

# MICROECONOMÍA I

## RESOLUCIÓN TRABAJO PRÁCTICO Nº7

CURSO 2022

### Teoría de los Juegos y Oligopolio

- 1) Dos empresas que elaboran cereales para desayuno se enfrentan en un mercado en el que es posible introducir dos nuevos tipos de cereales, siempre que cada uno sea introducido por una sola empresa (es decir, si las empresas compiten con un mismo tipo de cereal tendrán pérdidas). Los tipos de cereal que se pueden introducir son uno "crocante", y otro "dulce". Cada empresa tiene recursos para financiar sólo un tipo de cereal. La siguiente matriz de pagos muestra las ganancias que podría tener cada firma según el tipo de producto que decida incorporar al mercado:

		Firma 2	
		Crocante (C)	Dulce (D)
Firma 1	Crocante (C)	-5 , -5	10 , 10
	Dulce (D)	10 , 10	-5 , -5

Encuentre el/los equilibrio/s de Nash si las firmas toman sus decisiones de manera simultánea. ¿Tendrán interés de actuar de manera cooperativa?

*Este ejercicio está explicado en Cap.13 de P&R.*

*Se trata de un juego de decisiones simultáneas. Para simplificar notación llamamos C a la estrategia de producir "crocante"; llamamos D a la estrategia de producir "Dulce". Las estrategias de cada firma pueden ser entonces C o D.*

*Analizamos la mejor respuesta de cada firma ante cada estrategia posible del rival. Así, por ejemplo, para encontrar las mejores respuestas de la F2, tenemos que ver cuál es el mayor pago que tiene la F2 ante una estrategia determinada de la F1 (es decir, miramos una fila de la matriz de pagos y buscamos cuál es la estrategia que otorga el mayor pago a F2). Al pago asociado a la mejor respuesta lo marcamos con un círculo en la matriz de pagos.*

*Cuando la F1 elige C, miramos la primera fila, y encontramos que la mejor estrategia para F2 es elegir D.*

*Cuando la F1 elige D, miramos la segunda fila, y encontramos que la mejor estrategia para F2 es elegir C.*

		Firma 2	
		Crocante (C)	Dulce (D)
Firma 1	Crocante (C)	-5 , -5	10 , 10
	Dulce (D)	10 , 10	-5 , -5

Análogamente, evaluamos la mejor respuesta de la F1 analizando por columna.

Cuando la F2 elige C, miramos la primera columna, y encontramos que la mejor estrategia para F1 es elegir D.

Cuando la F2 elige D, miramos la segunda columna, y encontramos que la mejor estrategia para F1 es elegir C.

		Firma 2	
		Crocante (C)	Dulce (D)
Firma 1	Crocante (C)	-5, -5	10, 10
	Dulce (D)	10, 10	-5, -5

En las celdas que tienen dos círculos coinciden mejores estrategias de ambos jugadores, y serán por lo tanto equilibrios de Nash (E.N.). Para ver esto, analizamos uno de los candidatos a E.N. y comprobamos que ningún jugador tiene incentivos a cambiar su estrategia, dada la estrategia elegida por el otro.

Por ejemplo, analizamos el par de estrategia (D, C), donde el primer elemento (D) es la estrategia del jugador 1, y el segundo (C) es la estrategia del jugador 2. Cuando los jugadores están eligiendo (D, C) ninguno tiene incentivos a cambiar su estrategia, en la medida que el otro jugador mantenga su estrategia sin cambios. Así, cuando F2 elige C, F1 no quiere cambiar su estrategia D, pues si se pasa a C sus beneficios bajan de 10 a -5. Asimismo, cuando F1 elige D, la F2 no quiere cambiar de C a D pues sus beneficios bajarían de 10 a -5.

El mismo razonamiento aplica al par de estrategia (C, D). Ningún jugador quiere cambiar su decisión, en la medida que conjetura que la otra firma mantiene constante su estrategia.

**Por lo tanto, los pares de estrategias (D,C) y (C,D) son ambos E.N. A cada firma le conviene introducir como nuevo producto uno distinto al que haya introducido su rival.**

**En este caso las firmas tendrán interés de actuar de manera cooperativa. Una comprometiéndose a introducir determinado producto y la otra eligiendo el contrario.**

- 2) Reconsidere el ejercicio anterior, ahora con un cambio en la matriz de pagos. Se asume que los consumidores prefieren más los cereales dulces que los crocantes, por lo que las ganancias de producir cereales dulces son potencialmente mayores que las de producir crocantes.
- a) Encuentre el/los equilibrio/s de Nash si las firmas toman sus decisiones de manera simultánea. ¿Cómo cambian sus conclusiones respecto del ejercicio anterior?
- b) Asuma que la Firma 1 puede lograr más rápido el desarrollo del nuevo producto y llegar a venderlo primero en el mercado. Construya la representación extensiva del juego y encuentre el equilibrio de Nash.

