

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA



Gabriel Arruda Evangelista

Modelagem e Simulação de Mísseis Superfície-Ar

*Trabalho de Conclusão de Curso*

*Curso de Especialização em  
Engenharia de Armamento Aéreo*

*2019*

***Pró-Reitoria de  
Pós-Graduação***

Gabriel Arruda Evangelista

## **Modelagem e Simulação de Mísseis Superfície-Ar**

Orientador

Jozias del Rios Vieira Granado Santos (IAE)

*Curso de Especialização em Engenharia de Armamento Aéreo*

SÃO JOSÉ DOS CAMPOS  
INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

2019

**Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**  
**Divisão de Informação e Documentação**

Evangelista, Gabriel Arruda

Modelagem e Simulação de Mísseis Superfície-Ar/ Gabriel Arruda Evangelista.

São José dos Campos, 2019

82 f.

Trabalho de Conclusão de Curso - CEEAA. Engenharia de Armamento Aéreo - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2019. Orientador: Jozias del Rios Vieira Granado Santos

1. Mísseis. 2. Controle de Mísseis. 3. Modelos matemáticos. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

**REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

EVANGELISTA, Gabriel A. . **Modelagem e Simulação de Mísseis Superfície-Ar**. 2019. 82 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Especialização)-Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

**CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Gabriel Arruda Evangelista

TÍTULO DO TRABALHO: Modelagem e Simulação de Mísseis Superfície-Ar

TIPO DO TRABALHO/ANO: Conclusão de Curso/2019

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias deste trabalho de conclusão de curso e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta monografia de graduação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

  
\_\_\_\_\_  
Gabriel Arruda Evangelista

## MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE MÍSSEIS SUPERFÍCIE-AR

Essa publicação foi aceita como Relatório Final de Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização em Engenharia de Armamento Aéreo

---

Cap Eng Jozias del Rios Vieira Granado Santos (IAE)  
Orientador

---

Cap Eng Filipe Rodrigues de Souza Moreira (ITA)  
Coordenador do Curso de Especialização em Engenharia de Armamento Aéreo

---

Prof. Dr. Pedro Teixeira Lacava  
Pró-Reitor de Pós-Graduação

**ITA**

São José dos Campos, 20 de novembro de 2019

## **Agradecimentos**

Primeiramente aos meus pais. A meu pai, João Evangelista, pelo apoio incondicional nas minhas decisões e pela participação na construção dos meus valores. A minha mãe, Christina, pelo apoio financeiro ao longo da jornada e pelo exemplo de mulher forte. A minha vó, Leandra, pelo carinho e apoio na minha caminhada. Agradeço a minha amada Camila, pelo amor, afeto, carinho, compreensão nos momentos difíceis e inspiração todos os dias. E a toda minha família, primos e tios, pelos exemplos e pela participação de cada um na minha formação pessoal.

À Marinha do Brasil pela oportunidade da realização do CEEAA em dedicação exclusiva culminando neste trabalho. À Força Aérea Brasileira por propiciar um ambiente de colaboração, aprendizado e excelência no decorrer deste curso.

Aos meus professores de toda a vida, cursinhos, UFRJ e CEEAA, com os quais construí a afinidade pela engenharia e os conhecimentos aplicados nesse trabalho.

Aos meus colegas de turma do CEEAA que promoveram um bom convívio durante o período do curso e um ambiente de colaboração, amizade e aprendizado com relações que serão longevas.

*"Science is what we have learned about how to keep from fooling ourselves."*  
**-Richard P. Feynman**

## Resumo

As simulações de artefatos bélicos têm aplicações desde o princípio de seu projeto até o fim de sua vida útil operacional. O trabalho visa apresentar aspectos gerais de simulação de artefatos bélicos e seu controle com ênfase em mísseis superfície-ar. Além disso, busca-se demonstrar a utilidade dessa ferramenta para estimativas operacionais.

Dessa forma foi analisado o míssil *Common Anti-air Modular Missil* (CAMM) previsto para equipar os novos navios classe “Tamandaré” da Marinha do Brasil. Com os poucos dados disponíveis foram levantadas hipóteses coerentes com o conceito operacional do míssil e foi realizada sua modelagem matemática. Foi levantado o *airframe* a partir de fotos disponíveis ao acesso público do qual foram estimadas as características aerodinâmicas. Elaborou-se um projeto preliminar de um motor foguete para atingir os desempenhos publicados. Foi selecionado um método de guiamento e, para o modelo, foi implementado um controle.

Assim foram elaboradas simulações em 3DoF e 6DoF para estimativa de desempenho do míssil e demonstrando a coerência dos elementos modelados. Com essas simulações foi possível estimar performances e analisar envelopes operacionais do modelo obtido.

A partir do estudo realizado foi possível verificar o uso de ferramentas de simulação para levantamento de características operacionais elaboradas a partir de um estudo de caso. Esse mostra também como é possível levantar diversos parâmetros de armamentos, a partir das poucas informações de domínio público, contexto comum para esse tipo de artefato.

## **Abstract**

War artifacts simulations have applications from the beginning of the project to the end of its lifespan. The paper aims to present general aspects of war artifacts simulation and control focusing on surface-to-air missiles. Besides that, it seeks to demonstrate the usefulness of this tool for operational estimation.

For this intent it was analyzed the Common Anti-air Modular Missile (Camm) missile that will equip the new “Tamandaré” class ships of the Brazilian Navy. With limited data available, coherent hypotheses with the missile’s operational concept were considered and performed its mathematical modeling. The airframe was acquired from available photos to public access which aerodynamic characteristics were anticipated. A preliminary project of a rocket engine was conceived to achieve published performances. A guidance method was selected, and for the model, a control was implemented.

Thereby, simulations were made in 3DoF and 6DoF for performance estimation of the missile demonstrating the coherence of the modeled elements. Using these simulations it was possible to estimate performances and to analyze operational envelopes of the obtained model.

In conclusion it was possible to verify the use of simulation tools to estimate operational characteristics that were elaborated from a case study. It also shows how it is possible to estimate different weapons parameters from few public domain information, which is the usual context for this type of artifact.



## Lista de Figuras

1	Comparativo de métodos de determinação de performance. Adaptado de [2]. . .	19
2	Intensidade de rajada em função do espaço. Extraído das notas de aula do curso de simulação de artefatos bélicos do CEEAA. . . . .	28
3	Valor quadrático médio de intensidade por altitude dos espectros de turbulência.[10]	29
4	Esquema de engajamento. Fonte: [14]. . . . .	32
5	Medições feitas no míssil a partir da figura presente no seu datasheet [16]. . . .	34
6	$C_X$ do modelo. . . . .	38
7	$C_Z$ do modelo. . . . .	39
8	$C_{Z\alpha}$ do modelo. . . . .	40
9	$C_M$ do modelo com grão propelente íntegro. . . . .	41
10	$C_M$ do modelo após fim de queima. . . . .	42
11	$C_{M\alpha}$ do modelo com grão propelente íntegro. . . . .	43
12	$C_{M\alpha}$ do modelo após fim de queima. . . . .	44
13	Geometria e parâmetros "roda de vagão"com queima interna. Adaptado de [19].	47
14	Perfis da propulsão com o tempo. . . . .	49
15	Divisão de bandas de responsividade. Obtido de [22]. . . . .	55
16	Diagrama de Blocos do Auto-piloto de Guinada. . . . .	57
17	Envelopes de manobrabilidade simulados . . . . .	63
18	Exemplo de trajetória elaborada para definição do Zona de Engajamento do Míssil.	65
19	Distâncias de Passagem para diversas posições de engajamento na Zona de En- gajamento do Míssil. Alvos em trajetória de fuga reto nivelada a $300m/s$ . . . .	66
20	Exemplo de trajetória elaborada para definição do Plano de Defesa. . . . .	68
21	Barreira gerada pelo sistema. Ameças se aproximando em voo reto nivelada a $300m/s$ . . . . .	69
22	Dispersão das menores distâncias do alvo apresentadas. Distâncias menores que 4m são apresentadas em vermelho, menores que 3m em verde e menores que 2m em azul. . . . .	72

## Lista de Tabelas

1	Nomenclatura de dinâmica e cinética adotada. . . . .	20
2	Calculo de proporções e dimensões do CAMM. . . . .	35
3	Distribuição de massas. . . . .	36
4	Massas e inércias do modelo do CAMM. . . . .	36
5	Valores de $\alpha$ e Número de Mach utilizados para levantamento de coeficientes. .	37
6	Valores típicos de propelentes, retirado de [19]. . . . .	47
7	Parâmetros do propelente e de projeto obtidos (conforme notação de 13) e resultados da balística interna. . . . .	48
8	Condições usadas para sintonização do controle. . . . .	60
9	Visibilidade radar para algumas altitudes de voo. . . . .	70
10	Tempos de reação máximos. . . . .	71

## Lista de Abreviaturas e Siglas

ASRAAM	<i>Advanced Short Range Air-to-Air Missile</i>
CAMM	<i>Common Anti-air Modular Missile</i>
CG	Centro de Gravidade
DCTA	Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial
FAB	Força Aérea Brasileira
IMU	Unidade de Medida Inercial ( <i>Inertial Measurement Unit</i> )
ISA	<i>International Standard Atmosphere</i>
MB	Marinha do Brasil
RCS	Radar Cross Section
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
PRF	<i>Pulse Repetition Frequency</i>
PRI	<i>Pulse Repetition Interval</i>
PPN	Navegação Proporcional "Pura"
TPN	Navegação Proporcional "Verdadeira"
SSKP	<i>Single Shot Kill Probability</i>
PD	Proporcional Derivativo
PID	Proporcional Integral Derivativo

## Lista de Símbolos

$F_X, F_Y, F_Z$	Forças ao longo dos eixos
$\ell, m, n$	Momentos ao redor dos eixos
$u, v, w$	Velocidades Lineares
$\phi, \theta, \psi$	Posições Angulares
$p, q, r$	Velocidades Angulares
$F_{Aero}^b$	Forças Aerodinâmicas no Corpo
$\alpha, \text{AoA}$	Ângulo de Ataque
$\beta, \text{AoS}$	Ângulo de Escorregamento
$S_{Ref}$	Área de referência aerodinâmica
$L_{Ref}$	Comprimento de referência aerodinâmico
$R$	Raio do Míssil
$q_\infty$	Pressão dinâmica
$\rho$	Densidade do Ar
$M$	Número de Mach
$\delta$	Ângulo de deflexão das empenas
$h$	Altitude
$V_a$	Velocidade aerodinâmica
$D$	Arrasto aerodinâmico
$C_{( )}$	Coeficiente aerodinâmico
$C_{( )\beta}$	Derivada do Coeficiente aerodinâmico em relação ao $\beta$
$C_{( )\delta i}$	Derivada do Coeficiente aerodinâmico em relação a empena $i$
$C_{( )\omega}$	Derivada do Coeficiente Aerodinâmico em Relação às velocidades angulares ( $\omega = p, q$ ou $r$ )
$T$	Empuxo do motor
$T_{msl}$	Empuxo do Motor ao nível do mar
$P_{msl}$	Pressão do ar ao nível do mar
$P_{h,ISA}$	Pressão a uma altitude $h$ pelo modelo ISA
$A_e, A_{exit}$	Área de Saída do motor
$I_{SP}$	Empuxo específico do motor
$\dot{m}$	Taxa de variação de Massa
$\vec{g}, g_0$	Gravidade local
$m_0$	Massa inicial do míssil
$m_p$	Massa de propelente do míssil
$R_g$	Alcance do míssil
$V$	Velocidade
$L/D$	Razão de sustentação por arrasto
$L$	Comprimento do Míssil
$D$	Diâmetro do Míssil

$L_{nose}$	Comprimento do Nariz do Míssil
$L_{body}$	Comprimento do Corpo do Míssil
$X_{LE}$	Posição do início da empena
$c_b$	Corda na base da empena
$c_p$	Corda na ponta da empena
$b/2$	Comprimento da empena
$X_{Hinge}$	Distância do centro de giro da empena ao nariz do míssil
$L_{Motor}$	Comprimento da Câmara de Combustão do Motor
$I_{kk}$	Inércias de rotação ao redor dos eixos ( $kk = xx, yy$ ou $zz$ )
$CG$	Centro de Gravidade
$l/d$	Razão de comprimento pelo diâmetro do míssil
$m$	Massa do Míssil em determinado instante

## Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>17</b>
1.1	Motivação . . . . .	17
1.2	Objetivos . . . . .	19
1.3	Estrutura do Trabalho . . . . .	19
<b>2</b>	<b>Modelagem Matemática</b>	<b>20</b>
2.1	Dinâmica . . . . .	20
2.2	Aerodinâmica . . . . .	23
2.3	Propulsão . . . . .	26
2.4	Fenômenos Aerodinâmicos da Atmosfera . . . . .	27
2.5	Navegação . . . . .	28
2.6	Guiamento . . . . .	30
<b>3</b>	<b>O Míssil superfície-ar CAMM</b>	<b>31</b>
3.1	Fases da trajetória . . . . .	32
3.2	Características mecânicas do míssil . . . . .	33
3.3	Aerodinâmica . . . . .	37
3.3.1	Implementação da aerodinâmica: . . . . .	45
3.4	Propulsão . . . . .	46
3.5	Auto-Diretor (Seeker) . . . . .	51
3.6	Guiamento . . . . .	53
3.6.1	Ângulos de Início de Trajetória . . . . .	53
3.6.2	Guiamento Terminal . . . . .	54
3.7	Auto-pilotos . . . . .	54
3.7.1	Auto-piloto de rolamento . . . . .	54
3.7.2	Auto Pilotos de Guinada e Arfagem . . . . .	55
3.7.3	Saída dos Auto-pilotos . . . . .	58
3.7.4	Agendamento de Ganhos . . . . .	60
3.7.5	Parametrização do Ganho com Distância . . . . .	60
3.8	Atuadores . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>62</b>
4.1	Aspectos das Simulações . . . . .	62
4.2	Regiões de Manobrabilidade . . . . .	62
4.3	Zona de Engajamento do Míssil . . . . .	64
4.4	Região Defendida . . . . .	67
4.5	Tempo de Reação . . . . .	70
4.6	Método de Monte-Carlo para engajamento em condições não ideais . . . . .	71

<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>73</b>
	<b>Referências</b>	<b>75</b>
	<b>Apêndices e Anexos</b>	<b>77</b>

## 1 Introdução

### 1.1 Motivação

As munições inteligentes são artefatos que toleram erros de pontaria, embarcando diversos sistemas que precisam ser integrados para entregar a performance necessária para atingir o alvo e cumprir sua missão. Hoje, muito antes da munição ser disparada e antes mesmo de se fabricar a primeira empena é imprescindível o uso de computação já no seu desenvolvimento. Segundo Zipfel, em [1], a engenharia virtual de um artefato aeroespacial (conceito no qual se encaixam mísseis, foguetes e bombas, bem como aeronaves) permite aos engenheiros definir uma configuração, testar parâmetros e observar sua performance esperada sem a necessidade de construir protótipos físicos dispendiosos.

Um artefato bélico, como um míssil superfície-ar, é projetado para atender requisitos operacionais como, por exemplo, área defendida e letalidade em determinados cenários e condições ambientais. Requisitos estes que são traduzidos em características técnicas, tais como: distância de passagem, ou "*miss distance*", manobrabilidade, sensibilidade RCS e características de diversos subsistemas [2]. Técnicas modernas de engenharia de sistemas preveem etapas intermediárias de validação nas quais se devem observar o atendimento de requisitos. Porém, em sistemas complexos muitas vezes a análise matemática da interação dos subsistemas é tarefa árdua. Um modelo simulado, nesse caso, pode estimar a sua performance e o atendimento, ou não, de requisitos daquele modelo intermediário. Desta forma, o grupo de trabalho tem maior facilidade para melhorar iterativamente o sistema. Segundo [3], a simulação permite, ainda, que este tipo de decisão seja tomada em etapas ainda mais iniciais diminuindo seu custo e impactando o projeto em seus diversos aspectos: design, manufatura, suporte, manutenção e aplicação. Fora do processo de desenvolvimento para aquisição, em outras etapas da vida útil de um sistema, a simulação pode ajudar a antever os impactos no desempenho de modificações no projeto.

Outra vantagem é o uso de simulação poder permitir a inclusão de stakeholders não técnicos no desenvolvimento do projeto. Conforme proposto por [4], o uso de simulações e representações em um mundo virtual melhora a capacidade da equipe técnica de demonstrar o

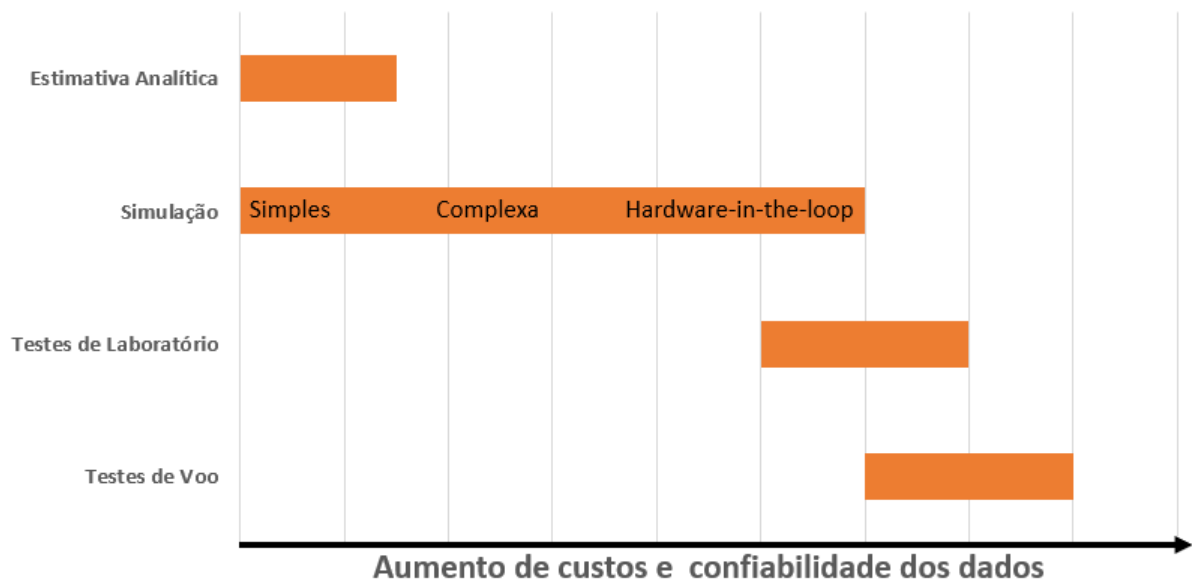


conceito de sistema e promove o engajamento e a participação de não engenheiros. No contexto militar, isto pode se traduzir em melhor subsidiar a autoridade responsável pela evolução do desenvolvimento de um projeto, incluindo a sua participação, levando a uma linguagem comum, de forma que este possa também contribuir com sua experiência operacional e validar seu propósito.

Diferentes técnicas de simulação podem ser empregadas em um projeto. A título de exemplo, podem ser citados dois trabalhos acadêmicos que se valem diferentes simulações para desenvolvimento de artefatos bélicos. Schmaedecke [5] apresenta técnicas para projeto de sistemas de navegação e controle de bombas guiadas e Coelho [6] utiliza técnicas de simulação de *Hardware-in-the-loop* para o desenvolvimento do controle de um míssil em voo rasante. Existe uma gama de tipos de simulação adequados para diferentes propósitos, desde o projeto até o treinamento de operadores. O presente trabalho focará no seu uso para estimativa de performance em voo.

Apenas lançamentos múltiplos e ensaios em voo podem confirmar um desempenho de um sistema integrado, porém seus custos são altos e exigem tempos e recursos diversos. Além disso, em fase de desenvolvimento, quando o artefato ainda não existe, é impossível ensaiar o sistema para prever uma solução de projeto. Quando há muito risco ou o ensaio demanda tempo inexecutável também não é conveniente ensaiar. No outro extremo, técnicas analíticas permitem análises mais simples, sem custo e imediata para parâmetros como alcance máximo e tempo de voo. Apesar de simplista, este tipo de análise, muitas vezes, é conservadora devido a interações diversas dos subsistemas e do sistema com o meio. Ou ainda, a análise pode se tornar imprecisa devido a não linearidades. Análises laboratoriais fornecem dados fieis, porém, usualmente, são restritos a subsistemas específicos e também são custosas. As simulações entram neste meio, podendo ter maior ou menor complexidade e integrando dados de subsistemas. O diferente espectro de credibilidade e custo da análise pode ser observado na Figura 1. Combinações destes métodos de análises também podem ser empregados em paralelo buscando os melhores aspectos de cada um.

Assim, dependendo do propósito é possível regular complexidade e ênfase dada ao modelo simulado. Com maior nível de detalhamento em termos de manobrabilidade podem



**Figura 1:** Comparativo de métodos de determinação de performance. Adaptado de [2].

ser melhor estimadas distâncias de passagem, por exemplo. A simulação também é usada em combinação com os ensaios em voo, reduzindo a quantidade de lançamentos necessários.

## 1.2 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo apresentar aspectos gerais de simulação de artefatos bélicos, com ênfase em mísseis superfície-ar, e seus possíveis empregos através de um estudo de caso que visa estimar alguns aspectos essenciais de performance operacional de um armamento aéreo a partir de poucas informações disponíveis publicamente.

## 1.3 Estrutura do Trabalho

Dividiu-se o trabalho iniciando pela apresentação da modelagem matemática de diversos aspectos e subsistemas do míssil, feita no capítulo 2. Em seguida, no capítulo 3, foi apresentado um estudo sobre características do míssil superfície-ar *Common Anti-air Modular Missile*. No capítulo 4, são expostos resultados das estimativas de desempenho utilizando o apresentado nos capítulos anteriores por meio de simulações. E, por fim, há um capítulo que se destina às conclusões.

## 2 Modelagem Matemática

Para uma simulação cada elemento deve ser modelado matematicamente como um sistema dinâmico para se observar como um cenário completo evolui. Saber localizar cada elemento de um teatro de operações é crítico, porém cada subsistema tem sua devida complexidade e modelá-lo pode ser um desafio. Ao construir um simulador de um artefato, deve-se estar em contato direto com as equipes responsáveis por cada subsistema visando melhor detalhá-los. Nas seguintes seções serão explanadas algumas modelagens simplistas, de primeira aproximação, que uma simulação de um míssil superfície-ar permite que sejam feitas.

### 2.1 Dinâmica

A tabela 1 apresenta a nomenclatura de dinâmica e cinética adotados.

