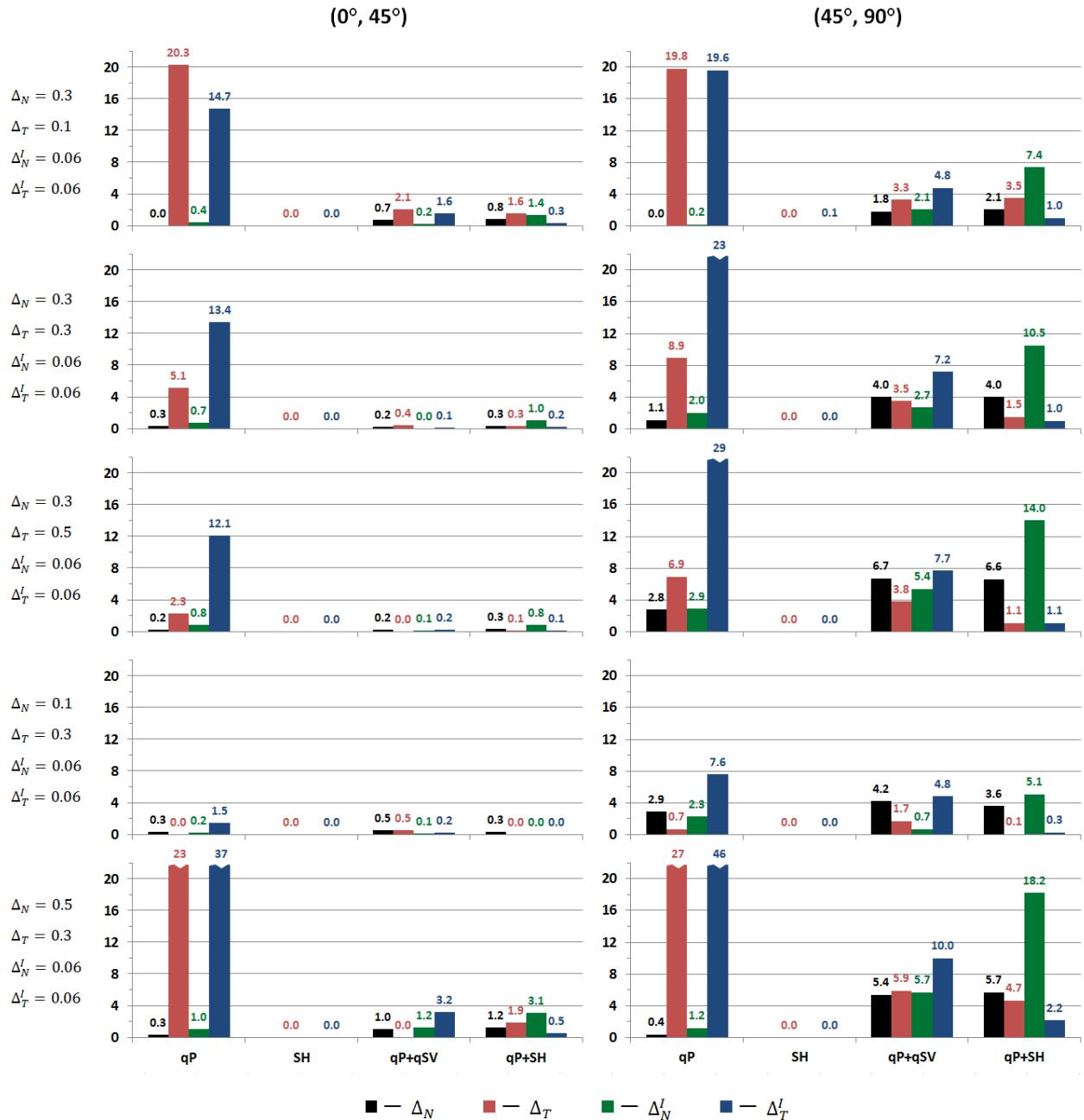


Рисунок 2.7 – Гистограммы ошибок из таблицы 2.5

по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} . Для Δ_N^I погрешности таковы: 0.2–2.9% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и 2.1–5.7% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} .

Результаты для интервала углов $(45^\circ, 90^\circ)$ говорят о том, что совместный поиск по данным qP - и qSV -волн может быть хуже, чем по данным только qP -волн. Следует напомнить, что и сами волны qSV можно зарегистрировать не для всех значений Δ_N , Δ_N^I , Δ_T , Δ_T^I из таблицы 2.5.

Погрешности определения Δ_T , Δ_T^I . Для интервала углов $(0^\circ, 45^\circ)$ погрешности значений Δ_T велики (0–22.7%) в случае данных V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и малы (0–2.1%) в случае данных V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} . Погрешности значений Δ_T^I изменяются в пределах 1.5–36.6% в случае данных V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и пренебрежимо малы (0–0.5%) в случае данных V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} . В интервале углов $(45^\circ, 90^\circ)$ погрешности сопоставимы с погрешностями для интервала $(0^\circ, 45^\circ)$. Для Δ_T они равны 0.7–26.8% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и 1.7–5.9% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} . Для Δ_T^I погрешности равны 7.6–45.8% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и 0.3–2.2% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} , т.е. использование волн qSV позволяет определять параметры Δ_T , Δ_T^I достаточно точно.

Исходные данные — скорости и поглощение волн SH и (qP, SH) .

Из таблицы 2.5 видно, что погрешности — нулевые по данным V_{SH} , Q_{SH}^{-1} во всем интервале углов $(0^\circ, 90^\circ)$. По данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{SH} , Q_{SH}^{-1} они не выходят за установленные рамки в интервале углов $(0^\circ, 45^\circ)$, а в интервале $(45^\circ, 90^\circ)$ погрешности Δ_T изменяются в пределах 0.1–4.7%, а для Δ_T^I они пренебрежимо малы. Отсюда следует, что для определения параметров Δ_T , Δ_T^I наиболее оптимально использование данных V_{SH} , Q_{SH}^{-1} .

Общий вывод насчет использования приближенных формул состоит в том, что их можно применять практически во всех случаях. При этом параметры нормальной ослабленности Δ_N , Δ_N^I надо определять по данным qP -волн либо — при условии слабой анизотропии — по данным волн qP , qSV . Для определения параметров касательной ослабленности Δ_T , Δ_T^I оптимально использование данных о скоростях и поглощении SH -волн.

III. Результаты изучения влияния помех в экспериментальных данных $V_{exp,m}(\beta)$, $Q_{exp,m}^{-1}(\beta)$ на погрешности определения параметров Δ_N , Δ_T , Δ_N^I , Δ_T^I представлены в таблице 2.6 и на рисунке 2.8. Теоретические значения $V_{theor,m}(\beta)$, $Q_{theor,m}(\beta)$, входящие в целевую функцию (2.12), рассчитыва-

Таблица 2.6 – Относительные погрешности (в %) определения параметров трещиноватости Δ_N , Δ_T , Δ_N^I , Δ_T^I при наложении случайных помех на зависимости $V(\beta)$ и $Q^{-1}(\beta)$ для квазипротодольной волны qP , квазипоперечной qSV и поперечной SH в интервалах углов $\beta = (0^\circ, 45^\circ)$ и $\beta = (45^\circ, 90^\circ)$

Примечание. Серым цветом выделены значения погрешностей, превышающие предельные значения: $\sim 2\%$ для действительных частей ослабленностей и $\sim 20\%$ — для мнимых

(0°, 45°)			V_{qP}, Q_{qP}^{-1}	V_{SH}, Q_{SH}^{-1}	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{qSV}, Q_{qSV}^{-1}$	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{SH}, Q_{SH}^{-1}$	(45°, 90°)		V_{qP}, Q_{qP}^{-1}	V_{SH}, Q_{SH}^{-1}	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{qSV}, Q_{qSV}^{-1}$	$V_{qP}, Q_{qP}^{-1}, V_{SH}, Q_{SH}^{-1}$
1	Δ_N	0.3	3.7	-	1.5	1.7	Δ_N	0.3	1.7	-	5.4	5.5
	Δ_T	0.1	40.0	6.1	2.1	4.7	Δ_T	0.1	28.7	30.2	12.6	27.4
	Δ_N^I	0.06	3.9	-	4.1	4.0	Δ_N^I	0.06	7.4	-	3.3	0.4
	Δ_T^I	0.06	2.3	3.9	5.1	3.8	Δ_T^I	0.06	13.9	4.9	3.9	4.1
2	Δ_N	0.3	6.6	-	5.2	4.5	Δ_N	0.3	11.1	-	1.5	1.3
	Δ_T	0.3	14.7	3.0	7.5	2.7	Δ_T	0.3	38.6	4.3	1.2	6.1
	Δ_N^I	0.06	2.0	-	2.1	4.2	Δ_N^I	0.06	9.4	-	11.0	11.3
	Δ_T^I	0.06	9.6	8.3	4.2	7.9	Δ_T^I	0.06	2.3	7.1	8.3	6.8
3	Δ_N	0.3	4.3	-	3.1	3.0	Δ_N	0.3	1.0	-	3.3	0.2
	Δ_T	0.5	6.4	0.3	1.3	0.4	Δ_T	0.5	4.3	3.0	0.5	3.1
	Δ_N^I	0.06	5.5	-	2.1	1.4	Δ_N^I	0.06	3.7	-	6.4	8.9
	Δ_T^I	0.06	34.6	0.9	4.7	1.4	Δ_T^I	0.06	13.0	0.7	9.5	0.0
4	Δ_N	0.1	5.0	-	6.2	6.0	Δ_N	0.1	7.4	-	20.4	19.5
	Δ_T	0.3	0.6	3.0	2.2	3.0	Δ_T	0.3	15.4	4.3	1.3	4.8
	Δ_N^I	0.06	6.0	-	0.5	2.5	Δ_N^I	0.06	1.0	-	9.3	5.3
	Δ_T^I	0.06	35.9	8.3	4.6	8.7	Δ_T^I	0.06	24.1	7.1	6.7	7.9
5	Δ_N	0.5	0.9	-	2.1	1.3	Δ_N	0.5	6.8	-	1.1	1.7
	Δ_T	0.3	6.9	3.0	3.5	3.1	Δ_T	0.3	35.5	4.3	1.6	1.8
	Δ_N^I	0.06	0.7	-	0.5	3.0	Δ_N^I	0.06	2.4	-	5.1	0.6
	Δ_T^I	0.06	23.4	8.3	11.3	7.2	Δ_T^I	0.06	10.8	7.1	5.9	7.6

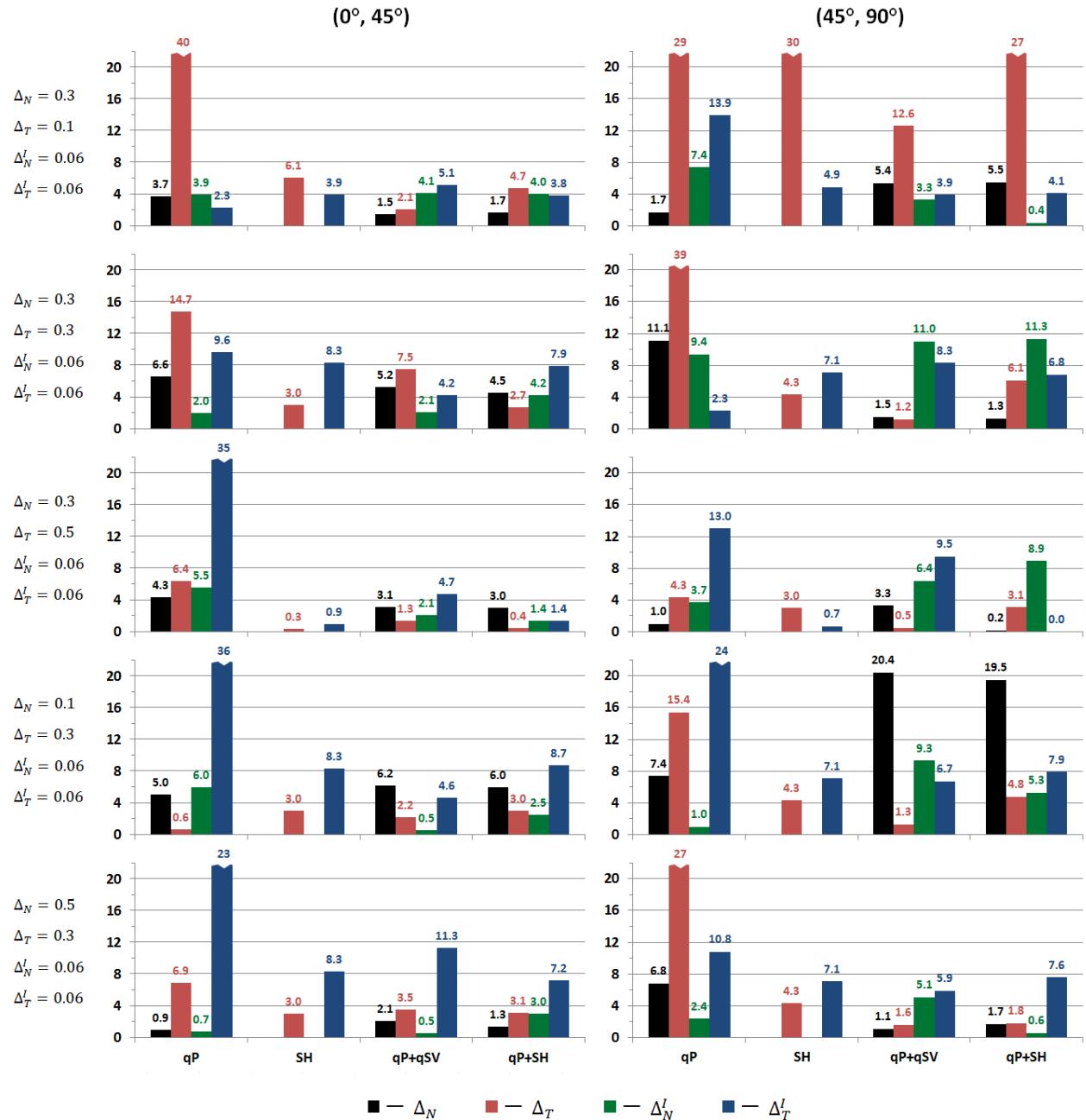


Рисунок 2.8 – Гистограммы ошибок из таблицы 2.6

лись по точным формулам. В качестве экспериментальных данных $V_{exp,m}(\beta)$, $Q_{exp,m}^{-1}(\beta)$ брались вычисленные точные значения $V(\beta_i)$, $Q^{-1}(\beta_i)$, $i = 1, \dots, 10$, к которым добавлялись случайные величины, распределенные по нормальному закону со средним квадратическим отклонением 2% от $V(\beta_i)$ и 20% от $Q^{-1}(\beta_i)$.

Исходные данные — скорости и поглощение волн qP и (qP, qSV) .

Погрешности определения Δ_N , Δ_N^I . Погрешности значений Δ_N и Δ_N^I примерно одинаковы в обоих интервалах углов, поэтому приводятся данные для интервала $(0^\circ, 90^\circ)$. Погрешности Δ_N изменяются в пределах 0.1–20.4%, но выходят за установленный предел в 2% лишь в нескольких случаях (в 6-ти из 20-ти). Погрешности значений Δ_N^I изменяются в пределах 0.5–11%, при пределе 20%.

Погрешности определения Δ_T , Δ_T^I . Погрешности значений Δ_T больше в интервале углов $(45^\circ, 90^\circ)$, чем в интервале $(0^\circ, 45^\circ)$, а погрешности Δ_T^I — наоборот.

Погрешности Δ_T в интервале углов $(0^\circ, 45^\circ)$ равны 0.6–40% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и 1.3–7.5% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} . В интервале $(45^\circ, 90^\circ)$ они такие: 4.3–38.6% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} и 0.5–12.6% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} . Это означает, что привлечение волн qSV позволяет улучшить оценки параметра Δ_T , но не до 2%.

Погрешности Δ_T^I в интервале углов $(0^\circ, 45^\circ)$ по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} равны 2.3–35.9%, а по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} они меньше: 2.2–11.3%, т.е. до 20%. В интервале $(45^\circ, 90^\circ)$ погрешности Δ_T^I по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} равны 2.3–24.1%, а по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{qSV} , Q_{qSV}^{-1} они меньше: 3.9–9.5%, т.е. меньше 20%. Как и для параметра Δ_T , погрешности Δ_T^I понижаются при использовании волн qSV и притом настолько, что становятся меньше установленного предела в 20%.

Исходные данные — скорости и поглощение волн SH и (qP, SH) .

Погрешности Δ_T в интервале углов $(0^\circ, 45^\circ)$ равны 0.3–6.1% по данным V_{SH} , Q_{SH}^{-1} , и 1.3–7.5% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{SH} , Q_{SH}^{-1} . В интервале $(45^\circ, 90^\circ)$ погрешности Δ_T больше: 3–30.2% по данным V_{SH} , Q_{SH}^{-1} и 1.8–27.4% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{SH} , Q_{SH}^{-1} , т.е. в общем погрешности превышают 2%.

Погрешности Δ_T^I в интервале углов $(0^\circ, 45^\circ)$ равны 0.9–8.3% по данным V_{SH} , Q_{SH}^{-1} и 1.4–8.7% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{SH} , Q_{SH}^{-1} , а в интервале $(45^\circ, 90^\circ)$ равны 0.7–7.1% по данным V_{SH} , Q_{SH}^{-1} и 0–7.9% по данным V_{qP} , Q_{qP}^{-1} , V_{SH} , Q_{SH}^{-1} , т.е. во всех случаях меньше 20%.

Результаты оптимизации целевой функции (2.12) при наличии помех в экспериментальных данных приводят к выводу, что надо повысить помехоустойчивость экспериментальных данных. Известный способ борьбы с помехами — увеличение числа измерений. В приведенных примерах число экспериментальных точек было взято равным 10. В реальных данных их значительно больше, за счет чего влияние помех должно уменьшиться.

Здесь приведены результаты численного исследования решения обратной задачи в случае целевой функции (2.12). При целевых функциях вида (2.10) и (2.11) все операции при поиске минимума целевой функции в принципе такие же, но более простые.

2.3 Оценка параметров трещиноватости в случае азимутальной анизотропии

В реальных средах плоскости трещин чаще всего являются вертикальными или наклонными. Приведенное в разделе 2.2.4 решение обратной задачи справедливо для любой ориентации плоскостей параллельных трещин, так как теоретические значения скоростей и поглощения волн трех типов (qP , qSV и SH), входящие в минимизируемую целевую функцию (2.10)–(2.12) для трансверсально–изотропной (ТИ) среды, вычисляются для углов β между осью симметрии среды и волновой нормалью волны заданного типа.

В случае горизонтальных плоскостей трещин ось симметрии вертикальна (среда VTI), и решения прямой и обратной задач, приведенные в главе 2, могут быть использованы непосредственно. Если же по 3D–данным полевых наблюдений видно, что симметрии относительно вертикальной оси нет, т.е. анизотропия азимутальная (HTI), надо предварительно, до решения обратной задачи по поиску параметров трещиноватости, найти пространственное положение оси симметрии для тех интервалов глубин, где анизотропия существует. В случае поперечных волн это делается по расщеплению попереч-

ной волны S на две (S_1 и S_2 , или в среде ТИ — на qSV и SH), которое происходит, когда волна S попадает из изотропной среды в анизотропную, см., например, [Горшаков и др., 2011]. Для продольных волн отсутствие симметрии относительно вертикальной оси обнаруживается при сравнении наблюдений в разных вертикальных плоскостях: на профилях разных азимутов при наземных наблюдениях 3D и при выносе источников от скважины по разным азимутам при ВСП. Круговые наблюдения дают зависимости, характеризующиеся для каждого из трех типов волн своим видом и периодичностью.

При горизонтальной оси симметрии, т.е. в случае среды НТИ, зависимости $V(\beta)$, $Q^{-1}(\beta)$ для волн qP , qSV , SH , показанные на рисунке 2.5, можно использовать, предварительно вычислив углы β как $\arccos(\mathbf{n}_a, \mathbf{n}_{wn})$, где \mathbf{n}_a — единичный вектор оси симметрии, а \mathbf{n}_{wn} — единичный вектор волновой нормали. В системе координат $x_1x_2x_3$ с осью x_3 , направленной вертикально вниз, и осью x_1 , направленной вдоль оси симметрии среды НТИ (для нее $\mathbf{n}_a = (1, 0, 0)$), на профилях с азимутами ψ , отсчитываемыми от оси x_1 , угол β зависит только от направления волновой нормали:

$$\beta = |\arccos(\sin \eta_{wn} \cos \psi_{wn})|, \quad \beta \in (0^\circ, 90^\circ). \quad (2.16)$$

В первом приближении можно считать, что $\psi_{wn} = \psi$. Тогда на профилях заданных азимутов $\psi = \psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ угол $\beta = |\arccos(\sin \eta_{wn} \cos \eta_{wn})|$ будет определяться только полярным углом $\eta = \eta_{wn}$, отсчитываемым от оси x_3 . На рисунке 2.9 приведены функции $\beta(\eta)$ для нескольких значений азимута ψ ($0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$).

Теперь посмотрим на зависимости $V(\beta)$, $Q^{-1}(\beta)$ на рисунке 2.5, используя графики $\beta(\eta)$ рисунка 2.9, с помощью которых будем смотреть на зависимости $V(\beta)$, $Q^{-1}(\beta)$ как на зависимости $V(\eta)$, $Q^{-1}(\eta)$, $\eta = 0^\circ, \dots, 90^\circ$. Для распространения волн в вертикальной плоскости, проходящей через ось симметрии среды ($\psi = 0^\circ$), будем смотреть на все графики рисунка 2.5 справа налево, т.е. от $\beta = 90^\circ$ к $\beta = 0^\circ$, рисунок 2.10. Для распространения волн в вертикальных плоскостях с азимутами $\psi = (30^\circ, 60^\circ)$ на графики рисунка 2.5 будем смотреть от $\beta = 90^\circ$ до $\beta = 30^\circ$, рисунок 2.11, и $\beta = 60^\circ$, рисунок 2.12, соответственно. А в случае распространения волн в вертикальной плоскости, нормальной оси симметрии, т.е. при $\psi = 90^\circ$, надо смотреть

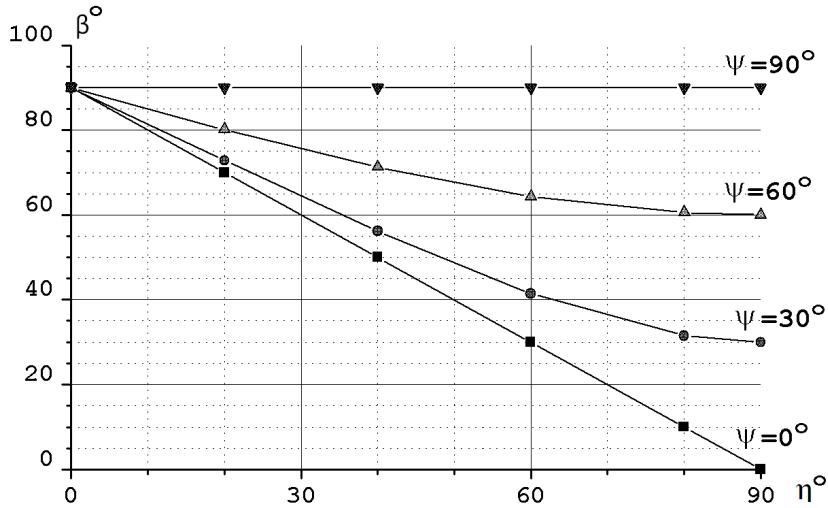


Рисунок 2.9 – Зависимости углов β между осью симметрии $\mathbf{n}_a = (1, 0, 0)$ и волновой нормалью $\mathbf{n}_{wn} = (\sin \eta_{wn} \cos \psi_{wn}, \sin \eta_{wn} \sin \psi_{wn}, \cos \eta_{wn})$ от угла волновой нормали η_{wn} при разных значениях азимутального угла ψ_{wn} ; $\eta_{wn} = \eta$, $\psi_{wn} = \psi$

на значения $V(\beta)$, $Q^{-1}(\beta)$ при $\beta = 90^\circ$, так как эта вертикальная плоскость есть плоскость изотропии. Таким образом, в случае среды НТИ попадаем в области малого влияния трещин на скорости и поглощение при наблюдениях отраженных волн и ВСП. Присутствие трещин становится заметным только при межскважинном просвечивании при расположении скважин с приемниками вокруг скважины с источниками, когда волны распространяются по горизонтальным и близгоризонтальным направлениям.

Обратимся к графикам поглощения $Q_{qP}^{-1}(\beta)$ на рисунке 2.5 и сравним поглощение в вертикальной плоскости изотропии ($\beta = 90^\circ$) и в окрестности горизонтальной оси симметрии для углов $\beta \approx (0^\circ, 30^\circ)$. Видно, что в окрестности оси симметрии поглощение в несколько раз больше, чем в плоскости изотропии, где оно ничтожно мало. Эти данные, по-видимому, проливают свет на поведение спектров квазипродольных волн, показанных на рисунке 8 в статье [Горшков и др., 2011], см. рисунок 2.13. В скважине в интервале глубин 2300–2700 м поглощение оказалось очень малым для направлений, находящихся в плоскости изотропии, и большим для направлений в окрестности оси симметрии. Интересно и то, что обнаружить анизотропию скоростей в этих данных квазипродольных волн не удалось, а анизотропия поглощения оказалась ярко выраженной.

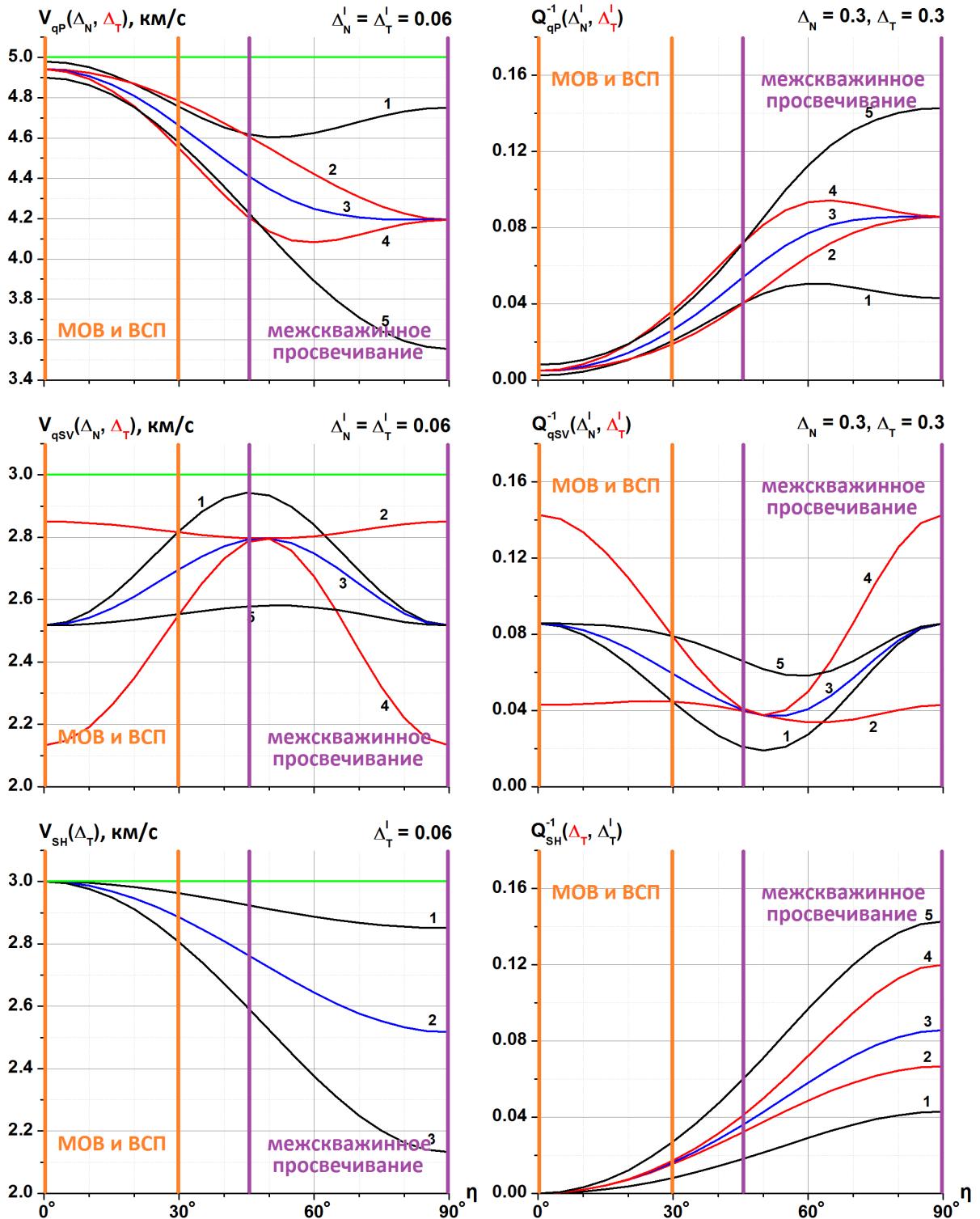


Рисунок 2.10 – Фазовые скорости (V) и поглощение (Q^{-1}) волн qP , qSV , SH в функции угла η между волновой нормалью и вертикалью, осью x_3 , среды НТИ в вертикальной плоскости, проходящей через ось симметрии среды с азимутом $\psi = 0^\circ$, отсчитываемым от оси x_1 .

Примечание. 1–5 — цвет линий соответствует цвету чисел в таблицах 2.3 и 2.4. Зелеными линиями отмечены значения скоростей в изотропной среде, вмещающей трещины: $V_{P,iso} = 5$ км/с, $V_{S,iso} = 3$ км/с

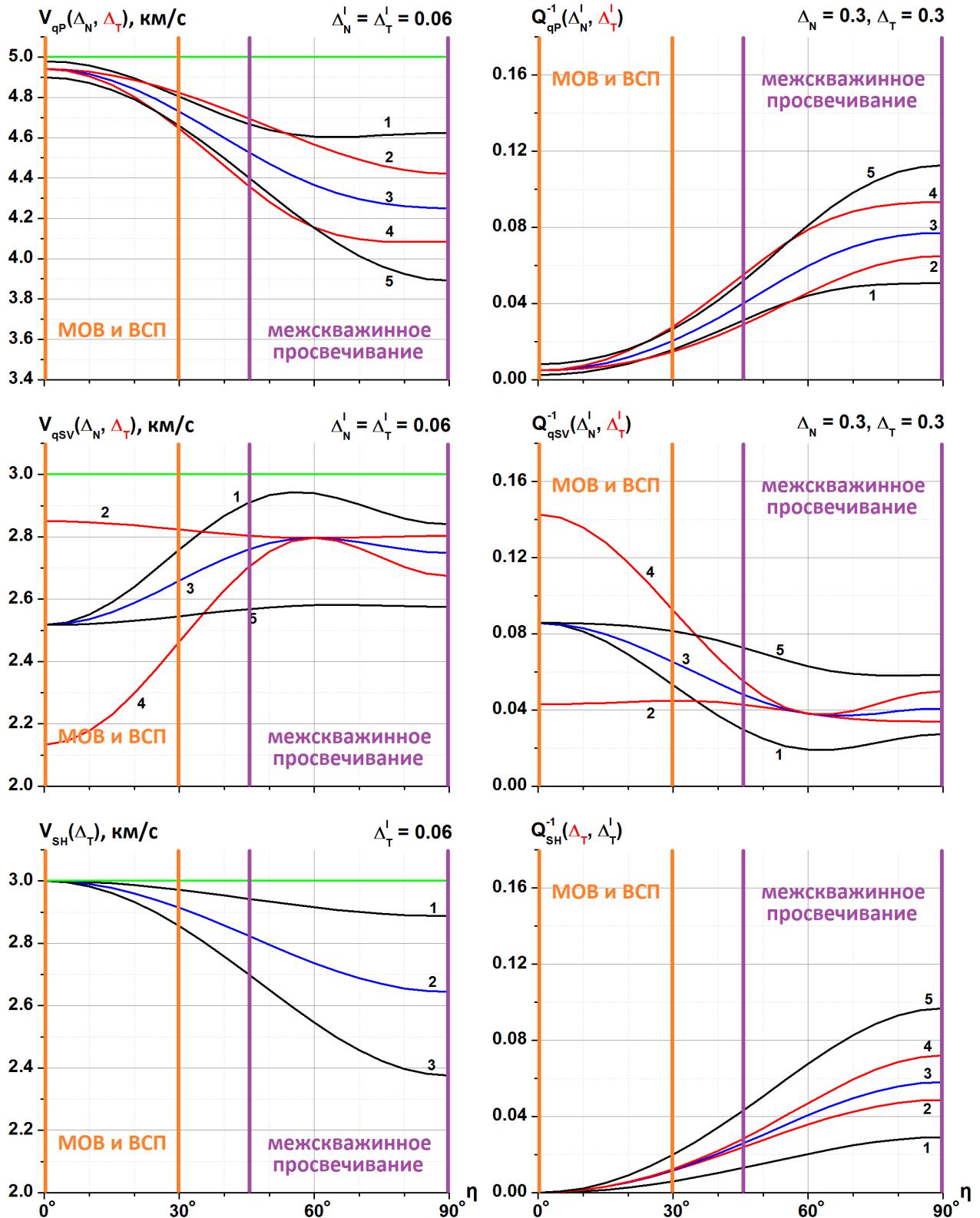


Рисунок 2.11 – Фазовые скорости (V) и поглощение (Q^{-1}) волн qP , qSV , SH в функции угла η между волновой нормалью и вертикалью, осью x_3 , среды HTI в вертикальной плоскости с азимутом $\psi = 30^\circ$

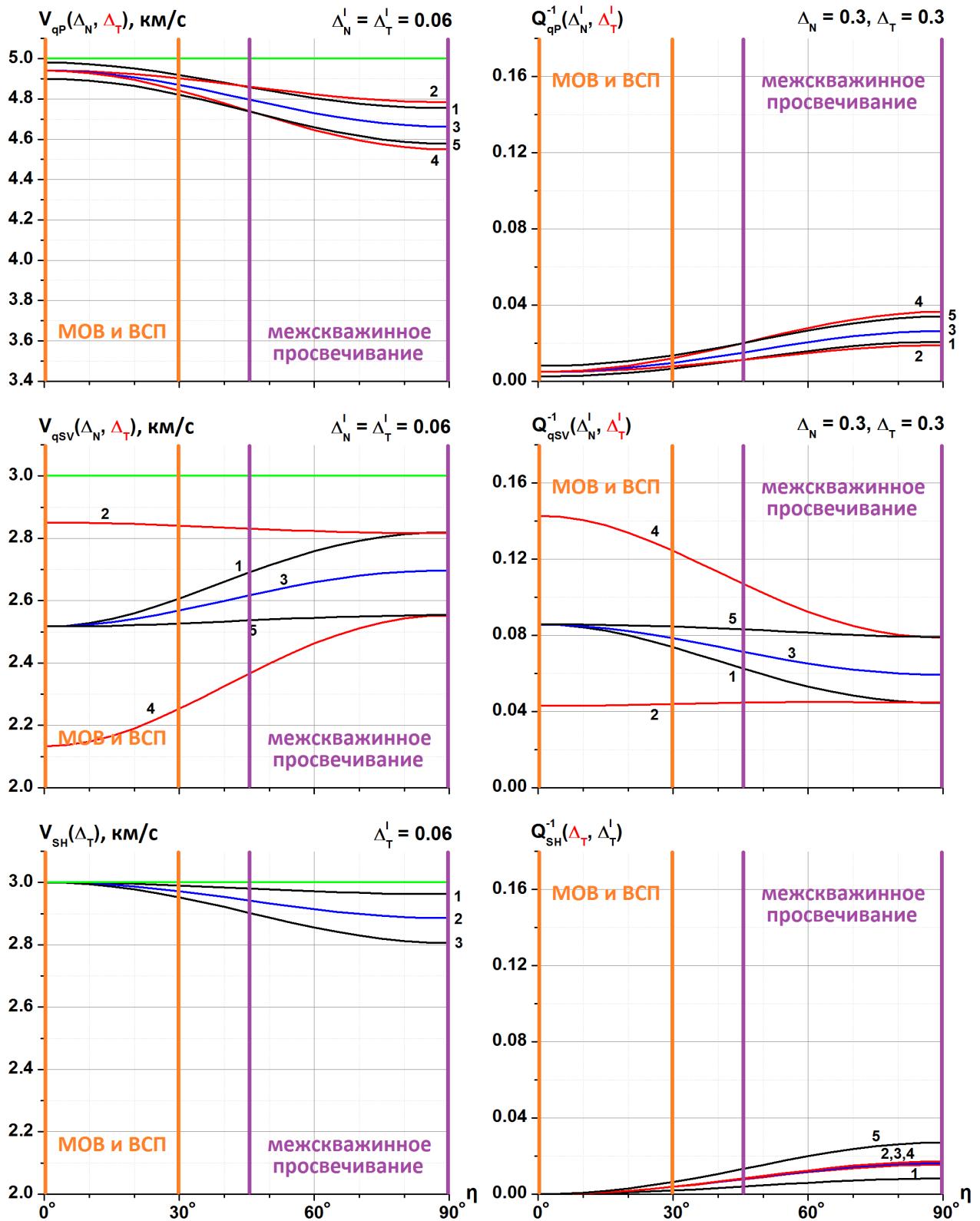


Рисунок 2.12 – Фазовые скорости (V) и поглощение (Q^{-1}) волн qP , qSV , SH в функции угла η между волновой нормалью и вертикалью, осью x_3 , среды HTI в вертикальной плоскости с азимутом $\psi = 60^\circ$

