МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

Кафедра информатики, математического и компьютерного моделирования

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №3
по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

Выполнил студент
гр. Б8118-02.03.01сцт
Мышалов Р.Е. __________
(ФИО) *(подпись)*

«30» мая 2020 г.

г. Владивосток
2020

Содержание

1. Введение **3**

2. Дать характеристику уравнениям, найти общее решение и нарисовать векторное поле **4**

3. Разрешить уравнения относительно производной, найти значение функции в точке и нарисовать график . . . **6**

4. Для следующих дифференциальных уравнений определить тип, дать характеристику, и с помощью программ компьютерной математики найти общее решение **8**

1. Введение

В данной лабораторной работе нам предстоит дать характеристику предоставленным уравнениям, используя полученные знания, а также написать программный код для численного нахождения значения функции в точке с помощью метода Эйлера.

2. Дать характеристику уравнениям, найти общее решение и нарисовать векторное поле

1. $\dfrac{y}{y'^2} = 1 - \operatorname{tg} y'$

   Характеристика: уравнение не содержит x

   Общее решение:

   $$\begin{cases} x = 2p - p\operatorname{tg} p - \ln|\cos p| + C \\ y = p^2(1 - \operatorname{tg} p) \end{cases}$$

   Векторного поля нет.

2. $y'^3 - 2xy'^2 + y' = 2x$

   Характеристика: уравнение не содержит y в явном виде, а также является кубическим относительно y'

   Общее решение: $y(x) = C + x^2$

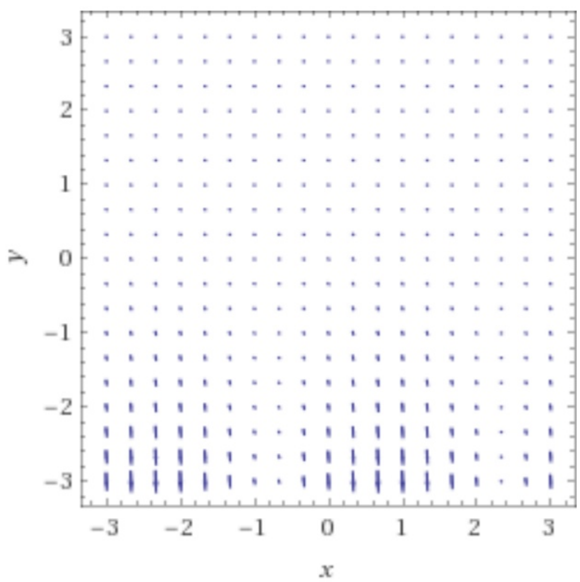
   Векторного поля нет.

3. $y'^2 - \dfrac{1 + \sin 2x}{e^{2y}} = 0$

   Характеристика: уравнение, разрешённое относительно производной

   Общее решение: $y(x) = \ln\left(C + \dfrac{\sqrt{2\sin x\cos x - 1} \pm (\cos x - \sin x)}{\sin x + \cos x}\right)$

   Векторное поле:



4. $y = \dfrac{3}{2}xy' + e^{y'}$

Характеристика: уравнение Лагранжа

Общее решение:

$$\begin{cases} x = e^p \cdot \left(-4p^{-3} + 4p^{-2} - 2p^{-1}\right) + Cp^{-3} \\ y = \dfrac{3}{2}\left(e^p \cdot \left(-4p^{-2} + 4p^{-1} - 2\right) + p^{-2}C\right) + e^p \end{cases}$$

Векторного поля нет.

5. $\dfrac{y}{y'} = x + \sqrt{1 + \dfrac{1}{y'^2}}$

Характеристика: уравнение Клеро

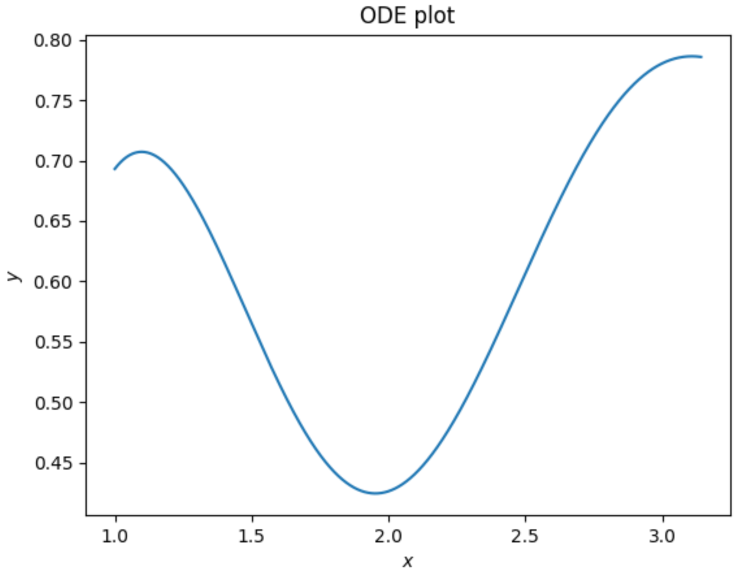
Общее решение: $y(x) = C\left(x + \sqrt{\dfrac{1}{C^2} + 1}\right)$

Векторного поля нет.