**Tabela 1:** Nomenclatura de dinâmica e cinética adotada.

Eixo	Forças ao longo do eixo	Momento ao redor do eixo	Velocidade Linear	Posição Angular	Velocidade Angular
$x$	$F_X$	$\ell$	$u$	$\phi$	$p$
$y$	$F_Y$	$M$	$v$	$\theta$	$q$
$z$	$F_Z$	$n$	$w$	$\psi$	$r$

Para análise da evolução do cenário utilizam-se referenciais. O primeiro centrado no CG do corpo do míssil o qual facilita as análises de dinâmica e outro em um ponto inercial arbitrário no solo que facilita a análise do ponto de vista cinético e de posições relativas. O primeiro é orientado como FRD (frente-direita-baixo). No caso do corpo a componente  $\hat{X}_b$  aponta para o nariz do míssil, a componente  $\hat{Y}_b$  no sentido da asa direita e a componente  $\hat{Z}_b$  fica definida devido ortogonalidade necessária. O segundo referencial é denominado NED (norte-leste-baixo), com a componente  $\hat{Z}_i$  orientada para baixo, implicando que os outros eixos estão no plano horizontal local do lançamento do armamento.

Da dinâmica de corpo rígido se obtém as acelerações do corpo no seu referencial:

$$\vec{a}_{b/i}^b = \sum \vec{F}_b - \vec{\omega}_{b/i}^b \times \vec{v}_{b/i}^b \quad (1)$$

$$\vec{\alpha}_{b/i}^b = (J^b)^{-1} \left( \sum \vec{M}_b - \vec{\omega}_{b/i}^b \times J^b \omega_{b/i}^b \right)$$

Onde:

- $\vec{a}_{b/i}^b$  é a aceleração inercial em relação ao referencial do corpo.
- $\vec{F}_b$  são as forças externas atuantes no corpo,
- $\vec{\omega}_{b/i}^b$  é o vetor de velocidades angulares inerciais no referencial do corpo,
- $\vec{v}_{b/i}^b$  é o vetor de velocidades lineares inerciais no referencial do corpo,
- $\vec{\alpha}_{b/i}^b$  é o vetor de acelerações angulares inerciais no referencial do corpo,
- $J^b$  tensor de inércia de rotação do corpo, tendo como referência o CG do corpo, e
- $\vec{M}_b$  são os momentos externos atuantes no corpo.

Se os eixos FRD do corpo coincidirem com os eixos principais de inércia, o que é o caso dos mísseis que podem ser aproximados para corpos axi-simétricos é possível considerar que  $J_{ij} = 0$ , se  $i \neq j$ . Assim a última expressão de (1) pode ser explicitada em cada eixo por:

$$\begin{aligned}\dot{p} &= J_{XX}^{-1} \left( \sum M_X + q \cdot r \cdot (J_{YY} - J_{ZZ}) \right) \\ \dot{q} &= J_{YY}^{-1} \left( \sum M_Y + p \cdot r \cdot (J_{ZZ} - J_{XX}) \right) \\ \dot{r} &= J_{ZZ}^{-1} \left( \sum M_Z + p \cdot q \cdot (J_{XX} - J_{YY}) \right)\end{aligned}\tag{2}$$

Onde:

- $J_{EE}$  é o momento de inércia para rotação no eixo  $\hat{E}$ ,
- $M_K$  é o momento ao redor do eixo  $\hat{K}$ , e
- $p, q$  e  $r$  são as velocidade angulares nos eixos  $\hat{X}_b, \hat{Y}_b$  e  $\hat{Z}_b$ , respectivamente.

Considerando ainda a simetria do corpo do míssil que leva a  $J_{YY} = J_{ZZ}$  temos ainda

que:

$$\begin{aligned}\dot{p} &= J_{XX}^{-1} \\ \dot{q} &= J_{YY}^{-1} \left( \sum M_Y + p \cdot r \cdot (J_{ZZ} - J_{XX}) \right) \\ \dot{r} &= J_{ZZ}^{-1} \left( \sum M_Z + p \cdot q \cdot (J_{XX} - J_{YY}) \right)\end{aligned}\tag{3}$$

As forças e torques totais são dadas por:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{\text{Total}} &= \vec{W} + \vec{F}_{\text{aero}} + \vec{F}_{\text{thrust}} \\ \vec{M}_{\text{Total}} &= \vec{M}_{\text{aero}} + \left( \vec{P}_{\text{aeroRef}} - \vec{P}_{CG} \right) \times \vec{F}_{\text{aero}} + \left( \vec{P}_{\text{thrustRef}} - \vec{P}_{CG} \right) \times \vec{F}_{\text{thrust}}\end{aligned}\tag{4}$$

Onde

- $\vec{F}_{\text{aero}}$  é a força aerodinâmica total aplicada sobre o ponto de referencial aerodinâmico,
- $\vec{W}$  é a força peso exercida pela gravidade local,
- $\vec{M}_{\text{aero}}$  é o momento aerodinâmico total aplicada sobre o ponto de referencial aerodinâmico,
- $\vec{P}_{CG}$  é a posição do Centro de Gravidade em relação ao corpo,
- $\vec{P}_{\text{aeroRef}}$  é a posição do referencial aerodinâmico em relação ao corpo, onde se consideram aplicadas as forças aerodinâmicas para consideração dos momentos,
- $\vec{P}_{\text{thrustRef}}$  é o referencial do empuxo do motor em relação ao corpo, análogo ao aerodinâmico.

Consolidando as equações apresentadas é possível obter as variações das posições, velocidades e orientações e interpreta-las como as derivadas de um sistema dinâmico. As derivadas das orientações podem ser realizadas na sua interpretação de quatérnion devido as vantagens

deste sistema numérico. Assim as equações dinâmicas são dadas por:

$$\begin{aligned}
 \dot{\vec{p}}_{b/i}^i &= R_{i/b} \cdot \vec{v}_{b/i}^b \\
 \dot{\vec{v}}_{b/i}^i &= \frac{\vec{F}_{\text{Total}}}{m} - \vec{\omega}_{b/i}^i \times \vec{v}_{b/i}^i \\
 \dot{q}_{b/i,\text{quat}} &= \frac{1}{2} \cdot q_{b/i} \cdot \omega_{b/i,\text{quat}}^i \\
 \dot{\vec{\omega}}_{b/i}^i &= (J^b)^{-1} \left( \vec{M}_{\text{Total}} - \vec{\omega}_{b/i}^i \times J^b \vec{\omega}_{b/i}^i \right)
 \end{aligned} \tag{5}$$

Onde:

- $\vec{p}_{b/i}^i$  é a variação da posição do corpo míssil no referencial inercial em relação a orientação inercial,
- $\vec{v}_{b/i}^b$  é a variação da velocidade do míssil no referencial inercial em relação a orientação inercial,
- $\dot{q}_{b/i,\text{quat}}$  é a variação da orientação do míssil representada como quatérnion no referencial inercial,
- $\dot{\vec{\omega}}_{b/i}^i$  é a variação da velocidade angular do míssil no referencial inercial em relação a orientação inercial, e
- $R_{i/b}$  é a matriz ortonormal 3x3 de rotação de mudança da orientação do corpo para o inercial.

## 2.2 Aerodinâmica

A modelagem dos esforços aerodinâmicos é um problema complexo devido à extensa interação entre a superfície do corpo e o fluidos no qual ele se desloca, porém devem ser estimados a cada passo de simulação. Uma maneira de expressar matematicamente esses esforços é em função dos coeficientes aerodinâmicos adimensionalizados das derivadas de estabilidade e dinâmicas. Estes podem ser obtidos de diversas maneiras, analítica ou experimentalmente. De

forma ideal deve-se obtê-los através de ensaios, que são custosos. Porém, segundo [1], o uso do programa USAF Missile DATCOM para estimativa preliminar de esforços aerodinâmicos é válido. As forças e momentos gerados pela interação do corpo com o fluxo de ar ao seu redor são função de características do escoamento (número de Mach e de Reynolds), dos ângulos de incidência ( $\alpha$  e  $\beta$ , e suas derivadas), das velocidades angulares do corpo ( $p$ ,  $q$  e  $r$ ), das deflexões das empenas  $\delta$ , do formato do corpo, da existência da pluma do motor foguete, entre outros. Usando a formulação de Stevens et al. [7] estas forças podem ser escritas nos eixos do corpo e em função de seus coeficientes aerodinâmicos como

$$F_{\text{Aero}}^b = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_X \\ q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Y \\ q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Z \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$M_{\text{Aero}}^b = \begin{bmatrix} \ell \\ m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}} \cdot C_\ell \\ q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}} \cdot C_m \\ q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}} \cdot C_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

Onde  $S_{\text{Ref}}$  e  $L_{\text{Ref}}$  são respectivamente uma área aerodinâmica e um comprimento representativo de referência, ambos arbitrários que, porém devem guardar coerência dos métodos de obtenção dos coeficientes com as atualizações. Para este trabalho serão usados os mesmos definidos por [8]. Sendo  $L_{\text{Ref}}$  é o maior diâmetro do corpo. E  $S_{\text{Ref}}$  a maior área de transversal do corpo, ou seja:

$$S_{\text{Ref}} = \pi R^2$$

O  $q_\infty$  é a pressão dinâmica do escoamento livre dada por

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho V_a^2$$

Em termos de simulação, utiliza-se o modelo de atmosfera padrão ISA para se obter a densidade do ar,  $\rho$ , na altitude do veículo.

Nos coeficientes de momento foi utilizado o comprimento de referência longitudinal

conforme [8]. Estes incorporam as diversas dependências citadas anteriormente de forma que:

$$C_{()} = C_{()}(\alpha, \beta, M, h, \delta)$$

Para simplificar esta diversidade de dependências pode-se aplicar força computacional através de busca destes dados tabelados ou suas linearizações por séries de Taylor, ou ainda combinações destas. Para isso é necessário analisar as variações destes coeficientes com cada uma de suas dependências na forma de suas derivadas. Estas, devem ser divididas em dois grupos para sua análise.

As primeiras são as derivadas estáticas que representam o comportamento da célula aerodinâmica em condições mais "bem comportadas", baixos ângulos de ataque e número de Mach. Nestas condições, consideram-se situações em que as manobras acontecem de forma que o escoamento está completamente aderido ao corpo se ajustando durante a manobra. As derivadas dos coeficientes estáticos podem ser considerados lineares em função do ângulo de ataque e de escorregamento (AoS). Já as derivadas dinâmicas apresentam linearidade com as velocidades angulares do corpo.

Com isso, este trabalho propõe o uso de um modelo intermediário para os coeficientes aerodinâmicos. Para um dado ângulo de ataque, um número de Mach e a existência da pluma do motor foguete, se obtém, por tabelas de valores, os coeficientes e suas derivadas em relação ao ângulo de escorregamento, aos ângulos de deflexões das empenas e as velocidades angulares. Tabela estas, levantadas com o uso do programa USAF Missile DATCOM ou ensaios. Isso se expressa da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} C_{()} = & C_{()}(\alpha, M, Pluma) \\ & + \beta C_{() \beta}(\alpha, M, Pluma) \\ & + \delta C_{() \delta}(\alpha, M, Pluma) \\ & + \frac{L_{Ref}}{2v_a} \omega C_{() \omega}(\alpha, M, Pluma) \end{aligned} \quad (8)$$



Ou na sua forma matricial, omitindo as notações funcionais de dependências:

$$C_{()} = C_{()} + \beta C_{() \beta} + [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4] \cdot \begin{bmatrix} C_{() \delta_1} \\ C_{() \delta_2} \\ C_{() \delta_3} \\ C_{() \delta_4} \end{bmatrix} + \frac{L_{\text{Ref}}}{2v_a} [p, q, r] \cdot \begin{bmatrix} C_{() p} \\ C_{() q} \\ C_{() r} \end{bmatrix} \quad (9)$$

As derivadas em relação aos ângulos de deflexão das empenas podem ser obtidos considerando um modelo linear [7]. Para cada empena, obtém-se os coeficientes com e sem a deflexão, em seguida, computa-se a diferença para cada ponto e divide-se pela deflexão imposta de forma a se obter uma derivada média.

### 2.3 Propulsão

Em geral, mísseis utilizam de motores foguete para garantir o empuxo necessário para o ganho de velocidade para o cumprimento de sua missão. Existem motorizações com diversos tipos de propelentes, no entanto o mais comum para mísseis táticos é baseado em propelentes sólidos devido a sua disponibilidade e outras características operacionais necessárias ao contexto de um conflito. O trabalho analisará apenas este tipo.

Um motor foguete baseia-se no princípio da conservação da massa. O propelente é ignitado e a quantidade de movimento dos gases ejetados a ré faz com que o veículo ganhe quantidade de movimento avante. A curva de empuxo e a taxa de variação de massa do motor podem ser citadas como as duas características com maiores implicações sobre a dinâmica. A curva, ou perfil, de empuxo caracteriza como se dá o esforço instantâneo que o motor é capaz de transmitir ao seu portador após um decorrido determinado tempo de sua ignição, implicando diretamente no comportamento dinâmico do artefato. A variação da massa do motor apresenta a maior contribuição na modificação das propriedades mecânicas do veículo, impactando nas suas inércias, no posicionamento do CG e, consequentemente, na estabilidade aerodinâmica.

O empuxo entregue pelo motor ( $T$ ) se relaciona com sua variação de massa ( $\dot{m}$ ) através

do impulso específico ( $I_{SP}$ ), uma característica do motor, da relação:

$$T = I_{SP} \cdot \dot{m} \cdot g_0 \quad (10)$$

Onde  $g_0$  é a gravidade padrão, 9,80665 m/s<sup>2</sup>.

Na ausência do vetoramento ou erros de direcionamento do empuxo, este pode ser escrito como uma força no referencial inercial escrita nas coordenadas do corpo, em função do tempo, que situa sua intensidade no perfil de empuxo, e da altitude, como:

$$\vec{T}_i^b = \begin{bmatrix} T(t, h) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

A curva de empuxo é levantada, seja experimental ou teoricamente por balística interna, para determinadas condições de pressão externa. Para a simulação devem ser somados a este vetor componentes que representam imprecisões da construção da tubeira variações naturais do motor com o tempo. A influência da pressão externa a uma determinada altitude pode ser modelada [1] por:

$$T(h) = T_{msl} + (P_{msl} - P_{h,ISA})A_e \quad (12)$$

Onde os índices *msl* indicam variáveis ao nível do mar e *h* na altitude desejada. A pressão da cota utilizada é modelada pela atmosfera padrão ISA da ICAO.

Existem métodos analíticos para estimação inicial desempenho associado a propulsão [9]. O incremento de velocidade pode ser obtido aproximadamente pela equação:

$$\Delta u = g_0 \cdot I_{SP} \cdot \ln \left( \frac{m_0}{m_0 - m_p} \right) \quad (13)$$

## 2.4 Fenômenos Aerodinâmicos da Atmosfera

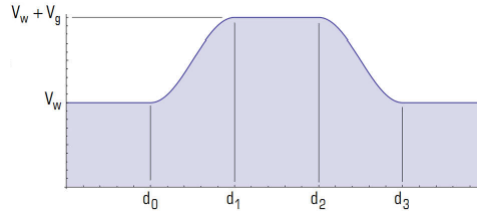
As trajetórias de artefatos bélicos podem ser impactadas pelos movimentos da atmosfera que os circunda. Estes movimentos podem ser modelados como 3 fenômenos aerodinâmi-

cos: vento, rajada e turbulência.

O vento é modelado como sendo constante e paralelo ao solo. Ou seja, sem componente em  $\hat{u}_Z$ . Assim, este é descrito somente por uma intensidade e direção.

As rajadas são caracterizadas como um vetor adicional ao vento em sua direção, em uma determinada região do espaço e de intensidade máxima  $v_g$ . Devem ser inseridos aleatoriamente em regiões com fronteiras suavizadas. Isto pode ser ilustrado pela Figura 2 e expresso matematicamente por:

$$\begin{aligned}
 x < d_0 : \quad & v_{w,total} = v_w \\
 d_0 < x < d_1 : \quad & v_{w,total} = v_w + v_g \cdot \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \pi \frac{x - d_0}{d_1 - d_0} \right) \right) \\
 d_1 < x < d_2 : \quad & v_{w,total} = v_w + v_g \\
 d_2 < x < d_3 : \quad & v_{w,total} = v_w + v_g \cdot \frac{1}{2} \left( 1 - \cos \left( \pi \frac{x - d_2}{d_3 - d_2} \right) \right) \\
 x > d_3 : \quad & v_{w,total} = v_w
 \end{aligned} \tag{14}$$

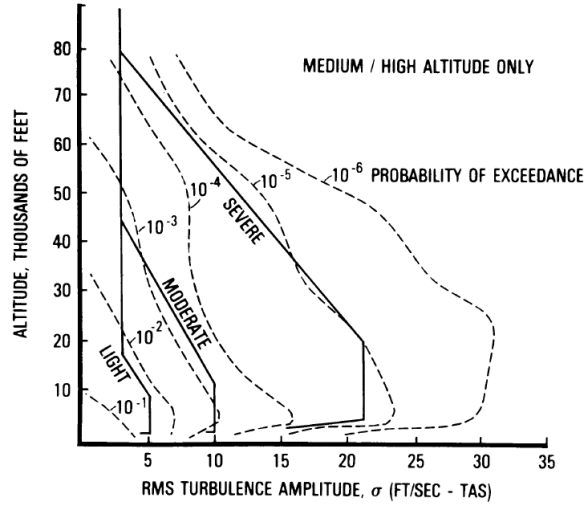


**Figura 2:** Intensidade de rajada em função do espaço. Extraído das notas de aula do curso de simulação de artefatos bélicos do CEEAA.

A turbulência apresenta diversos modelos, no entanto um dos mais aceitos é o de Dryden. Este modelo gera de processos estocásticos filtrados de intensidade para diferentes altitudes segundo [10]. A Figura 3 apresenta as relações de valores quadráticos médios das distribuições com as altitudes. Esses fenômenos, diferente dos demais apresenta componentes em todas as direções.

## 2.5 Navegação

Conforme citado na seção anterior, o míssil tem o posicionamento do alvo pelo *data-link* ou pelo auto-diretor dependendo da fase de sua trajetória. Para complementar a geometria do cenário ao longo de seu voo, o artefato se vale do seu sistema de navegação inercial. É sabido



**Figura 3:** Valor quadrático médio de intensidade por altitude dos espectros de turbulência.[10]

que o míssil possui uma unidade de medições inerciais (IMU) [11] que realizará a resolução do problema de navegação. Esta unidade mede acelerações lineares e angulares e as integra para estimar velocidades, posições e orientações. Por ser um míssil de alcance relativamente curto espera-se que os erros de deriva impactem pouco no seu trajeto. Além disso, Além disso, a embarcação lançadora poderá rastrear o míssil e informá-lo periodicamente qual sua posição, a fim de limitar o volume de incerteza da posição do míssil durante o voo.

As medições lineares se dão pelos acelerômetros e as velocidades angulares pelos girômetros. Os erros introduzidos são modelados como um erro de viés (*bias-to-run*) nos acelerômetros e um ruído normal nos giroscópios, ambos multiplicados por um parâmetro de ruído geral da simulação de forma que:

$$\vec{a}_{i/b,IMU}^b = \dot{\vec{v}}_{i/b}^b + \text{bias}_{a,IMU} + R_{bi} \cdot \vec{g}_i \quad (15)$$

$$\vec{\omega}_{i/b,GIRO}^b = \vec{\omega}_{i/b}^b + \text{noise}_{\omega,GIRO}$$

Então é realizada a integração pelo método de Euler para estimação da orientação que é representado por um quatérnion.

$$\dot{q}_{bi} = \frac{1}{2} q_{bi,NAV} \cdot \vec{\omega}_{i/b,GIRO}^b \quad (16)$$

$$q_{bi,NAV} = q_{bi,NAV} + \dot{q}_{bi} \cdot dt$$

Uma vez que se utilizam quatérnions é necessária a realização da normalização destes no processo. Fazendo uso desta orientação, estima-se a aceleração. Há necessidade de efetuar a compensação das forças de Coriolis e da gravidade estimada. Este processo pode ser expresso matematicamente por:

$$\vec{a}_{i/b,NAV}^b = \vec{a}_{i/b,IMU}^b + \vec{\omega}_{i/b,GIRO}^b \times (R_{b/NAV} \cdot \vec{v}_{i/b,NAV}^b) - \vec{g}_{NAV} \quad (17)$$

Na sequencia é realizada a integração embarcada no sistema de navegação pelo método de Euler para estimação de velocidades e posições.

## 2.6 Guiamento

O guiamento por navegação proporcional gera as acelerações laterais demandadas proporcionais a taxa de rotação da linha de visada inercial medida,  $\dot{\lambda}$ . Esta taxa pode ser calculada [12] vetorialmente por:

$$\dot{\lambda}_i = \frac{\vec{v}_{missil} \times \vec{v}_{alvo}}{r^2} \quad (18)$$

$$\dot{\lambda}_b = R_{b/i} \cdot \dot{\lambda}_i$$

Computada a variação do ângulo de visada, se calcula a aceleração lateral a ser comandada de acordo com a variação da lei de guiamento e compensa-se o efeito da gravidade. Na Navegação Proporcional "Pura"(PPN) a aceleração desejada é direcionada perpendicularmente a velocidade. Enquanto na Navegação Proporcional "Verdadeira"(TPN) esta é computada em normal à linha de visada. Este calculo também depende da velocidade de aproximação do míssil com o alvo,  $V_c$ .

$$TPN : \vec{a}_c = N \cdot V_c \cdot \dot{\lambda}_b \times \hat{u}_\lambda - R_{b/i} \vec{g}_i \quad (19)$$

$$PPN : \vec{a}_c = N \cdot V_c \cdot \dot{\lambda}_b \times \hat{u}_v - R_{b/i} \vec{g}_i$$

Onde  $\hat{u}_v$  e  $\hat{u}_\lambda$  representam, respectivamente o vetor unitário na direção da velocidade do míssil guiado ou da linha de visada para o alvo. O  $N$  é o ganho proporcional apresenta valores típicos entre 3 e 5 para convergência ao alvo.

Segundo [12], a implementação do guiamento pelo PPN apresenta maiores dificuldades analíticas em comparação com o TPN. Porém entrega uma zona de captura maior além de ser mais robusto e solicitar menor esforço de controle. Portanto, entende-se que existam soluções que contornem as dificuldades analíticas de implementação e seja esta a lei presente no míssil.