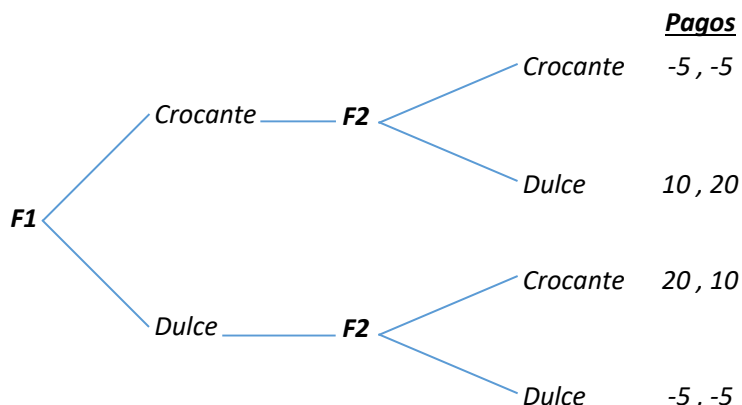
**Este ejercicio también está explicado en Cap.13 de P&R.**

a)

		Firma 2	
		Crocante (C)	Dulce (D)
Firma 1	Crocante (C)	-5, -5	10, 20
	Dulce (D)	20, 10	-5, -5

Los pares de estrategia (C,D) y (D,C) siguen siendo ambos E.N. Pero ahora a las firmas no les da lo mismo uno u otro. Si ambas tomaran sus decisiones de manera independiente y simultánea, ambas firmas probablemente elegirían D y terminarían perdiendo 5 cada una.

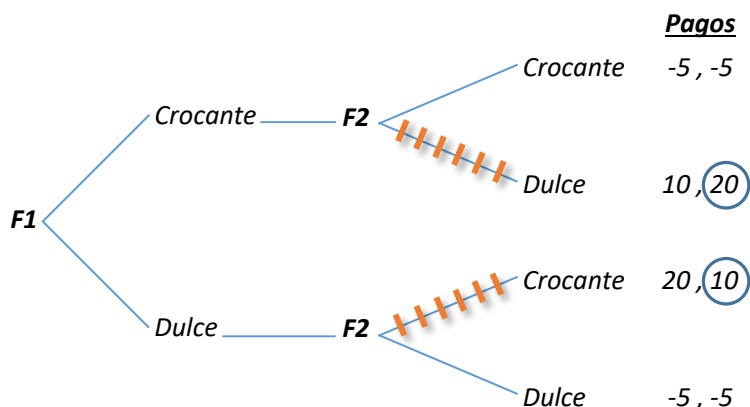
b) Ahora se trata de un juego donde las firmas toman sus decisiones de manera secuencial. El siguiente gráfico muestra la representación extensiva del juego (también llamado “árbol” del juego), en donde la F1 elige su estrategia primero (es líder en innovaciones, llega antes que el resto al desarrollo de un producto). La otra firma toma su decisión una vez que la primera ya ha elegido y revelado su estrategia.



En este contexto, la F1, antes de tomar su decisión, evaluará todas las posibles respuestas de la otra firma para cada una de sus estrategias:

- La F1 se pregunta: si mi decisión es producir cereales crocantes, ¿qué es lo que hará la F2?

Rta: si la F1 elige C, la F2 obtiene el mayor pago eligiendo D (20 es mayor a -5). Esa “rama del árbol” la resaltamos (rayas rojas en el gráfico de abajo) indicando la respuesta óptima de F2 ante una decisión de F1 de producir cereales crocantes.



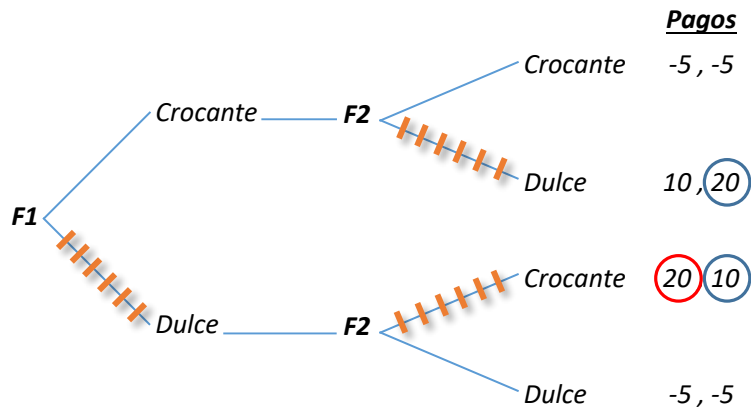
- Ahora la F1 se pregunta: si mi decisión es producir cereales dulces, ¿qué es lo que hará la F2?

Rta: si la F1 elige D, la F2 obtiene el mayor pago eligiendo C (10 es mayor a -5). Esa “rama del árbol” también la resaltamos con rayas rojas, indicando la respuesta óptima de F2 ante una decisión de F1 de producir cereales dulces.

Ahora a la F1 le corresponde elegir su mejor estrategia en función de esas respuestas óptimas de F2. Es decir, dado que conoce el camino que elegiría F2 en cada caso, ¿bajo cuál de esos caminos (o ramas) la F1 obtendrá el mayor beneficio?

- Si la F1 elige C, la F2 elegirá D. Por lo tanto, el beneficio (o pago) de F1 será 10.
- Si la F1 elige D, la F2 elegirá C. Por lo tanto, el beneficio (o pago) de F1 será 20.