3. Разрешить уравнения относительно производной, найти значение функции в точке и нарисовать график

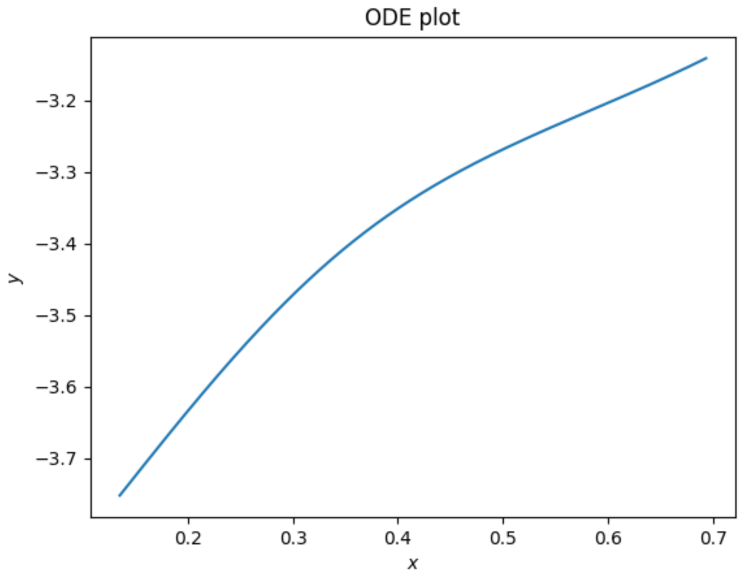
1. $xy' - y^2 \cdot e^{-y^2} = \sin \pi x; \qquad y(1) = \ln 2, \quad y(\pi) = ?$

   $$y' = \frac{\sin \pi x + y^2 \cdot e^{-y^2}}{x}; \qquad y(\pi) = 0.7858612098160048$$



2. $\sin(\ln x - xy) + \mathrm{tg}(y' - 1) = x; \quad y(\ln 2) = -\pi, y\left(e^{-2}\right) =?$

   $$y' = \arcsin\left(x - \sin\left(\ln x - y\right)\right) + 1; \quad y(\ln 2) = -3.7517706910266035$$



```
import matplotlib.pyplot as plt
from math import sin, pi, exp, log, atan

class ODE:
  _plot_is_created = False
  _values_are_calculated = False

  def __init__(self, initial_x, initial_y):
    self._x = initial_x
    self._y = initial_y
    _x_values = []
    _y_values = []

  def __diff_value(self):
    if (self._task_number == 1):
      return (sin(pi * self._x) + self._y**2 * exp(-self._y**2))/self._x
    if (self._task_number == 2):
      return (atan(self._x - sin(log(self._x) - self._x * self._y)) + 1)

  def find_y_euler(self, step, searched_point_x):
    if (self._task_number == 1):
      while(self._x < searched_point_x):
        self._y = self._y + self.__diff_value() * step
        self._x += step
        self._x_values.append(self._x)
        self._y_values.append(self._y)
    if (self._task_number == 2):
      while(self._x > searched_point_x):
        self._y = self._y - self.__diff_value() * step
        self._x -= step
        self._x_values.append(self._x)
        self._y_values.append(self._y)
    self._values_are_calculated = True
    return self._y

  def create_plot(self):
    if (self._values_are_calculated):
      plt.plot(self._x_values, self._y_values)
      plt.xlabel('$x$')
      plt.ylabel('$y$')
      plt.title("ODE␣plot")
      self._plot_is_created = True
    else:
      print("There␣are␣no␣values␣to␣plot!")

  def show_plot(self):
    if (not self._plot_is_created):
      self.create_plot()
    plt.show()

  def save_plot(self, name, extension):
    if (self._plot_is_created):
      plt.savefig(f'{name}.{extension}')
      plt.close()
    else:
      print("Plot␣doesn't␣exist!")

  def main():
    ode1 = ODE(1, log(2), 1)
    result1 = ode1.find_y_euler(0.00001, pi)
    ode1.create_plot()
    ode1.save_plot('plot_1', 'png')

    ode2 = ODE(log(2), -pi, 2)
    result2 = ode2.find_y_euler(0.00001, 1/exp(2))
    ode2.create_plot()
    ode2.save_plot('plot_2', 'png')
    print(result1, result2)

  if __name__ == "__main__":
    main()
```

4. Для следующих дифференциальных уравнений определить тип, дать характеристику, и с помощью программ компьютерной математики найти общее решение

1. $y'' \cdot \cos y + y'^2 \cdot \sin y = y'$

   Тип: уравнение, допускающее понижение порядка

   Характеристика: уравнение не содержит независимого аргумента

   Общее решение:

   $$\frac{\ln\left(\left|C_1 \tan\left(\frac{y}{2}\right) + \sqrt{C_1^2+1} - 1\right|\right) - \ln\left(\left|C_1 \tan\left(\frac{y}{2}\right) - \sqrt{C_1^2+1} - 1\right|\right)}{\sqrt{C_1^2+1}} = x + C_2$$

2. $yy'' + y'^2 = e^y(1 + xy')$

   Тип: уравнение в полных производных

   Характеристика: у

   Общее решение: $e^{-y} = C_1^{-2} \cdot (C_1 x - 1) + e^{-C_1 x} C_2$

3. $y'' \cdot \cos y = y'^2 \cdot \sin y + 1$

   Тип: уравнение, допускающее понижение порядка

   Характеристика: уравнение, разрешимое относительно производной

   Общее решение: $y(x) = \pm \arcsin\left(0.25\left(2\sqrt{2} \cdot C_2 x \pm \left(C_2^2 + 2x^2 - 2C_1\right)\right)\right)$