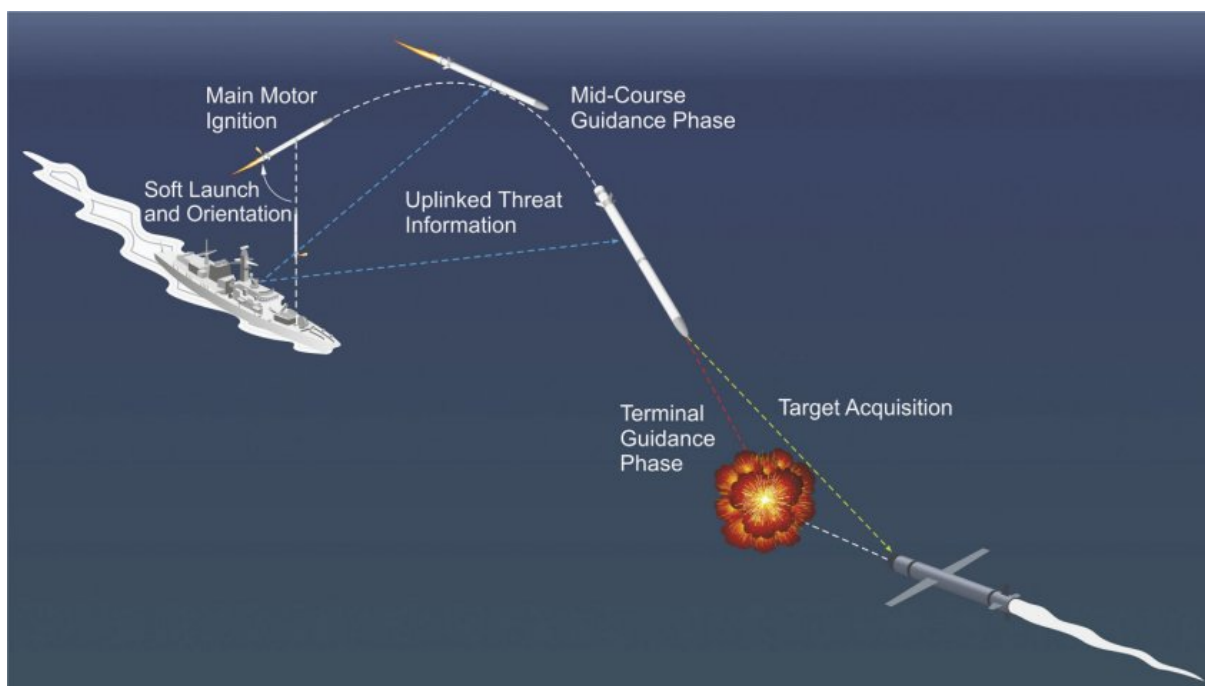
### 3 O Míssil superfície-ar CAMM

O míssil CAMM (*Common Anti-air Modular Missile*) é um míssil britânico que entrou em serviço em maio de 2019 na *Royal Navy* (RN). Desenvolvido e fabricado pela empresa europeia MBDA [13], é um míssil para defesa de ponto, tendo emprego naval e terrestre. Em seu emprego naval, em substituição ao míssil *Seawolf* na RN, opera juntamente com o sistema *Sea Ceptor*. O sistema de defesa foi desenvolvido pela *Team Complex Weapons* britânica, projetado para defender as fragatas *Type 23* e as futuras fragatas *Type 26*, ou outros componentes de alto valor da esquadra na qual esta esteja, de ataques múltiplos. Pode ser classificado como superfície-ar de curto ou médio alcance, logo seu projeto deve ser focado em acurácia [9].

O sistema *Sea Ceptor* é integrado com radar do navio, o *Type 997*, que tem alcance de até 200 *Km*. Isso permite que o míssil realize a etapa intermediária de sua trajetória, guiado por um *datalink*, usando o posicionamento do alvo pelo radar do navio, de maior potência. Somente na etapa final, a munição abre a janela radar, adquire e rastreia a ameaça até a interceptação como apresentado em esquema na Figura 4 retirada de [14].

O míssil teve seu desenvolvimento baseado no míssil Ar-Ar ASRAAM (*Advanced Short Range Air-to-Air Missile*), da mesma fabricante. Neste foi fortemente baseado e teve diversos componentes herdados: seu *airframe* com controle por empena, motor (da fabricante *Roxel*), cabeça de guerra, unidade de medida inercial (IMU) e sistema de controle[14].

Porém, o CAMM incorpora novas tecnologias como auto-diretor radar-ativo com transmissor de estado sólido e amplificador de potência de nitrato de gálio sólido [13, 11], uma espoleta de proximidade laser, desenvolvida para detecção de alvos pequenos e de baixa assinatura, e o sistema de lançamento vertical a frio. No lançamento a frio, o míssil é ejetado do casulo por um pistão, desdobram-se suas empenas, gira sob o efeito de um pirotécnico a uma altura



**Figura 4:** Esquema de engajamento. Fonte: [14].

de aproximadamente 30 m. Com este efeito, o míssil é colocado em direção adequada para iniciar sua trajetória até o alvo, e só então o seu motor principal é ignitado. Assim, aumenta-se a eficiência direcionando toda a energia do motor principal corretamente.

Segundo [15], devido a diferença trajetória, mais direta em comparação com a trajetória parabólica do lançamento vertical a quente, o lançamento a frio reduz consumo do combustível necessário para colocar o artefato em trajetória de colisão, impactando alcance e letalidade do artefato. Além disso, pode-se destacar como vantagens desta técnica: o menor desgaste da plataforma lançadora com os gases da ignição do motor, maior facilidade para lançamentos múltiplos devido a gerência dos gases ejetados no lançamento, menor área de convés necessária para acomodar os lançadores e maior segurança para operação.

### 3.1 Fases da trajetória

A trajetória do míssil a partir do momento do disparo até o encontro com o alvo pode ser dividida em etapas para facilitar o estudo de seu comportamento. De forma análoga ao apresentado na Figura 4, o presente trabalho modelou o voo com as seguintes fases:

**1 Fase a frio:** Se dá da iniciação do pistão até o início do primeiro pirotécnico destinado

ao giro.

- 2 Fase de turnover:** Fase entre os acionamentos dos pirotécnicos. O míssil gira em torno de seu CG e se direciona para iniciar sua trajetória. Arbitrou-se o seu ângulo final em  $30^\circ$ , porém esse pode ser regulado pela diferença de tempos do pirotécnico que a inicia e do que estabiliza o míssil no seu final. Se dá a aproximadamente  $30m$  acima do convés principal do navio. Dado os 3 graus de liberdade permitidos nessa fase os pirotécnicos ajustam o azimute para o início da trajetória.
- 3 Fase de ascensão:** Inicia-se com o acionamento do motor principal e se encerra no final do período de booster do motor com duração de cerca de  $1,0$  s. Esta etapa não apresenta guiamento. Devido a necessidade de ascensão, o ajuste da elevação inicial ideal da trajetória se dá nesta fase. Este ajuste não foi implementado neste trabalho.
- 4 Mid-course:** Etapa com guiamento por navegação proporcional. Iniciada logo após o término da fase de booster. Usualmente deve corresponder a maior parte do trajeto. Nesta fase a posição do alvo é recebida pelo míssil através de seu *datalink*.
- 5 Fase terminal:** Também chamada de "*endgame*". Inicia-se em instantes após a detecção do alvo pelo auto-diretor do míssil.

### 3.2 Características mecânicas do míssil

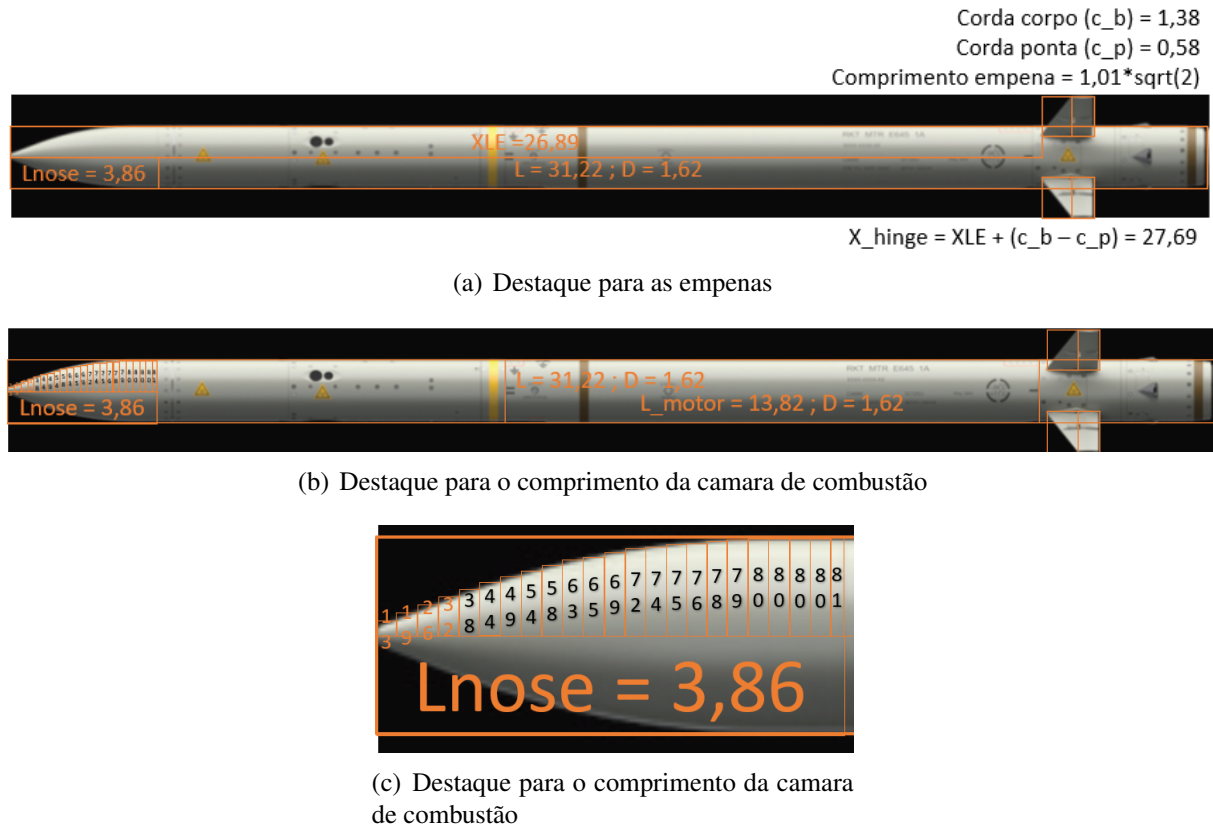
Com o *folder* comercial informativo presente no site da fabricante [16], é possível saber que o alcance é de cerca de  $25$  Km, com velocidades de até Mach 3 e massa de  $99$  Kg. Seu comprimento é de  $3200$  mm com um diâmetro de  $166$  mm.

O ASRAAM é dotado de uma cabeça de guerra de  $10kg$  de fragmentação e sopro, e um motor *booster-sustainer* de assinatura reduzida [17]. Sabe-se ainda que a cabeça de guerra do CAMM é comum a este míssil e que seu motor é baseado no do ar-ar, podendo estas características serem consideradas para o artefato analisado por este trabalho.

Ainda com uso do *folder* comercial informativo [16], obtém-se a Figura 5 apresentada e chegam-se a valores para algumas de suas dimensões. É possível comparar as dimensões de comprimento e diâmetro fixadas no *folder* comercial informativo com as arbitrárias marcadas na



Figura 5 e se chegar a duas razões de proporção da imagem para as dimensões reais. Utiliza-se a média aritmética destas como fator de proporção para se obter as dimensões e posicionamento de superfícies, comprimento do nariz e comprimento aproximado da câmara do motor. As dimensões resultantes são apresentadas em 2.



**Figura 5:** Medições feitas no míssil a partir da figura presente no seu datasheet [16].

Como o míssil apresenta um *seeker* RF o que define o formato de seu nariz é a função de compromisso entre a redução da refração das ondas ( $L_{nose}/R_{nose} = 1,0$ ) e o menor arrasto ( $L_{nose}/R_{nose} = 5,0$ ). Considerando fixo o seu diâmetro, definido pelo seu motor, aparentemente o nariz apresentará um perfil von Kármán que otimiza o arrasto aerodinâmico para todas as faixas de números de Mach supersônico de uso do míssil [18]. Isto se confirmou pelas medições realizadas no nariz observadas em (5-b), cujos pontos representam uma curva visualmente aderente a analítica.

O comprimento da câmara de combustão é de cerca de 1416 mm, dos quais arbitrou-se que 95% são preenchido com o grão. Utilizando as massas que serão calculadas na seção 3.4 e estimando as demais calculam-se as posições para o CG nas condições de motor completo e

**Tabela 2:** Calculo de proporções e dimensões do CAMM.

	<b>Imagem</b>	<b>Real (mm)</b>	<b>Fonte</b>
L	31,22	3200	Dado (datasheet)
D	1,62	166	Dado (datasheet)
Fator L		102,50	Calculado
Fator D		102,47	Calculado
Fator Médio		102,48	Calculado

	<b>Imagem</b>	<b>Real (mm)</b>	<b>Fonte</b>
Comprimento Nariz, (L_nose)	3,86	396	Estimado
Comprimento Corpo (L_body)	27,36	2804	Estimado
Posição início da empena (XLE)	26,89	2756	Estimado
Corda da base (c_b)	1,38	141	Estimado
Corda da ponta (c_p)	0,58	59	Estimado
Comprimento da asa (b/2)	1,43	147	Estimado
Centro de giro da empena (X_HINGE)	27,69	2838	Estimado
Comprimento Motor (L_MOTOR)	13,82	1416,33	Estimado

motor vazio, respectivamente, em 1598mm e 1271mm em relação ao nariz. Para este cálculo foi usado a estimativa de Fleeman [9] em que o míssil é dividido em propelente, massa inerte e carga útil.

A massa inerte representa os componentes que acompanham o tamanho do motor, como empenas, atuadores, envelope motor e tubeira, por isso foi situada na mesma posição do motor e corresponde a 20% da massa de propelente ainda segundo o livro citado. A massa da carga útil, neste contexto, além da cabeça de guerra abrange a massa do auto-diretor, eletrônicos e espoleta de proximidade. Sua análise de massa foi separadamente da cabeça de guerra, da qual se tem a posição longitudinal por medidas da foto. Portanto o posicionamento foi dado pela metade da distância da cabeça de guerra corrigido de 450mm no sentido de instabilizar o míssil para uma análise mais conservadora.

Para o cálculo de estimativa do momento ao redor dos eixos Z e Y, elaborado em 20, utiliza-se a fórmula apresentada em [9] aproximando o míssil a um cilindro uniforme e considerando o eixo de giro sempre centrado no CG. As características de massa, CG e inércias rotacionais são reunidas na tabela 4.

$$I_{yy} = I_{zz} = (m \cdot d^2) \left( \frac{1}{16} + \frac{1}{12} \left( \frac{l}{d} \right)^2 \right) = 84,65 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \quad (20)$$

(21)

$$I_{xx} = \frac{m \cdot d^2}{8} = 0,34 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2 \quad (22)$$

**Tabela 3:** Distribuição de massas.

Componente	Posição (mm)	Massa (Kg)
Grão Propeplente	2030	42,7
Massa inerte	2030	8,5
Cabeça de Guerra	1289	10,0
Demais carga útil	1095	37,8
<b>Total</b>		<b>99,0</b>

**Tabela 4:** Massas e inércias do modelo do CAMM.

Parâmetro	Valor
Massa	99Kg
Posição CG, lançamento	1598mm
Posição CG, após fim de queima	1271mm
Momento de Inércia, $I_{yy} = I_{zz}$ , motor completo	84,65Kg.m <sup>2</sup>
Momento de Inércia, $I_{xx}$ , motor completo	0,34Kg.m <sup>2</sup>
Momento de Inércia, $I_{yy} = I_{zz}$ , após fim de queima	48,16Kg.m <sup>2</sup>
Momento de Inércia, $I_{xx}$ , após fim de queima	0,19Kg.m <sup>2</sup>

Nas próximas seções serão analisadas as modelagens dos subsistemas do estudo de caso de acordo com o apresentado no Capítulo 2.

### 3.3 Aerodinâmica

Para obtenção dos coeficientes aerodinâmicos foi utilizado o programa *USAF Missile DATCOM* com os dados apresentados em 2 e um coeficiente de rugosidade de  $RHR = 83$ , típico de partes com pintura lisa [8]. Considera-se que o escoamento é turbulento para praticamente toda a extensão do míssil, fazendo com que a influência do número de Reynolds seja desprezível nos coeficientes aerodinâmicos. Logo, deixou-se este número livre e este foi calculado em função de outros parâmetros para o nível do mar, considerando que o escoamento na trajetória do míssil é turbulento em todo seu trajeto. Os números de Reynolds obtidos variaram entre  $6,955 \cdot 10^6$ , para Mach 0.3, e  $9,274 \cdot 10^7$ , para Mach 4.0.

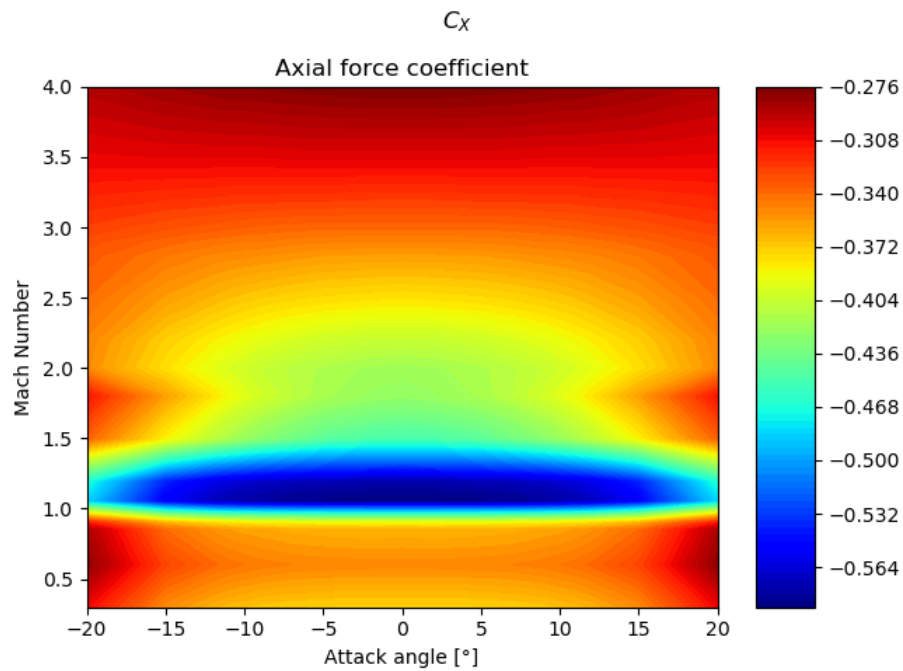
Como já explanado na seção 3 o nariz foi modelado como um perfil von Kármán de  $396mm$  de comprimento. Ao comparar os pontos marcados na Figura (5-c) observa-se um erro médio de  $4,7mm$  com relação ao perfil analítico. Outro detalhe adicionado ao modelo do nariz foi um calota esférica de  $5mm$  (*blunt nose*) de diâmetro para que não houvesse uma ponta de afiada que não corresponde a realidade na construção física do artefato. A área e comprimento de referência utilizados foram calculados com o padrão apresentados na seção 2.2, chegando aos valores de  $S_{Ref} = 0,0216m^2$  e  $L_{Ref} = 0,1660m$ . Os coeficientes e suas derivadas foram calculadas para os valores de de Ângulo de Ataque e número Mach apresentados na tabela 5.

**Tabela 5:** Valores de  $\alpha$  e Número de Mach utilizados para levantamento de coeficientes.

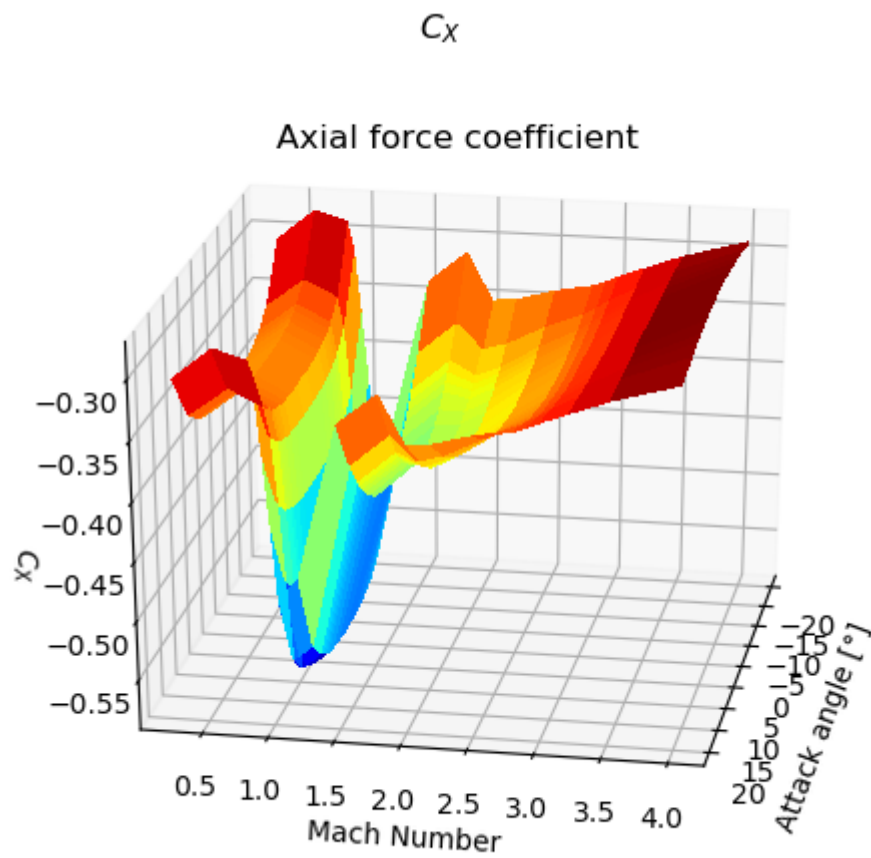
Ângulos de Ataque:	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$	$\alpha_9$	$\alpha_{10}$	$\alpha_{11}$	$\alpha_{12}$	$\alpha_{13}$	$\alpha_{14}$	$\alpha_{15}$	$\alpha_{16}$	$\alpha_{17}$	$\alpha_{18}$	$\alpha_{19}$	
	-20,00°	-15,00°	-12,00°	-11,00°	-10,00°	-9,00°	-7,00°	-5,00°	-2,00°	0,00°	2,00°	5,00°	7,00°	9,00°	10,00°	11,00°	12,00°	15,00°	20,00°	
Número de Mach:	M1	M2	M3	M4	M5	M6	M7	M8	M9	M10	M11	M12	M13	M14	M15	M16	M17	M18	M19	M20
	0.30	0.60	0.85	0.90	0.95	1.00	1.05	1.10	1.20	1.50	1.80	2.00	2.20	2.50	2.80	2.90	3.00	3.20	3.50	4.00

Foi implementado um script em linguagem Python para pós processar os coeficientes aerodinâmicos e suas derivadas produzidos pelo programa *USAF Missile DATCOM* e organizá-los em matrizes da forma que  $C_{(\ )} = f(\alpha, M)$ . Os principais coeficientes obtidos são apresentados nas Figuras de 6 a 12 a seguir. Nas imagens são plotados as linhas de zero no contorno da superfície de  $C_M$  e  $C_{M\alpha}$ . Isto permite visualizar as regiões de estabilidade estática do míssil, usando o Centro de Gravidade estimado como ponto de referência aerodinâmico. Para o míssil com o motor seco nota-se que há estabilidade para toda a região levantada. Porém, nota-se que para para altos valores número de Mach o míssil apresenta baixos valores de  $C_{M\alpha}$ , logo, há

pouca estabilidade dinâmica nesta região tornando o míssil mais ágil.