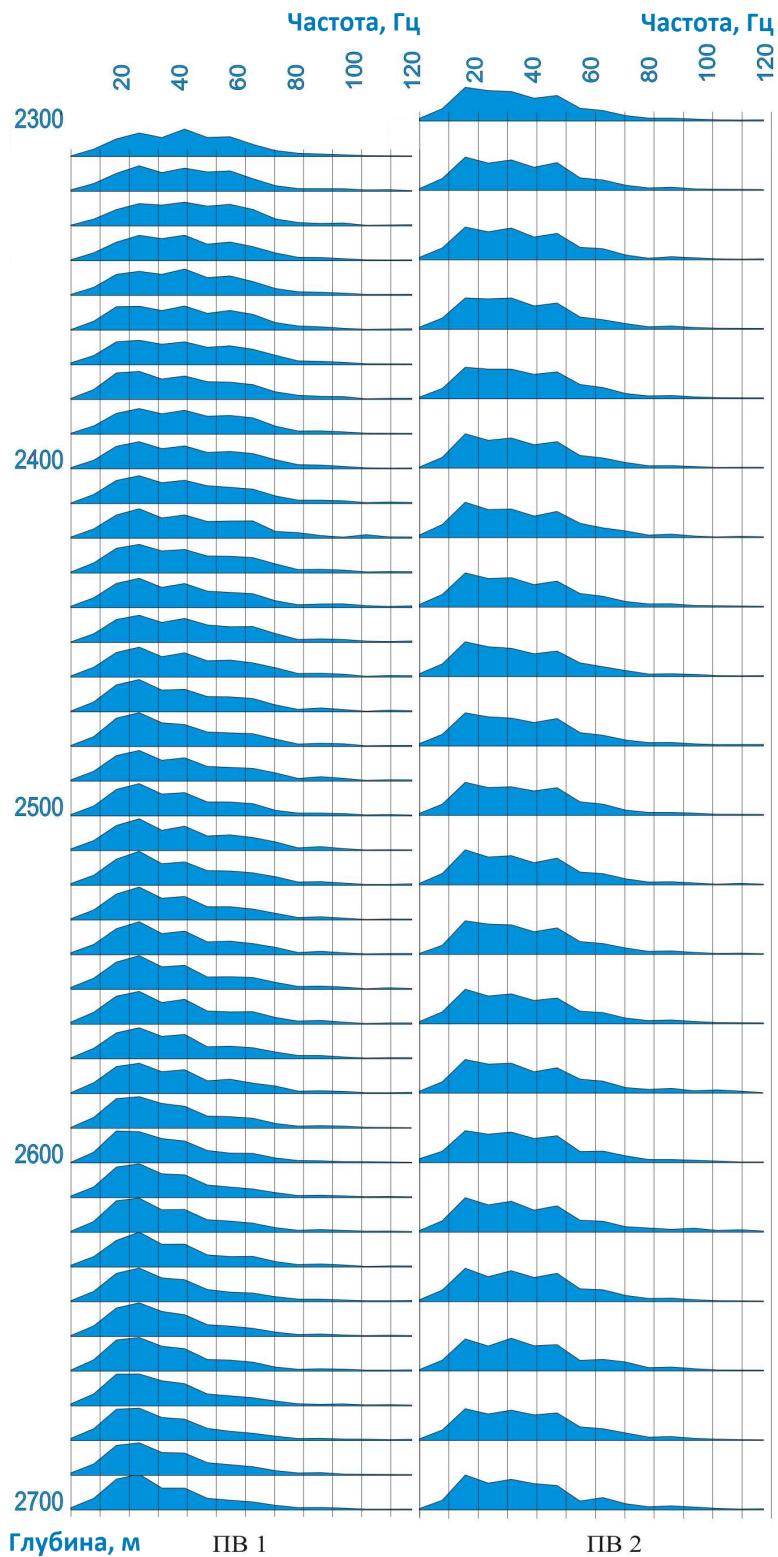


Рисунок 2.13 – Амплитудно–частотные спектры прямых нисходящих квазипродольных волн при возбуждении с ПВ 1 (направления вблизи окрестности оси симметрии) и ПВ 2 (направления в плоскости изотропии) по скважине Плт–830 в интервале глубин 2300–2700 м [Горшkalев и др., 2011]

Заметим, что рисунок 2.13 интересен также тем, что изображенные на нем спектры имеют по три максимума, и только средние из них относятся к вступлениям квазипродольных волн. Возможно, что остальные два максимума связаны с межтрещинными псевдорелеевскими волнами, о которых будет речь в главе 4 в разделе 4.3.2.

ГЛАВА 3. АНИЗОТРОПИЯ СКОРОСТЕЙ И ПОГЛОЩЕНИЯ В ОРТОРОМБИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

3.1 Модели $1fr$, $1fr + VTI$, $2fr$

В настоящее время при моделировании систем ориентированных трещин используются чаще всего эффективные модели двух видов симметрии: трансверсально–изотропные и орторомбические. Распространение волн в трансверсально–изотропной среде было рассмотрено в главе 2. В главе 3 анализируются особенности распространения волн в среде орторомбической симметрии. Обе эффективные модели описывают систему вертикальных трещин. В случае трансверсально–изотропной модели вмещающая трещины среда считается изотропной (модель $1fr$), а в случае орторомбической модели — трансверсально–изотропной с вертикальной осью симметрии (модель $1fr + VTI$). Симметрия эффективной модели будет орторомбической и в случае двух систем взаимно перпендикулярных трещин в изотропной среде (модель $2fr$).

В данной главе анализируются на основе численного моделирования особенности распространения волн в средах орторомбической симметрии. Рассматриваются модели $1fr + VTI$ и $2fr$.

3.1.1 Выбор параметров моделей

Возьмем за основу обобщенную горизонтально–слоистую модель Юрубчено–Тохомской зоны с анизотропным слоем на глубинах 2300–2760 м. Для облегчения вычислительной сложности анизотропный слой в верхней части разреза на глубинах 10–170 м заменен изотропным. В рассматриваемой модели будет лишь один анизотропный слой на глубинах 2300–2760 м, рисунок 3.1. Это трансверсально–изотропный слой с горизонтальной осью симметрии (HTI). Его параметры анизотропии K_P , K_{SV} и K_{SH} определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} C_{33}^{HTI} &= \rho V_{P\parallel}^2, & C_{11}^{HTI} &= C_{33}^{HTI}/K_P^2, \\ C_{44}^{HTI} &= \rho V_{S\parallel}^2, & C_{66}^{HTI} &= C_{44}^{HTI}/K_{SH}^2, \\ C_{13}^{HTI} &= C_{11}^{HTI} \left(0.5(1 + K_P^2) - 2K_{SV}^2(C_{66}^{HTI}/C_{11}^{HTI}) \right), \end{aligned} \quad (3.1)$$



Рисунок 3.1 – Обобщенная горизонтально–слоистая модель Юрубчено–Тохомской зоны с азимутально–анизотропным слоем HTI в интервале рифейских отложений 2300–2760 м.
Примечание. Значения параметров K_P , K_{SV} , K_{SH} заданы произвольным образом ввиду отсутствия их количественных оценок

где C_{ij}^{HTI} — компоненты тензора модулей упругости, соответствующего трансверсально–изотропной среде с горизонтальной осью симметрии, $V_{P\parallel}$, $V_{S\parallel}$ — скорости продольной и поперечной волн в вертикальной плоскости изотропии среды HTI, соответственно.

Слой в интервале глубин 2300–2760 м может быть азимутально анизотропным (HTI), если содержит:

1. систему вертикальных трещин в изотропной вмещающей среде, модель $1fr$;

2. систему вертикальных трещин в тонкослоистой среде, модель $1fr + VTI$;
3. две системы взаимно перпендикулярных вертикальных трещин в изотропной вмещающей среде, модель $2fr$.

Модель $1fr$.

От параметров $V_{P\parallel}$, $V_{S\parallel}$, K_P , K_{SV} и K_{SH} среды HTI можно перейти к параметрам Δ_N , Δ_T среды LSTI посредством сопоставления формул (3.1) для компонент тензора модулей упругости среды HTI с аналогичными формулами для среды LSTI с горизонтальной осью симметрии:

$$\begin{aligned} C_{33}^{LSTI} &= (\lambda + 2\mu) \left(1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \right)^2 \Delta_N \right), & C_{44}^{LSTI} &= \mu, \\ C_{11}^{LSTI} &= (\lambda + 2\mu)(1 - \Delta_N), & C_{66}^{LSTI} &= \mu(1 - \Delta_T), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где λ , μ — параметры Ламе вмещающей изотропной среды, Δ_N , Δ_T — нормальная и касательная ослабленности системы трещин. В среде LSTI член C_{13}^{LSTI} находится из условия [Schoenberg, Sayers, 1995]

$$C_{11}^{LSTI} C_{33}^{LSTI} - (C_{13}^{LSTI})^2 = 2C_{44}^{LSTI}(C_{11}^{LSTI} + C_{13}^{LSTI}), \quad (3.3)$$

т.е. среда с параметрами (3.1) заменена средой с параметрами (3.2), (3.3).

В результате перехода от параметров анизотропии K_P , K_{SV} , K_{SH} к ослабленностям Δ_N , Δ_T получаем следующие значения: $\Delta_N = 0.23$, $\Delta_T = 0.17$. На основании литологической колонки, графиков пластовых скоростей, рисунок 3.2, и характерных значений скоростей продольных и поперечных волн в доломитах, а также их соотношения, в качестве значений скоростей продольной и поперечной волн во вмещающей изотропной среде возьмем: $V_{P,iso} = 7$ км/с, $V_{S,iso} = 4$ км/с.

Ввиду отсутствия данных по поглощению будем задавать значения минимальных частей ослабленностей в пять раз меньше действительных. В итоге среда $1fr$ описывается следующим набором параметров:

$V_{P,iso} = 7$ км/с, $V_{S,iso} = 4$ км/с, $\Delta_N = 0.23$, $\Delta_N^I = 0.05$, $\Delta_T = 0.17$, $\Delta_T^I = 0.03$. Условимся, что ось x_1 направлена вдоль нормали к плоскостям системы вертикальных трещин.

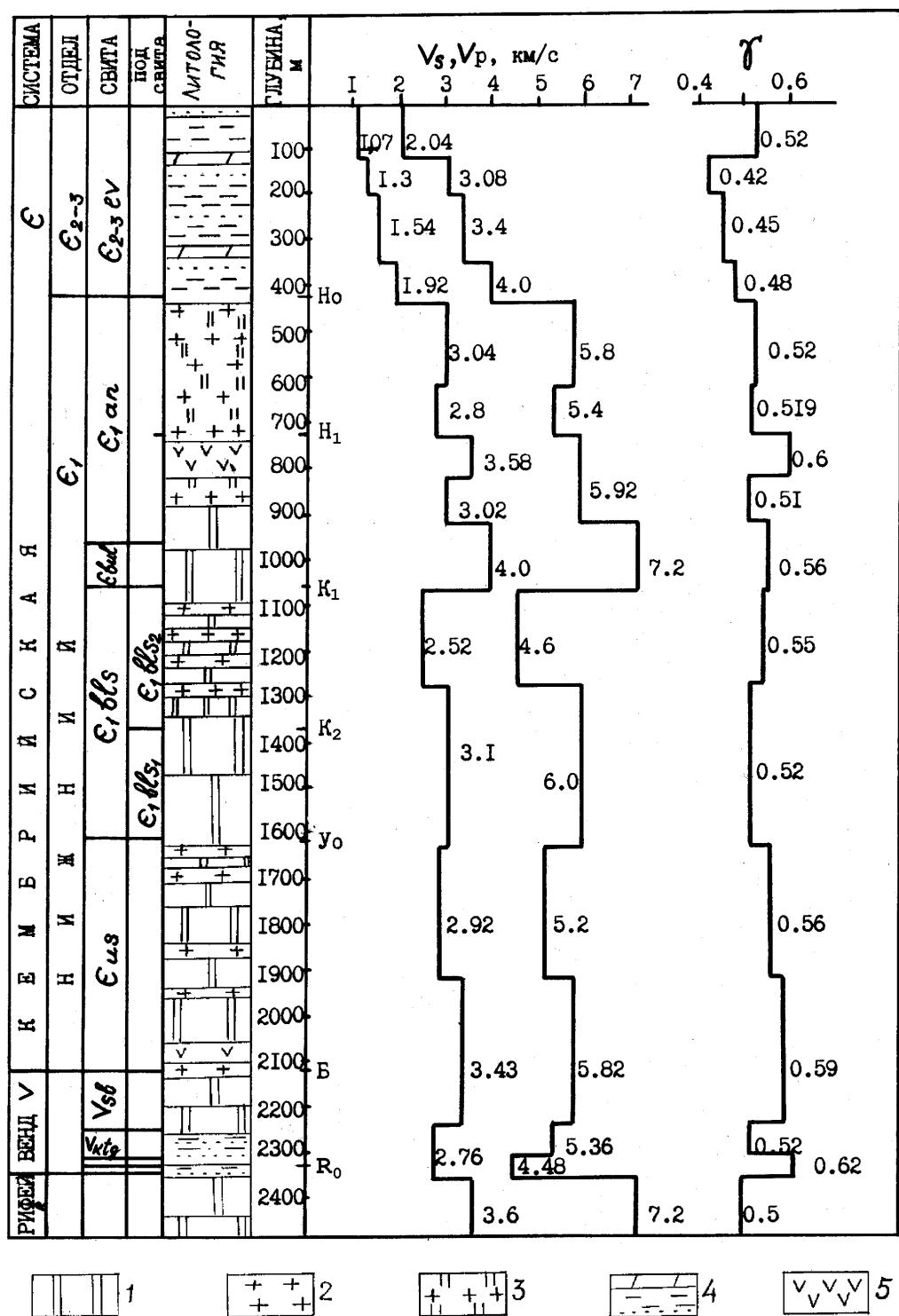


Рисунок 3.2 – Стратиграфическая колонка и графики пластовых скоростей по данным многоволнового ВСП в скважине Юр-55. Литологическая колонка: 1 — карбонатные породы (преимущественно доломиты); 2 — каменная соль; 3 — переслаивание солей и карбонатов; 4 — переслаивание аргиллитов, алевролитов, мергелей; 5 — долериты (траппы). Свиты: *ev* — эвенкийская; *an* — ангарская; *bul* — булайская; *bls₁*, *bls₂* — нижне- и верхне-бельская; *us* — усольская; *sb* — собинская; *ktg* — катангская

Модель $1fr + VTI$.

В целевом интервале наблюдается переслаивание доломитов, рисунок 3.2, отлагавшихся в разных условиях осадконапопления. Для такой среды характерно наличие слабой анизотропии и ее можно описать в рамках теории линейного проскальзывания. Поэтому в модели $1fr + VTI$ горизонтальную тонкую слоистость опишем в терминах ослабленностей со следующими значениями:

$$\Delta_{N2} = 0.11, \Delta_{N2}^I = 0.02, \Delta_{T2} = 0.07, \Delta_{T2}^I = 0.01.$$

Ось x_1 направлена вдоль нормали к плоскостям системы вертикальных трещин. Для вертикальных трещин

$$\Delta_{N1} = 0.23, \Delta_{N1}^I = 0.05, \Delta_{T1} = 0.17, \Delta_{T1}^I = 0.03,$$

как в модели $1fr$.

Модель $2fr$.

При рассмотрении двух систем взаимно перпендикулярных вертикальных трещин в изотропной вмещающей среде, модель $2fr$, параметры одной системы трещин возьмем совпадающими с параметрами для среды $1fr$:

$$\Delta_{N1} = 0.23, \Delta_{N1}^I = 0.05, \Delta_{T1} = 0.17, \Delta_{T1}^I = 0.03.$$

Параметры же второй системы трещин возьмем соизмеримыми с параметрами для первой системы трещин:

$$\Delta_{N2} = 0.2, \Delta_{N2}^I = 0.04, \Delta_{T2} = 0.15, \Delta_{T2}^I = 0.03.$$

Условимся, что ось x_1 направлена вдоль нормали к плоскостям первой системы трещин, ось x_2 — вдоль нормали к плоскостям второй. Эффективной моделью для такой среды является орторомбическая модель, ее плоскости симметрии совпадают с плоскостями x_1x_3 , x_2x_3 и x_1x_2 выбранной системы координат.

Итак, рассмотрим следующие три модели анизотропного слоя:

1. ($1fr$) система вертикальных трещин с параметрами

$$\Delta_N = 0.23, \Delta_N^I = 0.05, \Delta_T = 0.17, \Delta_T^I = 0.03$$

в изотропной вмещающей среде со скоростями продольной и поперечной волн:

$$V_{P,iso} = 7 \text{ км/с}, V_{S,iso} = 4 \text{ км/с};$$

2. ($1fr + VTI$) система вертикальных трещин с параметрами

$$\Delta_{N1} = 0.23, \Delta_{N1}^I = 0.05, \Delta_{T1} = 0.17, \Delta_{T1}^I = 0.03$$

в тонкослоистой среде, описываемой в рамках теории $LST\widetilde{T}\widetilde{I}$:

$$V_{P,iso} = 7 \text{ км/с}, V_{S,iso} = 4 \text{ км/с},$$

$$\Delta_{N2} = 0.11, \Delta_{N2}^I = 0.02, \Delta_{T2} = 0.07, \Delta_{T2}^I = 0.01;$$

3. ($2fr$) две системы вертикальных взаимно перпендикулярных трещин с параметрами

$$\Delta_{N1} = 0.23, \Delta_{N1}^I = 0.05, \Delta_{T1} = 0.17, \Delta_{T1}^I = 0.03$$

и

$$\Delta_{N2} = 0.2, \Delta_{N2}^I = 0.04, \Delta_{T2} = 0.15, \Delta_{T2}^I = 0.03$$

в изотропной вмещающей среде со скоростями продольной и поперечной волн:

$$V_{P,iso} = 7 \text{ км/с}, V_{S,iso} = 4 \text{ км/с}.$$

3.1.2 Фазовые скорости и поглощение

Схематическое изображение моделей $1fr$, $1fr + VTI$, $2fr$ дано на рисунке 3.3.

Плоскости вертикальных трещин в среде $1fr$ параллельны плоскости x_2x_3 , т.е. это плоскости изотропии. Как видно на рисунке 3.4 а) и б), фазовые скорости и поглощение постоянны для любого направления волновой нормали в плоскости x_2x_3 . Максимальное отклонение фазовых скоростей от

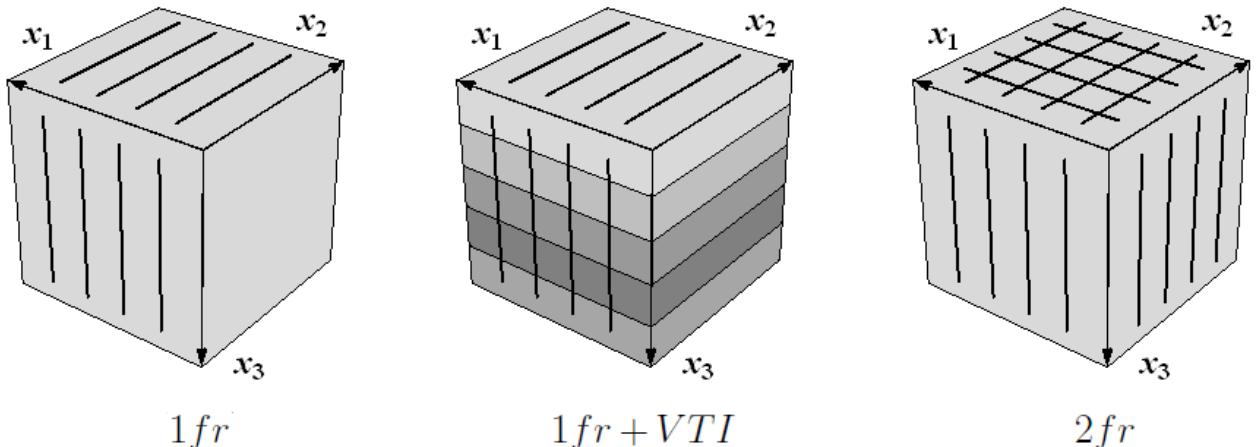


Рисунок 3.3 – Схематическое изображение моделей $1fr$, $1fr + VTI$ и $2fr$

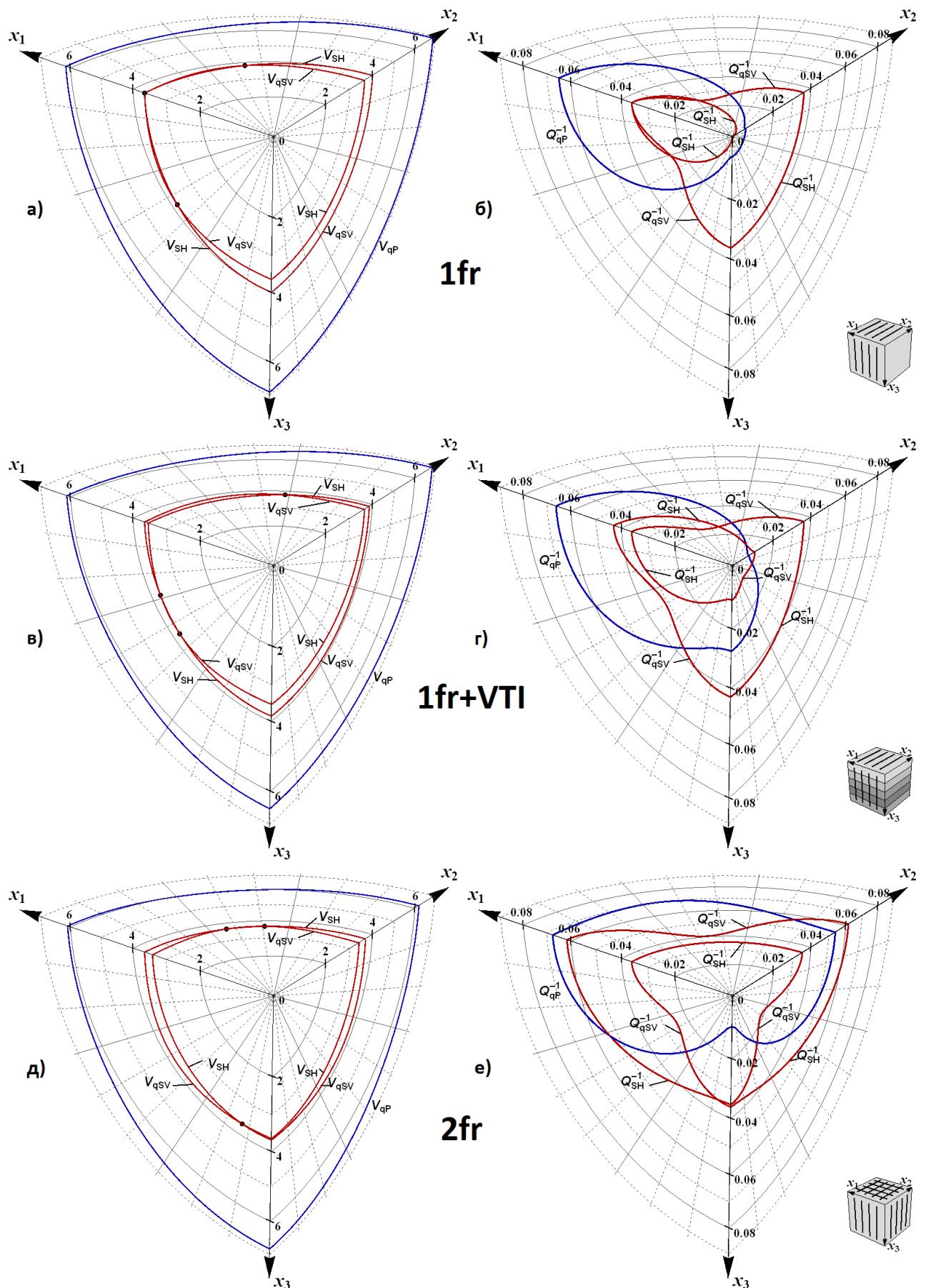


Рисунок 3.4 – Фазовые скорости (а, в, д) и поглощение (б, г, е) в плоскостях симметрии x_1x_3 , x_2x_3 и x_1x_2 для сред 1fr (а, б), 1fr + VTI (в, г) и 2fr (д, е)

значений в изотропной среде, $V_{P,iso} = 7$ км/с, $V_{S,iso} = 4$ км/с, наблюдается в направлении оси x_1 , т.е. в направлении, перпендикулярном плоскостям трещин. В этом направлении скорость минимальна, а поглощение максимально. Черными точками на рисунке 3.4 а) отмечены акустические оси, для которых совпадают значения фазовых скоростей.

При замене изотропной вмещающей среды тонкослоистой, переходе к среде $1fr+VTI$, видим на рисунках 3.4 в) и г) уменьшение значений фазовых скоростей в направлении оси x_3 , перпендикулярном тонкой слоистости. Также в этом направлении увеличивается поглощение. Значения фазовых скоростей двух квазиперечных волн в направлении оси x_1 больше не совпадают. В плоскости x_1x_3 наблюдаются две акустические оси, что не характерно для трансверально–изотропных сред. Таким образом, нельзя говорить о полной аналогии плоскостей симметрии орторомбической среды плоскостям симметрии трансверсально–изотропной среды. Названия волн qSV и SH условные, по поляризации в плоскости симметрии и перпендикулярно ей, соответственно.

В случае, если оставляем предположение об изотропности среды и добавляем еще одну систему вертикальных трещин, перпендикулярную первой, т.е. переходим к среде $2fr$, то фазовые скорости и поглощение ведут себя иначе, чем в случае среды $1fr+VTI$, тоже орторомбической, см. рисунок 3.4 д) и е). При этом отклонения фазовых скоростей от значений в изотропной среде, а также значения поглощения вдоль осей x_1 и x_2 сравнимы по величине, так как сравнимы ослабленности, характеризующие обе системы вертикальных трещин. В этом случае наблюдаются две акустические оси уже в плоскости симметрии x_1x_2 , а также одна акустическая ось в плоскости x_1x_3 примерно в 15° от оси x_3 . Значения фазовых скоростей квазиперечных волн и их поглощении практически совпадают в направлении оси x_3 .

На рисунках 3.5 и 3.6 приведены графики зависимости фазовых скоростей и поглощения от углов η между волновой нормалью и осью x_3 и углов α между волновой нормалью и осью x_1 , в плоскостях x_1x_3 , x_2x_3 , x_1x_2 . Эти графики дают возможность лучше рассмотреть то, что представлено в более компактном виде на рисунке 3.4 в системе координат $x_1x_2x_3$.

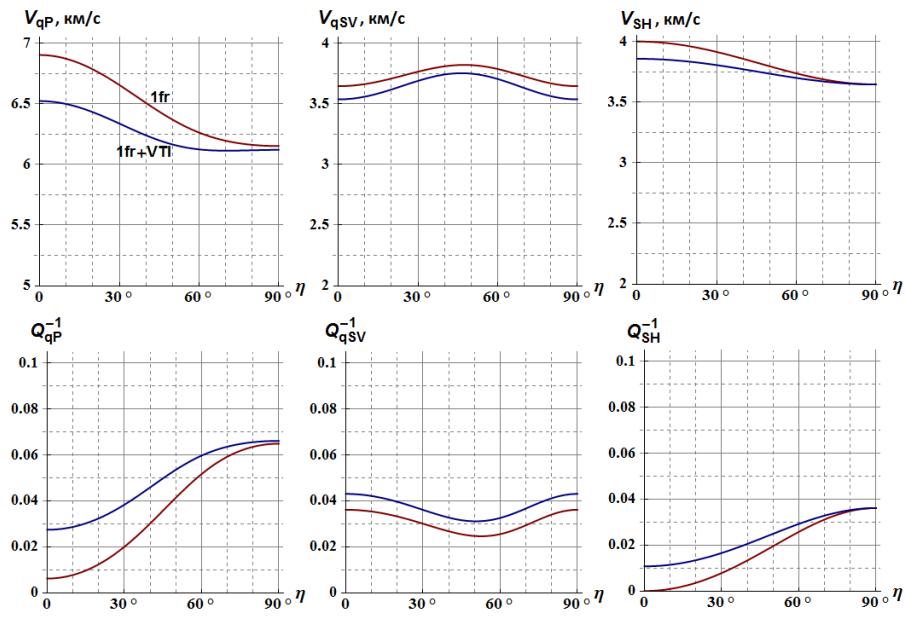
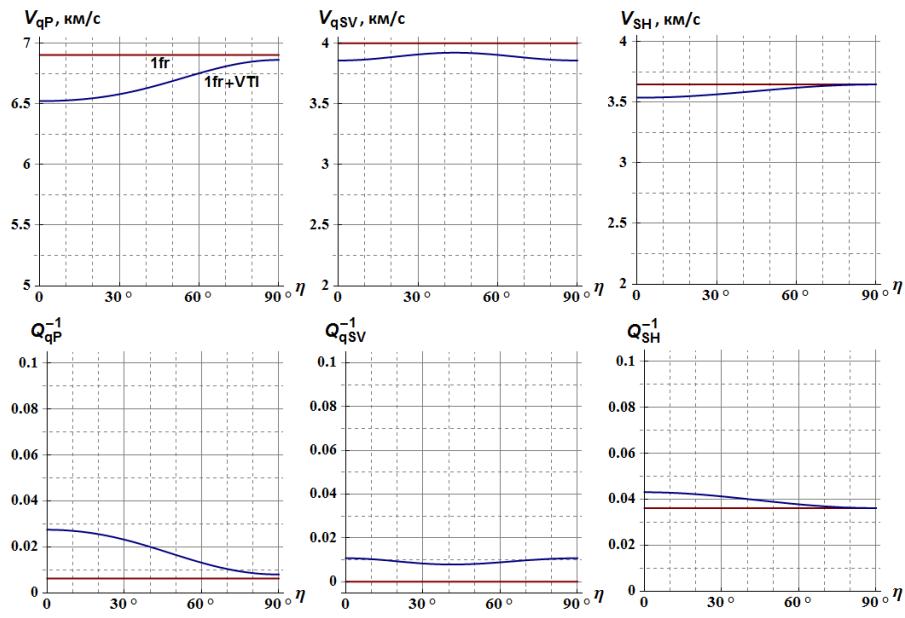
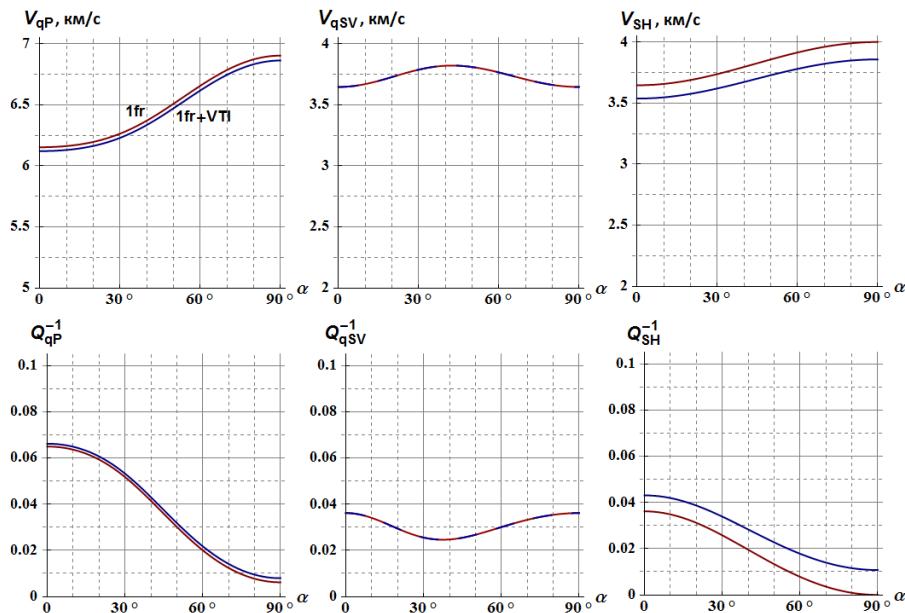
ПЛОСКОСТЬ x_1x_3 :ПЛОСКОСТЬ x_2x_3 :ПЛОСКОСТЬ x_1x_2 :

Рисунок 3.5 – Фазовые скорости и поглощение в плоскостях симметрии x_1x_3 , x_2x_3 и x_1x_2 для сред $1fr$ (красные линии) и $1fr + VTI$ (синие линии)

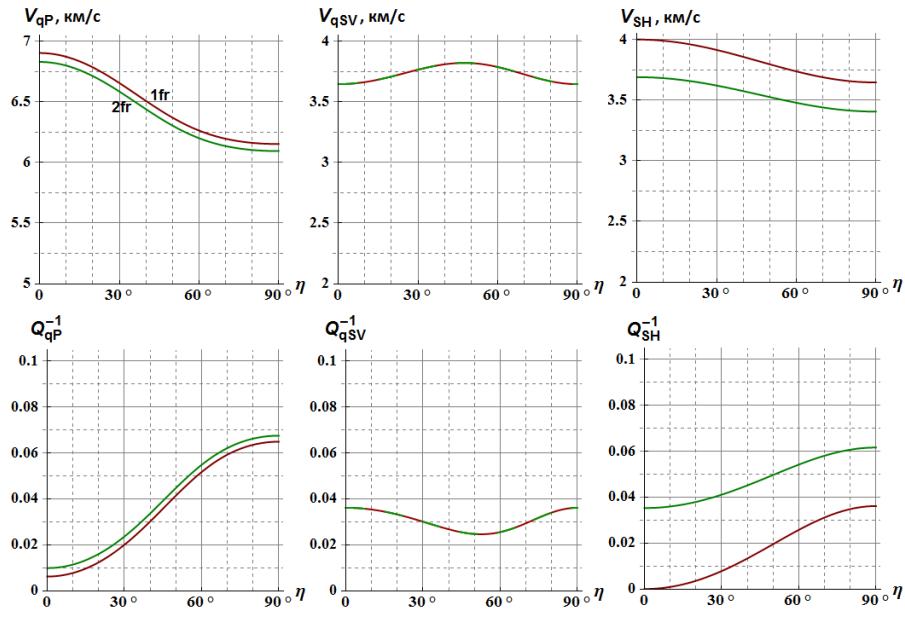
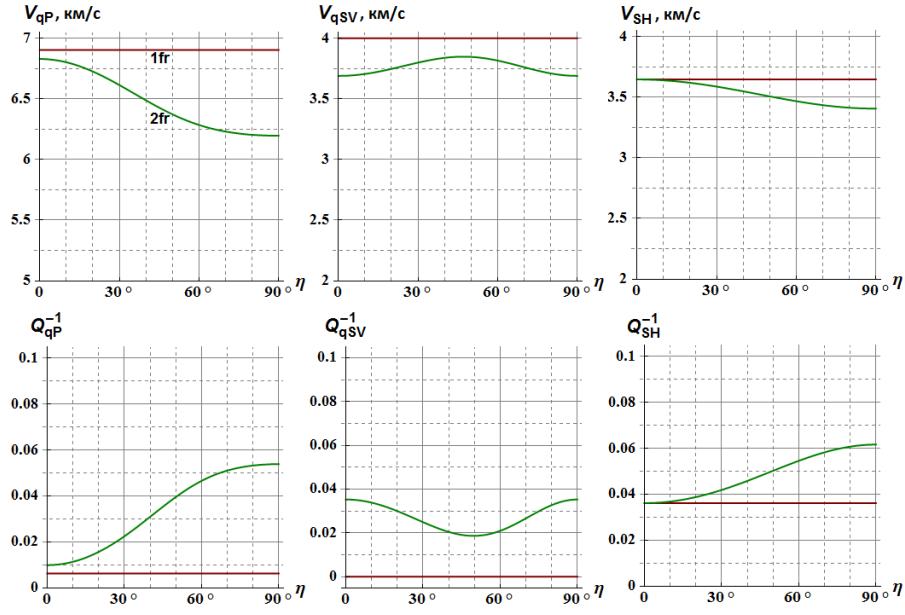
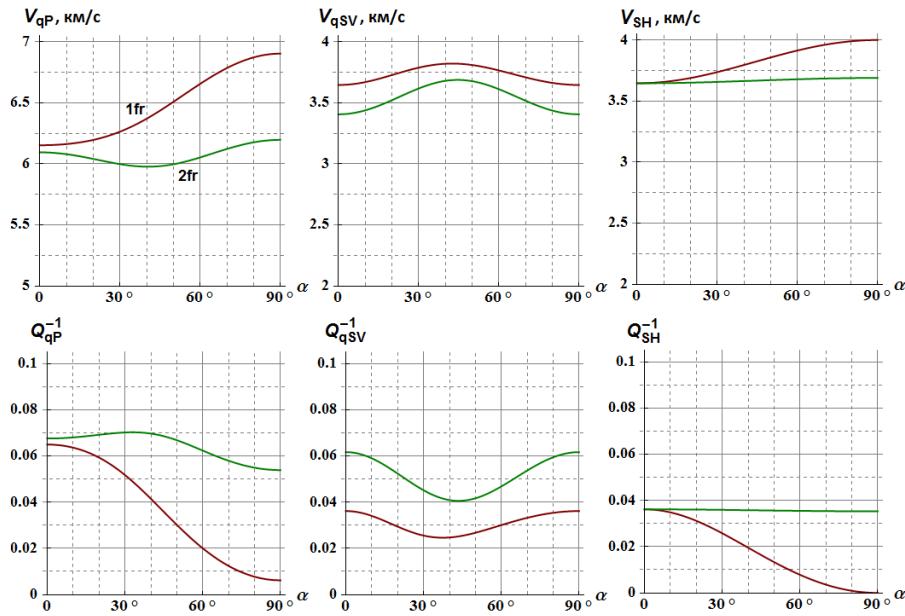
ПЛОСКОСТЬ x_1x_3 :ПЛОСКОСТЬ x_2x_3 :ПЛОСКОСТЬ x_1x_2 :

Рисунок 3.6 – Фазовые скорости и поглощение в плоскостях симметрии x_1x_3 , x_2x_3 и x_1x_2 для сред $1fr$ (красные линии) и $2fr$ (зеленые линии)

3.2 Неоднозначность волновых поверхностей квазиперечных волн

Как известно, волновые поверхности квазиперечных волн в средах всех систем симметрии для определенных диапазонов углов являются многозначными [Сиротин, Шаскольская, 1979; Федоров, 1965; Musgrave, 1954]. Трансверсально–изотропные среды являются исключением, для них возможны такие сочетания модулей упругости C_{ij} , при которых волновая поверхность квазиперечной qSV –волны однозначна. Волновая поверхность SH –волны в трансверсально–изотропных средах является эллипсоидом вращения и всегда однозначна.