Por lo tanto, la estrategia óptima para F1 es elegir producir cereales dulces (marcamos esa rama en el gráfico):



El camino que sigue las ramas marcadas es ahora el único equilibrio de Nash en este juego secuencial donde la F1 toma su decisión primero: este es el par de estrategias (D, C), es decir, la F1 produce cereales dulces, y la F2 produce cereales crocantes.

La F1 alcanza el mayor beneficio, en detrimento de la otra firma que desarrolla su producto con mayor demora. Este resultado se conoce como “ventaja del que mueve primero”.

**NOTA:** el juego lo hemos resuelto evaluando primero las decisiones óptimas del jugador que toma sus decisiones último. Una vez que conocemos esto, hemos ido al comienzo del juego, evaluando la decisión óptima del que mueve primero. Esto se conoce como resolución por “backward induction” (o determinación de la secuencia de acciones óptimas comenzando desde el final y volviendo “hacia atrás” en el tiempo).

3) Milky y Forty son dos empresas que producen chocolates. Cada una de ellas puede elegir producir para el segmento superior del mercado (buena calidad) o para el inferior (mala calidad). Los beneficios resultantes vienen dados por la siguiente matriz de ganancias:

- ¿Qué resultados son equilibrios de Nash?
- Si los directivos de las dos empresas son conservadores y cada uno sigue una estrategia maximin, ¿cuál será el resultado?
- ¿Cuál es el resultado cooperativo?
- ¿Qué empresa se beneficia más del resultado cooperativo? ¿Cuánto tendría que ofrecer esa empresa a la otra para convencerla de cooperar?

a)

		Forty	
		Malo	Bueno
Milky	Malo	-20 , -30	900 , 600
	Bueno	100 , 800	50 , 50

Caracterización del juego: es un juego de una sola vez (no se repite en el tiempo) y las decisiones son tomadas de manera simultánea por los jugadores.

Evaluamos la mejor respuesta de cada firma ante una determinada estrategia de la otra firma.

- Cuando Milky elige producir chocolate “Malo” (primera fila), la estrategia óptima de Forty es producir chocolate “Bueno” (obtendría un beneficio de 600, versus una pérdida de 30 si produce “Malo”). Hacemos un círculo sobre el pago asociado a la estrategia óptima, dada la acción de la otra firma.
- Cuando Milky elige producir chocolate “Bueno” (segunda fila), la estrategia óptima de Forty es producir chocolate “Malo” (el beneficio sería 800, mayor a los 50 que obtendría produciendo “Bueno”). Hacemos un círculo sobre 800.
- Cuando Forty elige producir chocolate “Malo” (primera columna), la estrategia óptima de Milky es producir chocolate “Bueno” (obtendría un beneficio de 100, versus una pérdida de 20). Marcamos 100 con un círculo.
- Cuando Forty elige producir chocolate “Bueno” (segunda columna), la estrategia óptima de Milky es producir chocolate “Malo” (obtendría un beneficio de 900, mayor a los 50 que obtendría produciendo “Bueno”). Hacemos un círculo sobre 900.

Hay dos E.N.: (Malo, Bueno) y (Bueno, Malo). Es decir, lo mejor para cada firma es dividirse el mercado dedicándose a productos distintos. No obstante, a cada una le gustaría individualmente producir “Malo” para obtener mayores ganancias, pero esto es válido si la otra firma hace “Bueno”. Si ambas hacen chocolate “Malo” tienen pérdidas. El par de estrategias (Malo, Malo) no es un equilibrio de Nash, y de hecho es el peor resultado que podría darse (ambas firmas tienen la mayor pérdida en esa situación).

b) Una estrategia “maximin” es una estrategia en la cual el jugador busca obtener la máxima ganancia dentro de las ganancias mínimas que puede obtener. Esto es lo que haría un jugador conservador, que podría no estar seguro de la “racionalidad” del otro jugador tomando sus decisiones. O podría sospechar que el otro jugador no tiene toda la información sobre la matriz de pagos que le permita tomar una decisión racional.

Analizamos la estrategia maximin para la firma Milky. Evaluamos los dos peores resultados que este jugador puede tener:

- Cuando Milky elige “Malo”, lo peor que le puede pasar es que Forty elija “Malo”, pues en ese caso pierde 20.
- Cuando Milky elige “Bueno”, lo peor que puede pasar es que Forty elija “Bueno”, pues en ese caso gana sólo 50.

Así, la estrategia maximin de Milky es elegir “Bueno”, pues le da el mejor resultado dentro de los peores escenarios posibles (una ganancia de 50 es mejor que una pérdida de 20).

Haciendo un razonamiento análogo, llegamos a que la estrategia maximin para Forty también es producir chocolate “Bueno”.

Por lo tanto, el resultado “maximin” es que ambos jugadores produzcan chocolate de buena calidad.

c) El resultado cooperativo consiste en maximizar la ganancia conjunta de ambas empresas. Esto se consigue con Milky haciendo chocolate Malo, y con Forty haciendo chocolate Bueno. En conjunto las ganancias serían  $900 + 600 = 1.500$ .

d) La empresa que más se beneficia con el resultado cooperativo es Milky, con una ganancia de 900. Forty preferiría invertir los roles haciendo chocolate Malo y que Milky haga el bueno, pero en esa situación la ganancia conjunta sería inferior.