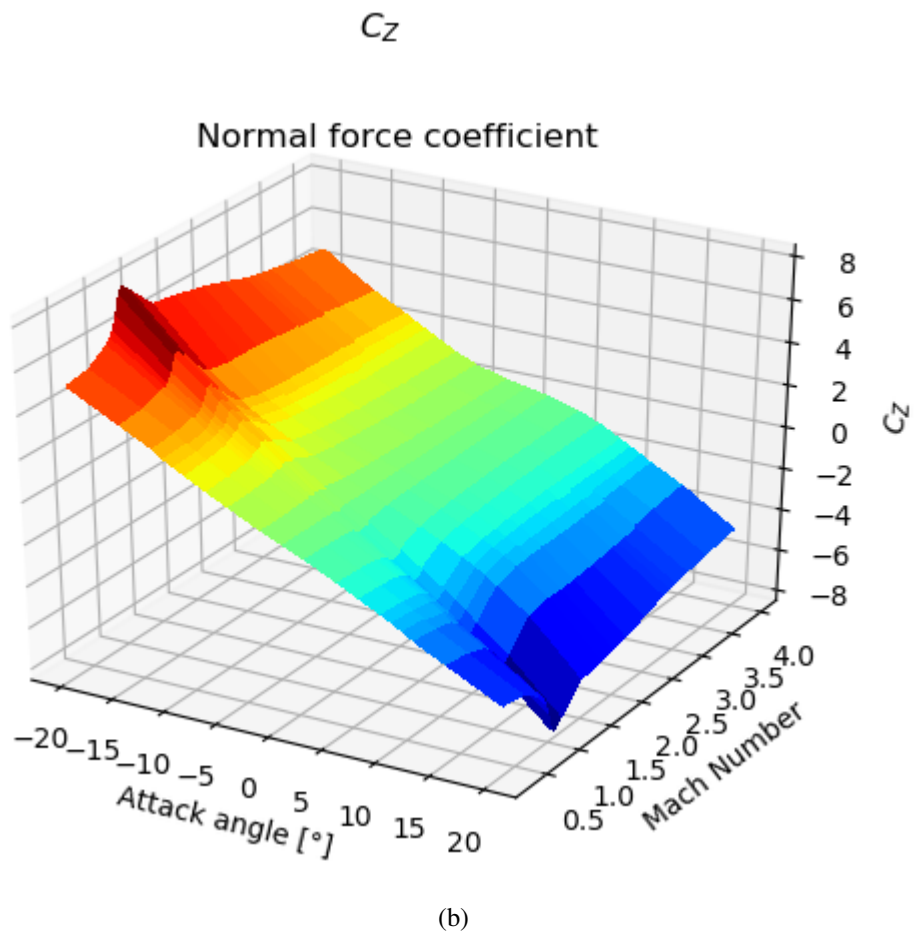
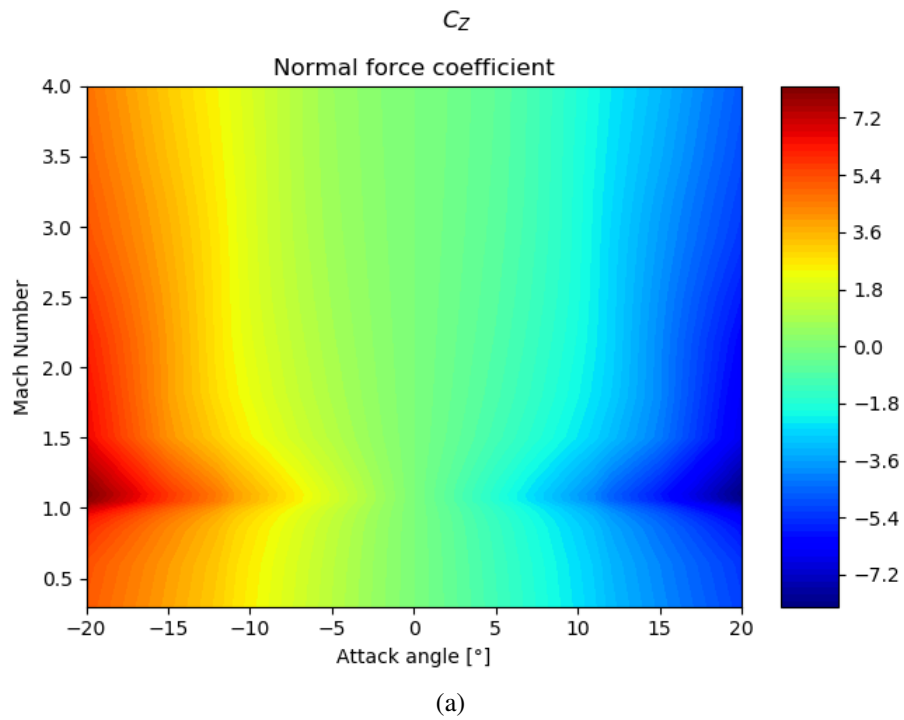


(a)

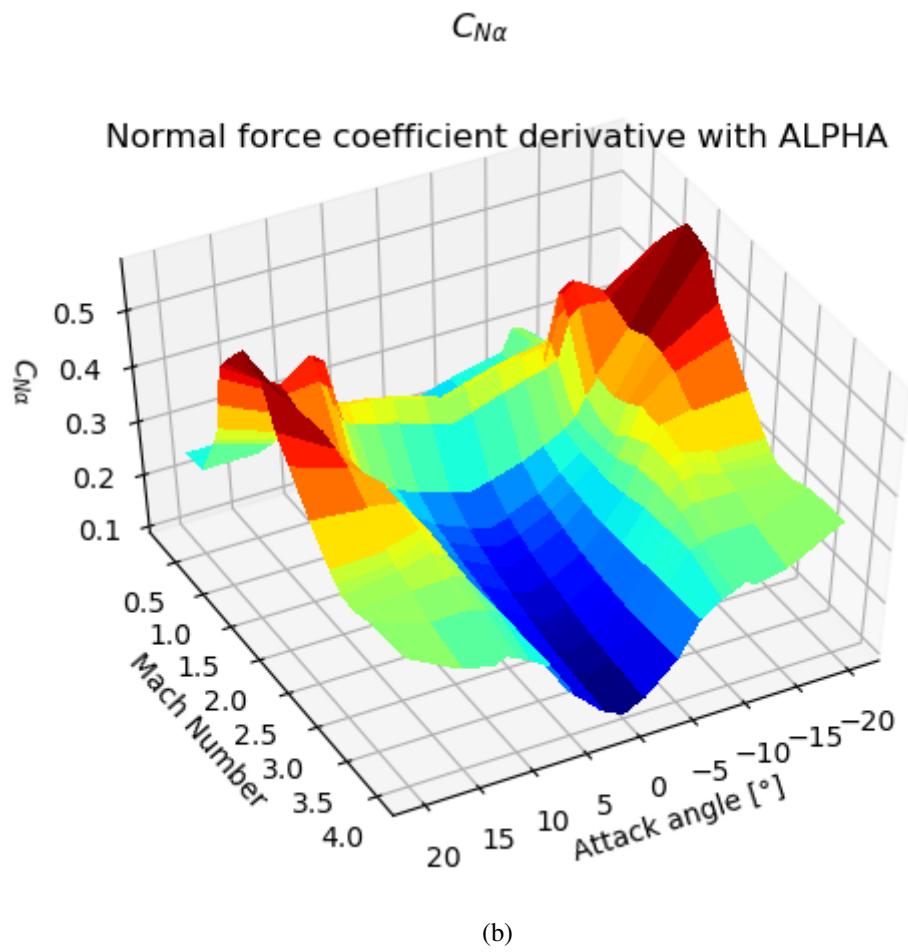
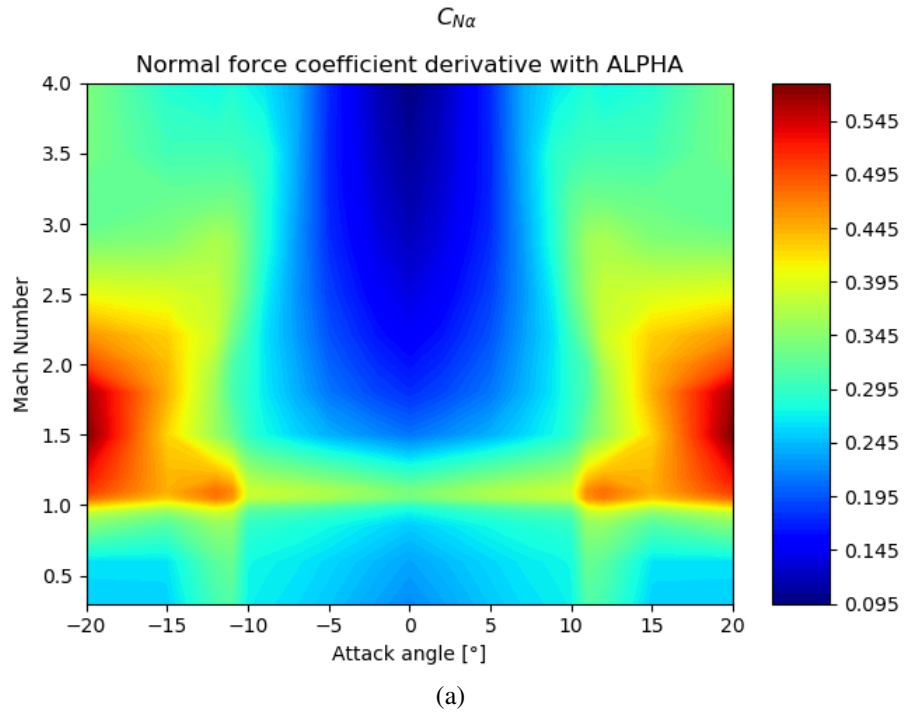


(b)

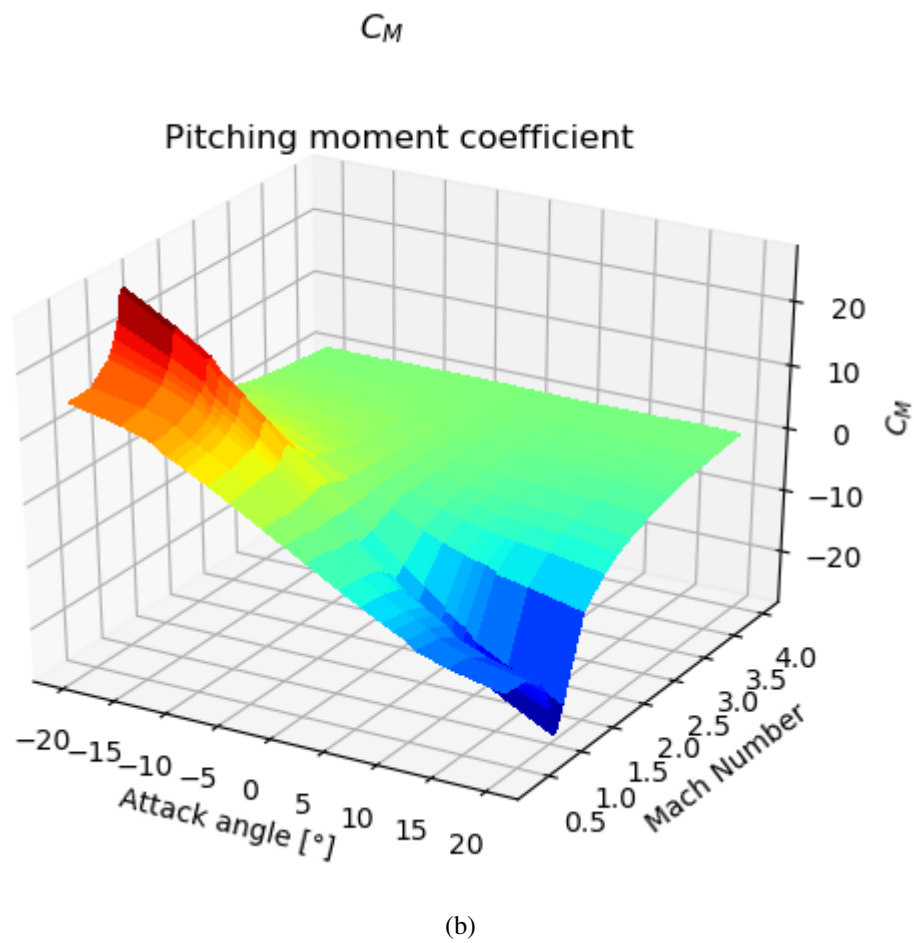
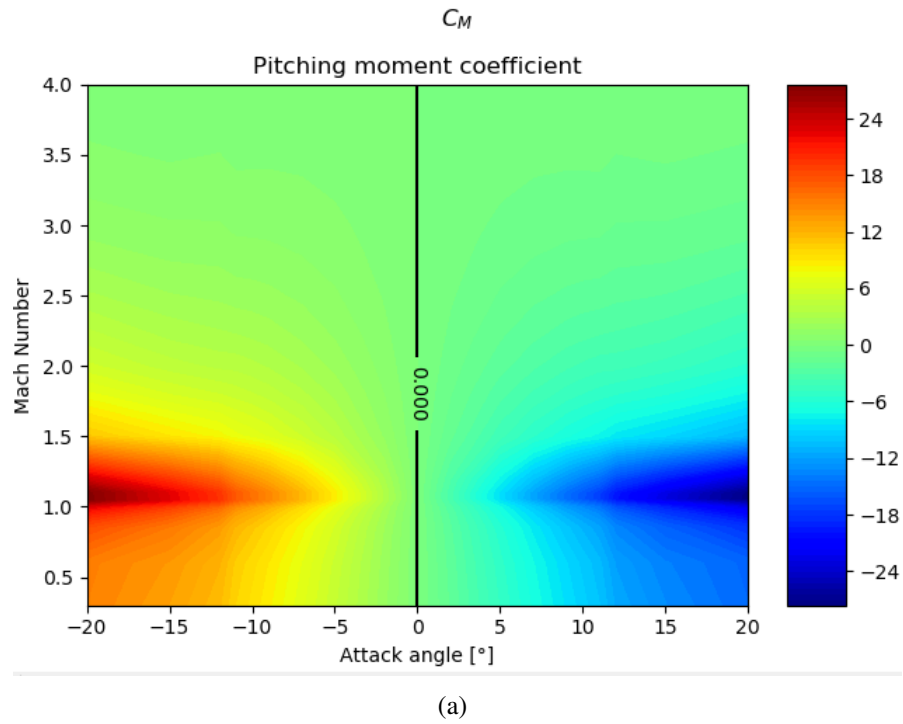
**Figura 6:**  $C_X$  do modelo.



**Figura 7:**  $C_z$  do modelo.

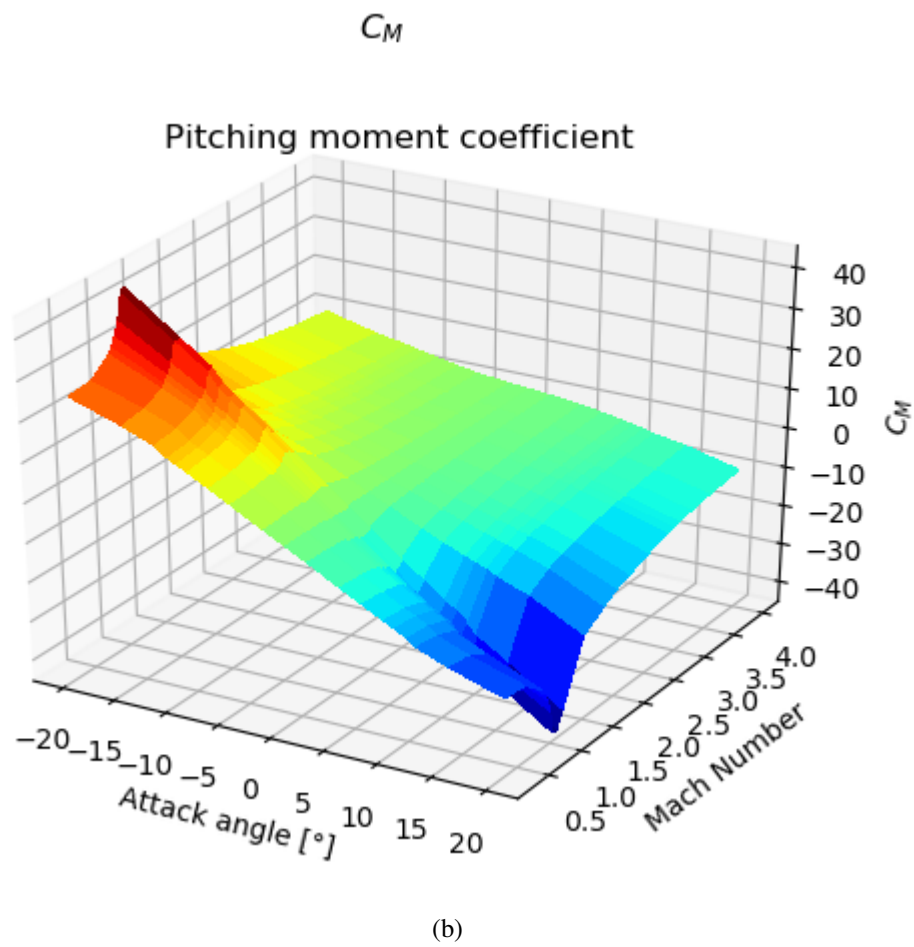
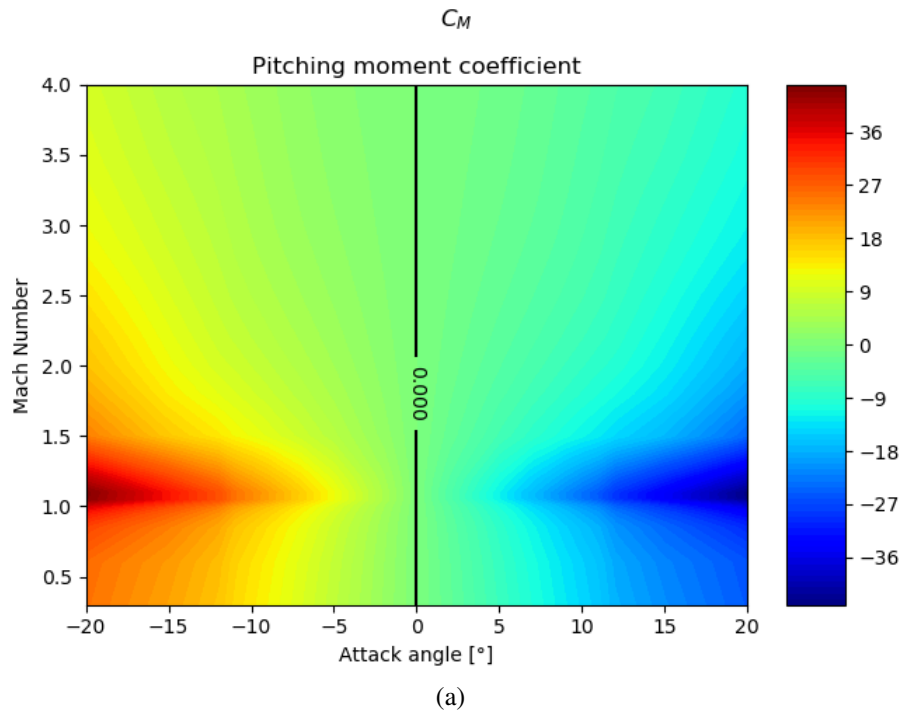


**Figura 8:**  $C_{Z\alpha}$  do modelo.

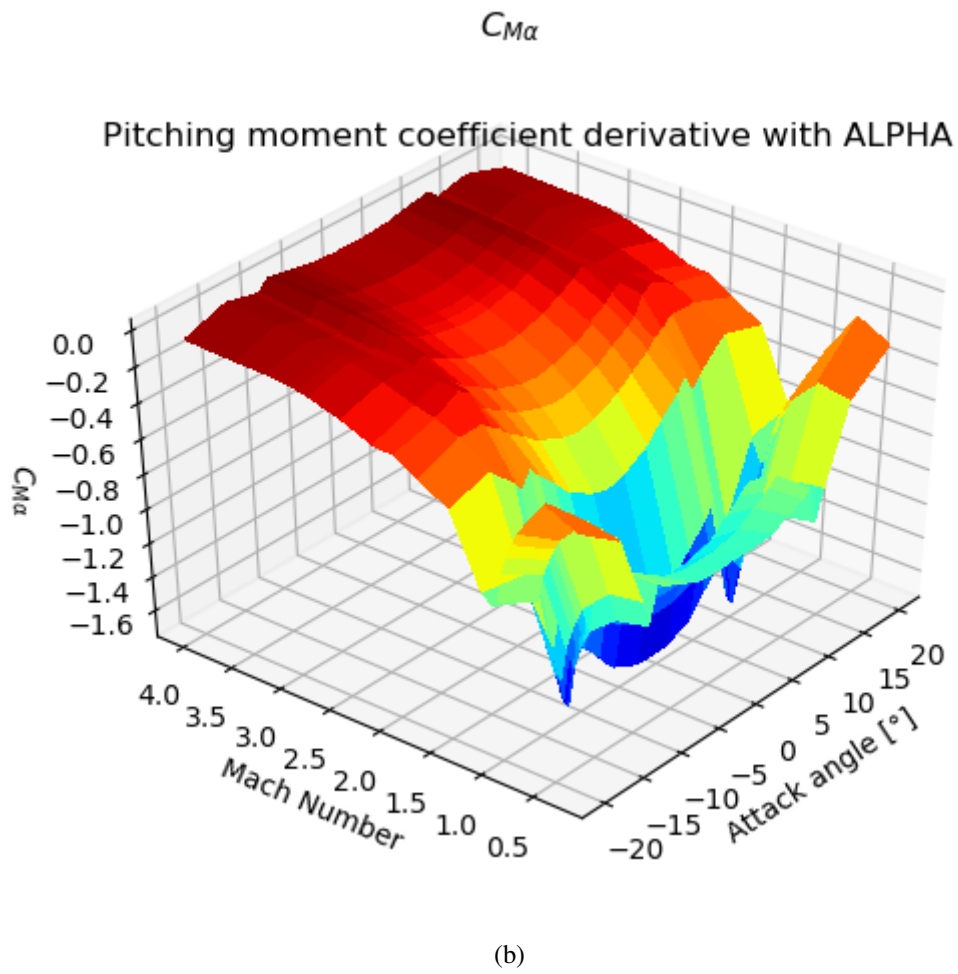
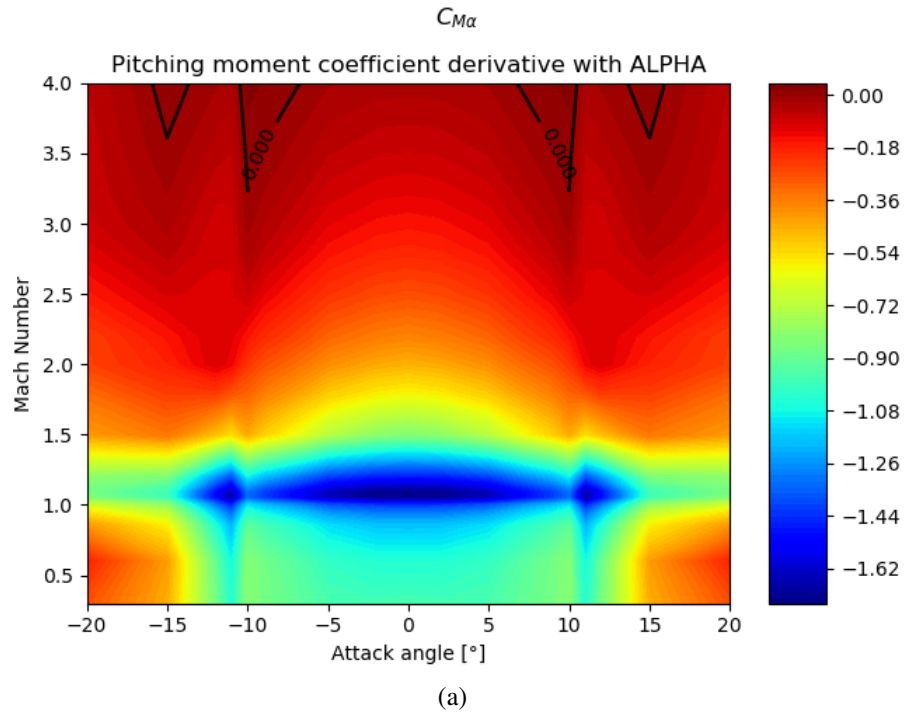