Неоднозначность волновых поверхностей квазиперечных волн исследована в работах [Оболенцева, Гречка, 1989; Гречка, Оболенцева, 1989; Grechka, Obolentseva, 1993]. В этих работах выделяются два вида линий особых точек: линии Е и линии Ј. Линии Е представляют собой линии эллипсов, они принадлежат обеим волновым поверхностям qS_1 и qS_2 , т.е. поверхности qS_1 и qS_2 граничат по линиям Е. Линии Е возникают вследствие наличия конических акустических осей, т.е. направлений волновых нормалей \mathbf{n}_{acous} , для которых равны фазовые скорости двух квазиперечных волн

$$V_{qS_1}(\mathbf{n}_{acous}) = V_{qS_2}(\mathbf{n}_{acous}). \quad (3.4)$$

Выполнение этого равенства называется вырождением. Лучевые скорости $\mathbf{V}^{ray}(\mathbf{n}_{acous})$, соответствующие волновой нормали \mathbf{n}_{acous} , образуют конус рефракции, а концы векторов $\mathbf{V}^{ray}(\mathbf{n}_{acous})$ образуют эллипс — линию Е.

Линии Ј представляют собой совокупности особых точек поверхности, в которых нарушается условие ее регулярности. В этих точках обращается в нуль векторное произведение производных лучевой скорости \mathbf{V}^{ray} по параметрам волновой нормали α, η :

$$\frac{\partial \mathbf{V}^{ray}}{\partial \alpha} \times \frac{\partial \mathbf{V}^{ray}}{\partial \eta} = 0, \quad (3.5)$$

α, η — углы, определяющие вектор волновой нормали

$$\mathbf{n} = (\sin \eta \cos \alpha, \sin \eta \sin \alpha, \cos \eta). \quad (3.6)$$

3.2.1 Формулы для нахождения акустических осей

Наиболее общий способ нахождения акустических осей предложен в работе [Альшиц, Лоте, 1979], где получен инвариантный, т.е. не зависящий от выбора системы координат, критерий вырождения. А.Г. Хаткевичем [Хаткевич, 1962а] были выведены более простые уравнения для нахождения акустических осей, но они справедливы в специально подобранных системах координат.

Инвариантным критерием вырождения является обращение в нуль семикомпонентного вектора [Альшиц, Лоте, 1979]

$$\xi = (R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6, R_7) = 0, \quad (3.7)$$

где

$$\begin{aligned} R_1(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{11} - K_{22})K_{13}K_{23} - K_{12}(K_{13}^2 - K_{23}^2), \\ R_2(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{11} - K_{33})K_{12}K_{23} - K_{13}(K_{12}^2 - K_{23}^2), \\ R_3(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{22} - K_{33})K_{12}K_{13} - K_{23}(K_{12}^2 - K_{13}^2), \\ R_4(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{11} - K_{22})(K_{11} - K_{33})K_{23} - K_{12}K_{13}(K_{11} - K_{33}) + \\ &\quad + K_{23}(K_{12}^2 - K_{23}^2), \\ R_5(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{22} - K_{11})(K_{22} - K_{33})K_{13} - K_{12}K_{23}(K_{22} - K_{33}) + \quad (3.8) \\ &\quad + K_{13}(K_{12}^2 - K_{13}^2), \\ R_6(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{33} - K_{11})(K_{33} - K_{22})K_{12} - K_{13}K_{23}(K_{33} - K_{22}) + \\ &\quad + K_{12}(K_{13}^2 - K_{12}^2), \\ R_7(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{11} - K_{22})(K_{11} - K_{33})(K_{22} - K_{33}) + \\ &\quad + (K_{13}^2 - K_{23}^2)(K_{22} - K_{33}) + (K_{13}^2 - K_{12}^2)(K_{11} - K_{22}), \end{aligned}$$

$K_{ik} = C_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$ — компоненты тензора Кристоффеля. Этот критерий остается справедливым также при частичной или полной диагональности матрицы \mathbf{K} . При выполнении условия

$$K_{ij} \neq 0, \quad i \neq j, \quad (3.9)$$

этот критерий сводится к двум [Хаткевич, 1962а]:

$$\begin{aligned} R_1(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{11} - K_{22})K_{13}K_{23} - K_{12}(K_{13}^2 - K_{23}^2) = 0, \\ R_2(\mathbf{n}, \mathbf{C}) &= (K_{11} - K_{33})K_{12}K_{23} - K_{13}(K_{12}^2 - K_{23}^2) = 0. \end{aligned} \quad (3.10)$$

В орторомбической среде при рассмотрении плоскостей x_1x_3 , x_2x_3 и x_1x_2 обращаются в нуль два соответствующих недиагональных элемента матрицы \mathbf{K} . Для примера рассмотрим плоскость x_1x_3 , тогда $K_{12} = K_{23} = 0$, а направление акустической оси должно удовлетворять соотношению

$$(K_{11} - K_{22})(K_{33} - K_{22}) - K_{13}^2 = 0, \quad (3.11)$$

которое будет биквадратным уравнением относительно $\tan \eta$ [Хаткевич, 1962a]:

$$a_0 \tan^4 \eta + a_1 \tan^2 \eta + a_2 = 0, \quad (3.12)$$

где $\tan \eta = n_1/n_3$,

$$\begin{aligned} a_0 &= (C_{11} - C_{66})(C_{55} - C_{66}), \\ a_1 &= (C_{11} - C_{66})(C_{33} - C_{44}) + (C_{55} - C_{44})(C_{55} - C_{66}) - \\ &\quad - (C_{13} - C_{55})^2, \\ a_2 &= (C_{33} - C_{44})(C_{55} - C_{44}). \end{aligned} \quad (3.13)$$

При переходе к плоскости x_2x_3 , а затем x_1x_2 , в коэффициентах (3.13) уравнения (3.12) делаются замены: $C_{11} \leftrightarrow C_{22}$, $C_{13} \leftrightarrow C_{23}$, $C_{44} \leftrightarrow C_{55}$, а затем $C_{11} \leftrightarrow C_{33}$, $C_{12} \leftrightarrow C_{23}$, $C_{44} \leftrightarrow C_{66}$.

Хаткевичем также было выведено следующее соотношение для направлений акустических осей в орторомбической среде, когда все K_{ij} отличны от нуля и выполнено условие $C_{55} < C_{66} < C_{44}$:

$$n_1^2 \div n_2^2 \div n_3^2 = (s_2 t_3 - s_3 t_2) \div (s_1 t_3 - s_3 t_1) \div (s_2 t_1 - s_1 t_2), \quad (3.14)$$

где

$$\begin{aligned} s_1 &= (C_{13} + C_{55})((C_{11} - C_{66})(C_{23} + C_{44}) - (C_{13} + C_{55})(C_{12} + C_{66})), \\ s_2 &= (C_{23} + C_{44})((C_{22} - C_{66})(C_{13} + C_{55}) - (C_{23} + C_{44})(C_{12} + C_{66})), \\ s_3 &= (C_{23} + C_{44})(C_{13} + C_{55})(C_{44} - C_{55}), \\ t_1 &= (C_{12} + C_{66})((C_{11} - C_{55})(C_{23} + C_{44}) - (C_{13} + C_{55})(C_{12} + C_{66})), \\ t_2 &= (C_{23} + C_{44})(C_{13} + C_{55})(C_{44} - C_{66}), \\ t_3 &= (C_{23} + C_{44})((C_{33} - C_{55})(C_{12} + C_{66}) - (C_{23} + C_{44})(C_{13} + C_{55})). \end{aligned} \quad (3.15)$$

С повышением симметрии среды уравнение (3.12) упрощается. В случае трансверсально-изотропной среды в системе координат, где ось x_1 направлена вдоль оси симметрии, положение акустической оси, не совпадающей с осью

симметрии, определяется формулой [Оболенцева, Гречка, 1989]

$$\tan^2 \beta = \frac{(C_{11} - C_{66})(C_{33} - C_{44}) - (C_{13} + C_{66})^2}{(C_{33} - C_{44})(C_{44} - C_{66})}, \quad (3.16)$$

где β — угол между волновой нормалью и осью симметрии среды.

3.2.2 Акустические оси в средах $1fr$, $1fr + VTI$, $2fr$

В этом разделе классификация вырождений производится на основе сравнения рассчитанных полей поляризаций в окрестности вырождений с полями поляризаций, приведенными в работе [Альшиц и др., 1985]. Терминология типов точек вырождения совпадает с терминологией в указанной работе. Также из этой работы приведены некоторые сведения о поведении вырождений различных типов при наложении малого возмущения $\Delta\mathbf{C}$ на тензор модулей упругости \mathbf{C} .

В трансверсально-изотропных средах всегда имеется акустическая ось истинного касательного типа, совпадающая по направлению с осью симметрии: зеленая точка на оси x_1 на рисунке 3.7. Также в среде $1fr$ посредством формулы (3.16) была обнаружена линия клинового вырождения: зеленая линия на рисунке 3.7. Поля поляризаций в окрестности изолированного клинового вырождения приведены на рисунке 3.8, в окрестности линии клинового вырождения — на рисунке 3.9.

При малом возмущении тензора модулей упругости \mathbf{C} истинное касательное вырождение расщепляется на пару конических, а линия вырождения исчезает. Согласно [Альшиц, Лоте, 1979], из семи уравнений, задаваемых условием (3.7), вдоль любой акустической оси не менее пяти удовлетворяются тождественно. Следовательно, точки вырождения определяются из системы двух уравнений и могут интерпретироваться как общие точки двух соответствующих линий на единичной сфере $\mathbf{n}^2 = 1$, где \mathbf{n} — волновая нормаль. Линия вырождения возникает при слиянии этих двух линий. Естественно, такое слияние неустойчиво, и при возмущении тензора модулей упругости \mathbf{C} общие точки исчезают, кроме, может быть, отдельных точек на линии или в ее окрестности.

В среде $1fr + VTI$ имеется 12 акустических осей, они располагаются в плоскостях симметрии x_1x_3 и x_1x_2 . Три из них отмечены на рисунке 3.10 в

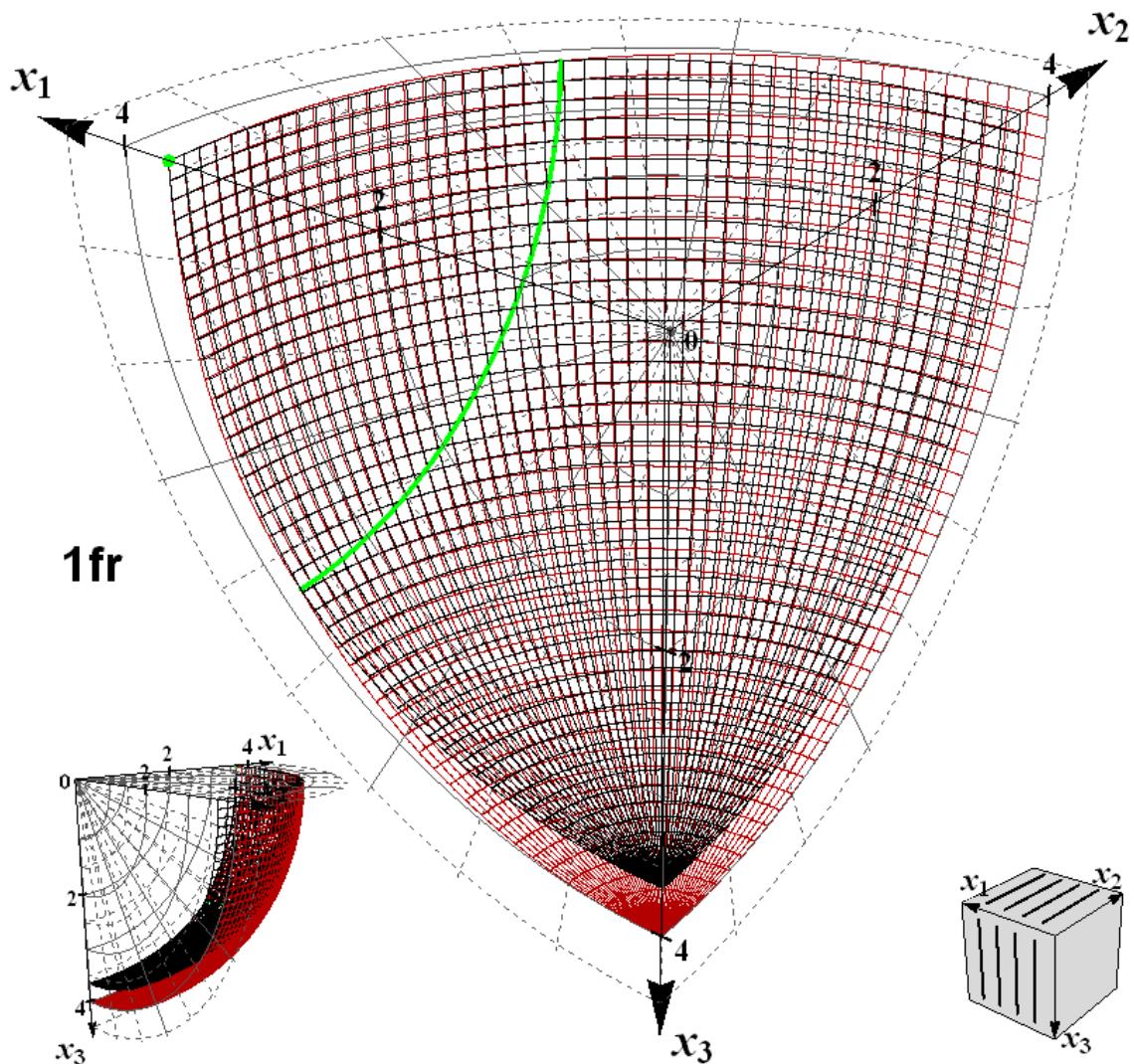


Рисунок 3.7 – Акустические оси (зеленые точки) и линия вырождения (зеленая линия) на поверхностях фазовых скоростей V_{qs1} (красная сетка) и V_{qs2} (черная сетка) в среде $1fr$

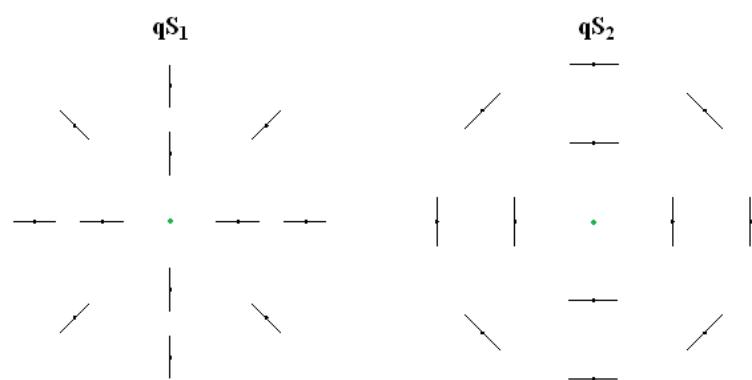


Рисунок 3.8 – Поля поляризаций V_{qs_i} , $i = 1, 2$, в окрестности вырождения касательного типа

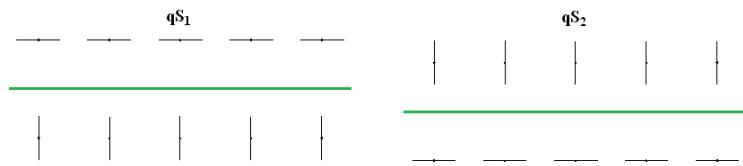


Рисунок 3.9 – Поля поляризаций V_{qS_i} , $i = 1, 2$, в окрестности линии клинового вырождения

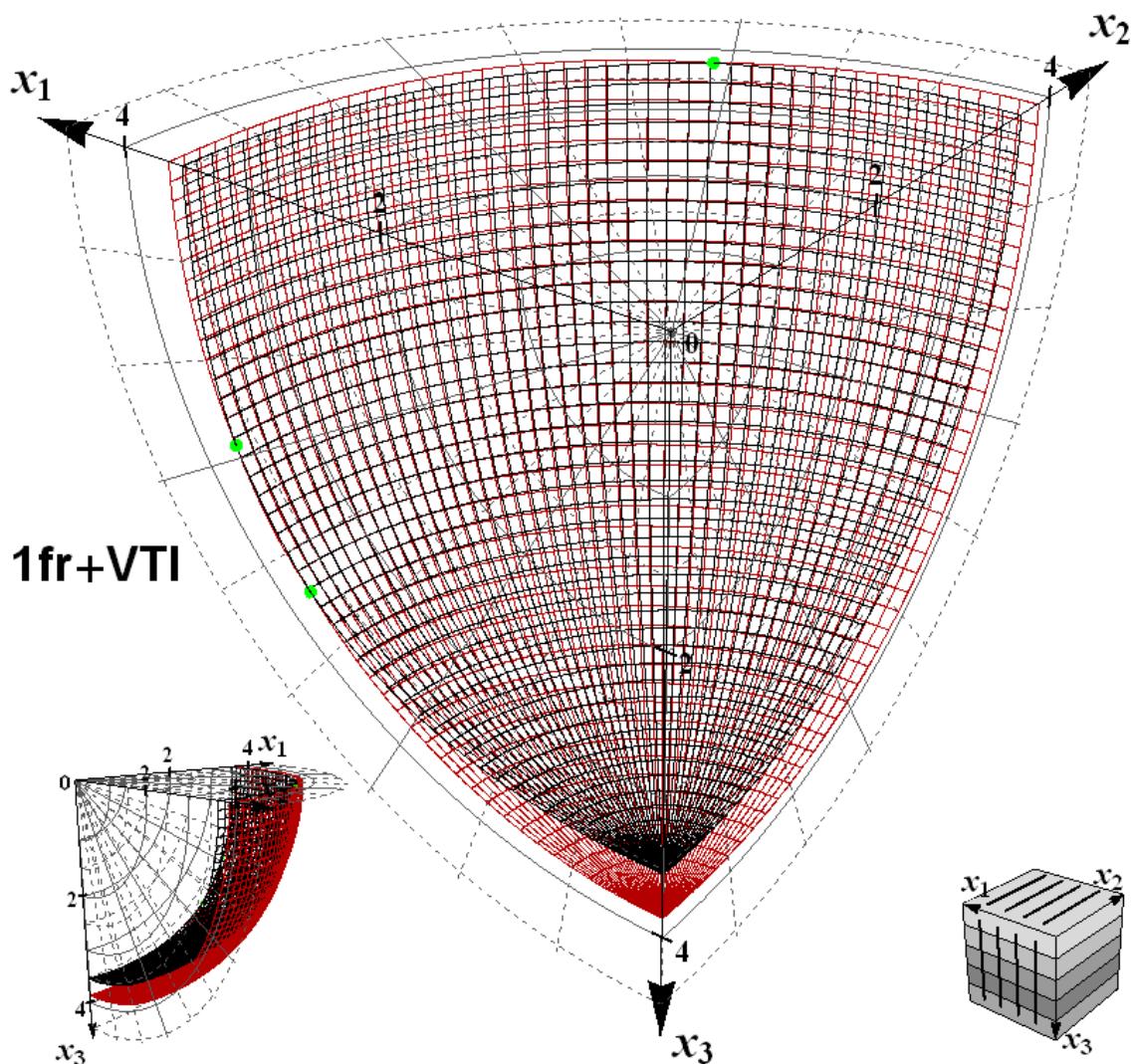


Рисунок 3.10 – Акустические оси (зеленые точки) на поверхностях фазовых скоростей V_{qS_1} (красная сетка) и V_{qS_2} (черная сетка) в среде $1fr + VTI$

первом октанте трехмерной системы координат. Все эти оси конического типа, поля поляризаций в их окрестности имеют вид, приведенный на рисунке 3.11. Расщепление и исчезновение конической акустической оси исключается, и при любом достаточно малом возмущении тензора модулей упругости **C** точка конического вырождения может лишь смещаться, т.е. коническое вырождение устойчивое.

В среде $2fr$, аналогично среде $1fr + VTI$, обнаруживаются 12 акустических осей в плоскостях симметрии, но помимо них еще 8 вне плоскостей. На рисунке 3.12 отмечены четыре, которые попадают в первый октант трехмерной системы координат. Все эти оси, как и в среде $1fr + VTI$, конического типа.

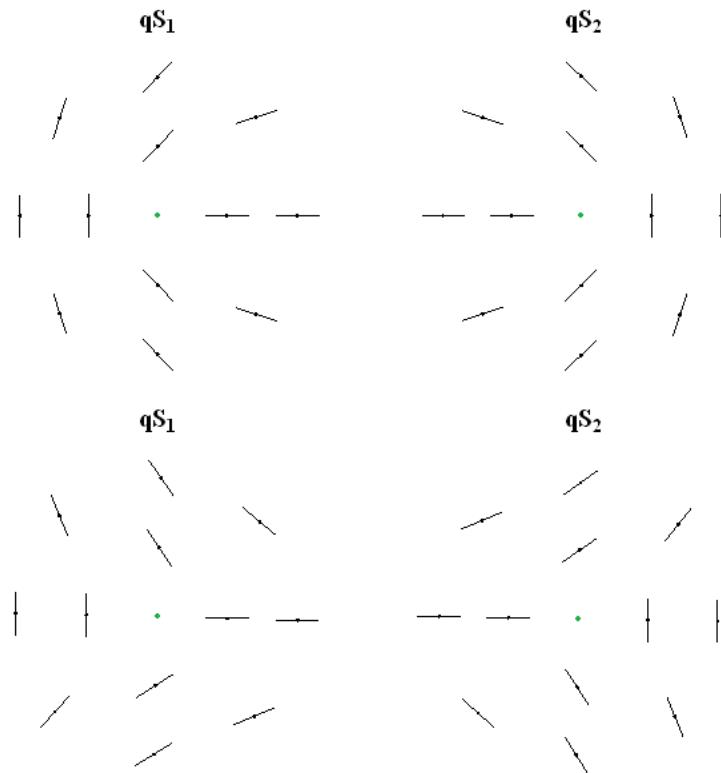


Рисунок 3.11 – Поля поляризаций V_{qS_i} , $i = 1, 2$, в окрестности вырождения конического типа

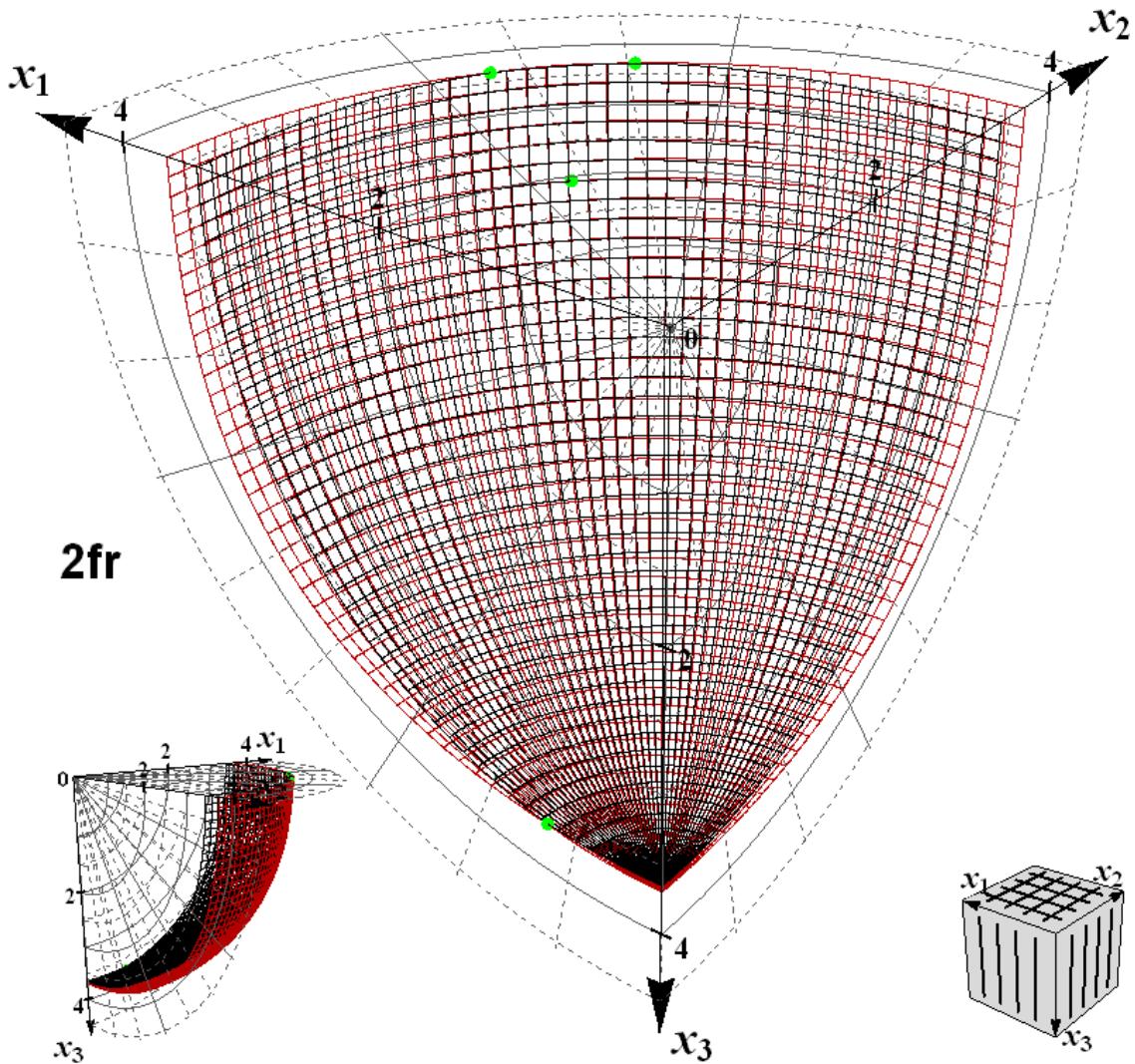


Рисунок 3.12 – Акустические оси (зеленые точки) на поверхностях фазовых скоростей V_{qs_1} (красная сетка) и V_{qs_2} (черная сетка) в среде $2fr$

3.2.3 Явление внутренней конической рефракции

Конический тип акустических осей является самым распространенным. С ним связано явление внутренней конической рефракции [Хаткевич, 1962b; Федоров, 1965; Альшиц и др., 1985], которое состоит в том, что векторы поляризации вырожденных квазипоперечных волн qS_1 и qS_2 могут иметь произвольную ориентацию в плоскости, ортогональной вектору поляризации невырожденной квазипротодольной волны qP . Одному направлению волновой нормали соответствует конус векторов лучевой скорости волн qS_1 и qS_2 . Этот конус называется конусом внутренней рефракции.

В работах [Альшиц и др., 1985; Оболенцева, Гречка, 1989] приведены

удобные для расчетов формулы лучевых скоростей конуса рефракции:

$$\mathbf{V}_{(qS_1, qS_2)}^{ray} = \mathbf{V}_0 \pm (\mathbf{f} \cos 2\varphi + \mathbf{g} \sin 2\varphi), \quad (3.17)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0 &= (\mathbf{Q}^{(22)} + \mathbf{Q}^{(33)})/2, \\ \mathbf{f} &= (\mathbf{Q}^{(22)} - \mathbf{Q}^{(33)})/2, \\ \mathbf{g} &= (\mathbf{Q}^{(23)} + \mathbf{Q}^{(32)})/2, \\ Q_j^{(rs)} &= C_{ijkl} n_k p_l^{(r)} p_i^{(s)} \rho^{-1} V_{(qS_1, qS_2)}^{-1}, \quad r, s = 2, 3, \end{aligned} \quad (3.18)$$

$V_{(qS_1, qS_2)} = V_{qS_1}(\mathbf{n}_{acous}) = V_{qS_2}(\mathbf{n}_{acous})$; $\mathbf{p}^{(2)}, \mathbf{p}^{(3)}$ — взаимно ортогональные векторы поляризации, φ — угол в плоскости, образуемой векторами $\mathbf{p}^{(2)}$ и $\mathbf{p}^{(3)}$, определяющий их положение, $0 \leq \varphi \leq \pi$.

В работе [Альшиц и др., 1985] показано, что в случае конических акустических осей векторы \mathbf{f} и \mathbf{g} линейно независимы, т.е. их векторное произведение

$$\mathbf{f} \times \mathbf{g} \neq 0. \quad (3.19)$$

При этом векторы $\mathbf{V}_{(qS_1, qS_2)}^{ray}$ (3.17) параллельны образующим конуса внутренней рефракции [Федоров, 1965; Хаткевич, 1962b], основание которого ортогонально к \mathbf{n}_{acous} и представляет собой эллипс с полуосами $e_{1,2}$:

$$2e_{1,2} = \mathbf{f}^2 + \mathbf{g}^2 \pm \sqrt{(\mathbf{f}^2 + \mathbf{g}^2)^2 - 4(\mathbf{f} \times \mathbf{g})^2}. \quad (3.20)$$

Эти эллипсы, названные в работах [Оболенцева, Гречка, 1989; Гречка, Оболенцева, 1989] линиями Е, являются границами, по которым контактируют волновые поверхности qS_1 и qS_2 . Внутри эллипсов Е волновая поверхность qS_2 оказывается неоднозначной, а поверхность qS_1 отсутствует. Эллипсы Е отмечены зелеными линиями на рисунках 3.13 и 3.14 в средах $1fr + VTI$ и $2fr$ соответственно.

