TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE VERACRUZ
VERACRUZ, VERACRUZ

CARRERA
INGENIERÍA EN SISTEMAS COMPUTACIONALES

MATERIA
LENGUAJES Y AUTÓMATAS I

DOCENTE
MC. OFELIA GUTIÉRREZ GIRALDI

Documentación

Teorema de Kleene

AUTORES
JOSÉ MANUEL MIRANDA VILLAGRÁN
LUIS ENRIQUE ESCAMILLA ÁLVAREZ
JORGE EDUARDO BAÑOS LOPEZ
BRYAN CASTILLO MARÍN

24 de agosto de 2019

Contenido

ER a AFN-ε

Para cada ER siempre existe un AFN-ε que acepta el mismo lenguaje.

Método o algoritmo de Thompson

Traduce cada parte de la definición de la expresión regular en un autómata que acepta el mismo lenguaje denotado por ella, de tal manera que el AFN-ε quede definido al analizar la expresión parte por parte.

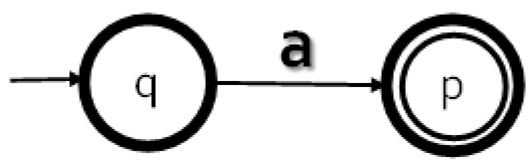
Representación de las partes de una expresión regular

Una expresión regular simple se representa por medio de un AFN-ε

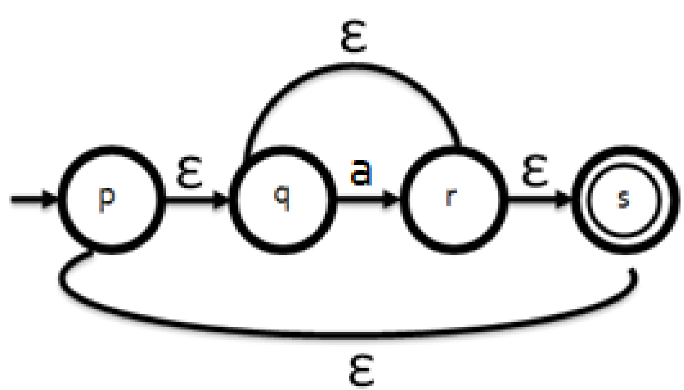
Una vez que se han identificado todas las partes de la expresión regular se procede a representarla por medio de un autómata. Para poder transformar la expresión de una manera más sencilla se debe comenzar por aquellas expresiones que se representen de una forma más simple. Así mismo se debe de respetar un orden primero se desarrollarán aquellas expresiones que se encuentren dentro de paréntesis

Representación de expresiones regulares simples.

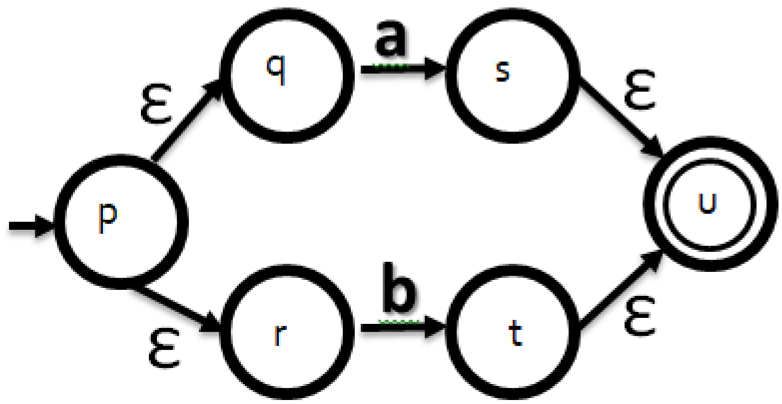
Expresión Regular: a



Expresión Regular: a*

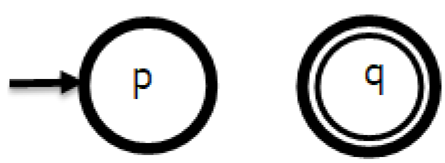


Expresión Regular: a+b



Expresión regular: ab

Expresión Regular: ε



AFN-ε a AFN

Todo AFN-ε puede ser redefinido como un AFN equivalente y, para ello, se deben eliminar sus transiciones ε.

Definición: Sea un AFN-ε que es definido como $M = (\Sigma, Q, q_0, \delta, F)$ donde

$$\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \to P(Q)$$

Este autómata puede siempre ser redefinido como un AFN en el que $M' = (\Sigma, Q, q_0, \delta', F')$ donde

$$\delta': Q \times \Sigma \to P(Q)$$

Clausuras respecto de épsilon

Definición: Se llama clausura de un estado al conjunto de estados a los que puede evolucionar sin consumir ninguna entrada.

$$CL_\epsilon(q_m) = \{ q_n \in Q \mid q_n \; es\ accesible\ desde\ q_m\ sin\ consumir\ ningún\ símbolo\}$$

Procedimiento de aplicación

Se genera la siguiente tabla con los siguientes puntos.