**Figura 9:**  $C_M$  do modelo com grão propelente íntegro.

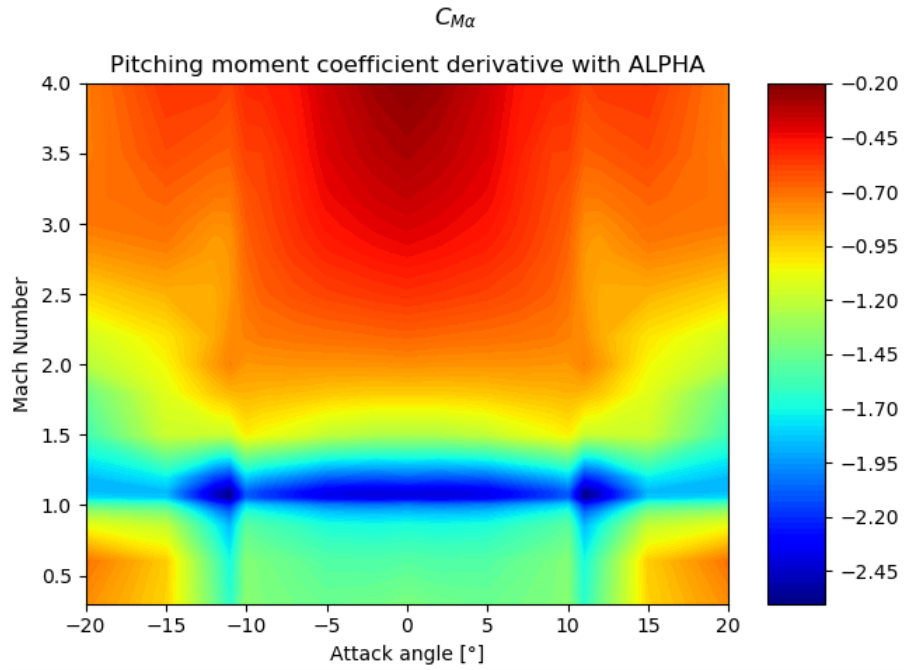




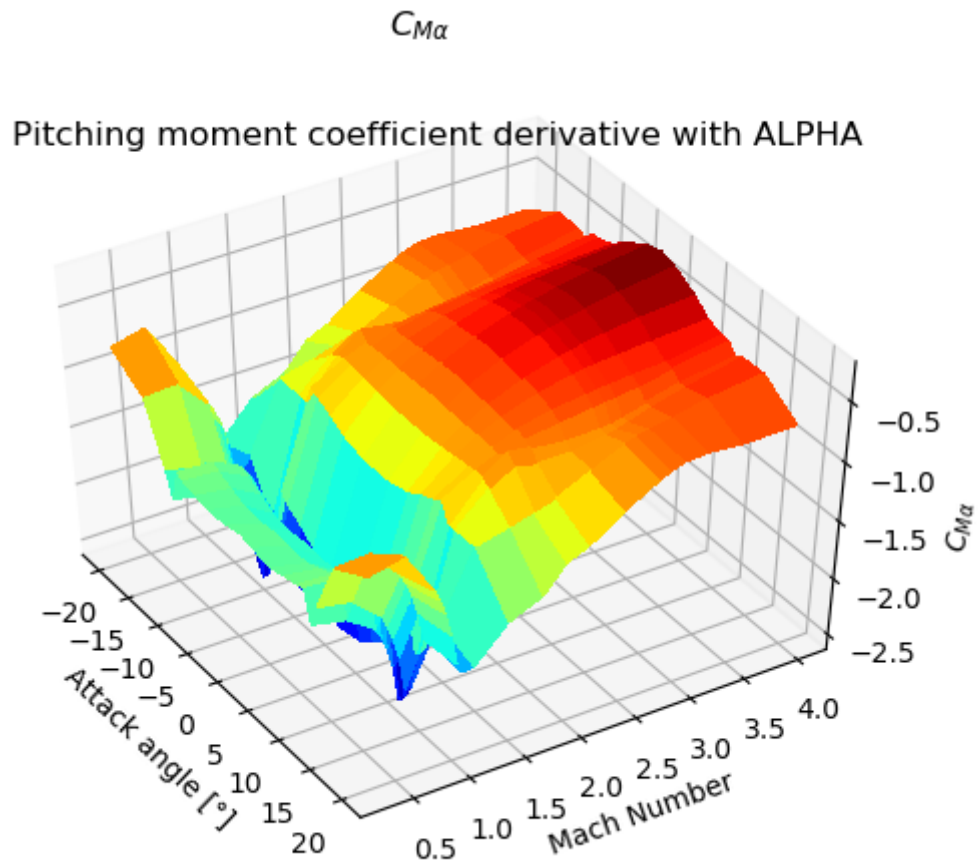
**Figura 10:**  $C_M$  do modelo após fim de queima.



**Figura 11:**  $C_{M\alpha}$  do modelo com grão propelente íntegro.



(a)



(b)

**Figura 12:**  $C_{M\alpha}$  do modelo após fim de queima.

Observando os coeficientes aerodinâmicos, para uma altitude de  $2000m$  ( $\Delta ISA = 0$ ), a Mach 3.0 e  $\alpha = 20^\circ$  tem-se que  $|C_Z| = 5.28$ . Para o míssil seco, nestas condições calcula-se um fator de carga de:

$$q_\infty = \frac{1}{2} \rho \cdot V_a^2$$

$$n = \frac{q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Z}{m \cdot g}$$

$$n = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot V_a^2 \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Z}{m \cdot g} \quad (23)$$

$$n \approx 91g$$

Pelos mesmos cálculos, para Mach 2.0, ao nível do mar o míssil ainda é capaz de atingir um fator de carga de  $52g$ .

### 3.3.1 Implementação da aerodinâmica:

Foram implementadas duas versões da aerodinâmica do míssil para as simulações sendo estas:

**Completa:** a cada iteração busca os valores nas tabelas de  $C_{( )}(M, \alpha)$  que representaria a aerodinâmica de forma mais precisa, porém demandando maior tempo computacional. Esta implementação pode ser utilizada para análises mais sofisticadas e para projeto do controle do artefato.

**Simplificada:** como é comum, utilizaram-se valores fixos porém representativos para os coeficientes e suas derivadas. Fixou-se o número de Mach = 2.0 para retirada destes valores, uma vez que notou-se conforme a realização das simulações, que este seria o valor de Mach mais comum em média na trajetória até o alvo. Esta implementação foi utilizada para simulações que demandem grandes números de casos, como para definição das diversas regiões analisadas no Capítulo 4.

Foram realizadas as seguintes simplificações ou considerações:

- a. As derivadas de um mesmo coeficiente em relação a deflexão de empenas são de iguais intensidades independentes do AoA;
- b. Das derivadas em relação às velocidades angulares  $\omega$  são consideradas apenas as dinâmicas de amortecimento;
- c. Dado que o corpo do míssil é axi-simétrico e levando em consideração as orientações dos eixos:

$$C_{n\beta} = -C_{m\alpha}$$

$$C_{nr} = C_{mq}$$

$$C_{Z\alpha} = C_{Y\beta}$$

$$C_{Zq} = -C_{Yr}$$

### 3.4 Propulsão

A predição do perfil de empuxo por técnicas de balística interna consiste em estimar uma razão mássica  $\dot{m}$  em função da área e da pressão de queima e analisar a evolução do contorno do grão propelente. A seguir, esta técnica será utilizada para realizar uma estimativa do perfil de empuxo que o motor do míssil, a título de exemplo, que será utilizada nas simulações propostas.

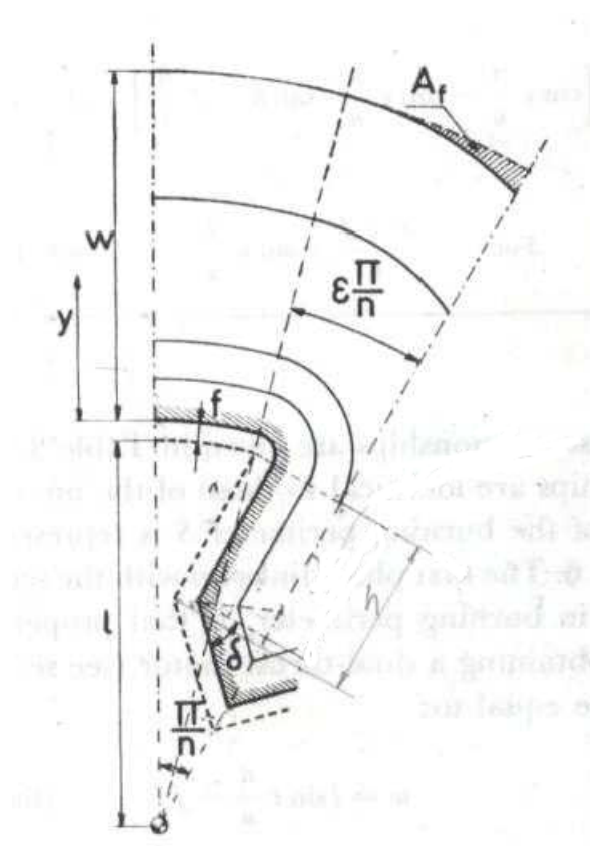
Escolheu-se usar o perclorato de amônio para o grão propelente, cujos dados são apresentados na Tabela 6 com 80% de  $NH_4ClO_4$  e 20% de combustível, uma vez que este apresenta boas características de desempenho e não se usa alumínio, podendo ser considerado reduzido de fumaça. O combustível usado pode ser o HTPB impactando pouco nos parâmetros citados do grão. Logo o grão apresenta uma densidade de  $1,72 \text{ g/cm}^3$  e um impulso específico  $I_{sp} = 236 \text{ s}$ , temperatura de queima de  $2790\text{K}$ . A Tabela 6 sugere uma faixa de valores de  $8 \text{ a } 20 \text{ mm/s}$ , utilizou-se o valor conservador mínimo da faixa. Assim, para esta velocidade de queima a uma pressão de queima de  $70 \text{ kgf/cm}^2$  (6, 9 MPa) temos que o coeficiente linear é  $a = 3,7 \text{ mm/s}$ .

Dado que o motor é do tipo *booster-sustainer* [11], então deve-se utilizar um perfil coerente. Por apresentar um perfil de empuxo similar e por ter sua formulação bem conhecida

**Tabela 6:** Valores típicos de propelentes, retirado de [19].

<i>Composition</i>	<i>75% <math>NH_4ClO_4</math> 25% fuel and additives</i>	<i>80% <math>NH_4ClO_4</math> 20% fuel and additives</i>	<i>80% <math>NH_4NO_3</math> 20% fuel and additives</i>
Molecular weight	24	25.5	22
Specific heat ratio	1.24	1.22	1.26
Isobaric flame temperature $T_c$ (°K)	2420	2790	1755
Characteristic velocity $c^*$ (m/sec)	1396	1460	1219
Specific impulse $I_s$ at 70 kg/cm <sup>2</sup> (sec)	224	236	195
Combustion index at 70 kg/cm <sup>2</sup>	0.4	0.4	0.4
Burning rate at 70 kg/cm <sup>2</sup> (cm/sec)	0.5–1.5	0.8–2.0	0.2–0.3
Density (g/cm <sup>3</sup> )	1.66	1.72	1.55
Current temperature sensi- tivity coefficient $\tau$ (°K <sup>-1</sup> )	0.0012–0.0024	0.0012–0.0024	0.0025

utiliza-se um grão com seção em roda de vagão. Os parâmetros deste tipo de grão, segundo [19], são apresentados na Figura 13.

**Figura 13:** Geometria e parâmetros "roda de vagão" com queima interna. Adaptado de [19].

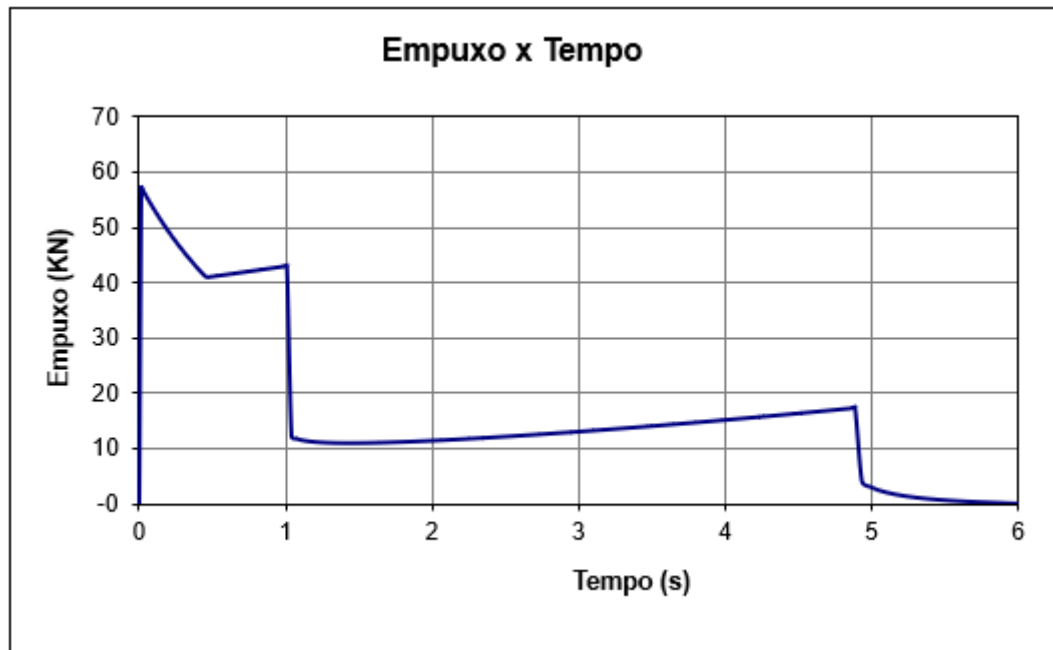
**Tabela 7:** Parâmetros do propelente e de projeto obtidos (conforme notação de 13) e resultados da balística interna.

Variável	Parâmetro de projeto	Valor	Unidade
$N$	Número de pontas	6	
$\delta$	Ângulo da ponta do grão	30	°
$\varepsilon$	Fração angular	0,55	
$f$	Raio de adoçamento	2mm	
$l$	Maior raio da porta de passagem	43	mm
$h$	Comprimento da ponta do grão	40	mm
	Diâmetro externo do Grão	158mm	mm
$\Gamma$	Razão de calores específicos do propelente	1,22	
$\rho$	Densidade do propelente	1,72	Kg/m <sup>3</sup>
$\mathcal{M}$	Massa molecular do gases ejetados	25,5	Kg/Kmol
$T_c$	Temperatura de queima do propelente	2780	K
$I_{sp}$	Impulso específico nominal do propelente	236	s
$n$	Índice da lei de queima do propelente	0,4	
$a$	Coefficiente linear da lei de queima do propelente	3,70	mm/s
$r$	Velocidade de queima a 6,86MPa	8	mm/s
$\sigma_t$	Sensibilidade a temperatura do propelente	0,0012	°C <sup>-1</sup>
	Quantidade de tubeiras	8	
$f$	Fator de Enchimento	89%	
	Massa do grão	42,6780	Kg
	Densidade do Envelope Motor	7800	kg/m <sup>3</sup>
	Massa total do motor	64,88	Kg
$D_t$	Diâmetro da garganta	20	mm
$D_{exit}$	Diâmetro de saída da tubeira	72	mm
$\epsilon$	Razão $A_{exit}/A_t$	13	
$t_{b,booster}$	Tempo de queima, fase <i>booster</i>	1,08	s
$m_{booster}$	Massa propelente fase <i>booster</i>	18,54	Kg
$t_{b,sust}$	Tempo de queima, fase <i>sustainer</i>	3,80	s
$m_{sust}$	Massa propelente fase <i>sustainer</i>	24,14	Kg
$t_b$	Tempo de queima	4,88	s

Após algumas tentativas de iteração, foi projetada uma seção transversal e se chegou aos parâmetros apresentados na Tabela 7. Com estes parâmetros foram levantadas as curvas de pressão de câmara e de empuxo apresentados na Figura 14.

O motor possui oito tubeiras na base traseira, organizadas em pares centrados a ré das empenas [11], logo, devido a geometria do traseira do míssil, o diâmetro máximo de saída é de 90 mm. Utilizou-se a área de garganta como parâmetro de projeto para ajustar o perfil de empuxo desejado e buscou-se otimizar o impulso específico com a razão  $\epsilon = A_{exit}/A_t$ , e chegou-se ao valor de  $\epsilon = 13$ , para o qual a o diâmetro de saída  $D_{exit} = 72,1\text{mm}^2$ , coerente

com o diâmetro máximo de saída.



(a) Perfil de Empuxo



(b) Perfil de pressão de câmara

**Figura 14:** Perfis da propulsão com o tempo.

Com estas massas, utilizando a predição apresentada em 13, para o  $I_{sp}$  médio de cada



fase, temos que o incremento total de velocidade pode ser dado por:

$$\begin{aligned}\Delta u_{\text{boost}} &= -g_0 \cdot \ln \left( 1 - \frac{m_{\text{booster}}}{m_0} \right) = 523 \text{ m/s} \\ \Delta u_{\text{sust}} &= -g_0 \cdot \ln \left( 1 - \frac{m_{\text{sust}}}{m_0 - m_{\text{booster}}} \right) = 776 \text{ m/s}\end{aligned}\tag{24}$$

$$\Delta u = \Delta u_{\text{boost}} + \Delta u_{\text{sust}} = 1298 \text{ m/s}$$

Partindo de  $u$  nulo:

$$a = 340 \text{ m/s} \rightarrow M_{\text{final}} = 3,82$$

$$a = 300 \text{ m/s} \rightarrow M_{\text{final}} = 4,33$$

Portanto, o modelo apresentado apresenta coerência com os dados do *folder* comercial informativo, ressaltando que existem perdas. Uma vez fixada a pressão máxima da câmara, projeta-se o envelope motor (EM). Esta pode ser associada a espessura do EM pela expressão [20]:

$$t = \frac{FS \cdot P \cdot R_c}{2 \cdot \sigma}\tag{25}$$

Onde  $\sigma$  tensão de cisalhamento do material,  $R_c$  é o raio médio da câmara,  $t$  sua espessura e  $FS$  é o fator de segurança. Assim, é obtida espessura necessária e se chega a massa do motor como um todo. Usou-se como referência as características do aço SAE 4340 presentes em [21], uma vez que se presume o envelope motor do míssil é feito de um aço especial [11] do qual não se têm muita informação e o aço SAE 4340 também apresenta características adequadas para esta aplicação.

No entanto, no míssil real não deve haver o pico de ignição observado na Figura 14. Isso permite que o envelope motor ter uma massa bem menor do que a calculada. Os cálculos de centro de massa do motor foram realizadas em seção específica desse modelamento.

### 3.5 Auto-Diretor (Seeker)

O alcance do míssil é inferior ao do radar primário de detecção do navio que compõe o sistema de armas integrado a ele. Logo, a posição da ameaça é sempre conhecida pelo míssil seja via seu *datalink*, seja pelo seu auto-diretor. Segundo [14] o míssil utiliza a posição recebida pelo *datalink* em seu *mid-course* e o guiamento pelo auto diretor na trajetória terminal. Isso permite um menor dimensionamento de seu auto-diretor. O CAMM incorpora um auto-diretor radar-ativo com transmissor de estado sólido e amplificador de potência de nitrato de gálio sólido. Portanto, não há o uso do auto-diretor na trajetória simulada. No entanto, busca-se modelar superficialmente este componente para estimar a distância em que haverá a mudança do guiamento. Dos possíveis alvos para o míssil, um míssil de cruzeiro ou um VANT apresentaria a menor seção reta radar (RCS), logo se usou o RCS de  $\sigma = 0,5m^2$  do míssil americano BGM-109 Tomahawk de referência.

Apesar de não se ter informações sobre a banda espectral do radar do míssil, alguns vídeos institucionais da fabricante MBDA informam sobre as similaridades do CAMM com o míssil Aster em termos de propósito e que usa a banda Ku ou Ka dependendo de sua versão, logo se estima uma frequência intermediária entre estas bandas de  $f_0 = 20 \text{ GHz} (\lambda = 15 \text{ mm})$  para as análises.

Levando em conta que o alcance mínimo do míssil é de 1 Km considera-se 100 m o alcance mínimo do radar. Desprezando o tempo de processamento pode-se obter uma largura de pulso de:

$$R_{min} = \frac{\tau c}{2} \rightarrow \tau = 0,67\mu s \quad (26)$$

Da mesma forma se obtém a resolução mínima em alcance:

$$Res = \frac{\tau c}{2} \rightarrow Res = 100 \text{ m} \quad (27)$$

Para um alcance máximo não ambíguo arbitrário de 5 Km, o chega-se a frequência de

repetição de pulso:

$$R_{\text{amb}} = \frac{c}{2 \cdot PRF} \rightarrow PRF = 30 \text{ KHz} \rightarrow PRI = 33 \mu s \quad (28)$$

O ciclo de trabalho:

$$DutyCycle = \frac{\tau}{PRI} = 2\% \quad (29)$$

Para uma abertura de feixe de arbitrada em  $7^\circ$  e eficiência de 75% típica dessa tecnologia o ganho da antena é dada por:

$$G = 0,75 \cdot \frac{2}{1 - \cos(3,5^\circ)} = 804 \quad (30)$$

Observa-se a coerência da abertura de feixe mínima necessária calculada por:

$$G = \frac{70\lambda}{D} = 6,32^\circ \quad (31)$$

A área mínima necessária,  $A$ , é dada por:

$$A = \frac{G\lambda^2}{4\pi\eta} = 0,0191 \text{ m}^2 \rightarrow R_{\text{min}} = 78 \text{ mm} \quad (32)$$

Dado que o diâmetro do míssil é 166 mm o que equivale a uma área de  $0,0216 \text{ m}^2$  de forma que permite acomodar a antena modelada.

