

Tese apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica e Computação, Área de Sistemas e Controle

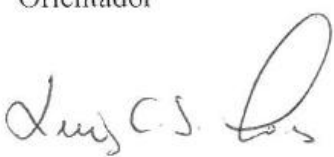
Fernando Antonio Almeida Coelho

CONTROLE ROBUSTO NÃO LINEAR DE UM MÍSIL EM VOO RASANTE COM INCERTEZAS NO MODELO

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Prof. Dr. Elder Moreira Hemerly
Orientador



Prof. Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes
Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP – Brasil
2017

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)**Divisão de Informação e Documentação**

Coelho, Fernando A. A.

Controle robusto não linear de um míssil em voo rasante com incertezas no modelo / Fernando Antonio Almeida Coelho.

São José dos Campos, 2017.

126f.

Tese de doutorado – Curso de Engenharia Eletrônica e Computação, Área de Sistemas e Controle – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2017. Orientador: Prof. Dr. Elder Moreira Hemerly

1. Controle Robusto. 2. Sistemas não lineares. 3. Controle de mísseis. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Controle robusto não linear de um míssil em voo rasante com incertezas no modelo

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

COELHO, Fernando Antonio Almeida. Controle robusto não linear de um míssil em voo rasante com incertezas no modelo. 2017. 126f. Tese de doutorado em Engenharia Eletrônica e Computação, área de Sistemas e Controle – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Fernando Antonio Almeida Coelho

TÍTULO DO TRABALHO: Controle robusto não linear de um míssil em voo rasante com incertezas no modelo

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2017

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a sua autorização (do autor).

Fernando Antonio Almeida Coelho

R. Cel. Tamarindo, 8, bl.2, AP. 601, Gragoatá

CEP: 24.210-380, Niterói – RJ

CONTROLE ROBUSTO NÃO LINEAR DE UM MÍSSIL EM VOO RASANTE COM INCERTEZAS NO MODELO

Fernando Antonio Almeida Coelho

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Karl Heinz Kienitz	Presidente - ITA
Prof. Dr. Elder Moreira Hemerly	Orientador - ITA
Prof. Dr. Luiz Carlos Sandoval Góes	Membro - ITA
Prof. Dr. Alberto Mota Simões	Membro - IME
Prof. Dr. Fernando Cesar Lizarralde	Membro - COPPE/UFRJ

ITA

Dedico esta tese às minhas filhas, Jéssica Franco
Coelho e Manuella Franco Coelho, em
reconhecimento ao orgulho que sei que elas sentem
por cada uma de minhas conquistas, e à minha
mãe, Maria Selma Cunha Almeida, por reconhecer
o seu esforço para prover formação superior aos
seus filhos.

Agradecimentos

Agradeço a minha esposa Joyceane Bezerra de Menezes pela paciência, incentivo e confiança depositados em mim durante a confecção desta tese.

Sou também grato aos colegas estudantes e professores do ITA pela oportunidade de convívio e aprendizado.

Agradeço também à Marinha do Brasil por ter tornado possível essa oportunidade de me dedicar exclusivamente ao estudo que culminou com esta tese.

Por fim, agradeço ao meu orientador, professor Dr. Elder Moreira Hemerly, pelas ideias que possibilitaram a coautoria de quatro artigos publicados em congressos e periódicos internacionais, durante esse doutorado.

“Avalia-se a inteligência de um indivíduo pela quantidade de incertezas que ele é capaz de suportar.”
(Immanuel Kant)

Resumo

O projeto do sistema de controle de um míssil passa pela identificação dos parâmetros aerodinâmicos, o que requer a realização de extensivos e custosos ensaios em túneis de vento, os quais podem não estar disponíveis. Além disso, a possibilidade de operar em condições diversas e a presença de não linearidades nas equações da dinâmica somam-se às incertezas aerodinâmicas. Como solução a esses problemas propõe-se a estimativa dos parâmetros aerodinâmicos por métodos semiempíricos que possuem erros máximos da ordem de $\pm 20\%$. Conhecidos os limitadores dessas incertezas, aplica-se um controlador robusto não linear baseado no método de Lyapunov, o que garante a estabilidade do sistema. Como em geral esses controladores são conservativos do ponto de vista de desempenho, uma técnica de identificação paramétrica é adotada nos primeiros ensaios do míssil, de modo a permitir o refinamento do modelo. Simulação por meio de um modelo realista que engloba os principais efeitos da dinâmica, aerodinâmica e propulsão permite avaliar o procedimento proposto.

Abstract

The design of a missile control system involves the identification of the aerodynamic parameters, which requires extensive testing in wind tunnels that are not always readily available, in addition to the demand of time and financial resources. Furthermore, the possibility of operating under different conditions and the presence of nonlinearity in the dynamic equations are added to the aerodynamic uncertainties. As a solution to these problems, it is proposed to estimate the aerodynamic parameters by semi-empirical methods that have maximum errors of the order of $\pm 20\%$. If the limiters of the uncertainties are known, one can apply a nonlinear robust controller based on Lyapunov method, which ensures system stability. As such controllers are conservative from the performance point of view, a parametric identification technique is adopted on the first flight tests, to allow the refinement of the model. Simulation through a realistic model that includes the main effects of dynamics, aerodynamics, and propulsion allows the assessment of the procedure proposed.

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Fluxograma do procedimento de modelagem, controle e identificação.	19
Figura 1.2 – Diagrama de blocos do método output error (adaptado de: JATEGAONKAR (2006)).	21
Figura 2.1 – Desenho do míssil com dimensões físicas principais.	24
Figura 2.2 – Diagrama de blocos dos subsistemas do míssil.....	25
Figura 2.3 – Sistema de coordenadas fixo à terra e ao corpo.	26
Figura 2.4 – Representação dos ângulos de ataque e de escorregamento.	31
Figura 2.5 – Ângulos das superfícies de controle e os comandos resultantes.	32
Figura 2.6 – Superfície de controle com deflexão angular positiva.	32
Figura 2.7 – Diagrama de blocos da malha interna com o autopiloto de atitude.	45
Figura 2.8 – Diagrama de blocos da malha interna com o autopiloto de aceleração.	45
Figura 2.9 – Cenário de engajamento.	47
Figura 2.10 – Resposta do atuador ao degrau unitário.	50
Figura 3.1 – Desenho do míssil com dimensões físicas principais.	51
Figura 3.2 – Estimativa do coeficiente de sustentação.	52
Figura 3.3 – Estimativa do coeficiente de momento de arfagem.	52
Figura 3.4 – Estimativa do coeficiente de arrasto.	52
Figura 3.5 – Posição longitudinal do centro de pressão estimado usando Missile DATCOM.	53
Figura 3.6 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de sustentação com ângulo de ataque nulo.....	54

Figura 3.7 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de sustentação em MACH 0,9, para diferentes ângulos de ataque.	55
Figura 3.8 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de momento de arfagem com ângulo de ataque nulo.	55
Figura 3.9 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de momento de arfagem em MACH 0,9, para diferentes ângulos de ataque.	56
Figura 3.10 – Coeficiente de momento de rolamento com ângulo de ataque nulo.	56
Figura 3.11 – Coeficiente de momento de rolamento em MACH 0,9.....	57
Figura 3.12 – Variação do empuxo e da massa do míssil em função do tempo.....	58
Figura 3.13 – Velocidade do míssil em função do tempo	58
Figura 4.1 – Sistema clássico de controle.....	62
Figura 4.2 – Diagrama de blocos do sistema de controle de altura.	62
Figura 5.1 – Diagrama de blocos do Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas.	84
Figura 6.1 – Diagrama de blocos da planta com o controlador (adaptado de: JATEGAONKAR (2006))......	89
Figura 6.2 – Sinais medidos nas simulações para realização da identificação.....	90
Figura 6.3 – Saídas medidas em comparação com as previsões após a identificação em malha aberta.	92
Figura 6.4 – Autocorrelação entre os erros das saídas previstas nas configurações em malha aberta e malha fechada.	94
Figura 6.5 – Predição do ângulo de ataque em malha aberta (esquerda) e em malha fechada (direita)	96
Figura 6.6 – Manobra sendo usada para validação do modelo.....	97
Figura 7.1 – Cenário de lançamento do míssil utilizado nas simulações.	99

Figura 7.2 – Resposta do controle linear de rolamento.	101
Figura 7.3 – Resposta do controlador com a planta não linear nominal e com erro de -50% no coeficiente de momento de rolagem.	101
Figura 7.4 – Resposta do controlador sem compensação da gravidade.	103
Figura 7.5 – Resposta do controlador com compensação da gravidade.	103
Figura 7.6 – Resposta do plano longitudinal com controlador completo.	104
Figura 7.7 – Trajetória do míssil nos três tipos de guiamento.	106
Figura 7.8 – Resposta dos controladores de guiamento.	107
Figura 7.9 – Trajetória de guiamento com ação de controle inerte por três segundos.	108
Figura 7.10 – Ângulo de escorregamento com ação de controle inerte por três segundos. ...	108
Figura 7.11 – Trajetória de guiamento com erros nos parâmetros do modelo.	109
Figura 7.12 – Resultado de simulação do CSD da malha de rolamento.	110
Figura 7.13 – Resposta do controle tipo CSD da malha de arfagem em comparação com o controlador clássico PID, aplicados à planta nominal.	111
Figura 7.14 – Resposta do controle tipo CSD em comparação ao PID clássico, quando a planta possui erros nos parâmetros.	112
Figura 7.15 – Resposta do controlador tipo CSD na malha de guiamento, em comparação ao controlador PID clássico.	113
Figura 7.16 – Trajetória de guiamento com controlador tipo CSD, em comparação com o controlador PID, quando a planta possui erro nos parâmetros.	113
Figura 7.17 – Resposta do controlador tipo CSD aplicado a uma planta com erro nos parâmetros, em comparação a uma planta nominal.	114
Figura 7.18 – Influência dos erros nas estimativas de ângulo de ataque e velocidade na altura.	116

Figura 7.19 – Efeito do erro na estimativa de V_0 na regulação da velocidade.	116
Figura 7.20 – Aparecimento de oscilações devido a erro na estimativa da referência V_0	117
Figura 7.21 – Resposta do controlador tipo CBSD no canal de rolagem, em comparação ao controlador tradicional CSD.	117
Figura 7.22 – Resposta do controlador tipo CBSD no canal de guiamento, em comparação com o controlador tradicional CSD.	118
Figura 7.23 – Resposta do controlador tipo CBSD no canal de arfagem, em comparação com o controlador tradicional CSD.	119
Figura 7.24 – Controlador tipo CBSD permanece estável quando aplicado a planta com erros nos parâmetros, enquanto que o controlador CSD diverge.	120

Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Notação adotada para os seis graus de liberdade.....	26
Tabela 3.1 – Parâmetros nominais do modelo.....	59
Tabela 6.1 – Estimativas dos parâmetros em malha aberta e fechada, em comparação com os valores nominais.....	91
Tabela 6.2 – Estimativas com os parâmetros com propulsão e massa inicial fixados aos valores nominais.....	93
Tabela 6.3 – Erros percentuais dos parâmetros estimados para diferentes configurações de saída medidas.....	95
Tabela 6.4 – Estimativas obtidas a partir de dados extraídos do Simulador X-Plane.	96

Lista de Abreviaturas e Siglas

CBSD	Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas
CLOS	Command Line of Sight
CMD	Controle por Modos Deslizantes
CSD	Controle por Superfícies Dinâmicas
DATCOM	<i>Data Compendium</i>
IB	<i>Integrator Backstepping</i>
MRAC	<i>Model Reference Adaptive Control</i>
MSS	<i>Multiple Sliding Surface</i>
NACA	<i>National Advisory Committee for Aeronautics</i>
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
PID	(Controlador) Proporcional, Integral, Derivativo
USAF	<i>United States Air Force</i>

Sumário

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	Motivação.....	17
1.2	Revisão bibliográfica	19
1.3	Objetivo da pesquisa.....	21
1.4	Contribuições.....	22
1.5	Descrição da tese	23
2	MODELAGEM	24
2.1	Modelagem da dinâmica.....	26
2.2	Modelagem da cinemática	28
2.3	Forças e momentos.....	29
2.3.1	Propulsão	29
2.3.2	Gravidade.....	30
2.3.3	Aerodinâmica.....	30
2.4	Modelo compreensivo	34
2.5	Modelo simplificado e sistema de coordenadas aerodinâmico	35
2.6	Modelo linear.....	42
2.6.1	Malha de rolamento	42
2.6.2	Malha de arfagem	43
2.6.3	Malha de guinada.....	45
2.6.4	Integração de pilotagem e guiamento	47
2.7	Modelo do atuador	49
3	ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS NOMINAIS.....	51
4	REVISÃO DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE.....	61
4.1	Controle clássico linear.....	61
4.2	Controle por modos deslizantes	63
4.3	Integrator backstepping	70
4.3.1	Prova de Estabilidade	72
4.4	Controle por superfícies dinâmicas	73
4.5	Lei de adaptação	76
4.6	Avaliação da margem de estabilidade.....	77

5	CONTROLE POR BLOCOS DE SUPERFÍCIES DINÂMICAS	80
5.1	Prova de estabilidade	84
6	IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO	87
6.1	Resultados da identificação com dados simulados.....	89
6.1.1	Estimação da massa inicial e parâmetros do propulsor	90
6.1.2	Comparação entre identificações em malha aberta e em malha fechada.....	93
6.1.3	Saídas relevantes para a identificação	94
6.2	Resultados da identificação com dados de voo artificiais.....	95
7	SIMULAÇÃO DO CONTROLE	99
7.1	Controle clássico linear.....	100
7.1.1	Malha de rolamento	100
7.1.2	Malha de arfagem	102
7.1.3	Malha de guinada.....	105
7.2	Controle por superfícies dinâmicas	109
7.2.1	Malha de rolamento	110
7.2.2	Malha de arfagem	111
7.2.3	Malha de guinada.....	112
7.3	Controle por bloco de superfícies dinâmicas.....	115
8	CONCLUSÃO	121
	REFERÊNCIAS	123

1 INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

A invenção do primeiro artefato aéreo guiado, o *Curtiss-Sperry Aerial Torpedo*, data de 1918 (STOFF, 2001), apenas doze anos após o voo do 14-bis de Santos Dumont. Hoje os mísseis constituem um dos armamentos mais eficazes. Sua precisão permite reduzir danos colaterais praticamente a zero, na medida em que podem produzir uma precisão pontual. Nos primórdios se necessitava de intervenção humana no enlace (*man in the loop*) para se obter tal precisão. Atualmente, podem ser utilizadas tecnologias diversas que permitem a navegação, guiamento e controle de formas autônomas.

Um dos principais desafios no desenvolvimento de um míssil é a estimativa dos parâmetros aerodinâmicos requeridos para o projeto do sistema de controle. Isto se deve, principalmente, às incertezas intrínsecas a essas estimativas que impactam nos índices de desempenho do sistema (BRIGGS, 1992).

Além das incertezas das estimativas dos coeficientes aerodinâmicos, há o fato do míssil operar em condições ambientais diversas. Isto gera incertezas em vários outros parâmetros físicos do modelo como no empuxo do propulsor, por conseguinte na velocidade de voo e número de Mach.

Soma-se a isso o fato do modelo ser intrinsecamente não linear, por conta das equações dinâmicas, e variante no tempo, já que apresenta perda de massa pela queima do motor foguete ao longo do voo de cruzeiro.

Lidar com todas essas incertezas, mantendo o sistema dentro de rígidas especificações de desempenho e estabilidade, requer a estimação dos parâmetros nas diversas condições de voo, demandando longos e custosos ensaios em túneis de vento, ensaio de propulsores em bancadas de teste, e diversos lançamentos reais para validação dos sistemas projetados. Os recursos financeiros e técnicos necessários para essas atividades nem sempre estão disponíveis. No Brasil, por exemplo, tem-se conhecimento da existência de apenas um túnel de vento transônico, ainda de caráter experimental (FALCÃO FILHO, et al., 2009). Isso obriga os desenvolvedores nacionais à utilização de instalações estrangeiras, mesmo no campo das aplicações civis (SILVEIRA, 2003). Portanto, está-se sujeito a sofrer embargos

devido às restrições impostas por tratados internacionais de não proliferação da tecnologia de mísseis (MISSILE TECHNOLOGY CONTROL REGIME, 2009).

Dispondo-se das estimativas dos parâmetros aerodinâmicos sob certas condições de operação, é possível aplicar técnicas de controle linear projetadas para o modelo linearizado em um ponto de operação (BLAKELOCK, 1991; PRIYAMVADA, et al., 2011). Porém, neste caso não há garantias quanto à estabilidade e ao desempenho em outras condições de operação.

É possível ainda aplicar técnicas de controle adaptativo para sistemas lineares variantes no tempo. Uma dessas técnicas mais populares é o escalonamento de ganhos (*gain scheduling*). Nesse método são calculados os ganhos do controlador linear para diferentes regimes de voo, e inclui-se um mecanismo para alterar esses ganhos durante a operação, de acordo com medições auxiliares que identificam o ponto de operação mais próximo. Ganhos para condições de operação intermediárias também podem ser calculados por interpolação. No entanto, mudanças rápidas e frequentes nos ganhos do controlador podem levar à instabilidade (TSAKALIS; IOANNOU, 1987). Outra desvantagem desse método é que o mecanismo de mudança dos ganhos do controlador é definido *a priori* (*off-line*), de modo que incertezas não previstas no modelo podem gerar deterioração de desempenho ou até falha nos casos mais extremos (IOANNOU; SUN, 1995).

No controle adaptativo por modelo de referência (*Model Reference Adaptive Control - MRAC*) o controlador é calculado durante a operação (*on-line*), porém os ganhos do controlador são alterados (adaptados) de forma mais lenta, na medida da excitabilidade dos sinais medidos, ficando o desempenho comprometido quando não se garante essa excitação persistente.

Para sobrepor esses desafios de natureza política, econômica e técnica, propõe-se como alternativa a adoção dos chamados métodos de engenharia para a estimativa dos parâmetros aerodinâmicos, e aplicação de uma técnica de controle não linear robusto a incertezas no modelo. Um procedimento de identificação paramétrica permite o refinamento do modelo com dados obtidos nos primeiros lançamentos do míssil, de modo que o controlador seja mais bem sintonizado com base nessas estimativas, tornando-se menos conservador. A Figura 1.1 ilustra esse procedimento.

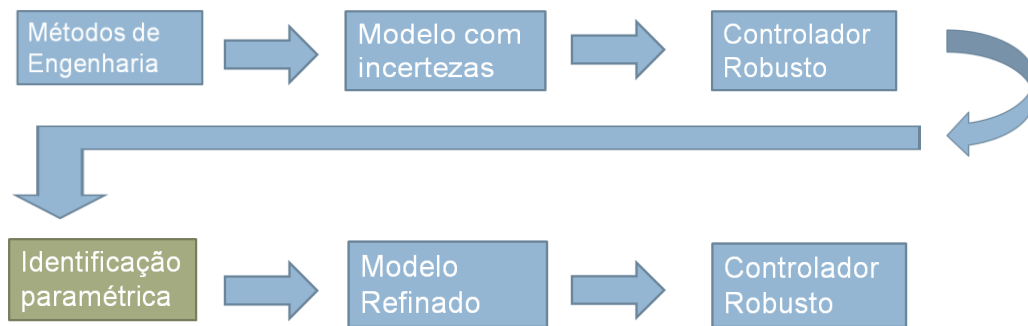


Figura 1.1 – Fluxograma do procedimento de modelagem, controle e identificação.

1.2 Revisão bibliográfica

Em COELHO (2007) o modelo de um míssil antinavio é apresentado, e a estimação dos parâmetros é feita com fórmulas semiempíricas obtidas com ensaios em túneis de vento constantes de relatórios do *National Advisory Committee for Aeronautics* (NACA), que mais tarde se transformou na agência espacial americana (NASA - *National Aeronautics and Space Administration*). Hoje essas fórmulas encontram-se compiladas em um programa de computador desenvolvido pela Força Aérea Americana (USAF), conhecido por *Missile DATCOM* (*Data Compendium*). Além de realizar as estimativas de forma mais rápida, esse programa apresenta a vantagem de já ter sido avaliado em trabalhos acadêmicos, tendo apresentado incertezas de até 20% (SOOY; SHMIDT, 2005; MENDENHALL, et al., 2012). Considerando esse nível de incerteza, além das não linearidades e variâncias no tempo, a aplicação de um controlador robusto se faz necessária.

As técnicas de linearização por realimentação tiveram grandes avanços na década de 1980. Entretanto essas técnicas não são capazes de lidar com incertezas no modelo. Assim, recentemente maior atenção tem sido dada às técnicas não lineares de controle baseadas nos métodos de Lyapunov como Controle por Modos Deslizantes (*Sliding Mode Control*) (SHIMA, et al., 2006; KOSHKOU EI, et al., 2004). Além da robustez, o Controle por Modos Deslizantes (CMD) possui a vantagem de convergência da superfície deslizante em um tempo finito. Porém, a aplicação de CMD em mísseis, assim como em outros sistemas mecânicos, requer especial atenção aos problemas de descontinuidade no sinal de controle (*chattering*), requerendo a aplicação de técnicas de suavização. Além disso, quando a planta é de fase não

mínima, caso de aeronaves com controle na traseira, a aplicação direta de CMD fica restrita (SHTESSE, et al., 2011), requerendo uma transformação linear da planta (SHKOLNIKOV; SHTESSEL, 2001; ANSARIFAR, et al., 2012). O CMD de primeira ordem também não consegue tratar incertezas que não entram na planta junto ao sinal de controle, chamadas de incertezas inalcançáveis (*unmatched uncertainty*) (KRSTIC, et al., 1995), sendo necessário aplicar CMD de ordem superior. Apesar disso, alguns trabalhos estudaram a aplicação desta técnica em controle de mísseis, considerando simplificações da planta para explorar as vantagens intrínsecas de robustez do CMD (SHIMA, et al., 2006; HOU; DUAN, 2008).

Duas outras técnicas muito semelhantes foram desenvolvidas independentemente, a *Integrator Backstepping* (IB) e *Multiple Sliding Surface* (MSS) (KHALIL, 2002; KRSTIC, et al., 1995; SLOTINE; LI, 1991; SLOTINE HEDRICK, 1993; WON, 1996). Essas técnicas tratam o problema de controle em cascata, iniciando pelo tratamento do estado de saída, tratando o estado subsequente como um pseudocontrole, e assim sucessivamente até chegar à entrada, que é o sinal de controle propriamente dito. Esse procedimento em cascata permite tratar as incertezas não casadas, porém, o tratamento matemático do sinal de controle acaba sofrendo com a chamada “explosão de termos” da equação (BONGSOB; HEDRICK, 2011). Além disso, esse controle não dispõe de convergência dos estados em tempo finito, qualidade intrínseca do CMD. Alguns trabalhos exploram as vantagens do IB e MSS no controle de mísseis (WEI, et al., 2010; FAN, et al., 2010; PAL, et al., 2014).

Na técnica Controle por Superfícies Dinâmicas (*Dynamic Surface Control*), desenvolvida por SWAROOP (2000), HEDRICK (2000) e GERDES (2002), são adicionados filtros aos sinais de pseudocontrole do IB e MSS, eliminando as desvantagens relacionadas à explosão de termos matemáticos na dedução do sinal de controle. Entretanto, o Controle por Superfícies Dinâmicas (CSD) aumenta o número de estados do sistema em decorrência da adição dos filtros. Apesar disso, a simplicidade do algoritmo despertou atenção para aplicação em controle de mísseis (HOU; DUAN, 2011; LIANG, et al., 2014).

No projeto de um controlador sob incertezas, parte-se sempre da premissa de que as incertezas têm suas amplitudes limitadas. Como esse limite nem sempre é bem conhecido, é usual se empregar uma estimativa conservadora, o que pode prejudicar o desempenho do controlador. Uma possível solução desse problema é adicionar técnicas de controle adaptativo a esses parâmetros, com as devidas provas de estabilidade (YIP, 1998; KOSHKOU EI, et al., 2004; HOU; DUAN, 2011; LIANG, et al., 2014; WEI, et al., 2010).

Entretanto, dar ao controle a capacidade de se adaptar rapidamente a condições muito adversas pode levar a situações catastróficas (FALKENA, et al., 2013). Por isso, em alguns

casos pode ser preferível adotar um procedimento mais conservador. Um refinamento do modelo faz-se então necessário, o que pode ser feito nos primeiros lançamentos do míssil, utilizando algum método de identificação paramétrica.

O método de erro da saída (*output error method*) é uma das técnicas de identificação no domínio do tempo mais empregadas para estimar parâmetros de aeronaves (JATEGAONKAR, 2006). Nesse método os parâmetros são ajustados para minimizar o erro entre a saída de um sistema medido e a saída predita por um modelo, conforme ilustra a Figura 1.2. A minimização do erro exige a aplicação de um método de otimização de uma função-custo como a função de máxima verossimilhança. Um dos requisitos para aplicação desse método é que as entradas do sistema sejam exógenas e forneçam excitação suficiente. Essa condição pode não estar presente no caso de um míssil em voo rasante a superfície do mar, que funciona em malha fechada e possui manobras restritas em altitude. Investigou-se a possível aplicação do método do erro da saída na identificação do modelo de um míssil em voo rasante, e os resultados foram publicados por COELHO e HEMERLY (2015).

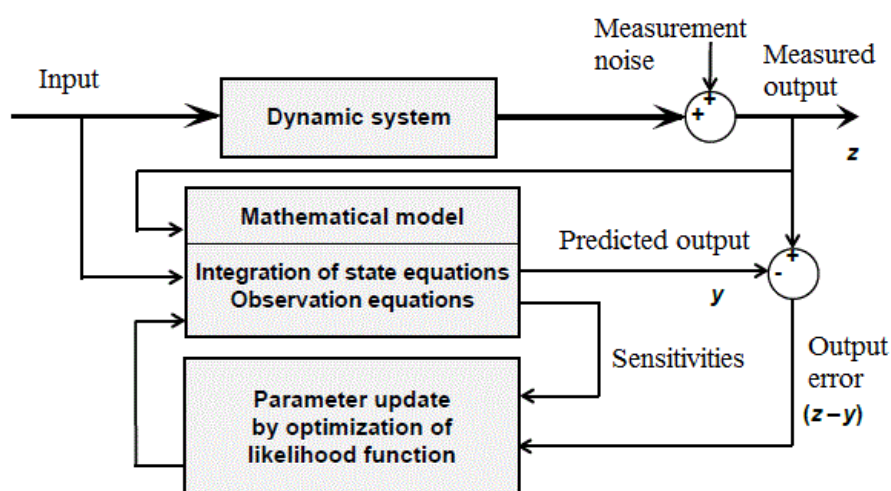


Figura 1.2 – Diagrama de blocos do método output error (adaptado de: JATEGAONKAR (2006)).

1.3 Objetivo da pesquisa

As técnicas de controle mencionadas no capítulo anterior já foram empregadas nas três malhas de controle de mísseis (rolagem, arfagem e guiamento), porém de forma isolada. Para

o isolamento dessas malhas, simplificações no modelo da planta são requeridas. As simplificações mais comuns são desconsiderar as forças laterais causadas pela deflexão das superfícies de controle, de modo a ter a planta fase mínima e na forma em cascata (*strict feedback form*), ou desconsiderar o acoplamento entre as malhas, tornando-as independentes (HOU; DUAN, 2011; FALKENA, et al., 2013; KOSHKOU EI, et al., 2004). Nestes casos, os erros decorrentes das simplificações de modelagem são incorporados às incertezas adicionadas às equações do modelo. Com isso, os limites dessas incertezas se tornam maiores, demandando maior amplitude das ações de controle, o que afeta a robustez do sistema ou requer um projeto mais conservador do ponto de vista de desempenho.

Adicionalmente, o fato do míssil em estudo possuir manobras restritas, por realizar voo rasante a superfície do mar, restringe a excitabilidade dos sinais usados para identificação.

Assim, os principais objetivos deste trabalho de pesquisa são:

- desenvolver um modelo matemático com as malhas acopladas, e incertezas somadas (modelo compreensivo) para fins de simulação e projeto de controladores não lineares. Como esse modelo não possui as simplificações comumente adotadas, as incertezas permanecem em menor amplitude que as aplicadas em outros métodos;
- desenvolver um ambiente de simulação realista de míssil em Simulink, considerando todos os acoplamentos das malhas dinâmicas, acoplamentos aerodinâmicos e não linearidades;
- desenvolver um controlador robusto não linear que considere o modelo compreensivo;
- avaliar o desempenho dos controladores empregados via simulação em um cenário realista, principalmente os efeitos na robustez de estabilidade; e
- investigar, por meio de simulação, a viabilidade de identificação do modelo nas condições normais de manobras do míssil.

1.4 Contribuições

As contribuições da pesquisa são:

- tratamento do projeto do controlador de míssil com os planos acoplados, de modo que as perturbações decorrentes do acoplamento das malhas também

possam ser tratadas e avaliadas. Nessas condições, o controlador resultante apresenta maior robustez;

- desenvolvimento de um modelo compreensivo do míssil, levando em conta os principais efeitos;
- desenvolvimento de um simulador de mísseis realístico que permite a avaliação de sistemas de controle e o método de identificação; e
- tratamento do problema de identificação do modelo do míssil em condições restritas de manobra.

1.5 Descrição da tese

No Capítulo 2 são apresentados os diversos modelos do míssil empregados na simulação e nos projetos dos controladores. De acordo com o tipo de uso, o modelo poderá ser simplificado, linearizado ou convertido para o referencial aerodinâmico. Uma seção deste capítulo é dedicada a apresentar o método de avaliação da margem de estabilidade dos controladores não lineares, baseado no Teorema de Kharitonov.

No Capítulo 3 é apresentado o método adotado na estimação dos parâmetros nominais do modelo, que são usados nas simulações e no projeto dos controladores.

No Capítulo 4 é feita uma revisão dos métodos de controle empregados. Os modelos simplificados desenvolvidos no capítulo precedente são utilizados, e as diferenças para os modelos reais são adicionadas às incertezas.

No Capítulo 5, um novo método de controle é apresentado. Denominado Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas (CBSD), esse método não requer as simplificações comumente adotadas em outros métodos. Desse modo, as incertezas permanecem em menor amplitude, demandando menos ações de controle. O resultado é um controlador mais robusto em se tratando de estabilidade.

No Capítulo 6 é apresentado o procedimento para a identificação dos parâmetros do modelo, a partir dos dados coletados nos primeiros lançamentos experimentais do míssil. Resultados de simulação com dados obtidos de um simulador de voo comercial são utilizados para avaliar o procedimento.

No Capítulo 7 são apresentados os resultados de simulação dos diversos métodos de controle avaliados.

No Capítulo 8 são elencadas as conclusões.

2 MODELAGEM

A planta de interesse é um míssil tático antinavio de médio alcance (até 70km), que transporta uma cabeça de guerra com massa em torno de 150kg , e tem massa total de 850kg . Suas dimensões físicas principais são apresentadas na Figura 2.1.

Esse míssil é dotado de um motor foguete de aceleração que queima por 3s e leva o míssil à velocidade de cruzeiro, de 310m/s . Após esta fase, outro motor foguete fornece empuxo praticamente constante e mantém essa velocidade de cruzeiro. Quatro superfícies de controle independentes, configuradas em “X” e localizadas a ré do míssil, realizam a estabilização do rolamento, o guiamento em direção ao alvo e mantêm a altitude constante em valores pré-selecionados entre 30m e 2m , ou seja, em voo rasante à superfície do mar.

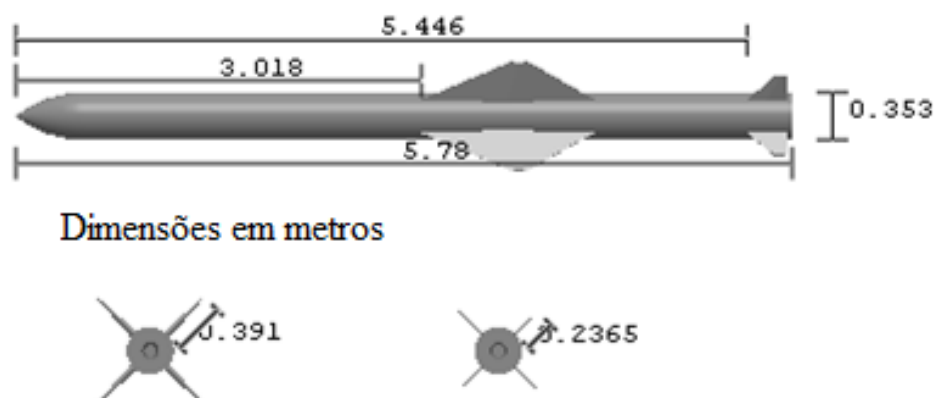


Figura 2.1 – Desenho do míssil com dimensões físicas principais.

A Figura 2.2 mostra um diagrama de blocos com os diversos subsistemas aplicados ao controle do míssil e as interligações para o fluxo das informações.

Após ser lançado, o sistema de controle deve estabilizar a altitude de voo rasante em torno dos 30m , enquanto guia o míssil lateralmente para a linha de visada do alvo, ou para um ponto previamente designado (*way point*), e mantém o ângulo de rolagem nulo. Nesta fase, também pode ser aplicada a navegação proporcional, além do comando para linha de visada (CLOS – *Command Line of Sight*). Um sistema de navegação inercial auxilia o

guiamento até o ponto de interceptação, mantendo o modo de voo rasante à superfície do mar com altitude cada vez mais baixa, podendo atingir até o mínimo 2 metros.

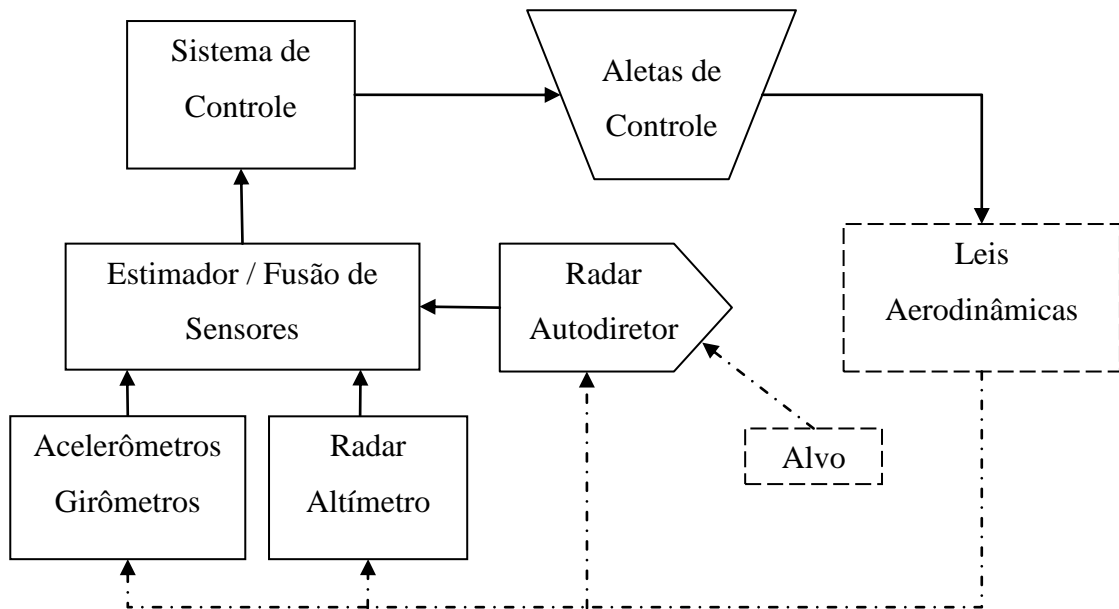


Figura 2.2 – Diagrama de blocos dos subsistemas do míssil.

O sistema de navegação possui um radar-altímetro, acelerômetros e girômetros utilizados para estimar as velocidades linear e angular nos três eixos do espaço, bem como a posição e ângulos de atitude do míssil, que são os estados utilizados pelo sistema de controle. Apesar de ser menos usual, o sistema de navegação também pode conter tubos de Pitot para medir informações aerodinâmicas (velocidade e ângulos de incidência do ar) aplicadas em algumas estratégias de controle. Na ausência desses sensores, esses dados aerodinâmicos podem ser estimados apenas a partir das acelerações laterais, por meio de modelos lineares válidos para pequenos ângulos de incidência do ar.

Após atingir um determinado ponto de interceptação (*way point*), o míssil ativa seu autodiretor (*homing head*) que consiste em um radar ativo, monopulso, que realiza a localização e rastreamento do alvo, fornecendo essas informações de posição relativa do alvo, por meio de coordenadas polar, ao sistema de controle, o qual se encarrega de controlar a perseguição (guiamento do míssil).