В случае трансверсально-изотропной среды, как показано в [Гречка, Оболенцева, 1989], $\mathbf{g} = 0$. Это означает, что обращается в нуль ось эллипса, перпендикулярная плоскости симметрии. Вместо конуса рефракции образуется веер векторов лучевой скорости, располагающийся в плоскости симметрии. Основание этого веера представляет собой “поясок”. В среде $1fr$ имеется линия клинового вырождения, каждой точке на этой линии соответствует веер векторов лучевой скорости в соответствующей плоскости симметрии. В итоге

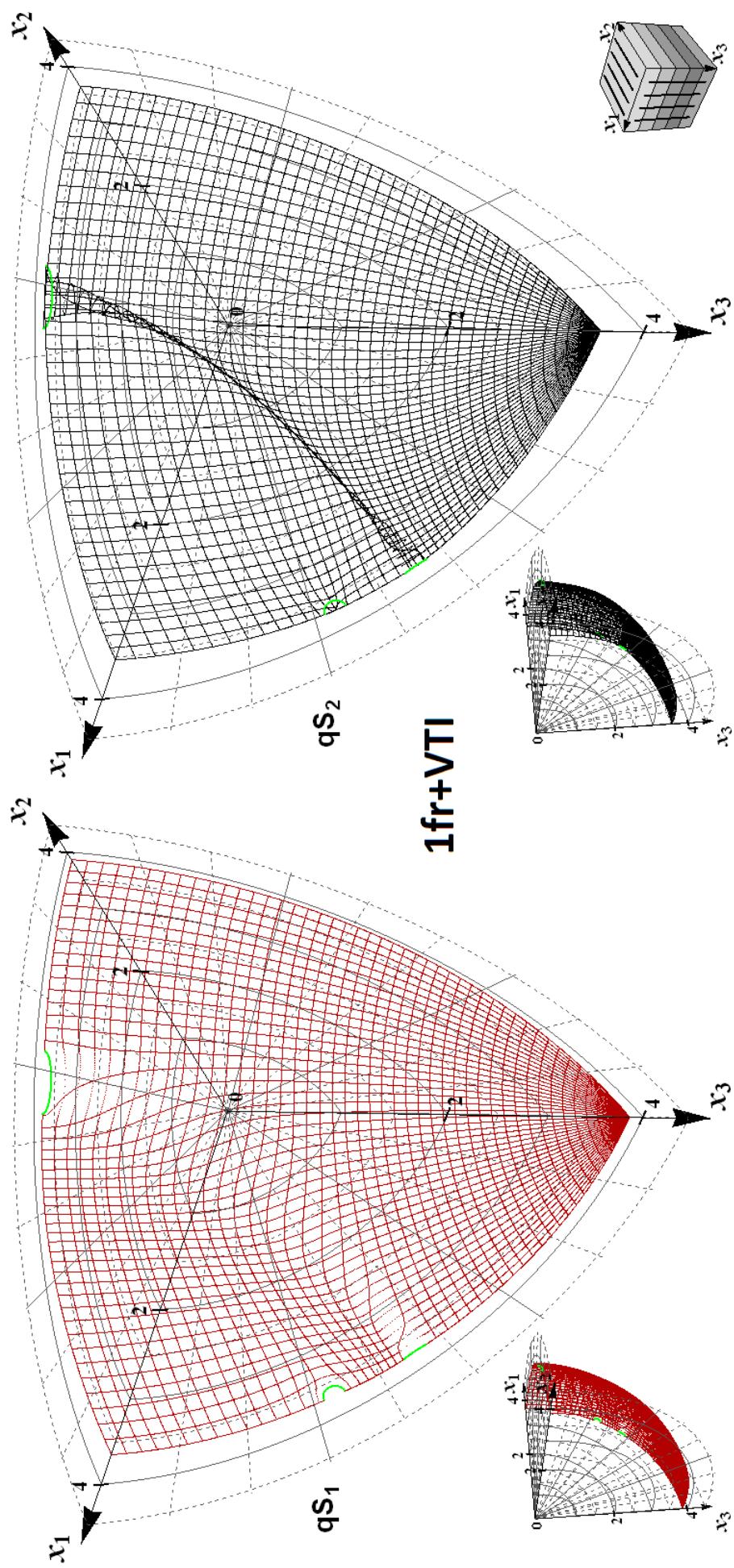


Рисунок 3.13 – Основания конусов внутренней рефракции (зеленые линии) на волновых поверхностях qS_1 (красная сетка) и qS_2 (черная сетка) в среде $1fr + VTI$ (чёрная сетка)

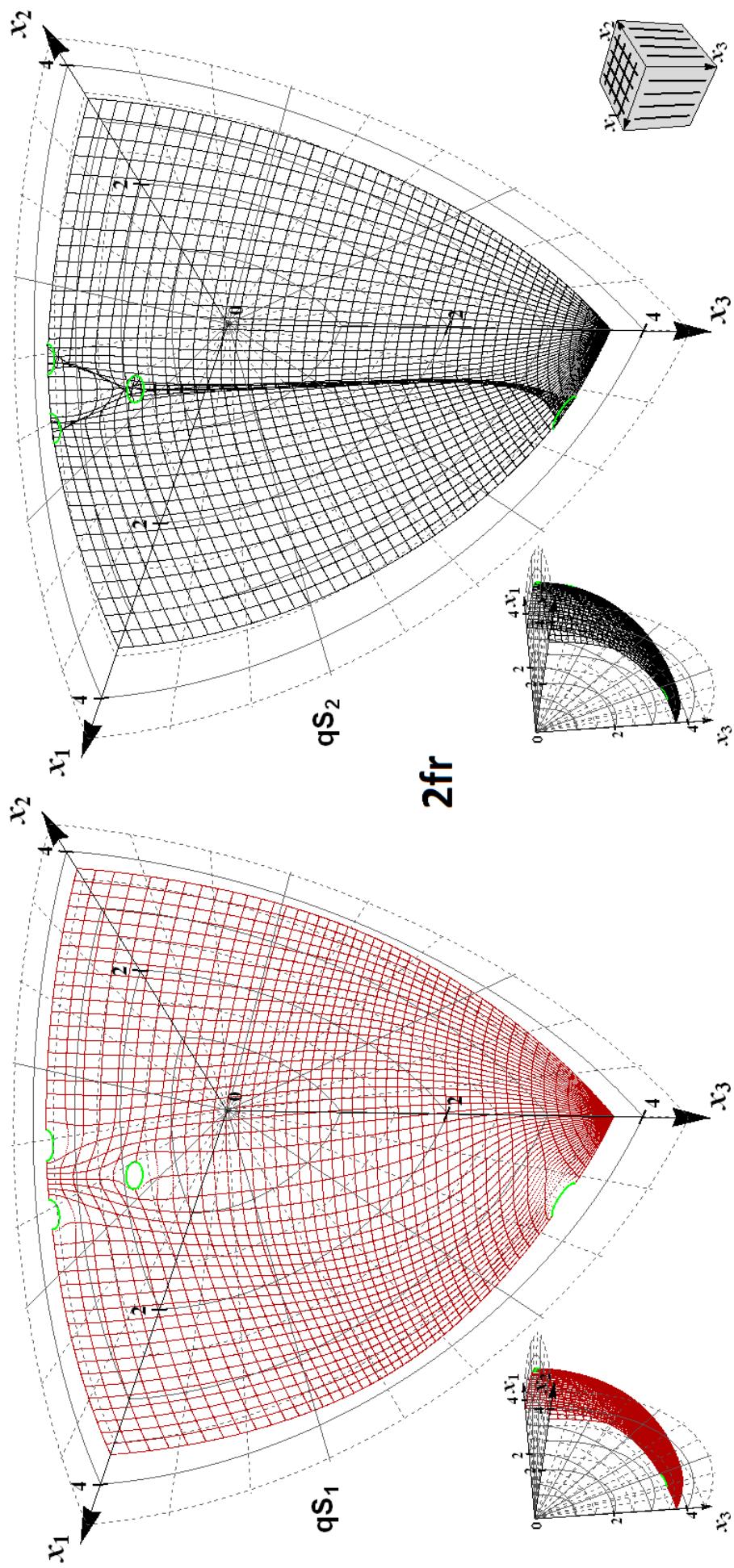


Рисунок 3.14 – Основания конусов внутренней рефракции (зеленые линии) на волновых поверхностях qS_1 (красная сетка) и qS_2 (черная сетка) в среде $2fr$

имеем усеченный конус, образованный вращением “пояска” вокруг оси симметрии, рисунок 3.15. Для истинного касательного вырождения $\mathbf{f} = \mathbf{g} = 0$ [Альшиц и др., 1985]. При любых вращениях векторов $\mathbf{p}^{(2)}, \mathbf{p}^{(3)}$ в окрестности такой точки формула (3.17) дает инвариантное значение \mathbf{V}_0 , которое отмечено зеленой точкой на рисунке 3.15.

3.2.4 Нарушение условия регулярности волновых поверхностей квазиперечных волн

Рассмотрим второй вид линий, которые являются границами областей однозначности на волновых поверхностях квазиперечных qS_1 - и qS_2 -волн. Это линии J , состоящие из особых точек волновой поверхности, удовлетворяющих условию (3.5).

В работе [Федоров, 1965] условие (3.5) представлено в компактной инвариантной форме

$$(\mathbf{N}_c)^2 - (\mathbf{N}^2)_c = 0, \quad (3.21)$$

где c — знак взятия следа матрицы, \mathbf{N} — матрица, компоненты которой записываются следующим образом:

$$N_{ij} = \frac{\partial V_i^{ray}}{\partial n_j} = \frac{\partial V_j^{ray}}{\partial n_i} = \frac{\partial^2 V}{\partial n_i \partial n_j}. \quad (3.22)$$

При использовании представления лучевой скорости (1.62) из условия (3.5) в работе [Гречка, Оболенцева, 1989] было получено еще одно полезное уравнение линии особых точек J :

$$J(\mathbf{n}) = \frac{\partial \theta}{\partial \eta} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha} - \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \frac{\partial \psi}{\partial \eta} = 0, \quad (3.23)$$

где α, η — углы, определяющие вектор волновой нормали

$$\mathbf{n} = (\sin \eta \cos \alpha, \sin \eta \sin \alpha, \cos \eta), \quad (3.24)$$

ψ, θ — углы, определяющие единичный вектор луча

$$\mathbf{l} = (\sin \theta \cos \psi, \sin \theta \sin \psi, \cos \theta). \quad (3.25)$$

Применение формулы (3.21) позволило обнаружить линии J в случае сред $1fr+VTI$ и $2fr$ на волновых поверхностях qS_2 : они отмечены голубыми

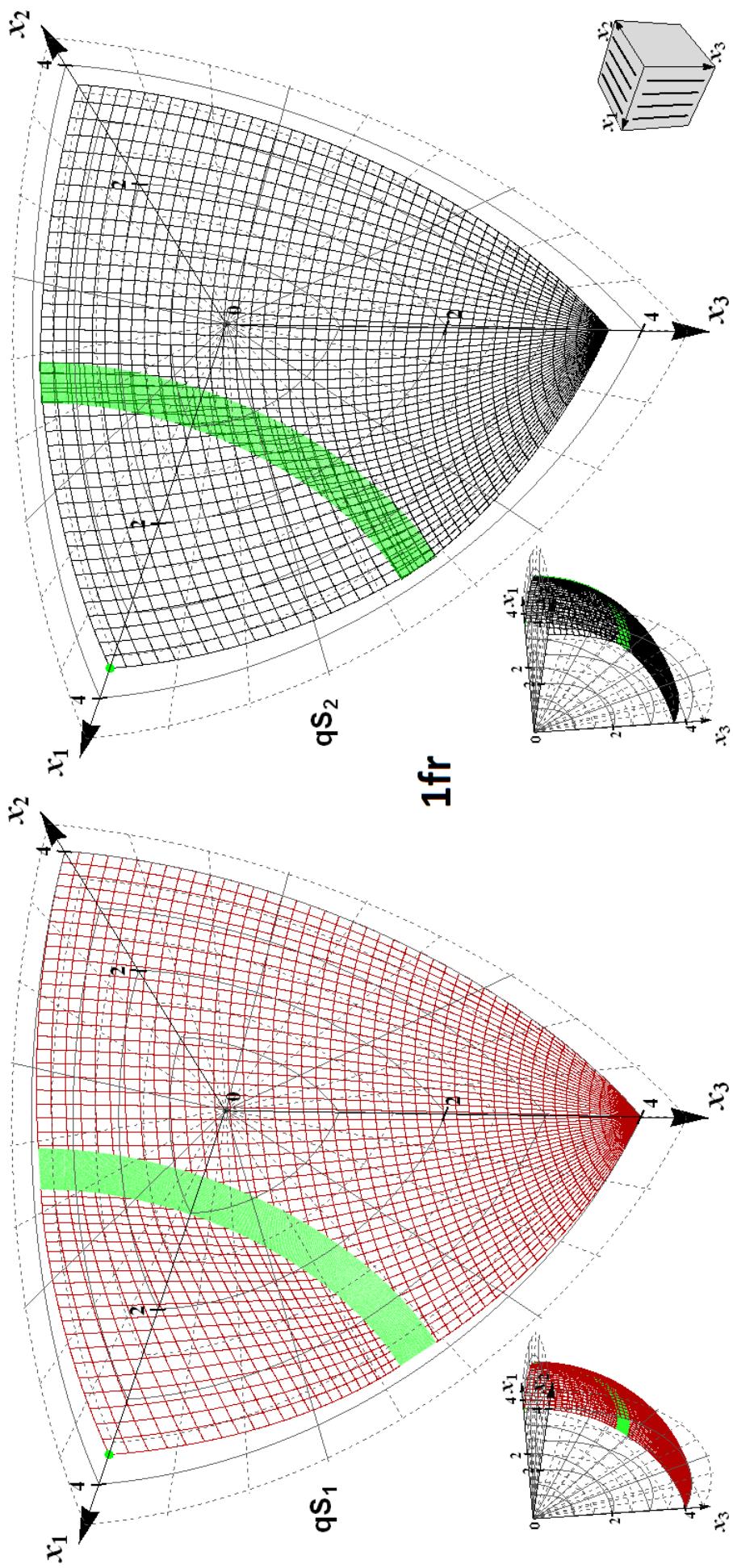


Рисунок 3.15 – Основания конусов внутренней рефракции, слившиеся в усеченный конус (зеленая линия) на волновых поверхностях \$qS_1\$ (красная сетка) и \$qS_2\$ (черная сетка) в среде \$1fr\$

линиями на рисунке 3.16. Видно, что линии J представляют собой замкнутые кривые на волновой поверхности, имеющие вид ребер. Неоднозначность волновой поверхности связана с тем, что ребра представляют собой совокупности точек возврата.

3.2.5 Волновые поверхности в плоскостях симметрии среды

Особые точки линий E и J, которые могут присутствовать на волновых поверхностях qS_1 и qS_2 , обычно связаны между собой. Впервые на это обращено внимание в работе [Crampin, Yedlin, 1981]. В работе показано, что наличие акустической оси конического типа в плоскости симметрии среды приводит к резкому изменению поведения поляризации волн qS_1 и qS_2 вблизи этой оси в плоскостях, составляющих с плоскостью симметрии углы порядка нескольких градусов. Последнее может привести к возникновению петель на волновых поверхностях квазиперечных волн.

При рассмотрении плоскостей симметрии среды следует учитывать, что при наличии в них акустических осей конического типа резко изменяется поведение волновых поверхностей вблизи этих осей. Это приводит к тому, что в плоскость симметрии попадают лучи, которые соответствуют волновым нормалиям \mathbf{n} , лежащим вне плоскости симметрии. В работе [Grechka, Obolentseva, 1993] выведена система уравнений, которая позволяет определить нормали \mathbf{n} всех волн, распространяющихся в направлении единичного вектора луча \mathbf{l} :

$$\begin{cases} D_{15}^2 - D_{13}D_{35} = 0, \\ B_3D_{35} - B_5D_{15} + B_7D_{13} = 0, \end{cases} \quad (3.26)$$

где

$$\begin{aligned} D_{ik} &= A_{1i}A_{2k} - A_{1k}A_{2i}, & i, k = 1, 3, 5, \\ B_i &= G_{i-1}A_{11} + A_{1i}, & i = 3, 5, 7; A_{17} = 0, \\ A_{ik} &= \frac{\partial G_{k+1}}{\partial n_i}l_3 - \frac{\partial G_{k+1}}{\partial n_3}l_i, & i = 1, 2; k = 1, 3, 5, \\ G_2 &= \sum_i K_{ii}, \\ G_4 &= \sum_{i,k} (K_{ij}^2 - K_{ii}K_{jj})/2, \\ G_6 &= |\mathbf{K}|, \end{aligned} \quad (3.27)$$

$K_{ik} = C_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$ — тензор Кристоффеля, $|\mathbf{K}|$ — его определитель. Эта система верна при условии, что $l_3 \neq 0$, т.е. она неприменима для единичных

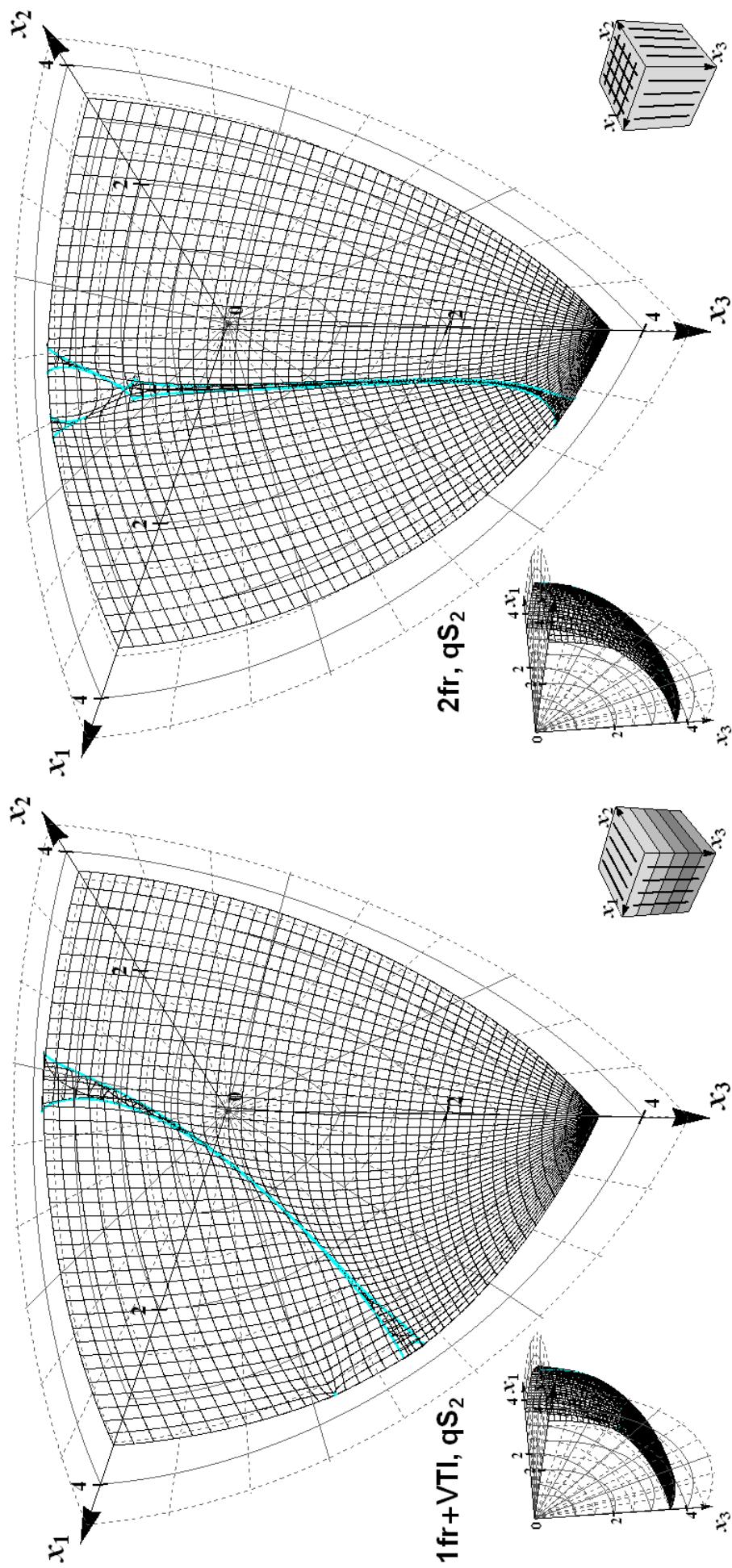


Рисунок 3.16 – Линии J (голубые линии) на волновых поверхностях qS_2 в средах $1fr + VTI$ (слева) и $2fr$ (справа)

векторов лучей \mathbf{l} , лежащих в плоскости x_1x_2 . В случае необходимости можно по приведенной в [Grechka, Obolentseva, 1993] методике вывести подобную систему уравнений, верную когда $l_3 = 0$. На рисунке 3.17 приведены срезы волновых поверхностей qS_1 и qS_2 плоскостью симметрии x_1x_3 в сродах $1fr + VTI$ — слева, и $2fr$ — справа. Голубыми точками отмечены лучи волн qS_2 , которые соответствуют волновым нормалям \mathbf{n} , лежащим вне плоскости симметрии. Эти точки не соединены в линию, так как ее границы определяются шагом дискретизации параметра θ единичного вектора луча $\mathbf{l} = (\sin \theta, 0, \cos \theta)$. В данном случае шаг дискретизации равен 0.1° . Видно, что в окрестности каждой из рассматриваемых акустических осей конического типа в плоскость симметрии попадают лучи, соответствующие волновым нормалям \mathbf{n} , лежащим вне этой плоскости симметрии.

Подведем итоги. Наличие акустических осей приводит к сильному усложнению волновых поверхностей в их окрестности. Линии J связаны с линиями E , но присутствуют не только вблизи них, см. рисунок 3.16. Все это следует учитывать при использовании модели среды орторомбической симметрии. Поскольку невозможно предсказать заранее, в каких частях изучаемого пространства появятся линии E и J , тем более что их положение очень неустойчиво по отношению к изменениям констант C_{ij} среды, то для оценки параметров трещиноватости целесообразно использовать данные о скоростях и поглощении в плоскостях симметрии орторомбической среды. Тогда можно будет находить значения ослабленностей точно так же, как в случае трансверсально–изотропной модели среды.

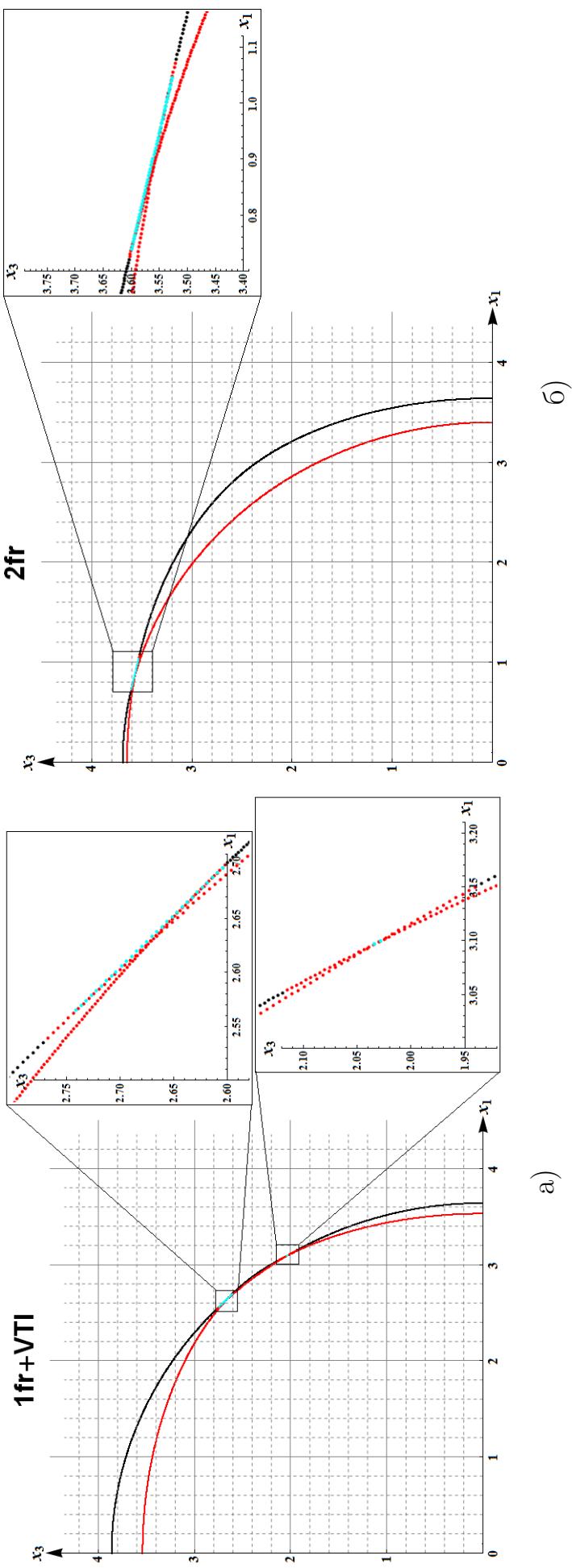


Рисунок 3.17 – Срез волновых поверхностей qS_1 (черные точки) и qS_2 (красные точки) плоскостью симметрии x_1x_3 в средах $1fr + VTI - a)$, и $2fr - b)$, голубыми точками отмечены лучи волн qS_2 , попавшие в плоскость симметрии, но волновые нормали которых лежат вне ее

3.3 Оценка параметров трещиноватости по данным об анизотропии скоростей и поглощения волн qP , qS_1 и qS_2 (обратная задача)

Решение обратной задачи в этом разделе представлено на примере данных ВСП для моделей среды, описанных в разделе 3.1. Входными данными, экспериментальными, для решения обратной задачи будут синтетические, рассчитанные для сред $1fr$, $1fr + VTI$, $2fr$.

Предположим, что имеется вертикальная скважина, система наблюдений — ВСП. Зафиксируем приемник в нижней части анизотропного слоя на глубине 2750 м (см. рисунок 3.1), источники разместим на дневной поверхности на удалениях: 50, 200, 400, 600, 800, 1000, 1200 и 1400 м от устья скважины по направлениям $0x_1$ — по нормалям к плоскостям трещин, и $0x_2$ — в плоскостях трещин, $0x_2 \perp 0x_1$. Рассмотрим P -волну, пришедшую от источника на дневной поверхности на кровлю анизотропного слоя, преломившуюся на ней и образовавшую в анизотропном слое волны qP , qS_1 и qS_2 .

Рассчитав лучи из источников в точку приема с помощью двухточечных алгоритмов [Оболенцева, Гречка, 1989] для трех типов волн, qP , qSV и SH , найдем их фазовые скорости $V(\eta)$ и поглощение $Q^{-1}(\eta)$ в анизотропном слое; η — углы между волновыми нормалями и вертикальной осью x_3 . Результаты расчета показаны на рисунке 3.18.

3.3.1 Решение обратной задачи для сред $1fr$ и $1fr + VTI$ (VTI с одинаковыми тонкими слоями)

В этом разделе преследуется цель — понять, к чему приведет ошибка в выборе модели при решении обратной задачи.

Рассматриваются следующие 3 возможных варианта решения обратной задачи.

1. Анизотропия в слое — $1fr$, и обратная задача решается для модели $1fr$. Анизотропия в слое — $1fr + VTI$, и обратная задача решается для модели $1fr + VTI$. Результаты решения показаны на рисунках 3.19 и 3.20, соответственно.

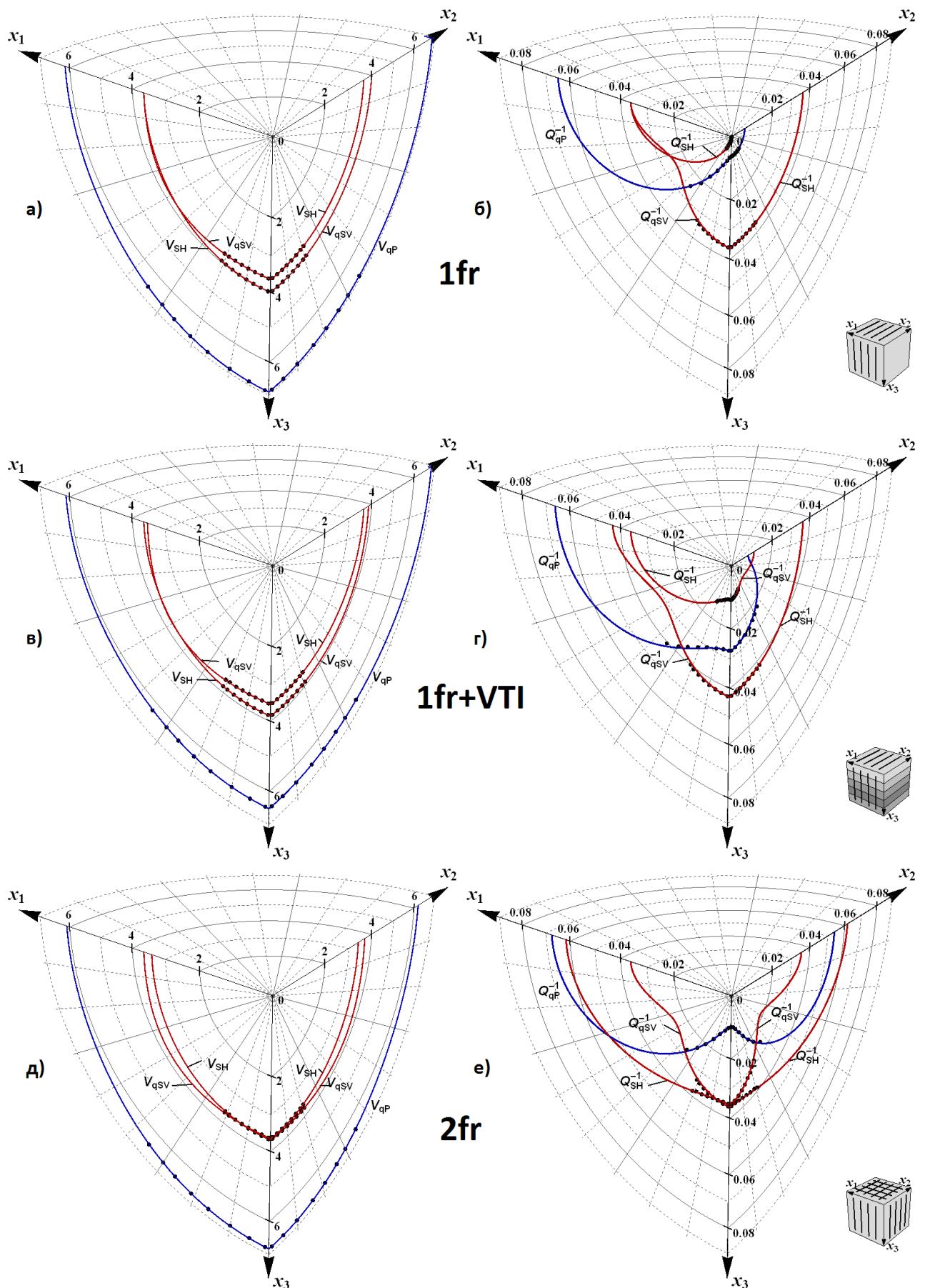


Рисунок 3.18 – Синтетические данные по фазовым скоростям (*a*, *б*, *д*) и поглощению (*б*, *г*, *е*) — отмечены черными точками, — выбранные для решения обратной задачи в средах 1fr — *a*, *б*, 1fr + VTI — *б*, *г*, и 2fr — *д*, *е*

2. Анизотропия в слое — $1fr + VTI$, а обратная задача решается для модели $1fr$. Результаты решения — на рисунке 3.21.
3. Анизотропия в слое — $1fr$, а обратная задача решается для модели $1fr + VTI$. Результаты решения — на рисунке 3.22.

Теперь остановимся на деталях решения для каждого из вариантов 1–3.

Вариант 1: данные $1fr$, модель $1fr$; данные $1fr + VTI$, модель $1fr + VTI$. Сначала определяем по данным фазовых скоростей действительные части ослабленностей в предположении, что скорости продольной и поперечной волн $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ в изотропной вмещающей среде уже получены с достаточной точностью другими способами; проводится минимизация целевых функций:

$$F_{V_m}(\Delta_N, \Delta_T) = \sum_{i=1}^n \left(V_{theor,m,i}(\Delta_N, \Delta_T) - V_{exp,m,i} \right)^2, \quad (3.28)$$

$$F_{V_m}(\Delta_{N1}, \Delta_{T1}, \Delta_{N2}, \Delta_{T2}) = \sum_{i=1}^n \left(V_{theor,m,i}(\Delta_{N1}, \Delta_{T1}, \Delta_{N2}, \Delta_{T2}) - V_{exp,m,i} \right)^2, \\ m = qP, qSV, SH, \quad (3.29)$$

(3.28) — для среды $1fr$, (3.29) — для среды $1fr + VTI$, в качестве значений $V_{exp,m,i}$ берутся синтетические значения, приведенные на рисунке 3.18 а), в), д). Модели $1fr + VTI$ и $2fr$ эквивалентны, так как среда VTI с одинаковыми слоями описывается моделью $LSTI$, как и система горизонтальных трещин в модели $2fr$.

Если же скорости $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ в моделях $1fr$ и $1fr + VTI$ не известны, то проводится совместное определение действительных частей ослабленностей и скоростей $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ минимизацией целевых функций

$$F_{V_m}(V_{P,iso}, V_{S,iso}, \Delta_N, \Delta_T) = \sum_{i=1}^n \left(V_{theor,m,i}(V_{P,iso}, V_{S,iso}, \Delta_N, \Delta_T) - V_{exp,m,i} \right)^2, \quad (3.30)$$

$$F_{V_m}(V_{P,iso}, V_{S,iso}, \Delta_{N1}, \Delta_{T1}, \Delta_{N2}, \Delta_{T2}) = \sum_{i=1}^n \left(V_{theor,m,i}(V_{P,iso}, V_{S,iso}, \Delta_{N1}, \Delta_{T1}, \Delta_{N2}, \Delta_{T2}) - V_{exp,m,i} \right)^2, \\ m = qP, qSV, SH. \quad (3.31)$$

При этом мнимые части ослабленностей предполагаются равными нулю ввиду слабой зависимости фазовых скоростей от них.

После определения действительных частей ослабленностей, по данным поглощения определялись мнимые части ослабленностей минимизацией следующих целевых функций:

$$F_{Q_m^{-1}}(\Delta_N^I, \Delta_T^I) = \sum_{i=1}^n \left(Q_{theor,m,i}^{-1}(\Delta_N^I, \Delta_T^I) - Q_{exp,m,i}^{-1} \right)^2, \quad (3.32)$$

$$F_{Q_m^{-1}}(\Delta_{N1}^I, \Delta_{T1}^I, \Delta_{N2}^I, \Delta_{T2}^I) = \sum_{i=1}^n \left(Q_{theor,m,i}^{-1}(\Delta_{N1}^I, \Delta_{T1}^I, \Delta_{N2}^I, \Delta_{T2}^I) - Q_{exp,m,i}^{-1} \right)^2, \\ m = qP, qSV, SH, \quad (3.33)$$

в качестве значений $Q_{exp,m,i}^{-1}$ брались синтетические значения, приведенные на рисунке 3.18 б), г), е).

При минимизации целевой функции использовался алгоритм безусловной оптимизации Левенберга–Марквардта. В случае, если полученные значения искомых параметров не соответствовали соотношениям

$$0 \leq \Delta_{N/N1/N2}^I < \Delta_{N/N1/N2}^I < 1, \quad 0 \leq \Delta_{T/T1/T2}^I < \Delta_{T/T1/T2}^I < 1, \quad (3.34)$$

применялся алгоритм внутренней точки (метод условной минимизации).

Сначала предположим, что модель выбрана верно, т.е. будем определять параметры модели $1fr$ по синтетическим данным, соответствующим модели $1fr$ (результаты приведены на рисунке 3.19), а параметры модели $1fr + VTI$ — по синтетическим данным, соответствующим модели $1fr + VTI$ (результаты приведены на рисунке 3.20). На рисунке 3.20 вмещающая среда VTI описывается комплексными ослабленностями $\tilde{\Delta}_{N2}, \tilde{\Delta}_{T2}$, так как рассматривается случай, когда горизонтальные тонкие слои одинаковые, но отлагались в разных условиях осадконакопления. Для описания такой среды VTI с системой вертикальных трещин используется матрица модулей упругости–поглощения $\tilde{\mathbf{C}}^{1fr+VTI}$ (1.23), в которой $\tilde{\mathbf{C}}_1, \tilde{\mathbf{C}}_2$ имеют вид (1.24), (1.25). Как видно из рисунков 3.19 и 3.20, все параметры для обеих моделей определяются достаточно хорошо. Также видно, что необходимость уточнения скоростей $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ слабо отражается на ошибках определения значений действительных и мнимых частей ослабленностей.

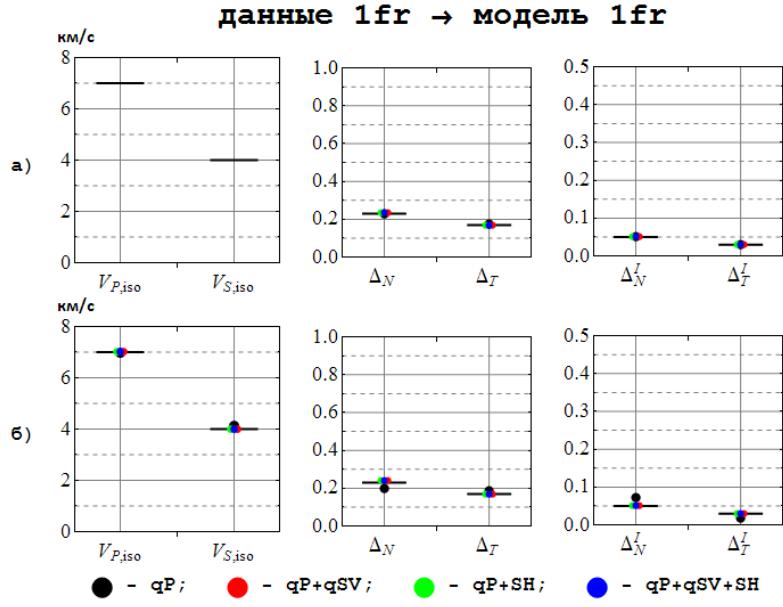


Рисунок 3.19 – Результаты определения параметров модели $1fr$ по синтетическим данным модели $1fr$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Верные значения ослабленностей ($\Delta_N = 0.23$, $\Delta_T = 0.17$, $\Delta_N^I = 0.05$, $\Delta_T^I = 0.03$) и скоростей ($V_{P,iso} = 7$ км/с, $V_{S,iso} = 4$ км/с) отмечены черными черточками. Значения, найденные при решении обратной задачи, нанесены цветными кружочками, цвет которых указывает на типы волн, данные о которых входят в целевые функции (3.28)–(3.33)

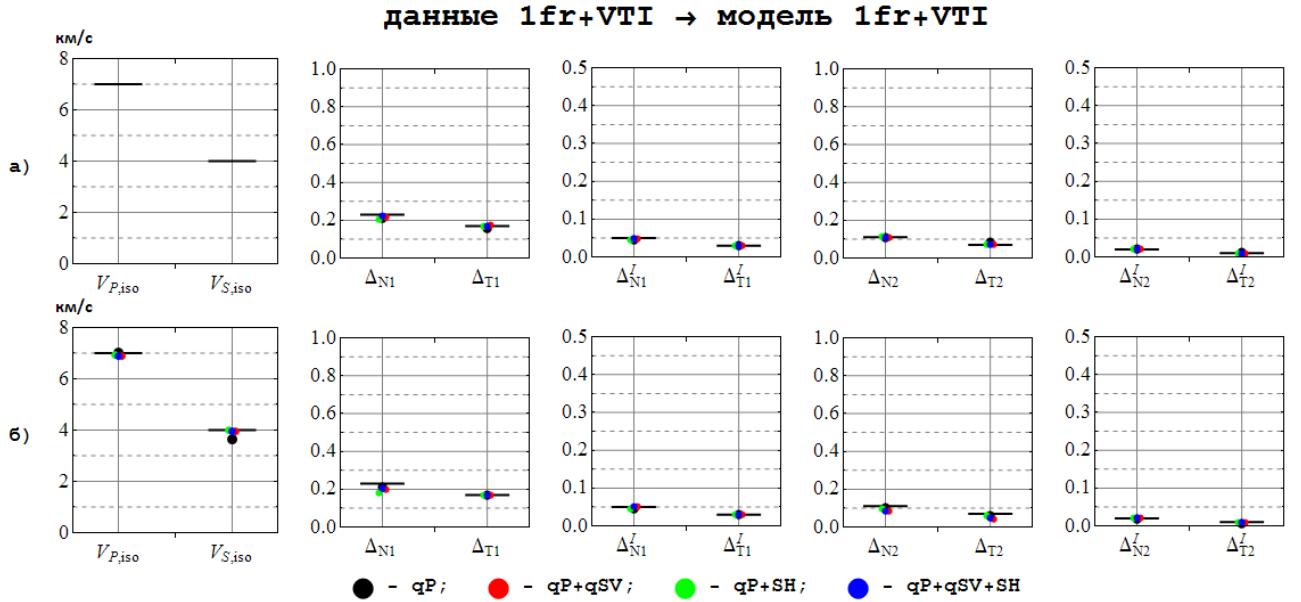


Рисунок 3.20 – Результаты определения параметров модели $1fr + VTI$ по синтетическим данным модели $1fr + VTI$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Обозначения те же, что на рисунке 3.19

Вариант 2: данные $1fr + VTI$, модель $1fr$. Теперь предположим, что модель среды выбрана ошибочно и приведем аналогичные рисунки для случая, когда используется модель $1fr$ применительно к синтетическим данным модели $1fr + VTI$, рисунок 3.21. При известных $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ получаем слишком большие значения действительной части нормальной ослабленности Δ_N , что связано с большим отклонением фазовой скорости квазипротодольной волны V_{qP} от $V_{P,iso}$ в среде $1fr + VTI$ вблизи вертикали вследствие наличия горизонтальной слоистости. При определении значений $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ получаем заниженные значения скорости продольных волн в изотропной вмещающей среде $V_{P,iso}$ и действительной части нормальной ослабленности Δ_N , и, наоборот, завышенные — для мнимой Δ_N^I , вследствие больших значений поглощения вблизи вертикали в среде $1fr + VTI$, чем в среде $1fr$.