Para os parâmetros de sensibilidade, de razão sinal-ruído e perdas totais são atribuídos os valores típicos de, respectivamente,  $-100 \text{ dBm}$ ,  $10 \text{ dB}$  e  $8 \text{ dB}$ . Utilizando da equação radar para o igualar o alcance da antena ao dobro do máximo não-ambíguo se obtém a potência mínima de pico necessária:

$$R_{\text{max}} = \sqrt[4]{\frac{P_{\text{peak}} \cdot G^2 \cdot c^2 \cdot \sigma}{f_0 \cdot (4\pi)^3 \cdot L \cdot P_{\text{min}}}} \rightarrow P_{\text{peak}} = \frac{R^4 f_0^2 \cdot (4\pi)^3 \cdot L}{G^2 \cdot c^2 \cdot \sigma} \rightarrow P_{\text{peak}} = 27 \text{ KW} \quad (33)$$

Para esta potência de pico e PRF a potência média é de  $545 \text{ W}$ . Esta potência é inferior a de alguns computadores pessoais, sendo considerada como viável, inclusive, em termos

energéticos, para um míssil ar-ar de curto alcance.

Uma sugestão para estudo futuro seria utilizar este alcance máximo como definição da transição da lei de guiamento utilizada na fase intermediária de voo e da fase terminal e adicionar ruídos típicos injetados por esse sensor e seu radome. Porém, para o presente trabalho será considerado que o míssil sempre tem a posição do alvo e pode calcular sua linha de visada em relação a este de forma precisa conciliando os dados da sua navegação e inserido erros segundo um processo normal. Foram desconsiderados os erros da navegação no cálculo da linha de visada levando em conta que seriam corrigidos no guiamento terminal quando no uso do radar. Esta aproximação se fez observando a hipótese de que o erro de navegação será baixo e que a transição para o radar é suficiente para corrigi-la.

### 3.6 Guiamento

O míssil não apresenta assimetrias, que indiquem vantagem em uma estratégia *bank-to-turn*, e demanda maior agilidade para busca de alvos aéreos, indícios de que deve apresentar um *skid-to-turn* como a maioria dos mísseis superfícies ar. Além disso a navegação proporcional apresentada na seção 2.6 mostra-se adequada para o propósito do míssil.

#### 3.6.1 Ângulos de Início de Trajetória

O guiamento por navegação proporcional pode ser entendido como uma trajetória de colisão em ponto futuro extrapolado. Dado o emprego do míssil, o tempo de reação é crítico. Outra lei de guiamento que também apresenta essas características é o do tipo "*lead angle*", [22]. Esta preconiza uma trajetória em linha reta para minimizar o o tempo, porém esta se dá em "malha aberta".

Se cogita que o míssil CAMM na sua fase inicial faça o ajuste de direcionamento pelos pirotécnicos para direcionar seu azimuth de partida. Assim, uma forma de melhorar a trajetória seria a determinação do ângulo inicial de azimuth como se determina para o "*lead angle*".

### 3.6.2 Guiamento Terminal

Vale ressaltar que como um míssil moderno e que alveja alvos de grande manobrabilidade, em sua fase terminal, este deve apresentar outros guiamentos mais avançados que se valem de teorias mais sofisticadas como controle ótimo ou teoria dos jogos diferencial [12] visando maximizar a SSKP. No entanto, para as simulações do presente trabalho este tipo de problema não será abordado. Serão utilizadas nas simulações alvos com padrões de velocidade e RCS adequados para a proposta do míssil, porém não serão aplicadas manobras evasivas. Logo, a análise mais precisa de "*endgame*" pode ser considerada como uma proposta para trabalhos futuros.

## 3.7 Auto-pilotos

### 3.7.1 Auto-piloto de rolamento

Conforme [22] foi implementado um controle de rolamento com "*roll hold*", que busca manter as empenas alinhadas em formato de "X" com os eixos de manobra vertical e horizontal. Dado que  $J_{ZZ} = J_{YY}$  a dinâmica de rolamento pode ser descrita por:

$$\dot{p} = J_{XX}^{-1} \left( \sum M_X + q \cdot r \cdot (J_{YY} - J_{ZZ}) \right) \quad (34)$$

$$(35)$$

$$J_{ZZ} = J_{YY} \rightarrow \dot{p} = \ddot{\varphi} = J_{XX}^{-1} \cdot C_\ell \cdot q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}} \quad (36)$$

$$(37)$$

$$C_\ell = C_{\ell 0} + \alpha \cdot C_{\ell \alpha} + \beta \cdot C_{\ell \beta} + p \frac{L_{\text{Ref}}}{2V_a} C_{\ell p} + C_{\ell \delta} \cdot \delta_{\text{roll}} \quad (38)$$

De (38) em (36) e com algum algebrismo se pode obter a função de transferência. Da aerodinâmica sabe-se que  $C_{\ell 0}$ ,  $C_{\ell \alpha}$  e  $C_{\ell \beta}$  são nulos. Considerando-se  $p \approx \dot{\varphi}$

$$\ddot{\varphi} = J_{XX}^{-1} \cdot q_{\infty} \cdot S_{\text{ref}} \cdot L_{\text{ref}} \left( p \frac{L_{\text{ref}}}{2V_a} C_{\ell p} + C_{\ell \delta} \delta_{\text{roll}} \right)$$

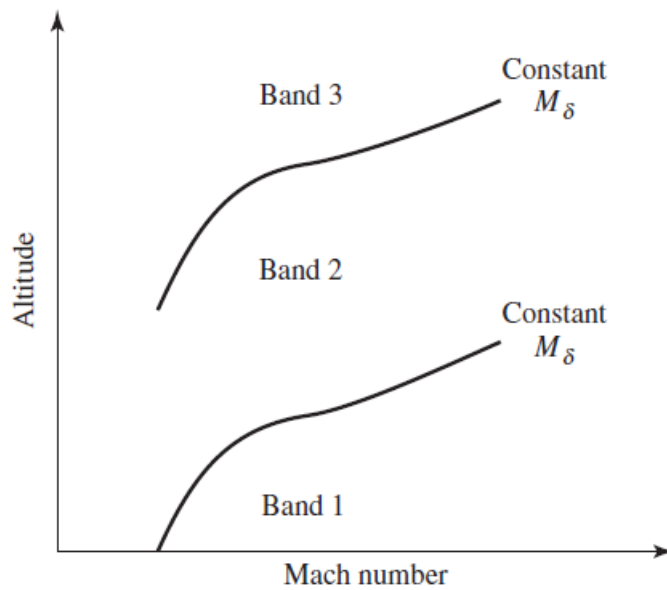
$$\mathcal{L} \rightarrow \frac{\varphi(s)}{\delta_{\text{roll}}(s)} = \frac{1}{s \left( \frac{J_{XX}^{-1}}{q_{\infty} \cdot S_{\text{ref}} \cdot L_{\text{ref}} \cdot C_{\ell \delta}} \cdot s - \frac{L_{\text{ref}} \cdot C_{\ell p}}{2 \cdot V_a \cdot C_{\ell \delta}} \right)} \quad (39)$$

A partir da função de transferência apresentada em (39) é possível projetar um controlador Proporcional Derivativo (PD) que gera os  $\delta_{\text{roll,CMD}}$ . Deve-se levar em consideração a saturação devido ao limite de deflexão alocada para este auto-piloto. Este controle de atitude busca amortecer e zerar a posição angular de rolamento  $\varphi$  de forma a deixar as malhas de guinada e arfagem o mais desacopladas possível.

### 3.7.2 Auto Pilotos de Guinada e Arfagem

Pela metodologia descrita no livro [22] para o projeto dos auto-pilotos, definem-se bandas de responsividade do *airframe* em momento de arfagem a deflexão  $\delta$  como apresentado na Figura 15. Esta responsividade é definida como:

$$M_{\delta} = \frac{1}{2} \rho \cdot V_a^2 \frac{S_{\text{Ref}} \cdot d}{I_{YY}} C_{m\delta} \quad (40)$$



**Figura 15:** Divisão de bandas de responsividade. Obtido de [22].

Então, para cada banda de responsividade se obtém as funções de transferência do *airframe*. Para cada banda é calculado o fator de conversão da aceleração lateral que será demandada pelo guiamento, este fator é obtido pela aerodinâmica. Por exemplo, para malha de guinada:

$$F_Y = q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Y$$

$$m \cdot a_L = q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Y \quad (41)$$

$$m \cdot a_L = q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot \left( \beta \cdot C_{Y\beta} + r \cdot C_{Yr} \frac{L_{\text{Ref}}}{2 \cdot v_a} \right)$$

Considerando que nas manobras o veículo está trimado, isto é, sem velocidades de rotação, portanto  $r \approx 0$ :

$$\frac{\beta}{a_L} = \frac{m}{q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_{Y\beta}} \quad (42)$$

Uma vez obtido o  $\beta$ , Ângulo de Derrapagem lateral, para a aceleração buscada implementa-se uma malha para controlar este ângulo. A sua função de transferência é dada a partir da equação do movimento de rotação ao redor do eixo Z. A função de transferência de  $\Psi(s)/\delta_{\text{pitch}}(s)$  pode ser obtida analiticamente pela seguinte formulação matemática:

$$\dot{r} = J_{ZZ}^{-1} (M_Z + p \cdot q (J_{XX} - J_{YY})) \quad (43)$$

Considerando a taxa de rolamento desprezível, por aproximação após os efeitos do amortecimento natural e controlado pela malha de rolamento:

$$\ddot{\psi} = \frac{M_Z}{J_{ZZ}} \quad (44)$$

Definido o amortecimento aerodinâmico como  $d = L_{\text{Ref}}/2V_a$ . Recordam-se os coefi-

cientes pertinentes e se reescreve (44).

$$C_n = \beta \cdot C_{n\beta} + r \cdot C_{nr} \cdot d + C_{n\delta} \cdot \delta_{yaw}$$

$$C_Y = \beta \cdot C_{Y\beta} + r \cdot C_{Yr} \cdot d + C_{Y\delta} \cdot \delta_{yaw} \quad (45)$$

$$J_{ZZ} \ddot{\psi} = q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}} C_n + q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot C_Y (X_{\text{aero}} - X_{\text{CG}})$$

Definindo:

$$b = \frac{X_{\text{aero}} - X_{\text{CM}}}{L_{\text{Ref}}}$$

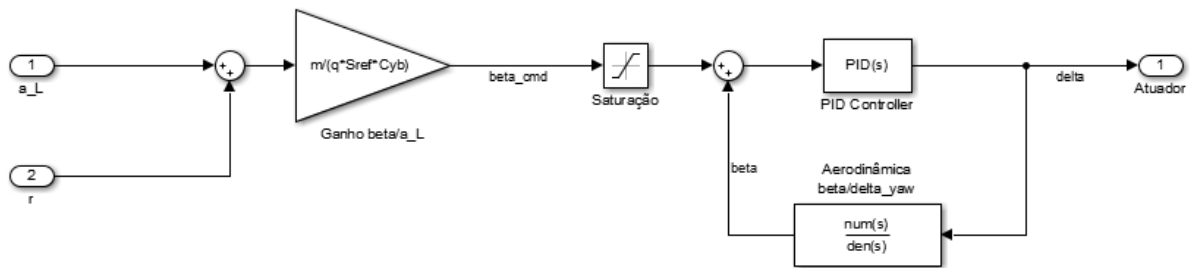
$$J'_{ZZ} = \frac{J_{ZZ}}{q_\infty \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}}} \quad (46)$$

$$C'_{n\delta} = C_{n\delta} + b \cdot C_{Y\delta}$$

Com as definições apresentadas (46), aproximando  $\psi \approx -\beta$  e após algum tratamento algébrico, a partir de 45 se obtém a função de transferência:

$$\frac{\beta(s)}{\delta_{yaw}(s)} = \frac{-1}{\frac{J'_{ZZ}}{C'_{n\delta}} s^2 + \left( -d \cdot \frac{C_{nr}}{C'_{n\delta}} - b \cdot d \cdot \frac{C_{Yr}}{C'_{n\delta}} \right) s + \left( \frac{C_{n\beta}}{C'_{n\delta}} + b \cdot \frac{C_{Y\beta}}{C'_{n\delta}} \right)} \quad (47)$$

Desta forma, o auto-piloto pode ser descrito pelo diagrama de blocos apresentado na Figura 16.



**Figura 16:** Diagrama de Blocos do Auto-piloto de Guinada.

A partir deste diagrama se projeta o controlador PID para que haja rastreamento do  $\beta_{\text{CMD}}$  para diversas condições. A admissão do sinal de  $r$  na malha tem por propósito atenuar variações



bruscas de atitude mantendo o artefato mais estável. Não foi realizada a realimentação na malha  $a_L$  por simplicidade e entendendo que essa realimentação ocorre naturalmente com a evolução da geometria do problema.

Tanto o ganho de conversão de  $\beta/a_{L,CMD}$  variam com condições de voo então devem ser sintonizadas para diversos pontos levantados. Isto foi feito realizando análise de "*root locus*" e alocação de polos em alguns pontos considerando a função de transferência em função da massa, e consequentemente a inércia, número de Mach e altitude de voo. Para sintonização se buscou tempos de assentamento menores que  $300ms$  e sobrepassos inferiores a 15% como parâmetros de qualidade do controlador.

### 3.7.3 Saída dos Auto-pilotos

A função dos auto-pilotos é interpretar a saída do guiamento na sua forma física, ou seja, deflexões das empenas na forma de referências angulares para os atuadores. Os auto-pilotos de arfagem e guinada implementados incorporam as acelerações demandadas pelo sistema de guiamento a amortecimentos de comando fornecidos pelas leituras geradas pelos giroscópios. Desta forma, utilizam-se os sinais de taxa de variação das posições angulares nestes eixos,  $q$  e  $r$ , de forma a incrementar a taxa de amortecimento nestes eixos artificialmente.

A aceleração lateral recebida do guiamento é interpretada para um ângulo de ataque correspondente a ser comandado já incorporando a estabilização sintética. Cada comando do auto-piloto é gerado em função do erro de ângulo de ataque em relação ao comandado da seguinte forma:

$$\beta_{\text{CMD}} = G_{\beta/a_L} \cdot (a_Y - K_w \cdot r)$$

$$\alpha_{\text{CMD}} = G_{\beta/a_L} \cdot (a_Z - K_w \cdot q)$$

$$e_\beta = \beta_{\text{CMD}} - \beta$$

(48)

$$e_\alpha = \alpha_{\text{CMD}} - \alpha$$

$$\delta_{\text{yaw,CMD}} = K_P \cdot e_\beta + K_I \cdot \int e_\beta \cdot dt + K_D \cdot \dot{e}_\beta$$

$$\delta_{\text{pitch,CMD}} = K_P \cdot e_\alpha + K_I \cdot \int e_\alpha \cdot dt + K_D \cdot \dot{e}_\alpha$$

A deflexão máxima das empenas foi arbitrada em 20°. Esta faixa foi dividida em bandas alocando cada uma das malhas de controle existentes em uma faixa de valores absolutos de, no máximo, 9° para guinada, 9° para arfagem, e 2° para comandos de rolamento. Então, após impostos seus limites, os comandos das equações (48) são passadas como referências para os atuadores como a soma dos comandos, adequados às suas orientações através dos sinais, conforme:

$$\delta_{1,\text{ref}} = +\delta_{\text{yaw,CMD}} - \delta_{\text{pitch,CMD}} - \delta_{\text{roll,CMD}}$$

$$\delta_{2,\text{ref}} = -\delta_{\text{yaw,CMD}} - \delta_{\text{pitch,CMD}} - \delta_{\text{roll,CMD}}$$

(49)

$$\delta_{3,\text{ref}} = -\delta_{\text{yaw,CMD}} + \delta_{\text{pitch,CMD}} - \delta_{\text{roll,CMD}}$$

$$\delta_{4,\text{ref}} = +\delta_{\text{yaw,CMD}} + \delta_{\text{pitch,CMD}} - \delta_{\text{roll,CMD}}$$

O comando de *brake* não foi utilizado. A numeração das empenas se dá em vista traseira, em sentido horário sendo o conjunto atuador e empena de número 1 o superior a direita nesta vista.

### 3.7.4 Agendamento de Ganhos

Como falado na seção 3.7.2 faz-se necessária a variação dos ganhos dos controladores para diferentes condições de voo. Para simplificação manteve-se a altitude constante em todos os testes em 1000 m. Assim a tabela 8 apresenta as diversas condições usadas para sintonização dos ganhos. A partir dos ganhos obtidos desta forma, o controlador foi ajustado manualmente para melhorar aspectos da trajetórias em diferentes momentos se baseando em simulações de trajetórias longas e para alvos em fuga. Assim, já nesta etapa, a parte da simulação já implementada se mostrou útil.

**Tabela 8:** Condições usadas para sintonização do controle.

t (s)	Mach	X <sub>CG</sub> (mm)	Massa (Kg)
1	1.3	1470	75
2	2.0	1470	75
5	3.0	1271	60
20	1.3	1271	60

### 3.7.5 Parametrização do Ganho com Distância

Notou-se que no final da trajetória, devido a proximidade com o alvo a linha de visada apresenta variações bruscas. Isto acarreta situações que podem gerar oscilações que prejudicam a trajetória e podem chegar a instabilizar artefato. Buscando melhorar o controle foi implementado um ganho de ajuste multiplicados pelos ganhos do controlador PID. Este ganho atenua as ações de controle buscando reduzir oscilações no final de sua trajetória. O ganho implementado foi do linear de forma que:

$$K_{ajuste} = K_0 + K_{lin} \cdot \frac{\text{dist. do alvo}}{\text{dist. inicial do alvo}} \quad (50)$$

## 3.8 Atuadores

Os atuadores são os servomecanismos que impõe às empenas as deflexões geradas pelos auto-pilotos. São modelados matematicamente como um sistema de primeira ordem. Foi arbitrado para as simulações deste trabalho uma constante de tempo de 0,05s para o sistema

simulado. Desta forma a função de transferência do atuador é

$$\frac{\delta(s)}{\delta_{\text{CMD}}(s)} = \frac{1}{0.05 s + 1} \quad (51)$$

## 4 Resultados

### 4.1 Aspectos das Simulações

Para as estimativas de performance operacional foram utilizadas simulações em 6 graus de liberdade (6DoF) baseadas no modelo matemático do míssil discorrido até o momento. As simulações foram realizadas com integração pelo método numérico de Runge-Kutta de ordem 4 de passo fixo igual a 0,005 s. Os processos discretos como cálculos que seriam realizados pelo processamento do míssil, apresentam frequência de 100 Hz. A orientação é feita por quaternions e matrizes 3x3 de rotação ortonormais DCM. Foi utilizada uma atmosfera padrão ISA sem ajuste. Foram utilizadas padrões e algumas funções, incluído o *solver*, do pacote SAB\_SIM, implementado em MATLAB, apresentado na disciplina de Simulação de Artefatos Bélicos do Curso de Especialização em Engenharia de Armamento Aéreo, para realização das simulações.

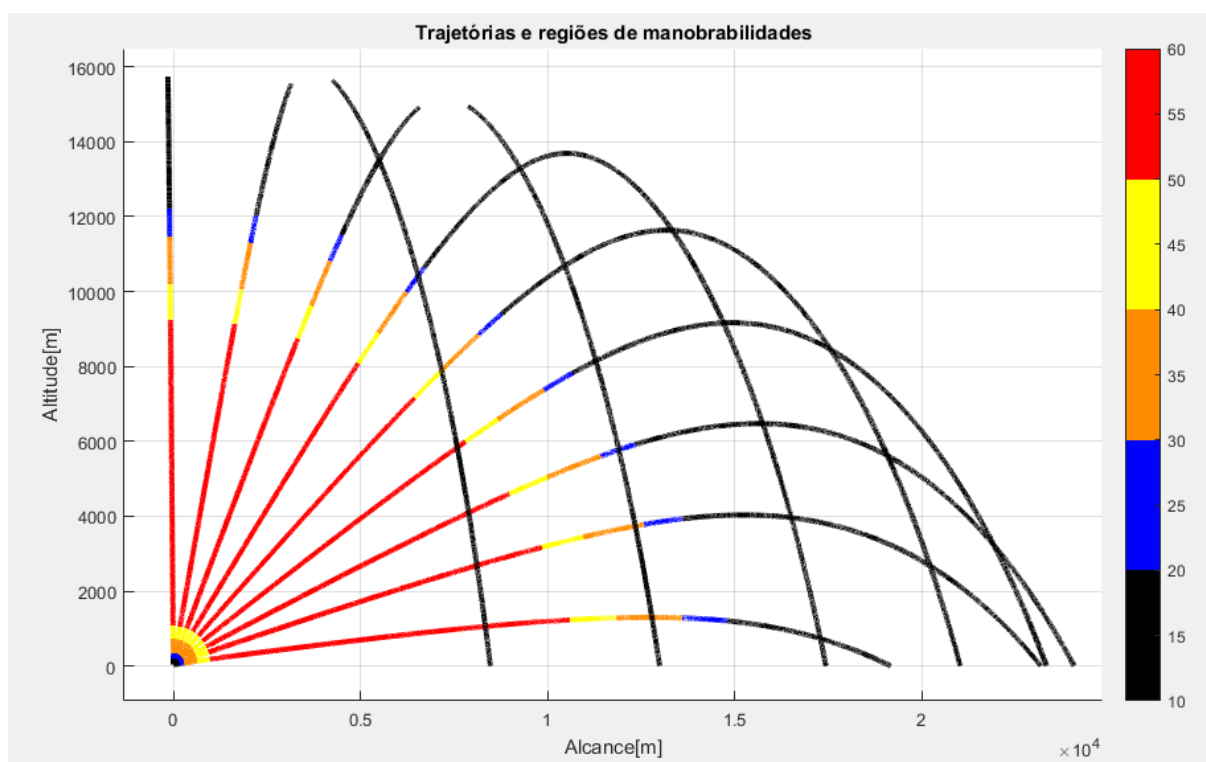
### 4.2 Regiões de Manobrabilidade

O engajamento final é decisivo para o cumprimento da missão do armamento. No fim de seu curso o parâmetro decisivo é a manobrabilidade do armamento em comparação com o de seu alvo. A realização de manobras por parte do interceptado implica no aumento da distância de passagem caso o interceptador não tenha capacidade de acompanhá-las. A distância de passagem, por sua vez, é decisiva para letalidade do armamento, sua finalidade. Esta característica do engajamento aumenta a probabilidade do alvo ser atingido por um fragmento da cabeça de guerra bem como a energia do fragmento no impacto.