2.1 Modelagem da dinâmica

As dimensões físicas do míssil, conforme apresentadas na Figura 2.1, permitem considerá-lo como um corpo rígido para fins de modelagem dinâmica, ou seja, modos flexíveis são desprezados. Considera-se dois sistemas de coordenadas, um fixo ao corpo, e outro fixo à Terra no local de lançamento e direcionado para a posição do alvo ou ponto de interceptação no momento do lançamento. Este último sistema de coordenadas é considerado inercial para todos os efeitos, conforme ilustra a Figura 2.3.

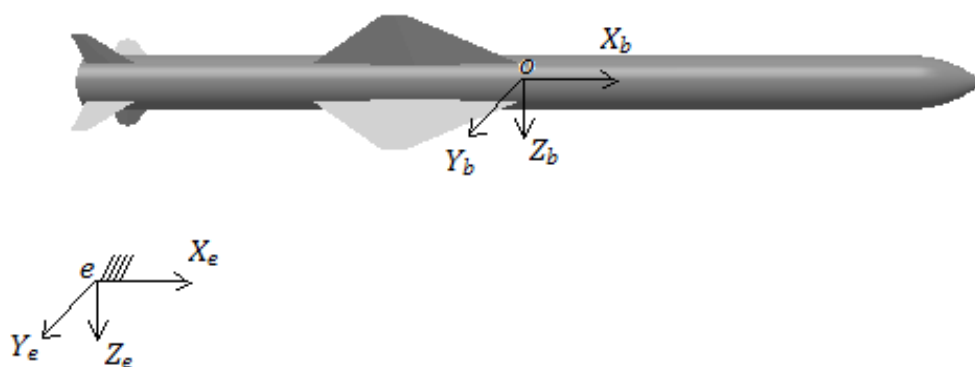


Figura 2.3 – Sistema de coordenadas fixo à terra e ao corpo.

O modelo requer seis coordenadas independentes (graus de liberdade) para determinar a posição e orientação no espaço. A notação utilizada nesta tese está apresentada na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 – Notação adotada para os seis graus de liberdade.

Descrição do grau de liberdade	Força ou torque	Velocidade linear ou angular	Posição linear ou orientação angular
Movimento longitudinal, direção X	F_x	v_x	x
Movimento Lateral, direção Y	F_y	v_y	y
Movimento Vertical, direção Z	F_z	v_z	z

Descrição do grau de liberdade	Força ou torque	Velocidade linear ou angular	Posição linear ou orientação angular
Movimento em torno do eixo X, rolamento	M_x	ω_x	ϕ
Movimento em torno do eixo Y, arfagem	M_y	ω_y	θ
Movimento em torno do eixo Z, guinada	M_z	ω_z	ψ

Para permitir uma escrita compacta, são definidos vetores compostos pelas variáveis apresentadas na Tabela 2.1, conforme

$$\eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}; \quad \eta_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}; \quad \eta_2 = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$v = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}; \quad v_1 = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}; \quad v_2 = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}; \quad \tau_1 = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}; \quad \tau_2 = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

Considerando as forças e momentos representados no sistema de coordenadas do corpo (FOSSEN, 1994), o modelo dinâmico é dado por

$$M\dot{v} + C(v)v = \tau \quad (2.1)$$

onde M é a matriz que concatena os elementos de inércia e é dada por

$$M = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & -m(r_G \times) \\ -m(r_G \times) & I_o \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

sendo m a massa; r_G o vetor que vai da origem do sistema coordenadas ao centro de gravidade do míssil, sendo $(r_G \times)$ a matriz antissimétrica que representa a transformação

equivalente ao produto vetorial; $I_{3 \times 3}$ é a matriz identidade de ordem 3; e I_o é a matriz de inércia (tensor de inércia).

Ainda na Equação (2.1), tem-se a matriz C , função de v , que reúne os efeitos de Coriolis e centrípeto, sendo dada por

$$C(v) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -m(v_1 \times) - m(v_2 \times r_G \times) \\ -m(v_1 \times) - m(v_2 \times r_G \times) & m(v_2 \times r_G \times) - (I_o v_2 \times) \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

É possível fazer $r_G = 0$, o que consiste apenas em escolher o ponto de fixação do sistema de referência do corpo no centro de massa. Isso simplifica a Equação (2.3) para

$$C(v) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -m(v_1 \times) \\ 0_{3 \times 3} & -(I_o v_2 \times) \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

2.2 Modelagem da cinemática

A cinemática, que relaciona a velocidade representada no sistema de coordenadas do corpo com a taxa de variação do vetor de posição/orientação (FOSSEN, 1994), é dada por

$$\dot{\eta} = J(\eta)v = \begin{bmatrix} J_1(\eta_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\eta_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

onde $J_1(\eta_2)$ é a transposta da matriz de cossenos diretores

$$J_1(\eta_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & s\psi s\phi + c\psi s\theta c\phi \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\psi s\theta s\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

sendo $c := \cos(\cdot)$, $s := \sin(\cdot)$ e $t := \tan(\cdot)$.

Ainda na Equação (2.5), conforme deduzida em Fossen (1994), $J_2(\eta_2)$ é dada por

$$J_2(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & s\phi t\theta & c\phi t\theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi/c\theta & c\phi/c\theta \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Perceba-se que $J_2(\eta_2)$ não tem definição para ângulos de arfagem $\theta = 90^\circ$, porém não é problema neste trabalho, já que essa singularidade não afeta os controladores, sendo relevante apenas para as simulações, que podem usar representação por quatérnions, além de que o míssil em estudo é lançado e voa distante da orientação vertical.

A transposta da matriz $J_1(\eta_2)$ é também usada para transformar os vetores de força representados no sistema de coordenadas inercial para o sistema de coordenadas do corpo, por exemplo, a força gravitacional.

2.3 Forças e momentos

Na Equação (2.1), as forças e momentos que integram o vetor τ podem ser de origem gravitacional, τ_G , aerodinâmica, τ_a e da propulsão τ_P , podendo se escrita como

$$\tau = \tau_G + \tau_a + \tau_P \quad (2.8)$$

A seguir serão deduzidas equações para cada uma dessas parcelas de força e momento.

2.3.1 Propulsão

No míssil em estudo, a propulsão consiste de dois motores foguetes (COELHO, 2007). O motor foguete de aceleração possui $100kg$ de propelente, que queima por $3s$ e fornece um empuxo capaz de levar o míssil de zero a $310m/s$, em cerca de $3s$. Um cálculo simples de mecânica clássica leva a uma estimativa de empuxo da ordem de $F_T = 88.350N$.

Já o motor foguete de cruzeiro possui massa do grão propelente estimada em $280kg$, que queima por $210s$ fornecendo um empuxo estimado em $F_T = 3.500N$.

Ambos os propulsores são considerados alinhados ao eixo longitudinal, de modo que geram empuxo apenas no eixo X_b . Possíveis pequenos desalinhamentos gerados por imperfeição de fabricação são considerados como incerteza, e são incorporados apenas em simulação. Ou seja,

$$\tau_P = \begin{bmatrix} F_T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

2.3.2 Gravidade

Como o míssil realiza voo rasante à superfície do mar (*sea-skimming*), limitando sua altitude máxima a $50m$, nenhum modelo gravitacional mais complicado precisa ser simulado. Apenas incerteza no valor da aceleração padrão $g = 9,86m/s^2$ precisa ser considerada.

A força gravitacional, porém, age na direção do eixo vertical do sistema de coordenadas da Terra e precisa ser transformada para o sistema de coordenadas do corpo do míssil. Essa transformação é feita multiplicando-se pela transposta da matriz $J_1(\eta_2)$, definida pela Equação (2.6). Ou seja, o vetor concatenado de forças e momentos gravitacionais é função de η e é dado por

$$\tau_G(\eta) = [J_1^T(\eta_2) \quad 0_{3 \times 3}] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = mg \begin{bmatrix} -s\theta \\ c\theta s\phi \\ c\theta c\phi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

2.3.3 Aerodinâmica

O vetor concatenado de forças e momentos aerodinâmicos representado no sistema de coordenadas do corpo, em função dos coeficientes aerodinâmicos é

$$\tau_a = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_A(\alpha, \beta, \sigma) \\ -C_Y(\alpha, \beta, \sigma) \\ -C_N(\alpha, \beta, \sigma) \\ c_{ref}C_l(\alpha, \beta, \sigma) \\ c_{ref}C_m(\alpha, \beta, \sigma) \\ c_{ref}C_n(\alpha, \beta, \sigma) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

onde q é a pressão dinâmica; S_{ref} é a superfície de referência; c_{ref} é um comprimento de referência; C_A , C_Y , C_N são os coeficientes aerodinâmicos de forças axial, lateral e normal, respectivamente; C_l , C_m , C_n são os coeficientes aerodinâmicos de momento de rolagem, de arfagem e de guinada, respectivamente; σ é o vetor de ângulos das quatro superfícies de controle localizadas a ré do míssil; e os ângulos de ataque, α , de escorregamento, β , são definidos como mostra a Figura 2.4, e são expressos por

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{v_z}{v_x} \right) \quad \text{e} \quad \beta = \sin^{-1} \left(\frac{v_y}{V} \right) \quad (2.12)$$

onde $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

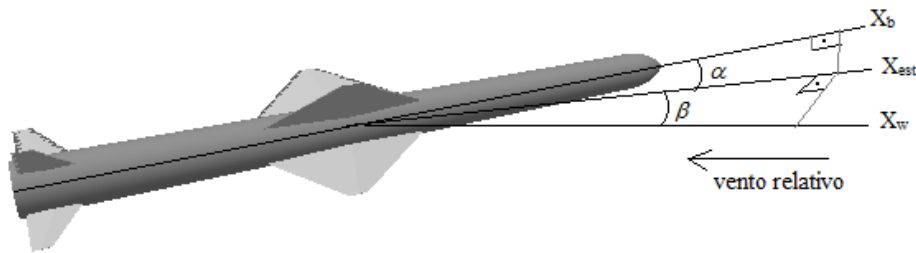


Figura 2.4 – Representação dos ângulos de ataque e de escorregamento.

Historicamente, os ensaios em túneis de vento medem as forças aerodinâmicas no sistema de coordenadas aerodinâmico, cujo eixo “X”, indicado na Figura 2.4 por X_w , é alinhado à velocidade relativa ao ar. Nesse caso, a força axial, A , é substituída pela de arrasto, D , a força lateral, Y , se torna C (*cross-wind force*), e a força normal, N , é substituída pela de sustentação, L . Essas mesmas letras são usadas como índices dos coeficientes aerodinâmicos nesse sistema de coordenadas. Para transformar essas forças (ou coeficientes) do sistema aerodinâmico para o do corpo, multiplica-se pela transposta da matriz J_1 , com os ângulos θ e ψ , substituídos por α e $-\beta$, respectivamente. Ou seja, multiplica-se por

$$J_1^T(\phi, \alpha, -\beta) = \begin{bmatrix} c\beta c\alpha & -s\beta c\alpha & -s\alpha \\ c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi & c\beta c\phi - s\beta s\alpha s\phi & c\alpha s\phi \\ -s\beta s\phi + c\beta s\alpha c\phi & -s\beta s\alpha c\phi - c\beta s\phi & c\alpha c\phi \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Portanto,

$$\begin{cases} A = D c\beta c\alpha - C s\beta c\alpha - L s\alpha \\ Y = D(c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi) + C(c\beta c\phi - s\beta s\alpha s\phi) + L c\alpha s\phi \\ N = -D(s\beta s\phi - c\beta s\alpha c\phi) - C(s\beta s\alpha c\phi + c\beta s\phi) + L c\alpha c\phi \end{cases} \quad (2.14)$$

No míssil em estudo, as quatro empenas traseiras se movem independentemente e formam o conjunto de superfícies de controle do míssil. A Figura 2.5 mostra a vista traseira do míssil com as forças geradas nas empenas em três configurações distintas. Em cada caso a soma equivalente das quatro forças resulta em comando de arfagem (resultante na vertical), comando de guinada (resultante na horizontal) ou no plano de rolamento (resultante nula). Neste último caso, apesar da resultante ser nula, as forças contrárias são aplicadas em pontos diferentes, gerando torque de rolamento.

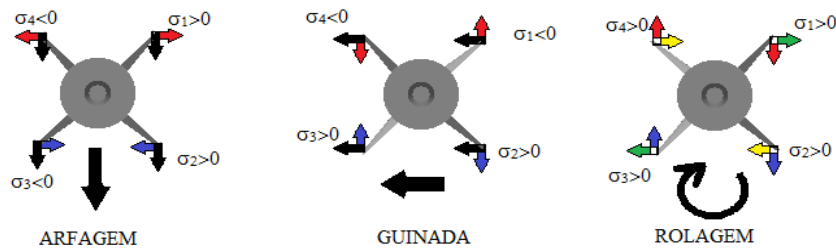


Figura 2.5 – Ângulos das superfícies de controle e os comandos resultantes.

A Figura 2.6 mostra uma superfície de controle com deflexão convencional positiva, que é no sentido horário quando vista de frente. Nessa condição ângulos positivos geram torque de rolagem positiva em torno do eixo X_b , segundo a regra da mão direita, conforme pode ser visto na Figura 2.5.

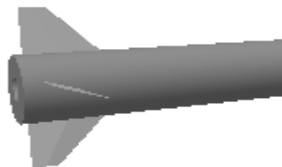


Figura 2.6 – Superfície de controle com deflexão angular positiva.

Os ângulos das superfícies de controle, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ e σ_4 , são transformados em ângulos equivalentes de comando de rolamento ou *aileron*, δ_a , comando de arfagem ou elevador, δ_e , e comando de guinada ou leme (*rudder*), δ_r , por

$$\delta = \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Já a transformação contrária, pode ser deduzida com o uso da pseudoinversa na Equação (2.15), resultando em

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \delta \quad (2.16)$$

As Equações (2.15) e (2.16) são usadas para desacoplar os três comandos de controle. Com esse desacoplamento é possível reescrever a Equação (2.11) em termos dos comandos equivalentes com

$$\tau_a = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_A(\alpha, \beta, \delta) \\ -C_Y(\alpha, \beta, \delta_r) \\ -C_N(\alpha, \beta, \delta_e) \\ c_{ref}C_l(\alpha, \beta, \delta_a) \\ c_{ref}C_m(\alpha, \beta, \delta_e) \\ c_{ref}C_n(\alpha, \beta, \delta_r) \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Nas simulações, utiliza-se uma tabela com os valores dos coeficientes em função dos ângulos de incidência aerodinâmica, α , β e σ . Já para os modelos de projeto do controlador, os coeficientes são aproximados por funções lineares (ou quadráticas no caso do arrasto) dos ângulos de incidência, que também são considerados desacoplados. Assim, o vetor de forças e momentos pode ser separado em duas partes: uma parte que é função dos ângulos de ataque e escorregamento, e outra função dos ângulos das superfícies de controle, tornando-se

$$\tau_a = \tau_0 + \tau_{\alpha\beta}(\alpha, \beta) + \tau_{\delta}(\delta) \quad (2.18)$$

onde τ_0 contém apenas o arrasto axial mínimo, $A_0 = qS_{ref}C_{A0}$, presente mesmo quando os ângulos de incidência com o ar são nulos, e

$$\tau_{\alpha\beta}(\alpha, \beta) = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_{A\alpha}\alpha & -C_{A\beta}\beta \\ 0 & -C_{Y\beta} \\ -C_{N\alpha} & 0 \\ 0 & 0 \\ c_{ref}C_{m\alpha} & 0 \\ 0 & c_{ref}C_{n\beta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\tau_{\delta}(\delta) = B(\delta)\delta = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_{A\delta}\delta_a & -C_{A\delta}\delta_e & -C_{A\delta}\delta_r \\ 0 & 0 & -C_{Y\delta} \\ 0 & -C_{N\delta} & 0 \\ c_{ref}C_{l\delta} & 0 & 0 \\ 0 & c_{ref}C_{m\delta} & 0 \\ 0 & 0 & c_{ref}C_{n\delta} \end{bmatrix} \delta \quad (2.20)$$

onde os parâmetros indicados por $C_{(.)}$ são derivadas aerodinâmicas das forças e momentos indicados no primeiro índice, em relação aos ângulos de incidência indicados no segundo índice.

As diferenças entre esse modelo de forças simplificado e o modelo real são adicionadas às incertezas do modelo.

2.4 Modelo compreensivo

O modelo compreensivo, dinâmica e cinemática, consiste na combinação das Equações (2.1) e (2.5), com os modelos de forças apresentados nas seções precedentes, ou seja

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= J(\eta)v \\ \dot{v} &= -M^{-1}C(v)v + M^{-1}(\tau_P + \tau_0 + \tau_{\alpha\beta}(\alpha, \beta) + \tau_G(\eta)) + M^{-1}B(\delta)\delta \end{aligned} \quad (2.21)$$

Convém notar que o modelo apresentado na Equação (2.21) está na forma em cascata dita *block-strict feedback* (KRSTIC, et al., 1995), em que v seria uma pseudoentrada de

controle da dinâmica de η . Definindo-se $x_1 = \eta$, $x_2 = v$, e a entrada $u = B(\delta)\delta$, é possível escrever

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2) + g_2u + \Delta(x_1, x_2, t)\end{aligned}\tag{2.22}$$

onde $g_1(x_1) = J(\eta)$, $f(x_1, x_2) = M^{-1}(-C(v)v + \tau_p + \tau_0 + \tau_{\alpha\beta}(\alpha, \beta) + \tau_G(\eta))$, $g_2 = M^{-1}$, e $\Delta(x_1, x_2, t)$ concentra os erros decorrentes das incertezas associadas ao modelo.

A função $g_1(x_1)$ é decorrente da cinemática, que é deduzida de forma analítica, sendo assim livre de incertezas de modelagem. Já as funções $f(x_1, x_2)$ e g_2 possuem a massa e momentos de inércia em sua estrutura, que são variantes no tempo, além dos coeficientes aerodinâmicos estimados, de modo que possuem certo grau de incerteza. Portanto, as incertezas então concentradas na equação do estado, x_2 , onde existe o sinal de controle, u , e por isso são denominadas incertezas casadas (*matched*). Incertezas que aparecem nas equações dos outros estados são ditas não casadas e são mais difíceis de serem tratadas, demandando técnicas diferentes, como será visto nas seções seguintes.

Tradicionalmente, são feitas considerações adicionais que permitem separar o controle em três malhas: rolagem, arfagem e guinada, como será visto nas seções seguintes. Nesse caso, o acoplamento existente entre as malhas é negligenciado, e os erros são adicionados às incertezas do modelo. Com esse procedimento advêm alguns problemas, como:

- maiores amplitudes das incertezas, necessitando maiores ações de controle para sobrepujá-las e por conseguinte menor robustez; e
- presença de incertezas não casadas.

O modelo de uma aeronave apresentado na forma em cascata da Equação (2.22) não possui essas desvantagens e permite aplicar técnicas de controle tipo *backstepping*, sendo uma das contribuições desta tese.

2.5 Modelo simplificado e sistema de coordenadas aerodinâmico

Tradicionalmente, a dinâmica de aeronaves é separada em dois planos distintos: o longitudinal (X_b - Z_b) e látero-direcional (X_b - Y_b). Isso é feito considerando-se a distribuição uniforme da massa, o que simplifica a matriz de inércia para

$$I_o = \text{diag}([I_x \quad I_y \quad I_z]) \quad (2.23)$$

onde I_x, I_y, I_z são os momentos de inércia em torno dos eixos X_b, Y_b, Z_b , respectivamente.

No caso do míssil em estudo, a sua simetria em torno do plano X_b-Y_b permite ir mais além e considerar os momentos de inércia em torno dos eixos Y_b e Z_b iguais, ou seja, $I_y = I_z = I_l$. Assim, as seis equações da dinâmica descritas na Equação (2.1) se resumem a

$$\begin{aligned} m(\dot{v}_x - v_y\omega_z + v_z\omega_y) &= F_x \\ m(\dot{v}_y + v_x\omega_z - v_z\omega_x) &= F_y \\ m(\dot{v}_z - v_x\omega_y + v_y\omega_x) &= F_z \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} I_x\dot{\omega}_x &= M_x \\ I_l\dot{\omega}_y - (I_l - I_x)\omega_x\omega_y &= M_y \\ I_l\dot{\omega}_z - (I_x - I_l)\omega_x\omega_z &= M_z \end{aligned} \quad (2.25)$$

Além disso, a amplitude da velocidade, V , e os ângulos de ataque e escorregamento são usados como variáveis de estado, em substituição às Equações (2.24).

Para deduzir a equação da dinâmica da velocidade parte-se da sua definição

$$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (2.26)$$

que derivando resulta em

$$\dot{V} = \frac{1}{V}(v_x\dot{v}_x + v_y\dot{v}_y + v_z\dot{v}_z) \quad (2.27)$$

Note porém, que o vetor velocidade escrito no sistema de coordenadas aerodinâmico, $V_a = [V \quad 0 \quad 0]^T$, pode ser transformado para o sistema de coordenadas do corpo por

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = J_1^T(\phi, \alpha, -\beta) \begin{bmatrix} V \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

onde $J_1^T(\phi, \alpha, -\beta)$ foi definido na Equação (2.13). Portanto, tem-se que

$$v_x = V c\beta c\alpha; \quad v_y = V (c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi); \quad v_z = V(c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi) \quad (2.29)$$

Substituindo as Equações (2.29) nas Equações (2.24), pode-se escrever

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= \frac{F_x}{m} + V(c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi)\omega_z - V(c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi)\omega_y \\ \dot{v}_y &= \frac{F_y}{m} - V(c\beta c\alpha)\omega_z + V(c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi)\omega_x \\ \dot{v}_z &= \frac{F_z}{m} + V(c\beta c\alpha)\omega_y - V(c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi)\omega_x \end{aligned} \quad (2.30)$$

Agora, substituindo as Equações (2.29) e (2.30) na Equação (2.27), é possível escrever

$$\dot{V} = c\beta c\alpha \frac{F_x}{m} + (c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi) \frac{F_y}{m} + (c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi) \frac{F_z}{m} \quad (2.31)$$

De modo semelhante, as equações para os ângulos de ataque e escorregamento são deduzidas partindo-se das suas definições, Equações (2.12), que derivando se obtém

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{v_x \dot{v}_z - \dot{v}_x v_z}{v_x^2 + v_z^2} \\ \dot{\beta} &= \frac{\dot{v}_y V - v_y \dot{V}}{V^2 \sqrt{\left(1 - \frac{v_y^2}{V^2}\right)}} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Substituindo as velocidades da Equação (2.29) na Equação (2.32) e rearranjando os termos resulta em

$$\begin{aligned} \dot{\alpha} &= \frac{c\beta c\alpha \dot{v}_z - \dot{v}_x (c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi)}{V((c\beta c\alpha)^2 + (c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi)^2)} \\ \dot{\beta} &= \frac{\dot{v}_y - (c\beta s\alpha s\phi + s\beta c\phi)\dot{V}}{V \sqrt{(c\beta c\alpha)^2 + (c\beta s\alpha c\phi - s\beta s\phi)^2}} \end{aligned} \quad (2.33)$$

Agora, substituindo as derivadas das velocidades das Equações (2.30) e (2.31) na Equação (2.33), com algum algebrismo simples, porém enfadonho, obtém-se

$$\dot{\alpha} = \frac{\left(\frac{F_z c \alpha}{m V c \beta} + c \phi \left(\frac{-F_x s \alpha}{m V c \beta} - t \beta c \alpha \omega_x + c \phi ((c \phi)^{-2} (c \alpha)^2 + (s \alpha)^2) \omega_y - c \phi s \alpha t \beta \omega_z \right) + s \phi \left(\frac{F_x t \beta}{m V c \beta} - s \alpha c \alpha \omega_x - t \beta (2 s \alpha c \phi - t \beta s \phi) \omega_y + t \beta (s \alpha s \phi - (s \alpha)^2 c \phi + t \beta c \phi) \omega_z \right) \right)}{(c \phi)^2 ((c \phi)^{-2} (c \alpha)^2 + (s \alpha)^2) + s \phi t \beta (t \beta s \phi - 2 s \alpha c \phi)} \quad (2.34)$$

$$\dot{\beta} = \frac{\left(-\omega_z c \alpha + (s \alpha c \phi - t \beta s \phi) \omega_x + c \phi \left(s \beta c \alpha \frac{-F_x}{m V} - \left(s \beta s \alpha s \phi - \frac{1 - (c \phi s \beta)^2}{c \phi c \beta} \right) \frac{F_y}{m V} + (s \beta t \beta s \phi - s \beta s \alpha c \phi) \frac{F_z}{m V} \right) + s \phi (s \alpha c \beta) \left(c \alpha \frac{-F_x}{m V} - (s \alpha s \phi + t \beta c \phi) \frac{F_y}{m V} + (t \beta s \phi - s \alpha c \phi) \frac{F_z}{m V} \right) \right)}{\sqrt{(c \alpha)^2 + (s \alpha c \phi - t \beta s \phi)^2}} \quad (2.35)$$

As Equações (2.31), (2.34) e (2.35) precisam ainda sofrer simplificações para permitir o desacoplamento das malhas (DUKE, et al., 1988; STEVENS; LEWIS, 2003). Para desacoplar da malha de rolamento considera-se que um sistema de controle dessa malha mantém $\phi \cong 0$. Com isso, $\sin \phi \cong 0$ e $\cos \phi \cong 1$, e essas equações simplificam-se para

$$\dot{V} = \frac{F_x}{m} \cos \beta \cos \alpha + \frac{F_y}{m} \sin \beta + \frac{F_z}{m} \cos \beta \sin \alpha \quad (2.36)$$

$$\dot{\alpha} = -\omega_x \cos \alpha \tan \beta + \omega_y - \omega_z \sin \alpha \tan \beta - \frac{F_x}{m V} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} + \frac{F_z}{m V} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (2.37)$$

$$\dot{\beta} = \omega_x \sin \alpha - \omega_z \cos \alpha - \frac{F_x}{m V} \cos \alpha \sin \beta + \frac{F_y}{m V} \cos \beta - \frac{F_z}{m V} \sin \alpha \sin \beta \quad (2.38)$$

Adicionalmente, a cinemática expressa pela Equação (2.5) é considerada desacoplada, de modo que se torna

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \lambda \\ V \sin \lambda \\ V \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

onde γ e λ são os ângulos da trajetória de voo (ângulos do vetor velocidade) nos planos longitudinal e direcional, respectivamente; e que se relacionam com os ângulos de Euler por

$$\begin{cases} \theta = \gamma + \alpha \\ \psi = \lambda - \beta \end{cases} \quad (2.41)$$

A dinâmica dos ângulos de trajetória de voo é obtida derivando-se a Equação (2.41) e substituindo as Equações (2.37) a (2.39), de modo que se obtém

$$\dot{\gamma} = \omega_x \cos \alpha \tan \beta + \omega_z \sin \alpha \tan \beta + \frac{F_x}{mV} \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} - \frac{F_z}{mV} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \quad (2.42)$$

$$\dot{\lambda} = \omega_x \sin \alpha + \omega_z (1 - \cos \alpha) - \frac{F_x}{mV} \cos \alpha \sin \beta + \frac{F_y}{mV} \cos \beta - \frac{F_z}{mV} \sin \alpha \sin \beta \quad (2.43)$$

As Equações (2.36) a (2.43) juntamente com a (2.25) compõem o modelo da dinâmica de voo não linear que se apresenta na literatura (DUKE, et al., 1988; STEVENS; LEWIS, 2003; FALKENA, et al., 2013). Note-se, porém, que, apesar desse modelo ser não linear, ele passou por simplificações, e os erros decorrentes dessas simplificações se somam às incertezas do modelo.

Mesmo assim, ainda há acoplamento de malhas, que são eliminados fazendo-se:

- $\omega_x \cong 0$ nas Equações (2.25), (2.42) e (2.43);
- $\tan \beta \cong 0$ e $\cos \beta \cong 1$ nas Equações (2.37) e (2.42); e
- $\cos \alpha = \cos \theta \cong 1$, $\sin \alpha \cong 0$ nas Equações (2.38), e (2.43).

Desse modo obtém-se o modelo simplificado das três malhas desacopladas:

- Malha de rolagem

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \omega_x \\ \dot{\omega}_x = M_x/I_x \end{cases} \quad (2.44)$$

- Malha de Arfagem

$$\begin{cases} \dot{z} = -V \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{F_x \sin \alpha}{mV} - \frac{F_z \cos \alpha}{mV} \\ \dot{\alpha} = \omega_y - \frac{F_x \sin \alpha}{mV} + \frac{F_z \cos \alpha}{mV} \\ \dot{\omega}_y = \frac{M_y}{I_l} \end{cases} \quad (2.45)$$

- Malha de guinada

$$\begin{cases} \dot{y} = V \sin \lambda \\ \dot{\beta} = -\omega_z - \frac{F_x}{mV} \sin \beta + \frac{F_y}{mV} \cos \beta \\ \dot{\lambda} = -\frac{F_x}{mV} \sin \beta + \frac{F_y}{mV} \cos \beta \\ \dot{\omega}_z = \frac{M_z}{I_l} \end{cases} \quad (2.46)$$

- Dinâmica complementar

$$\dot{V} = \frac{F_x}{m} \cos \beta \cos \alpha + \frac{F_y}{m} \sin \beta + \frac{F_z}{m} \cos \beta \sin \alpha \quad (2.47)$$

Substituindo-se, nas Equações (2.44) a (2.47), as componentes das forças e momentos definidos nas Equações (2.9), (2.10) e (2.17) com os coeficientes no sistema de coordenadas aerodinâmico conforme determinado pela Equação (2.14), obtém-se

- Malha de rolagem

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \omega_x \\ \dot{\omega}_x = \frac{qS_{ref}c_{ref}C_{l\delta}}{I_x} \delta_a \end{cases} \quad (2.48)$$

- Malha de arfagem

$$\begin{cases} \dot{z} = -V \sin \gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{F_T}{mV} \sin \alpha - \frac{g}{V} \cos \gamma + \frac{qS_{ref}C_{L\alpha}}{mV} \alpha + \frac{qS_{ref}C_{L\delta}}{mV} \delta_e \\ \dot{\alpha} = \omega_y - \frac{F_T}{mV} \sin \alpha + \frac{g}{V} \cos \gamma - \frac{qS_{ref}C_{L\alpha}}{mV} \alpha - \frac{qS_{ref}C_{L\delta}}{mV} \delta_e \\ \dot{\omega}_y = \frac{qS_{ref}c_{ref}C_{m\alpha}}{I_l} \alpha + \frac{qS_{ref}c_{ref}C_{m\delta}}{I_l} \delta_e \end{cases} \quad (2.49)$$

- Malha de guinada

$$\begin{cases} \dot{y} = V \sin \lambda \\ \dot{\lambda} = \frac{-F_T}{mV} \sin \beta - \frac{qS_{ref}C_{c\beta}}{mV} \beta - \frac{qS_{ref}C_{c\delta}}{mV} \delta_r \\ \dot{\beta} = -\omega_z - \frac{F_T}{mV} \sin \beta - \frac{qS_{ref}C_{c\beta}}{mV} \beta - \frac{qS_{ref}C_{c\delta}}{mV} \delta_r \\ \dot{\omega}_z = \frac{qS_{ref}c_{ref}C_{n\beta}}{I_l} \beta + \frac{qS_{ref}c_{ref}C_{n\delta}}{I_l} \delta_r \end{cases} \quad (2.50)$$

- Dinâmica complementar

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{F_T}{m} \cos \beta \cos \alpha + g \sin \gamma \cos \lambda - \frac{qS_{ref}C_{D0}}{m} - \frac{qS_{ref}C_{D\alpha}}{m} \alpha - \frac{qS_{ref}C_{D\beta}}{m} \beta \\ & - \frac{qS_{ref}C_{D\delta}}{m} (\delta_a^2 + \delta_e^2 + \delta_r^2) \end{aligned} \quad (2.51)$$

É possível escrever esse modelo no modo *block-strict feedback form*, como feito em Hou, et al. (2013), apenas agrupando adequadamente as variáveis de estado em vetores-

coluna. Porém, ao contrário do que foi apresentado na Seção 2.4 desta tese, algumas simplificações estarão presentes, implicando em incertezas maiores.

A utilização mais comum desse modelo é com cada malha de controle individual (HOU; DUAN, 2011). Nos casos em que se deseja utilizar alguma técnica *backstepping*, ainda se ignora a componente de força gerada pela deflexão das superfícies de controle, levando-se em conta apenas o torque. Esse procedimento é necessário, não só para tornar o modelo *strict feedback form*, mas também para torná-lo de fase mínima, no caso dos mísseis com controles a ré.

Com todas essas simplificações, os erros decorrentes são somados às incertezas do modelo. Portanto, ao se utilizar as equações com as malhas desacopladas, está-se incrementando as incertezas que terão que ser tratadas pelo sistema de controle.

2.6 Modelo linear

O modelo não linear dos três planos desacoplados pode ser utilizado para projetar um controlador não linear. Porém, somente com o modelo linearizado é possível realizar algumas análises como margem de estabilidade, além de tornar possível a comparação de métodos clássicos de controle com os métodos não lineares.

Nessa seção serão desenvolvidos esses modelos linearizados, que servirão de base para análises e comparações com os métodos de controle propostos.

2.6.1 Malha de rolamento

A Equação (2.48) consiste no modelo do plano de rolagem/rolamento, o qual já se torna linear com as simplificações feitas na sua dedução, e com massa, momentos de inércia e velocidade considerados constantes, ou variantes lentamente. Portanto, na forma de espaço de estados e com incertezas somadas, têm-se o seguinte modelo do plano de rolamento

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Delta(x, t) \quad (2.52)$$

onde

$$x = [\phi \quad \omega_x]^T \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad \Delta(x, t) = [\Delta_1 \quad \Delta_2]^T, \quad u = \delta_a$$

onde $b_1 = I_x^{-1} q S_{ref} c_{ref} C_{l\delta}$, e Δ_i , com $i = 1, 2$, são os erros ou incertezas do modelo que são funções dos estados, x , e do tempo, t . Por simplificação da notação, doravante os argumentos das funções de incerteza não serão apresentados, sendo as incertezas apenas referidas com a letra grega Δ maiúscula. Esses erros são desconhecidos, porém limitadas por constantes ou funções conhecidas.

2.6.2 Malha de arfagem

O modelo do plano longitudinal, ou malha de arfagem, é obtido linearizando-se a Equação (2.49) em torno da origem, donde se obtém

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 & 1 \\ 0 & 0 & -a_3 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ -b_2 \\ b_1 \end{bmatrix} u + \Delta \quad (2.53)$$

onde:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h \\ \gamma \\ \alpha \\ \omega_y \end{bmatrix}, h = -z, a_1 = V, a_2 = \frac{q S_{ref} C_{L\alpha} + F_T}{mV}, a_3 = -\frac{q S_{ref} c_{ref} C_{m\alpha}}{I_l},$$

$$b_1 = \frac{q S_{ref} c_{ref} C_{m\delta}}{I_l}, b_2 = \frac{q S_{ref} C_{L\delta}}{mV}, \text{ e } \Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{bmatrix}, u = \delta_e$$

Outros modelos lineares são encontrados na literatura, nos quais as variáveis de estado advêm de transformações lineares sobre o modelo da Equação (2.53). Por exemplo, substituindo-se a variável α expressa na Equação (2.41), na Equação (2.53), obtém-se o modelo com o ângulo de atitude como variável de estado

$$\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & -a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ \gamma \\ \theta \\ \omega_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ b_1 \end{bmatrix} u + \Delta \quad (2.54)$$

Outro modelo pode ser obtido substituindo-se, na Equação (2.54), o ângulo de trajetória de voo, γ , pela velocidade vertical, $v_h = \dot{h} = a_1\gamma$, de modo que resulta no modelo

$$\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{v}_h \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_1a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3/a_1 & -a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ v_h \\ \theta \\ \omega_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a_1b_2 \\ 0 \\ b_1 \end{bmatrix} u + \Delta \quad (2.55)$$

A partir das Equações (2.54) e (2.55) é possível deduzir as funções de transferência da entrada para cada um dos estados,

$$\frac{\omega_y(s)}{u(s)} = \frac{b_1s + (a_2b_1 + a_3b_2)}{s^2 + a_2s + a_3} \cong b_1 \frac{s + a_2}{s^2 + a_2s + a_3} \quad (2.56)$$

$$\frac{\theta(s)}{u(s)} = \frac{\omega_y(s)}{u(s)} \times \frac{1}{s} = \frac{b_1s + (a_2b_1 + a_3b_2)}{s(s^2 + a_2s + a_3)} \quad (2.57)$$

$$\frac{\gamma(s)}{u(s)} = \frac{\theta(s)}{u(s)} \times \frac{b_2s^2 + (a_2b_1 + a_3b_2)}{b_1s + (a_2b_1 + a_3b_2)} \cong \frac{\theta(s)}{u(s)} \times \frac{a_2}{s + a_2} \quad (2.58)$$

$$\frac{h(s)}{u(s)} = \frac{\gamma(s)}{u(s)} \times \frac{a_1}{s} = a_1 \frac{b_2s^2 + (a_2b_1 + a_3b_2)}{s^2(s^2 + a_2s + a_3)} \quad (2.59)$$

As aproximações dessas funções de transferência se referem a eliminar o parâmetro b_2 , o que equivale a considerar $C_{L\delta}$ desprezível em relação às demais derivadas aerodinâmicas. Nessa condição o sistema se torna de fase mínima. De outro modo, o sistema possui dois zeros em $z = \pm\sqrt{(a_2b_1 + a_3b_2)/b_2}$, sendo um no semiplano direito do plano de “s”, portando é de fase não mínima. Quanto aos polos, estes estão situados em $p = -a_2/2 \pm \sqrt{a_2^2 - 4a_3}/2$, além de dois outros na origem. Estes últimos relacionam-se aos dois integradores da aceleração vertical para se obter a altura, h .