Вариант 3: данные $1fr$, модель $1fr + VTI$. Результаты определения параметров модели $1fr + VTI$ по синтетическим данным модели $1fr$ приведены на рисунке 3.22. Модель $1fr$ является частным случаем модели $1fr + VTI$ при $\Delta_{N2} = 0$, $\Delta_{T2} = 0$, $\Delta_{N2}^I = 0$, $\Delta_{T2}^I = 0$, что видно на рисунке 3.22. Значения искомых параметров определяются с хорошей точностью.

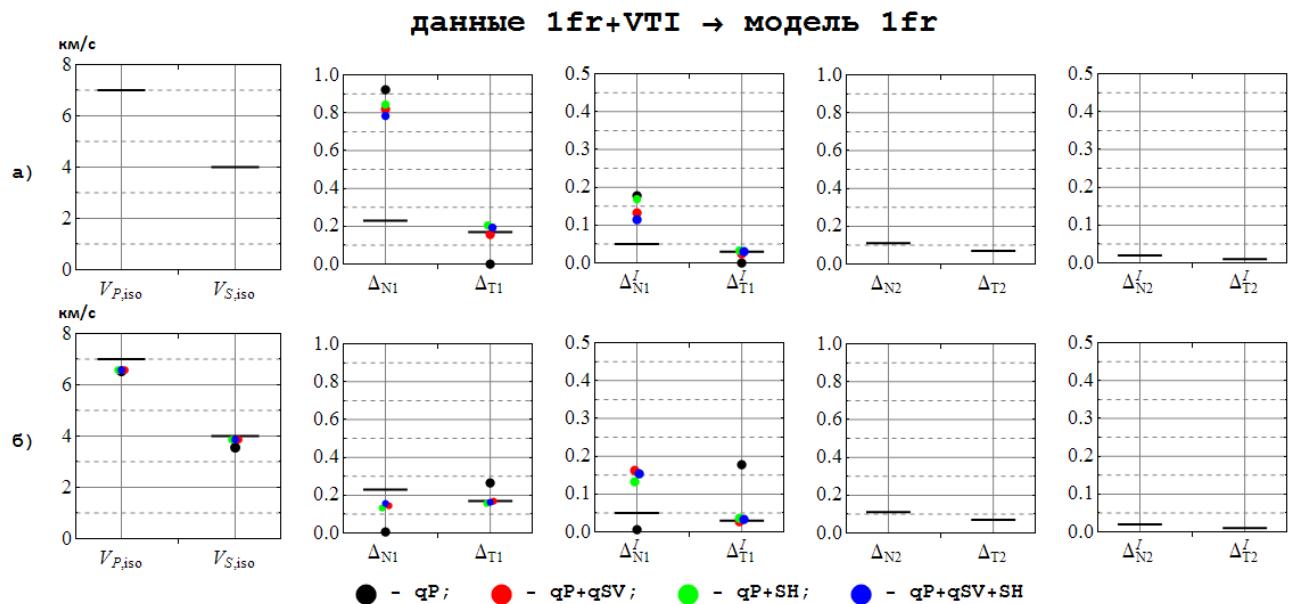


Рисунок 3.21 – Результаты определения параметров модели $1fr$ по синтетическим данным модели $1fr + VTI$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Обозначения те же, что на рисунке 3.19

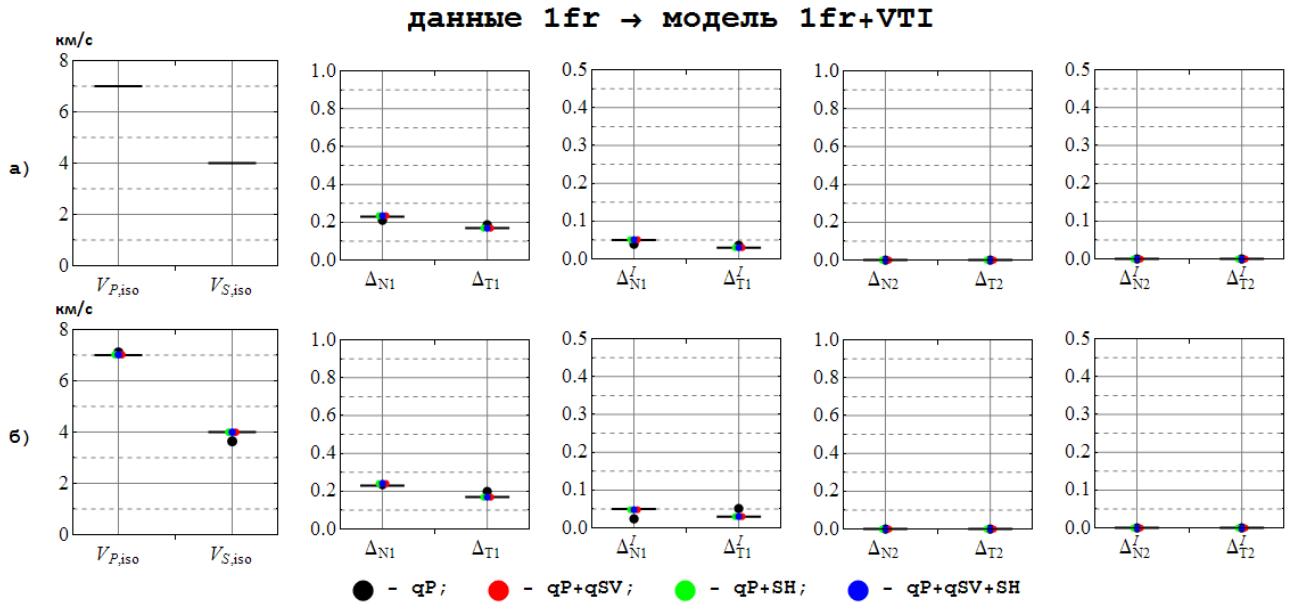


Рисунок 3.22 – Результаты определения параметров модели $1fr + VTI$ по синтетическим данным модели $1fr$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Обозначения те же, что на рисунке 3.19

3.3.2 Решение обратной задачи для сред $1fr$ и $2fr$

Теперь рассмотрим решение обратной задачи для моделей $1fr$ и $2fr$. Результаты определения параметров среды $2fr$ по синтетическим данным модели $2fr$ приведены на рисунке 3.23. Видно, что параметры среды $2fr$ не определяются при использовании только квазипродольных волн в случае определения значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$.

Результаты при ошибке в выборе модели среды, т.е. при определении параметров модели $1fr$ по синтетическим данным модели $2fr$, приведены на рисунке 3.24. При известных $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ получаем завышенные, но вполне правдоподобные значения действительной и мнимой частей нормальной ослабленности, так как в отличие от среды $1fr + VTI$ фазовая скорость квазипродольной волны V_{qP} в среде $2fr$ отклоняется на вертикали от значения $V_{P,iso}$ меньше. В случае необходимости определения $V_{P,iso}$ и $V_{S,iso}$ получаем заниженные значения скорости поперечных волн в изотропной вмещающей среде $V_{S,iso}$ и практически нулевые значения действительной части касательной ослабленности Δ_T , что объясняется очень близкими значениями скоростей поперечных волн qSV и SH вблизи вертикали в среде $2fr$.

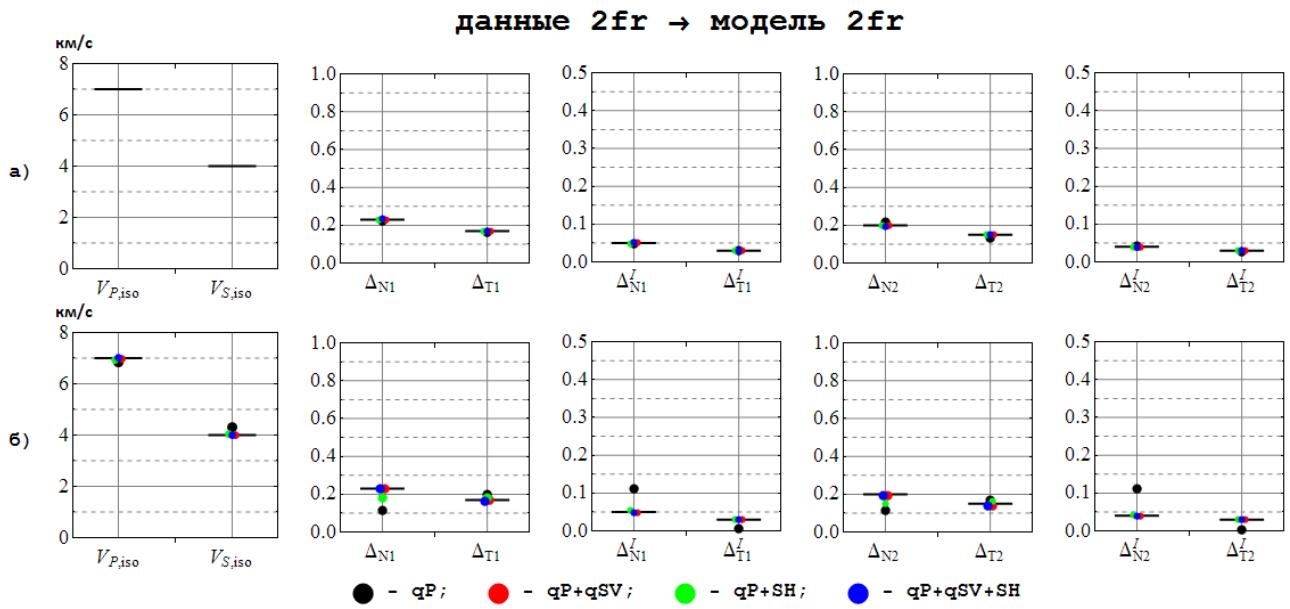


Рисунок 3.23 – Результаты определения параметров модели $2fr$ по синтетическим данным модели $2fr$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Обозначения те же, что на рисунке 3.19

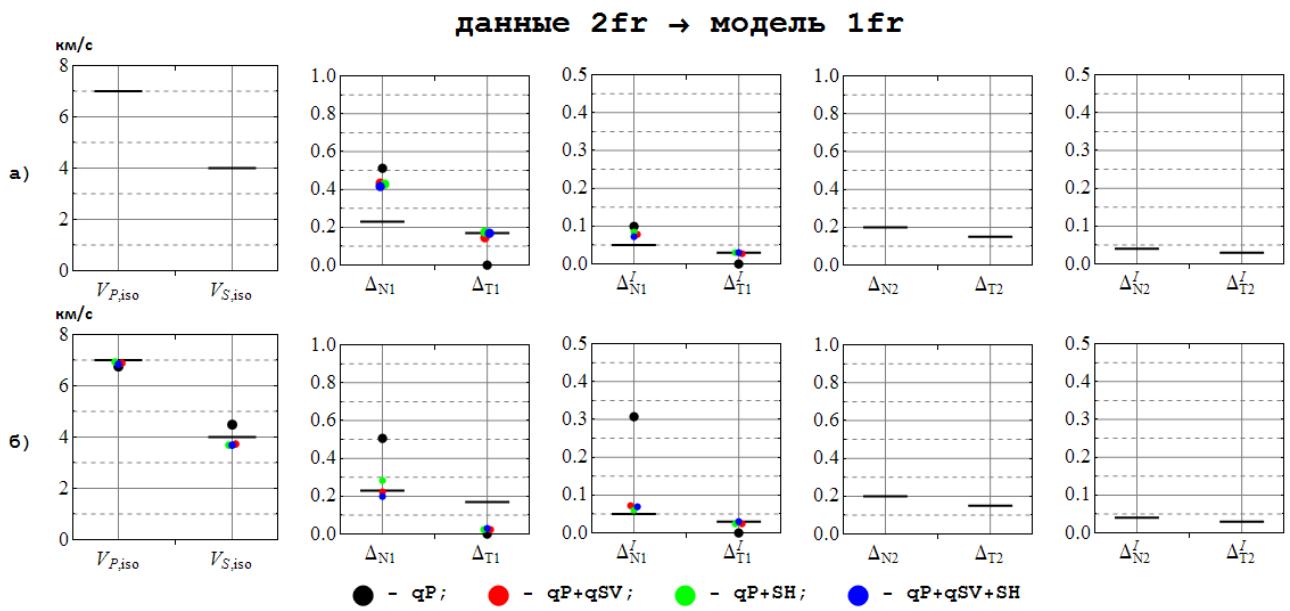


Рисунок 3.24 – Результаты определения параметров модели $1fr$ по синтетическим данным модели $2fr$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Обозначения те же, что на рисунке 3.19

Результаты определения параметров модели $2fr$ по синтетическим данным модели $1fr$ приведены на рисунке 3.25. Модель $1fr$ является частным случаем модели $2fr$ при $\Delta_{N2} = 0$, $\Delta_{T2} = 0$, $\Delta_{N2}^I = 0$, $\Delta_{T2}^I = 0$, что видно на рисунке 3.25. Значения искомых параметров определяются с хорошей точностью, за исключением случая использования только квазипротодольных волн при определении значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$.

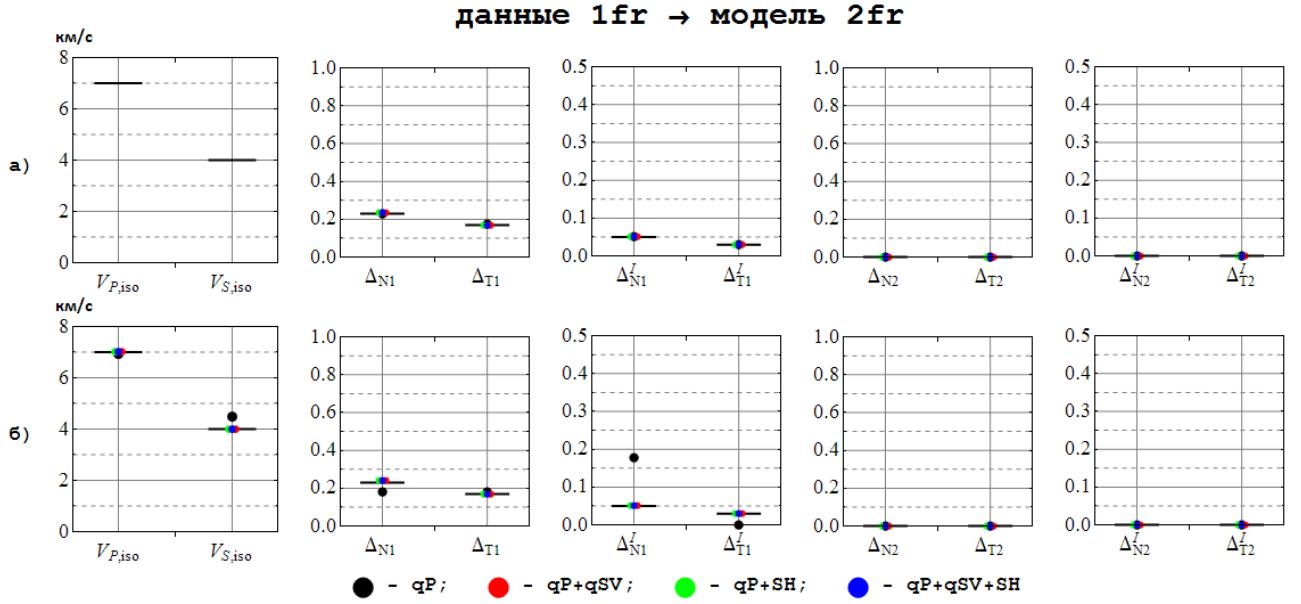


Рисунок 3.25 – Результаты определения параметров модели $2fr$ по синтетическим данным модели $1fr$: а) в предположении что $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$ уже известны, б) с нахождением значений $V_{P,iso}$, $V_{S,iso}$

Примечание. Обозначения те же, что на рисунке 3.19

3.3.3 Решение обратной задачи для сред $1fr + VTI$ (VTI с разными тонкими слоями)

В разделе 3.3.1 экспериментальные (синтетические) данные рассчитывались в модели $1fr + VTI$ для случая среды VTI — тонкослоистые среды с одинаковыми тонкими слоями (карбонатные породы). Для практики важен более общий случай — тонкослоистые среды с разными чередующимися слоями. В этом случае среда VTI описывается пятью модулями упругости–поглощения \tilde{C}_{ij} .

Рассмотрим четыре типа анизотропии тонкослоистой среды [Невский, 1974], таблица 3.1, где V_{iP} , V_{iS} , $i = 1, 2$ — скорости продольных и поперечных

волн в i -ой компоненте двухкомпонентной тонкослоистой пачки. Сопоставим значениям скоростей продольных и поперечных волн из таблицы 3.1 значения поглощения, приведенные в таблице 3.2.

Таблица 3.1 – Примеры четырех типов анизотропии тонкослоистой среды, приведенные в таблице 3 книги [Невский, 1974]

Тип	Литологическая характеристика	V_{1P} , км/с	V_{1S} , км/с	V_{2P} , км/с	V_{2S} , км/с
I	Известняк–песчаник	4.500	2.480	2.000	1.224
II	Песчаник–песчаник	4.500	2.760	3.000	1.830
III	Песчаник–глина	4.500	2.760	3.000	0.863
IV	Песчаник–глина	3.000	1.832	3.000	0.864

Таблица 3.2 – Значения поглощения Q^{-1} в i -м слоей тонкослоистой пачки

Тип	Литологическая характеристика	Q_{1P}^{-1}	Q_{1S}^{-1}	Q_{2P}^{-1}	Q_{2S}^{-1}
I	Известняк–песчаник	0.010	0.020	0.020	0.030
II	Песчаник–песчаник	0.010	0.020	0.015	0.025
III	Песчаник–глина	0.010	0.020	0.015	0.035
IV	Песчаник–глина	0.015	0.025	0.015	0.035

От скоростей продольных $V_{iP} = \sqrt{(\lambda_i + 2\mu_i)/\rho}$ и поперечных $V_{iS} = \sqrt{\mu_i/\rho}$ волн ($i = 1, 2$) перейдем к приведенным модулям упругости $\rho^{-1}C_{ij}$ эффективной среды, используя формулы осреднения ([Backus, 1962] для n -компонентной среды или [Postma, 1955] для двухкомпонентной):

$$\begin{aligned} C_{33} &= \left(\sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{\lambda_i + 2\mu_i} \right)^{-1}, \quad C_{44} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{\mu_i} \right)^{-1}, \quad C_{66} = \sum_{i=1}^n \mu_i \chi_i, \\ C_{13} &= C_{33} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i \chi_i}{\lambda_i + 2\mu_i}, \quad C_{11} = 2C_{66} + \frac{C_{13}^2}{C_{33}} + 2 \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i \lambda_i \chi_i}{\lambda_i + 2\mu_i}, \end{aligned} \quad (3.35)$$

где λ_i, μ_i — константы Ламе, $\chi_i = h_i / \sum_{i=1}^n h_i$ — удельная мощность i -го слоя, n — число слоев.

Формулы (3.35) применимы при отсутствии поглощения, для учета поглощения необходимо перейти к комплексным модулям упругости–поглощения:

$$\begin{aligned} \rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{33} &= \left(\sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{(\operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i})^2} \right)^{-1}, \quad \rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{44} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{(\operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i})^2} \right)^{-1}, \\ \rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{66} &= \sum_{i=1}^n \left((\operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i})^2 \right) \chi_i, \\ \rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{13} &= \rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{33} \sum_{i=1}^n \frac{((\operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i})^2 - 2(\operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i})^2 + 2(\operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i})^2) \chi_i}{(\operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i})^2}, \\ \rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{11} &= 2\rho^{-1} \operatorname{Re} \tilde{C}_{66} + \frac{(\operatorname{Re} \tilde{C}_{13})^2}{\operatorname{Re} \tilde{C}_{33}} + \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \frac{((\operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i})^2)((\operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i})^2 - 2(\operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i})^2 + 2(\operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i})^2) \chi_i}{(\operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i})^2 - (\operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i})^2}, \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$\begin{aligned} \rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{33} &= \left(\sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i}} \right)^{-1}, \quad \rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{44} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{\chi_i}{2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i}} \right)^{-1}, \\ \rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{66} &= \sum_{i=1}^n 2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i} \chi_i, \\ \rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{13} &= \rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{33} \sum_{i=1}^n \frac{(2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i} - 4 \operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i}) \chi_i}{2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i}}, \\ \rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{11} &= 2\rho^{-1} \operatorname{Im} \tilde{C}_{66} + \frac{(\operatorname{Im} \tilde{C}_{13})^2}{\operatorname{Im} \tilde{C}_{33}} + \\ &\quad + 2 \sum_{i=1}^n \frac{2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i} (2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i} - 4 \operatorname{Re} \tilde{V}_{S,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{S,i}) \chi_i}{2 \operatorname{Re} \tilde{V}_{P,i} \operatorname{Im} \tilde{V}_{P,i}}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

По значениям скоростей и поглощения в таблицах 3.1 и 3.2 по формулам (3.36), (3.37) получим приведенные матрицы модулей упругости–поглощения $\rho^{-1} \tilde{\mathbf{C}}$ для типов анизотропии I–IV. Мнимые части модулей упругости–поглощения \tilde{C}_{ij} в (3.37) найдем из соотношения $Q^{-1} \approx 2 \operatorname{Im} \tilde{V} / \operatorname{Re} \tilde{V}$ по значениям Q^{-1} из таблицы 3.2 и $\operatorname{Re} \tilde{V}$.

Графики фазовых скоростей V_m , $m = qP, qSV, SH$, в функции угла η между волновой нормалью \mathbf{n} и осью x_3 для среды VTI четырех типов приведены на рисунке 3.26 в левой колонке, для поглощения Q_m^{-1} — на рисунке 3.27, левая колонка. Также на рисунках 3.26 и 3.27 показано, как изменяются графики фазовых скоростей V_m и поглощения Q_m^{-1} при наличии системы вертикальных трещин с параметрами

$$\Delta_N = 0.23, \Delta_N^I = 0.05, \Delta_T = 0.17, \Delta_T^I = 0.03.$$

При решении обратной задачи — определении параметров системы вертикальных трещин по данным об анизотропии скоростей и поглощения — в

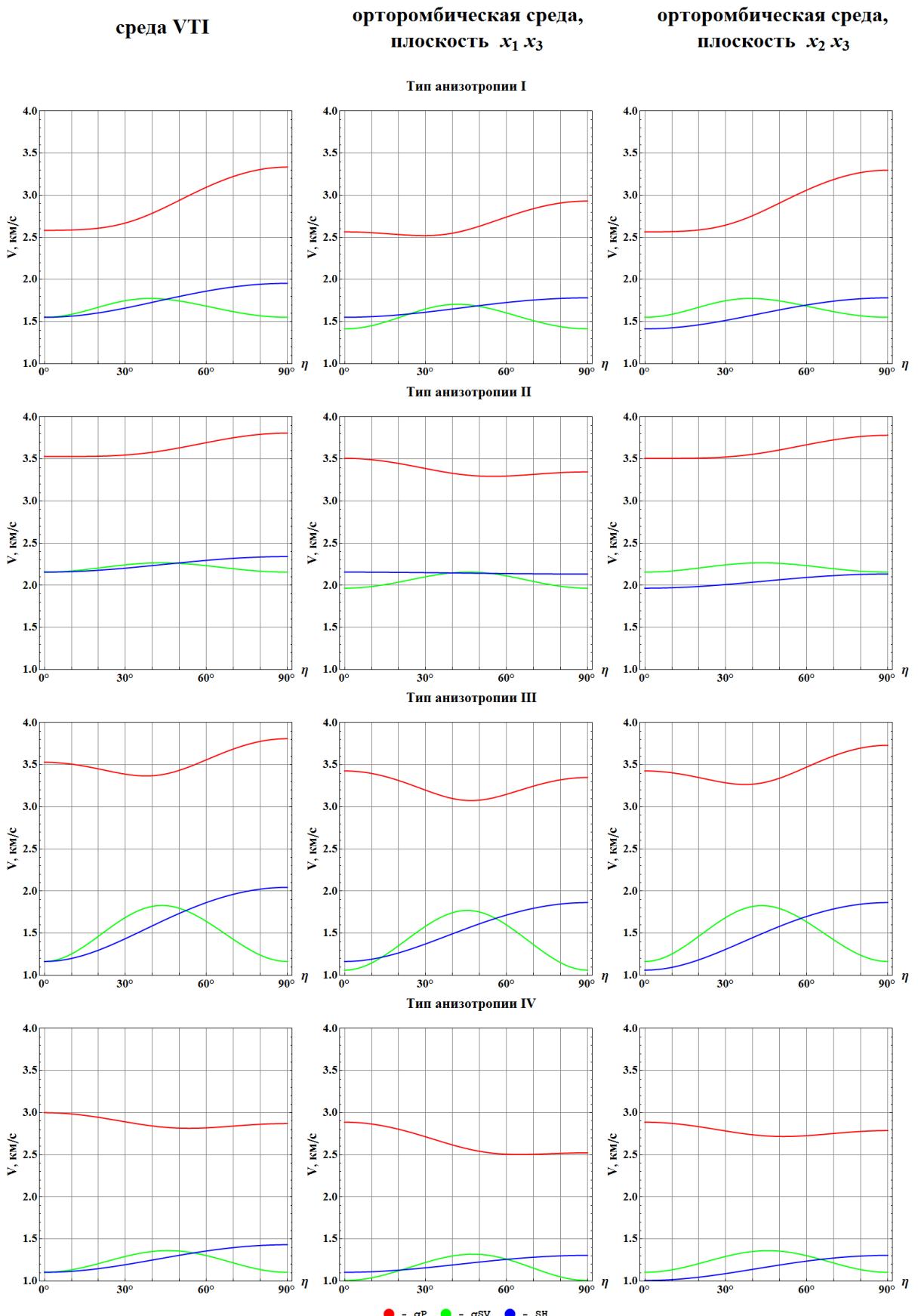


Рисунок 3.26 – Графики фазовых скоростей V_m , $m = qP, qSV, SH$, в функции угла η между волновой нормалью \mathbf{n} и осью x_3 в средах VTI (левая колонка) и $1fr + VTI$ в плоскостях x_1x_3 (средняя колонка), x_2x_3 (правая колонка) для разных типов анизотропии тонкослоистой среды

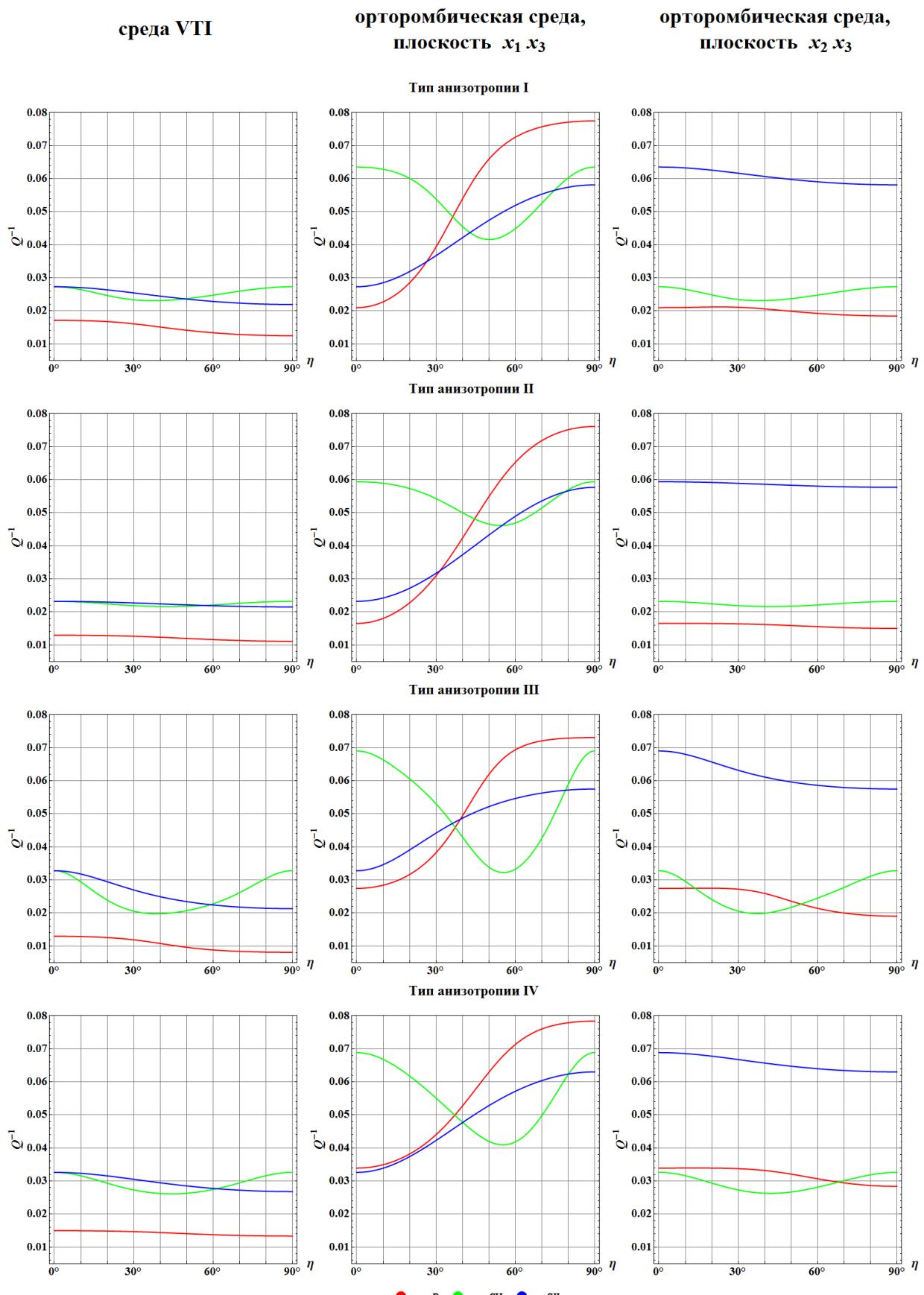


Рисунок 3.27 – Графики поглощения Q_m^{-1} , $m = qP, qSV, SH$, в функции угла η между волновой нормалью \mathbf{n} и осью x_3 в средах VTI (левая колонка) и $1fr + VTI$ в плоскостях x_1x_3 (средняя колонка), x_2x_3 (правая колонка) для разных типов анизотропии тонкослойной среды

качестве экспериментальных (синтетических) данных возьмем значения фазовых скоростей и поглощения в плоскостях x_1x_3 , x_2x_3 в интервале углов η между волновой нормалью \mathbf{n} и осью x_3 : для квазипротодольной волны — от 0° до 35° с шагом в 5° , для квазипоперечных — от 0° до 21° с шагом в 3° , рисунок 3.28. Значения модулей упругости–поглощения \tilde{C}_{ijb} вмещающей среды VTI считаем известными. Обратная задача решается путем минимизации целевых функций (3.28), (3.32). В случае использования верной модели, определения параметров модели $1fr+VTI$ по синтетическим данным модели $1fr+VTI$, параметры системы вертикальных трещин определяются верно. В случае же использования неверной модели, определения параметров модели $1fr$ по синтетическим данным модели $1fr+VTI$, сильно искажаются значения нормальной ослабленности $\tilde{\Delta}_N$, рисунок 3.29. При анизотропии вмещающей среды VTI типа I и II получаем заниженные значения действительной части нормальной ослабленности Δ_N , в случае анизотропии типа III и IV — наоборот, завышенные. Тип анизотропии I и II соответствует случаю, когда минимум фазовой скорости квазипротодольной волны V_{qP} во вмещающей среде VTI приходится на угол $\eta = 0^\circ$, тип анизотропии III и IV — случаю смещенного минимума V_{qP} , минимум приходится на угол $\eta \approx 30^\circ - 50^\circ$, см. рисунок 3.26, левая колонка. При использовании данных только квазипротодольной волны также сильно искажаются значения касательной ослабленности $\tilde{\Delta}_T$.