Através de simulação se podem definir limites operacionais do armamento estimando a manobrabilidade em diversos pontos do voo. Utilizou-se uma simulação 3DoF no plano vertical, incorporando toda a variação dos coeficientes em função do número de Mach e ângulos de ataque ao longo da trajetória e definiu-se, desta forma os envelopes de manobrabilidade máxima disponível para o armamento em cada ponto. A manobrabilidade máxima foi calculada em função do número de Mach e pressão dinâmica apresentados no ponto para um ângulo de ataque de 20°. Os lançamentos foram realizados de ângulos de diferentes ângulos iniciais de

arfagem e as empenas foram mantidas travadas, não havendo gasto energético com manobras.

Não se analisará o plano horizontal dado que estima-se que o ajuste inicial de trajetória com o pirotécnico no final da fase de lançamento a frio é capaz de minimizar o esforço neste plano. No entanto, ressalta-se que este esforço existe e ao ser desprezado majora os envelopes apresentados de forma a ser uma estimativa otimista.



**Figura 17:** Envelopes de manobrabilidade simulados

De acordo com [22] o míssil deve apresentar uma aceleração lateral mínima de 4 g associada outros requisitos de velocidade e altitude no momento da interceptação. Já [9] preconiza que o armamento deve apresentar um fator de carga de pelo menos 3 vezes o de seu oponente. Assim, as diferentes regiões apresentadas na Figura 17, associadas a estes critérios permitem estimar regiões de interceptação de diferentes alvos. Por exemplo, pelo critério de vezes a manobrabilidade, alvos com capacidade de manobra maiores do que 6,5g escapariam se a interceptação acontece nos seguimentos em preto do envelope apresentado.

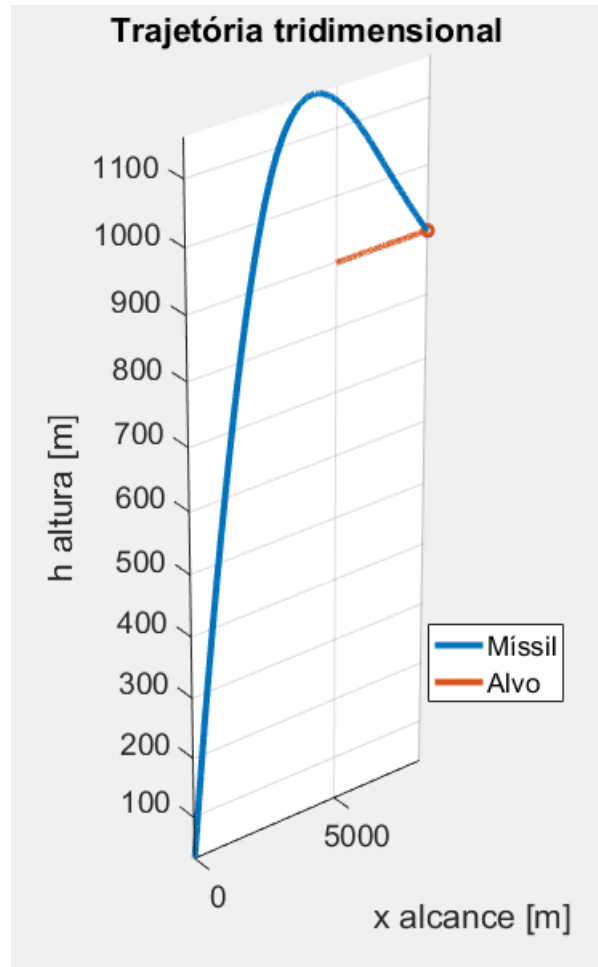
A Figura 17 permite também analisar o alcance máximo horizontal. Na figura se observa que o míssil chegou a proximidade dos 25 Km apresentados como especificação do fabricante para o parâmetro. Destaca-se que existem incertezas na aerodinâmica e que o significado deste número na especificação não é detalhado. Porém, a simulação corrobora com o desempe-

nho obtido pelo motor projetado para a interpretação de máximo alcance total.

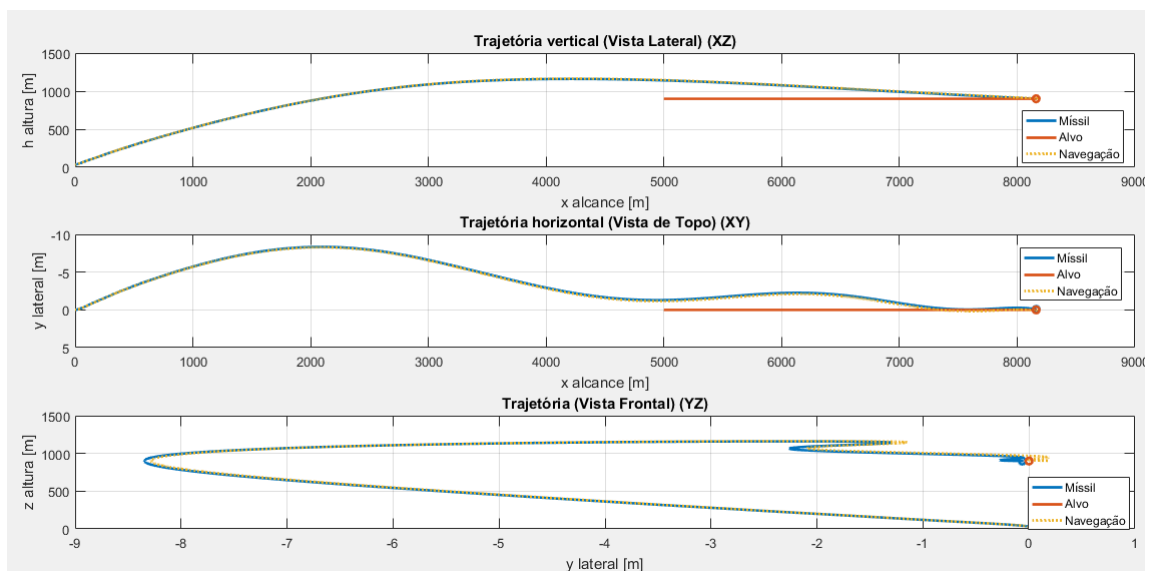
### 4.3 Zona de Engajamento do Míssil

A zona de engajamento do míssil é definida em [23] como a região do espaço cuja responsabilidade de engajamento recai sobre este. Esta região representa o volume do qual o alvo não consiga sair sem ser interceptado para uma dada condição de manobra e velocidade. Para definição desta região foram simulados múltiplos engajamentos. Foram utilizadas simulações 3DoF no plano vertical. Não há necessidade de realizar simulações em todo o volume dado que o míssil pode iniciar sua trajetória em qualquer azimuth, característica inerente do lançamento do míssil estudado. Devido a isso o volume esperado seria o sólido de revolução da área no plano vertical em torno do eixo vertical que passa pelo ponto de lançamento. Buscando delimitar a região uma foram simulados engajamentos com alvos em fuga realizando voo reto nivelado com velocidade de  $300m/s$  ( $M \approx 0.9$ ), conforme o exemplo da Figura 18.

A região é apresentada na Figura 19. Na imagem, o nível representa a distância de passagem obtida para cada ponto. Os pontos no plano da figura representam as posições iniciais do alvo no momento do lançamento. A figura representa a interpolação de pontos iniciais de trajetórias esparsados de  $1Km$ , nos limites da altitude, acima  $8000m$ , são esparsados em  $500m$ . As simulações foram feitas sempre com o ângulo inicial de  $30^\circ$  com o plano horizontal, buscando maximizar o alcance. O sistema real, no entanto, provavelmente ajusta sua direção inicial fazendo com que seu envelope possa ser superior ao estimado.



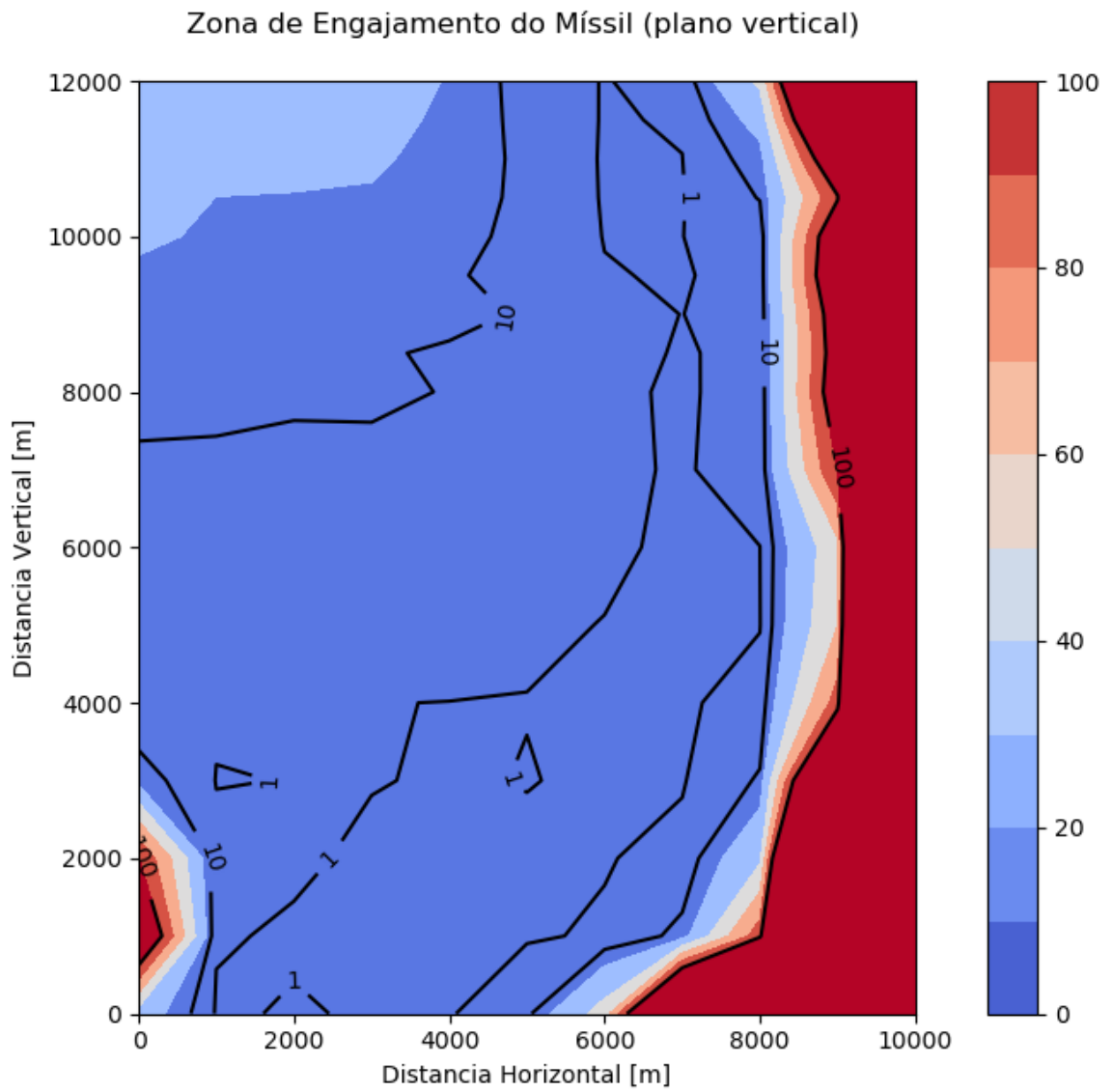
(a) Trajetória em 3D



(b) Trajetória nos Planos

**Figura 18:** Exemplo de trajetória elaborada para definição do Zona de Engajamento do Míssil.





**Figura 19:** Distâncias de Passagem para diversas posições de engajamento na Zona de Engajamento do Míssil. Alvos em trajetória de fuga reto nivelada a  $300m/s$ .

#### 4.4 Região Defendida

Uma vez que o míssil é designado para realizar a defesa de ponto, ou seja próprio navio lançador, outros navios que estejam navegando na mesma formação ou até mesmo um ativo próximo a costa que o navio esteja protegendo, é importante saber a qual região esta proteção é efetiva.

Para isto foram feitas simulações nas quais ameaças se aproximam em voo reto nivelado em paralelas a direção  $\hat{Y}$ . Esse cenário busca representar o navio se interpondo a uma ameaça. O plano vertical do ponto de lançamento do míssil deve funcionar como uma barreira para atacantes que buscam ativos situados opostos a este plano. A Figura 20 ilustra um engajamento no cenário proposto.

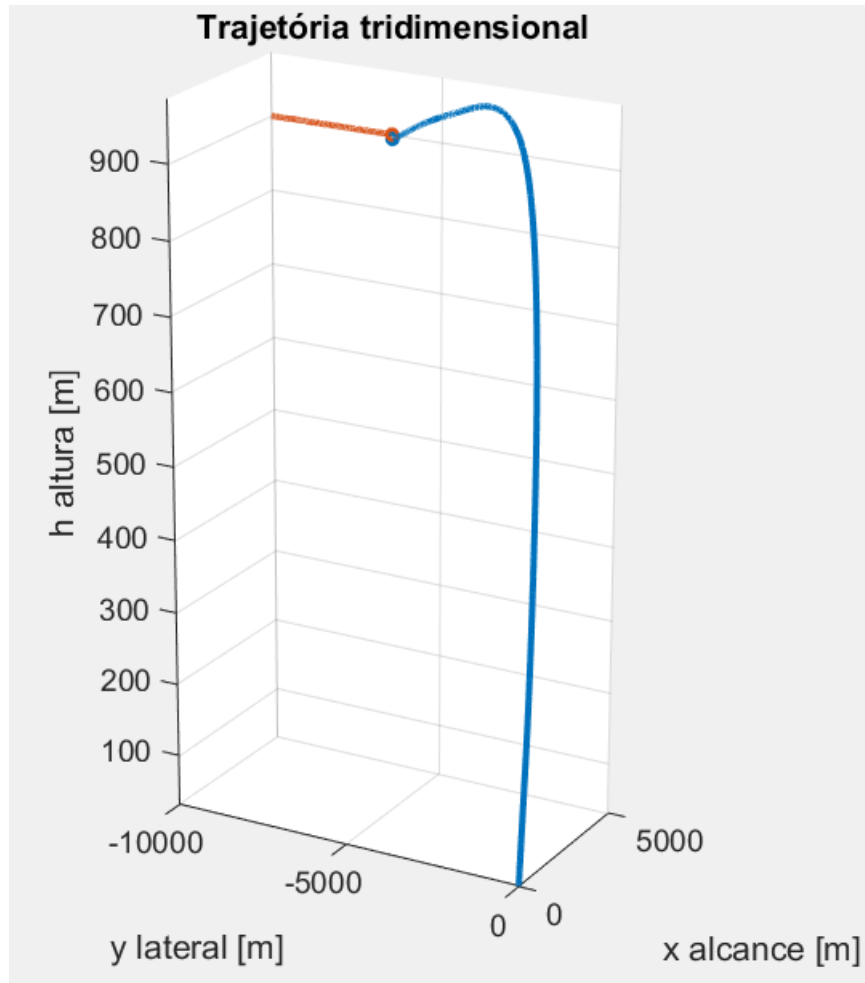
O míssil deve apresentar um azimuth inicial em função do alvo como explicitado em 3.6.1. O cálculo do azimuth inicial para um alvo em desfile com direção  $\hat{Y}$  seria dado por:

$$\psi_l = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) - \arcsin\left(\frac{v_t \cdot X}{v_m \sqrt{X^2 + Y^2}}\right) \quad (52)$$

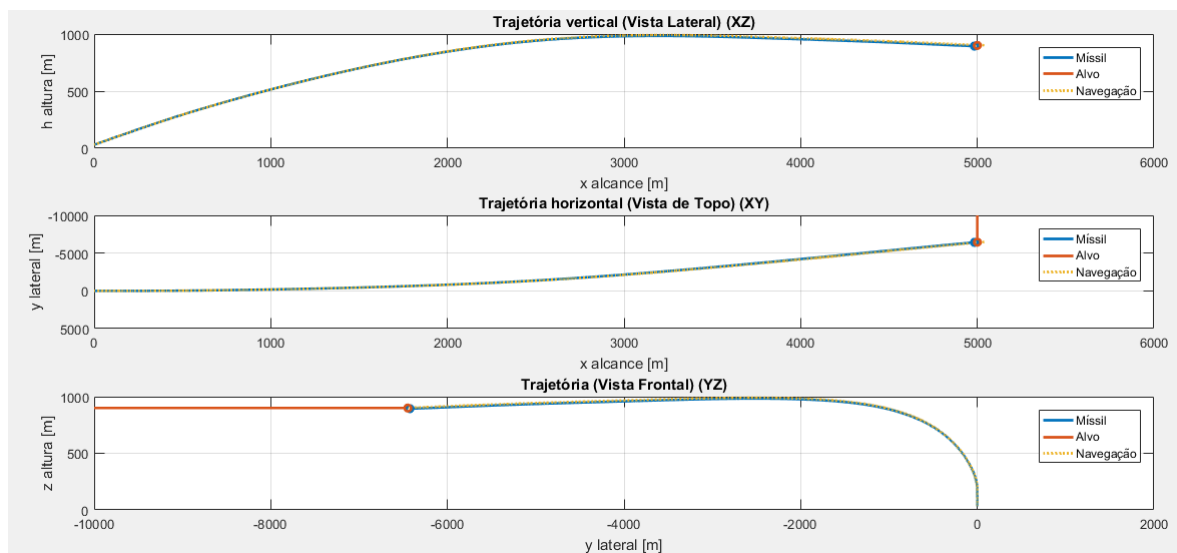
Onde:

- $X$  e  $Y$  posição do alvo em relação ao sistema de coordenadas de marcação do azimuth;
- $v_t$  velocidade média do alvo
- $v_m$  velocidade média do míssil na trajetória

O resultado dos múltiplos engajamentos é visto na Figura 21. As ameaças lançadas foram esparsadas em cerca de  $1Km$  tanto na vertical quanto na horizontal. O lançamento do CAMM é realizado quando as ameaças se encontram a 10 Km do plano vertical XZ do navio. Do resultado representado graficamente é possível notar que, mesmo sem o guiamento terminal implementado ou o ajuste da elevação de início de trajetória, o míssil defende ataques realizados a altitudes de até cerca de 6000 m e configura uma barreira de cerca de 14 Km considerando um critério de distância de passagem de até 10 m. No entanto, destaca-se que a análise é sensível ao ajuste do ganho com a distância e com ângulo de lançamento que poderiam ser otimizados de forma a aumentar a superfície das intercepções.

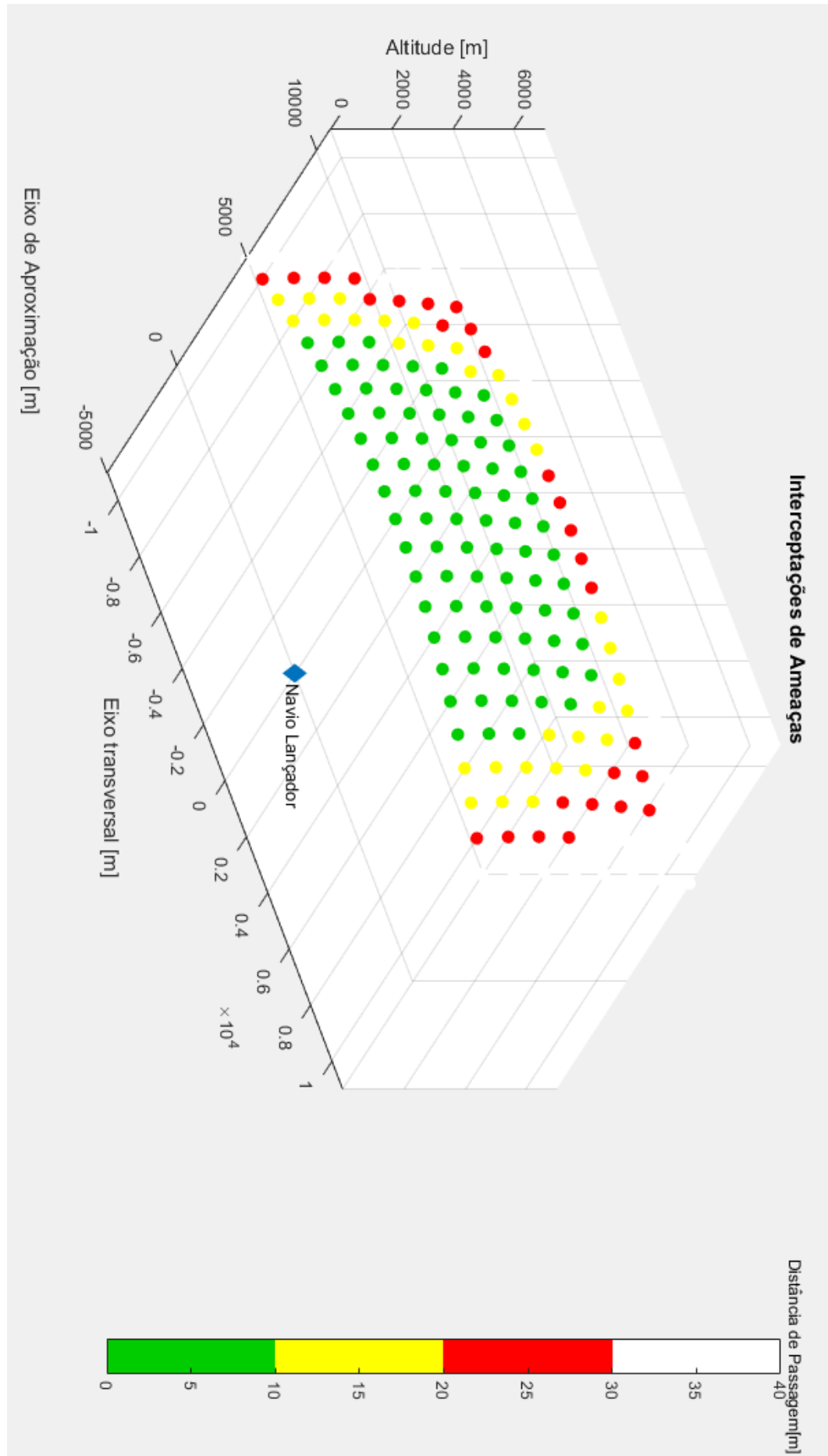


(a) Trajetória em 3D



(b) Trajetória nos Planos

**Figura 20:** Exemplo de trajetória elaborada para definição do Plano de Defesa.



**Figura 21:** Barreira gerada pelo sistema. Ameças se aproximando em voo reto nivelada a  $300m/s$ .

#### 4.5 Tempo de Reação

Recorrentemente as ameaças que atacam navios se aproximam em altitudes baixíssimas. Esta postura pode colocar uma aeronave ou míssil escondidos além da região de visibilidade radar percebida pelos instrumentos do navio, fazendo que quando se revelem, o tempo de reação seja diminuto. Esta análise busca associar distâncias de detecção de objetos que se aproximem do navio e o tempo de trajetória até a interceptação pelo míssil ao tempo que a tripulação ou o sistema de armas do navio teria entre detectar a ameaça e disparar a defesa.