A partir das Equações (2.56) a (2.59) é possível escrever o diagrama de blocos da malha interna de controle da Figura 2.7. Nessa figura também é mostrado o autopiloto de atitude, que realimenta o ângulo e velocidade angular.

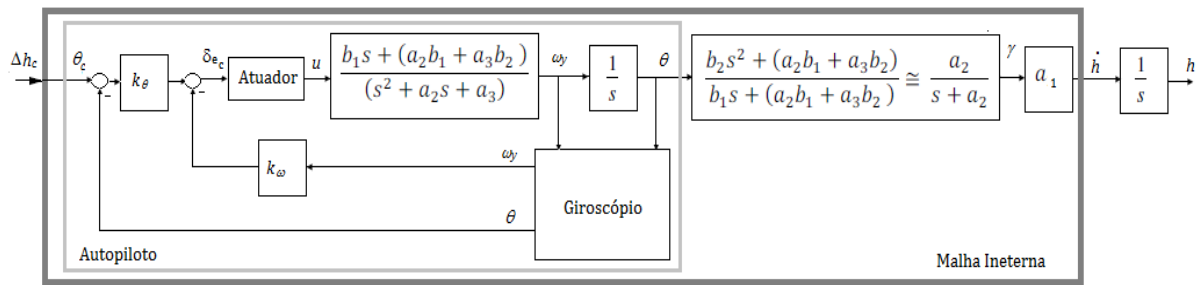


Figura 2.7 – Diagrama de blocos da malha interna com o autopiloto de atitude.

Outro tipo de autopiloto possível é o de aceleração, que controla a aceleração vertical no lugar do ângulo de atitude (WEN, et al., 2011; ZARCHAN, 1994; BLAKELOCK, 1991), conforme mostrado na Figura 2.8. O sistema de controle se completa com uma malha externa que realimenta a posição e velocidade altimétricas, conforme será visto na Seção 4.1.

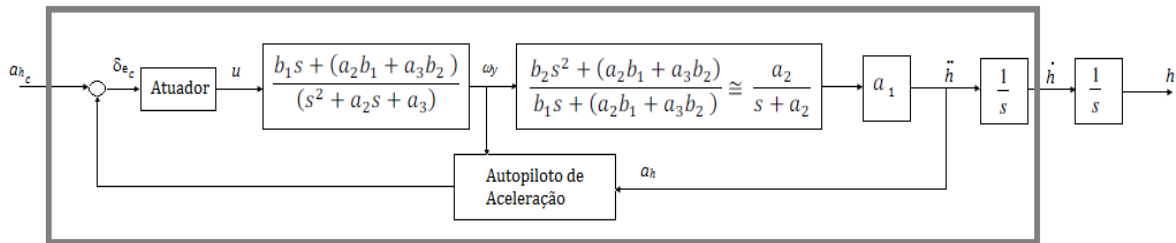


Figura 2.8 – Diagrama de blocos da malha interna com o autopiloto de aceleração.

2.6.3 Malha de guinada

O modelo linear do plano direcional, ou malha de guinada, é obtido linearizando-se a Equação (2.50), o que resulta em

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 & -1 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_2 \\ -b_2 \\ -b_1 \end{bmatrix} u + \Delta \quad (2.60)$$

onde

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \lambda \\ \beta \\ \omega_z \end{bmatrix}, \quad a_1 = V, \quad a_2 = \left(\frac{F_T + qS_{ref}C_{C\beta}}{mV} \right), \quad a_3 = \frac{qS_{ref}C_{ref}C_{n\beta}}{I_l},$$

$$b_1 = -\frac{qS_{ref}C_{ref}C_{n\delta}}{I_l}, \quad b_2 = \frac{qS_{ref}C_{C\delta}}{mV}, \quad u = \delta_r, \quad \text{e} \quad \Delta = \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ \Delta_4 \end{bmatrix}$$

Esse modelo se assemelha ao da malha de arfagem, apenas com alguns sinais dos parâmetros invertidos em função das convenções de sinais adotadas. A função de transferência do desvio lateral para a entrada é, portanto,

$$\frac{y(s)}{u(s)} = -a_1 \frac{b_2 s^2 + (a_2 b_1 + a_3 b_2)}{s^2(s^2 + a_2 s + a_3)} \quad (2.61)$$

Essa função de transferência possui os mesmos polos e zeros da malha de arfagem, e possui ganho negativo. Sendo assim, o modelo para projeto de autopiloto de aceleração é semelhante ao da Equação (2.61), porém com sinal de saída invertido.

O modelo apropriado para projeto de autopiloto de atitude é encontrado ao se substituir a variável β pela definida na Equação (2.41), o que resulta em

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\lambda} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3 & -a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \lambda \\ \psi \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -b_2 \\ 0 \\ -b_1 \end{bmatrix} u + \Delta \quad (2.62)$$

Já quando o controlador adota a realimentação da velocidade lateral, $v_y = \dot{y} = a_1 \lambda$, o modelo apropriado é obtido substituindo-se o ângulo de trajetória de voo na Equação (2.62), donde obtém-se

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v}_y \\ \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & a_1 a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & a_3/a_1 & -a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v_y \\ \psi \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -a_1 b_2 \\ 0 \\ -b_1 \end{bmatrix} u + \Delta \quad (2.63)$$

2.6.4 Integração de pilotagem e guiamento

Adicionar a dinâmica de guiamento à Equação (2.60) permite o projeto do autopiloto de forma integrada ao guiamento, gerando melhor desempenho pela sinergia entre o projeto de guiamento e autopiloto (HOU; DUAN, 2008, 2011; LIANG, et al., 2014). Essa dinâmica depende da estratégia de guiamento. Em alguns casos é conveniente usar o ângulo da linha de visada como variável de estado, em outros se usa a sua derivada.

É possível deduzir as seguintes equações da dinâmica de engajamento a partir da Figura 2.9, em que R é a distância alvo-míssil e ξ é o ângulo da linha de visada (*line of sight*).

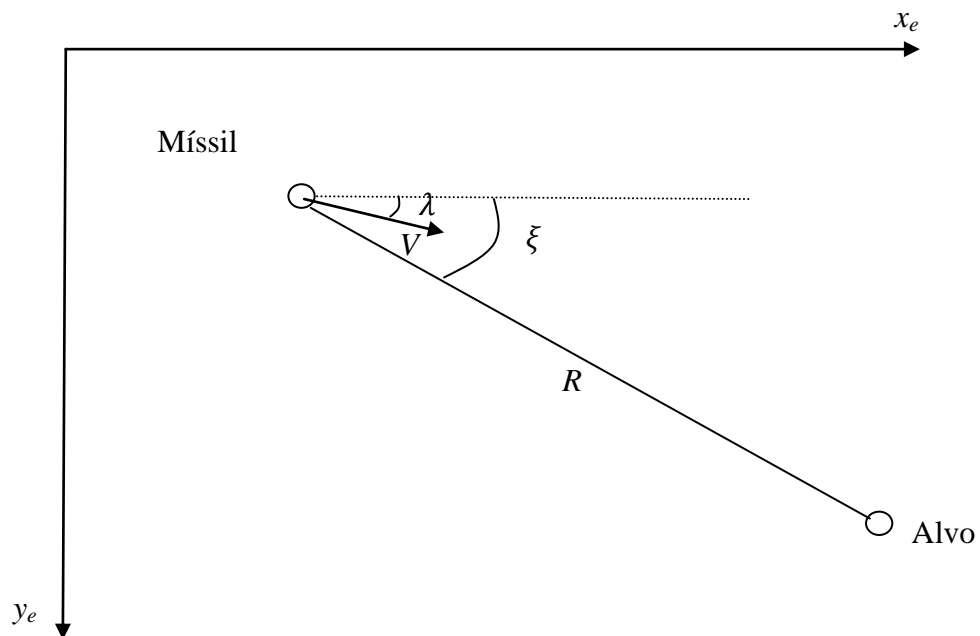


Figura 2.9 – Cenário de engajamento.

$$\dot{R} = -V \cos(e) \quad (2.64)$$

$$\dot{\xi} R = -V \sin(e) \quad (2.65)$$

onde $e = \lambda - \xi$ é o erro de guiamento.

Linearizando essas Equações em torno da origem, com velocidade constante, resulta em

$$\dot{R} = 0; \quad R(t = 0) = R_0 \quad (2.66)$$

$$\dot{\xi} = -\frac{V}{R_0}e \quad (2.67)$$

A dinâmica do erro de guiamento, dada por $\dot{e} = \dot{\lambda} - \dot{\xi}$, pode ser encontrada a partir das Equações (2.60) e (2.67), de forma que

$$\dot{e} = \dot{\lambda} - \dot{\xi} = (-a_2\beta - b_2u) - \left(-\frac{V}{R_0}e\right) = \frac{V}{R_0}e - a_2\beta - b_2u \quad (2.68)$$

A Equação (2.68) juntamente com as duas últimas linhas da Equação (2.60), constituem o modelo com guiamento integrado

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & -a_2 & 0 \\ 0 & -a_2 & -1 \\ 0 & a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \beta \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b_2 \\ -b_2 \\ -b_1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

onde se redefiniu $a_1 = \frac{V}{R_0}$, e os demais parâmetros são como definidos na Equação (2.60).

O modelo da Equação (2.69) é adequado para o projeto de controle e guiamento integrados do tipo CLOS (*Command Line of Sight*), onde o propósito é zerar o erro, e , da trajetória de voo em relação à linha.

No caso do guiamento proporcional, o propósito é que a aceleração seja proporcional à derivada do ângulo de linha de visada, $\dot{\xi}$. Nessa situação, a linha de visada se torna invariante no tempo, ou seja, $\dot{\xi}=0$. Assim, é conveniente ter essa variável como um dos estados, quando se quer integrar pilotagem e guiamento proporcional.

Definindo-se $\zeta = \dot{\xi}$, a dinâmica de ζ é obtida derivando-se ambos os lados da Equação (2.65), e substituindo a função trigonométrica $\cos(e) = -\dot{R}/V$ apresentada na Equação (2.64), resultando em

$$\dot{\zeta} = -\frac{2\dot{R}}{R}\zeta + \frac{\dot{R}}{R}\dot{\lambda} \quad (2.70)$$

Considerando que, próximo da origem, $\dot{R} = -V$, e substituindo na Equação (2.70) o $\dot{\lambda}$ obtido da segunda linha da Equação (2.60), obtém-se

$$\dot{\zeta} = \frac{2V}{R}\zeta + \frac{V}{R}a_2\beta + \frac{V}{R}b_2u \quad (2.71)$$

A Equação (2.71) é variante no tempo por conta do parâmetro R . Se este parâmetro é considerado constante e $R = R_0$, essa equação em conjunto com as duas últimas linhas da Equação (2.69), resulta no modelo linear invariante

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a_1 & a_1a_2 & 0 \\ 0 & -a_2 & -1 \\ 0 & a_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \beta \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -a_1b_2 \\ -b_2 \\ -b_1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

com os parâmetros sendo os mesmos definidos para a Equação (2.69).

Dependendo da estratégia de guiamento empregada, pode-se usar o modelo da Equação (2.69) para CLOS, ou da Equação (2.72) para guiamento proporcional. Quando o sistema de controle requer a realimentação de informações da linha de visada, essas informações são obtidas do autodiretor, uma unidade que consiste num radar ativo presente nessa classe de mísseis antinavio.

Já as leituras de ângulos aerodinâmicos podem ser medidas por meio de tubos de Pitot, ou estimados a partir dos sensores de aceleração laterais existentes na unidade de medidas inerciais.

2.7 Modelo do atuador

Todas as simulações consideram a presença de um servomecanismo de atuação para cada superfície aerodinâmica de controle. Como essa dinâmica não é considerada no projeto dos controladores, ela consiste em uma incerteza adicional ao modelo. Esse servo mecanismo consiste de um atuador padrão de segunda ordem, com frequência natural $\omega_n = 125 \text{ rad/s}$ ($f_n = 20\text{Hz}$) e amortecimento $\zeta = 0,7$, o que resulta na função de transferência

$$H(s) = \frac{125^2}{s^2 + 175s + 125^2} \quad (2.73)$$

A resposta ao degrau unitário desse atuador está apresentada na Figura 2.10, donde se percebe um tempo de estabelecimento menor que um décimo de segundo.

A saída desse atuador satura no curso máximo das superfícies de controle, que é de 20° para cada uma, ou 80° para o comando composto de *aileron*, elevação, ou leme.

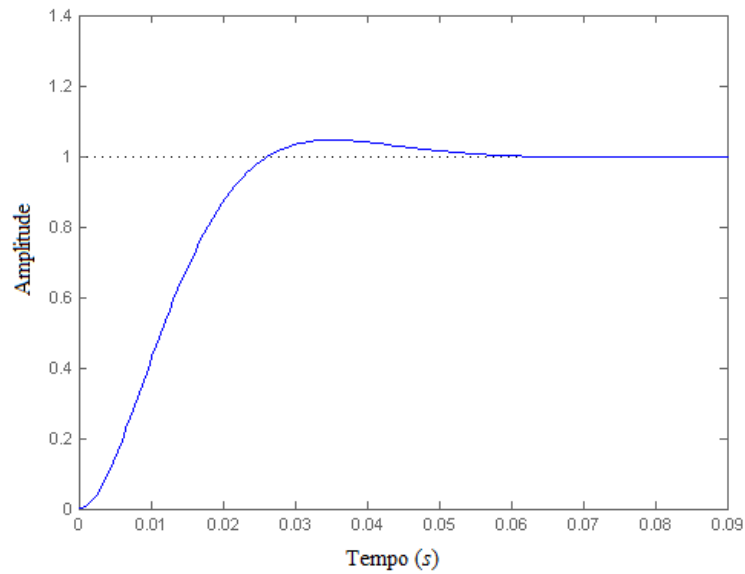


Figura 2.10 – Resposta do atuador ao degrau unitário.

3 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS NOMINAIS

De posse dos modelos deduzidos nas seções precedentes, faz-se necessário fazer uma estimativa dos diversos parâmetros físicos.

Em COELHO (2007) são formuladas estimativas dos parâmetros do modelo de um míssil antinavio a partir de equações semiempíricas. No entanto, há diversos programas de computador que permitem calcular os parâmetros aerodinâmicos de forma mais rápida, com a vantagem de já terem sido avaliados, tendo apresentado incertezas de até 20%, de acordo com a literatura (SOOY & SHMIDT, 2004) (MENDENHALL, et al., 2012). Nesse trabalho foi utilizado o programa criado pela Força Aérea Americana, USAF Missile DATCOM (USAF, 2002).

A Figura 3.1 apresenta o míssil e suas dimensões físicas principais. Com o uso do programa Missile DATCOM, foram estimados os coeficientes aerodinâmicos apresentados na FIGURA 3.2 a Figura 3.4, com $S_{ref} = 0,5m^2$ e $c_{ref} = 1m$. Analisando as figuras se percebe que, ainda que esses valores não apresentassem erros da ordem de $\pm 20\%$, há a incerteza relacionada ao número de Mach, além da presença de não linearidade em função do ângulo de ataque. Nas simulações podem ser utilizadas tabelas (*lookup tables*) relacionando os coeficientes aerodinâmicos com os ângulos de incidência e números de Mach. Já para efeito de modelagem, as tabelas são aproximadas por funções lineares ou quadráticas, e as diferenças para os valores reais são acrescentadas às incertezas do modelo.

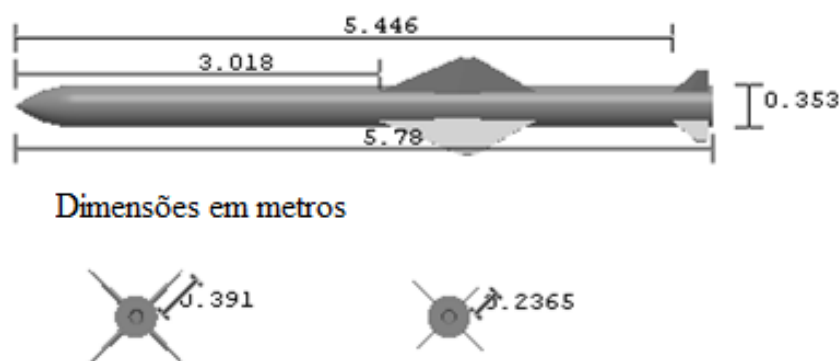


Figura 3.1 – Desenho do míssil com dimensões físicas principais.

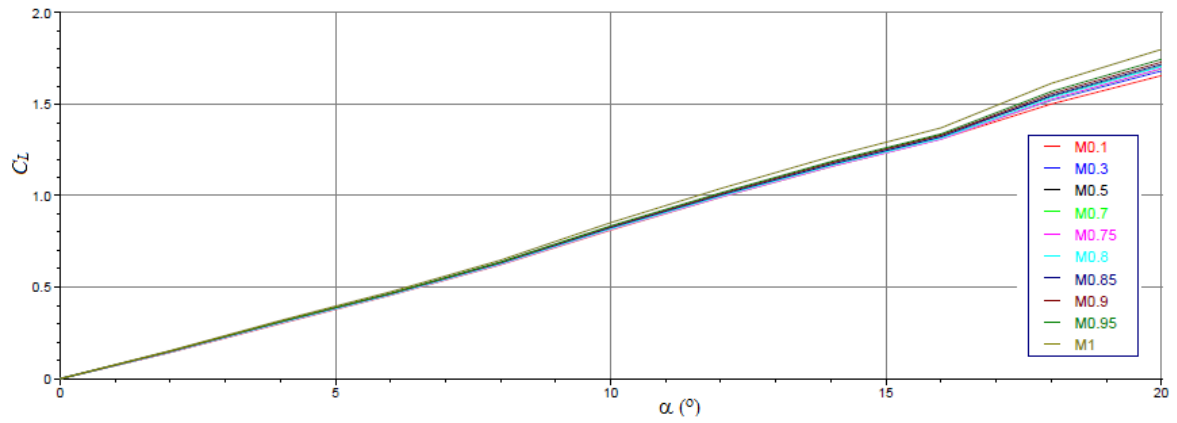


Figura 3.2 – Estimativa do coeficiente de sustentação.

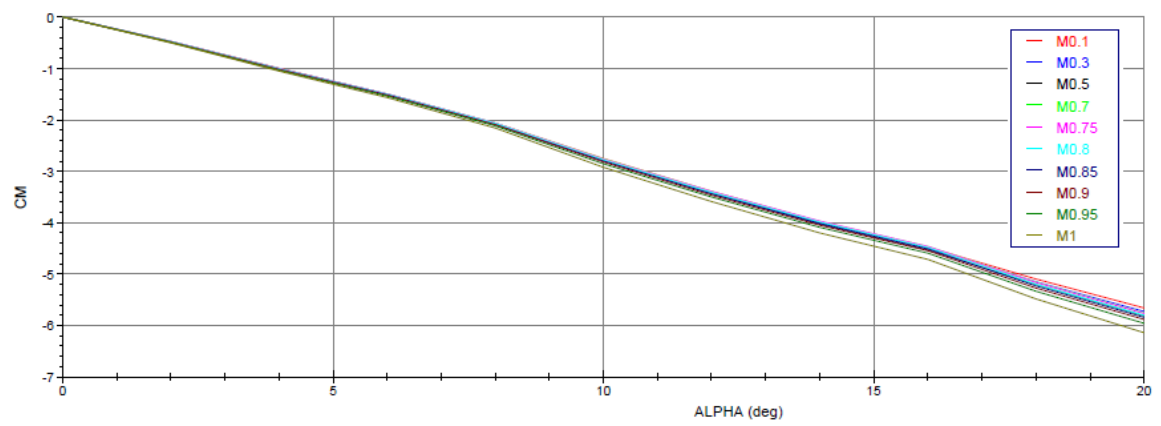


Figura 3.3 – Estimativa do coeficiente de momento de arfagem.

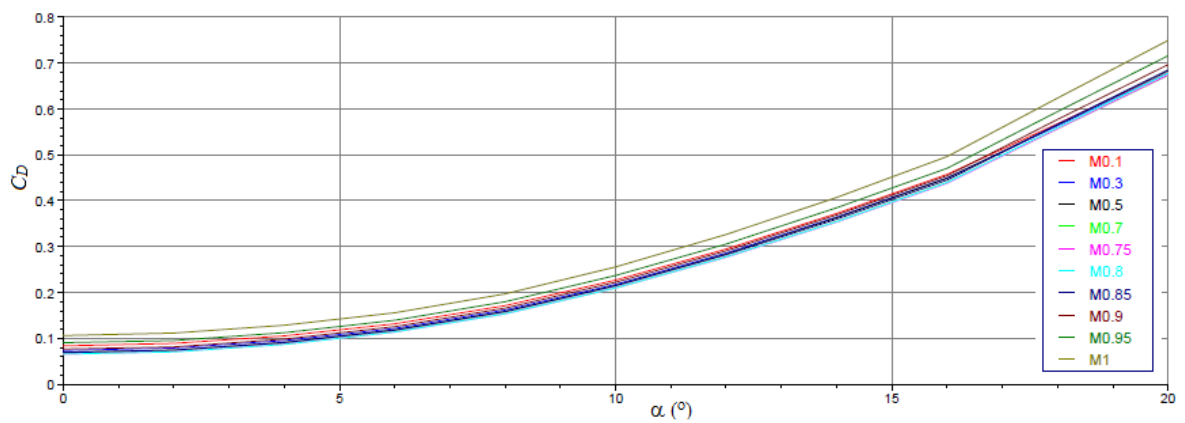


Figura 3.4 – Estimativa do coeficiente de arrasto.

O coeficiente de momento estimado, C_{mo} , tem o “nariz” do míssil como ponto do eixo de giro, de modo que se faz necessário corrigir para uso do sistema de coordenadas centrado ao centro de massa. Isso se faz somando o coeficiente de força normal multiplicado pela distância do centro de gravidade (CG)¹, ou seja,

$$C_m = C_{mo} + C_N X_{cg} = C_N (X_{cp} + X_{cg}) \quad (3.1)$$

A Figura 3.5 mostra a posição do centro de pressão em função do ângulo de ataque, donde se percebe uma grande não linearidade que é transferida ao coeficiente de momento, e que fica mais evidente quão mais próximo o CG está do centro de pressão. Porém, para efeito de linearização e cálculo das derivadas dos coeficientes aerodinâmicos, pode-se aproximar $X_{cp} = -3,25m$. Ao se considerar $X_{cg} = 3m$, a derivada do coeficiente de momento de arfagem em relação ao ângulo de ataque é $C_{m\alpha} = -0,25C_{N\alpha}$, conforme Equação (3.1).

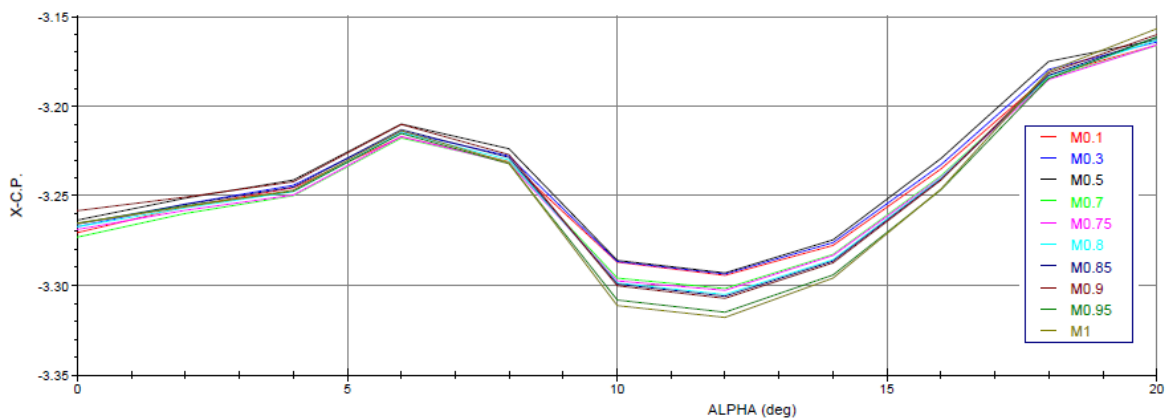


Figura 3.5 – Posição longitudinal do centro de pressão estimado usando Missile DATCOM.

Foram também extraídos dados do Missile DATCOM com suas aletas de controle defletidas, e deduzida a contribuição com comandos nulos, para assim se estimar os coeficientes apenas das aletas de controle. A Figura 3.6 até a Figura 3.11 mostram esse resultado.

Os valores das derivadas aerodinâmicas foram então calculados a partir das estimativas feitas pelo Missile DATCOM, e estão apresentados na Tabela 3.1. Também foi

¹ Tradicionalmente X_{cg} é uma medida positiva, enquanto o centro de pressão, X_{cp} , é negativo se estiver atrás do centro de gravidade, essa é a razão de se realizar uma soma em invés de subtração.

estimado o coeficiente de arrasto mínimo, $C_{D0} = 0,076$, e o coeficiente de eficiência de Oswald, $\epsilon_o = 0,57$, permitindo calcular o coeficiente de arrasto por

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A_R \epsilon_o} \quad (3.2)$$

onde a relação de aspecto, $A_R = \frac{b^2}{S_{ref}}$, com b sendo a envergadura.

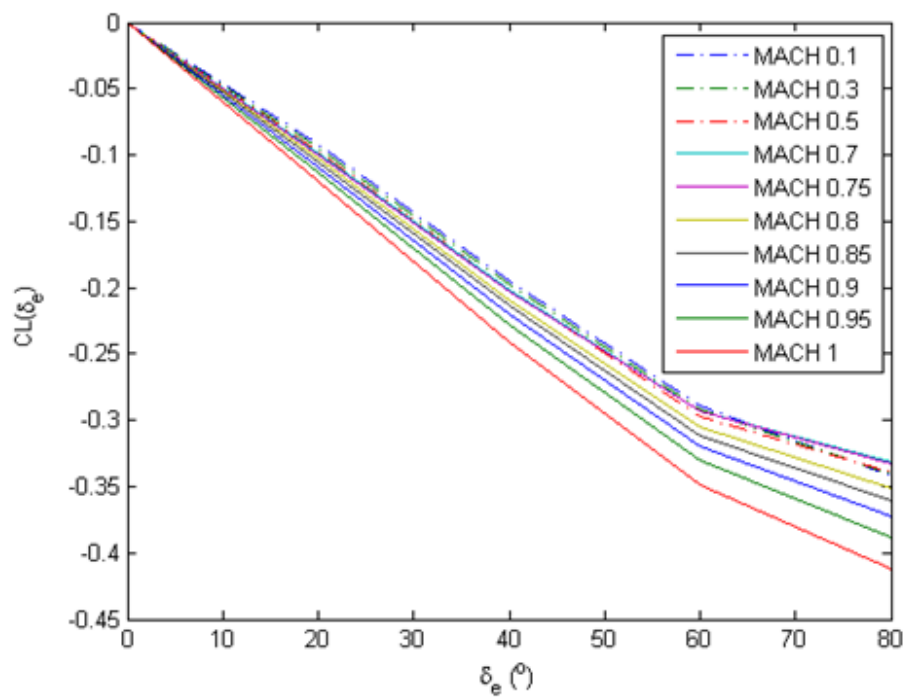


Figura 3.6 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de sustentação com ângulo de ataque nulo.

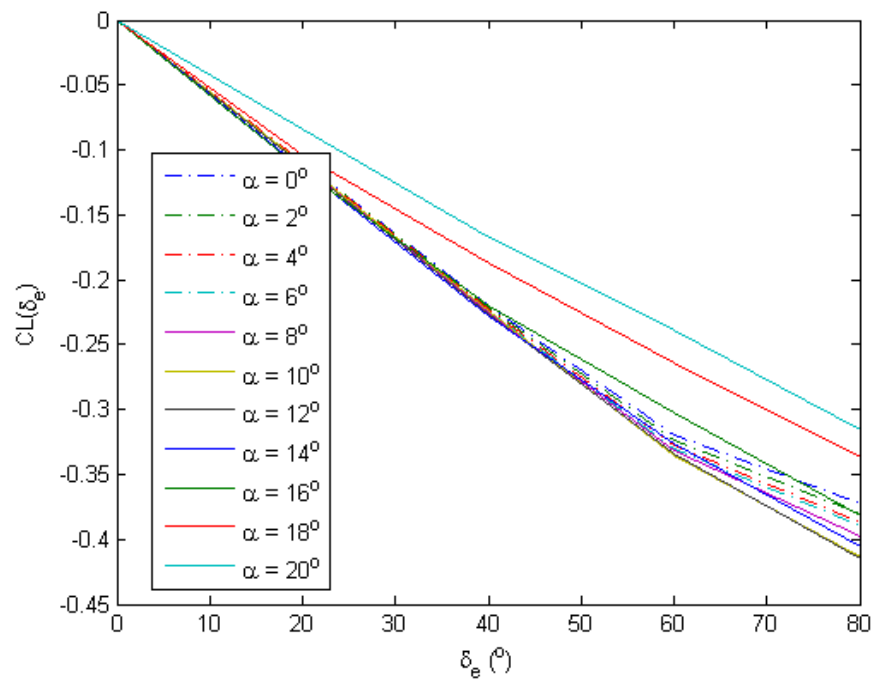


Figura 3.7 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de sustentação em MACH 0,9, para diferentes ângulos de ataque.

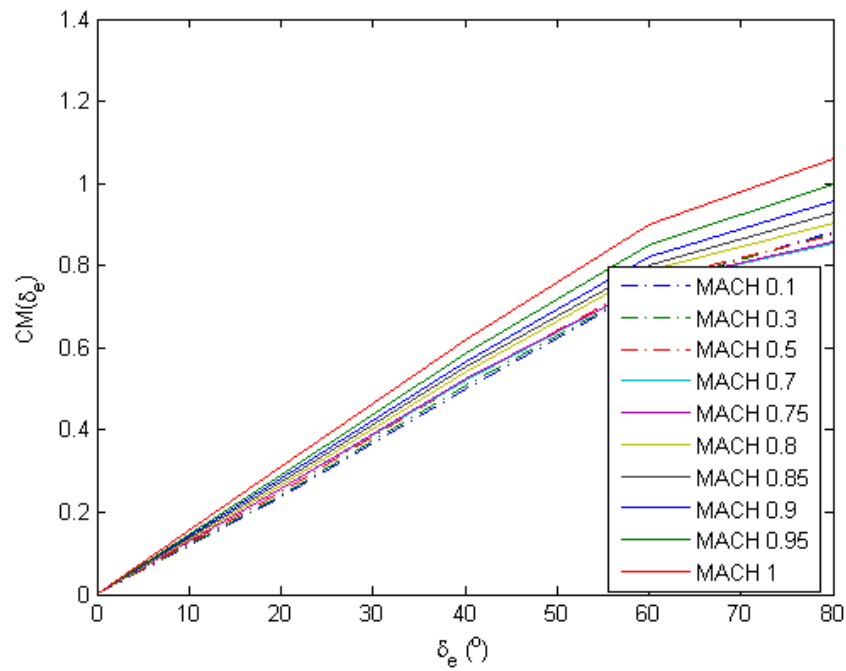


Figura 3.8 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de momento de arfagem com ângulo de ataque nulo.

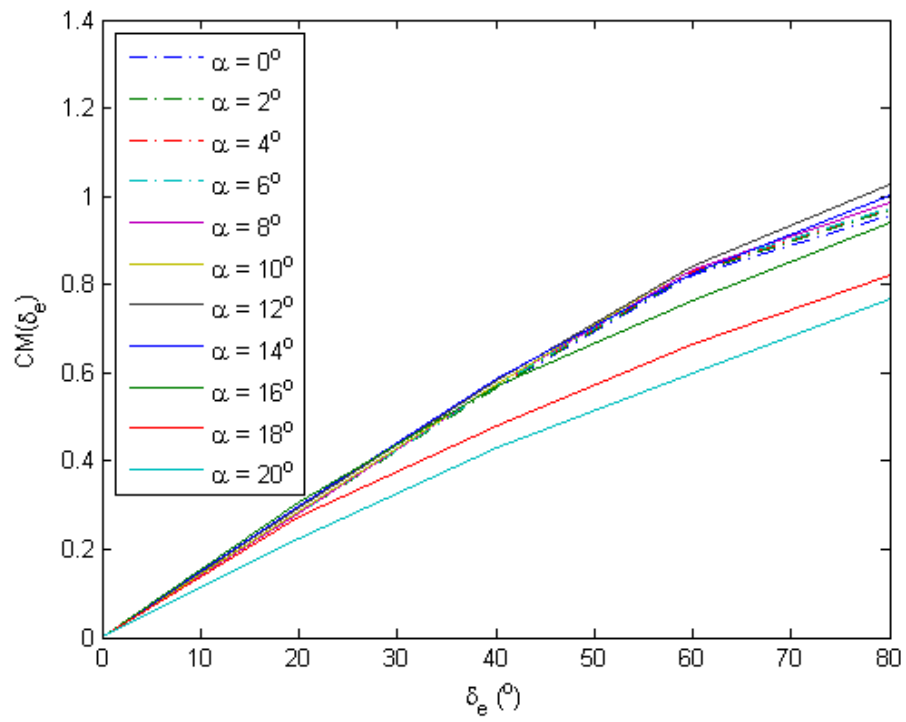


Figura 3.9 – Contribuição das aletas de controle no coeficiente de momento de arfagem em MACH 0,9, para diferentes ângulos de ataque.

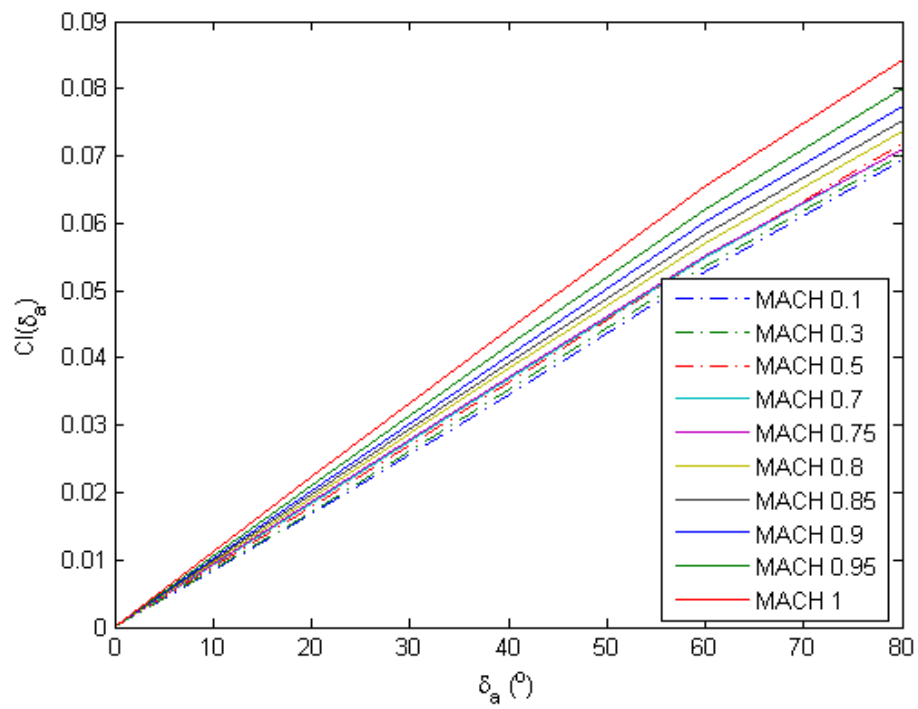


Figura 3.10 – Coeficiente de momento de rolamento com ângulo de ataque nulo.

