

Schülerzirkel am 02.06.2018

Aufgaben

zum Vortrag „Vom Skalarprodukt zur Bildbearbeitung“

Clara Löh, Julian Seipel, Gesina Schwalbe

Eigenschaften von Vektoren

1. (*Distributivität von Vektoraddition und Skalarmultiplikation*) Berechne folgende Vektoren:

a) $2 \cdot [(2, 1) + (-3, 1)]$
 $[2 \cdot (2, 1)] + [2 \cdot (-3, 1)]$

b) $-3 \cdot [(1, 3, -2) + (-1, -2, 3)]$
 $[-3 \cdot (1, 3, -2)] + [-3 \cdot (-1, -2, 3)]$

Kannst du folgende allgemeine Regel für Vektoren $x = (x_1, \dots, x_n)$ und $y = (y_1, \dots, y_n)$ bestätigen?

$$a \cdot [x + y] = [a \cdot x] + [a \cdot y]$$

2. (*Bilinearität des Skalarprodukts I*) Berechne folgende Skalarprodukte:

a) $[(1, -2) + (-3, 1)] \circ (1, -3)$
 $[(1, -2) \circ (1, -3)] + [(-3, 1) \circ (1, -3)]$

b) $(3, 2) \circ [(-5, 3) + (4, -3)]$
 $[(3, 2) \circ (-5, 3)] + [(3, 2) \circ (4, -3)]$

Kannst du folgende allgemeinen Regeln für Vektoren $x = (x_1, \dots, x_n)$, $y = (y_1, \dots, y_n)$, und $z = (z_1, \dots, z_n)$ bestätigen?

$$[x + y] \circ z = [x \circ z] + [y \circ z]$$
$$x \circ [y + z] = [x \circ y] + [x \circ z]$$

3. (*Bonus: Bilinearität des Skalarprodukts II*) Berechne folgende Skalarprodukte:

a) $3 \cdot [(-1, 2) \circ (3, 1)]$

b) $[3 \cdot (-1, 2)] \circ (3, 1)$

c) $(-1, 2) \circ [3 \cdot (3, 1)]$

Kannst du folgende allgemeine Regel für Vektoren $x = (x_1, \dots, x_n)$ und $y = (y_1, \dots, y_n)$ bestätigen?

$$a \cdot [x \circ y] = [a \cdot x] \circ y = x \circ [a \cdot y]$$

4. (*Bonus: Geschwindigkeitsvektoren*) Wähle ein Koordinatensystem und zeichne den Geschwindigkeitsvektor eines Steins ein, der mit $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (Länge unseres Geschwindigkeitsvektors) im nicht ganz optimalen Winkel von 30° auf eine Wasseroberfläche trifft. Welchen senkrechten Geschwindigkeitsanteil hat unser Stein?

(*Bonus-Bonus*) Weißt du, warum er, wenn richtig geworfen, nicht einsinkt?

Bildbearbeitung mit Gimp in Theorie und in der Praxis

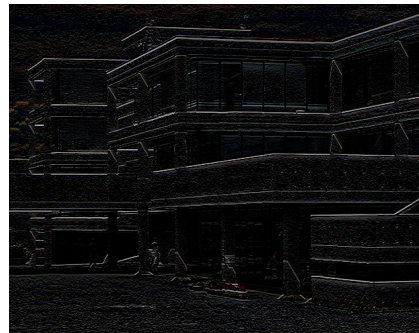
1. Welcher Vergleichsbildausschnitt verändert bei einer Faltung ein Bild gar nicht?

Mit welchem Vergleichsbildausschnitt kannst du das Bild mit einer Faltung einfach nur heller, und mit welchem einfach nur dunkler machen? Was hat er mit dem Ergebnis von oben zu tun?

2. Welcher Vergleichsbildausschnitt könnte diese Faltung hervorrufen?



\Rightarrow



3. Überlege dir, wie ein Kernel für folgende Probleme aussehen könnte, probiere deine Ideen zusammen mit deiner Gruppe aus und verbessere sie:

Künstliche Unschärfe Ersetze ein Pixel durch den Durchschnittswert seiner umliegenden Pixel. Inwiefern stellt der Vergleichsbildausschnitt eine Unschärfe dar?

Bonus: Was heißt unscharf bei Bildern für benachbarte Pixelwerte?

Ecken-/Kantenerkennung Markiere alle Kantenpixel hell, die übrigen dunkel. Tipp: Finde erst Vergleichsbildausschnitte für verschiedene Kantentypen und addiere sie. Inwiefern benutzt du damit die Bilinearität des Skalarprodukts (s.o.)?

4. (*Bonus: Bildschärfungsfaltung*) Betrachte folgenden Kernel, der eine künstliche Schärfung der Kanten eines Bildes bewirkt, und verändere die mittlere Zahl nach oben und nach unten:

0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

Was erhältst du bei niedrigeren Werten? Was passiert bei höheren?

Kannst du die Operation „Bild schärfen“ durch die Summe zweier Faltungen beschreiben?