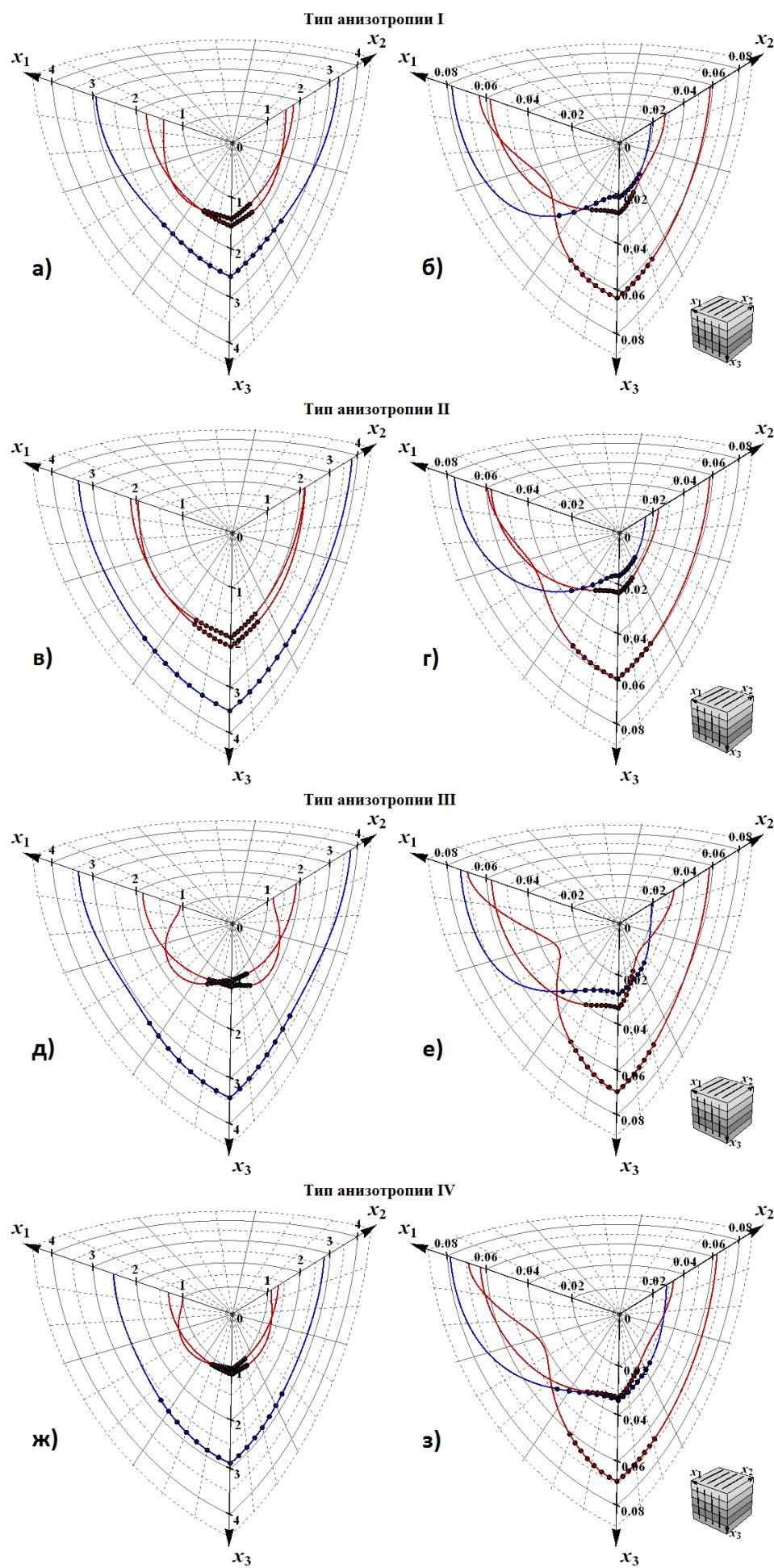


Рисунок 3.28 – Синтетические данные (отмечены черными точками) по фазовым скоростям V_m , $m = qP, qSV, SH$, (а, в, г, д, ж) и поглощению Q_m^{-1} (б, г, е, з)

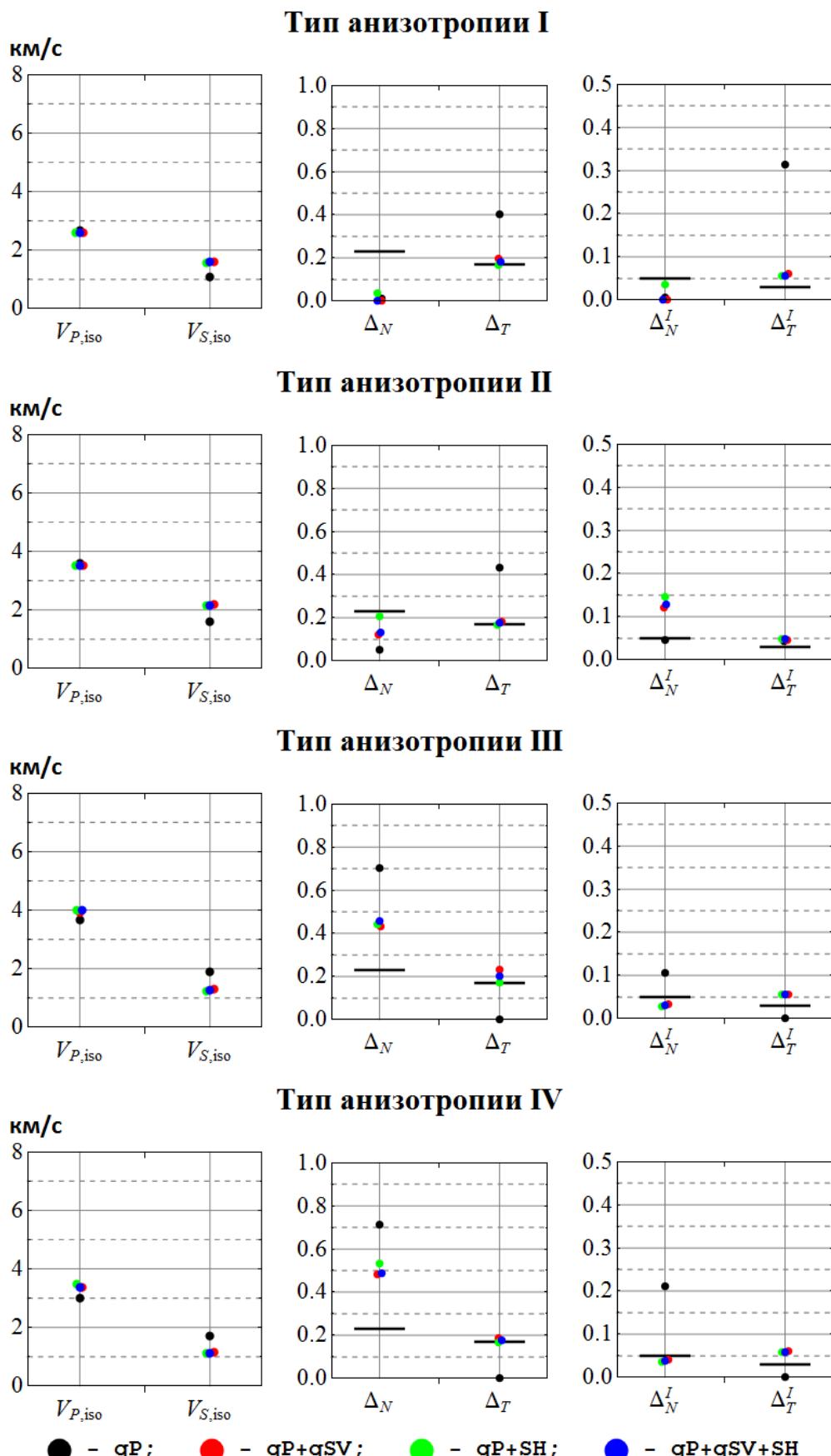


Рисунок 3.29 – Результаты определения параметров модели $1fr$ по синтетическим данным модели $1fr + VTI$ для разных типов анизотропии вмещающей среды VTI.

Обозначения те же, что на рисунке 3.19

ГЛАВА 4. ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ОСЛАБЛЕННОСТЕЙ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

4.1 Характеристика экспериментальных данных

В работе Горшаклева с соавторами [2011] приводятся результаты обработки данных многоволнового ВСП скважины 830 на Пеляткинской площади, расположенной в северной части Западной Сибири. Целью обработки было выявление анизотропных интервалов разреза, связанных с ориентированной трещиноватостью пород. Такие интервалы обнаруживают себя либо непосредственно, в случае если направления смещений в двух квазиперечных волнах совпадают с направлениями ориентации двух горизонтальных скважинных сейсмоприемников, либо после применения процедуры выделения этих двух волн из зон их интерференции. Направления поляризации выделенных волн указывают на азимутальную ориентацию плоскостей трещин и нормалей к ним.

Авторами работы [Горшаклев и др., 2011] было выделено несколько анизотропных интервалов и для них были определены временные сдвиги между двумя квазиперечными волнами. Для применения описанных в главах 2 и 3 диссертации способов количественной оценки параметров трещиноватости по записям квазипротральной и двух квазиперечных волн был выбран интервал глубин 2400–2700 м, а именно его газонасыщенная часть на глубинах 2396–2514 м, что показано на рисунке 4.1.

Целевой интервал 2396–2514 м является азимутально анизотропным, и предположительно такая анизотропия вызвана наличием системы вертикальных трещин. Из данных, приведенных в работе [Горшаклев и др., 2011], следует, что направление преимущественной трещиноватости совпадает с направлением выноса ПВ 2 (рисунок 4.2). Угол между направлением выноса ПВ 1 и направлением преимущественной трещиноватости составляет 85° , для ПВ 4 он равен 49° .

Поставим задачу определить значения действительных и мнимых ча-

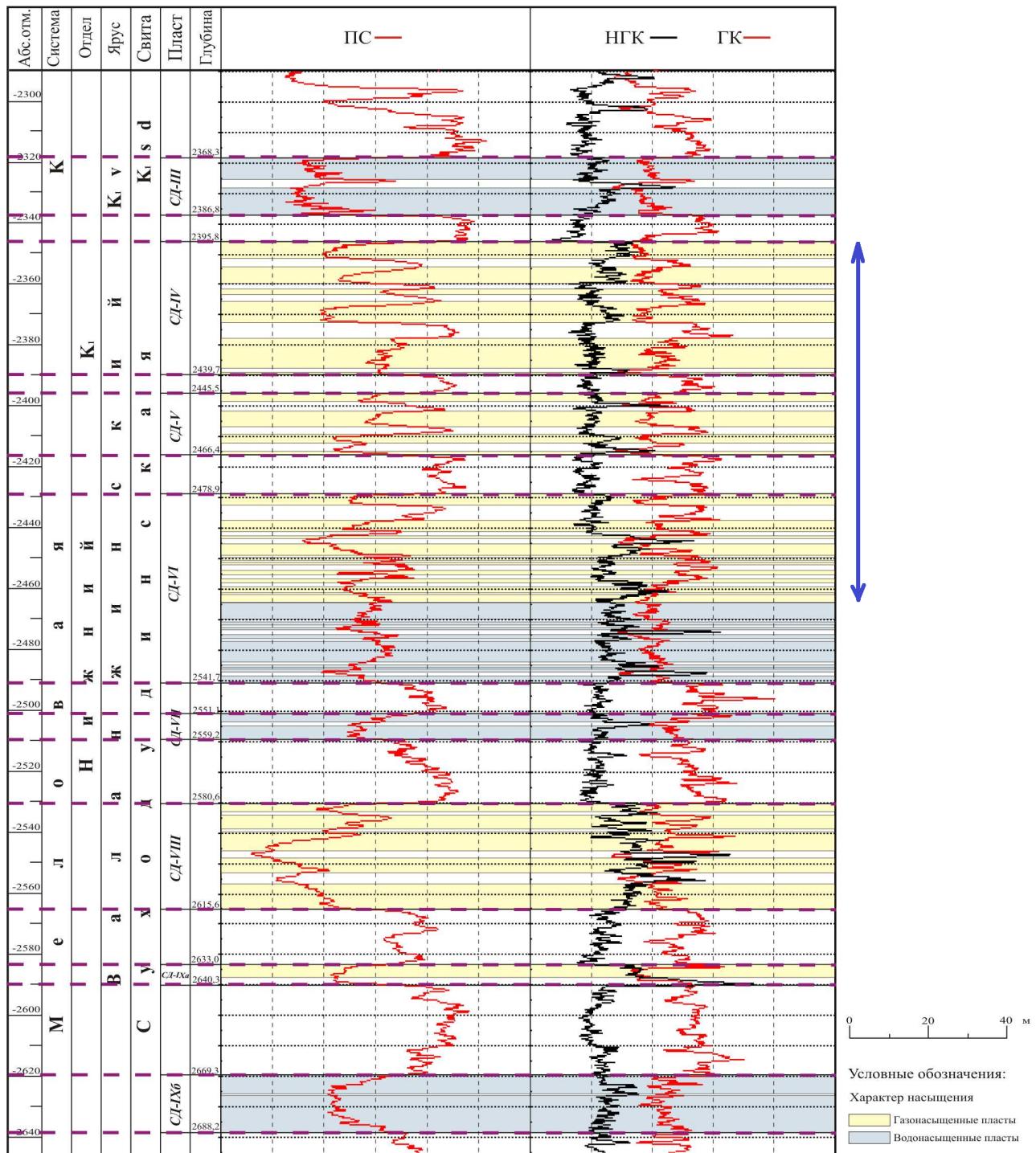


Рисунок 4.1 – Данные ГИС в интервале суходудинской свиты по скважине ПЛт-830

[Горшаков и др., 2011]

Примечание. Целевой газонасыщенный интервал выделен синими стрелками

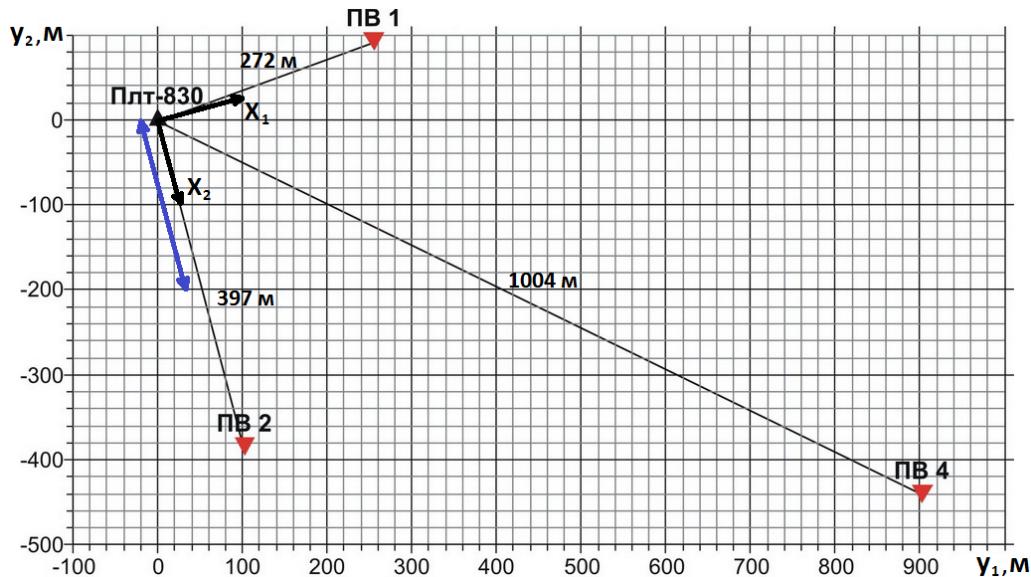


Рисунок 4.2 – Схема расположения пунктов взрыва ПВ 1, ПВ 2, ПВ 4 с указанием их расстояний от устья скважины Плт-830

Примечание. Направление преимущественной трещиноватости отмечено синими стрелками, а черные стрелки указывают направления осей x_1 и x_2 системы координат $x_1x_2x_3$, ось x_3 направлена вертикально вниз

стей ослабленностей, характеризующих систему вертикальных трещин, по данным анизотропии скоростей и поглощения, которые найдем по записям волн трех типов, квазипродольной и двух квазипоперечных, в интервале глубин 2396–2514 м при возбуждении источниками ПВ 1, ПВ 2 и ПВ 4. Будем решать эту задачу, используя модель орторомбической симметрии, а не трансверсально-изотропной, так как, как это было показано в главе 3, используя более простую модель, трансверсально-изотропную, в которой среда, содержащая трещины, считается изотропной, можно получить значения ослабленностей с очень большими погрешностями.

4.2 Определение параметров вмещающей среды

Определим для изучаемого интервала глубин параметры анизотропии, возникающей вследствие горизонтальной тонкой слоистости. В выбранном интервале глубин, в который входят пласти Сд-IV, Сд-V и Сд-VI Суходудинской свиты валанжинского яруса нижнего отдела меловой системы, наблюдается переслаивание песчаников и аргиллитов, рисунок 4.3. Скорости V_P

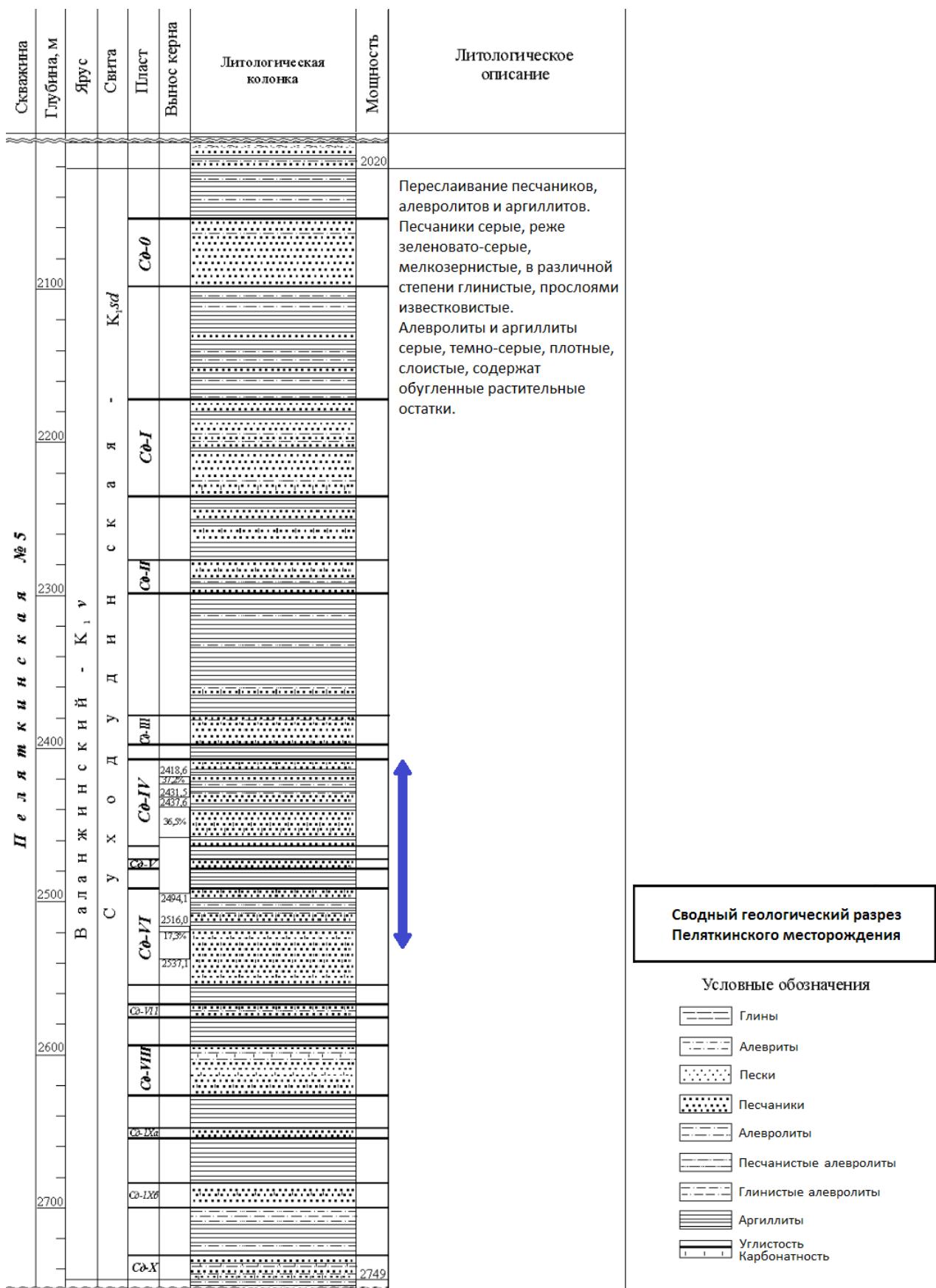


Рисунок 4.3 – Фрагмент сводного геологического разреза Пеляткинского месторождения

с литологической колонкой

Примечание. Изучаемый интервал отмечен синими стрелками

и V_S в песчаниках значительно выше, чем в аргиллитах, что видно, например, из данных на рисунке 4.4.

Для оценки скоростей продольных волн в аргиллите и песчанике используем также имеющиеся данные акустического каротажа (АК). Они приведены на рисунке 4.5. Видно, что скорости и в аргиллитах, и в песчаниках не строго постоянны, а лежат в довольно широких пределах, причем четкую границу между ними установить невозможно. Поэтому есть некоторая доля условности в отнесении того или иного значения скорости V_P к аргиллиту или песчанику. (Это соответствует обобщенным данным о скоростях V_P и V_S в этих породах, приведенным на рисунке 4.4, из которого следует, что все значения возможных скоростей V_P в аргиллите такие же, как на левой ветви распределения скоростей V_P в песчанике. Заметим, что для скоростей V_S интервал перекрытия их значений в аргиллите и песчанике несколько меньше.) Для расчета параметров среды VTI по данным АК берем минимальные значения V_P для аргиллитов и максимальные для песчаников (рисунок 4.5), чтобы получить возможно большую анизотропию, т.е. оценить по максимуму влияние тонкой слоистости на анизотропию эффективной среды. Получили, что в песчанике $V_{1P} = 4.49$ км/с, в аргиллите $V_{2P} = 3.77$ км/с. Эти значения скоростей V_{1P} , V_{2P} близки наиболее вероятным из распределения на рисунке 4.4. Ввиду отсутствия акустического каротажа на поперечных волнах, возьмем наиболее вероятные значения $\gamma = V_S/V_P$ для песчаника и аргиллита согласно распределениям значений γ на рисунке 4.4. Получим для песчаника $\gamma_1 = V_{1S}/V_{1P} = 0.58$, для аргиллита $\gamma_2 = V_{2S}/V_{2P} = 0.4$. Тогда

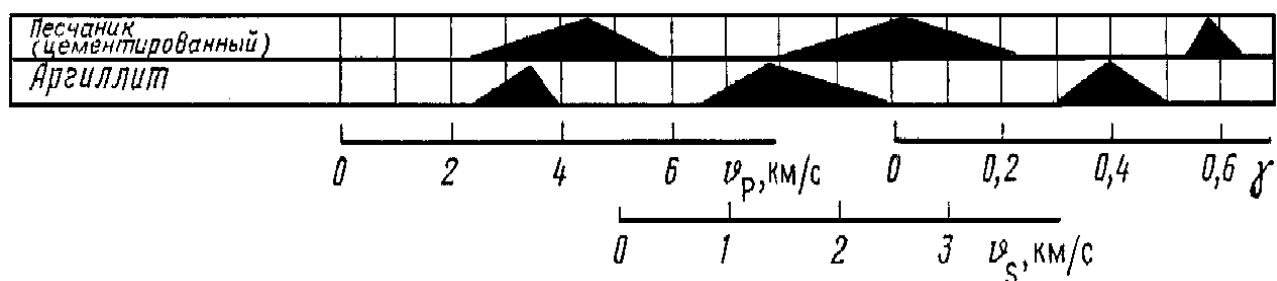


Рисунок 4.4 – Схематическое изображение распределения скоростей продольных волн V_P , поперечных волн V_S и отношения $\gamma = V_S/V_P$ в песчанике и аргиллите [Сейсмическая разведка методом поперечных и обменных волн, 1985]

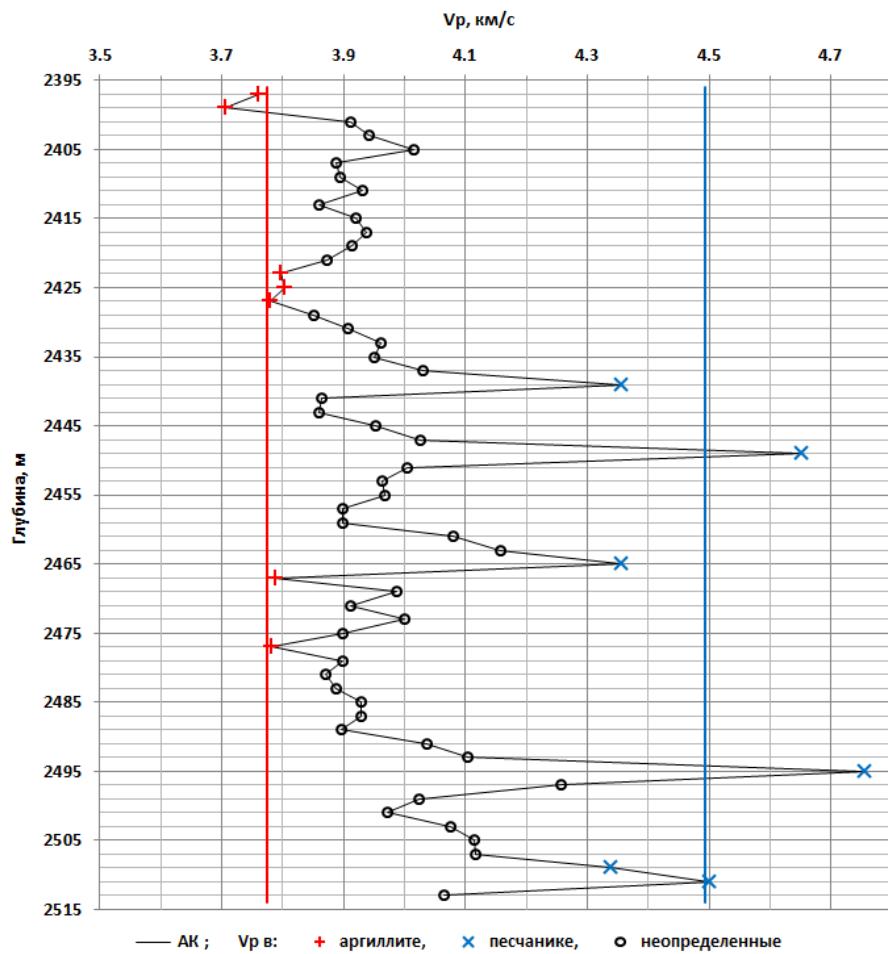


Рисунок 4.5 – Данные акустического каротажа в целевом интервале и оценочные значения скоростей продольных волн в аргиллите (красная линия) и песчанике (синяя линия)

$$V_{1S} = 2.61 \text{ км/с}, V_{2S} = 1.51 \text{ км/с}.$$

Перейдем от скоростей продольных и поперечных волн в песчанике и аргиллите $V_{iP} = \sqrt{(\lambda_i + 2\mu_i)/\rho}$, $V_{iS} = \sqrt{\mu_i/\rho}$, $i = 1, 2$, к приведенным модулям упругости $\rho^{-1}C_{ij}$ эффективной среды по формулам осреднения (3.35). В нашем случае число слоев n равно 2, а удельная мощность χ каждого слоя примерно равна 0.5, что видно из литологической колонки сводного геологического разреза Пеляткинского месторождения, приведенной на рисунке 4.3. Тогда значения приведенных модулей упругости равны:

$$\begin{aligned} \rho^{-1}C_{11} &= 17.045 \text{ км}^2/\text{с}^2, & \rho^{-1}C_{33} &= 16.672 \text{ км}^2/\text{с}^2, & \rho^{-1}C_{13} &= 8.364 \text{ км}^2/\text{с}^2, \\ \rho^{-1}C_{44} &= 3.417 \text{ км}^2/\text{с}^2, & \rho^{-1}C_{66} &= 4.546 \text{ км}^2/\text{с}^2. \end{aligned} \tag{4.1}$$

Для полученных значений $\rho^{-1}C_{ij}$ зависимости фазовых скоростей волн qP ,

qSV и SH от угла β между волновой нормалью и вертикальной осью симметрии среды VTI показаны на рисунке 4.6. Видно, что у волны qP скорости на оси симметрии и в плоскости изотропии практически одинаковые и на графике скорости имеется небольшой минимум при $\beta \approx 40^\circ$. Это тип анизотропии III по Невскому [Невский, 1974]. В плоскости изотропии, т.е. при $\beta = 90^\circ$, отношение скоростей $V_{SH}/V_{qSV} \approx 1.15$. Заметим, что вблизи вертикали ($\beta = 0^\circ - 30^\circ$) скорости $V_{qP}(\beta)$ убывают, но менее, чем на 1%, а V_{qSV} и V_{SH} возрастают примерно на 5% и 2%, соответственно.

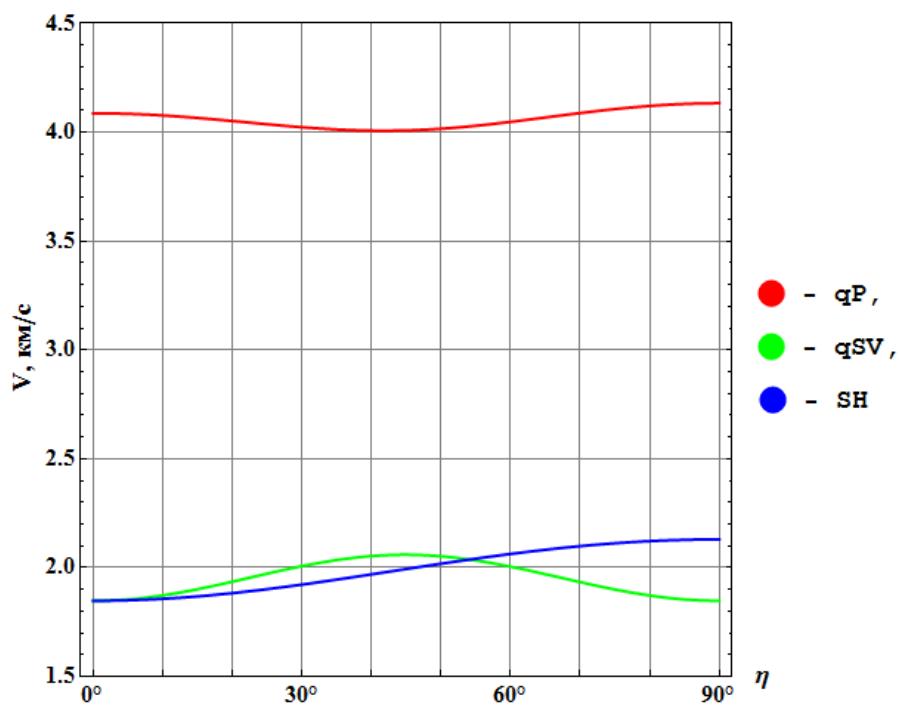


Рисунок 4.6 – Зависимости фазовых скоростей волн qP , qSV и SH от угла β между волновой нормалью и вертикальной осью симметрии среды VTI с параметрами (4.1)

4.3 Определение параметров системы вертикальных трещин

Среда с системой вертикальных трещин в тонкослоистой среде описывается эффективной моделью орторомбической симметрии, матрица модулей упругости–поглощения которой имеет вид (1.23) с подматрицами $\tilde{\mathbf{C}}_1, \tilde{\mathbf{C}}_2$ вида (1.26), (1.27). Матрица модулей упругости–поглощения $\tilde{\mathbf{C}}^{ORT}$ записана в системе координат $x_1x_2x_3$, в которой ось x_1 перпендикулярна плоскости трещин x_2x_3 (см. рисунок 4.2).

4.3.1 Определение действительных частей ослабленностей по данным анизотропии скоростей

Для начала определим значения действительных частей $\Delta_N, \Delta_V, \Delta_H$ ослабленностей $\tilde{\Delta}_N, \tilde{\Delta}_V, \tilde{\Delta}_H$ по данным анизотропии скоростей, приравняв мнимые части нулю, $\Delta_N^I = \Delta_V^I = \Delta_H^I = 0$, так как скорости слабо зависят от мнимых частей ослабленностей. Естественным представляется такой путь: нормальную ослабленность Δ_N найти по зависимости $V_{qP}(\eta)$, а касательные ослабленности Δ_V, Δ_H — по зависимостям $V_{qSV}(\eta), V_{SH}(\eta)$ в плоскостях x_2x_3, x_1x_3 , тем более что источник ПВ 2 находится в плоскости трещин x_2x_3 , на оси симметрии x_2 , а источник ПВ 1 практически в плоскости x_1x_3 , на оси x_1 , см. рисунок 4.2.

Поиск нормальной ослабленности Δ_N .

Тензор Кристоффеля $K_{ik} = C_{ijkl}n_j n_l \rho^{-1}$ для орторомбической среды с матрицей $\text{Re } \tilde{\mathbf{C}}^{ORT}$ при распространении волн в плоскости x_2x_3 , т.е. с волновыми нормалями $\mathbf{n} = (0, \sin \eta, \cos \eta)$ (η — угол между волновой нормалью \mathbf{n} и осью x_3), имеет вид

$$\mathbf{K} = \rho^{-1} \begin{pmatrix} C_{66} \sin^2 \eta + C_{55} \cos^2 \eta & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} \sin^2 \eta + C_{44} \cos^2 \eta & (C_{23} + C_{44}) \cos \eta \sin \eta \\ 0 & (C_{23} + C_{44}) \cos \eta \sin \eta & C_{44} \sin^2 \eta + C_{33} \cos^2 \eta \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Система уравнений Кристоффеля

$$\begin{pmatrix} C_{66} \sin^2 \eta + C_{55} \cos^2 \eta & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} \sin^2 \eta + C_{44} \cos^2 \eta & (C_{23} + C_{44}) \cos \eta \sin \eta \\ 0 & (C_{23} + C_{44}) \cos \eta \sin \eta & C_{44} \sin^2 \eta + C_{33} \cos^2 \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{m1} \\ p_{m2} \\ p_{m3} \end{pmatrix} = \rho V_m^2 \begin{pmatrix} p_{m1} \\ p_{m2} \\ p_{m3} \end{pmatrix}, \quad (4.3)$$

где V_m — фазовая скорость, $\mathbf{p}_m = (p_{m1}, p_{m2}, p_{m3})$ — вектор поляризации, $m = qP, qSV, SH$, распадается на две независимые части: относительно волны SH при $p_2 = p_3 = 0$ и относительно волн qP, qSV при $p_1 = 0$.

Фазовые скорости волн qP и qSV не зависят от модулей упругости $C_{55} = C_{44b}(1 - \Delta_V)$ и $C_{66} = C_{66b}(1 - \Delta_H)$, а зависят лишь от $C_{44}, C_{22}, C_{33}, C_{23}$, в которые не входят ослабленности Δ_V, Δ_H , а входит ослабленность Δ_N . Отсюда следует, что по зависимости $V_{qP}(\eta)$ в плоскости x_2x_3 можно найти нормальную ослабленность Δ_N . Зависимость $V_{qP}(\eta)$ найдем по первым вступлениям квазипротодольной волны, возбуждаемой источником ПВ 2.

На рисунке 4.7 отмечены времена прихода квазипротодольной нисходящей волны в целевом интервале. Для нахождения Δ_N необходимо знать траектории лучей из источника ПВ 2 в точки приема на глубинах 2400, 2420, ..., 2500 м. Для расчета лучей требуется знать скорости V_P в слоях от по-

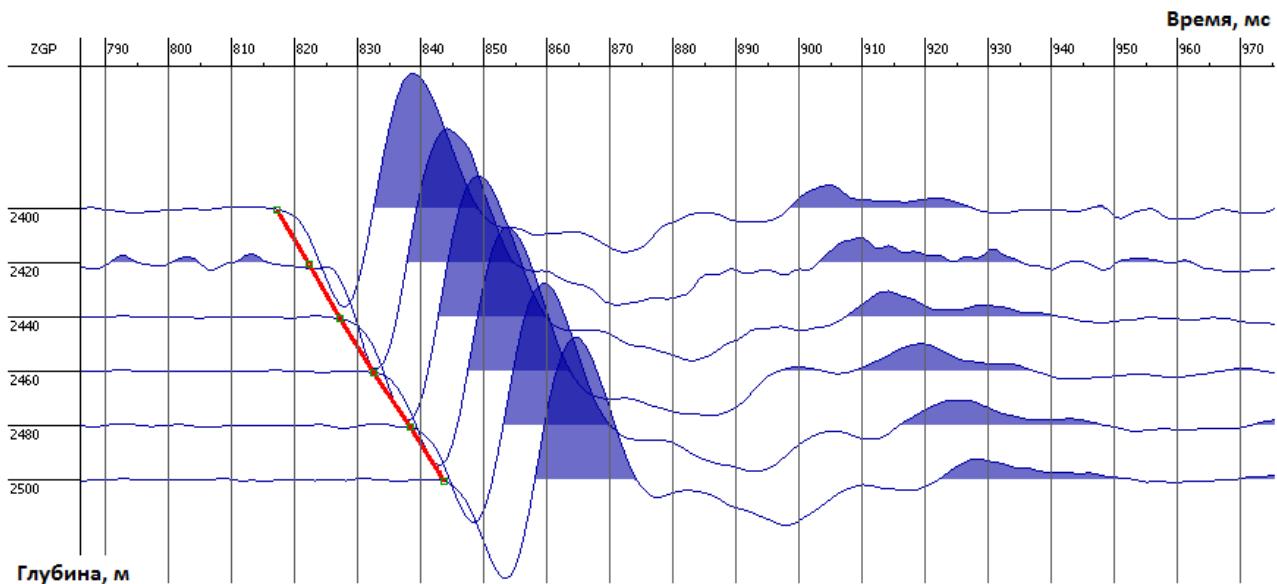


Рисунок 4.7 – Сейсмограмма первых вступлений квазипротодольной нисходящей волны при возбуждении с ПВ 2 для пунктов приема, расположенных в целевом интервале.

Примечание. Времена вступлений отмечены зелеными точками, соединенными красной линией

верхности земли до глубины 2400 м. Эти значения имеются [Горшkalев и др., 2011], они приведены на рисунке 4.8. Заметим, что большие значения скоростей продольных волн в верхней части разреза объясняются присутствием вечной мерзлоты.

Поиск действительной части нормальной ослабленности Δ_N выполнялся путем минимизации невязки между наблюдаемыми временами прихода волны qP $t_{P,exp,i}$ в пункты приема и теоретическими $t_{P,theor,i}$:

$$\min_{\Delta_N} F = \min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (t_{P,theor,i}(\Delta_N) - t_{P,exp,i})^2. \quad (4.4)$$

Для расчета теоретических времен прихода использовались двухточечные алгоритмы расчета лучей в анизотропной среде [Оболенцева, Гречка, 1989].