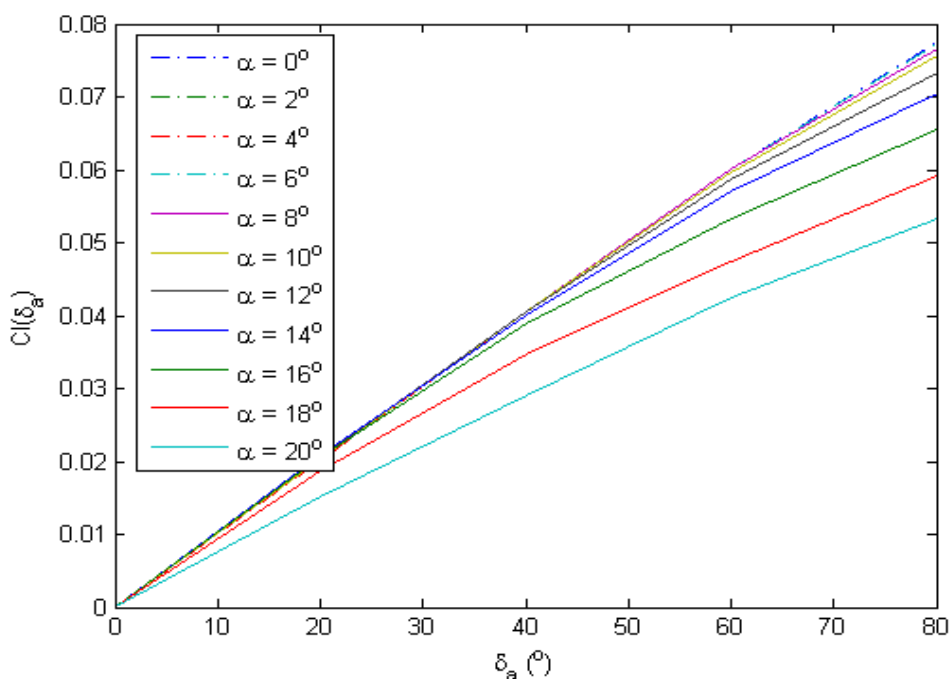


Figura 3.11 – Coeficiente de momento de rolamento em MACH 0,9.

Outros valores dos parâmetros do modelo como massa, momento de inércia podem ser estimados seguindo o mesmo procedimento descrito por COELHO (2007), chegando-se aos valores conforme descrito a seguir.

O propulsor de aceleração, que queima por 3 segundos, fornecendo empuxo constante de $88.350N$, levando o míssil à velocidade de cerca de $310m/s$. Os $100kg$ de massa do grão propelente desse foguete é perdida durante a queima, a uma taxa constante. Na sequência, um propulsor de cruzeiro queima seus $280kg$ de grão propelente, por cerca de 220 segundos, a uma taxa constante, fornecendo $3.450N$ de empuxo.

A Figura 3.12 mostra o gráfico de variação do empuxo e da massa do míssil durante os primeiros treze segundos de voo, enquanto que a Figura 3.13 apresenta o perfil de variação da velocidade ao longo de 100 segundos de simulação. Como a propulsão não é regulada, a velocidade do míssil sofre um ligeiro aumento ao longo do voo, em consequência da redução do arrasto de indução, já que o ângulo de ataque necessário para sustentar o peso diminui.

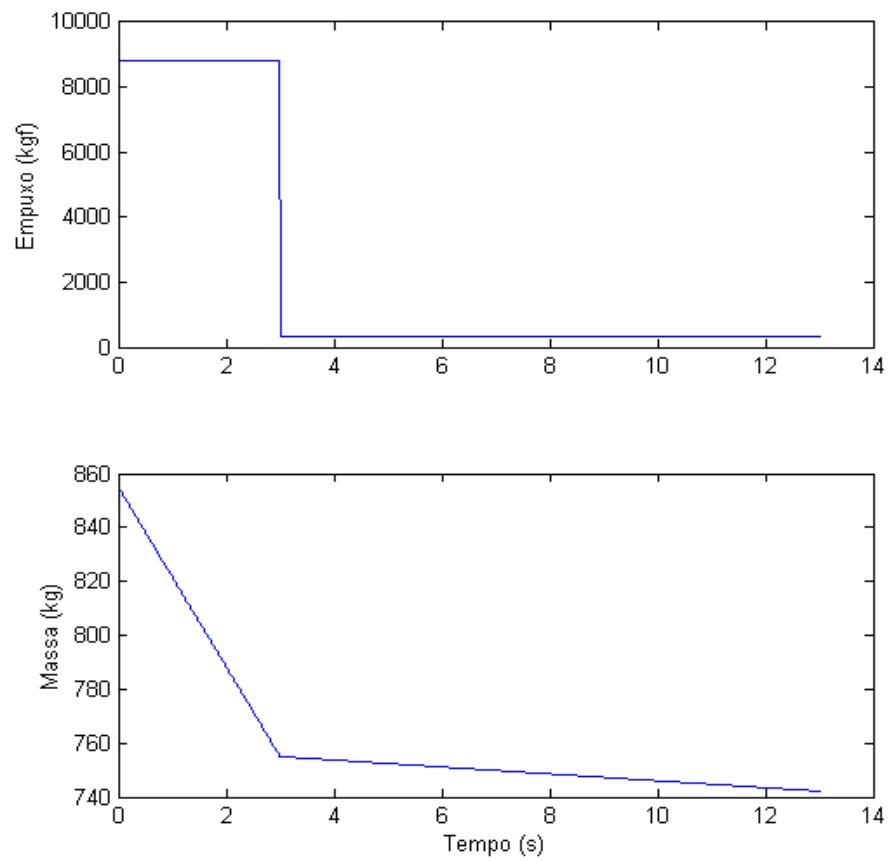


Figura 3.12 – Variação do empuxo e da massa do míssil em função do tempo.

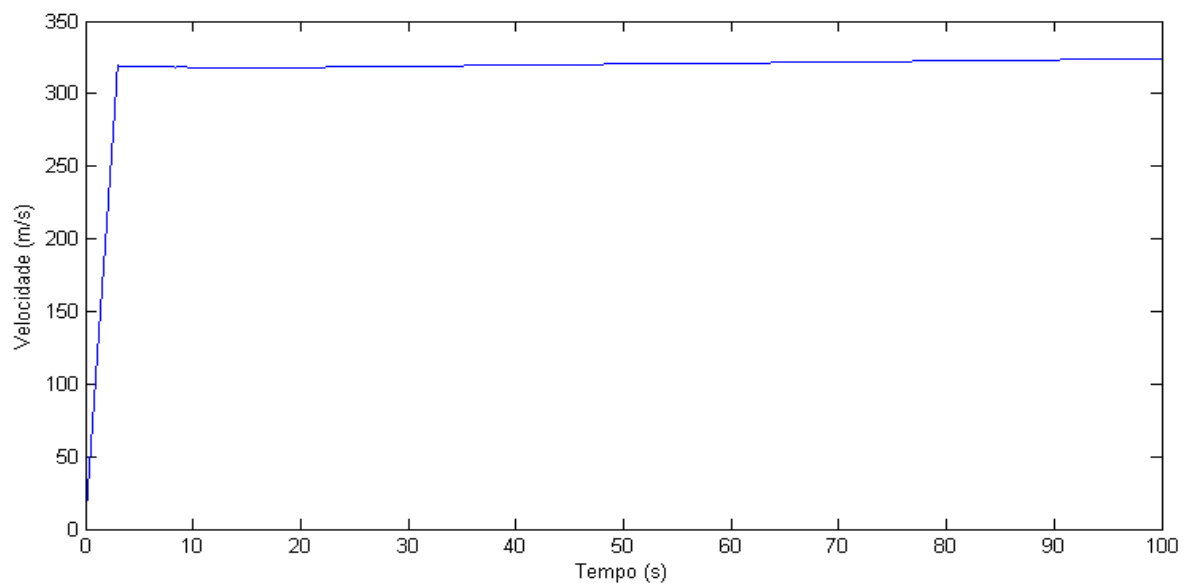


Figura 3.13 – Velocidade do míssil em função do tempo

Com a perda de massa, os momentos de inércia também variam ao longo do tempo, e são calculados pelo seguinte modelo físico.

$$I_i = m(t)k_i^2 \quad (3.3)$$

com $i = x, y, z$ representando o eixo em torno do qual é calculado o momento de inércia I_i ; $m(t)$ é a massa função do tempo; e k_i é o raio de giração, considerado constante.

A Tabela 3.1 reúne todos os valores dos parâmetros nominais do modelo, utilizados para simulação e/ou cálculo dos controladores. Em razão da simetria do míssil em torno dos planos vertical e horizontal, os coeficientes que agem nesses planos são iguais, conforme é apresentado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros nominais do modelo.

Parâmetro	Descrição	Valor Nominal
Dimensões físicas		
$I_x \text{ (kg.m}^2\text{)}$	Momento de inércia em torno do eixo X	12
$I_l \text{ (kg.m}^2\text{)}$	Momento de inércia em torno dos eixos Y e Z	1.400
$m \text{ (kg)}$	Massa	850
$k_x \text{ (m)}$	Raio de giração em torno do eixo X	0,12
$k_y, k_z \text{ (m)}$	Raios de giração ao longo dos eixos Y e Z	1,28
Propulsor de Aceleração		
$F_T \text{ (N)}$	Empuxo	88.350
$m_g \text{ (kg)}$	Massa do grão propelente	100
t_b	Tempo de queima	3s
Propulsor de Cruzeiro		
$F_T \text{ (N)}$	Empuxo	3.450
$m_g \text{ (kg)}$	Massa do grão propelente	280
t_b	Tempo de queima	220s
Aerodinâmica		
$q \text{ (N/m}^2\text{)}$	Pressão dinâmica	57.660

$S_{ref} (m^2)$	Superfície de referência	0,5
$c_{ref} (m)$	Corda de referência	1
$C_{L\alpha} = C_{c\beta}$	Derivadas aerodinâmicas das forças de sustentação e lateral em relação aos ângulos de ataque e escorregamento, respectivamente	4,8
$C_{m\alpha} = -C_{n\beta}$	Derivadas aerodinâmicas dos momentos de arfagem e guinada em relação aos ângulos de ataque e escorregamento, respectivamente	-1,2
$C_{L\delta} = C_{c\delta}$	Derivadas aerodinâmicas das forças de sustentação e lateral em relação aos ângulos equivalentes das aletas de controle de arfagem e guinada, respectivamente	-0,25
$C_{m\delta} = -C_{n\delta}$	Derivadas aerodinâmicas dos momentos de arfagem e guinada em relação aos ângulos equivalentes das aletas de controle de arfagem e guinada, respectivamente	0,64
$C_{l\delta}$	Derivada aerodinâmica do momento de rolagem em relação ao ângulo equivalente das aletas de controle de rolagem.	0,05
C_{D0}	Coeficiente de arrasto mínimo	0,076
ϵ_o	Coeficiente de Oswald	0,57

4 REVISÃO DAS ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

Neste capítulo será apresentada a técnica tradicionalmente utilizada no controle linear do míssil, bem como serão introduzidos os fundamentos dos métodos de controle não lineares CMD (Controle por Modos Deslizantes), IB (*Integrator Backstep*) e CSD (Controle por superfícies dinâmicas).

Na literatura encontram-se trabalhos em que se aplicam essas técnicas de controle em cada malha de guiamento do míssil individualmente (longitudinal, lateral e rolagem), em geral com o modelo linearizado (HOU & DUAN, 2011; FAN, et al., 2010; PAL, et al., 2014). Esses fundamentos servirão de base para a proposição da estratégia Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas que é apresentada no Capítulo 5.

Ao final deste capítulo, é apresentado um método de avaliação da margem de estabilidade dos sistemas de controle sob análise.

4.1 Controle clássico linear

Os modelos das três malhas linearizados consistem nas Equações (2.52), (2.54) e (2.60). Por estarem desacopladas, essas três plantas podem ser tratadas individualmente.

A despeito de se poder empregar controladores lineares robustos, como PID robusto ou H infinito, apenas as técnicas comumente empregadas em mísseis serão exploradas e utilizadas para comparar com os métodos não lineares.

A malha de rolamento consiste em um duplo integrador, e um ganho. Qualquer técnica de controle linear pode ser empregada, inclusive a alocação de polos, já que os dois estados estão disponíveis no sistema de navegação inercial. Porém, é preciso ter cautela ao se projetar um sistema tão rápido quanto a dinâmica do atuador, que introduz atraso de fase na malha direta. Assim, é recomendável que a frequência de corte da malha de rolagem seja pelo menos dez vezes menor que a do atuador.

Para a malha de arfagem, o esquema de controle clássico faz uso de uma malha interna, onde fica o autopiloto, e um compensador na malha externa para controle da altitude (WEN, et al., 2011; PRIYAMVADA, et al., 2011), conforme ilustrado na Figura 4.1. O atuador pode ser desprezado no projeto, por ter frequência de corte bem maior que o restante do sistema.

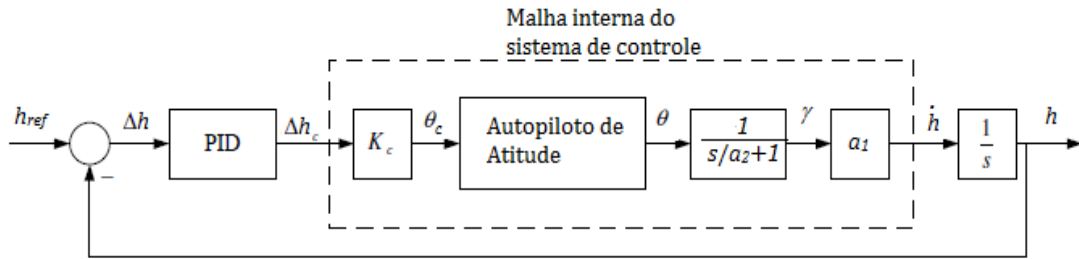


Figura 4.1 – Sistema clássico de controle.

O autopiloto pode ser de aceleração ou do ângulo de atitude, dependendo da informação medida para realimentação. A escolha de um ou de outro não apresenta diferença significativa na resposta em altura (WEN, et al., 2011).

Analisando esse controlador percebe-se que ele consiste na realimentação dos quatro estados, ângulo de atitude (θ) e sua velocidade angular (ω_y) no autopiloto, e altura (h) e velocidade vertical (v_h) através de um PID. Portanto, seu projeto pode ser baseado em alocação de polos, a partir do modelo da Equação (2.55). Um ganho *feedforward* (K_{ff}) ajusta o ganho da malha para a unidade, e o integrador do erro de altura completa o controlador PID.

Ainda resta compensar a aceleração da gravidade que interfere no controle do míssil como uma perturbação constante na malha do autopiloto (WEN, et al., 2011). Para compensá-la, adota-se um comando *feedforward* no valor da aceleração da gravidade padrão, no caso de um autopiloto de aceleração, ou no valor do ângulo de atitude observado em regime permanente (voo “trimado”). Nesta tese, essa compensação será introduzida junto à entrada de referência, com valor igual ao erro em altura no regime permanente. O resultado final é o esquema de controle mostrado na Figura 4.2.

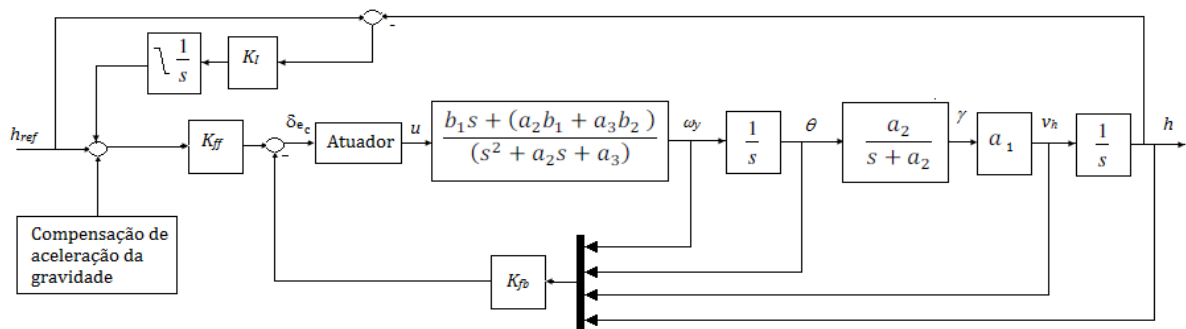


Figura 4.2 – Diagrama de blocos do sistema de controle de altura.

O mesmo procedimento de projeto (alocação de polos) se aplica à malha de guinada, tendo em vista a disponibilidade de medições dos estados.

4.2 Controle por modos deslizantes

O Controle por Modos Deslizantes (CMD) serve de base para se explicar os demais métodos empregados nessa tese (SONG; HEDRICK, 2011). Portanto, será feito um breve resumo do método, baseado principalmente em (SHTESSSEL, et al., 2014). Nesse método é definida uma superfície no espaço dos estados, $\sigma(x) = 0$. A proposta do CMD é estabelecer controle sobre essa superfície. Se essa superfície é escolhida adequadamente, indiretamente, os estados, x , são mantidos no entorno do ponto de equilíbrio, ou seja, é garantida a estabilidade do sistema.

Como ilustração do CMD, suponha-se inicialmente o exemplo simples de um sistema SISO (*single-input single-output*) não linear descrito por

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u + \Delta(x, t) \quad (4.1)$$

$$y = h(x, t) \quad (4.2)$$

onde y é a saída escalar, u é a entrada também escalar, $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, t é o tempo, f , g , h são funções não lineares, e Δ é a função que contém os erros de modelagem ou incertezas.

O objetivo do controle é rastrear a saída desejada y_D . Define-se o erro de rastreamento como $e = y - y_D$. A superfície deslizante comumente empregada é função linear desse erro e de algumas de suas derivadas, ou seja

$$\sigma = e + k_1 \dot{e} + k_2 \ddot{e} + \dots + k_j e^{(j)} \quad (4.3)$$

O número de derivadas deve ser $j = r - 1$, onde r é o grau relativo entre entrada e saída do sistema.

Uma escolha simples dos ganhos k_i , que depende apenas de um único parâmetro p , é dada por

$$\sigma = \left(\frac{d}{dt} + p \right)^j e \quad (4.4)$$

Ou seja, se $j = 1$, então $\sigma = \dot{e} + pe$, e se $j = 2$, então, $\sigma = \ddot{e} + 2p\dot{e} + p^2e$, e assim sucessivamente. Nesse caso, o valor de p equivale ao polo múltiplo da dinâmica reduzida do sistema quando em deslizamento.

O passo seguinte do projeto do CMD é a definição da ação de controle que guia o sistema para a superfície de deslizamento.

Como exemplo de procedimento de projeto dessa ação de controle, suponha agora a malha de rolamento, Equação (2.52), escrita na forma de espaço de estados

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Delta(x, t) \quad (4.5)$$

onde

$$x = [\phi_x \quad \omega_x]^T \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_1 \end{bmatrix} \quad \Delta = [\Delta_1 \quad \Delta_2]^T$$

Supõe-se que as funções de incerteza sejam limitadas por constantes E_i , com $i = 1, 2$, ou seja,

$$|\Delta_i| < E_i$$

Essa hipótese só não seria razoável se o míssil apresentasse alguma falha nas superfícies aerodinâmicas ou nos seus atuadores.

Define-se a superfície $\sigma = Sx$, onde $S = [k_1 \ 1]$. Assim,

$$\dot{\sigma} = S\dot{x} = S(Ax + Bu + \Delta) \quad (4.6)$$

Supondo a candidata a função de Lyapunov $V = \frac{1}{2}\sigma^2$, resulta da Equação (4.6) que

$$\dot{V} = \sigma\dot{\sigma} = \sigma(SAx + SBu + S\Delta) \quad (4.7)$$

Para tornar a resposta do sistema independente da dinâmica original faz-se

$$u = (SB)^{-1}(-SAx + v) \quad (4.8)$$

onde v é uma entrada auxiliar de controle. Substituindo esse valor na Equação (4.7), resulta

$$\dot{V} = \sigma(v + S\Delta) < \sigma v + |\sigma|SE \quad (4.9)$$

onde $E = [E_1 \ E_2]^T$.

A desigualdade da Equação (4.9) advém do fato de que as incertezas são tais que $|\Delta_i| < E_i$. A entrada de controle auxiliar pode então ser definida como a função de um relé ideal

$$v = -r \operatorname{sign}(\sigma) \quad (4.10)$$

onde r é uma constante. Substituindo esse controle auxiliar na Equação (4.9), resulta

$$\dot{V} = \sigma(-r \operatorname{sign}(\sigma) + S\Delta) < |\sigma|(-r + SE) \quad (4.11)$$

Portanto, se $r > SE$, tem-se

$$\dot{V} < -|\sigma|(r - SE) < 0 \quad (4.12)$$

donde se conclui que o sistema é estável, pois $\lim_{\sigma \rightarrow \infty} V(\sigma) = \infty$ (função radialmente ilimitada) e $\dot{V} < 0$.

Uma característica do CMD é que a convergência ocorre em tempo finito, t_r , (vide SHTESSEL, et al. (2014)), dado por

$$t_r \leq \frac{1}{r - SE} \sqrt{\frac{V(t=0)}{2}} = \frac{|\sigma(0)|}{2(r - SE)} \quad (4.13)$$

Substituindo-se as Equações (4.5) e (4.10) na Equação (4.8), resulta na lei de controle

$$u = (SB)^{-1}(-SAx - r \operatorname{sign}(\sigma)) = -b_1^{-1}(k_1 x_2 + r \operatorname{sign}(k_1 x_1 + x_2)) \quad (4.14)$$

A obtenção do controle tipo *sliding mode* para o plano longitudinal segue esse mesmo procedimento. O modelo do míssil no plano longitudinal, Equação (2.53), é escrito na forma de espaço de estados na forma *strict feedback* fazendo $b_2 = 0$, resultando

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Delta \quad (4.15)$$

onde $B = [0 \ 0 \ 0 \ b_1]^T$.

Fazer $b_2 = 0$ nesta equação equivale a considerar que toda a força de sustentação (ou força lateral) é gerada pelo ângulo de ataque, ou seja, negligenciar a parcela gerada pela superfície de controle. Esse procedimento é comumente empregado quando se precisa aplicar técnicas *backstepping* (FAN, et al., 2010) (HOU & DUAN, 2011) (LIANG, et al., 2014)).

Supõe-se que a incerteza é limitada por constantes, ou seja, $|\Delta_i| < E_i$ com $i = 1, 2, 3, 4$.

Define-se a superfície $\sigma = Sx$, onde $S = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ 1]$. Assim,

$$\dot{\sigma} = S\dot{x} = SAx + SBu + S\Delta \quad (4.16)$$

Supõe-se a candidata a função de Lyapunov $V = \frac{1}{2}\sigma^2$, que em se derivando e substituindo a Equação (4.16) resulta

$$\dot{V} = \sigma\dot{\sigma} = \sigma(SAx + SBu + S\Delta) \quad (4.17)$$

Seguindo os demais passos do procedimento, como feito para a malha de rolamento, resulta na lei de controle

$$u = -(b_1)^{-1}\{k_1 a_1 x_2 + [(k_2 - k_3)a_2 + a_3]x_3 + a_3 x_4 + r \text{sign}(\sigma)\} \quad (4.18)$$

O CMD, como já discutido na Introdução, não consegue tratar as incertezas que não aparecem junto a um sinal de controle, ou seja, as incertezas não casadas . Esse fato é demonstrado como se segue.

Quando a superfície de deslizamento é atingida, $\dot{\sigma}$ é nulo. Desse modo, o controle que mantém o sistema nessa condição é chamado de controle equivalente, u_{eq} . Esse controle equivalente pode ser encontrado resolvendo-se

$$0 = \dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{dx} \frac{dx}{dt} = S\dot{x} = SAx + SBu_{eq} + S\Delta \quad (4.19)$$

Ou seja,

$$u_{eq} = -(SB)^{-1}(SAx + S\Delta) \quad (4.20)$$

Substituindo o controle resultante na Equação (4.15), obtém-se a dinâmica em malha fechada

$$\dot{x} = (I - B(SB)^{-1}S)(Ax + \Delta) \quad (4.21)$$

Levando em conta a estrutura de B , que tem apenas o elemento da última coluna diferente de zero, e que o último elemento de S é unitário, resulta

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -k_1 & -k_2 & -k_3 & 0 \end{bmatrix} (Ax + \Delta) \quad (4.22)$$

Substituindo a estrutura de A decorre

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 & 1 \\ 0 & -k_1 a_1 & -(k_2 - k_3) a_2 & -k_3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \\ -k_1 \Delta_1 - k_2 \Delta_2 - k_3 \Delta_3 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Note-se que a incerteza Δ_4 não aparece na dinâmica reduzida, quer dizer, a dinâmica em malha fechada não é influenciada por essa incerteza. Por essa razão, essa incerteza é chamada de incerteza casada (*matched uncertainty*), enquanto as demais são não casadas (*unmatched uncertainties*) (KRSTIC, et al., 1995). Supondo que toda a incerteza presente seja casada, a dinâmica se resume a

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & -a_2 & 1 \\ 0 & -k_1 a_1 & -(k_2 - k_3) a_2 & -k_3 \end{bmatrix} x \quad (4.24)$$

A escolha dos ganhos, $S = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ 1]$, deve ser feita de modo a se ter o sistema da Equação (4.24) estável. Um modo de calcular os polos desse sistema é considerando que já se atingiu a superfície de deslizamento, donde

$$\sigma = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = 0 \rightarrow x_4 = -[k_1 \ k_2 \ k_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Então, considerando x_4 como uma pseudoentrada de controle, pode-se escrever

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & -a_2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} x_4 \quad (4.25)$$

$$x_4 = -[k_1 \ k_2 \ k_3] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Combinando as Equações (4.25) e (4.26), resulta

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 \\ -k_1 & -k_2 & -(a_2 + k_3) \end{bmatrix} x \quad (4.27)$$

Portanto, a equação característica é dada por

$$\begin{vmatrix} s & -a_1 & 0 \\ 0 & s & -a_2 \\ k_1 & k_2 & s + (a_2 + k_3) \end{vmatrix} = 0 \rightarrow$$

$$s^3 + (a_2 + k_3)s^2 + k_2a_2s + a_1a_2k_1 = 0 \quad (4.28)$$

É possível, portanto, escolher os ganhos de acordo com a equação característica desejada para o sistema em malha fechada, ou seja, de acordo com a dinâmica desejada após a superfície de escorregamento ser atingida. Antes de se atingir a superfície, o sistema é regido pela dinâmica não linear e converge para a superfície em um tempo finito conforme a Equação (4.13).

Note-se que maiores ganhos resultam num sistema mais rápido em malha fechada, porém geram convergência mais lenta durante a fase não linear regida pela Equação (4.13). Esse compromisso deve ser tratado durante o projeto.

Note-se ainda que a lei de controle possui uma função tipo relé ideal, $v = -r \text{sign}(\sigma)$, que gera descontinuidades (*chattering*) indesejadas em sistemas mecânicos, pois podem gerar ressonâncias com partes físicas, causando danos ao sistema. Uma das técnicas de suavização dessas descontinuidades consiste em substituir a função “*signal*”, que é descontínua, por uma função contínua e suave, por exemplo, a função “*sigmoide*”, assim

$$v = \frac{-r\sigma}{|\sigma| + \epsilon} \quad (4.29)$$

onde ϵ é um escalar positivo (SHTESSEL, et al., 2014).

Essa nova função representa uma aproximação da função relé ideal, visto que

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{\sigma}{|\sigma| + \epsilon} = \text{sign}(\sigma) \quad (4.30)$$

Com isto, o *chattering* será atenuado na medida em que ϵ for maior. Essa modificação no controle implica perda de robustez. Nesse caso, a superfície de deslizamento não mais converge para a origem, mas se mantém em um domínio tão próximo da origem quanto menor for o valor de ϵ . Esse é o preço a se pagar para se ter um controle suavizado em um CMD de primeira ordem (SHTESSEL, et al., 2014).

Há, porém, outro procedimento que possibilita a suavização do *chattering* sem perda de robustez, trata-se do CMD de ordem superior. Um algoritmo popular de CMD de segunda ordem é o *super-twisting* (SHTESSEL, et al., 2014). Nesse algoritmo a função v é modificada para uma função contínua da forma

$$\begin{aligned} v &= -r_1 \sqrt{|\sigma|} \operatorname{sign}(\sigma) + w \\ \dot{w} &= -r_2 \operatorname{sign}(\sigma) \end{aligned} \quad (4.31)$$

onde r_1 e r_2 são constantes positivas a serem sintonizadas.

Uma regra prática para escolha dessas constantes é fazer

$$\begin{aligned} r_1 &= \sqrt{r} \\ r_2 &= 1.1r \end{aligned} \quad (4.32)$$

onde r é um valor positivo grande o suficiente para se obter a atenuação desejada do *chattering*. Este valor é ajustado em simulações, iniciando por um valor menor e o aumentado até que se obtenha atenuação das descontinuidades no sinal de controle.

4.3 Integrator backstepping

O controle baseado em *Integrator backstepping* (IB) permite tratar as incertezas não casadas, e é o precursor da técnica Controle por Superfícies Dinâmicas (CSD). Assim, essa técnica será apresentada brevemente para o melhor entendimento do que será apresentado na seção seguinte.

Dado o modelo do plano de rolagem, Equação (4.5), define-se $S_1 = x_1$, Assim,

$$\dot{S}_1 = \dot{x}_1 = x_2 + \Delta_1 \quad (4.33)$$

Para estabilização da Equação (4.33), define-se o sinal de pseudocontrole que se deseja forçar $x_2 = x_{2d}$, com

$$x_{2d} = -k_1 S_1 - S_1 \rho_1^2 / 2\epsilon \quad (4.34)$$

onde ρ_1 pode ser uma função das variáveis de estado que limita superiormente a incerteza Δ_1 , ou uma constante maior que o limite da incerteza E_1 . Já k_1 é um ganho de projeto, e ϵ define o limite de convergência da superfície deslizante. A aplicação do amortecimento não linear (KRSTIC, et al., 1995) apresentado na Equação (4.34), visa a dominar a incerteza, e garantir a convergência de S_1 para uma região próxima ao ponto de equilíbrio.

Em seguida se define a segunda superfície de deslizamento

$$S_2 = x_2 - x_{2d} \quad (4.35)$$

que implica

$$\dot{S}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = b_1 u - \dot{x}_{2d} + \Delta_2 \quad (4.36)$$

O termo \dot{x}_{2d} pode ser calculado derivando a Equação (4.34) em relação a x_1 , e substituindo a Equação (4.33), ou seja

$$\dot{x}_{2d} = \frac{dx_{2d}}{dx_1} \dot{x}_1 = \left(k_1 + x_1 \frac{\rho_1}{\epsilon} \frac{d\rho_1}{dx_1} + \frac{\rho_1^2}{2\epsilon} \right) (x_2 + \Delta_1) \quad (4.37)$$

Na Equação (4.37) já se observa a “explosão de termos” citada em SONG e HEDRICK (2011). Para evitar esse problema, continua-se o procedimento sem desenvolver a derivada \dot{x}_{2d} . Assim, para convergência da Equação (4.36), usa-se mais uma vez o amortecimento não linear, de modo que

$$u = b_1^{-1} \left(-k_2 S_2 - \frac{S_2 \rho_2^2}{2\epsilon} + \dot{x}_{2d} \right) \quad (4.38)$$

4.3.1 Prova de Estabilidade

A dinâmica do sistema em malha fechada é definida a partir das Equações (4.33) e (4.36) substituindo-se as ações de controle das Equações (4.34) e (4.38), que resulta em

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= -k_1 S_1 - \frac{S_1 \rho_1^2}{2\epsilon} + \Delta_1 \\ \dot{S}_2 &= -k_2 S_2 - \frac{S_2 \rho_2^2}{2\epsilon} + \Delta_2 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Seja a candidata a função de Lyapunov $V = \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2)$, que derivando resulta

$$\dot{V} = S_1 \dot{S}_1 + S_2 \dot{S}_2 = -k_1 S_1^2 - k_2 S_2^2 + \left(-\frac{\rho_1^2}{2\epsilon} S_1^2 + S_1 \Delta_1 \right) + \left(-\frac{\rho_2^2}{2\epsilon} S_2^2 + S_2 \Delta_2 \right) \quad (4.40)$$

Da desigualdade de Young (MITRINOVIC, et al., 1993; BONGSOB; HEDRICK, 2011), pode-se escrever²

$$\frac{S_i^2 \rho_i^2}{2\epsilon} + \frac{\epsilon}{2} \geq |S_i| |\rho_i| \geq S_i \Delta_i \quad (4.41)$$

Portanto, na Equação (4.40), pode-se substituir cada termo entre parênteses por $\epsilon/2$ para se escrever a inequação

$$\dot{V} \leq -k_1 S_1^2 - k_2 S_2^2 + \epsilon \quad (4.42)$$

² A desigualdade de Young estabelece que, se as constantes $p > 1$ e $q > 1$ são tais que $(p-1)(q-1) = 1$, então $xy \leq \frac{k^p}{p} |x|^p + \frac{1}{qk^q} |y|^q$, para todo $k > 0$ e todo $(x, y) \in \mathbb{R}^2$. Escolhendo $p = q = 2$, $\epsilon = k^2$, $x = 1$ e $y = |S_i| |\rho_i|$, resulta na inequação (4.41).

A inequação presente na Equação (4.42) implica convergência dos estados para o interior de uma região (esfera nesse caso) de raio ϵ em torno da superfície de escorregamento. Como ϵ é arbitrário, o erro final de estabilização pode ser escolhido tão pequeno quanto se deseje. Há apenas o compromisso de que, valores muito pequenos de ϵ causam ações de controle de maior amplitude, o que pode saturar a entrada.

Desde que as funções ou constantes ρ_i , com $i = 1, 2$, sejam escolhidas adequadamente, todas as incertezas, casadas ou não, são tratadas por esse procedimento.

Convém notar que a lei de controle, Equação (4.38), requer a realimentação do termo da Equação (4.37), que possui a função desconhecida Δ_1 . A solução normalmente utilizada é aproximar a derivada \dot{x}_{2d} por algum método numérico, por exemplo, Euler tendo a Equação (4.34) como entrada. No Controle por Superfícies Dinâmicas (CSD), conforme será descrito na Seção 4.4, essa derivada é obtida com o auxílio de um filtro de primeira ordem.

4.4 Controle por superfícies dinâmicas

Como visto na seção anterior, o procedimento IB requer a obtenção da derivada do pseudocontrole para aplicação no controle da superfície seguinte. No Controle por Superfícies Dinâmicas (CSD) essa derivada é obtida com o auxílio de um filtro de primeira ordem, conforme descrito a seguir.

Dado o modelo da malha de rolamento, Equação (4.5), define-se $S_1 = x_1$. Assim,

$$\dot{S}_1 = \dot{x}_1 = x_2 + \Delta_1 \quad (4.43)$$

Para estabilização do sistema da Equação (4.43), define-se o sinal de pseudocontrole $x_2 = \bar{x}_2$ com

$$\bar{x}_2 = -k_1 S_1 - S_1 \rho_1^2 / 2\epsilon \quad (4.44)$$

onde ρ_1 pode ser uma função das variáveis de estado que limita superiormente a incerteza Δ_1 , ou uma constante maior que o limite da incerteza E_1 . Já kK_1 é um ganho de projeto, e ϵ um valor pequeno que define o limite de convergência da superfície deslizante, a ser escolhido por projeto.

Passa-se esse pseudocontrole por um filtro de primeira ordem, dado por

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2 \quad (4.45)$$

sendo τ_2 a constante de tempo do filtro.

Em seguida se define a segunda superfície de deslizamento,

$$S_2 = x_2 - x_{2d} \quad (4.46)$$

cuja derivada resulta em

$$\dot{S}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = b_1 u - \dot{x}_{2d} + \Delta_2 \quad (4.47)$$

Portanto, para estabilização, faz-se necessário utilizar

$$u = b_1^{-1} \left(-kK_2 S_2 - \frac{S_2 \rho_2^2}{2\epsilon} + \dot{x}_{2d} \right) \quad (4.48)$$

onde $\dot{x}_{2d} = (\bar{x}_2 - x_{2d})/\tau_2$ é definido pela Equação (4.45).