Para que se acepte cooperar, Milky debería compensar a Forty. Una posibilidad es que la compensación sea por la diferencia de ganancia entre lo que Forty puede obtener con la cooperación (600) versus la máxima ganancia que podría tener en otra situación (800). Esto es, la compensación podría ser de 200.

No obstante, si Forty se da cuenta de que el diferencial de beneficio que tiene Milky por la cooperación es mucho mayor, podría exigirle una mayor compensación para estar dispuesto a cooperar. Nótese que Milky obtiene 900 con la cooperación, cuando el mejor resultado alternativo para esta empresa es 100. Así, Forty podría intentar obtener hasta un máximo de 800 en una eventual negociación para alcanzar un acuerdo cooperativo.

- 4) Los dos canales de TV líderes (11 y 13) compiten por rating en los horarios centrales de 21 a 22hs (Primer Horario) y de 22 a 23hs (Segundo Horario) en una determinada noche de la semana. Cada uno tiene dos programas para dichos horarios, y están evaluando cuál funciona mejor. Pueden optar por emitir su mejor programa (Hola Su y Bailando, respectivamente) en la primera banda horaria o en la segunda. La combinación de decisiones lleva a los siguientes puntos de rating (que a su vez implican mayores ganancias, pues cuanto más alto el rating, mayor es el precio que se puede cobrar por cada segundo publicitario):
- Hallar el/los equilibrio/s de Nash de este juego, suponiendo que ambos canales de TV toman sus decisiones al mismo tiempo.
  - Si ambos canales son renuentes al riesgo y utilizan una estrategia maximin, ¿cuál será el resultado?
  - ¿Cuál es el equilibrio si el Canal 13 elige primero? ¿Y si el otro canal elige primero? Representar el juego en forma extensiva.
  - Suponer que los directivos de ambos canales se reúnen para coordinar horarios y el canal 13 promete que Bailando irá primero. ¿Es creíble la promesa y cuál sería el resultado probable?

a)

		Hola Su (C.11)	
		Primero	Segundo
Bailando (C.13)	Primero	20, 30	18, 18
	Segundo	15, 15	30, 10

Hay un único E.N. que es (Primero, Primero). Que ambos canales elijan que su mejor programa vaya en la primera banda horaria (los dos al mismo tiempo) es un equilibrio donde ninguno tiene incentivos a cambiar su estrategia.

Puede notarse que elegir que Hola Su vaya primero es una **estrategia dominante** para el canal Telefé. Se define como estrategia dominante a la estrategia que se elige independientemente de lo que haga el otro jugador.

b) Analizamos la estrategia maximin para el C13. Evaluamos los dos peores resultados que este jugador puede tener:

- Cuando C13 elige "Primero", lo peor que le puede pasar es que C11 elija "Segundo", pues en ese caso obtiene 18 puntos de rating.

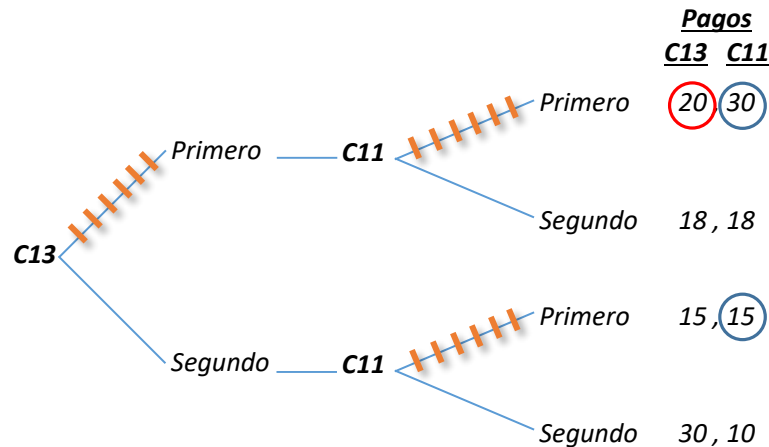
- Cuando C13 elige "Segundo", lo peor que le puede pasar es que C11 elija "Primero", pues en ese caso obtiene 15 puntos de rating.

Así la estrategia maximin para C13 es "Primero", pues 18 puntos de rating son mejores que 15.

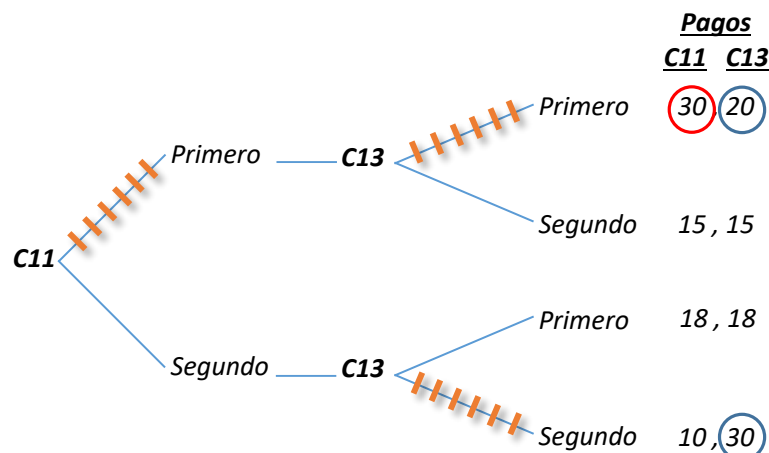
Con un razonamiento análogo, encontramos que la estrategia maximin de C11 es "Primero".