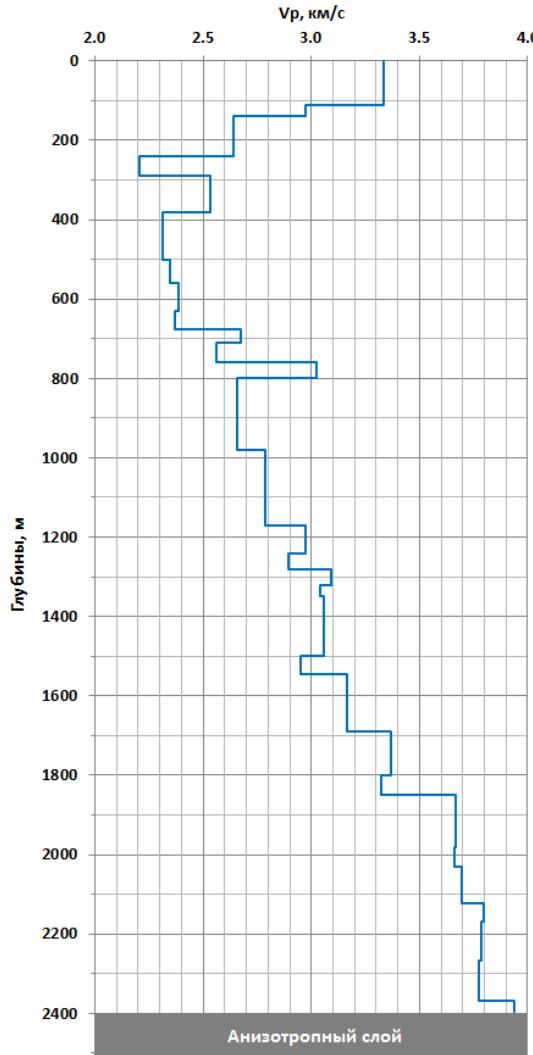


Рисунок 4.8 – Скорости продольных волн в изотропных слоях над изучаемым анизотропным слоем

Поиск Δ_N производился во всем интервале теоретически возможных значений (задавался интервал от 0 до 0.9) и рассчитывались лучи волны qP и времена прихода в пункты приема в целевом интервале.

В алгоритмах [Оболенцева, Гречка, 1989] для расчета лучей используются оптимизационные методы: итерационный, заключающийся в нахождении точек пересечения лучом границ раздела путем минимизации времен пробега волны из источника в приемник, и метод сопряженных градиентов, к которому происходит переход, если итерационный метод не сойдется за заданное предельное количество итераций. Эти методы оказались хорошо сходящимися, несмотря на большое количество переменных, равное числу пересечений лучом границ в разрезе, содержащем 31 слой (см. рисунок 4.8).

Пример рассчитанных лучей из источника, ПВ 2, в приемники, расположенные на глубинах 2400–2500 м с шагом 20 м, приведен на рисунке 4.9. На рисунке 4.10 показаны значения целевой функции при разных значениях Δ_N в интервале (0, 0.9), минимум был достигнут при $\Delta_N = 0.38$.

Поиск касательных ослабленностей Δ_V , Δ_H .

Для определения действительных частей касательных ослабленностей, т.е. Δ_V и Δ_H , использовались данные о скоростях поперечных волн двух типов, qSV и SH. Предварительно исследуем, как изменяются фазовые скорости этих волн при изменении значений касательных ослабленностей Δ_V и Δ_H при фиксированном значении нормальной ослабленности $\Delta_N = 0.38$, которое было найдено по временам прихода квазипротодольной qP-волны.

Как было показано выше, система уранений Кристоффеля для волновых нормалей в плоскости x_2x_3 имеет вид (4.3), а фазовые скорости волн qP, qSV зависят только от нормальной ослабленности Δ_N , фазовая скорость волны SH — от касательных Δ_V , Δ_H . Для волновых нормалей $\mathbf{n} = (\sin \eta, 0, \cos \eta)$ в плоскости x_1x_3 система уравнений Кристоффеля имеет следующий вид:

$$\begin{pmatrix} C_{11} \sin^2 \eta + C_{55} \cos^2 \eta & 0 & (C_{13} + C_{55}) \cos \eta \\ 0 & C_{66} \sin^2 \eta + C_{44} \cos^2 \eta & 0 \\ (C_{13} + C_{55}) \cos \eta & 0 & C_{55} \sin^2 \eta + C_{33} \cos^2 \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix} = \rho V_m^2 \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

В плоскости x_1x_3 фазовые скорости волн qP, qSV зависят от нормальной ослабленности Δ_N и касательной Δ_V , а фазовая скорость волны SH лишь от

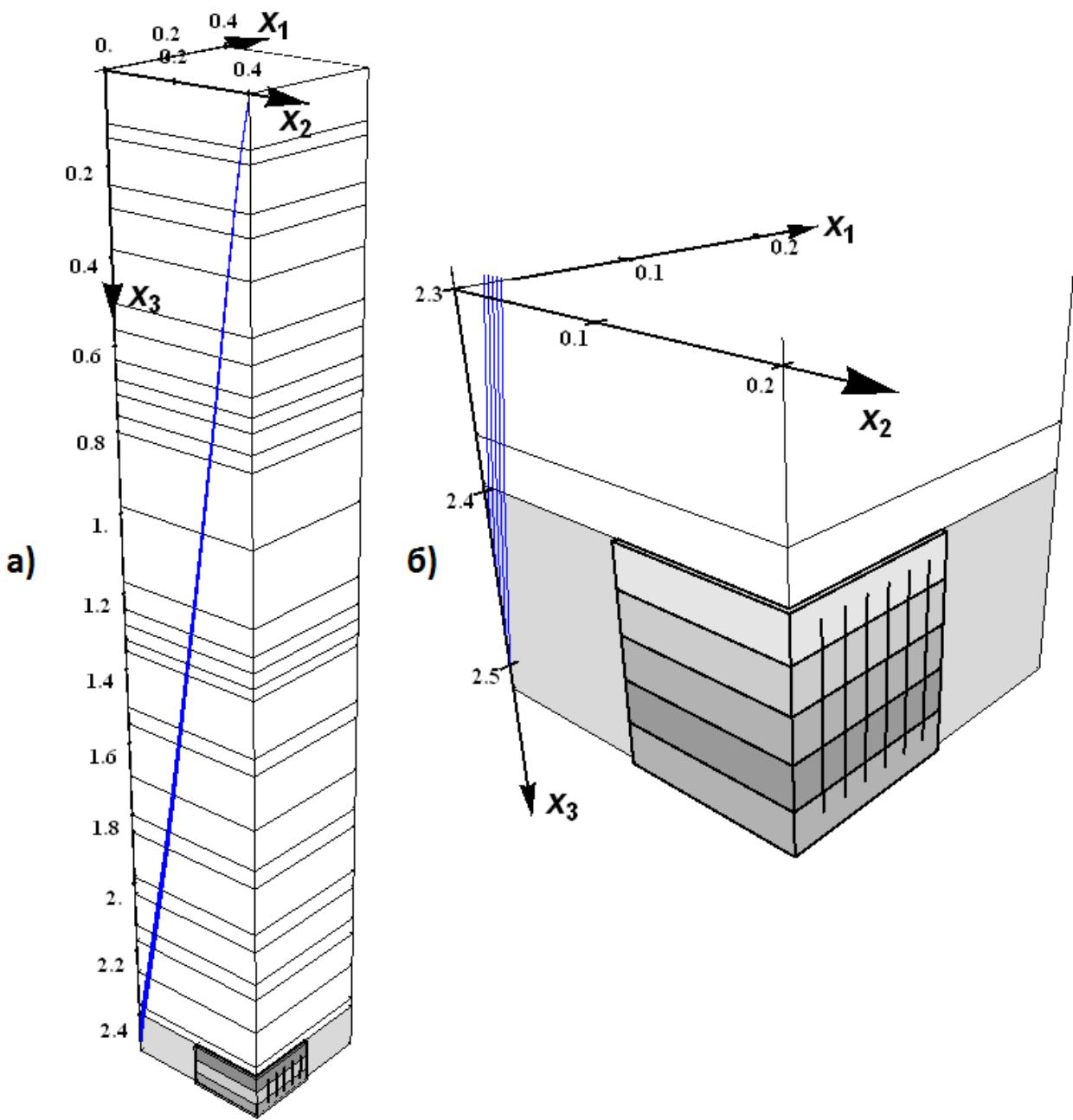


Рисунок 4.9 – Рассчитанные лучи (синие линии) из источника, ПВ 2, в приемники, расположенные на глубинах 2400–2500 м с шагом 20 м, в случае $\Delta_N = 0.4$: а) во всем диапазоне глубин 0–2514 м, б) в диапазоне глубин 2300–2514 м.

Примечание. Лучи изображены схематически прямыми линиями, рассчитанные лучи состоят из отрезков, удовлетворяющих закону Снеллиуса. Серым цветом выделен анизотропный интервал, схематически показана ориентация системы вертикальных трещин и горизонтальная тонкая слоистость

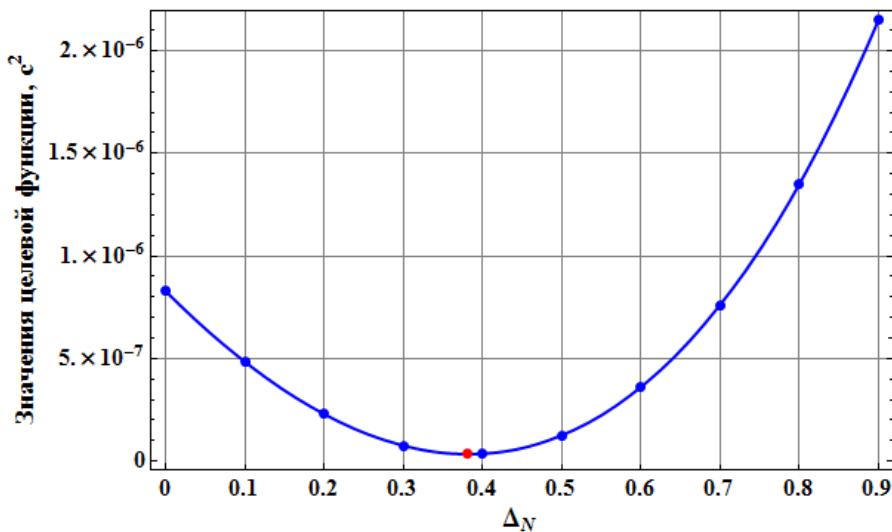


Рисунок 4.10 – Целевая функция (4.4) для различных значений Δ_N от 0 до 0.9

Примечание. Минимум достигается при $\Delta_N = 0.38$

касательной ослабленности Δ_H .

На рисунке 4.11 показаны графики фазовых скоростей волн qP , qSV и SH , распространяющихся в плоскостях x_1x_3 и x_2x_3 , в зависимости от значений касательных ослабленностей Δ_V и Δ_H . Расчет выполнен для трех случаев. В первом из них обе касательные ослабленности равны нулю. Во втором случае $\Delta_V = 0$, а $\Delta_H = 0.2$, в третьем же случае $\Delta_H = 0$, а $\Delta_V = 0.2$. Таким путем можно получить представление о влиянии ослабленностей Δ_V и Δ_H на анизотропию скоростей волн qSV и SH .

При наблюдениях ВСП нас интересуют углы η в пределах от 0 до $20\text{--}30^\circ$. Изменение значения касательной ослабленности Δ_H от 0 до 0.2 оказывает минимальное влияние на фазовые скорости волн qSV и SH при небольших углах η , см. области в черных рамках на рисунках 4.11 а) и б), максимальное — при углах η близких к 90° . Изменение же значения касательной ослабленности Δ_V сильно изменяет фазовые скорости квазипоперечных волн в интересующем нас диапазоне углов η , см. области в черных рамках на рисунках 4.11 а) и в). Это означает, что для определения значения касательной ослабленности Δ_H необходимо иметь данные о скоростях волн qSV и SH в интервале углов η $60^\circ\text{--}90^\circ$, которые можно получить из межскважинного просвечивания. По данным наблюдений ВСП возможно определить значение лишь касательной ослабленности Δ_V . При этом целесообразно использовать

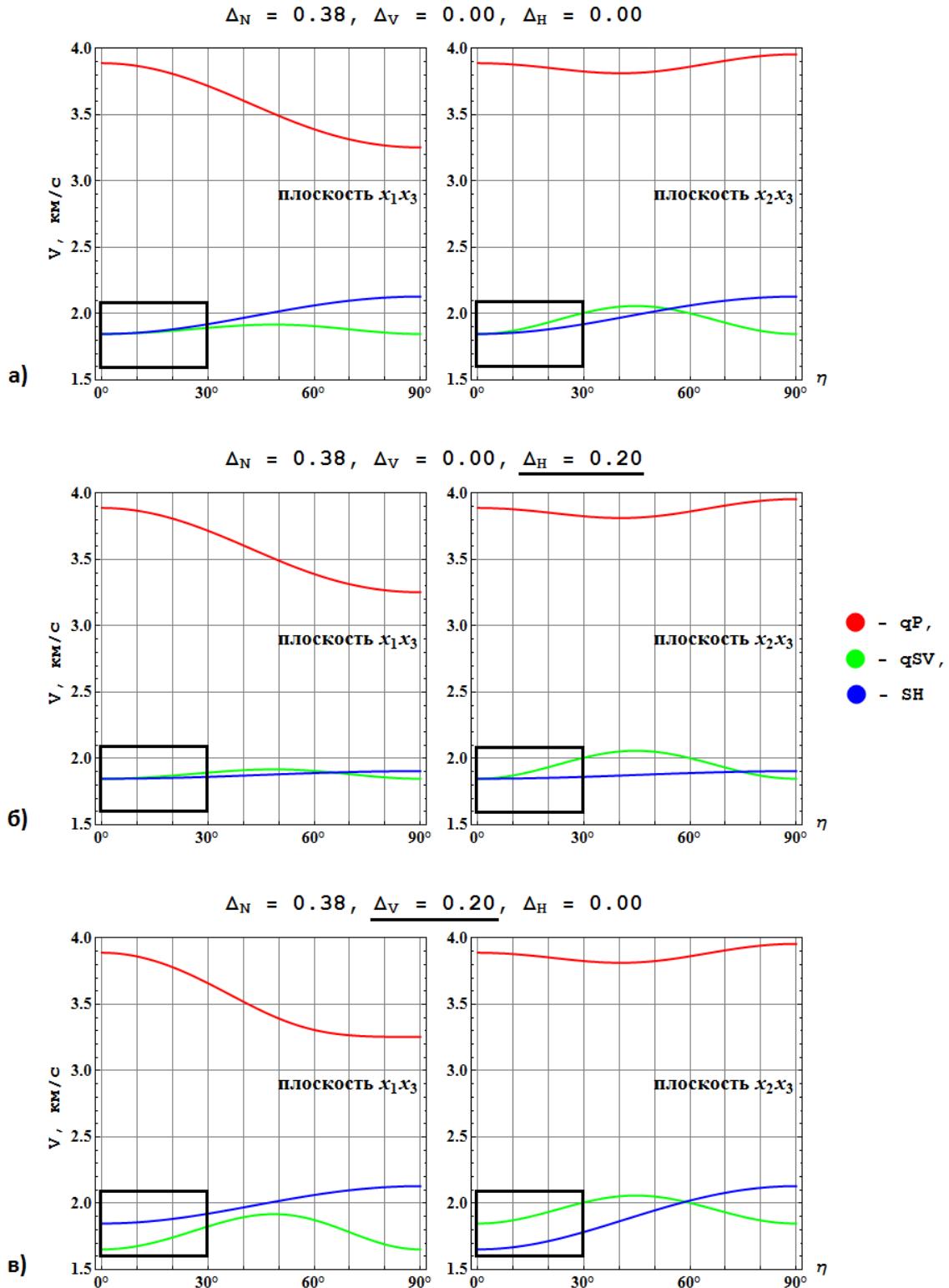


Рисунок 4.11 – Изменения фазовых скоростей квазипоперечных волн после изменения значений Δ_V и Δ_H с 0 до 0.2: а) $\Delta_V = 0.0, \Delta_H = 0.0$, б) $\Delta_V = 0.0, \Delta_H = 0.2$, в) $\Delta_V = 0.2, \Delta_H = 0.0$

Черными рамками отмечен диапазон углов η , характерный для наблюдений ВСП

не сами значения скоростей быстрой и медленной квазипоперечных волн, а их разности. Увеличение значения касательной ослабленности Δ_V приводит к увеличению разницы между значениями скоростей двух квазипоперечных волн, см. рисунок 4.11 в).

Воспользуемся результатами разделения быстрой и медленной обменных волн PS в интервале глубин 2400–2500 м при возбуждении с ПВ 4, рисунок 4.12. В целевой интервал на кривой Δt на рисунке 4.12 попадает лишь 5 точек на глубинах 2420–2500 м и еще одно значение $\Delta t = 0$ на глубине 2400 м. Они приведены также на рисунке 4.13 вместе с проведенным через них линейным трендом, при этом значение $\Delta t = 0$ на глубине 2480 м было взято с весом 0.1, тогда как другие значения брались с весами равными 1.

Для определения ослабленности Δ_V был выполнен поиск

$$\min_{\Delta_V} F = \min \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta t_{S,\text{theor},i}(\Delta_V) - \Delta t_{S,\text{exp},i})^2, \quad (4.6)$$

где n — число наблюдений, $n = 6$.

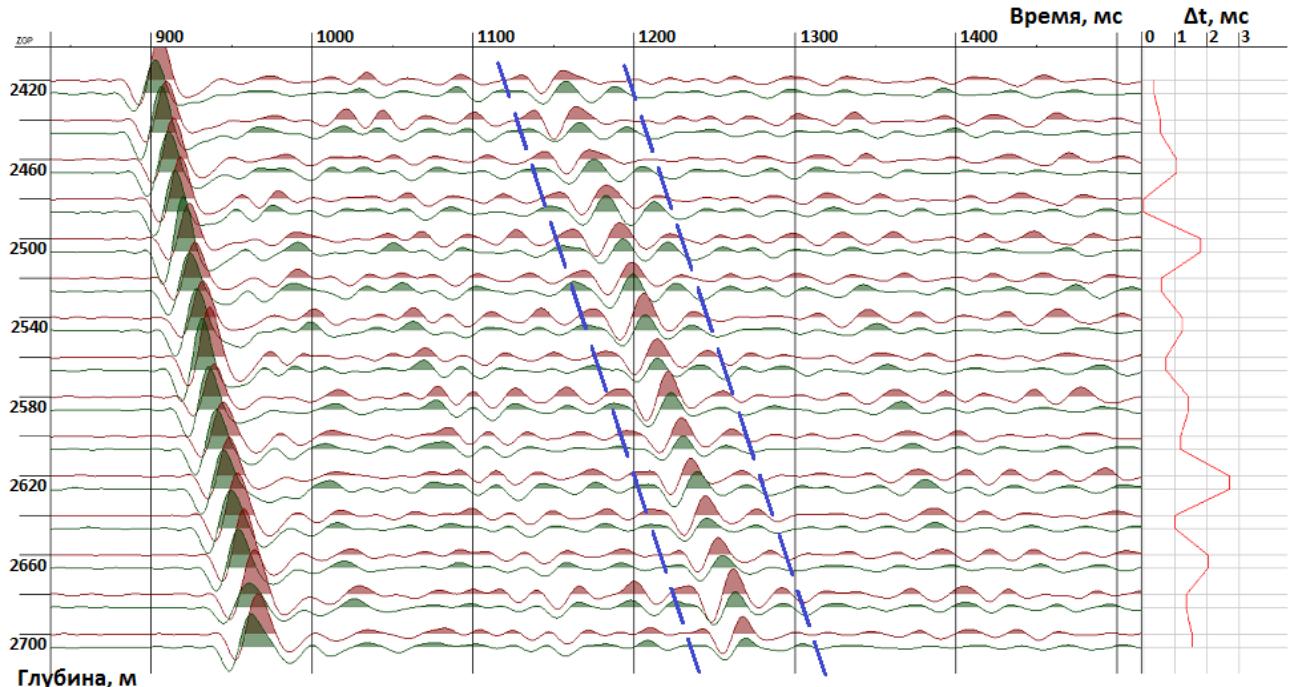


Рисунок 4.12 – Скважина Плт-830, ПВ 4. Результат разделения быстрой (коричневый) и медленной (зеленый) обменных волн PS в интервале времен, отмеченном синими линиями. Справа показан временной сдвиг Δt между разделенными волнами

Примечание. На глубине 2400 м $\Delta t = 0$

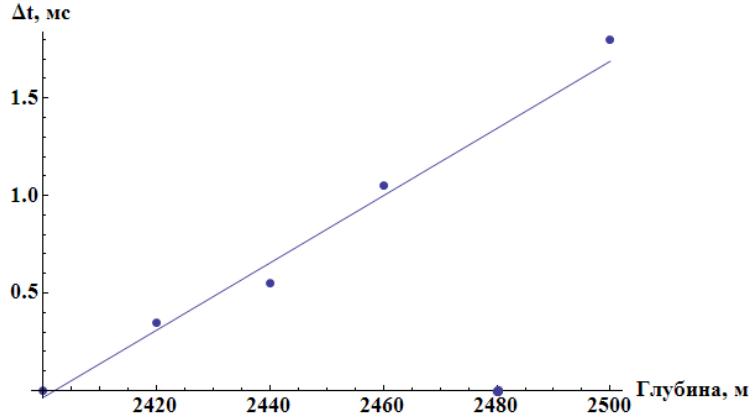


Рисунок 4.13 – Разности времен прихода быстрой и медленной волн qS_1 и qS_2 в интервале глубин 2400–2500 м

Теоретические значения $\Delta t_{S, theori, i}$ в целевой функции F рассчитывались в интервале значений Δ_V от 0 до 0.2. Для нахождения разностей времен прихода волн PS_1 и PS_2 из источника ПВ 4 в пункты приема в целевом интервале рассчитывались траектории лучей. Расчет выполнялся с помощью двухточечных алгоритмов расчета лучей в анизотропной среде [Оболенцева, Гречка, 1989]. Значения скоростей продольных и поперечных волн в вышеупомянутых изотропных слоях приведены на рисунке 4.14.

Полученные значения целевой функции (4.6) вместе с интерполирующей функцией второго порядка приведены на рисунке 4.15. Красной точкой на рисунке 4.15 указан минимум интерполирующей функции при $\Delta_V = 0.048 \approx 0.05$.

На рисунке 4.16 показано как наличие вертикальной трещиноватости с найденными значениями ослабленностей $\Delta_N = 0.38$, $\Delta_V = 0.05$ и $\Delta_H = 0.00$ превращает трансверсально-изотропную среду с вертикальной осью симметрии (VTI), см. рисунок 4.16 а), в орторомбическую (ORT), см. рисунок 4.16 б). Сравнивая рисунки 4.16 а) и 4.16 б), видим, что в плоскости x_1x_3 (см. рисунок 4.9) довольно большое значение нормальной ослабленности $\Delta_N = 0.38$ приводит к уменьшению скорости $V_{qP}(\eta)$ на вертикали, $\eta = 0$, и сильному убыванию $V_{qP}(\eta)$ при возрастании угла η . В плоскости x_2x_3 изменения $V_{qP}(\eta)$ невелики. Ненулевое значение касательной ослабленности $\Delta_V = 0.05$ соответствует тому, что значения скоростей поперечных волн уже не совпадают на вертикали, $\eta = 0$, и даже при небольших выносах пунктов возбуждения

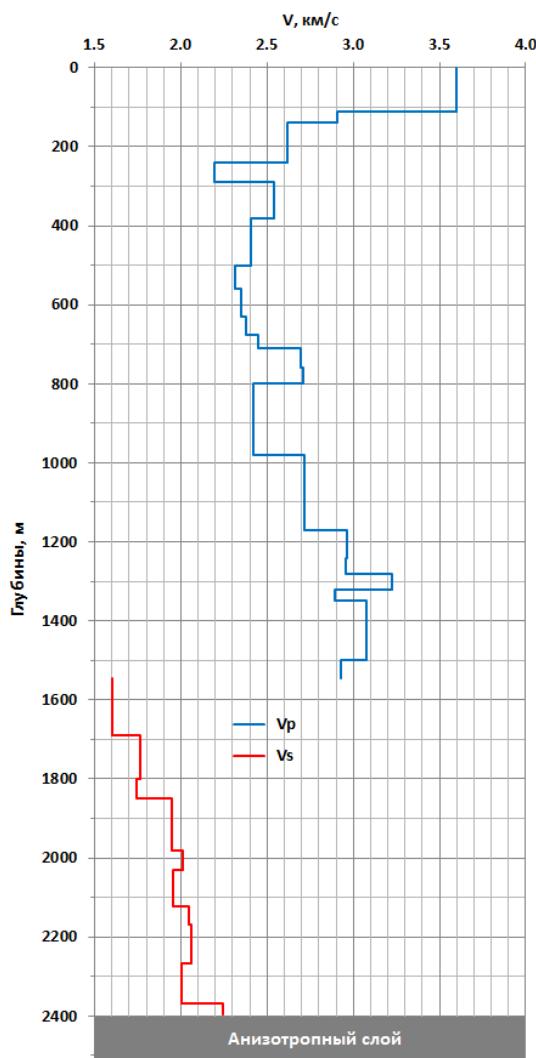


Рисунок 4.14 – Значения скоростей продольных и поперечных волн в вышележащих изотропных слоях, на глубине 1545 м образуется обменная волна PS

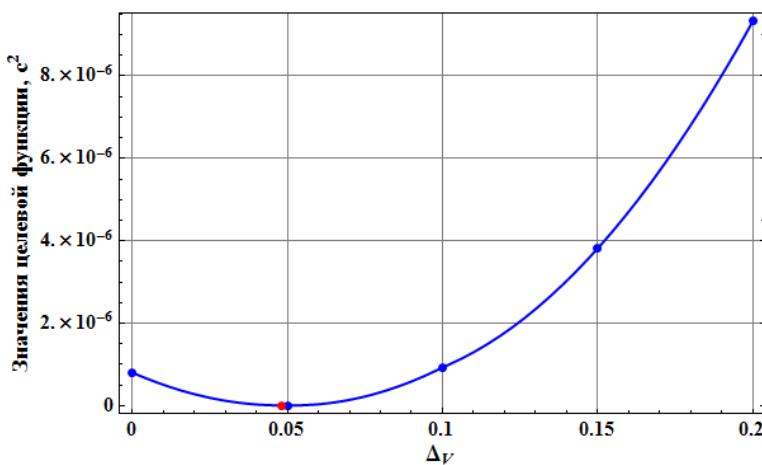


Рисунок 4.15 – Целевая функция (4.6) для различных значений Δ_V от 0 до 0.2
Примечание. Минимальное значение отмечено красной точкой

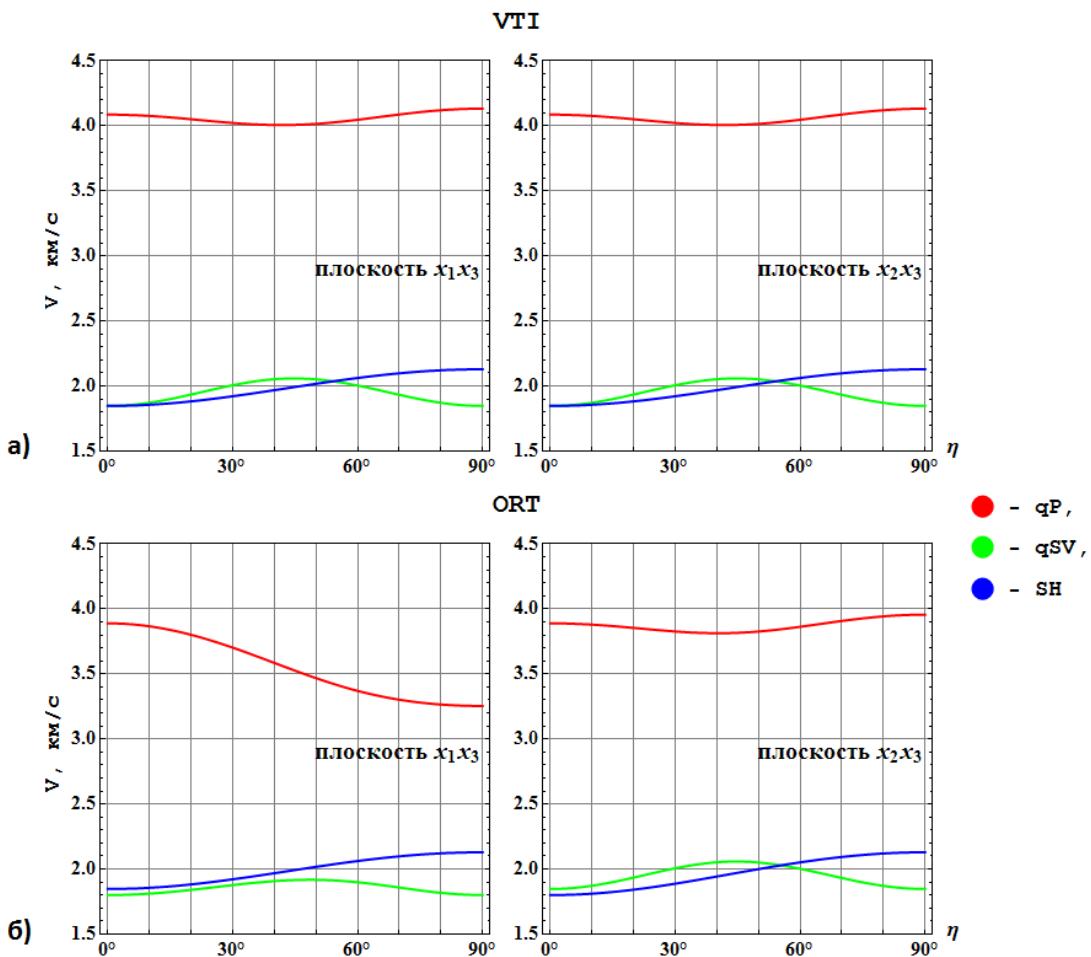


Рисунок 4.16 – Сравнение фазовых скоростей $V(\eta)$, где η – угол между вертикальной осью x_3 и волновой нормалью \mathbf{n} , в средах а) VTI и б) ORT в плоскостях: x_1x_3 , перпендикулярной плоскости трещин, и x_2x_3 , совпадающей с плоскостью трещин

Примечание. Параметры вертикальной трещиноватости в орторомбической среде: $\Delta_N = 0.38$, $\Delta_V = 0.05$,

$$\Delta_H = 0.00$$

относительно устья скважины углы η близки к нулю; на получаемых сейсмограммах будет наблюдаться расщепление поперечной волны на быструю и медленную.

4.3.2 Определение мнимых частей ослабленностей по данным анизотропии поглощения

Мнимые части ослабленностей Δ_N^I , Δ_V^I можно найти по данным анизотропии поглощения.

Для определения поглощения воспользуемся методом спектральных отношений. Анализировать будем лишь данные с пунктов взрыва с небольшими

выносами, а именно ПВ 1 и ПВ 2, при этом лучи источник–приемник практически вертикальные. В этом случае можно не определять поглощение во всей вышележащей толще, что представляет собой отдельную задачу, а сразу рассматривать импульсы, соответствующие квазипротодольной нисходящей волне, зарегистрированные на кровле и подошве слоя.

При возбуждении с ПВ 1 и ПВ 2 были получены записи хорошего качества волны qP (для ПВ 2 волна qP в первых вступлениях показана на рисунке 4.7). Поэтому найдем значение Δ_N^I по значениям поглощения Q_{qP}^{-1} для направлений по нормали к плоскостям трещин (возбуждение с ПВ 1) и в плоскостях трещин (возбуждение с ПВ 2). Значение ослабленности Δ_V^I можно было бы найти по поглощению Q_S^{-1} , но записи этой волны со всех ПВ оказались не того качества, чтобы можно было их использовать для нахождения спектров.

Суть метода спектральных отношений заключается в аппроксимации логарифма отношения амплитудных спектров линейной функцией частоты в предположении частотной независимости добротности Q (в сейсмическом интервале частот):

$$\ln \left(\frac{A_1(f)}{A_0(f)} \right) = b - \pi \Delta t Q^{-1} f, \quad (4.7)$$

где $A_1(f)$, $A_0(f)$ — амплитудные спектры нисходящей волны на глубинах подошвы и кровли слоя, соответственно, Δt — разность времен прихода волны на кровлю и подошву слоя, Q^{-1} — интервальное значение поглощения (обратной добротности), b включает в себя частотно–независимые изменения спектра, связанные с геометрическим расхождением, преломлением/отражением или неаккуратной нормировкой. Тогда поглощение вычисляется по формуле

$$Q^{-1} = -\frac{k}{\pi \Delta t}, \quad (4.8)$$

где k — угловой коэффициент линейной аппроксимации $\ln(A_1(f)/A_0(f)) = kf + b$.

Рассмотрим импульсы квазипротодольной нисходящей волны на кровле и подошве целевого слоя, а именно на глубинах 2400 и 2500 м, соответственно, после проведения процедур нормировки и выделения поля падающих продольных волн, они приведены на рисунке 4.17. Соответствующие им амплитудные спектры приведены на рисунке 4.18.

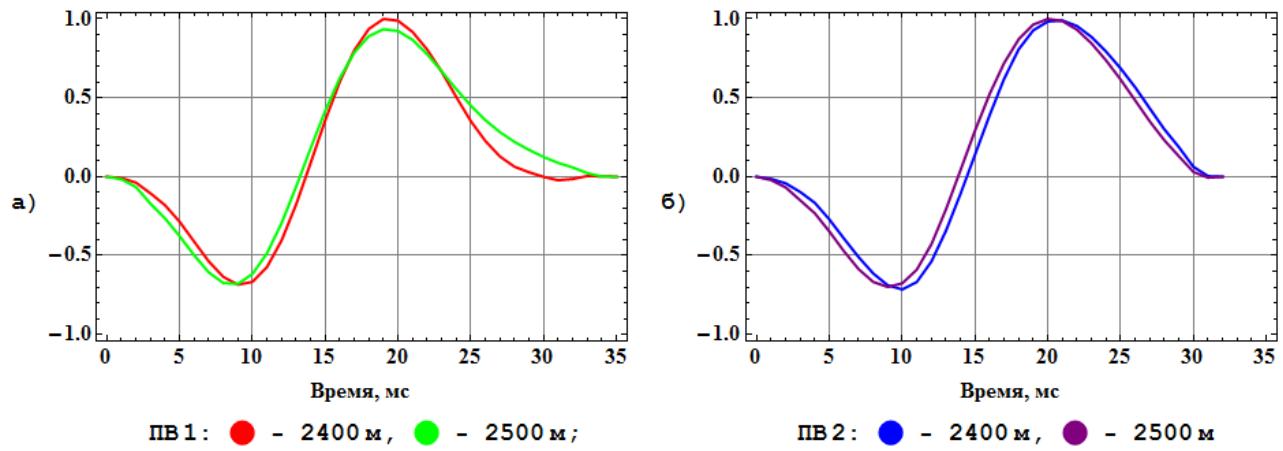


Рисунок 4.17 – Импульсы квазипротодольной нисходящей волны на глубинах 2400 и 2500 м при возбуждении с ПВ 1 и ПВ 2 после проведения процедур нормировки и выделения поля падающих продольных волн

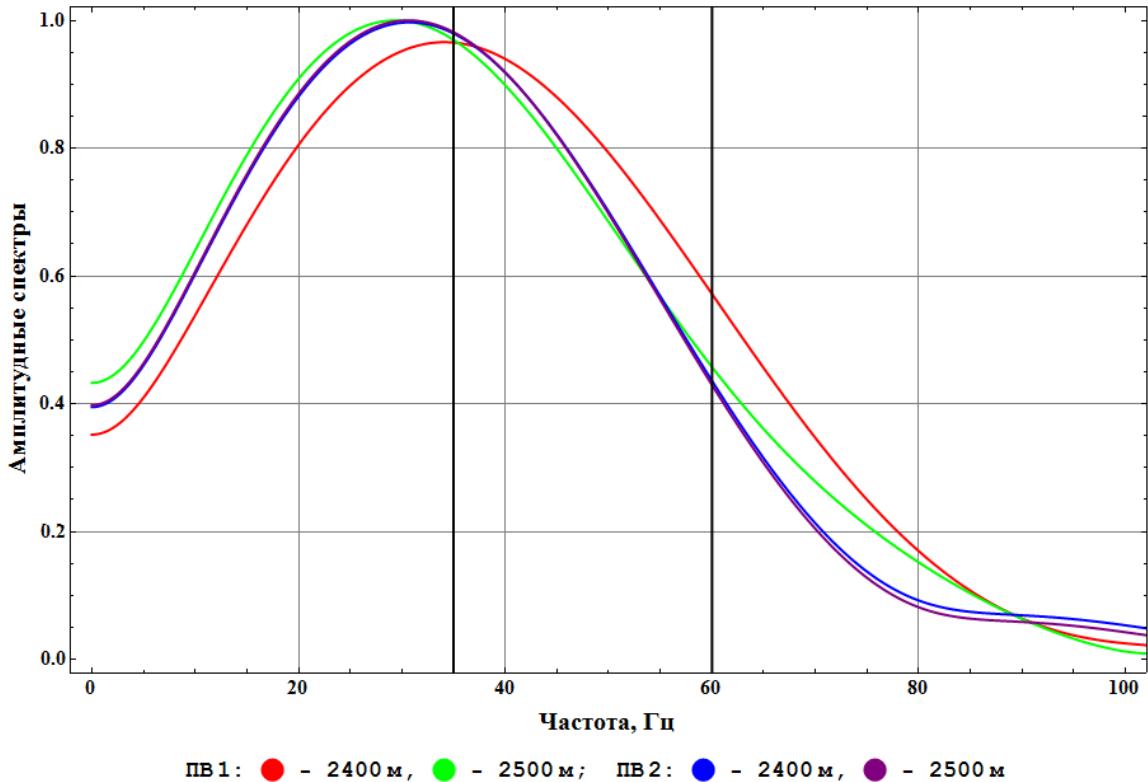


Рисунок 4.18 – Амплитудные спектры импульсов квазипротодольной нисходящей волны на глубинах 2400 и 2500 м при возбуждении с ПВ 1 и ПВ 2.