A prova de estabilidade pode ser encontrada em (SONG; HEDRICK, 2011), tendo a candidata a função de Lyapunov $V = \frac{1}{2}(S_1^2 + S_2^2 + z^2)$, onde $z = x_{2d} - \bar{x}_2$. A desigualdade de Young é utilizada, assim como foi na Equação (4.41), resultando em $\dot{V} \leq -2k_0 V + \epsilon$ em um conjunto compacto e convexo, que contém os estados iniciais e é definido por uma “bola” de raio p ; e onde k_0 é um ganho de projeto que é função de k_1 , k_2 , e p . Essa condição implica em convergência dos estados para uma “bola” de raio ϵ , que pode ser escolhido tão pequeno quanto desejável. Detalhes desse procedimento são apresentados na Seção 5.1, onde se prova a estabilidade do controle por bloco de superfícies dinâmicas.

Seguindo esse mesmo procedimento é possível deduzir o CSD para a malha de arfagem. Dado o modelo da Equação (4.15), define-se $S_1 = x_1 - x_{1d} = h - h_{ref}$, assim

$$\dot{S}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = a_1 x_2 - \dot{x}_{1d} + \Delta_1 \quad (4.49)$$

Para estabilização do sistema da Equação (4.49), define-se então o pseudocontrole $x_2 = \bar{x}_2$, com

$$\bar{x}_2 = a_1^{-1} \left(\dot{x}_{1d} - k_1 S_1 - \frac{\rho_1^2}{2\epsilon} S_1 \right) \quad (4.50)$$

onde ρ_1 pode ser uma função das variáveis de estado que limita superiormente a incerteza Δ_1 , ou uma constante maior que o limite da incerteza E_1 . Já k_1 é um ganho de projeto, e ϵ um valor pequeno que define o limite de convergência da superfície deslizante, a ser escolhido por projeto.

Passa-se esse pseudocontrole por um filtro de primeira ordem, dado por

$$\tau_2 \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2 \quad (4.51)$$

Em seguida, define-se a segunda superfície de deslizamento $S_2 = x_2 - x_{2d}$, resultando

$$\dot{S}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = a_2 x_3 - \dot{x}_{2d} + \Delta_2 \quad (4.52)$$

e para estabilizar define-se o pseudocontrole $x_3 = \bar{x}_3$ como

$$\bar{x}_3 = a_2^{-1} \left(\dot{x}_{2d} - k_2 S_2 - \frac{\rho_2^2}{2\epsilon} S_2 \right) \quad (4.53)$$

e o filtro desse sinal como

$$\tau_3 \dot{x}_{3d} + x_{3d} = \bar{x}_3 \quad (4.54)$$

Agora se define a terceira superfície de deslizamento $S_3 = x_3 - x_{3d}$

$$\dot{S}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} = -a_2 x_3 + x_4 - \dot{x}_{3d} + \Delta_3 \quad (4.55)$$

e para estabilizar define-se o pseudocontrole $x_4 = \bar{x}_4$ como

$$\bar{x}_4 = a_2 x_3 + \dot{x}_{3d} - k_3 S_3 - \frac{\rho_2^2}{2\epsilon} S_2 \quad (4.56)$$

e o filtro desse sinal como

$$\tau_4 \dot{x}_{4d} + x_{4d} = \bar{x}_4 \quad (4.57)$$

Por último, define-se a quarta superfície $S_4 = x_4 - x_{4d}$, resultando

$$\dot{S}_4 = \dot{x}_4 - \dot{x}_{4d} = a_3 x_3 + b_1 u - \dot{x}_{4d} + \Delta_4 \quad (4.58)$$

e para estabilizar se define o controle u como

$$u = b_1^{-1} \left(\dot{x}_{4d} - a_3 x_3 - k_4 S_4 - \frac{\rho_4^2}{2\epsilon} S_4 \right) \quad (4.59)$$

A prova de estabilidade é idêntica à da malha de rolamento.

Esse mesmo procedimento pode ser aplicado à malha de guinada. É necessário, no entanto, que o sistema esteja escrito na forma em cascata (*strict feedback*). Para apresentar o sistema nesse formato algumas simplificações tiveram que ser feitas para separar as três malhas, e os erros foram adicionados às incertezas. A origem diversa dessas incertezas torna mais difícil definir as funções ρ_i , ou constantes E_i , limitantes. Uma solução possível é usar uma lei de adaptação conforme descrito na seção seguinte.

4.5 Lei de adaptação

Em todos os métodos de controle mencionados anteriormente, supôs-se que a incerteza era limitada por alguma função ρ ou uma constante E . Como em geral essa função não é bem conhecida, admite-se que seja uma constante limitante da incerteza. Essa constante então pode

ser substituída por sua estimativa, $\hat{\rho}$. Uma possível lei de adaptação, sugerida em HOU e DUAN (2011), seria

$$\dot{\hat{\rho}}_i = c_i(S_i^2 - d_i\hat{\rho}_i) \quad (4.60)$$

onde S_i é a superfície deslizante, relacionada com o limitador ρ_i da incerteza Δ_i . E as constantes positivas c_i e d_i são parâmetros de projeto do controlador. Essa lei de adaptação pode ser interpretada como um filtro de primeira ordem, tendo como entrada o erro quadrático da variável de estado, e cujo ganho é c_i e o pólo é $-c_id_i$.

Hou e Duan (2011) apresentam a prova de estabilidade desse controlador adicionando-se, na função candidata de Lyapunov, os termos

$$V_i = \frac{\tilde{\rho}_i^2}{2c_i}, \quad i = 1 \dots n \quad (4.61)$$

onde $\tilde{\rho}_i = (\hat{\rho}_i - \rho_i)$.

4.6 Avaliação da margem de estabilidade

Para avaliar a robustez dos métodos de controle, além de se realizar simulações do controlador com o modelo não linear, alguns parâmetros incertos do modelo podem ter seus valores alterados de modo a aproximar o sistema da condição de instabilidade. Mas em que direção esses parâmetros devem ser alterados para tornar o sistema mais instável? Para responder a essa pergunta, o método da linearização de Lyapunov permite recorrer à linearização da planta em torno de um ponto de operação, e aplicar ferramentas de análise de sistemas lineares, estendendo, localmente, esses resultados ao sistema não linear original (SLOTINE; LI, 1991). Apenas quando o sistema linear é marginalmente estável, ou seja, tem pelo menos um polo sobre o eixo imaginário e todos os demais no semiplano esquerdo do plano complexo, nada se pode concluir a partir da aproximação linear no ponto de equilíbrio.

Uma das possibilidades de análise da estabilidade é a partir da verificação se o polinômio característico do sistema tem raízes com parte real negativa, ou seja, se o polinômio é Hurwitz. O teorema de Kharitonov permite fazer essa análise. Segundo este teorema, dado o polinômio característico

$$a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + a_5s^5 + \dots \quad (4.62)$$

onde a_i são coeficientes reais que podem assumir qualquer valor entre os valores máximo $\overline{a_i}$ e mínimo $\underline{a_i}$, ou seja,

$$a_i \in [\underline{a_i}, \overline{a_i}], \quad i = 0, 1, 2, \dots, n \quad (4.63)$$

esse conjunto de polinômios é Hurwitz se, e somente se, os quatro seguintes polinômios também forem Hurwitz:

$$\underline{a_0} + \underline{a_1}s + \overline{a_2}s^2 + \overline{a_3}s^3 + \underline{a_4}s^4 + \underline{a_5}s^5 + \dots \quad (4.64)$$

$$\underline{a_0} + \overline{a_1}s + \overline{a_2}s^2 + \underline{a_3}s^3 + \underline{a_4}s^4 + \overline{a_5}s^5 + \dots \quad (4.65)$$

$$\overline{a_0} + \underline{a_1}s + \underline{a_2}s^2 + \overline{a_3}s^3 + \overline{a_4}s^4 + \underline{a_5}s^5 + \dots \quad (4.66)$$

$$\overline{a_0} + \overline{a_1}s + \underline{a_2}s^2 + \underline{a_3}s^3 + \overline{a_4}s^4 + \overline{a_5}s^5 + \dots \quad (4.67)$$

Esses quatro polinômios são denominados de Polinômios de Kharitonov.

Portanto, é razoável avaliar a robustez de um sistema de controle não linear por meio da simulação das quatro plantas formadas pelos parâmetros que compõem os polinômios de Kharitonov. Do mesmo modo, é razoável supor que um sistema de controle que suporta uma maior variação dos parâmetros da planta na direção dos polinômios de Kharitonov seja mais robusto que outro que suporta uma menor variação.

Seja, por exemplo, o polinômio característico da malha de arfagem obtido do denominador da Equação (2.61). Excluídos os dois integradores, o polinômio se resume a

$$s^2 + a_2s + a_3 \quad (4.68)$$

onde $a_2 = \frac{qS_{ref}C_{L\alpha} + F_T}{mV}$, e $a_3 = -\frac{qS_{ref}C_{ref}C_{m\alpha}}{I_l}$.

Neste caso o polinômio é de segundo grau e as quatro combinações possíveis dos valores máximos e mínimos dos parâmetros formam os polinômios de Kharitonov.

Há, porém, uma característica adicional desses parâmetros: como $C_{m\alpha}$ é negativo e $C_{L\alpha}$ é positivo assim como os demais parâmetros (vide as estimativas nominais no Capítulo 3), os valores a_2 e a_3 são positivos. Essa característica, de acordo com o critério de Routh-Hurwitz, é condição suficiente para que o polinômio seja Hurwitz. Isso sugere que a condição mais crítica seria reduzir os valores absolutos dos parâmetros, o que equivale a mover a planta na direção do polinômio característico da Equação (4.64).

Dessa análise, infere-se que uma condição mais crítica para estabilidade é a redução dos valores absolutos dos coeficientes aerodinâmicos, redução da velocidade de cruzeiro³, redução do empuxo do propulsor, e aumento da massa e momentos de inércia. Essa condição pode ser comprovada com simulações com as quatro plantas formadas pelos coeficientes dos quatro polinômios de Kharitonov, e observando-se que os estados divergem mais rapidamente quando ambos os parâmetros são reduzidos. Esse resultado foi utilizado por COELHO e HEMERLY (2017), onde os coeficientes aerodinâmicos do míssil sob controle são reduzidos até que haja divergência dos estados.

³ Apesar da velocidade aparecer no denominador do parâmetro a_2 , ela também está presente no numerador dos dois parâmetros com potência quadrática, já que a pressão dinâmica é $q = \rho V^2/2$.

5 CONTROLE POR BLOCOS DE SUPERFÍCIES DINÂMICAS

Na Seção 2.5 foi apresentado o procedimento clássico de separação das malhas, que permite o projeto de um controlador para cada malha individualmente, conforme descrito no Capítulo 4. Esse procedimento não considera o acoplamento existente entre essas malhas e eleva as incertezas, de modo que as ações de controle são de maior amplitude, o que gera problemas de robustez de estabilidade.

Na Seção 2.4, um modelo completo, sem desacoplamento das malhas, foi apresentado. Nesse modelo, as variáveis de estado são agrupadas em vetores, o que permite identificar a forma em cascata tipo *block-strict feedback* (KRSTIC, et al., 1995). O controlador proposto, portanto, trata-se de uma adaptação das técnicas *backstepping* visando à linearização da primeira equação do modelo, em seguida um dos métodos apresentados nas seções precedentes pode ser usado para tratar as não linearidades e incertezas presentes na segunda equação do modelo, conforme será descrito a seguir.

Seja o modelo completo não linear da Equação (2.22), repetido aqui por conveniência:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= g_1(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 &= f(x_1, x_2) + g_2u + \Delta(x_1, x_2, t)\end{aligned}\tag{5.1}$$

onde $g_1(x_1) = J(\eta)$, $g_2 = M^{-1}$, $f(x_1, x_2) = M^{-1}(-C(v)v + \tau_p + \tau_0 + \tau_{\alpha\beta}(\alpha, \beta) + \tau_G(\eta))$ são funções nominais obtidas pela melhor estimativa disponível, e $\Delta(x_1, x_2, t)$ concentra os erros de modelagem decorrentes das incertezas associadas ao modelo, que são limitados por constantes positivas E_i , ou seja, $|\Delta_i| < E_i$.

Define-se o vetor

$$S_1 = x_1 - x_{1d}\tag{5.2}$$

onde x_{1d} é um vetor que contém a trajetória desejada e exequível. Note que S_1 por ser interpretado como o erro de rastreamento.

Devido ao fato de a posição cartesiana e a atitude do míssil estarem no mesmo vetor, x_1 , e não ser possível controlá-las simultaneamente, a menos que um controle dual (empenas e asas móveis) seja utilizado, a trajetória exequível é restrita. Assim, um modelo cinemático adequado deve ser usado para calcular os estados desejados. Esse modelo cinemático funciona como um sistema de planejamento de trajetória, comumente empregado em robótica.

Derivando a Equação (5.2) e usando a Equação (5.1) resulta

$$\dot{S}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = g_1(x_1)x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (5.3)$$

Para linearização e estabilidade do sistema da Equação (5.3), define-se o sinal de pseudocontrole $x_2 = \bar{x}_2$ com

$$\bar{x}_2 = g_1^{-1}(x_1)(-K_1 S_1 + \dot{x}_{1d}) \quad (5.4)$$

onde K_1 é uma matriz cuja diagonal contém os ganhos a serem definidos em projeto.

A inversão da função $g_1(x_1) = J(\eta)$ é perfeitamente possível, pois $J(\eta)$ é composta na sua diagonal por uma matriz de cossenos diretores, $J_1(\eta_2)$, cuja inversa é a sua transposta, e pela matriz $J_2(\eta_2)$, cuja inversa é

$$J_2^{-1}(\eta_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

que não apresenta nenhuma singularidade, qualquer que sejam os ângulos ϕ e θ .

O termo x_{1d} , na Equação (5.5), é parte da referência fornecida pelo sistema de planejamento da trajetória (modelo cinemático).

Para evitar a explosão de termos típica do procedimento *backstepping*, já mencionado na Seção 4.3, adota-se um conjunto de filtros de primeira ordem definidos por

$$\tau \dot{x}_{2d} + x_{2d} = \bar{x}_2 \quad (5.6)$$

onde τ é uma matriz cuja diagonal contém as constantes de tempo dos filtros.

Em seguida se define o segundo vetor de superfícies deslizantes

$$S_2 = x_2 - x_{2d} \quad (5.7)$$

que implica

$$\dot{S}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = f(x_1, x_2) + g_2 u - \dot{x}_{2d} + \Delta(x) \quad (5.8)$$

onde $\dot{x}_{2d} = \tau^{-1}(\bar{x}_2 - x_{2d})$ é definido a partir da Equação (5.6).

Para estabilização do sistema da Equação (5.8), pode-se adotar o controle tipo *sliding mode*, tendo $\sigma = K_2 S_2$ como superfície deslizante, ou aplicar o mesmo princípio do amortecimento não linear adotado no IB e CSD. Aplicando o amortecimento não linear para estabilização do sistema da Equação (5.8), resulta em

$$u = g_2^{-1} \left(-f(x_1, x_2) + \dot{x}_{2d} - K_2 S_2 - \frac{\rho^2}{4\epsilon} S_2 \right) \quad (5.9)$$

onde ρ é uma matriz diagonal com elementos maiores que os limitadores das incertezas E_i .

Note-se que $g_2^{-1} = M$, portanto, a inversa em (5.9) existe.

A entrada, como definida na Equação (2.21) é $u = B(\delta)\delta$, com a matriz $B(\delta)$, definida na Equação (2.18) por

$$B(\delta) = qS_{ref} \begin{bmatrix} -C_{A\sigma}\delta_a & -C_{A\sigma}\delta_e & -C_{A\sigma}\delta_r \\ 0 & 0 & -C_{Y\delta} \\ 0 & -C_{N\delta} & 0 \\ c_{ref}C_{l\delta} & 0 & 0 \\ 0 & c_{ref}C_{m\delta} & 0 \\ 0 & 0 & c_{ref}C_{n\delta} \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Inverter essa matriz, para obter $\delta = B^{-1}(\delta)u$, não seria possível, pois a sua primeira linha é função de δ . Uma solução possível é considerar o valor de δ nessa primeira linha constante e igual ao valor em regime permanente. Outra solução é encontrada ao se perceber que é razoável ignorar essa primeira linha da matriz, por se referir à força de arrasto, sobre a qual não se pretende exercer controle. Assim o problema se reduz a

$$\begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = qS_{ref} \begin{bmatrix} 0 & 0 & -C_{Y\delta} \\ 0 & -C_{N\delta} & 0 \\ c_{ref}C_{l\delta} & 0 & 0 \\ 0 & c_{ref}C_{m\delta} & 0 \\ 0 & 0 & c_{ref}C_{n\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

cuja solução pode ser encontrada com a pseudoinversa, resultando

$$\begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_e \\ \delta_r \end{bmatrix} = (qS_{ref})^{-1} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{c_{ref}C_{l\delta}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-C_{N\delta}}{C_{N\delta}^2 + c_{ref}^2 C_{m\delta}^2} & 0 & \frac{c_{ref}C_{m\delta}}{C_{N\delta}^2 + c_{ref}^2 C_{m\delta}^2} & 0 \\ \frac{-C_{Y\delta}}{C_{Y\delta}^2 + c_{ref}^2 C_{n\delta}^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{c_{ref}C_{n\delta}}{C_{Y\delta}^2 + c_{ref}^2 C_{n\delta}^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Note-se que essa solução considera as forças geradas pelas superfícies de controle, representadas nas derivadas $C_{N\delta}$ e $C_{Y\delta}$, enquanto que no controle com as malhas desacopladas essas forças eram desprezadas.

Acrescentando uma primeira coluna nula à matriz da Equação (5.12) e denominando de B^{-1} , pode-se reescrever a Equação (5.9) como

$$\delta = B^{-1}g_2^{-1} \left(-f(x_1, x_2) + \dot{x}_{2d} - K_2 S_2 - \frac{\rho^2}{4\epsilon} S_2 \right) \quad (5.13)$$

A Figura 5.1 mostra o diagrama de blocos ilustrando a estratégia de controle proposta.

O Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas (CBSD) permite tratar as interferências entre as diversas malhas representadas nas funções não lineares g_1 , f e B . São usados parâmetros nominais para essas componentes, e os resíduos são tratados como incertezas. Considerar essas funções não lineares no modelo equivale a admitir incertezas de menor grandeza, de modo que a constante que as compensa, ρ , pode ser reduzida, tornando o controle menos conservador do ponto de vista de desempenho, e aumentando a robustez.

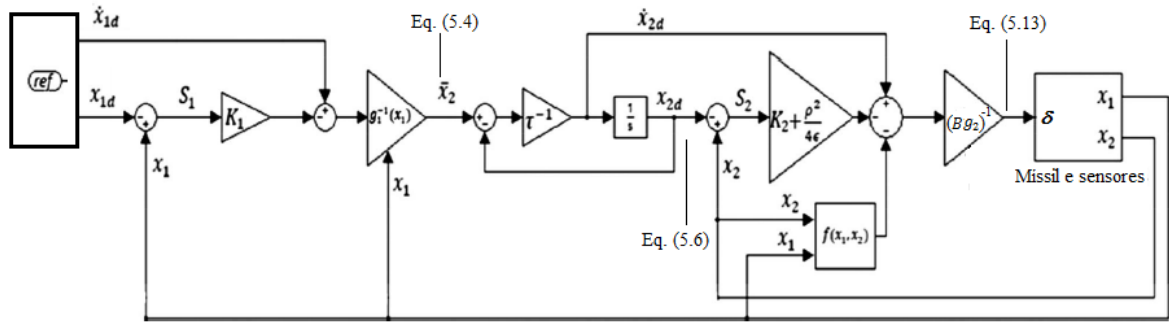


Figura 5.1 – Diagrama de blocos do Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas.

5.1 Prova de estabilidade

A prova de estabilidade baseia-se no mesmo princípio utilizado para a prova do CSD apresentado em SWAROOP, et al. (2000) e BONGSOB e HEDRICK (2011), porém tendo-se a atenção de que aqui os ganhos são matrizes que multiplicam vetores (blocos) de superfícies dinâmicas. Um conjunto compacto e convexo é definido no espaço de estados, contendo o valor inicial de uma candidata a função de Lyapunov. Prova-se que este conjunto é invariante com o auxílio da desigualdade de Young, e assim a existência da função de Lyapunov para um conjunto de ganhos, conforme segue.

Define-se o erro entre entrada e saída do filtro como $z = x_{2d} - \bar{x}_2$, cuja dinâmica é

$$\dot{z} = \dot{x}_{2d} - \dot{\bar{x}}_2 = \tau^{-1}(\bar{x}_2 - x_{2d}) - \dot{\bar{x}}_2 = -\tau^{-1}z - \dot{\bar{x}}_2 \quad (5.14)$$

Adicionando e subtraindo $g_1(x_1)(x_{2d} - \bar{x}_2)$ à Equação (5.3) e rearranjando os termos, pode-se escrever

$$\dot{S}_1 = g_1(x_1)S_2 + g_1(x_1)z + g_1(x_1)\bar{x}_2 - \dot{x}_{1d} \quad (5.15)$$

Substituindo o controle dado pela Equação (5.4) na Equação (5.15), bem como o controle da Equação (5.9) na Equação (5.8), obtém-se a dinâmica de malha fechada

$$\begin{cases} \dot{S}_1 = g_1(x_1)S_2 + g_1(x_1)z - K_1S_1 = -K_1S_1 + \sigma_1(S_1, S_2, z, K_1, K_2, \epsilon) \\ \dot{S}_2 = -K_2S_2 - \frac{\rho^2}{4\epsilon}S_2 + \Delta(x_1, x_2) \\ \dot{z} = -\tau^{-1}z - \dot{\tilde{x}}_2 = -\tau^{-1}z + \sigma_2(S_1, S_2, z, K_1, K_2, \epsilon) \end{cases} \quad (5.16)$$

onde $\sigma_1 = g_1(x_1)S_2 + g_1(x_1)z$, and $\sigma_2 = -\dot{\tilde{x}}_2$, que é a derivada da Equação (5.4).

Defina-se a candidata a função de Lyapunov

$$V = \frac{1}{2}(S_1^T S_1 + S_2^T S_2 + z^T z) \quad (5.17)$$

A derivada de V é dada por

$$\dot{V} = S_1^T \dot{S}_1 + S_2^T \dot{S}_2 + z^T \dot{z} \quad (5.18)$$

Substituindo as derivada da Equação (5.16) e rearrumando os termos obtém-se

$$\dot{V} = -S_1^T K_1 S_1 + S_1^T \sigma_1 - S_2^T K_2 S_2 + S_2^T \Delta - S_2^T \frac{\rho^2}{4\epsilon} S_2 - z^T \tau^{-1} z + z^T \sigma_2 \quad (5.19)$$

Considere-se o conjunto compacto e convexo $\mathfrak{B} = \{y \in \mathbb{R}^{18} \mid S_1^T S_1 + S_2^T S_2 + z^T z \leq r, r > 0, y = [S_1^T \ S_2^T \ z^T]^T\}$, de modo que os elementos dos vetores σ_1 e σ_2 têm um máximo em \mathfrak{B} . Definam-se constantes positivas ϑ_i , $i = 1, 2 \dots 6$, maiores ou iguais aos respectivos limites dos elementos de σ_1 e σ_2 . Escolhendo-se $K_{1ii} = \tau_{ii}^{-1} = \frac{\vartheta_i^2}{4\epsilon} + k$ and $K_{2ii} = k$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -S_1^T K_2 S_1 - S_2^T K_2 S_2 - z^T K_2 z + \left(S_1^T \sigma_1 - S_1^T \frac{\vartheta^2}{4\epsilon} S_1 \right) + \left(S_2^T \Delta - S_2^T \frac{\rho^2}{4\epsilon} S_2 \right) \\ & + \left(z^T \sigma_2 - z^T \frac{\vartheta^2}{4\epsilon} z \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde ϑ é uma matriz diagonal cujos elementos são as constantes positivas ϑ_i .

Usando a desigualdade de Young (MITRINOVIC, et al., 1993; SONG; HEDRICK, 2011), com $p = q = 2$, $2\epsilon = k^2$, $x = 1$ e $y = |S_{1i}| |\vartheta_i|$, ou $y = |S_{2i}| |\rho_i|$, ou $y = |z_i| |\vartheta_i|$ pode-se escrever

$$\epsilon + S_{1_i}^2 \frac{\vartheta_i^2}{4\epsilon} \geq |S_{1_i}| |\vartheta_i| \geq S_{1_i} \sigma_{1_i} \quad (5.21)$$

$$\epsilon + S_{2_i}^2 \frac{\rho_i^2}{4\epsilon} \geq |S_{2_i}| |\rho_i| \geq S_{2_i} \Delta_i \quad (5.22)$$

$$\epsilon + z_i^2 \frac{\vartheta_i^2}{4\epsilon} \geq |z_i| |\vartheta_i| \geq z_i \sigma_{2_i} \quad (5.23)$$

Portanto, da Equação (5.20) pode-se escrever a desigualdade

$$\dot{V} \leq -k(S_1^T S_1 + S_2^T S_2 + z^T z) + 18\epsilon \quad \rightarrow \quad \dot{V} \leq -2kV + 18\epsilon \quad (5.24)$$

Isto significa que, se $V(0) = r$, para $k \geq 18\epsilon/(2r)$, então $\dot{V} \leq 0$, ou seja, $V(t) \leq r$ para todo $t > 0$. Portanto, \mathfrak{B} é um conjunto invariante. Isto implica que os estados são limitados. Além do mais, como ϵ é arbitrário, o erro final de estabilização pode ser feito arbitrariamente pequeno com a escolha apropriada de ϵ .

6 IDENTIFICAÇÃO EXPERIMENTAL DO MODELO

Conforme descrito na introdução, propõe-se realizar o refinamento do modelo por meio da identificação realizada com dados obtidos nos primeiros lançamentos do míssil. Neste capítulo, dados simulados de um modelo, e com dados de voo artificiais, obtidos de um simulador de voo comercial, são utilizados para investigar a possibilidade de identificação do modelo.

O método do erro de saída (*output error method*), utilizado nesta tese, consiste num dos métodos de domínio de tempo mais amplamente aplicado para estimar os parâmetros de aeronaves (JATEGAONKAR, 2006). Neste método, os parâmetros do modelo são ajustados para minimizar o erro entre as saídas medidas do sistema, $z(t)$, e as saídas preditas do modelo (respostas estimados pelo modelo), $y(t)$, onde t é tempo amostrado. Um método de otimização não linear deve ser aplicado para minimizar o erro de predição. O método dos mínimos quadrados ponderados é o mais simples, mas requer que os pesos sejam previamente definidos. Isto não ocorre com o estimador de máxima verossimilhança, que é, em geral, o método preferido.

Para a aplicação do método de máxima verossimilhança algumas hipóteses são necessárias. Dois destes pressupostos são particularmente importantes. O primeiro é que a sequência de entrada $[u(t), t = 1, 2, \dots, N]$ deve ser exógena, isto é, sem nenhuma realimentação de saída presente na entrada. Como o míssil precisa estar com malha de controle fechada para voar de forma autônoma, é necessário um tratamento especial para a identificação. Uma possível solução é a adição de um comando diretamente para as superfícies de controle, através de um desvio, quando se realiza a identificação de malha aberta. O segundo pressuposto é que a entrada de controle $u(t)$ deve ser devidamente alterada, ou seja, ser suficientemente excitante, para ativar os vários modos dinâmicos. Como o míssil em voo rasante à superfície do mar tem o perfil de voo limitado em altitude, faz-se necessário avaliar a necessidade de aplicação de manobras adicionais para aumentar a excitação da planta.

A estimação por verossimilhança requer a minimização da seguinte função custo, para N pontos de dados e n_y variáveis observadas:

$$J(\theta, R) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N [z(t) - y(t)]^T R^{-1} [z(t) - y(t)] + \frac{N}{2} \ln [(\det(R))] + \frac{N n_y}{2} \ln (2\pi) \quad (6.1)$$

onde θ é o vetor que contém os parâmetros a serem estimados, e R é a matriz de covariância do ruído.

Se R é conhecida, os últimos dois termos na Equação (6.1) são constantes, e a função custo pode ser modificada para

$$J(\theta, R) = \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N [z(t) - y(t)]^T R^{-1} [z(t) - y(t)] \quad (6.2)$$

Entretanto, na maior parte dos casos a covariância é desconhecida, de modo que ela é estimada a cada iteração do procedimento de otimização usando a média amostral

$$R = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N [z(t) - y(t)][z(t) - y(t)]^T \quad (6.3)$$

Substituindo a Equação (6.3) na Equação (6.2), a função custo pode ser reduzida para

$$J(\theta, R) = \ln [(\det(R))] \quad (6.4)$$

Definida a função custo, um algoritmo de otimização precisa ser empregado. Neste trabalho o método de Levenberg-Marquardt é usado. Esse método consiste numa combinação dos métodos do gradiente e de Gauss-Newton.

A Figura 6.1 mostra a planta e controlador juntos e apresenta duas configurações de entrada e saída possíveis para identificação. Na configuração em malha fechada a referência é utilizada como entrada, u . Já na identificação de malha aberta, o ângulo de comando de governo, δ , é considerado como entrada. Neste caso, um *bypass* permite a adição de comando de governo diretamente, caso julgado necessário, para aumentar a excitabilidade.

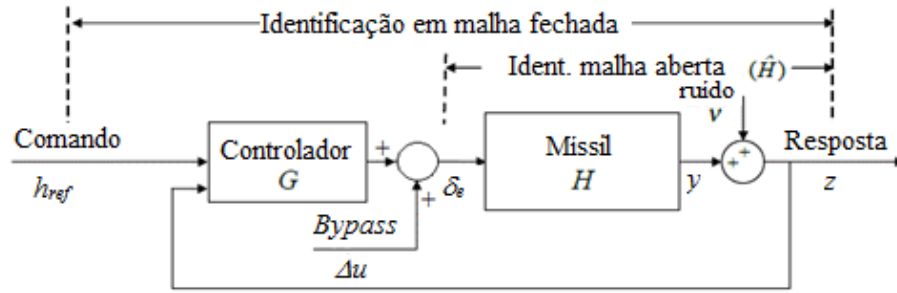


Figura 6.1 – Diagrama de blocos da planta com o controlador (adaptado de: JATEGAONKAR (2006)).

Um controlador PID foi utilizado e os estados iniciais da planta e do controlador também foram estimados.

O vetor de parâmetros a serem estimados consiste em

$$\Theta = \begin{bmatrix} F_T & k & d_m & C_{L\alpha} & C_{L\delta} & C_{D0} & \epsilon_0 & C_{M\alpha} & C_{M\delta} \\ x_{I_0} & x_{d_0} & v_{x0} & v_{z0} & \omega_{y0} & \phi_{y0} & h_0 & m_0 \end{bmatrix}^T \quad (6.5)$$

onde d_m é a taxa de perda de massa, esta calculada por $m(t) = m(0) + d_m t$; k é o raio de rotação, com o qual se calcula o momento de inércia por $I_y = mk^2$; ϵ_0 é o coeficiente de Oswald, aplicado para calcular o arrasto aerodinâmico por $D = qS_{ref}(C_{D0} + C_L^2/\pi A_R \epsilon_0)$, sendo A_R a razão de aspecto; e os demais parâmetros da segunda linha da Equação (6.1) referem-se a condições iniciais dos estados, inclusive dos estados do controlador PID.

6.1 Resultados da identificação com dados simulados

Uma primeira análise foi realizada a partir de dados obtidos de um modelo simulado em Matlab/Simulink. A Figura 6.2 mostra os sinais obtidos da simulação, e que foram utilizados para identificação. Duas manobras de descida do míssil foram simuladas, mas apenas a primeira descida é utilizada para identificação, enquanto que a segunda é usada para validação do modelo.

Os cinco sinais considerados como saídas foram ω_y , θ , α , h , V , enquanto que h_{ref} e δ_e foram usados como entradas na identificação em malha fechada ou em malha aberta, respectivamente. Ruídos gaussianos brancos com desvios-padrão iguais a 0,1% dos valores

máximos medidos foram somados à velocidade e altura, enquanto que as demais medidas tiveram ruídos adicionados de 1% dos respectivos valores máximos. Esses valores correspondem a uma relação sinal ruído de 40 e 60dB, respectivamente. Os sinais com ruídos foram usados na realimentação do controlador, com exceção do elemento derivativo do PID, que recebeu altitude sem ruído. Isto foi feito para evitar a amplificação do ruído. Na prática esse sinal seria filtrado por um estimador de velocidade vertical, localizado no altímetro.

Erros típicos encontrados nos métodos de engenharia, $\pm 20\%$, foram adicionados aleatoriamente aos valores nominais dos parâmetros, e às condições iniciais, que foram usados como estimativas iniciais. A função *fmincon()* do Matlab foi usada para minimizar a função custo da Equação (6.4), limitada a esses erros máximos.

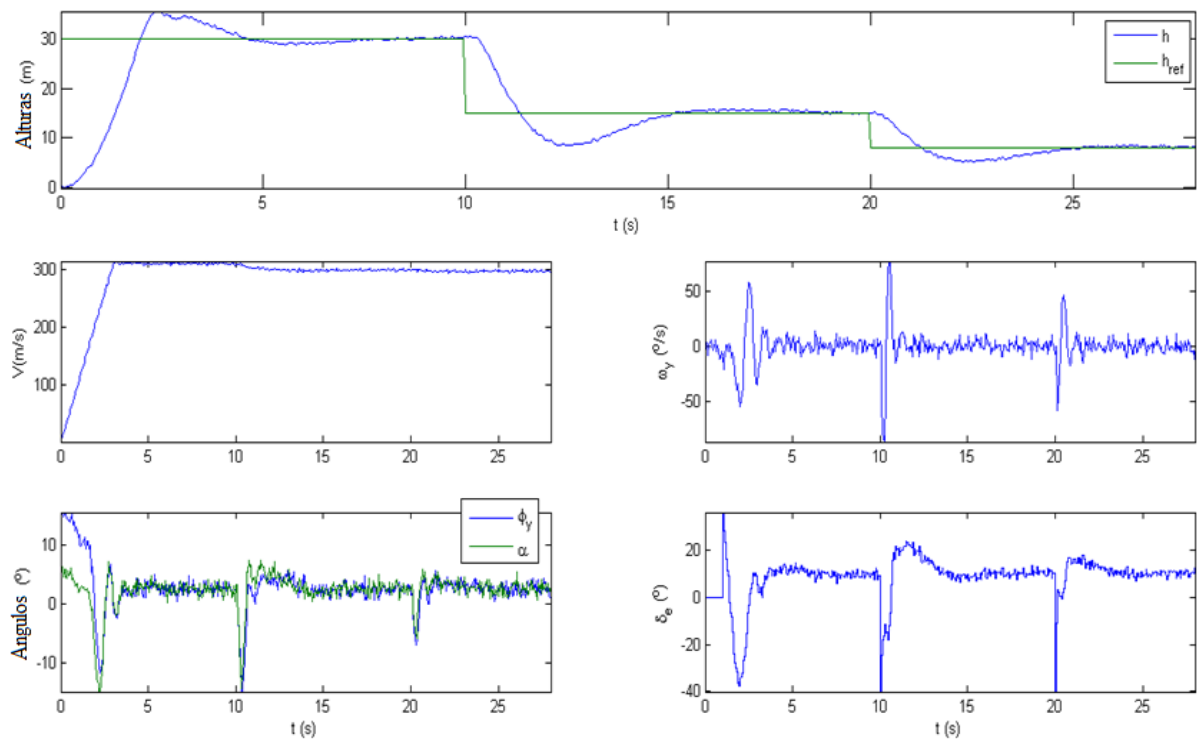


Figura 6.2 – Sinais medidos nas simulações para realização da identificação.

6.1.1 Estimação da massa inicial e parâmetros do propulsor

De modo a verificar a possibilidade de estimação da massa inicial e parâmetros do propulsor, uma primeira identificação foi realizada e os resultados são mostrados na Figura 6.3 e Tabela 6.1. As predições em malha aberta são similares às obtidas em malha fechada, e

são apresentadas na Figura 6.3. Já a Tabela 6.1 compara os parâmetros nominais e as estimativas iniciais com as estimativas obtidas com a identificação.

Tabela 6.1 – Estimativas dos parâmetros em malha aberta e fechada, em comparação com os valores nominais.