Por lo tanto, el resultado maximin de este juego es también el par de estrategias (Primero, Primero).

- c) **Caso: C13 elige primero.** El E.N. sigue siendo (Primero, Primero). C13 no puede sacar ventaja de mover primero pues para C11 elegir "Primero" es estrategia dominante, no importa lo que haga el rival, siempre elegirá esa estrategia.



**Caso: C11 elige primero.** El E.N. sigue siendo (Primero, Primero), por el mismo motivo.



- d) Sí, es creíble porque para C11 es dominante elegir el primer horario, con lo cual no hay nada mejor que pueda hacer C13 ante esa situación.

5) Dos empresas que tienen el control del mercado inmobiliario en una ciudad, tienen las siguientes ganancias: la empresa A obtiene \$80 millones al año, y la empresa B obtiene \$40 millones. Ambas se encuentran con la posibilidad de atraer más clientes realizando propaganda por \$20 millones cada una. Si A hace propaganda y B no, A obtiene \$100 millones de ganancia (neta del costo publicitario), y B obtiene sólo \$10 millones. En el caso que B efectúe la propaganda y A no, los beneficios de B serían de \$60 millones netos y los de A serían \$20 millones. Si en cambio las dos realizan la publicidad, se siguen repartiendo el mercado como antes de la publicidad, con la empresa A obteniendo \$60 millones, y la B ganando \$20 millones, en ambos casos netos del costo de la publicidad.

- a) Asuma en primer lugar que las empresas toman sus decisiones de manera simultánea.
- Identifique las estrategias de las empresas y construya la matriz de pagos.
  - Analice las respuestas óptimas de cada empresa ¿La firma A tiene alguna estrategia que sea dominante? ¿Y la firma B?
  - Encuentre el equilibrio de Nash de este juego.
- b) Suponga ahora que la empresa A toma sus decisiones en primer lugar.
- Construya la representación extensiva de este juego secuencial (árbol) y encuentre la solución.
  - ¿Cambia el resultado si la firma que mueve primero es la B? ¿Por qué?

a) (i) (ii) (iii)

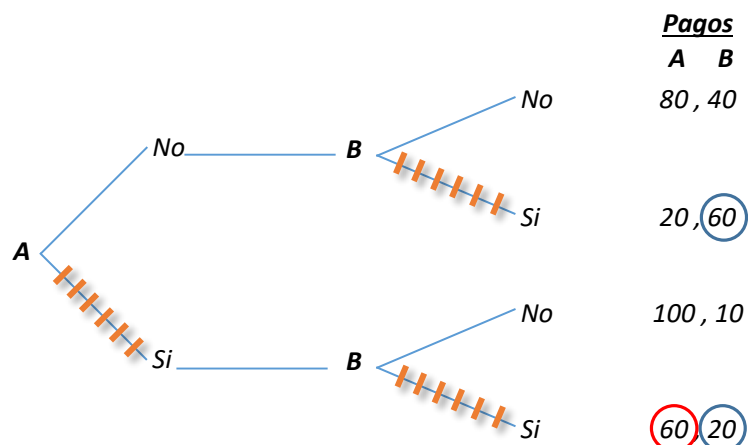
		<b>B</b>	
		<b>Publicidad</b>	
		No	Si
<b>A</b>	No	80, 40	20, 60
	Si	100, 10	60, 20

Para A es **dominante hacer publicidad**. Para B también es **dominante hacer publicidad**. Por lo tanto, el E.N. es (Si, Si), es decir ambas empresas harán publicidad sin incentivos a cambiar su estrategia.

Este es un caso típico de **Dilema del Prisionero**, donde ambas empresas podrían alcanzar mayores ganancias si coordinaran no hacer publicidad. Pero esa situación no es un equilibrio, pues ambas tendrían incentivos a cambiar la estrategia.

b)

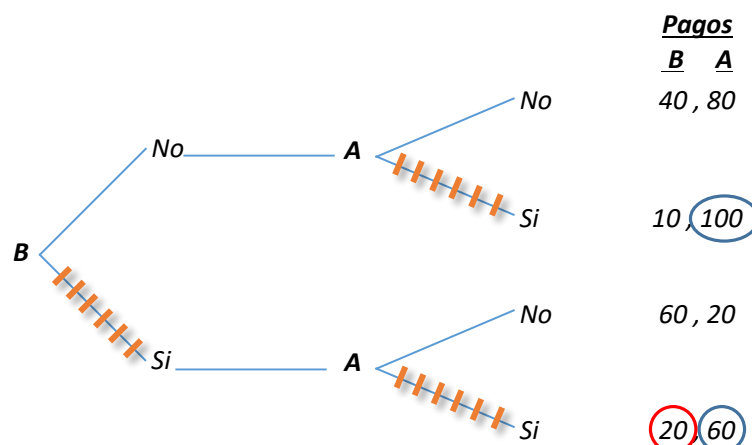
(i)





El resultado sigue siendo (Si, Si), lo cual está explicado por las estrategias dominantes.