Примечание. Черными линиями отмечен выбранный частотный диапазон

Для определения поглощения необходимо выбрать частотный диапазон, для которого применяется формула (4.7). На рисунке 4.18 видно, что максимум амплитудного спектра импульса на глубине 2400 м при возбуждении с

ПВ 1 (спектр, изображенный красным цветом) находится правее остальных и приходится на 35 Гц, это значение возьмем в качестве нижней границы частотного диапазона. В качестве верхней границы возьмем значение 60 Гц. На рисунке 4.19 видно, что логарифмы отношения амплитудных спектров линейны в частотном диапазоне до 60 Гц.

По формуле (4.8) получаем следующие значения поглощения: для ПВ 1, по нормали к плоскостям трещин, $Q^{-1} = 0.118$; для ПВ 2, в плоскостях трещин, $Q^{-1} = 0.008$. Высокое поглощение ($Q^{-1} = 0.118$) характерно для газонасыщенных отложений [Klimentos, 1995; Dvorkin, Mavko, 2006].

Возможно другое объяснение большой разницы $\Delta Q^{-1} = 0.11$ между значениями Q^{-1} по нормали к плоскостям трещин и в плоскостях трещин. По-видимому, существуют дополнительные факторы, которые не учитываются в рамках используемой модели, но оказывают заметное влияние на анизотропию поглощения. Вероятнее всего имеет место *волноводный эффект*, о

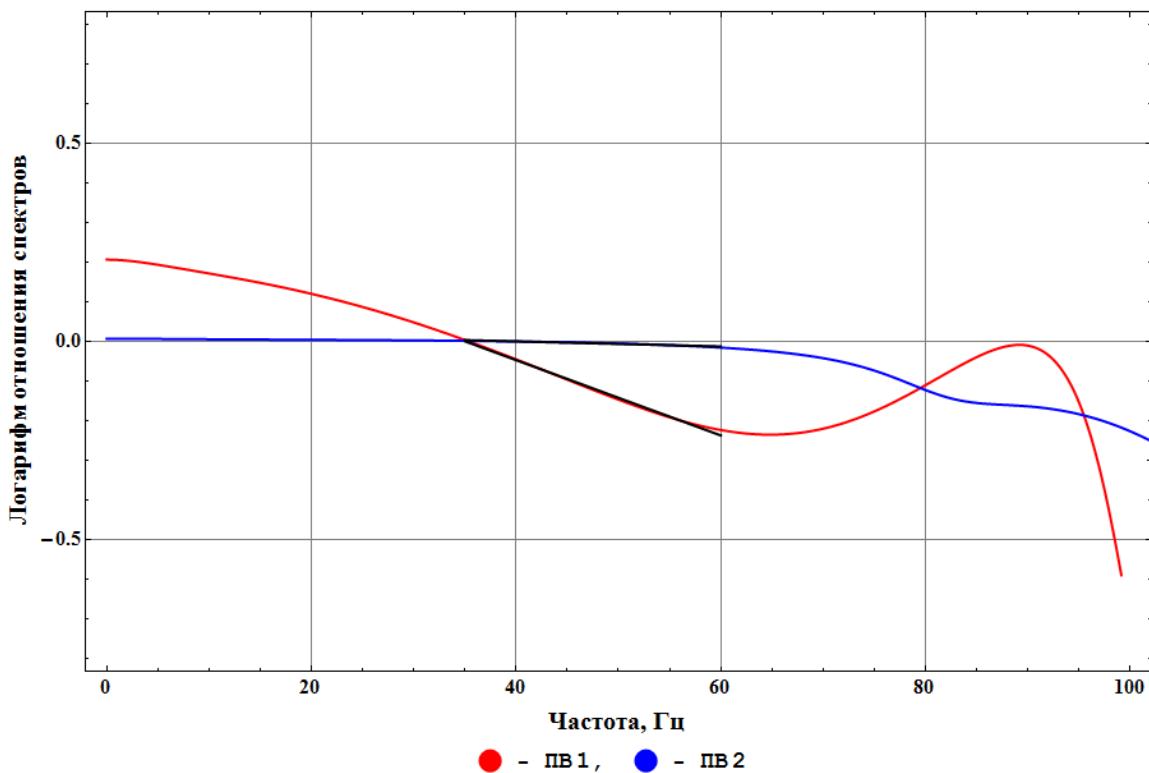


Рисунок 4.19 – Логарифм отношения амплитудных спектров импульсов квазипротодольной нисходящей волны на глубинах 2400 и 2500 м при возбуждении с ПВ 1 и ПВ 2.

Примечание. Черными линиями отмечены линейные аппроксимации в выбранном частотном диапазоне 35–60 Гц

котором говорится в работе [Pyrak-Nolte, 2007]. При распространении сейсмической волны параллельно системе плоских трещин, если жесткость трещин не постоянна, а изменяется от трещины к трещине, волна может не выходить за пределы некоторой их группы, рисунок 4.20. Даже если расстояние между трещинами много меньше длины волны, из-за градиента жесткости пропускание волны уменьшается при удалении от красных трещин на рисунке 4.20, и волна отражается от внешних трещин с небольшой жесткостью. В нашем случае это означает, что при возбуждении с ПВ 2 при распространении квазипротодольной исходящей волны вдоль системы субвертикальных трещин с непостоянной жесткостью возможно существенное уменьшение наблюдаемого интервального поглощения.

Наличие волноводного эффекта подтверждается экспериментом в работе [Xian et al, 2001]. Авторы сравнивают изображения записей волнового

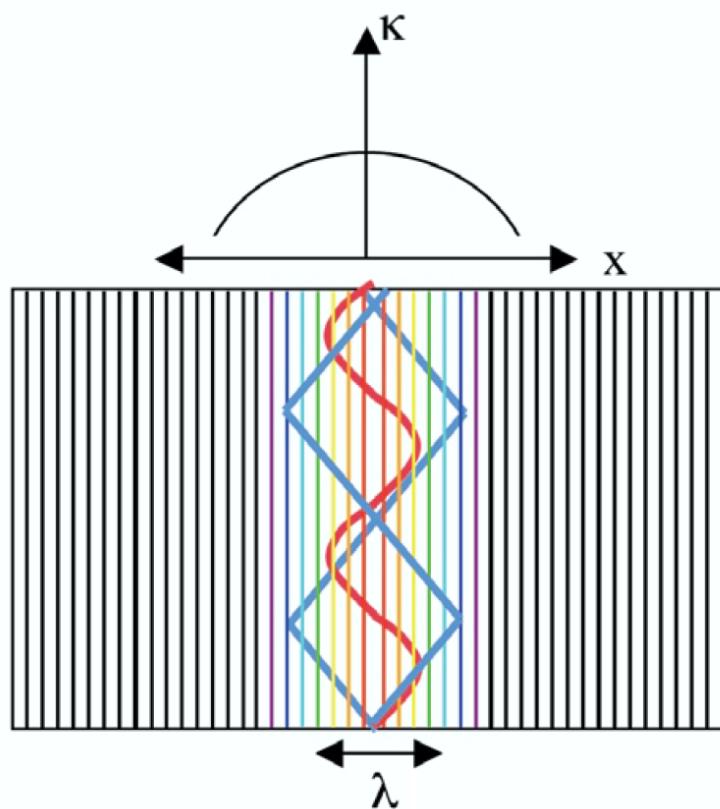


Рисунок 4.20 – Распространение волны параллельно системе плоских трещин с непостоянной жесткостью, расстояние между трещинами много меньше длины волны
[Pyrak-Nolte, 2007]

Примечание. Цветом показан градиент жесткости трещин, значение уменьшается от наибольшего в центре (красный) до наименьшего по сторонам (черный)

поля на цельном алюминиевом образце F0 и образце со множеством параллельных трещин F3. Образец F3 отличается наличием системы из 28 трещин с расстоянием между ними в 3 мм. Расстояние между трещинами примерно равно четверти длины волны на частоте 0.5 МГц. На рисунке 4.21 а) показано изображение записи волнового поля на цельном образце F0, на нем виден однородный волновой фронт, свидетельствующий об изотропии образца. На рисунке 4.21 б) показано изображение записи волнового поля на трещиноватом образце F3, трещины заполнены воздухом. Амплитуда фронта волны значительно меньше, чем в случае с цельным образцом, и волна сосредоточена в центральной части. Эффект усилился после заполнения трещин водой, см. рисунок 4.21 с). В работе [Pyrak-Nolte, 2007] указывается, что из-за застрявшего в трещинах воздуха заполнение было не полным, вследствие этого возник градиент жесткости трещин. В центральных трещинах осталось меньше воздуха или он отсутствовал, и поэтому они имели большую жесткость, в

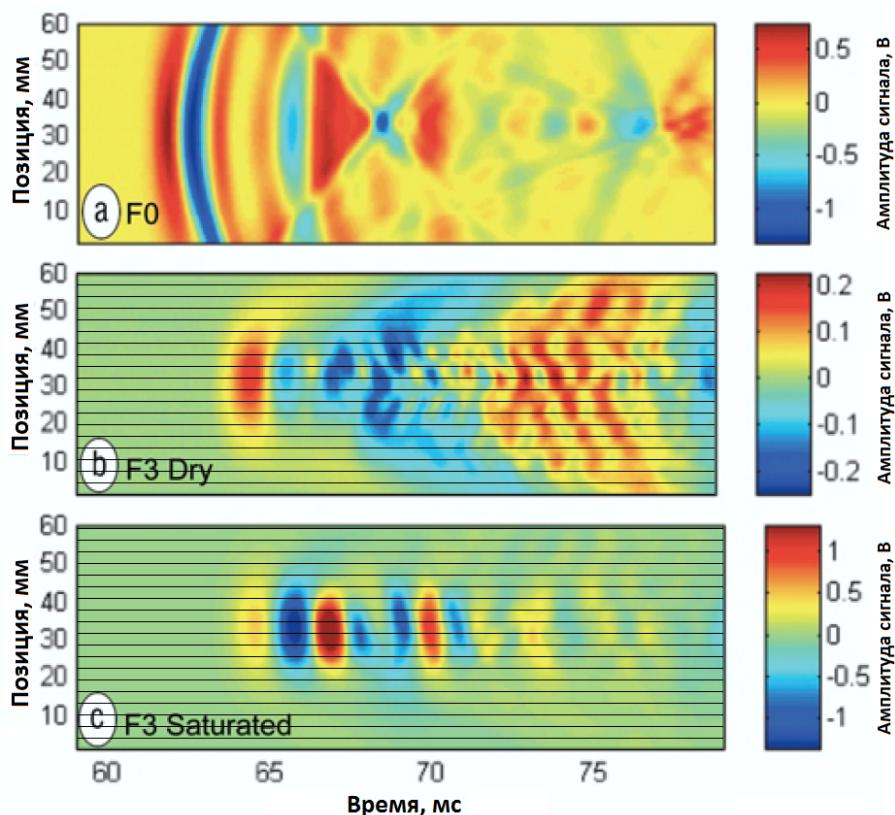


Рисунок 4.21 – Изображения волнового поля распространяющегося через а) целый образец F0, б) трещиноватый образец F3, трещины сухие, с) трещиноватый образец F3, трещины частично заполнены водой [Pyrak-Nolte, 2007]

Примечание. На рисунках б) и с) схематично изображены трещины

отличие от трещин вдали от центра. Преобладающая низкочастотная энергия сосредоточилась в пределах пары трещин с низкой жесткостью, отстоящих от центра и расположенных примерно на 20 и 40 мм. Данный пример иллюстрирует то, что градиент жесткости в системе параллельных трещин может вызвать волноводный эффект даже если расстояние между трещинами много меньше длины волны.

Перспективы совершенствования моделей сред с ориентированными трещинами могут быть связаны с учетом эффектов, возникающих вследствие неодинаковой жесткости и неодинаковой геометрии отдельных трещин [Pyrak-Nolte, 2007] и с наличием трещинных поверхностных волн [Pyrak-Nolte, Cook, 1987; Pyrak-Nolte et al., 1996; Shao, Pyrak-Nolte, 2013].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Целью диссертационной работы было продвижение вперед в проблеме изучения анизотропии поглощения сейсмических волн в породах с ориентированными трещинами. Внимание геофизиков к этой проблеме было привлечено сравнительно недавно, в последние годы, после того как были достигнуты успехи в поисках трещиноватых коллекторов углеводородов путем использования свойств анизотропии скоростей, извлекаемых из времен пробега и из коэффициентов отражения при наблюдениях 3D–3С. Использование нового атрибута — анизотропии поглощения — в дополнение к анизотропии скоростей представлялось перспективным по той причине, что анизотропия поглощения в горных породах, согласно теоретическим представлениям, на порядок сильнее анизотропии скоростей. Однако получить количественные оценки анизотропии поглощения с достаточной точностью гораздо труднее, чем в случае анизотропии скоростей.

В настоящее время при исследовании анизотропии скоростей используют три эффективных модели, т.е. три анизотропных аппроксимации сред с ориентированной трещиноватостью. Одна система параллельных трещин в изотропной среде описывается эффективной моделью трансверсально–изотропной среды. Две взаимно ортогональные системы параллельных трещин в изотропной среде или одна система параллельных трещин в трансверсально–изотропной среде, анизотропной вследствие горизонтальной тонкой слоистости, имеют длинноволновый эквивалент — модель среды орторомбической системы симметрии. Третья модель моноклинной системы симметрии, используемая реже первых двух, аппроксимирует две системы взаимно неортогональных трещин в изотропной среде или одну систему трещин с волнистыми поверхностями, также в изотропной среде.

В данной работе проведено исследование функциональных зависимостей между параметрами трещиноватости и характеристиками анизотропии скоростей и поглощения квазипродольной и двух квазипоперечных волн в средах трансверсально–изотропной и орторомбической систем симметрии в рамках модели с линейным проскальзыванием. Показано, что модель линейного проскальзывания с комплексной матрицей констант упругости–поглощения

является достаточно универсальной эффективной моделью для математического описания анизотропии скоростей и поглощения в трещиноватых средах, так как позволяет переходить к той или иной наиболее подходящей физической модели с конкретными характеристиками трещиноватости.

Путем численного моделирования проведена оценка параметров трещиноватости по данным анизотропии скоростей и поглощения волн трех типов: квазипродольной и двух квазипоперечных. Выявлено, что по одним квазипродольным волнам определить достаточно достоверно ориентацию системы вертикальных трещин и найти параметры трещиноватости нельзя. Для полной характеристики трещиноватости, дающей возможность, в частности, определить плотность трещин и тип заполняющего их флюида, необходимо совместное применение данных анизотропии скоростей и поглощения квазипродольных и квазипоперечных волн. Также выяснено, что не все интервалы направлений распространения волн, как квазипродольной, так и двух квазипоперечных, могут быть полезны для нахождения параметров трещиноватости. Указано, в каких случаях какие интервалы надо использовать. Отсюда следует, что далеко не всегда можно ограничиться данными вертикального сейсмического профилирования и/или метода отраженных волн. Предлагается проводить и межскважинное просвечивание, чтобы получить записи волн для направлений по оси симметрии среды (нормали к вертикальным плоскостям трещин) и в ее окрестности.

В работе сделан важный для практики вывод, что для правильной оценки параметров вертикальной системы трещин по экспериментальным данным надо использовать модель орторомбической системы симметрии, в которой учитывается тонкая слоистость вмещающей среды. Использование модели трансверсально-изотропной среды, в которой вмещающая среда считается изотропной, может сильно исказить искомые значения параметров трещиноватости.

Основная цель работы достигнута, т.е. найдены оптимальные пути использования свойств анизотропии скоростей и поглощения квазипродольных волн и квазипоперечных двух типов для поиска трещиноватых коллекторов и определения их характеристик. Работоспособность построенных алгоритмов и программ проверена путем применения их к данным многоволнового

вертикального сейсмического профилирования, обработанным в Лаборатории многоволновой сейсморазведки ИНГГ СО РАН.

Дальнейшие исследования должны быть направлены на корректировку используемой модели среды, называемой эффективной. В этой модели неоднородная среда — с горизонтальной тонкой слоистостью и вертикальной трещиноватостью — заменяется однородной, но анизотропной средой для волн, длина которых намного превышает мощности тонких слоев и расстояния между трещинами. Применение такой модели к данным многоволнового вертикального сейсмического профилирования показало, что оценка параметров трещиноватости в рамках данной модели не всегда будет правильной. В работе показано, что перспективы совершенствования моделей сред с ориентированными трещинами могут быть связаны с учетом трещинных псевдорелеевских поверхностных волн, а также с эффектами, вызванными неодинаковой жесткостью, а также геометрией отдельных трещин. Построение эффективной модели, включающей эти явления, — дело будущего.

ЛИТЕРАТУРА

1. Айзенберг А.М. Модель анизотропной сейсмической среды / А.М. Айзенберг, К.Д. Клем–Мусатов, Е.И. Ланда // Сейсмические волны в сложнопостроенных средах. — Новосибирск: Наука. — 1974. — С. 64–110.
2. Альшиц В.И. Упругие волны в триклинических кристаллах. I. Общая теория и проблема вырождения / В.И. Альшиц, Е. Лоте // Кристаллография. — 1979. — Т. 24. — №4. — С. 672–682.
3. Альшиц В.И. Классификация вырождений и анализ их устойчивости в теории упругих волн в кристаллах / В.И. Альшиц, А.В. Сарычев, А.Л. Шувалов // Журнал экспериментальной и теоретической физики. — 1985. — Т. 89. — №3(9). — С. 922–938.
4. Бакулин А.В. Эффективные сейсмические модели трещиноватых и пористых сред / А.В. Бакулин, Л.А. Молотков — СПб: Издательство С.-Петербургского университета. — 1998.
5. Баюк И.О. Определение параметров трещин и пор карбонатных коллекторов по данным волнового акустического каротажа / И.О. Баюк, В.И. Рыжков // Технологии сейморазведки. — 2010. — №3. — С. 32–42.
6. Гик Л.Д. Экспериментальное лабораторное изучение анизотропии тонкослоистых сред / Л.Д. Гик, Б.А. Бобров // Геология и геофизика. — 1996. — Т. 37. — №5. — С. 97–110.
7. Горшkalев С.Б. Использование SH -волн, возбуждаемых источником «Енисей», при ВСП (на примере одной из скважин Восточной Сибири) / С.Б. Горшkalев, В.В. Карстен // Приборы и системы разведочной геофизики. — 2009. — №02(28). — С. 41–45.
8. Горшkalев С.Б. Результаты изучения азимутальной анизотропии на Пеляттинской площади по данным многоволнового ВСП и сейморазведки 3D / С.Б. Горшkalев, В.В. Карстен, Е.В. Афонина, П.С. Бекешко, И.В. Корсунов // Технологии сейморазведки. — 2011. — №3. — С. 60–70.

9. Гречка В.Ю. Расчет лучей в слоисто-однородных анизотропных средах с неоднозначными волновыми поверхностями / В.Ю. Гречка, И.Р. Оболенцева — Препринт №9, ИГиГ СО АН СССР. — Новосибирск. — 1989.
10. Дугаров Г.А. Анализ анизотропии скоростей и поглощения сейсмических волн в среде с одной системой параллельных трещин / Г.А. Дугаров, И.Р. Оболенцева, Т.И. Чичинина // Технологии сейсморазведки. — 2011а. — №3. — С. 29–41.
11. Дугаров Г.А. Оценка параметров трещиноватой среды по данным об анизотропии скоростей и поглощения сейсмических волн / Г.А. Дугаров, И.Р. Оболенцева, Т.И. Чичинина // Технологии сейсморазведки. — 2011б. — №3. — С. 49–59.
12. Клем–Мусатов К.Д. Расчет полей упругих волн для одной модели анизотропной среды / К.Д. Клем–Мусатов, И.Р. Оболенцева, А.М. Айзенберг // Динамические характеристики сейсмических волн. — Новосибирск: Наука. — 1973. — С. 73–98.
13. Кондратьев О.К. Сейсмические волны в поглощающих средах / О.К. Кондратьев — М.: Недра. — 1986.
14. Кристенсен Р. Введение в теорию вязкоупругости / Р. Кристенсен — М.: Мир. — 1974. — (Пер. кн. R. Christensen. Theory of viscoelasticity. — Academic Press. — 1971.)
15. Невский М.В. Квазианизотропия скоростей сейсмических волн / М.В. Невский — М.: Наука. — 1974.
16. Оболенцева И.Р. Лучевой метод в анизотропной среде (алгоритмы, программы) / И.Р. Оболенцева, В.Ю. Гречка — Новосибирск. — 1989.
17. Рэлей Дж. Теория звука / Дж. Рэлей — М.: Гостехиздат. — 1940.
18. Сейсмическая разведка методом поперечных и обменных волн / Н.Н. Пузырев, А.В. Тригубов, Л.Ю. Бродов и др. — М.: Недра. — 1985.

19. Сейсморазведка: Справочник геофизика / ред. И.И. Гурвич, В.П. Номоконов — Кн. I. — М.: Недра. — 1990. — С. 83–90.
20. Сиротин Ю.И. Основы кристаллофизики / Ю.И. Сиротин, М.П. Шаскольская — М.: Наука. — 1979.
21. Уайт Дж.Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн / Дж.Э. Уайт — М.: Недра. — 1986. — (Пер. кн. J.E. White. Underground sound, Application of Seismic Waves. — N.Y.: Elsevier. — 1983.)
22. Федоров Ф.И. Теория упругих волн в кристаллах / Ф.И. Федоров — М.: Наука. — 1965.
23. Хаткевич А.Г. Акустические оси в кристаллах / А.Г. Хаткевич // Кристаллография. — 1962а. — Т. 7. — №5. — С. 742–747.
24. Хаткевич А.Г. К явлению внутренней конической рефракции упругих волн / А.Г. Хаткевич // Кристаллография. — 1962б. — Т. 7. — №6. — С. 916–921.
25. Чичинина Т.И. Метод QVOA для поиска трещиноватых коллекторов / Т.И. Чичинина, В.И. Сабинин, Х. Ронкийо–Харийо, И.Р. Оболенцева // Геология и геофизика. — 2006. — Т. 47. — №2. — С. 265–283.
26. Backus G.E. Long-wave elastic anisotropy produced by horizontal layering / G.E. Backus // J. Geophys. Res. — 1962. — V. 67. — №11. — P. 4427–4440.
27. Bakulin A. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data — Part I: HTI model due to a single fracture set / A. Bakulin, V. Grechka, I. Tsvankin // Geophysics. — 2000а. — V. 65. — №6. — P. 1788–1802.
28. Bakulin A. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data — Part II: Fractured models with orthorhombic symmetry / A. Bakulin, V. Grechka, I. Tsvankin // Geophysics. — 2000б. — V. 65. — №6. — P. 1803–1817.
29. Bakulin A. Estimation of fracture parameters from reflection seismic data — Part III: Fractured models with monoclinic symmetry / A. Bakulin,

- V. Grechka, I. Tsvankin // Geophysics. — 2000c. — V. 65. — №6. — P. 1818–1830.
30. **Bonnans J.F.** Numerical optimization: Theoretical and practical aspects / J.F. Bonnans, J.C. Gilbert, C. Lemaréchal, C.A. Sagastizábal — Springer-Verlag Berlin Heidelberg. — 2003.
 31. **Brajanovski M.** A model for P-wave attenuation and dispersion in a porous medium permeated by aligned fractures / M. Brajanovski, B. Gurevich, M. Schoenberg // Geophys. J. Int. — 2005. — V. 163. — P. 372–384.
 32. **Carcione J.M.** Anisotropic Q and velocity dispersion of finely layered media / J.M. Carcione // Geophys. Prosp. — 1992. — V. 40. — №7. — P. 761–783.
 33. **Carcione J.M.** A model for seismic velocity and attenuation in petroleum source rocks / J.M. Carcione // Geophysics. — 2000. — V. 65. — №4. — P. 1080–1092.
 34. **Carcione J.M.** Wave fields in real media: Wave propagation in anisotropic, anelastic and porous media / J.M. Carcione — Amsterdam. — Pergamon. — 2001.
 35. **Carcione J.M.** Fracture-induced anisotropic attenuation / J.M. Carcione, J.E. Santos, S. Picotti // Rock Mech. Rock Eng. — 2012a. — V. 45. — P. 929–942.
 36. **Carcione J.M.** Numerical experiments of fracture-induced velocity and attenuation anisotropy / J.M. Carcione, S. Picotti, J.E. Santos // Geophys. J. Int. — 2012b. — V. 191. — №3 — P. 1179–1191.
 37. **Carcione J.M.** Angular and frequency-dependent wave velocity and attenuation in fractured porous media // J.M. Carcione, B. Gurevich, J.E. Santos, S. Picotti // Pure. Appl. Geophys. — 2013. — DOI 10.1007/s00024-012-0636-8.
 38. **Chapman M.** Frequency-dependent anisotropy due to meso-scale fractures in the presence of equant porosity / M. Chapman // Geophys. Prosp. — 2003. — V. 51. — №5. — P. 369–379.

39. **Chichinina T.** QVOA analysis: P -wave attenuation anisotropy for fracture characterization / T. Chichinina, V. Sabinin, G. Ronquillo-Jarillo // Geophysics. — 2006. — V. 71. — №3. — P. C37–C48.
40. **Chichinina T.I.** Attenuation anisotropy of P - and S -waves: Theory and laboratory experiment / T.I. Chichinina, I.R. Obolentseva, G. Ronquillo-Jarillo, V.I. Sabinin, L.D. Gik, B.A. Bobrov // J. Seismic Expl. — 2007. — V. 16. — P. 235–264.
41. **Chichinina T.I.** Anisotropy of seismic attenuation in fractured media: theory and ultrasonic experiment / T.I. Chichinina, I.R. Obolentseva, G. Ronquillo-Jarillo // Transport in Porous Media. — 2009a. — V. 79. — №1. — P. 1–14.
42. **Chichinina T.** Attenuation anisotropy in the linear-slip model: Interpretation of physical modeling data / T. Chichinina, I. Obolentseva, L. Gik, B. Bobrov, G. Ronquillo-Jarillo // Geophysics. — 2009b. — V. 74. — №5. — P. WB165–WB176.
43. **Chichinina T.** Generalization of Schoenberg's linear-slip model to attenuative media: physical modeling versus theory / T. Chichinina, I. Obolentseva, G. Ronquillo-Jarillo // Expanded Abstracts of the 79th Ann. Int. Meeting, SEG. — 2009c. — P. 3451–3457.
44. **Chichinina T.** Fracture-induced Q-anisotropy: Inversion for fracture parameters [Электронный ресурс] / T. Chichinina, G. Dugarov, I. Obolentseva // SEG Tech. Prog. Exp. Abs. — 2013. — V. 32. — P. 335–340. — Режим доступа свободный для членов SEG: <http://library.seg.org/doi/pdf/10.1190/segam2013-0590.1>.
45. **Clark R.A.** Attenuation measurements from surface seismic data: azimuthal variation and time-lapse case studies / R.A. Clark, A.J. Carter, P.C. Nevill, P.M. Benson // The 63rd Conference and Technical Exhibition, EAGE. — 2001. — Pap. L28.
46. **Crampin S.** A review of wave motion in anisotropic and cracked elastic media / S. Crampin // Wave motion. — 1981. — V. 3. — P. 343–391.

47. **Crampin S.** Shear-wave singularities of wave propagation in anisotropic media / S. Crampin, M. Yedlin // J.Geophys. — **1981.** — V. 49. — №1 — P. 43–46.
48. **Dasgupta R.** Estimation of Q from surface seismic reflection data / R. Dasgupta, R.A. Clark // Geophysics. — **1998.** — V. 63. — P. 2120–2128.
49. **Dvorkin J.P.** Modeling attenuation in reservoir and nonreservoir rock / J.P. Dvorkin, G. Mavko // The Leading Edge — **2006.** — V. 25. — №2. — P. 194–197.
50. **Grechka V.Y.** Geometrical structure of shear wave surfaces near singularity directions in anisotropic media / V.Y. Grechka, I.R. Obolentseva // Geophys. J. Int. — **1993.** — V. 115. — P. 609–616.
51. **Grechka V.** Seismic characterization of vertical fractures described as general linear-slip interfaces / V. Grechka, A. Bakulin, I. Tsvankin // Geophys. Prosp. — **2003.** — V. 51. — P. 117–130.
52. **Gu B.** Incidence of plane waves upon a fracture / B. Gu, R. Suárez-Rivera, K.T. Nihei, L.R. Myer // J. Geophys. Res. — **1996.** — V. 101. — P. 25337–25346.
53. **Gurevich B.** P-wave dispersion and attenuation in fractured and porous reservoirs — poroelasticity approach / B. Gurevich, M. Brajanovski, R.J. Galvin, T.M. Muller, J. Toms-Stewart // Geophys. Prosp. — **1996.** — V. 57. — P. 225–237.
54. **Hackert C.L.** Improving Q estimates from seismic reflection data using well-log-based localized spectral correction / C.L. Hackert, J.O. Parra // Geophysics. — **2004.** — V. 69. — №6. — P. 1521–1529.
55. **Horne S.** AVA observations in walkaround VSPs / S. Horne, C. MacBeth // Expanded Abstracts of the 67th Ann. Int. Meeting, SEG. — **1997.** — P. 290–293.
56. **Hsu C.-J.** Elastic waves through a simulated fractured medium / C.-J. Hsu, M. Schoenberg // Geophysics. — **1993.** — V. 58. — №7. — P. 964–977.

57. **Hudson J.A.** Overall properties of a cracked solid / J.A. Hudson // Math. Proc. Camb. Phil. Soc. — **1980**. — V. 88. — P. 371–384.
58. **Johnston D.H.** Definitions and terminology: Seismic wave attenuation, Chapter 1, SEG / D.H. Johnston, M.N. Toksöz // Geophysics reprint series. — №2. — **1981**. — P. 1–5.
59. **Kitsunezaki C.** Behavior of plane elastic waves across a plane crack / C. Kitsunezaki // J. Min. Coll. Akita Univ. — **1983**. — V. 6. — P. 173–187.
60. **Klimentos T.** Attenuation of P– and S–waves as a method of distinguishing gas and condensate from oil and water / T. Klimentos // Geophysics. — **1995**. — V. 60. — №2 — P. 447–458.
61. **Lynn H.** *P*–wave azimuthal variations in attenuation, amplitude and velocity in 3D field data: Implications for mapping horizontal permeability anisotropy / H. Lynn, W. Beckham // Expanded Abstracts of the 68th Ann. Int. Meeting, SEG. — **1998**. — P. 193–196.
62. **MacBeth C.** Azimuthal variation in *P*–wave signatures due to fluid flow / C. MacBeth // Geophysics. — **1999**. — V. 64. — №4. — P. 1181–1192.
63. **Maultzsch S.** Modelling frequency–dependent seismic anisotropy in fluid–saturated rock with aligned fractures: implication of fracture size estimation from anisotropic measurements / S. Maultzsch, M. Chapman, E. Liu, X.–Y. Li // Geophys. Prosp. — **2003**. — V. 51. — P. 381–392.
64. **Molotkov L.A.** An effective model of a fractured medium with fractures modeled by the surfaces of discontinuity of displacements / L.A. Molotkov, A.V. Bakulin // J. Math. Sci. — **1997**. — V. 86. — P. 2735–2746.
65. **Musgrave M.J.P.** On the propagation of elastic waves in aeolotropic media / M.J.P. Musgrave // Proc. Roy. Soc. — **1954**. — V. 226. — №1166. — P. 339–366.
66. **Obolentseva I.** Estimation of complex–valued weaknesses from velocity–attenuation anisotropy data in linear–slip TI model of fractured media [Электронный ресурс] / I. Obolentseva, G. Dugarov, T. Chichinina // SEG Tech.

- Prog. Exp. Abs. — **2011**. — V. 30. — P. 4393–4398. — Режим доступа свободный для членов SEG: <http://library.seg.org/doi/pdf/10.1190/1.3658767>.
67. **O'Connell R.J.** Measures of dissipation in viscoelastic media / R.J. O'Connell, B. Budiansky // Geophys. Res. Lett. — **1978**. — V. 5. — №1. — P. 5–8.
 68. **Postma G.W.** Wave propagation in a stratified medium / G.W. Postma // Geophysics. — **1955**. — V. 20. — P. 780–806.
 69. **Press W.H.** Numerical recipes. The art of scientific computing. Third edition / W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery — Cambridge University Press — **2007**. — P. 228–229.
 70. **Pyrak-Nolte L.J.** Elastic interface waves along a fracture / L.J. Pyrak-Nolte, N.J.W. Cook // Geophys. Res. Lett. — **1987**. — V. 14. — №11. — P. 1107–1110.
 71. **Pyrak-Nolte L.J.** Transmission of seismic waves across single natural fractures / L.J. Pyrak-Nolte, L.R. Myer, N.J.W. Cook // J. Geophys. Res. — **1990a**. — V. 95. — №B6. — P. 8617–8638.
 72. **Pyrak-Nolte L.J.** Anisotropy in seismic velocities and amplitudes from multiple parallel fractures / L.J. Pyrak-Nolte, L.R. Myer, N.J.W. Cook // J. Geophys. Res. — **1990b**. — V. 95. — №B7. — P. 11345–11358.
 73. **Pyrak-Nolte L.J.** Elastic interface waves along a fracture / L.J. Pyrak-Nolte, S. Roy, B.L. Mullenbach // J. Appl. Geophys. — **1996**. — V. 35. — P. 79–87.
 74. **Pyrak-Nolte L.J.** Fracture anisotropy: the role of fracture-stiffness gradients / L.J. Pyrak-Nolte // The Leading Edge — **2007**. — V. 26. — №9. — P. 1124–1127.
 75. **Schoenberg M.** Elastic wave behavior across linear slip interfaces / M. Schoenberg // J. Acous. Soc. Amer. — **1980**. — V. 68. — P. 1516–1521.

76. **Schoenberg M.** Reflection of elastic waves from periodically stratified media with interfacial slip / M. Schoenberg // Geophys. Prosp. — 1983. — V. 31. — P. 265–292.
77. **Schoenberg M.** Elastic wave propagation in media with parallel fractures and aligned cracks / M. Schoenberg, J. Douma // Geophys. Prosp. — 1988. — V. 36. — P. 571–590.
78. **Schoenberg M.** Seismic anisotropy of fractured rock / M. Schoenberg, C.M. Sayers // Geophysics. — 1995. — V. 60. — №1. — P. 204–211.
79. **Shao S.** Interface waves along fractures in anisotropic media / S. Shao, L.J. Pyrak-Nolte // Geophysics. — 2013. — V. 78. — №4. — P. T99–T112.
80. **Thomsen L.** Elastic anisotropy due to aligned cracks in porous rock / L. Thomsen // Geophys. Prosp. — 1995. — V. 43. — P. 805–829.
81. **Tsvankin I.** Seismic signatures and analysis of reflection data in anisotropic media / I. Tsvankin — Handbook of geophysical exploration. Seismic exploration. V. 29. — Pergamon. — 2001. — P. 56–57.
82. **Xian C.** Compressional wave guided between parallel fractures / C. Xian, D.D. Nolte, L.J. Pyrak-Nolte // Int. J. Rock Mech. Min. Sci. — 2001. — V. 38. — №6. — P. 765–776.