Parâmetros	F_T (N)	k (m)	m_0 (kg)	d_m (kg/s)	$C_{L\alpha}$ (rad ⁻¹)
Nominal	2.756	1,21	747,0	-1,28	6,65
Estimativa inicial	2.436	1,09	608,0	-1,04	7,91
Ident. malha aberta	2.436	1,37	608,2	-1,19	5,40
Ident. malha fechada	2.436	1,43	608,1	-1,46	5,58
Erro malha aberta	-12%	13%	-19%	7%	-19%
Erro malha fechada	-12%	18,2%	-19%	-14%	-16%
Parâmetros	$C_{L\delta}$ (rad ⁻¹)	C_{D_0} (rad ⁻¹)	ϵ_0	$C_{M\alpha}$ (rad ⁻¹)	$C_{M\delta}$ (rad ⁻¹)
Nominal	-0,20	0,070	0,55	-2,37	0,60
Estimativa inicial	-0,22	0,060	0,47	-2,56	0,57
Ident. malha aberta	-0,16	0,065	0,45	-2,48	0,63
Ident. malha fechada	-0,21	0,065	0,46	-2,71	0,69
Erro malha aberta	20%	-7%	-18%	-5%	5%
Erro malha fechada	-5	-7%	-16%	-14%	15%

Analisando as estimativas da Tabela 6.1, verifica-se que o empuxo, F_T , e a massa inicial, m_0 , permanecem quase iguais à estimativa inicial. Isso se deve ao fato de se estar estimando parâmetros que se somam, ou um divide o outro. Este é o caso do empuxo, que é somado à força de arrasto, e da massa inicial, e taxa de variação da massa d_m , pois a massa divide as forças no modelo longitudinal empregado, Equação (2.45). Esse não é um problema nesse estudo, pois esses parâmetros podem ser estimados com razoável precisão, por meio de ensaios estáticos durante o desenvolvimento da propulsão.

Essa situação também explica os erros das derivadas estimadas na Tabela 6.1, que permanecem próximas dos erros máximos ($\pm 20\%$). Portanto, nas simulações seguintes, considerou-se que esses parâmetros são previamente estimados.

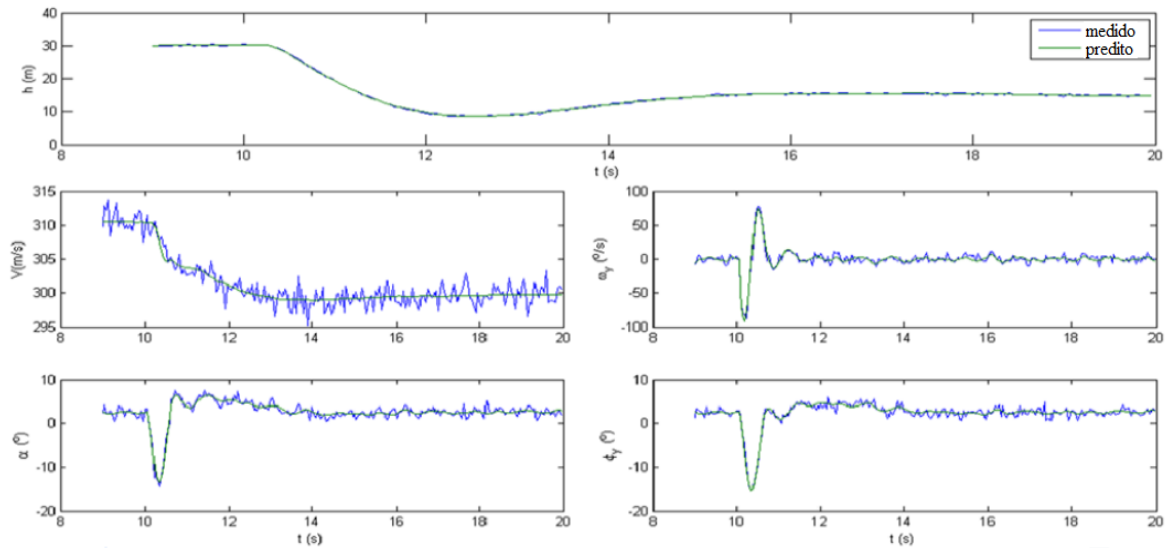


Figura 6.3 – Saídas medidas em comparação com as previsões após a identificação em malha aberta.

A Tabela 6.2 mostra as novas estimativas com os parâmetros da propulsão fixados nos valores nominais. Neste caso, a maior parte dos erros foram reduzidos de maneira consistente. Entretanto, a estimativa de $C_{L\delta}$, em malha fechada, permanece próxima do limite da incerteza. A não convergência desse parâmetro pode ser explicada por duas razões: a ausência de excitação suficiente da entrada, h_{ref} , em altas frequências; e o fato de que a força de sustentação depende, principalmente, do ângulo de ataque. Em alguns modelos, inclusive, esse parâmetro é desprezado, como em HOU e DUAN (2011), ou mesmo em vários modelos aplicados nessa tese.

A partir do bom ajuste das saídas preditas observado na Figura 6.3, conclui-se que, mesmo com as estimativas dos parâmetros próximas dos limites da incerteza, a identificação ajusta esses parâmetros para obter uma melhor previsão das saídas, portanto, refina o modelo. Isto ajuda no reprojeto dos ganhos do controlador, o que torna a identificação útil em qualquer dos casos.

Tabela 6.2 – Estimativas com os parâmetros com propulsão e massa inicial fixados aos valores nominais.

Parâmetro	k (m)	$C_{L\alpha}$ (rad ⁻¹)	$C_{L\delta}$ (rad ⁻¹)	C_{D0} (rad ⁻¹)	ϵ	$C_{M\alpha}$ (rad ⁻¹)	$C_{M\delta}$ (rad ⁻¹)
Ident. malha aberta	1,16	6,62	-0,19	0,071	0,552	-2,198	0,556
Ident. malha fechada	1,20	6,82	-0,24	0,071	0,559	-2,373	0,601
Erro malha aberta	-4%	-0,5%	-5%	1,4%	0,4%	-7%	-7%
Erros malha fechada	-0,8%	2,6%	-20%	1,4%	1,6%	-0,1%	0,2%

6.1.2 Comparação entre identificações em malha aberta e em malha fechada

Como as estimativas obtidas em malha aberta e malha fechada não diferem significativamente, outro método de análise se faz necessário. A Figura 6.4 mostra a autocorrelação dos erros das saídas preditas. Dessa figura percebe-se que a autocorrelação estão mais próximas de zero para a identificação em malha aberta, do que em malha fechada. De fato, o determinante da matriz de covariância dos erros, Equação (6.3), resulta em $\det(R) = 6.3 \times 10^{-17}$ para malha aberta, e $\det(R) = 2,1 \times 10^{-16}$, para malha fechada. Portanto, os erros de predição apresentam covariância maior na identificação em malha fechada do que em malha aberta. Isto é curioso, pois, em malha aberta, a presença de sinais realimentados na entrada, δ_e , poderia degradar o modelo identificado. Isso pode ser explicado pelo fato de que dinâmicas de altas frequências são melhor estimadas na configuração malha aberta que em malha fechada.

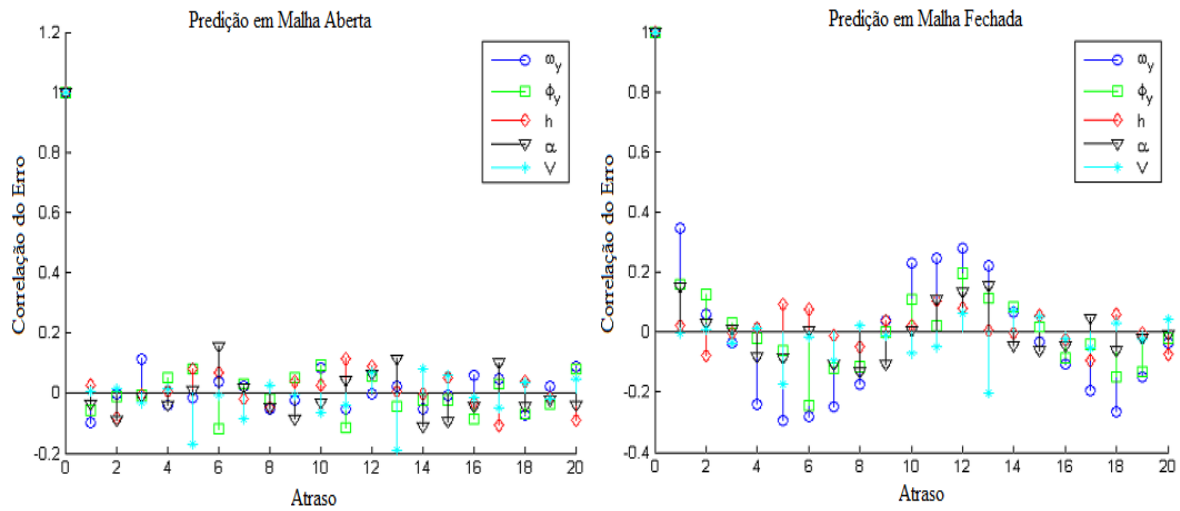


Figura 6.4 – Autocorrelação entre os erros das saídas preditas nas configurações em malha aberta e malha fechada.

6.1.3 Saídas relevantes para a identificação

Para analisar quais as saídas são relevantes, realizaram-se identificações sem algumas das cinco saídas disponíveis. A Tabela 6.3 mostra o arredondamento dos erros que resultarem deste procedimento.

Comparando a primeira e terceira linhas da Tabela 6.2, é possível concluir que a exclusão do ângulo de ataque, α , afeta diretamente a qualidade das estimativas dos parâmetros relacionados com o momento de arfagem, $C_{M\alpha}$ e $C_{M\delta}$. Por outro lado, excluir o ângulo de arfagem, θ , (segunda linha) resulta em erros na mesma magnitude daqueles mostrados na Tabela 6.2, indicando que essa medida não é relevante.

Quando a velocidade não é usada (últimas quatro linhas), principalmente, os parâmetros relacionados ao arrasto, C_{D0} e ϵ_0 , divergem, e os outras estimativas se degradam, indicando que esta medição é importante para a identificação. Isto se deve ao fato de que a velocidade afeta diretamente a pressão dinâmica, q , que está presente em todas as forças e momentos aerodinâmicos, Equação (2.11).

Tabela 6.3 – Erros percentuais dos parâmetros estimados para diferentes configurações de saída medidas.

		Erro na Identificação em Malha Aberta (%)							Erro na Identificação em Malha Fechada (%)						
Parâmetro		k	$C_{L\alpha}$	$C_{L\delta}$	C_{D0}	ϵ_0	$C_{M\alpha}$	$C_{M\delta}$	k	$C_{L\alpha}$	$C_{L\delta}$	C_{D0}	ϵ_0	$C_{M\alpha}$	$C_{M\delta}$
Medições	ω_y, θ, h, V	3	0	0	1	1	-6	6	4	2	-17	1	1	-8	6
	ω_y, α, h, V	-1	-1	-5	1	0	-2	-3	2	2	20	1	2	5	5
	ω_y, h, V	4	0	-3	1	0	8	8	1	2	-18	1	1	-4	4
	$\omega_y, \theta, \alpha, h$	3	-1	-12	6	20	5	5	1	2	20	1	20	1	1
	ω_y, θ, h	9	-1	8	6	20	-20	19	8	2	-20	-5	20	-18	18
	ω_y, α, h	9	-2	-15	6	20	20	20	0	2	20	8	20	3	3
	ω_y, h	-2	-1	-9	5	20	-4	-4	16	-17	12	-3	20	-15	15

6.2 Resultados da identificação com dados de voo artificiais

Para realizar uma identificação mais realística, foi usado o simulador de voo comercial X-Plane, para coletar dados de voo para identificação. Para tal, míssil foi desenhado no Plane Maker, um programa auxiliar do X-Plane. Com a ajuda deste programa CAD (*Computer-Aided Design*), vários tipos de aeronaves podem ser modeladas para serem usadas com o X-Plane, como pode ser visto em Laminar Research (2010). O simulador foi interfaceado com o Simulink, onde era executado o controlador, conforme descrito por Ribeiro (2011).

Como os ruídos na plataforma de testes foram considerados muito baixos, adicionaram-se ruídos às medidas como nas simulações precedentes. Um atraso de um período de amostragem, $\tau = 0,05s$, entre o Simulink e o X-Plane foi previamente identificado e introduzido no modelo como um atraso de transporte.

Conforme citado em DORFLING & ROKHASAZ (2014), a teoria dos elementos de lamina (*blade element theory*), método usado pelo X-Plane para calcular as forças aerodinâmicas, não tem bom desempenho quando usado para estimar aerodinâmica em aeronaves de baixa relação de aspecto. Portanto, era esperado que as derivadas aerodinâmicas estimadas a partir do X-Plane tivessem uma incerteza maior que os 20% adotados nas simulações precedentes. Portanto, foi adotado o limite de $\pm 30\%$ para as estimativas desta seção. As estimativas iniciais adotadas foram os valores nominais. O ângulo de arfagem, θ ,

não foi considerado como saída, já que a análise feita na seção precedente considerou essa medida irrelevante para a identificação.

A Tabela 6.4 mostra as estimativas nas configurações de malha aberta e malha fechada, enquanto a Figura 6.5 mostra as predições do ângulo de ataque, α , em comparação com as medidas. O determinante da matriz de covariância do erro de predição, Equação (6.3), resultou em $\det(R) = 1 \times 10^{-9}$, em malha aberta, e $\det(R) = 2 \times 10^{-11}$ em malha fechada.

Tabela 6.4 – Estimativas obtidas a partir de dados extraídos do Simulador X-Plane.

Parâmetro	k (m)	$C_{L\alpha}$	$C_{L\delta}$	C_{D0}	ϵ_0	$C_{M\alpha}$	$C_{M\delta}$
Ident. malha aberta	1,13	7,08	-0,26	0,05	0,53	-2,29	0,58
Ident. malha fechada	1,22	6,02	-0,14	0,05	0,53	-2,53	0,71
Erro malha aberta	-7%	7%	-30%	-29%	-3%	3%	-4%
Erro malha fechada	0,5%	-9%	30%	-29%	-4%	-7%	19%

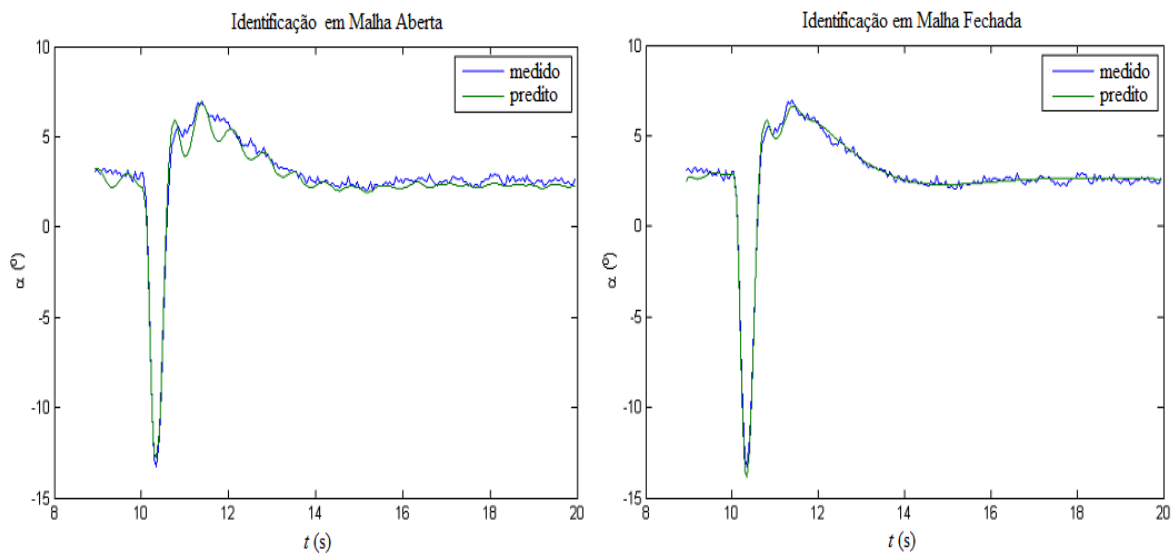


Figura 6.5 – Predição do ângulo de ataque em malha aberta (esquerda) e em malha fechada (direita)

Conclui-se desses resultado, que a configuração em malha fechada gera estimativas mais precisas, diferentemente do que ocorreu na simulação da seção precedente. Isto se deve ao fato de que, anteriormente, foi usado o mesmo modelo para a planta e para a predição das

saída, enquanto que a dinâmica é calculada de modo diferente no X-Plane. Esta diferença entre o modelo e a dinâmica real reflete principalmente nas estimativas em malha aberta, pois não há realimentação para compensar esses erros. A título de exemplo, tentou-se um modelo diferente introduzindo-se um termo adicional no momento de arfagem, proporcional à velocidade angular, $C_{M\omega_y}\omega_y$. Nesta configuração, o determinante da matriz de covariância do erro de predição reduziu ligeiramente para $\det(R) = 1 \times 10^{-11}$.

Percebe-se da Tabela 6.4 que as estimativas de $C_{L\delta}$ ainda divergem, mesmo na configuração em malha fechada, pela mesma razão explanada anteriormente neste Capítulo.

A fim de validar a identificação realizada, os parâmetros estimados na configuração em malha fechada foram usados para prever as saídas na segunda manobra de descida do míssil, conforme mostra a Figura 6.6. Esta figura mostra um bom ajuste das predições às saídas medidas, com exceção da velocidade. Esta divergência na velocidade pode ser explicada pelo fato de não haver malha de controle de velocidade na planta.

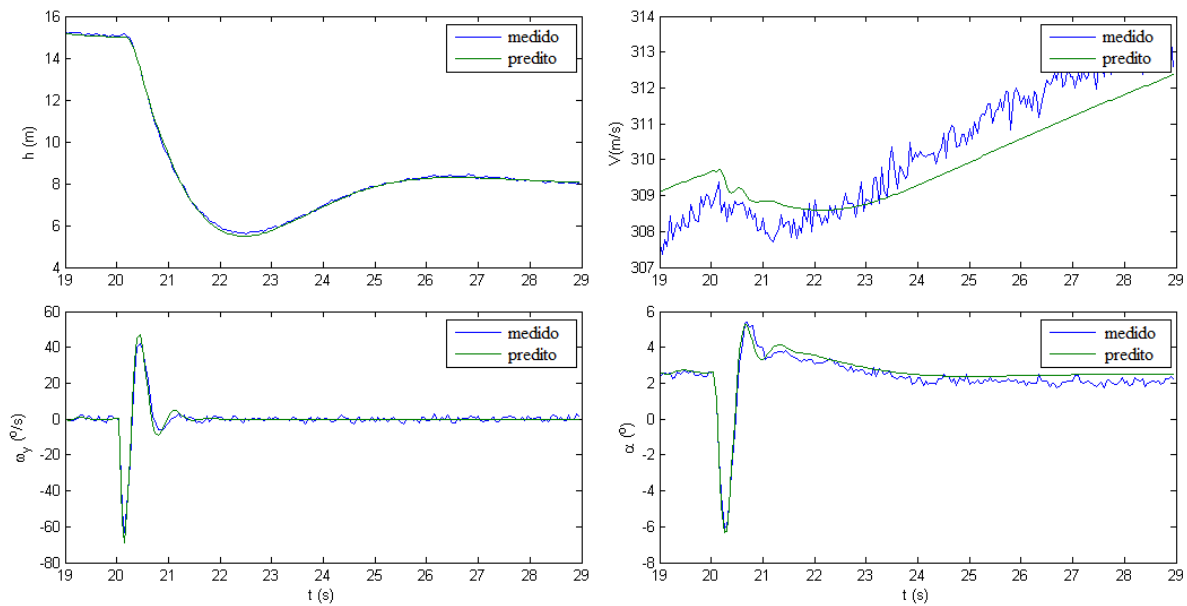


Figura 6.6 – Manobra sendo usada para validação do modelo.

As principais conclusões obtidas desses experimentos foram que:

- a configuração em malha fechada gera melhores resultados, na presença de erros de modelagem;

- mesmo que os parâmetros não convirjam para os valores reais, a identificação ajusta os parâmetros para uma melhor aproximação das saídas preditas, o que representa um refinamento do modelo; e
- a combinação de saídas mais eficaz foi usando a velocidade angular, o ângulo de ataque, a altitude e a velocidade do míssil, enquanto o ângulo de arfagem foi considerado irrelevante.

7 SIMULAÇÃO DO CONTROLE

O modelo do míssil foi implementado em Matlab para realizar a avaliação de controladores aplicados ao míssil. Exceto quando indicado em contrário, todas as simulações são realizadas com o modelo completo, não linear, com seis graus de liberdade conforme apresentado na Seção 2.4 e com os parâmetros nominais calculados na Seção 3.

O míssil é considerado como sendo lançado a partir de um navio em movimento. O eixo X_e , do sistema de coordenadas inercial, coincide com a linha de visada do alvo (ou de ponto de interceptação) no momento do lançamento. A velocidade inicial da plataforma de lançamento (navio lançador) é de $5m/s$, na direção longitudinal do míssil, com ângulo de ataque de 3 graus. A rampa de lançamento tem ângulos iniciais de elevação, azimute em relação à linha de visada e ângulo de rolagem iguais a 15 graus, conforme mostra a Figura 7.1. Todos os demais estados iniciais são nulos.

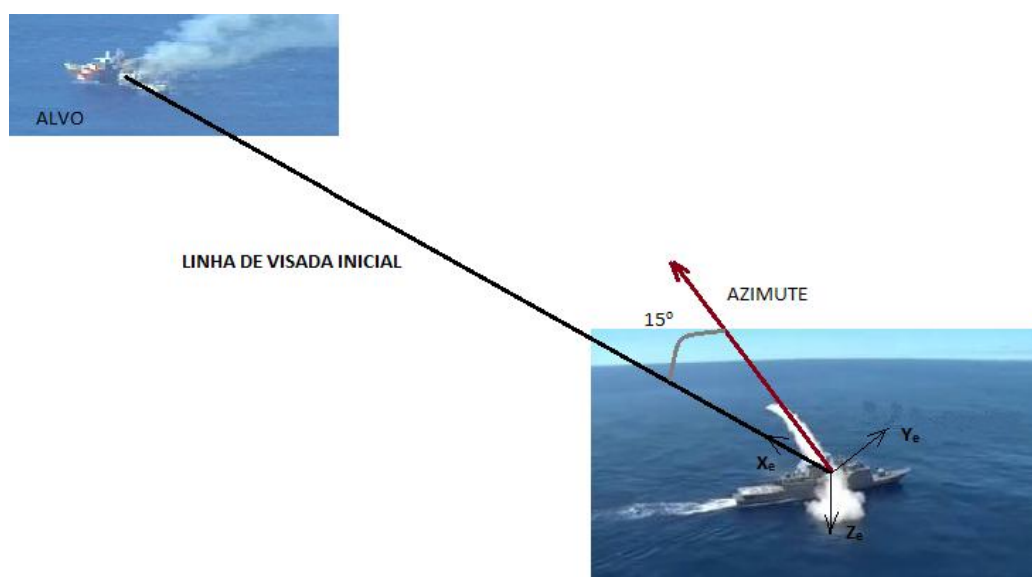


Figura 7.1 – Cenário de lançamento do míssil utilizado nas simulações.

Todas as simulações também consideram a presença de um servomecanismo de atuação para cada superfície aerodinâmica, conforme o modelo apresentado na Seção 2.7.

A seguir são apresentados os resultados obtidos com a aplicação dos controladores clássicos bem como das técnicas não lineares.

7.1 Controle clássico linear

Os modelos das três malhas linearizados consistem nas Equações (2.52), (2.55) e (2.60). Por estarem desacopladas, essas três plantas podem ser tratadas individualmente.

7.1.1 Malha de rolamento

A malha de rolamento consiste em um duplo integrador, e um ganho, que pode ser calculado ao se introduzir os valores nominais dos parâmetros na Equação (2.52), resultando em

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\omega}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \omega_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 120 \end{bmatrix} u \quad (7.1)$$

Como os dois estados, posição e velocidade angulares, estão disponíveis no sistema de navegação inercial, a realimentação dos estados com ganhos apropriados permite a alocação dos polos.

Os requisitos considerados são de um sistema sobreamortecido com tempo de estabelecimento entre um e dois segundos. Projetou-se, então, um controlador que realimenta os dois estados com ganho $k = [-0,2 \quad -0,08]$, resultando em polos reais e iguais a -5 . Porém, em decorrência da presença da dinâmica do atuador na malha direta, os polos terminam alocados em $-6,8$ e $-4,1$, o que não representa grande diferença no desempenho, como pode ser visto na Figura 7.2.

Quando o mesmo controlador é aplicado à planta não linear, o sistema se torna ligeiramente subamortecido, porém ainda apresenta uma resposta aceitável, sobre esse ponto de vista, conforme pode ser visto na Figura 7.3. Essa mesma figura também mostra a resposta do controlador quando o coeficiente aerodinâmico de momento de rolagem, $C_{l\delta}$, é reduzido em 50%, simulando assim uma incerteza paramétrica. Nessa condição, o ângulo de rolagem tem acomodação antes de completados os dois segundos de funcionamento do controlador (três segundos desde o lançamento), atendendo assim a essa especificação de requisitos.

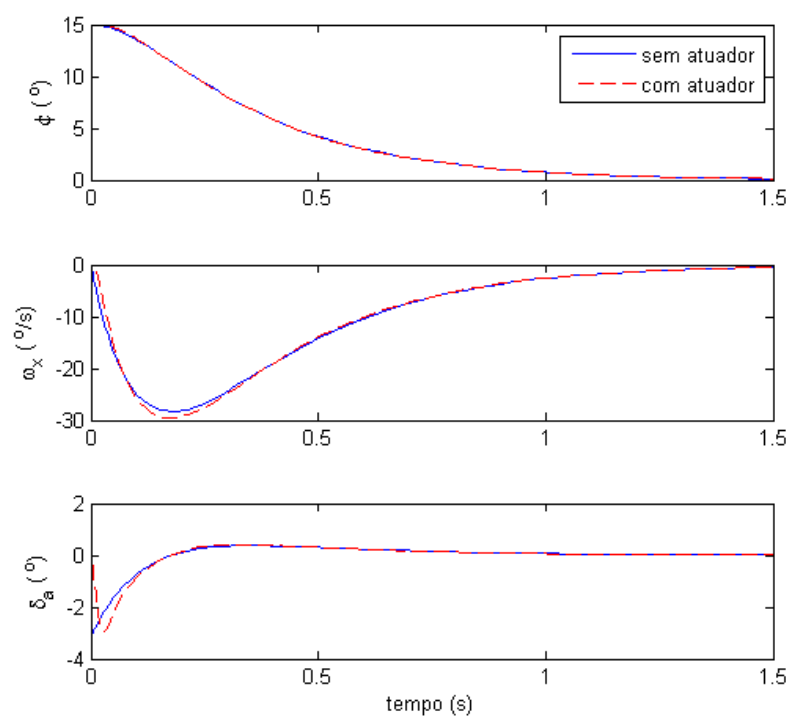


Figura 7.2 – Resposta do controle linear de rolamento.

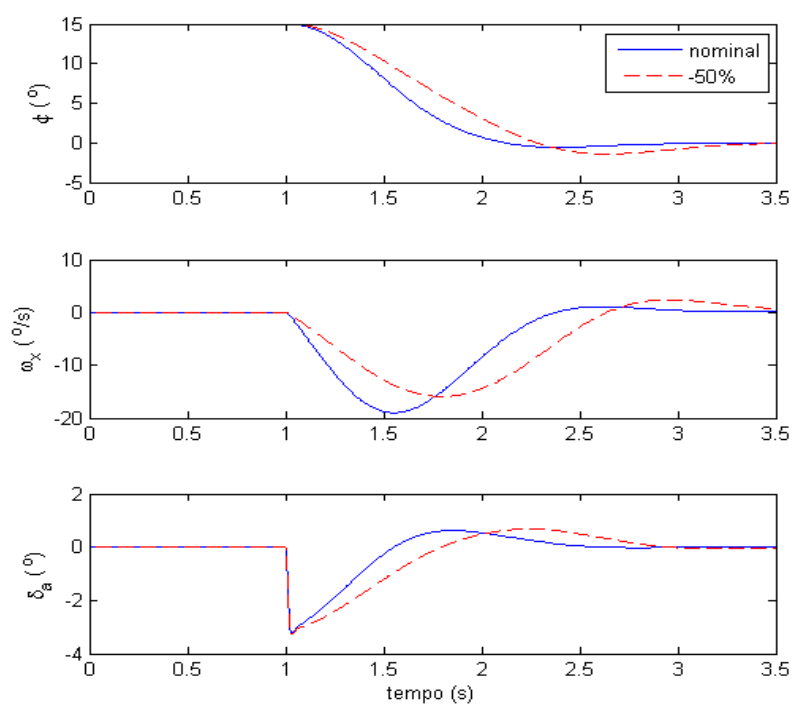


Figura 7.3 – Resposta do controlador com a planta não linear nominal e com erro de -50% no coeficiente de momento de rolagem.

7.1.2 Malha de arfagem

Aplicando os valores nominais dos parâmetros no modelo da malha de arfagem da Equação (2.55) resulta em

$$\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{v}_h \\ \dot{\theta} \\ \dot{\omega}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,538 & 167 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,0777 & -24,1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ v_h \\ \theta \\ \omega_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -8,48 \\ 0 \\ 12,8 \end{bmatrix} u \quad (7.2)$$

cuja função de transferência para a altura é deduzida a partir da Equação (2.59) como

$$\frac{h(s)}{u(s)} = -8,48 \frac{s^2 + 15,13^2}{s^2(s^2 + 0,538s + 24,1)} \quad (7.3)$$

O controlador de altura foi apresentado na Figura 4.2. Seus requisitos são de um sistema sobreamortecido, com tempo de estabelecimento em torno dos 3 segundos, e com ganho unitário. Projetando um controlador para alocar os polos em $p = [-1 \quad -3 \quad -5 \quad -5]$ pela fórmula de Ackerman, resulta no ganho de realimentação $K_{fb} = [0,039 \quad 0,058 \quad 2,92 \quad 1,09]$. A função de transferência para altura em malha fechada torna-se

$$\frac{h(s)}{h_{ref}(s)} = -8,48 \frac{(s - 15,13)(s + 15,13)}{(s + 1)(s + 3)(s + 5)^2} \quad (7.4)$$

cujo ganho em regime permanente pode ser encontrado fazendo $s = 0$, resultando no valor 25,9. Portanto um ganho *feedforward* $K_{ff} = 1/25,9$, ajusta o ganho em malha fechada para a unidade.

A Figura 7.4 mostra a resposta em altura desse controlador nos primeiros vinte segundos de voo do míssil. Nela se percebe um erro de altura em regime permanente de 5,9 metros. Esse erro se deve ao fato de que a aceleração da gravidade desloca o ponto de equilíbrio do sistema não linear.

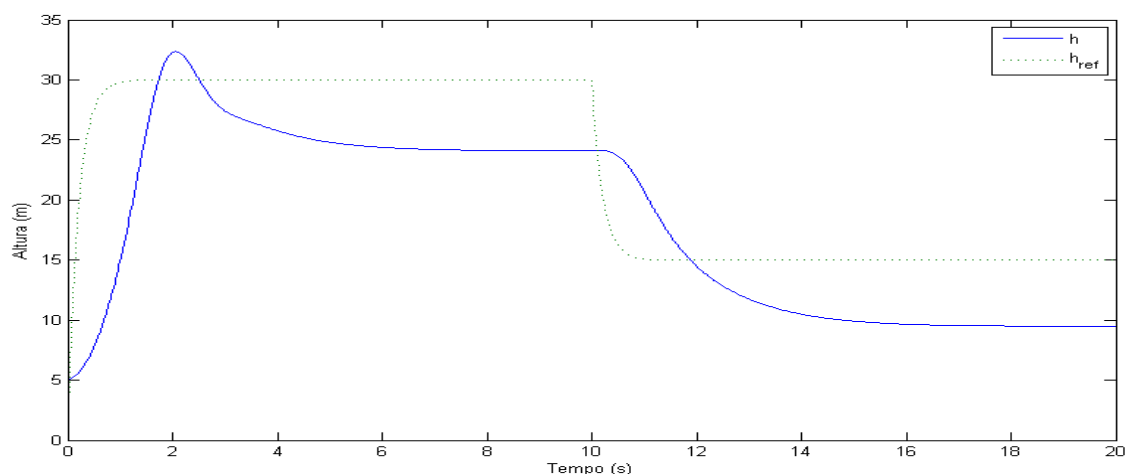


Figura 7.4 – Resposta do controlador sem compensação da gravidade.

Para compensar essa perturbação, alimenta-se um comando *feedforward* na entrada do autopiloto (WEN, et al., 2011). No controlador em questão, essa compensação foi feita adicionando o erro de altura em regime permanente, junto da entrada da referência de altura.

A Figura 7.5 mostra a resposta desse controlador aplicado à planta nominal, juntamente com sua resposta quando aplicado a uma planta com erro de -20% no valor nominal dos coeficientes aerodinâmicos $C_{L\alpha}$ e $C_{m\alpha}$. Esses erros geram uma incerteza que aproxima a planta da condição de instabilidade, conforme discutido na Seção 4.6. Note-se que, na presença de incerteza nos parâmetros, ressurge o erro de regime permanente.

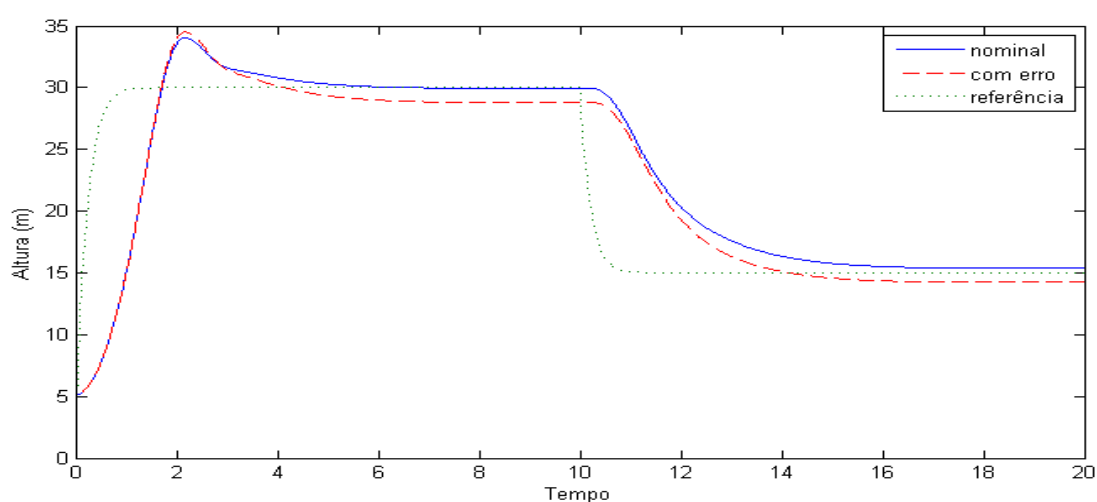


Figura 7.5 – Resposta do controlador com compensação da gravidade.

Para compensar erros decorrentes das incertezas paramétricas, acrescenta-se a malha integradora do erro em altura com ganho $K_I = 0,5$, completando assim o controlador PID. Aplicou-se também, um mecanismo *anti-windup* que satura a saída do integrador em ± 3 metros.

A resposta desse controlador nos primeiros 20 segundos de voo do míssil é mostrada na Figura 7.6. Nessa figura se percebe o aparecimento de um sobressinal de 20%, característica típica desse tipo de controlador (WEN, et al., 2011). Tal situação é extremamente indesejável, tendo em vista a possibilidade de choque com as ondas do mar. Porém, conviver com o erro em regime permanente é mais crítico, pois o míssil permanece mais tempo nessa condição de baixa altitude, resultando em uma maior probabilidade de choque com as ondas.