A região de visibilidade radar é definida como:

$$D_h = \sqrt{2 \cdot h_{\text{antena}} \cdot \left(\frac{4R_e}{3}\right)} + \sqrt{2 \cdot h_{\text{alvo}} \cdot \left(\frac{4R_e}{3}\right)} \quad (53)$$

Assim, a título de exemplo, para uma antena do radar de um navio que esteja situada a  $20m$  acima do nível do mar é possível calcular a qual distância máxima do navio a ameaça seria detectada para diferentes altitudes de voo. Na Tabela 9, onde são apresentados os resultados deste cálculo para algumas altitudes de voo, é possível observar que para altitudes de voo acima de  $3m$  a ameaça já é teoricamente detectável no limite do alcance do míssil.

**Tabela 9:** Visibilidade radar para algumas altitudes de voo.

Altitude de Voo da Ameaça (m)	Distância de Visibilidade Radar (Km)
0	18
3	26
10	32

No entanto, esta detecção é difícil e pode ser que ocorra tardiamente, assim para esta altitude de voo foram simuladas aproximações de ameaças que são detectadas já dentro da zona de visibilidade radar.

Considerando ameaças que voem a  $300m/s$  ( $M \approx 0.9$  para o nível do mar) são simulados engajamentos para lançamentos realizados logo após a detecção. Notou-se que para distâncias menores do que  $8000m$  o míssil, configurado como o proposto, não apresentou manobra suficiente e foi considerado que o navio seria atingido. Desta forma, calculou-se que a distância para a ameaça cruzar distância e considerou-se que esse seria o tempo máximo de re-

ação para uma detecção realizada em cada ponto simulado. Destaca-se que um resultado mais aproximado da realidade se daria ao implementar o controle da elevação do míssil na fase de *booster*.

**Tabela 10:** Tempos de reação máximos.

Afastamento da Ameça no momento do lançamento [m]	Tempo p/ ameaça alcançar o navio [s]	Tempo p/ ameaça cruzar se tornar inalcançável [s]	Miss distance [m]	Tempo de voo para interceptação [s]	Posição interceptação [m]
7000	23,33	-	200,40	6,815	5005
7500	25,00	-	127,74	7,225	5371
8000	26,67	-	39,88	7,64	5725
8500	28,33	5,00	0,55	8,06	6088
10000	33,33	10,00	1,45	9,38	7193
15000	50,00	26,67	2,44	11,78	8973
20000	66,67	43,33	0,04	14,43	10677
21000	70,00	46,67	0,70	14,99	11009
22000	73,33	50,00	1,39	15,56	11339
23000	76,67	53,33	2,04	16,13	11663
24000	80,00	56,67	1,22	16,72	11987
25000	83,33	60,00	0,29	17,32	12308

#### 4.6 Método de Monte-Carlo para engajamento em condições não ideais

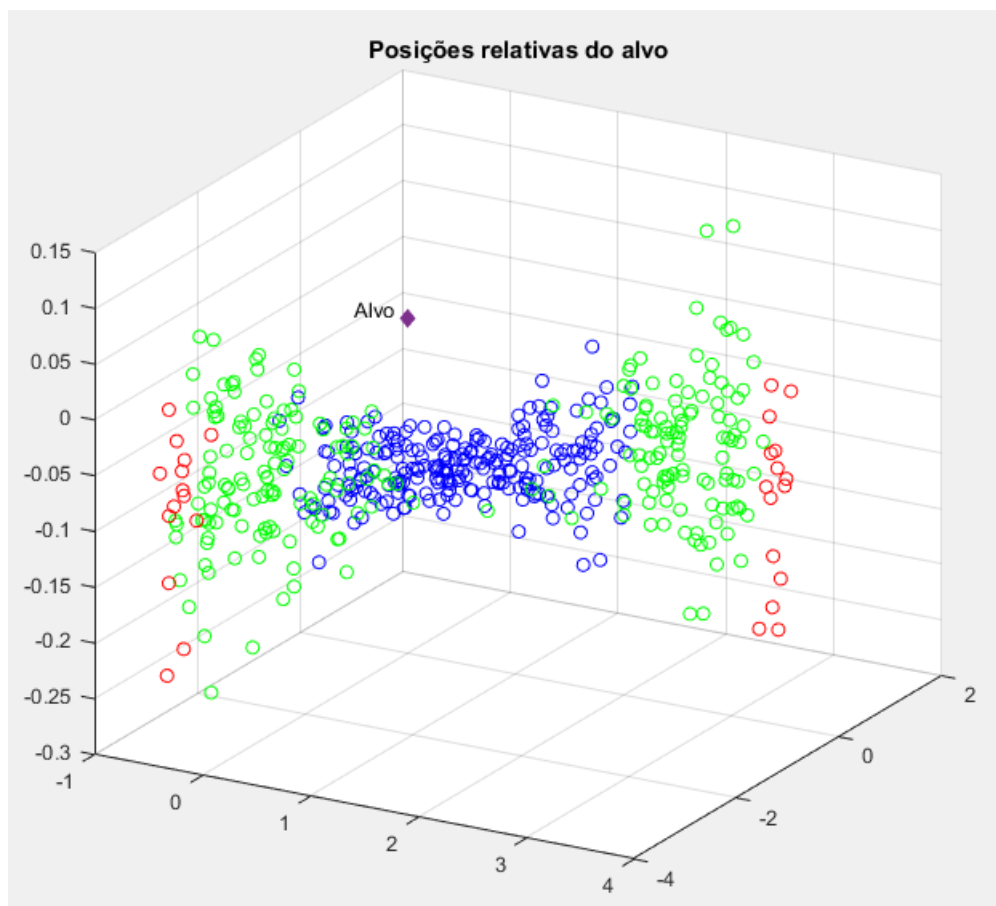
As análises realizadas até agora consideram sempre distâncias de passagem para condições ideais, ou seja, sem interferência do clima, ruídos nos sensores ou imperfeições construtivas do míssil. Porém estas existem. A análise de Monte-Carlo a mesma situação geométrica do engajamento o mesmo ensaio diversas vezes considerando variações aleatórias de parâmetros que representam estas imperfeições definindo uma probabilidade de um evento ocorrer.

A probabilidade de neutralizar ( $P_{kill}$ ) e de acertar ( $P_h$ ) são importantes parâmetros de influência na letalidade de um armamento. Um possível método para estimar a  $P_h$  é a realização de um estudo de Monte-Carlo a quantidade de acertos em uma determinada condição. Via de regra, este estudo ocorre para as condições de guiamento terminal que são as que mais impactam no desfecho do engajamento. Este trecho da trajetória está fora do escopo do presente trabalho. No entanto, o guiamento por Navegação Proporcional apresentado, em teoria, deve ser capaz de suceder em engajamentos a alvos não manobráveis. Outra possibilidade seria utilizar os desvios

apresentados no Monte-Carlo relativo ao *mid-course* para prever as incertezas de estado inicial do estudo para a trajetória terminal.

Dado isso, realizou-se uma análise para condições de engajamento de alvos em desfile mediante intempéries climáticas e erros de construção da propulsão.

O voo utilizado é análogo ao apresentado na seção 4.4 na Figura 20. O ponto de partida do alvo no momento de lançamento é (5000, 5000, -900)m e se utiliza o azimuth inicial da trajetória como na seção anterior. Utilizou-se um nível 5 de turbulência de Dryden e vento constante aleatória a cada cenário. A dispersão das posições relativa no entorno do alvo foi apresentada na Figura 22.



**Figura 22:** Dispersão das menores distâncias do alvo apresentadas. Distâncias menores que 4m são apresentadas em vermelho, menores que 3m em verde e menores que 2m em azul.

A simulação realizada apresentou um  $P_h \approx 94,19\%$  para um critério de 3m ou  $P_h \approx 46,29\%$  para um critério de 2m. Todas as distâncias de passagem foram inferiores a 4m. Para uma simulação com 500 corridas.

## 5 Conclusões

O presente trabalho demonstra que com o uso de informações públicas e de simulações é possível obter diversas características operacionais através de conhecimentos técnicos, mesmo partindo de poucos dados. Dessa forma cumpriu-se o objetivo proposto.

A análise apresentada permite comparações de características operacionais de diferentes mísseis oferecendo mais informações aos tomadores de decisões em momentos de aquisições ou de emprego. Além disso, a simulação confere domínio sobre as possibilidades de evolução de um cenário, o que pode ser crítico para o conhecimento de uma situação no teatro de operações ou auxiliar em investigações de treinamentos em que ocorreram falhas.

O estudo de caso apresentado tem propósito puramente acadêmico e se vale apenas de informações públicas ou conhecimentos presentes em livros, não revelando em nada características confidenciais do míssil analisado. Os parâmetros utilizados apresentam incertezas que podem ser sanadas com dados mais precisos de manuais de usuários desse ou ensaios.

Uma vez que o míssil esteja disponível para a Marinha do Brasil, sugere-se estudos que permitam refinar a simulação apresentada visando se aprimorar os benefícios citados no parágrafo anterior. Essa abordagem visa contribuir para MB sendo um primeiro estudo técnico deste tipo para este míssil de forma que se possa evoluir para um completo domínio do armamento.

Como sugestões para trabalhos futuros podem ser citados:

- a. Investigação de características mais precisas do míssil do estudo de caso para refinamento da simulação.
- b. Realização de estudos da relação do alcance radar e transição para trajetória terminal com aspectos do projeto e desempenho.
- c. Melhoria na modelagem das malhas dos rastreadores de fator de carga,  $n$ , e ângulos de ataque e escorregamento lateral,  $\alpha$  e  $\beta$ .
- d. Incorporação do guiamento terminal por um dos métodos mais modernos citados, como teoria dos jogos diferencial, controle ótimo ou adaptativo.



- e. Implementação de animação renderizada para representação do míssil em tempo real a partir dos dados da simulação.

## Referências

- [1] ZIPFEL, P. H. *Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007.
- [2] UNITED STATES. Department of Defense. *MIL-HDBK-1211 (MI): Missile Flight Simulation Part One: Surface-to-Air Missiles*. Washington, DC: Department of Defense, 1995.
- [3] ZITTEL, R. C. *The Reality of Simulation-Based Acquisition—And an Example of US Military Implementation*. [S.l.], 2001.
- [4] MADNI, A. M. Expanding stakeholder participation in upfront system engineering through storytelling in virtual worlds. *Systems Engineering*, Wiley Online Library, v. 18, n. 1, p. 16–27, 2015.
- [5] SCHMAEDECKE, A. L. *Estudo dos Sistemas de Guiagem e Pilotagem para Bombas Guiadas com Sensores Inerciais GPS*, 2005.
- [6] COELHO, F. A. A. *Modelagem, Controle e Simulação Hardware-in-the-loop de um míssil com voo rasante a superfície do mar*. — UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, 2007.
- [7] STEVENS, B. L.; LEWIS, F. L.; JOHNSON, E. N. *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.
- [8] BLAKE, W. B. *Missile Datcom: User's Manual-1997 FORTRAN 90 Revision*. [S.l.], 1998.
- [9] FLEEMAN, E. L. *Tactical missile design*. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics Reston, 2006.
- [10] UNITED STATES. Department of Defense. *MIL-HDBK-1797: Flying Qualities of Piloted Airplanes*. Washington, DC: Department of Defense, 1997.
- [11] JANES. *CAMM Jane's equipment profile*. 2019. Disponível em: <<https://janes.ihs.com/Janes/Display/jlad0718-jaad>>. Acesso em: 07/10/2019.

- [12] SHNEYDOR, N. A. *Missile guidance and pursuit: kinematics, dynamics and control*. [S.l.]: Elsevier, 1998.
- [13] JANE'S. *Intercept point: Sea Ceptor extends the defended envelope*. 2018. Disponível em: [https://janes.ihs.com/Janes/Display/FG\\_957204-JNI](https://janes.ihs.com/Janes/Display/FG_957204-JNI)>. Acesso em: 07/10/2019.
- [14] JANE'S. *Common denominator: working CAMM towards service*. 2013. Disponível em: <https://janes.ihs.com/Janes/Display/idr15890-idr-2013>>. Acesso em: 07/10/2019.
- [15] GŁĘBOCKI, R.; JACEWICZ, M. Simulation study of a missile cold launch system. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, v. 56, n. 4, p. 901–913, 2018.
- [16] CAMM datasheet, v2. Disponível em <https://www.mbda-systems.com/product/camm-sea/>. Acesso em: 07/10/2019.
- [17] JANE'S. *ASRAAM Jane's equipment profile*. Disponível em: <https://janes.ihs.com/Janes/Display/jalw3611-jalw>>. Acesso em: 07/10/2019.
- [18] CROWELL Sr., G. A. The descriptive geometry of nose cones. URL: <http://www.myweb.cableone.net/cjcrowell/NCEQN2.doc>, 1996.
- [19] BARRERE, M. et al. *Rocket propulsion*. [S.l.: s.n.], 1960.
- [20] SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. *Rocket propulsion elements*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2001.
- [21] UNITED STATES. Department of Defense. *MIL-HDBK-5J: Metallic Materials and Elements for Aerospace Vehicle Structures*. Washington, DC: Department of Defense, 2003.
- [22] SIOURIS, G. M. *Missile guidance and control systems*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2004.
- [23] UNITED STATES. Department of Defense. *Marine Corps Warfighting Publications MCWP 3-22: Anti-air Warfare*. Washington, DC: Department of Defense, 2000.

## Apêndice A - Equacionamento da Derivada de Estado em cada Passo de Simulação

Os passos para o cômputo das derivadas considerando dados os estados anteriores de estado são:

- Converte-se a velocidade linear de ref. corpo para ref. inercial:

$$\vec{v}_{i/i}^b = R_{b/i}^T \cdot \vec{v}_{i/b}^b$$

E computam-se as posições relativas:

$$\vec{p}_{b/i}^t = \vec{p}_{i/i}^t - \vec{p}_{i/i}^b$$

$$\vec{v}_{b/i}^t = \vec{v}_{i/i}^t - \vec{v}_{i/i}^b$$

$$\text{distancia do alvo} = |\vec{p}_{b/i}^t|$$

- Por função específica são calculados os parâmetros atmosféricos.

pressão estática local:  $P_a$

densidade do ar local:  $\rho$

velocidade do som no local:  $a$

- Em função do tempo, se obtém:

massa;

centro de gravidade;

empuxo no nível do mar e compensado pela altitude por:  $T(t) = T_{\text{msl}}(t) + (P_{\text{atm}} - P_h)$

momentos de inércia por interpolação de tabelas. Compensa-se o passeio de CG nas inércias.

- Traz-se a velocidade do vento para o referencial do corpo

$$\vec{v}_{i/b}^{rw} = R_{b/i} \cdot (\vec{v}_{i/i,\text{turb}}^{rw} + \vec{v}_{i/i}^{rw})$$

Computa-se a velocidade aerodinâmica:  $\vec{v}_{i/b}^a$ . Computam-se os seguintes parâmetros aerodinâmicos:

$$\text{Pressão dinâmica: } P_{\text{din}} = \rho \cdot \frac{v_a^2}{2}$$

$$\text{Número de Mach: } M = v_a/a$$

$$\text{Ângulo de Ataque: } \alpha = \text{atan2}(w, u)$$

$$\text{Ângulo de Derrapagem: } \beta = \text{atan2}(v, u)$$

- São computados os coeficientes aerodinâmicos em função dos parâmetros aerodinâmicos:  $V_a$ ,  $M$ ,  $P_{\text{din}}$ ,  $\alpha$  (Ângulo de Ataque) e  $\beta$  (Ângulo de Derrapagem),  $\vec{w}_{i/b}^b = [p, q, r]$ , e  $\delta = [\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4]$  (deflexões dos atuadores). O amortecimento aerodinâmico é  $d = L_{\text{Ref}}/(2V_a)$

$$C_{X0} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{X\delta 1} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{X\delta 2} = C_{X\delta 1}$$

$$C_{X\delta 3} = C_{X\delta 1}$$

$$C_{X\delta 4} = C_{X\delta 1}$$

$$C_X = C_{X0} + C_{X\delta} \cdot \delta$$

$$C_{Y\beta} = f(\alpha, Mach)$$

$$C_{Y\delta 1} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{Y\delta 2} = -C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Y\delta 3} = -C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Y\delta 4} = C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Yr} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_Y = C_{Y\beta} \cdot \beta + C_{Y\delta} \cdot \delta + d \cdot C_{Yr} \cdot r$$

$$C_{Z\alpha} = C_{Y\beta}$$

$$C_{Z\delta 1} = -C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Z\delta 2} = -C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Z\delta 3} = C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Z\delta 4} = C_{Y\delta 1}$$

$$C_{Zq} = -C_{Yr}$$

$$C_Z = C_{Z\alpha} \cdot \alpha + C_{Z\delta} \cdot \delta + d \cdot C_{Zq} \cdot q$$

$$C_{\ell\delta 1} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{\ell\delta 2} = C_{\ell\delta 1}$$

$$C_{\ell\delta 3} = C_{\ell\delta 1}$$

$$C_{\ell\delta 4} = C_{\ell\delta 1}$$

$$C_{\ell p} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{\ell} = C_{\ell\delta} \cdot \delta + d \cdot C_{\ell p} \cdot p$$

$$C_{m\alpha} = f(\alpha, Mach)$$

$$C_{m\delta 1} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{m\delta 2} = C_{m\delta 1}$$

$$C_{m\delta 3} = -C_{m\delta 1}$$

$$C_{m\delta 4} = -C_{m\delta 1}$$

$$C_{mq} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_m = C_{m\alpha} \cdot \alpha + C_{m\delta} \cdot \delta + d \cdot C_{mq} \cdot q$$

$$C_{n\beta} = -C_{m\alpha}$$

$$C_{n\delta 1} = f(\alpha = 0, Mach)$$

$$C_{n\delta 2} = -C_{m\delta 1}$$

$$C_{n\delta 3} = -C_{m\delta 1}$$

$$C_{n\delta 4} = C_{m\delta 1}$$

$$C_{nr} = C_{mq}$$

$$C_n = C_{n\beta} \cdot \beta + C_{n\delta} \cdot \delta + d \cdot C_{nr} \cdot r$$

- Dados os coeficientes são calculados os esforços aerodinâmicos.

$$\vec{F}_{\text{aero}} = P_{\text{din}} \cdot S_{\text{Ref}} [C_X \ C_Y \ C_Z]^T$$

$$\vec{M}_{\text{aero}} = P_{\text{din}} \cdot S_{\text{Ref}} \cdot L_{\text{Ref}} [C_l \ C_m \ C_n]^T$$

- Calculam-se as forças externas atuantes no corpo:

$$\vec{W} = m \cdot R_{b/i} \vec{g}_i$$

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{W} + \vec{F}_{\text{aero}} + \vec{F}_{\text{thrust}}$$

$$\vec{M}_{\text{Total}} = \vec{M}_{\text{aero}} + \left( \vec{P}_{\text{aeroRef}} - \vec{P}_{CG} \right) \times \vec{F}_{\text{aero}} + \left( \vec{P}_{\text{thrustRef}} - \vec{P}_{CG} \right) \times \vec{F}_{\text{thrust}}$$



- Por fim, são calculadas as derivadas dos estados:

$$\dot{\vec{p}}_{b/i}^i = R_{i/b} \cdot \vec{v}_{b/i}^b$$

$$\dot{\vec{v}}_{b/i}^i = \frac{\vec{F}_{\text{Total}}}{m} - \vec{\omega}_{b/i}^i \times \vec{v}_{b/i}^i$$

$$\dot{q}_{b/i,\text{quat}} = \frac{1}{2} \cdot q_{b/i} \cdot \omega_{b/i,\text{quat}}^i$$

$$\dot{\vec{\omega}}_{b/i}^i = (J^b)^{-1} \left( \vec{M}_{\text{Total}} - \vec{\omega}_{b/i}^i \times J^b \vec{\omega}_{b/i}^i \right)$$

- E adicionalmente é computada a dinâmica dos atuadores:

$$\dot{\delta} = \frac{1}{t_{c,\text{atuador}}} (\delta_{\text{Ref}} - \delta)$$

Onde  $t_{c,\text{atuador}}$  é a constante de tempo do atuador.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO			
1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TC	2. DATA 25 de novembro de 2019	3. REGISTRO Nº DCTA/ITA/TC-129/2019	4. Nº DE PÁGINAS 82
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Modelagem e Simulação de Mísseis Superfície-Ar			
6. AUTOR(ES): <b>Gabriel Arruda Evangelista</b>			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Modelagem Matemática de Artefato Bélico; Modelagem e Simulação; Projeto conceitual de armamento aéreo; Míssil superfície-ar; Common Anti-air Modular Missile; CAMM			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Mísseis; Controle de Mísseis; Modelos Matemáticos; Simulação; Tecnologia Militar; Engenharia Eletrônica.			
10. APRESENTAÇÃO:		(X) Nacional ( ) Internacional	
ITA, São José dos Campos. Curso de Especialização em Engenharia de Armamento Aéreo. Orientador: Jozias del Rios Vieira Granado Santos. Apresentação em 20 de novembro de 2019. Publicado em 2019.			
11. RESUMO: <p>As simulações de artefatos bélicos têm aplicações desde o princípio de seu projeto até o fim de sua vida útil operacional. O trabalho visa apresentar aspectos gerais de simulação de artefatos bélicos e seu controle com ênfase em mísseis superfície-ar. Além disso se busca demonstrar a utilidade dessa ferramenta para estimativas operacionais.</p> <p>Para isto foi analisado o míssil <i>Common Anti-air Modular Missil</i> (CAMM) previsto para equipar os novos navios classe “Tamandaré” da Marinha do Brasil. Com os poucos dados disponíveis foram levantadas hipóteses coerentes com o conceito operacional do míssil e foi realizada sua modelagem matemática. Foi levantado o <i>airframe</i> a partir de fotos disponíveis ao acesso público do qual foram extraídas as características aerodinâmicas. Elaborou-se um projeto preliminar de um motor foguete para atingir os desempenhos publicados. Foi selecionado um método de guiamento e, para o modelo, foi implementado um controle.</p> <p>Com isso foram elaboradas simulações em 3DoF e 6DoF e para estimativa de desempenho do míssil demonstrando a coerência dos elementos modelados. Com estas simulações foi possível estimar performances e analisar envelopes operacionais do modelo obtido.</p> <p>A partir do estudo realizado foi possível verificar o uso de ferramentas de simulação para levantamento de características operacionais elaboradas a partir de um estudo de caso. Este mostra também como é possível levantar diversos parâmetros de armamentos, a partir das poucas informações de domínio público, contexto comum para este tipo de artefato. .</p>			
12. GRAU DE SIGILO: <b>(X) OSTENSIVO ( ) RESERVADO ( ) SECRETO</b>			