(ii) El resultado sigue siendo (Si, Si), lo cual está explicado por las estrategias dominantes.



6) Dadas dos empresas (F1 y F2) con costos marginales iguales a cero, se enfrentan a una demanda  $P = 40 - 2q$ . Analice el mercado según los siguientes modelos:

a) Cournot:

- Caracterice el modelo, indicando las estrategias de cada firma (variable de decisión), las funciones de pago, y la forma en la cual toman sus decisiones.
- Encuentre las funciones de respuesta óptima (o funciones de reacción) y determine la solución del modelo, indicando cantidades, precios y pagos. Explicar por qué es un equilibrio de Nash.

b) Stackelberg:

- Caracterice el modelo, indicando las estrategias de cada firma (variable de decisión), las funciones de pago, y la forma en la cual toman sus decisiones.
- Determine la solución del modelo, indicando cantidades, precios y pagos. Explicar por qué es un equilibrio de Nash.

a) **Cournot:**

- El modelo de Cournot consiste en un juego de una vez con decisiones tomadas de manera simultánea por parte de los jugadores. La variable de decisión es la cantidad producida. Los pagos son los beneficios de las firmas, los cuales están interrelacionados por la decisión que toma el rival. Cada firma toma como dado lo que hace la otra.
- Una función de respuesta óptima nos dice cuál es la mejor estrategia de un jugador ante cada estrategia de su contrincante. En el contexto de un duopolio del tipo de Cournot, a la función de respuesta óptima se la denomina "función de reacción": cómo reacciona una firma para alcanzar el máximo beneficio (pago) ante un determinado nivel de producción de su competidora.

Para obtener las funciones de reacción de cada una de las empresas tenemos que partir de la función de demanda y hallar las funciones de Ingreso marginal de cada una de ellas. Aplicando el criterio de maximización de ganancias (que en este ejercicio equivale a maximizar ingresos, pues el CMg es cero), llegamos a establecer las funciones de reacción, en las cuales las cantidades que perciben como demandadas cada empresa, están en función de las cantidades de la otra.

Entonces, partimos de

$$P = 40 - 2Q$$

$$IT = P * Q = (40 - 2Q) * Q$$

Y sabemos que  $Q = Q_1 + Q_2$

En el caso de la Empresa 1

$$IT_1 = (40 - 2Q) * Q_1$$

$$IT_1 = 40 Q_1 - [2 (Q_1 + Q_2)] * Q_1$$

$$IT_1 = 40 Q_1 - 2 Q_1^2 - 2 Q_2 Q_1$$

Derivando con respecto a  $Q_1$ , obtenemos el Ingreso Marginal de la empresa 1

$$IMg_1 = 40 - 4 Q_1 - 2 Q_2$$

Como el CMg es cero, entonces tiene que maximizar Ingresos

$$IMg_1 = 40 - 4 Q_1 - 2 Q_2 = 0$$

$$40 - 2 Q_2 = 4 Q_1$$

$$Q_1 = 40/4 - 2 Q_2/4$$

$$Q_1 = 10 - \frac{1}{2} Q_2$$

Repitiendo la secuencia, pero para la empresa 2, llegamos a que

$$Q_2 = 10 - \frac{1}{2} Q_1$$

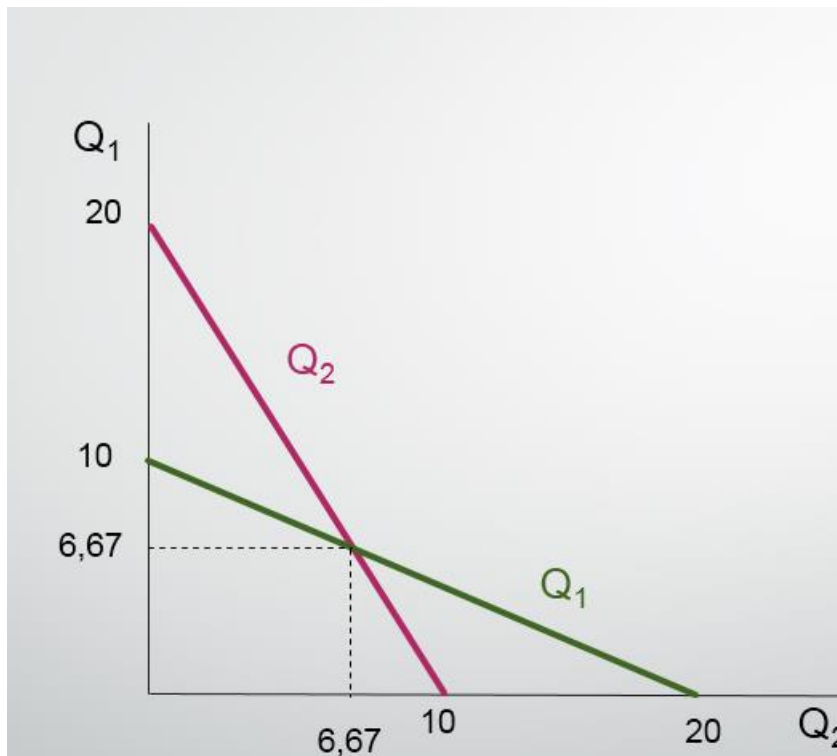
Maximizando los beneficios de cada firma, dado el nivel de producción de la otra empresa, hallamos entonces las siguientes funciones de reacción:

$$q_1 = 10 - \frac{1}{2} q_2$$

$$q_2 = 10 - \frac{1}{2} q_1$$

Este es un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas ( $q_1$  y  $q_2$ ). Resolviéndolo, llegamos a que la producción (estrategia) óptima de cada firma es:  $q_1^* = 20/3$  y  $q_2^* = 20/3$ .

Podemos graficar ambas funciones de reacción y comprobaremos este resultado.



Vemos que ambas funciones de reacción se intersectan en la coordenada  $(20/3, 20/3)$ . En rigor, en el gráfico está expresado en el equivalente en números decimales.

El precio de equilibrio del mercado es  $P^* = 40 - 2Q = 40 - 2(q_1^* + q_2^*) = 40/3$ .

De esta manera, los beneficios de las firmas (pagos del juego) son:  $\pi_1^* = 800/9$  y  $\pi_2^* = 800/9$ .

Así, el equilibrio del modelo de Cournot es el par de estrategias  $(20/3, 20/3)$ . Es un E.N. porque ninguna firma tiene incentivos a cambiar su estrategia cuando la otra está produciendo  $20/3$ . Las dos firmas están maximizando sus beneficios individuales al mismo tiempo. Si alguna firma cambiase su estrategia, con la otra firma manteniendo su nivel de producción constante, la firma que cambia su estrategia baja sus ganancias, con lo cual no querrá hacerlo.

#### b) Stackelberg:

- (i) El modelo de Stackelberg consiste en un juego de una vez con decisiones tomadas de manera secuencial por parte de los jugadores. La variable de decisión es la cantidad producida. Los pagos son los beneficios de las firmas, los cuales están interrelacionados por la decisión que toma el rival. La diferencia con Cournot es que hay una firma que mueve primero (firma "líder") que tomará en cuenta cómo reacciona su rival; la otra firma ("Seguidora") toma su decisión según su respuesta óptima a la estrategia previamente adoptada por la Líder (para la seguidora la cantidad producida por el líder está dado, como en el modelo de Cournot).
- (ii) Supongamos que la F1 es la líder y elige su estrategia primero. Lo hará teniendo en cuenta cómo reacciona la otra firma. La decisión de la F2 se toma en una segunda instancia, y lo hace considerando constante la estrategia ya elegida por la líder. Así cuando la F2 decide, lo hace de acuerdo a su función de reacción (que dice cuál es su estrategia óptima dado lo que hace la otra firma).

El objetivo es encontrar la cantidad que produce la Firma 1, de modo tal de maximizar ganancias (ingresos, en este ejercicio), a qué precio se vende y cuanto le corresponde vender a la empresa Seguidora (F2), según su función de reacción.

Partimos de la función de Demanda  $P = f(Q)$ , y hallamos la función de IMg de la Firma1, previa internalización de la función de reacción de la Firma 2.

$$P = 40 - 2Q$$

$$IT = P * Q = (40 - 2Q) * Q$$

En el caso de la Empresa 1 (líder)

$$IT_1 = (40 - 2Q) * Q_1$$

$$IT_1 = 40 Q_1 - [2 (Q_1 + Q_2)] * Q_1$$

$$IT_1 = 40 Q_1 - 2 Q_1^2 - 2 Q_1 Q_2$$

$$IT_1 = 40 Q_1 - 2 Q_1^2 - 2 Q_1 (10 - 1/2 Q_1)$$

$$IT_1 = 40 Q_1 - 2 Q_1^2 - 20 Q_1 + Q_1^2$$

Derivando con respecto a  $Q_1$ , obtenemos el Ingreso Marginal de la empresa 1

$$IMg_1 = 40 - 4 Q_1 - 20 - 2 Q_1$$

$$IMg_1 = 20 - 2 Q_1$$

Como el CMg es cero, entonces tiene que maximizar Ingresos

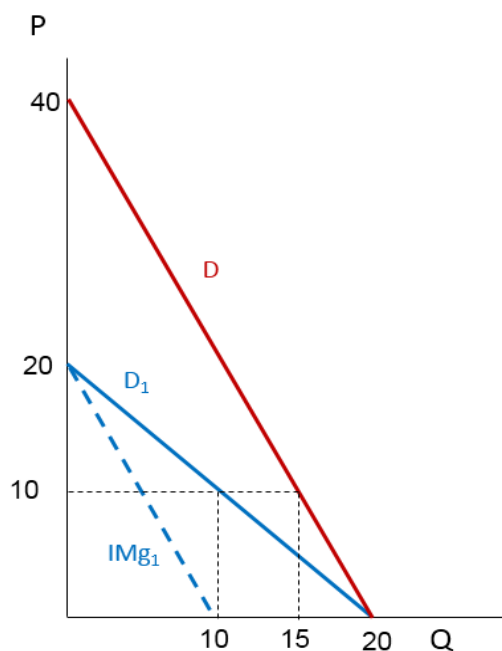
$$IMg_1 = 20 - 2 Q_1 = 0, \text{ entonces } Q_1 = 10 \text{ (1)}$$