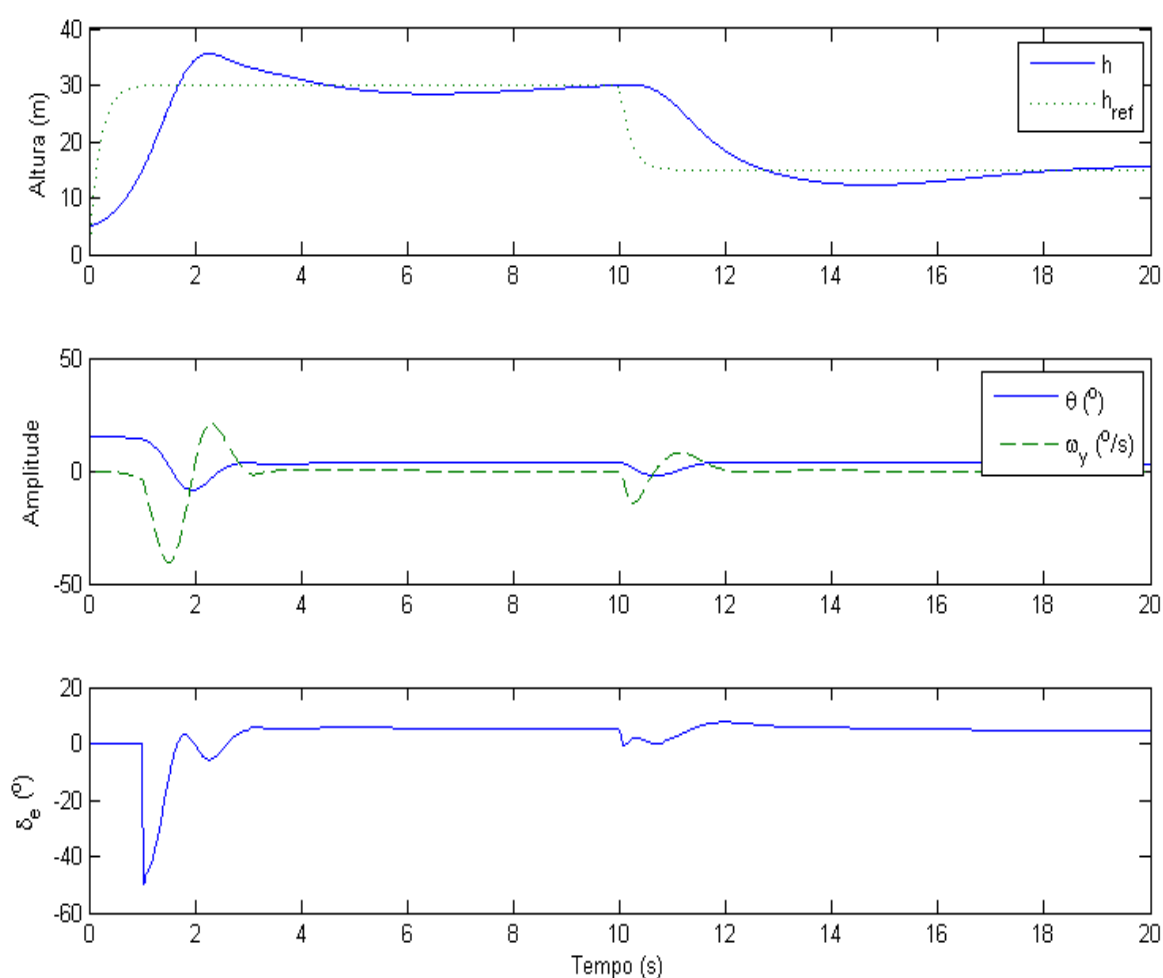


Figura 7.6 – Resposta do plano longitudinal com controlador completo.

7.1.3 Malha de guinada

Para a malha de guiamento ou guinada, foram apresentados vários modelos, na Seção 2.6, com aplicações dependendo da estratégia de guiamento a ser adotada. Aplicando os valores nominais nos modelos das Equações (2.63), (2.69) e (2.72) obtêm-se, respectivamente, os modelos para navegação inercial, para guiamento *Command Line of Sight* (CLOS), e guiamento proporcional

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{v}_y \\ \dot{\psi} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0,538 & 167 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0,0777 & -24,1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ v_y \\ \psi \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 8,48 \\ 0 \\ -12,8 \end{bmatrix} u \quad (7.5)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,062 & -0,538 & 0 \\ 0 & -0,538 & -1 \\ 0 & 24,1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \beta \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0274 \\ 0,0274 \\ -12,8 \end{bmatrix} u \quad (7.6)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,124 & 0,0334 & 0 \\ 0 & -0,538 & -1 \\ 0 & 24,1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \zeta \\ \beta \\ \omega_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0017 \\ 0,0274 \\ -12,8 \end{bmatrix} u \quad (7.7)$$

A função de transferência do desvio lateral, $y(t)$, associado à Equação (7.5) é a mesma da malha de arfagem, apresentada na Equação (7.3), porém com sinal invertido. Já as funções de transferência associadas às Equações (7.6) e (7.7) são, respectivamente:

$$\frac{e(s)}{u(s)} = 0,0274 \frac{(s + 15,13)(s - 15,13)}{(s - 0,062)(s^2 + 0,538s + 24,1)} \quad (7.8)$$

$$\frac{\zeta(s)}{u(s)} = 0,0017 \frac{s^2 + 1,08s + 277}{(s - 0,124)(s^2 + 0,538s + 24,1)} \quad (7.9)$$

Dois dos polos dessas funções de transferência coincidem com aqueles da função de transferência da malha de arfagem, Equação (7.3), como era de se esperar. Já o terceiro polo é instável, e há também dois zeros.

Conforme discutido na Seção 4.1, pode ser aplicado alocação de polos no projeto do controlador, pois todos os estados estão disponíveis.

Os requisitos para o guiamento são atingir um alvo com $15m$ de comprimento (erro final máximo), e cujo posicionamento crítico é a $5km$ de distância e ângulo de marcação inicial (azimute) de quinze graus. Esses dados equivalem a um voo de cerca de pouco mais de $16s$, de modo que se pode considerar um tempo de estabelecimento inferior a dez segundos. Projetando, pela fórmula de Ackerman, um controlador para alocar os polos em $p = [-0,5 \ -3 \ -5]$ no caso de guiamento proporcional e CLOS, e com o quarto polo em $p_4 = -5$, no caso de navegação inercial, resulta, respectivamente, nos ganhos de realimentação

$$K_{Prop} = [21,2 \ -0,622 \ -0,628] \quad (7.10)$$

$$K_{CLOS} = [-1,39 \ -0,661 \ -0,629] \quad (7.11)$$

$$K_{Iner} = [-0,0019 \ -0,01 \ 0,388 \ -0,665] \quad (7.12)$$

A Figura 7.7 exibe a trajetória seguida pelo míssil em direção ao alvo, enquanto a resposta desses três controladores é mostrada na Figura 7.8.

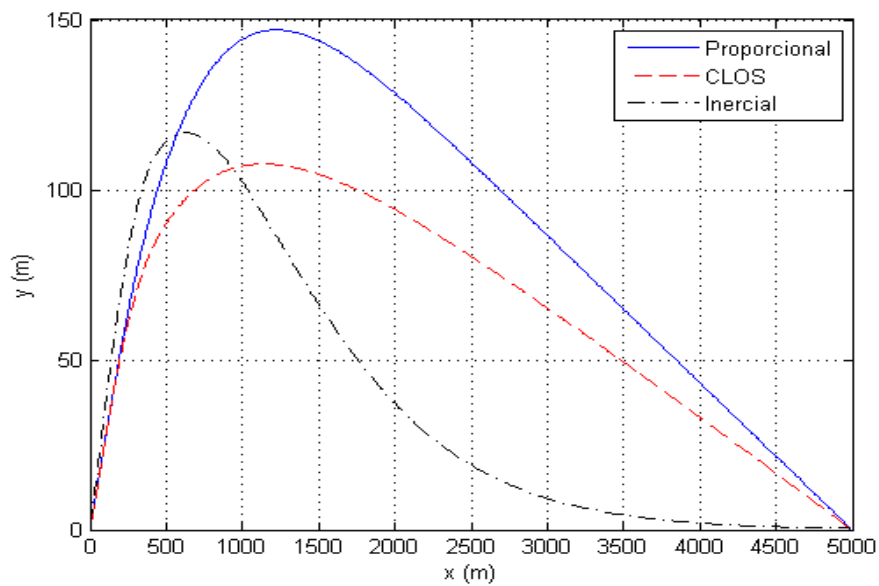


Figura 7.7 – Trajetória do míssil nos três tipos de guiamento.

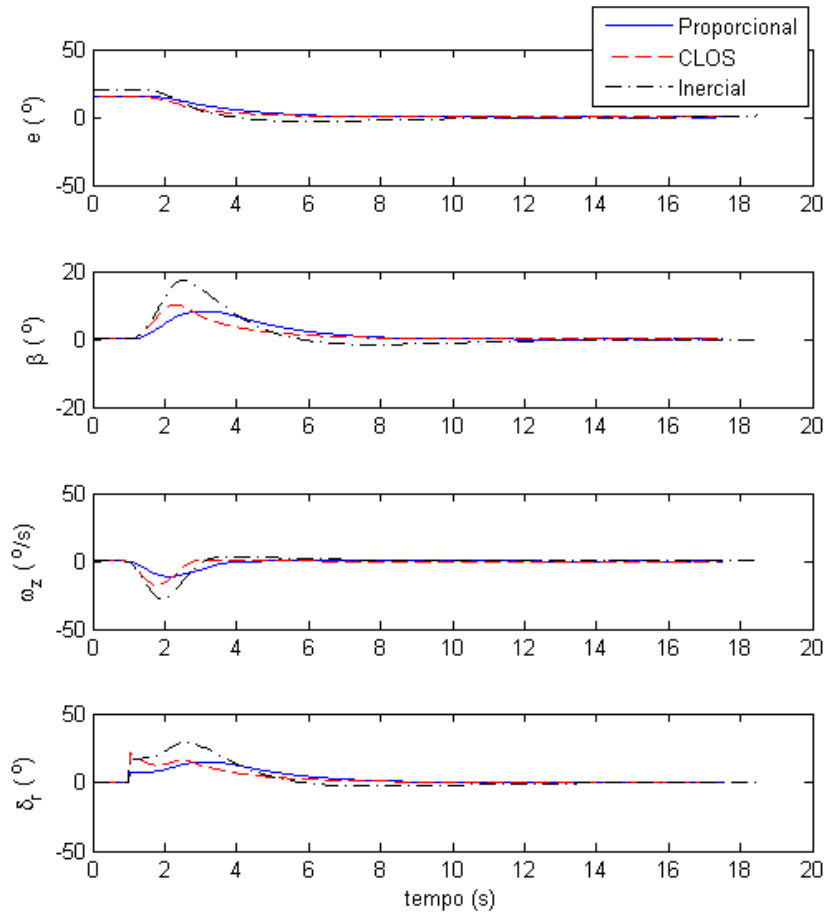


Figura 7.8 – Resposta dos controladores de guiamento.

Comparando-se as respostas dos três tipos de controladores, verifica-se menor amplitude nos sinais no guiamento proporcional, e maiores amplitudes na navegação inercial, enquanto que o guiamento CLOS, está numa condição intermediária.

Note-se que menores amplitudes dos estados, principalmente do ângulo de escorregamento, β , mantêm o sistema mais próximo da região linear para o qual o controlador foi projetado, o que garante maior robustez. Portanto, pode-se inferir que os métodos mais robustos são, respectivamente, o guiamento proporcional, CLOS e navegação inercial.

Essa hipótese é empiricamente comprovada ao se manter o controle inerte por 3s (que nas simulações inicia 1s após o lançamento), de modo a afastar da origem os valores dos estados. Nessa condição, conforme mostra a Figura 7.9, o controle inercial já apresenta um erro final próximo do limite (15m) e passa a ser subamortecido, enquanto as demais técnicas mantêm o desempenho especificado. Percebe-se da Figura 7.10, que o ângulo de escorregamento chega a se aproximar dos 40° , limite considerado como de estol (*stall*) para o

airframe e regime de voo desse míssil, além de mostrar oscilações que não se viam na simulação anterior.

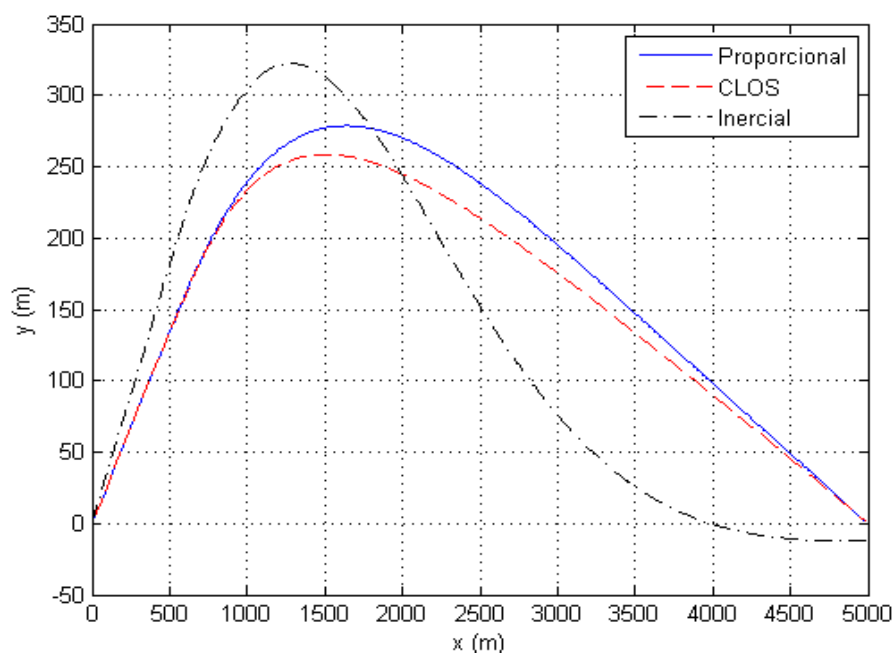


Figura 7.9 – Trajetória de guiamento com ação de controle inerte por três segundos.

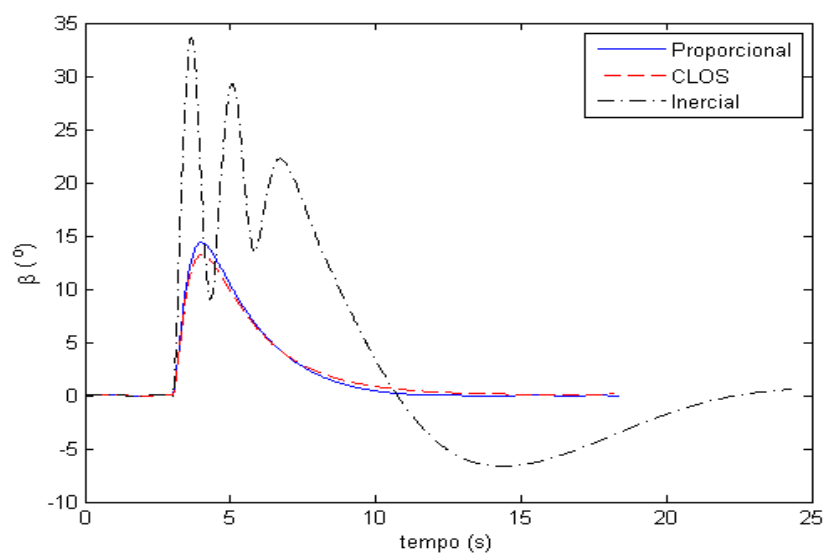


Figura 7.10 – Ângulo de escorregamento com ação de controle inerte por três segundos.

Entretanto, um fenômeno inusitado foi observado nas simulações ao se reduzir os parâmetros $C_{Y\beta}$ e $C_{n\beta}$ em 60%, como mostra a Figura 7.11. Nessas condições, os guiamentos

proporcional e CLOS têm o desempenho muito degradado, pois apresentam um erro final próximo do limite, ou até acima do limite de 15 metros. Por outro lado, o controle inercial chega a atingir o alvo, apesar da presença de oscilações.

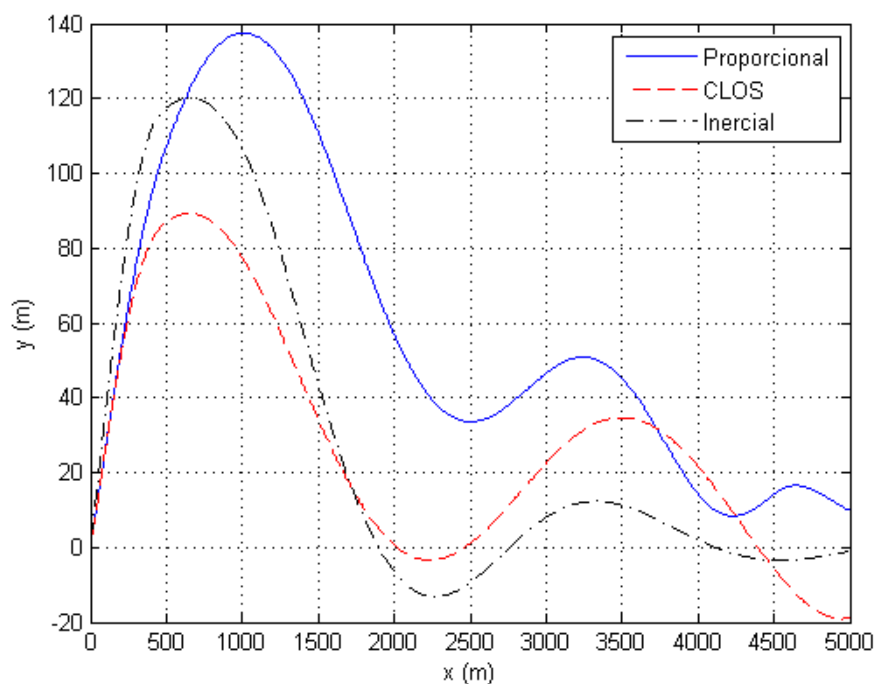


Figura 7.11 – Trajetória de guiamento com erros nos parâmetros do modelo.

Esses resultados de simulação permitem inferir que, desde que a distância lateral para a linha de visada não seja demasiado alta, os três tipos de controle e guiamento integrados têm desempenhos e margens de estabilidade semelhantes.

7.2 Controle por superfícies dinâmicas

O Controle por Superfícies Dinâmicas (CSD), conforme descrito na Seção 4.4, consiste em uma alternativa não linear robusta. Apesar de esse método poder compensar as não linearidades do modelo, ele ainda precisa ter as malhas desacopladas e o modelo na forma em cascata, por isso são usadas as equações lineares que já estão na forma requerida.

7.2.1 Malha de rolamento

Considerando-se o modelo da malha de rolagem, Equação (4.5), com o valor nominal $b_1 = 120$, foi projetado um controlador CSD, conforme descrito na Seção 4.4, com $k_1 = k_2 = 5$, $\tau = 0,01$. Como a função limitadora ρ_i foi escolhida constante, o valor de $\rho_i^2/2\epsilon$ também é constante e está incluído no valor do respectivo ganho k_i .

A dinâmica do atuador de segunda ordem apresenta-se também como incerteza ao modelo, já que não é considerada no projeto.

A Figura 7.12 mostra o resultado da simulação desse controlador aplicado à planta nominal e a outra planta com decréscimo de 50% no coeficiente aerodinâmico de momento de rolamento.

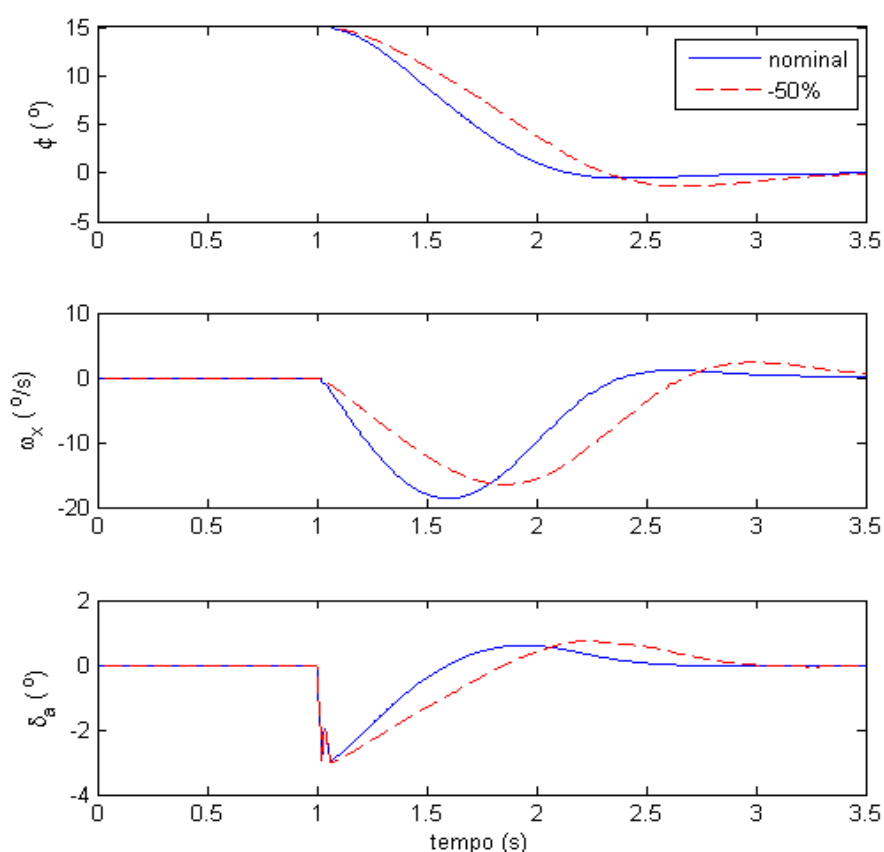


Figura 7.12 – Resultado de simulação do CSD da malha de rolamento.

Em razão da simplicidade do modelo da planta rolagem que a torna praticamente linear, o desempenho e robustez do CSD não diferem significativamente da resposta do controlador linear, apresentada na Figura 7.3.

7.2.2 Malha de arfagem

Para aplicação do CSD na malha de arfagem, considera-se o modelo descrito pela Equação (4.15) com os parâmetros nominais $a_1 = 310$, $a_2 = 0,538$, $a_3 = 24,1$, $b_1 = 12,8$. Projetou-se um controlador CSD, conforme descrito na Seção 4.4, com $k_1 = 3$, $k_2 = k_3 = 2$, $k_4 = 5$, $\tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0,05s$.

A Figura 7.13 mostra a resposta do CSD em comparação com o controlador PID clássico. O controlador CSD apresenta maiores amplitude nos movimentos de arfagem e ações de controle mais intensas que o controlador PID. Entretanto, o controlador CSD é mais robusto a variações nos valores dos parâmetros, como pode ser visto na Figura 7.14, onde o míssil aproxima-se perigosamente da água (altitude próxima de zero), enquanto o CSD permanece estável e com desempenho satisfatório. Nessa simulação, as derivadas aerodinâmicas $C_{L\alpha}$ e $C_{m\alpha}$ foram reduzidas para 40% e 80% do valor nominal, respectivamente.

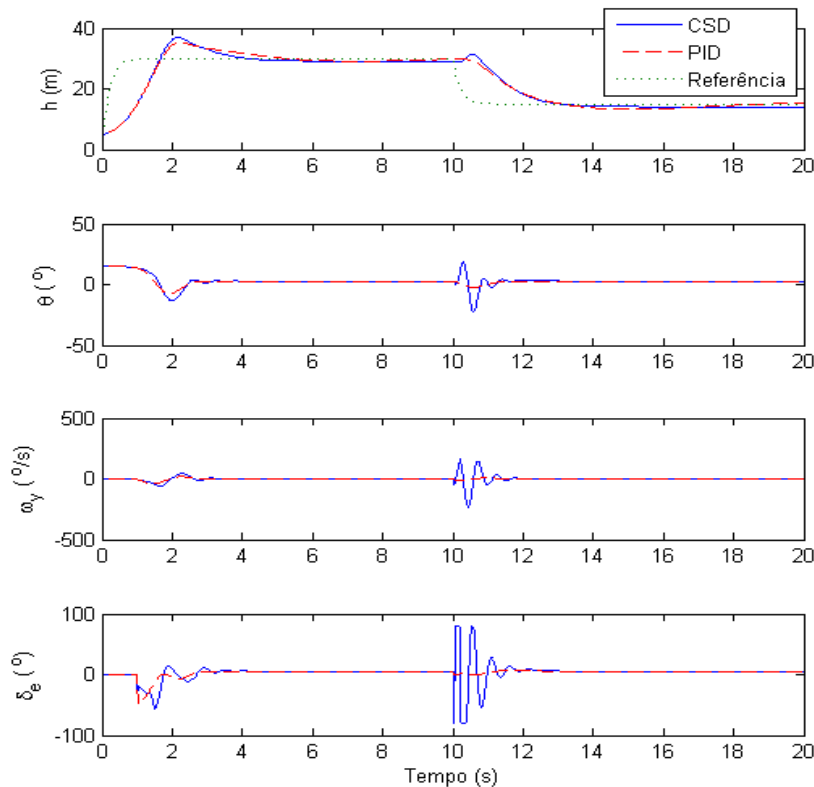


Figura 7.13 – Resposta do controle tipo CSD da malha de arfagem em comparação com o controlador clássico PID, aplicados à planta nominal.

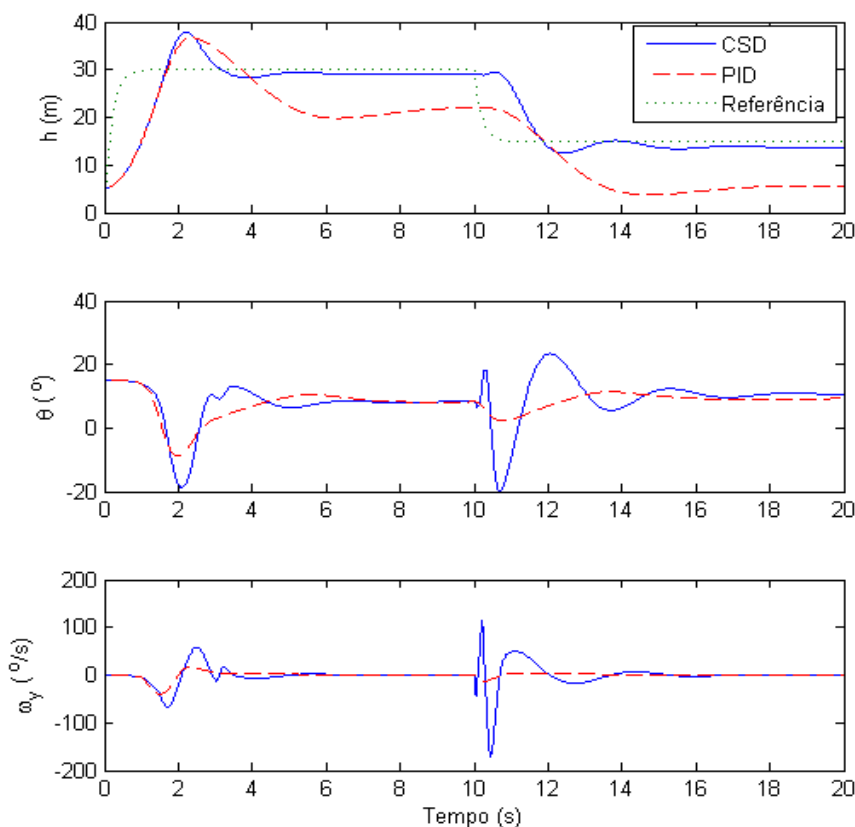


Figura 7.14 – Resposta do controle tipo CSD em comparação ao PID clássico, quando a planta possui erros nos parâmetros.

7.2.3 Malha de guinada

O Controle por Superfícies Dinâmicas pode ser projetado para a malha de guiamento, ou guinada, considerando-se qualquer dos modelos das Equações (2.60), (2.62) ou (2.63), com o parâmetro $b_2 = 0$, ou seja, na forma em cascada. Também podem ser aplicados os modelos com pilotagem e guiamento integrados.

Como visto na Seção 7.1.3, qualquer das três técnicas de guiamento pode ser aplicada sem diferenças significativas no desempenho. Portanto, fez-se opção por simular apenas o guiamento inercial, utilizando o modelo da Equação (2.60), na sua forma em cascata, com os parâmetros nominais $a_1 = 310$, $a_2 = 0,538$, $a_3 = 24,1$, $b_1 = 12,8$.

Projitou-se um controlador CSD, conforme descrito na Seção 4.4, com $k_1 = 0,5$, $k_2 = 1$, $k_3 = 3$, $k_4 = 13$, $\tau_2 = \tau_3 = \tau_4 = 0,05s$. O resultado da simulação desse controlador, comparado ao controlador PID clássico, em mostrado na Figura 7.15.

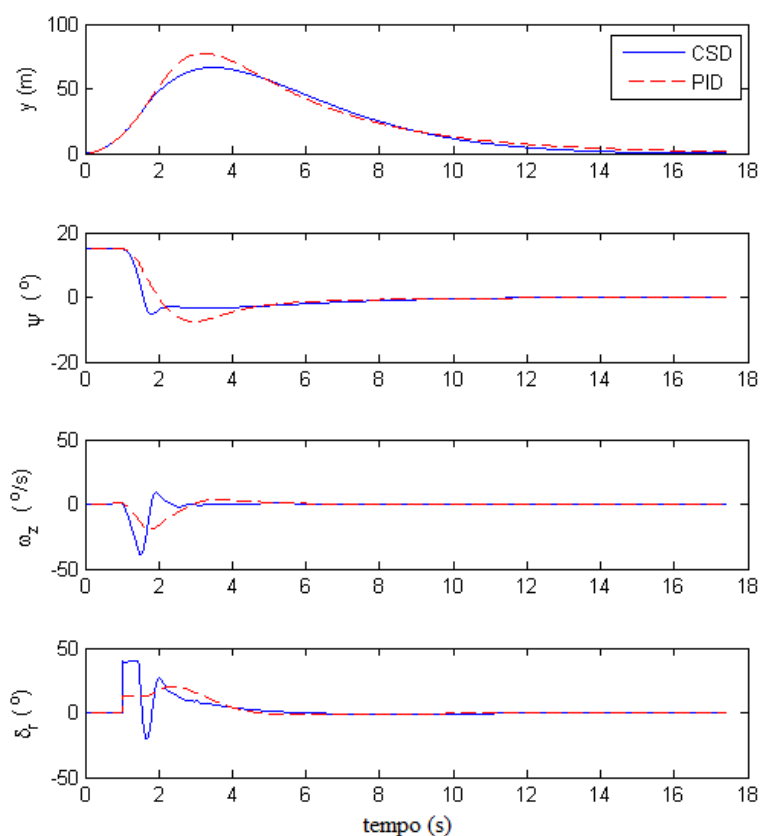


Figura 7.15 – Resposta do controlador tipo CSD na malha de guiamento, em comparação ao controlador PID clássico.

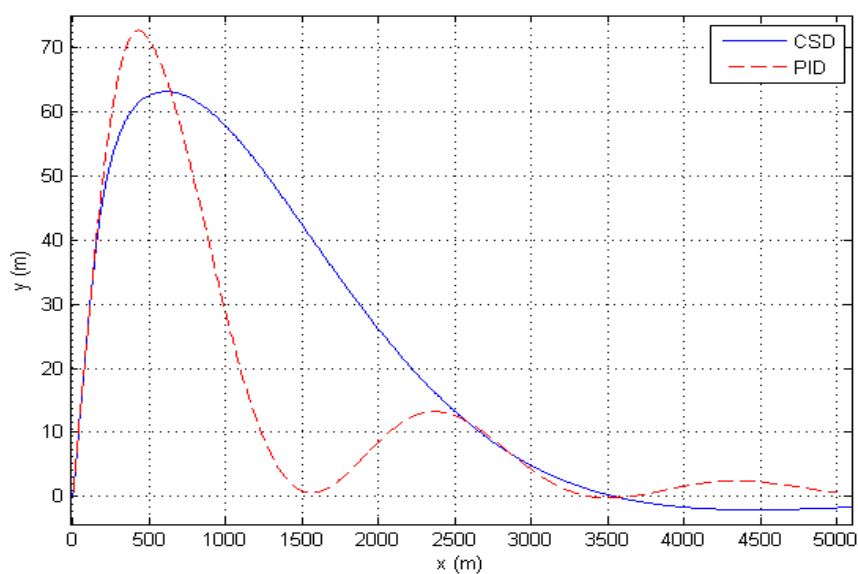


Figura 7.16 – Trajetória de guiamento com controlador tipo CSD, em comparação com o controlador PID, quando a planta possui erro nos parâmetros.

Nota-se, da Figura 7.15, que o CSD apresenta ações de controle mais intensas que o controlador PID. Entretanto, o CSD é mais robusto a variações no valor dos parâmetros, como pode ser visto na Figura 7.16, em que a resposta do CSD mantém o desempenho, enquanto o PID se torna exacerbadamente oscilatório. Nessa simulação, as derivadas aerodinâmicas $C_{Y\beta}$ e $C_{n\beta}$ foram reduzidas para 40% dos seus valores nominais.

Já na Figura 7.17, a resposta do CSD aplicado a uma planta com erro nos parâmetros é comparada a uma planta com valores nominais. Mesmo sendo os parâmetros exageradamente alterados, o desempenho do controlador não muda significativamente.

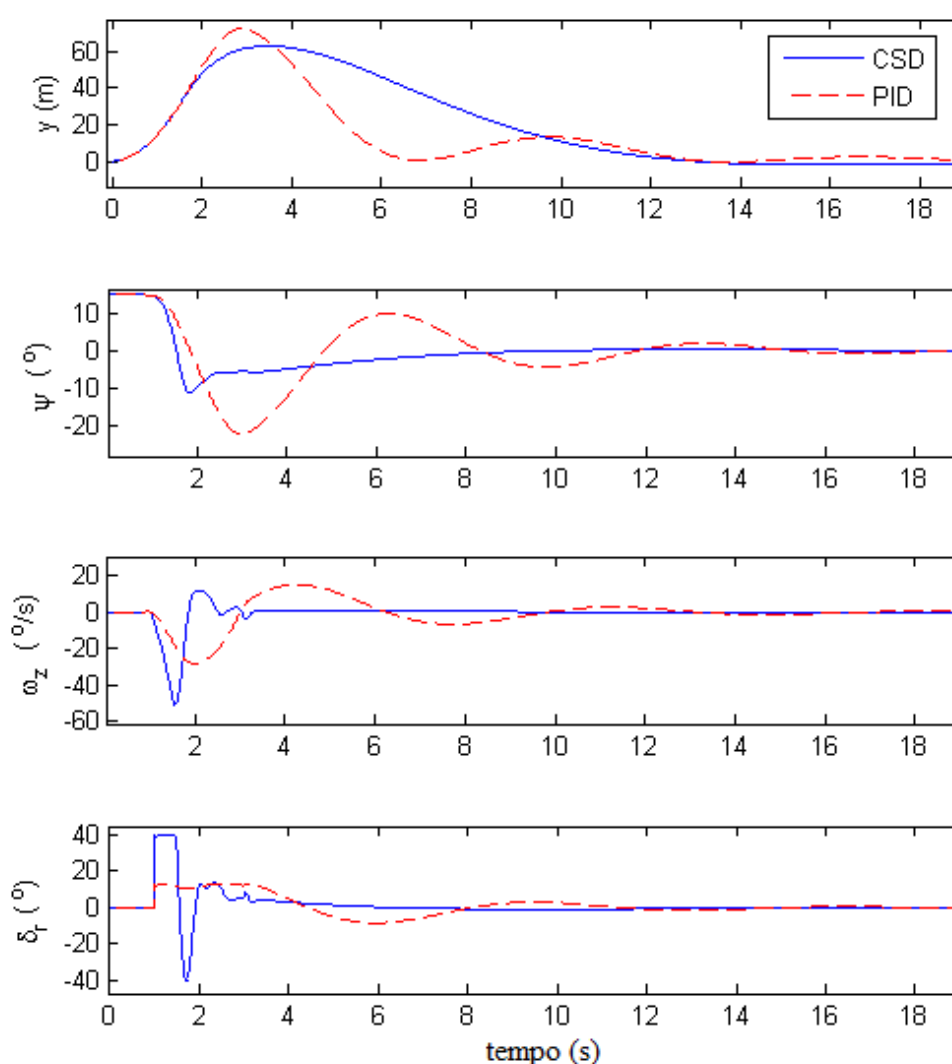


Figura 7.17 – Resposta do controlador tipo CSD aplicado a uma planta com erro nos parâmetros, em comparação a uma planta nominal.

7.3 Controle por bloco de superfícies dinâmicas

O Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas (CBSD) foi proposto no Capítulo 5 como um melhoramento no CSD, em razão de não necessitar de simplificações na planta, e com isso reduzir a ação de controle, aumentando a robustez. A estratégia de controle consiste na Equação (5.3), ilustrada no diagrama de blocos da Figura 5.1.