Estado	$\forall\, \boldsymbol{a_n} \in \boldsymbol{\Sigma}$	$\boldsymbol{CL_\epsilon}$
$\boldsymbol{q_0}$	$\varphi(CL_\epsilon(q_0), \sum) \to Q^*$	$CL_\epsilon(q_0)$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
$\boldsymbol{q_n}$	$\varphi(CL_\epsilon(q_n), \sum) \to Q^*$	$CL_\epsilon(q_n)$

1. En la primera columna, se colocan todos los estados del AFN-ε.
2. En la tercera columna se calculan las clausuras épsilon $\forall\, q_n \in Q$ del AFN-ε.

3. El número de columnas entre la primera y la última, dependerá del número de elementos del alfabeto Σ.

$$\forall\, a_n \in \Sigma$$

4. La función φ toma como argumento las clausuras de épsilon $CL_\epsilon(q_n)$ y para cada elemento del alfabeto Σ nos devuelve un conjunto de estados.

$$\varphi(CL_\epsilon(q_n), \Sigma) \to Q^*$$

5. Se dibuja el AFN con la tabla generada y se minimiza el número de estados mediante la identificación de los estados a los que no hay forma de llegar a ellos mediante otros estados.
6. El antiguo estado inicial del AFN-ε es el nuevo estado inicial del AFN.
7. Finalmente, los estados finales serán aquellos que en su clausura épsilon contengan al antiguo estado final.

AFN a AFD

Para cada AFN, siempre existe un AFD que acepta el mismo lenguaje y estos autómatas son equivalentes

Definición: Sea un AFN definido como $M = \{\Sigma, Q, q_0, F, \delta\}$ donde:

$$\delta: Q \; x \; \Sigma = (q_n, \mathrm{a}) \to P(Q)$$

Siempre existe un AFD $M' = \{\Sigma, Q', q'_0, F', \delta'\}$ con:

$$\delta': Q' x \; \Sigma = (q'_n, \mathrm{a}) \to q'_n \in Q'$$

Procedimiento

En un estado q y ante una entrada a, el AFN tiene la posibilidad de pasar a un subconjunto $P(Q)$ y actúa como si estuviera en cualquiera de ellos.

Considerando que $q_i \epsilon Q$ y $c_i \in Q'$, donde $c_i = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_n\}$ el procedimiento es entonces el siguiente:

Se genera una tabla de transiciones con los siguientes puntos:

Estado	$\forall \, \boldsymbol{a_m} \in \sum$
$\boldsymbol{c_0}$	$\delta'(c_0, a_m) \to c_i$
.	.
.	.
.	.
$\boldsymbol{c_n}$	$\delta'(c_n, a_m) \to c_i$

1. Reconocer el estado inicial $c_0 = \{q_0\}$
2. Definir los nuevos estados $c_i = \delta'(c_k, a) \; \forall \; a \in \Sigma$ y $c_k \in Q'$
3. Para todos los casos en que $c_i = \{\dots, q_n, \dots\}$ y que $q_n \in$ F se reconoce que $c_i \in F'$
4. En caso de que para alguna transición $\delta'(c_n, a_m) \to \emptyset$, se crea un estado X tal que $\delta'(X, \Sigma) \to X$

AFD a ER

Para cada AFD existe una ER que acepta el mismo lenguaje.

Conversión de un AFD a una ER mediante ecuaciones lineales fundamentales

Se denomina ecuación lineal fundamental en expresiones regulares a la ecuación lineal de una variable X de la forma:

$$x = rx + s$$

Donde r y s son expresiones regulares conocidas y x es una expresión regular desconocida.

Lema de Arden

Dada una ecuación fundamental $x = rx + s$, la expresión regular $r^{*}s$ es siempre solución de la ecuación fundamental anterior.

$$x = r * s$$

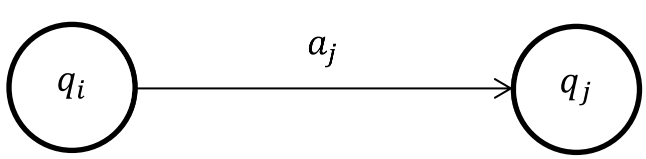
Construcción de las ecuaciones

Se establece un sistema de ecuaciones que tendrá tantas incógnitas como estados haya en el autómata (sin considerar los estados “trampa”). Cuando todas las incógnitas han sido encontradas se obtendrá la expresión regular que equivale al autómata.

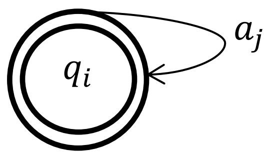
$\forall$ estado $q_i \in Q$ se define una ecuación de la siguiente forma:

$$q_i = a_j q_j + a_{j+1} q_{j+1} \ldots + a_n q_n \; \forall \, a \in \Sigma$$

Donde a_j representa un símbolo que une mediante un **arco** al estado q_i con el estado q_j



Si el estado q_i es estado final a su ecuación debe de agregarse la cadena nula (ε).



$$q_i = a_j q_i + \varepsilon$$

Una vez establecidas las ecuaciones deben de comenzar a resolverse a partir de aquellas que representen estados finales y finalizar en aquella que sea el estado inicial.