En el caso de la Empresa 2 (seguidora)

De acuerdo a su función de reacción  $Q_2 = 10 - \frac{1}{2} Q_1$ , entonces  $Q_2 = 5$  (2)

Tenemos que, para la empresa líder, la demanda se expresa como  $P_1 = 20 - Q_1$ , mientras que la de Mercado es  $P = 40 - 2Q$

Veamos el siguiente gráfico.  $D_1$  e  $IMg_1$  son la demanda y el Ingreso Marginal de la F1.



La firma líder produce 10 unidades, como ya se estableció en (1). Reemplazando, tenemos que:

$$P_1 = 20 - 10 = 10$$

Por su función de reacción, la Firma 2 produce 5 unidades (2). Es decir que vende lo que falta hasta completar la cantidad demandada por los consumidores, a ese precio (\$10).

Si tomamos el total de cantidad producido y lo reemplazamos en la función de demanda total, corroboramos que el precio es  $P^* = 40 - 2Q = 40 - 2(10 + 5) = 10$

En conclusión, en este ejercicio el E.N. es  $(q_1^*, q_2^*) = (10, 5)$ . Ninguna de las firmas puede mejorar su situación, dada las condiciones (una empresa líder y otra seguidora)-

Los beneficios de las firmas son  $\pi_1^* = 100$  y  $\pi_2^* = 50$ . La ventaja del que mueve primero se aprecia en el mayor beneficio de la firma 1 respecto del que obtendría en un contexto de decisiones simultáneas como en el punto a. (Cournot).

- 7) Considere el caso de las firmas del ejercicio anterior, cuando las decisiones se toman de manera simultánea. Evalúe la posibilidad de que cooperen en un acuerdo colusivo:
- a) Calcule el nivel de producción del cártel y el precio que habría en el mercado.
  - b) Si se reparten el mercado en partes iguales, ¿cuánto producirá cada firma y de cuánto será el beneficio de cada una de ellas?
  - c) Construya la matriz de pagos evaluando dos estrategias posibles para cada firma:  $q = 20/3$  o  $q = 5$ . Encuentre el equilibrio de Nash. Comentar.

- a) Si las firmas cooperan, lo que harían es maximizar los beneficios conjuntos de ambas, como si fuesen un monopolio.

Esto implica que la producción de la industria debería ser  $Q = 10$  y el precio de mercado sería  $p = 20$ . El beneficio conjunto del cártel es  $\pi = 200$ .

- b) Asumiendo que se reparten el mercado en partes iguales, cada firma produciría 5 unidades ( $q_1=q_2=5$ ). Los beneficios de las firmas serían  $\pi_1 = 100$  y  $\pi_2 = 100$ .
- c) La cantidad  $q = 20/3$  es la cantidad que produce cada firma en el contexto del modelo de Cournot. La cantidad  $q = 5$  es la producción de cada firma cuando producen en acuerdo cooperativo (cártel). Con cada combinación posible de esos niveles de producción para cada firma completamos la matriz de pagos a partir de lo siguiente:

Si  $Q_1 = 20/3$ ; y  $Q_2 = 20/3$ , entonces  $P = 40 - 2(20/3 + 20/3) = 40/3 \rightarrow IT_1 = 40/3 * 20/3 = 800/9 = \$89$   
 $IT_2$  sería equivalente, pues tanto la cantidad como el precio son los mismos

Si  $Q_1 = 20/3$ ; y  $Q_2 = 5$ ,  $\rightarrow P = 40 - 2(20/3 + 5) = 50/3 \rightarrow IT_1 = 50/3 * 20/3 = \$111$ ;  $IT_2 = 50/3 * 5 = \$83$

Si  $Q_1 = 5$ ; y  $Q_2 = 20/3$ , es el mismo precio que en el caso anterior, pero se invierten los beneficios.

Si  $Q_1 = Q_2 = 5 \rightarrow P = 40 - 2(5 + 5) = \$20 \rightarrow IT_1 = IT_2 = \$100$

### Matriz de pagos

		F2	
		$q_2 = 20/3$	$q_2 = 5$
F1	$q_1 = 20/3$	(89, 89)	(111, 83)
	$q_1 = 5$	(83, 111)	(100, 100)

Este simple ejemplo muestra que las estrategias del cártel no son un E.N. de Nash, pues cada firma tiene incentivos a cambiar su estrategia. Dado que la otra firma produce 5 unidades, a la F1 le resulta atractivo aumentar su producción a 20/3. Pero a la F2 le ocurre lo mismo, con lo cual ambas terminan produciendo 20/3 y sus beneficios son menores que bajo cooperación. El acuerdo colusivo no sería sostenible. Este es un caso de juego del tipo **Dilema de Prisionero**. Elegir 20/3 es una estrategia dominante para ambas firmas.