Como discutido ao se definir o CBSD, um modelo cinemático adequado deve ser usado para calcular os estados desejados, x_{1d} , que são usados como referência no controlador. No caso dessas simulações, considerou-se o regime de voo rasante do míssil guiado inercialmente para a linha de visada. Portanto,

$$x_{1d} = \begin{bmatrix} V_0 t \\ 0 \\ -h_{ref} \\ 0 \\ \alpha_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

onde V_0 é a velocidade média nominal, e α_0 é o ângulo de ataque nominal em regime permanente. Esses valores de regime permanente são calculados previamente, baseados nos parâmetros nominais do modelo.

Um controlador foi projetado com ganhos $K_1 = \text{diag}([0 \ 0,5 \ 1,5 \ 5 \ 15 \ 10])$ e $K_2 = \text{diag}([0 \ 2 \ 30 \ 5 \ 25 \ 15])$, e constantes de tempo dos filtros todos iguais 0,5 segundos.

As primeiras simulações foram feitas no intuito de avaliar a influência da simplicidade do modelo cinemático usado para gerar a referência no desempenho do controlador. Conforme mostra a Figura 7.18, a influência maior é no erro em altura. Nessa figura, α_0 e V_0 usados na referência são 20% superiores aos medidos. Ao se inverter o sinal dos valores dos erros de estimativa, também houve inversão nos erros dos medidos.

Curiosamente, a velocidade média sofre influência do valor V_0 utilizado na referência, demonstrando que o controlador, mesmo não tendo ação sobre o empuxo do propulsor, possui alguma capacidade de regulação da velocidade, conforme mostra a Figura 7.19.

Essa redução de velocidade só é possível com a indução de arrasto, o que ocorre mediante oscilações que o controlador impõe ao sistema, como mostra a Figura 7.20. Essas oscilações podem tornar o sistema instável. Portanto, é desejável que a referência usada para

$x(t) = V_0 t$, seja sempre um pouco maior que o valor real medido. No caso do simulador de cinemática adotado aqui, considera-se que o míssil voa sempre sobre a linha de visada inicial, portanto, basta usar a velocidade nominal, para se ter essa condição. Desse modo, se mantém a possibilidade de usar uma cinemática simplificada.

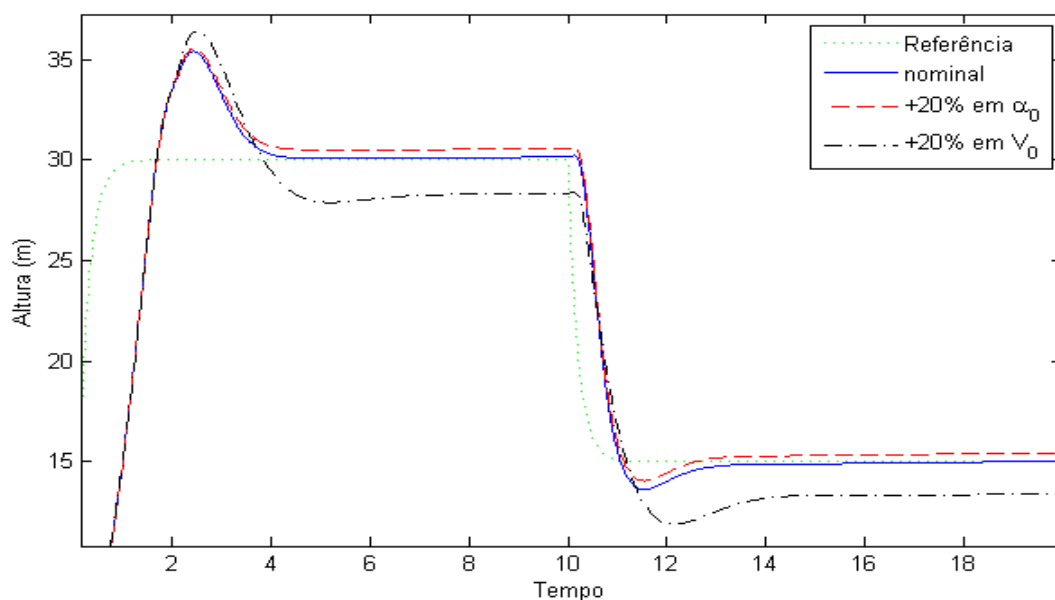


Figura 7.18 – Influência dos erros nas estimativas de ângulo de ataque e velocidade na altura.

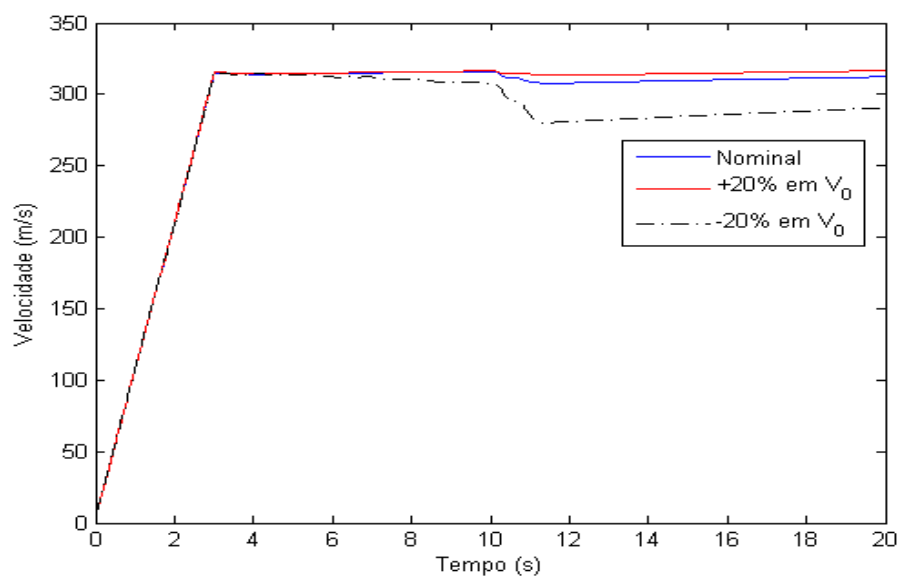


Figura 7.19 – Efeito do erro na estimativa de V_0 na regulação da velocidade.

Aplicando-se à planta nominal, o controlador CBSD proposto apresenta um desempenho semelhante ao do tradicional CSD simulado nas seções precedentes, conforme é mostrado na Figura 7.21 até Figura 7.23.

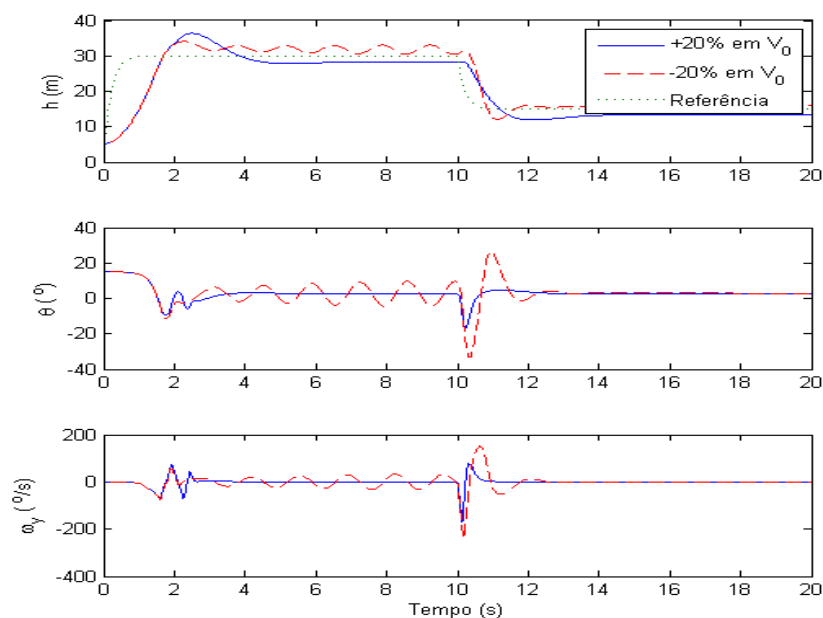


Figura 7.20 – Aparecimento de oscilações devido a erro na estimativa da referência V_0 .

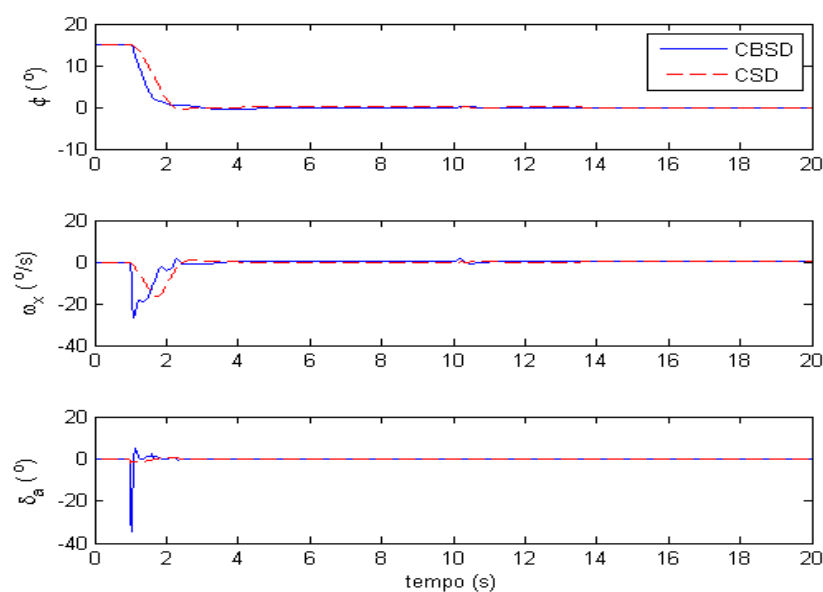


Figura 7.21 – Resposta do controlador tipo CBSD no canal de rolagem, em comparação ao controlador tradicional CSD.

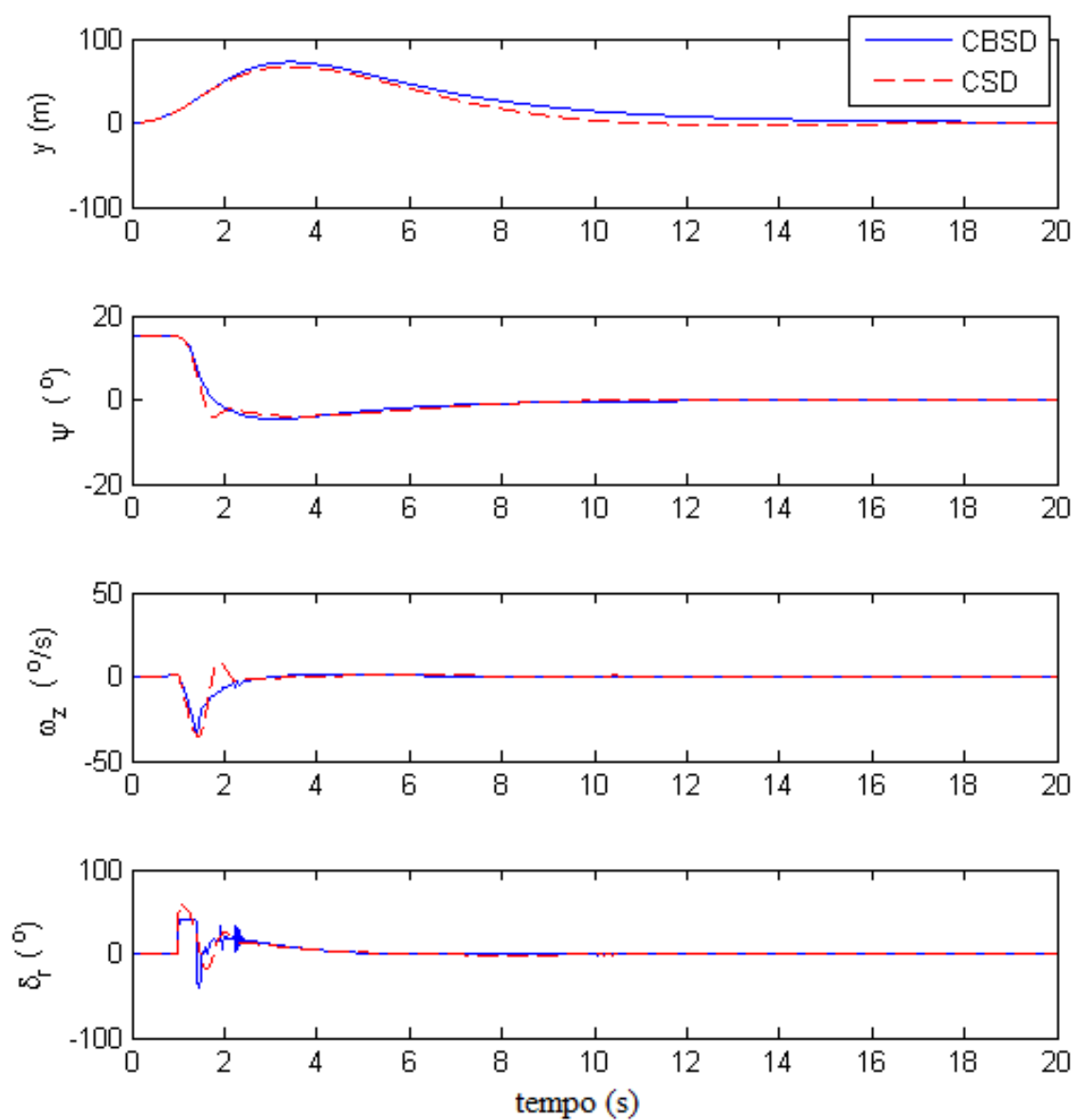


Figura 7.22 – Resposta do controlador tipo CBSD no canal de guiamento, em comparação com o controlador tradicional CSD.

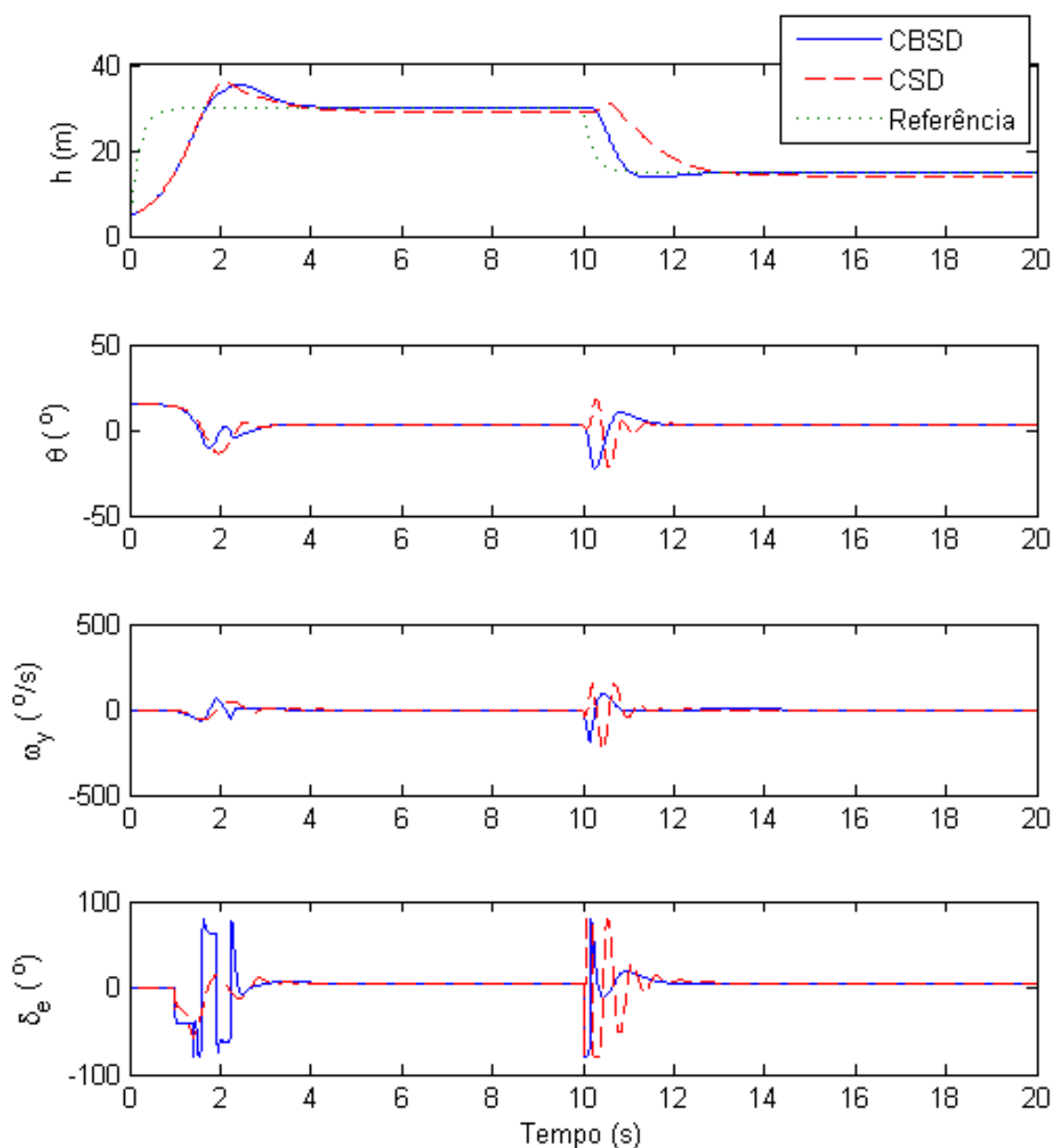


Figura 7.23 – Resposta do controlador tipo CBSD no canal de arfagem, em comparação com o controlador tradicional CSD.

Ao se reduzir os valores dos parâmetros $C_{n\delta}$, $C_{L\alpha}$ e $C_{C\beta}$ para 60%, os parâmetros $C_{m\alpha}$ e $C_{n\alpha}$ para 30%, e o empuxo do propulsor, F_T , para 95% de seus respectivos valores nominais, a resposta do controlador tradicional CSD diverge, enquanto que o BDSC permanece estável, como pode ser visto na Figura 7.24.

Assim se verifica, empiricamente, que, nas condições empregadas, o controlador BDSC é mais robusto que o CSD. Entretanto, um controlador CSD com outra sintonia poderá apresentar uma robustez maior que o BDSC. Por isso, antes de comparar os dois

controladores, foi buscado uma sintonia que fornecesse desempenho semelhante, principalmente, na malha de controle de altura.

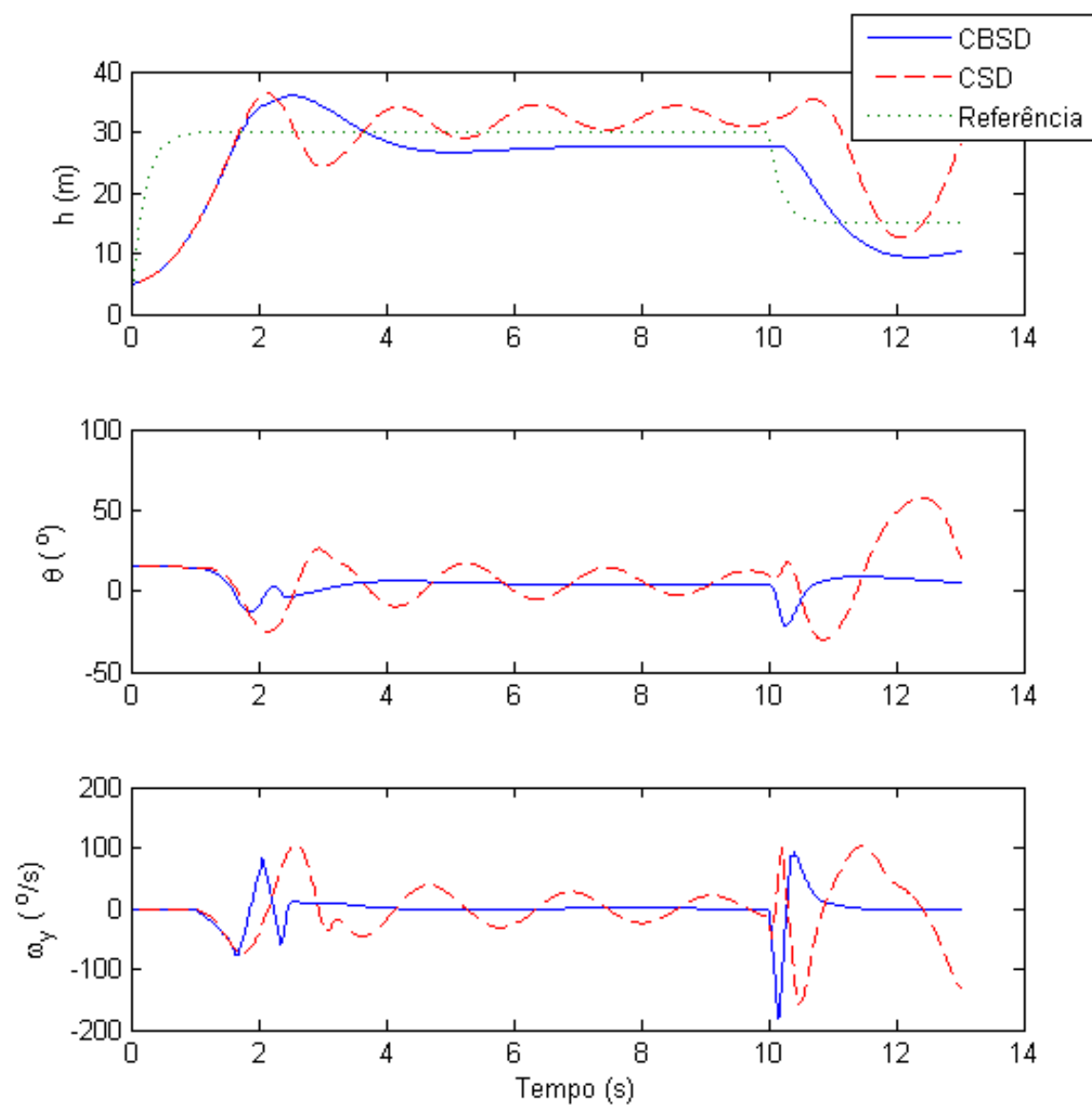


Figura 7.24 – Controlador tipo CBSD permanece estável quando aplicado a planta com erros nos parâmetros, enquanto que o controlador CSD diverge.

8 CONCLUSÃO

O propósito desta pesquisa foi investigar o controle de um míssil em voo rasante, com incertezas no modelo. As incertezas são intrínsecas ao problema proposto, tendo em vista as não linearidades, e a dificuldade em se obter estimativas precisas dos parâmetros aerodinâmicos para as diversas condições de operação.

Assim, propôs-se a solução de estimação dos parâmetros por métodos semiempíricos, chamados métodos de engenharia, e aplicação de controle robusto não linear. Nos primeiros lançamentos do míssil, medições telemétricas podem ser usadas para uma identificação paramétrica não linear visando ao refinamento do modelo.

Utilizou-se o programa USAF Missile DATCOM para estimar os coeficientes aerodinâmicos, tendo-se um erro avaliado dentro do limite de $\pm 20\%$ dos valores nominais.

Foi feita uma revisão dos métodos tradicionais de controle linear, bem como de alguns métodos para tratar do problema das incertezas e não linearidades como: controle PID, Controle por Modos Deslizantes, *Integrator Backstepping*, e Controle por Superfícies Dinâmicas (CSD).

Foi proposto um novo método denominado Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas (CBSD), em que as variáveis de estado são organizadas em vetores, de modo a não ser necessária a simplificação da cinemática da planta, nem a linearização do modelo. Com isso, os erros ficam limitados às incertezas das estimativas dos coeficientes aerodinâmicos. Resultados da aplicação deste método foram publicados por COELHO e HEMERLY (2017).

Simulações realistas serviram para avaliar o desempenho e robustez dos diversos métodos de controle empregados.

Também foi investigada a aplicação do método do erro de saída (*output error method*) para identificação paramétrica, com o intuito de refinar o modelo. Resultados dessa investigação foram publicados por COELHO e HEMERLY (2015).

As seguintes conclusões foram obtidas:

- o Controle Robusto Não Linear apresenta maior margem de estabilidade que os tradicionais métodos lineares;
- o método proposto, Controle por Bloco de Superfícies Dinâmicas, apresenta maior margem de estabilidade que os método Controle por Superfícies Dinâmica tradicional;

- o método proposto requer um modelo cinemático como referência, porém esse modelo pode ser simplificado;
- a identificação do modelo da malha de arfagem pode ser obtida com apenas uma manobra de descida, e necessita da medição da velocidade angular, ângulo de ataque, velocidade e altitude, sendo o método de identificação em malha aberta mais apropriado na presença de erros de modelagem;
- a aplicação de predição dos parâmetros aerodinâmicos por método de engenharia, adoção de um controlador robusto não linear, e posterior identificação do modelo evitaria a necessidade de ensaios em túneis de vento, resultando em economia de tempo e recursos financeiros no desenvolvimento do sistema de controle de um míssil.

REFERÊNCIAS

- ANSARIFAR, G. R.; TABELI, H. A.; DAVILU, H. An adaptive-dynamic sliding mode controller for non-minimum phase systems. *Commun Nonlinear Sci Numer Simulat*, v. 17, p. 414-425, 2012.
- BLAKELOCK, J. H. *Automatic control of aircraft and missiles*. 2nd ed. New York: John Wiley ; Sons, 1991.
- BONGSOB, S.; HEDRICK, J. K. *Dynamic surface control of uncertain nonlinear systems*. London: Springer-Verlag, 2011.
- BRIGGS, M. M. Systematic tactical missile design. In: HEMSCH, M. J.; MENDENHALL, M. R. *Tactical missile aerodynamics: general topics*. Hampton, Virginia: AIAA, 1992. cap. 3, p. 69-94.
- COELHO, F. A. A. *Modelagem, controle e simulação hardware in the loop de um míssil com voo rasante à superfície do mar*. 2007. 96 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- COELHO, F. A. A.; HEMERLY, E. M. Aerodynamics stability derivatives identification of a sea skimming missile. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 23., 2015, Rio de Janeiro. *Proceedings...* Rio de Janeiro: ABCM, 2015.
- COELHO, F. A. A.; HEMERLY, E. M. Block dynamic surface control applied to a sea-skimming missile. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 40, n. 5, p. 1286-1292, 2017.
- DORFLING, J.; ROKHASAZ, K. Non-Linear aerodynamic modeling of airfoils for accurate blade element propeller performance predictions. In: AIAA APPLIED AERODYNAMICS CONFERENCE, 32., 2014, Atlanta, GA. *Proceedings...* Reston: AIAA, 2014. p. 1-16.
- DUKE, E. L.; ANTONIEWICZ, R. F.; KRAMBEER, K. D. *Derivation and definition of a linear aircraft model*. Washington, DC: NASA, 1988. (NASA RP-1207).
- FALCÃO FILHO, J. B. P.; AVELAR, A. C. ; REIS, M. L. C. de C. Historical review and future perspective for Pilot Transonic Wind Tunnel of IAE. *Journal of Aerospace Technology and Management*, v. 1, n. 1, p. 19-27, 2009.
- FALKENA, W.; BORST, C.; VAN OORT, E. R. ; CHU, Q. P. Sensor-based backstepping. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 36, n. 2, p. 606-610, 2013.
- FAN, J.-F., SU, Z.; CHENG, Z.-X. Missile autopilot design and analysis based on backstepping. In: IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SYSTEMS AND CONTROL IN AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, 3., 2010, Harbin. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2010.
- FOSSSEN, T. I. *Guidance and control of ocean vehicles*. Chichester: John Wiley and Sons, 1994.

GERDES, J.; HEDRICK, J. “Loop-at-a-time” design of dynamic surface controllers for nonlinear systems. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, v. 124, p. 104-110, 2002.

HEDRICK, J. ; YIP, P. Multiple sliding surface control: theory and application. *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*, v. 122, p. 586-593, 2000.

HOU, M.-Z. ; DUAN, G.-R. Integrated guidance and control of homing missiles against ground fixed targets. *Chinese Journal of Aeronautics*, v. 21, p. 162-168, 2008.

HOU, M.-Z. ; DUAN, G.-R. Adaptive dynamic surface control for integrated missile guidance and autopilot. *International Journal of Automation and Computing*, v. 8, n. 1, p. 122-127, 2011.

HOU, M.-Z.; LIANG, X.; DUAN, G.-R. Adaptive block dynamic surface control for integrated missile guidance and autopilot. *Chinese Journal of Aeronautics*, v. 26, n. 3, p. 741-750, 2013.

IOANNOU, P. A.; SUN, J. *Robust adaptive control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1995.

JATEGAONKAR, R. V. *Flight vehicle system identification: a time domain methodology*. Arlington, TX: AIAA, 2006.

KHALIL, H. *Nonlinear systems*. 3rd ed. New York: Prentice-Hall, 2002.

KOSHKOUEI, A. J.; ZINOBER, A. S. I.; BURNHAM, K. J. Adaptive sliding mode backstepping control of nonlinear systems with unmatched uncertainty. *Asian Journal of Control*, v. 6, n. 4, p. 447-453, 2004.

KRSTIC, M.; KANELAKOPOULOS, I. ; KOKOTOVIC, V. P. *Nonlinear and adaptive control design*. New York: Wiley, 1995.

LAMINAR RESEARCH. *Plane Maker Video Tutorials*. Colúmbia, 2010. Disponível em: <http://wiki.x-plane.com/Plane_Maker_Video_Tutorials>. Acesso em: 26 maio 2015.

LIANG, X.-L.; HOU, M.-Z. ; DUAN, G.-R. Adaptive filtered backstepping control for integrated missile guidance and autopilot. In: CHINESE CONTROL CONFERENCE, 33., 2014, Nanjing. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2014.

MENDENHALL, M. R.; PERKINS, S. C.; TOMAC, M.; RIZZI, A.; NANGIA, R. K. Comparing and benchmarking engineering methods for the prediction of X-31 aerodynamics. *Aerospace Science and Technology*, v. 20, n. 1, p. 12-20, 2012.

MISSILE TECHNOLOGY CONTROL REGIME. *MTCR Equipment, software and technology annex*. [S.l.], 2009. Disponível em: <<http://www.mtcr.info/english/annex.html>>. Acesso em: 06 junho 2015.

MITRINOVIC, D. S.; PECARIC, J. E. ; FINK, A. M. Young's inequality. In: _____. *Classical and new inequalities in analysis*. Dordrecht: Springer Science + Business Media, 1993. p. 379-389.

PAL, N.; KUMAR, R. ; KUMAR, M. Design of missile autopilot using backstepping controller. In: IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRONICS, COMMUNICATION AND INSTRUMENTATION, 2014, Kolkata. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2014.

PRIYAMVADA, K. S., OLIKAL, V. ; TALOLE, S. E. Robust height control system design for sea-skimming missiles. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 34, n. 6, p. 1746-1756, 2011.

RIBEIRO, L. R. *Plataforma de testes para sistemas de piloto automático utilizando Matlab/Simulink e Simulador de Voo X-Plane*. 2011. 170 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Eletrônica e Computação) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

SHIMA, T.; IDAN, M.; GOLAN, O. M. Sliding-mode control for integrated missile autopilot guidance. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 29, n. 2, p. 250-260, 2006.

SHKOLNIKOV, I. A. ; SHTESSEL, Y. B. Aircraft nonminimum phase control in dynamic sliding manifolds. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, v. 24, n. 3, p. 567-572, 2001.

SHTESSEL, Y.; EDWARDS, C.; FRIDMAN, L.; LEVANT, A. *Sliding mode control and observation*. New York: Springer, 2014.

SHTESSE, Y. et al. Output tracking and observation in nonminimum phase systems via classical and higher order sliding modes. In: FRIDMAN, L.; MORENO, J.; IRIARTE, R. (Eds.). *Sliding modes after the first decade of the 21st Century: state of the art*. Berlin: Springer-Verlag, 2011. chap. 13, p. 351-380.

SILVEIRA, V. Embraer será principal usuária de novo túnel de vento do ITA. *Gazeta Mercantil (Transporte e Logística)*, São José dos Campos, 09 maio 2003.

SLOTINE, J. H. J. Robust input-output feedback linearization. *International Journal of Control*, v. 57, n. 5, p. 1133–1139, 1993.

SLOTINE, J.; LI, W. *Applied nonlinear control*. New York: Prentice-Hall, 1991.

SONG, B. ; HEDRICK, J. K. *Dynamic surface control of uncertain nonlinear systems*. London: Springer-Verlag, 2011.

SOOY, T. J. ; SHMIDT, R. Z. Aerodynamic predictions, comparisons, and validations using Missile DATCOM (97) and Aeroprediction 98 (AP98). *Journal of Spacecraft and Rockets*, v. 42, n. 2, p. 257-265, 2005.

STEVENS, B. L. ; LEWIS, F. L. *Aircraft control and simulation*. 2nd ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley and Sons, 2003.

STOFF, J. *The historic aircraft and spacecraft in the cradle of aviation museum*. New York: Dover Publication, 2001.

SWAROOP, D.; HEDRICK, J.; YIP, P. G. J. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automation and Control*, v. 45, n. 10, p. 1893-1899, 2000.

TSAKALISS, K.; IOANNOU, P. Adaptive control of linear time-varying plants. *Automatica*, v. 23, n. 4, p. 459-468, 1987.

PUBLIC DOMAIN AERONAUTICAL SOFTWARE. *USAF Automated Missile DATCOM*: aerodynamic methods for missile configurations, software package. Rev. 9/02. Santa Cruz, CA, 2002. Disponível em: <<http://www.pdas.com/datcom.html>>. Acesso em: 06 jun. 2015.

WEI, Y.; HOU, M.; DUAN, G.-R. Adaptive multiple sliding surface control for integrated missile guidance and autopilot with terminal angular constraint. In: CHINESE CONTROL CONFERENCE, 29., 2010, Beijing. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2010.

WEN, Q.; XIA, Q. ; CAI, C. Analysis for height control-loop of cruise missile to different kinds of autopilot. In: LEE, G. (Ed.). *Advances in automation and robotics*. Berlin: Springer-Verlag, 2011. p. 507-514. (Lecture Notes in Electrical Engineering).

WON, M. H. J. Multiple surface sliding control for a class of nonlinear systems. *International Journal of Control*, v. 34, n. 4, p. 693-706, 1996.

YIP, P. H. J. Adaptive dynamic surface control: a simplified algorithm for adaptive backstepping control of nonlinear systems. *International Journal of Control*, v. 71, n. 5, p. 959-979, 1998.

ZARCHAN, P. *Tactical and strategic missile guidance*. Washington, DC: AIAA, 1994.

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO			
1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO TD	2. DATA 25 de julho de 2017	3. REGISTRO Nº DCTA/ITA/TD-020/2017	4. Nº DE PÁGINAS 126
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Controle robusto não linear de um míssil em voo rasante com incertezas no modelo			
6. AUTOR(ES): Fernando Antônio Almeida Coelho			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: Controle Robusto Com Incertezas, Controle de Mísseis, Controle não-linear			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Controle robusto; Sistemas não-lineares; Controle de mísseis; Mísseis guiados; Simulação computadorizada; Controle.			
10. APRESENTAÇÃO: ITA, São José dos Campos. Curso de Doutorado. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Eletrônica e Computação. Área de Sistemas e Controle. Orientador: Elder Hemerly Nogueira. Defesa em 26/06/2017. Publicada em 2017.			
11. RESUMO: O projeto do sistema de controle de um míssil passa pela identificação dos parâmetros aerodinâmicos, o que requer a realização de extensivos e custosos ensaios em túneis de vento, os quais podem não estar disponíveis. Além disso, a possibilidade de operar em condições diversas e a presença de não linearidades nas equações da dinâmica somam-se às incertezas aerodinâmicas. Como solução a esses problemas propõe-se a estimativa dos parâmetros aerodinâmicos por métodos semiempíricos que possuem erros máximos da ordem de +20%. Conhecidos os limitadores dessas incertezas, aplica-se um controlador robusto não linear baseado no método de Lyapunov, o que garante a estabilidade do sistema. Como em geral esses controladores são conservativos do ponto de vista de desempenho, uma técnica de identificação paramétrica é adotada nos primeiros ensaios do míssil, de modo a permitir o refinamento do modelo. Simulação por meio de um modelo realista que engloba os principais efeitos da dinâmica aerodinâmica e propulsão permite avaliar o procedimento proposto.			
12. GRAU DE SIGILO: (X) OSTENSIVO () RESERVADO () SECRETO			