



Trabalho final
AA-804: Introdução ao Controle Clássico

Joana D'arc Dias Costa – 1º Ten Eng
Levi Maia Araújo – 1º Ten Eng

2019

Orientações para o projeto:

1. Os projetos devem ser resolvidos independentemente entre os alunos.
2. A parte computacional, tanto a simulação, como o projeto do controlador e do observador, podem ser feitos em qualquer plataforma (MATLAB/Simulink, python, C, MS Excel,...).
3. A consulta a qualquer material é livre, no entanto deve ser referenciada.
4. A data de entrega do trabalho é 28 de junho de 2019.
5. Entregáveis obrigatórios:
 - Código-fonte e arquivos executáveis (se for o caso) dos programas de cálculo escritos;
 - Relatório breve respondendo os questionamentos feitos.
6. O envio deve ser feito para o endereço: `levimaiaaraujo@gmail.com`.
7. É requerido que o relatório seja salva em formato `.pdf`, tendo sido transcrita em um editor de texto como MS Word ou $\text{T}_{\text{E}}\text{X}/\text{L}_{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$. Para o segundo caso, um arquivo modelo `.tex` é fornecido juntamente com este documento.

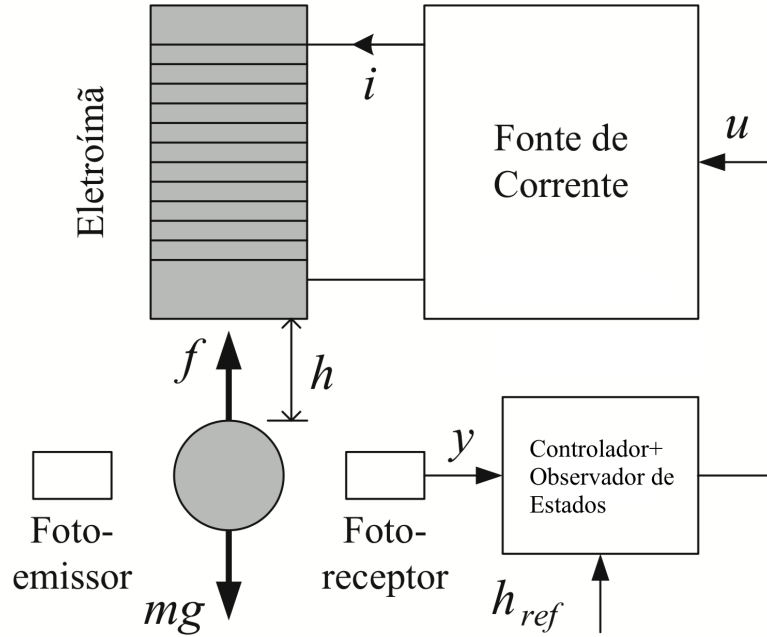


Figura 1: Desenho esquemático do levitador magnético.

1 Introdução

Este trabalho de final de curso tem por objetivo projetar um sistema de controle para uma planta não-linear de levitação magnética. Fornece-se agora um modelo dinâmico não-linear para o funcionamento desta planta.

O levitador magnético é um aparelho relativamente simples com um eletroímã capaz de fazer levitar uma pequena esfera metálica. A figura 1 mostra um diagrama esquemático deste sistema.

Um modelo dinâmico elementar deste sistema é dado por:

$$\begin{cases} \dot{h} = v \\ \dot{v} = \frac{F}{M} - g \end{cases} \quad (1)$$

sendo:

h a altura da esfera, medida em relação à base;

v a velocidade da esfera;

M a massa da esfera;

g a aceleração da gravidade local;

F a força magnética, dada por:

$$F(h, u) = \frac{ku^2}{(h - d)^2} \quad (2)$$

onde:

k é a constante magnética do eletroímã;

u é o esforço de controle;

d é a distância da base ao topo do eletroímã.

Assim sendo, adotando como estados a altura e a velocidade da esfera, tem-se o sistema dinâmico dado por:

$$\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{v} \end{bmatrix} = \dot{x} = f(x, u) = \begin{bmatrix} v \\ \frac{ku^2}{M(h - d)^2} - g \end{bmatrix} \quad (3)$$

Neste trabalho, adotamos os seguintes valores (constantes):

$M = 0.01$ kg;

$g = 9.8$ m/s²;

$k = 0.1$ Nm²/A²;

$d = 0.1$ m.

Cada simulação para este trabalho foi feita com tempo de simulação total de 1 segundo, com método de integração Runge-Kutta 4, e com passo fixo $\Delta t = 10^{-4}$ s.

2 Tarefas

2.1 Determinação do ponto de equilíbrio

Calcule a corrente u_{ref} necessária para manter a esfera equilibrada em $h = h_{\text{ref}} = d/2$. Este será o ponto de equilíbrio $x_{\text{ref}} = [h_{\text{ref}} \ 0]^T$, pois

$$f(x_{\text{ref}}, u_{\text{ref}}) = 0$$

2.2 Linearização em torno do ponto de equilíbrio

Linearize o modelo fornecido (equação 3) em torno do ponto de equilíbrio x_{ref} , obtendo as matrizes:

$$A = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_{\text{ref}}} \quad \text{e} \quad B = \left. \frac{df}{du} \right|_{x=x_{\text{ref}}}$$

Observe que a dinâmica *em torno* deste ponto de equilíbrio é dado por:

$$\dot{\delta x} = A\delta x + B\delta u$$

sendo o estado verdadeiro e o controle verdadeiro dados por:

$$x = x_{\text{ref}} + \delta x \quad \text{e} \quad u = u_{\text{ref}} + \delta u$$

2.3 Verificação de estabilidade

Com o modelo linear obtido, verifique a estabilidade do sistema em malha aberta. Utilize o método que preferir (autovalores de A , polos da função de transferência, curva de Nyquist, etc...)

2.4 Simulação em malha aberta

Simule o sistema real (3) em torno do ponto de equilíbrio x_{ref} , com controle constante $u(t) \equiv u_{\text{ref}}$. Recomenda-se fazer duas simulações, uma com condições iniciais “perfeitas”, isto é, $x(0) = x_{\text{ref}}$ (onde nada deve acontecer!), e outra com pequenas perturbações nas condições iniciais, por exemplo, $x(0) = [h_{\text{ref}} \quad -0.01]^T$. Mostre em gráficos o comportamento dos estados (altura, velocidade) do sistema. Confirme a previsão de estabilidade feita no item anterior.

2.5 Projeto de controlador

Verifique que o sistema (A, B) é controlável. Em seguida, usando a ferramenta computacional que quiser, projete um controlador por realimentação de estados (alocação de polos) para o sistema linearizado. Para tanto, considere que se tem medidas perfeitas de estado $y = x$, ou seja, $C = I_{2 \times 2}$. Os polos de malha fechada deverão ser alocados em $s = -10$ e $s = -11$. Reporte os valores dos ganhos $K = [k_1 \quad k_2]$ obtidos.

2.6 Simulação em malha fechada com medida de estado

Simule o sistema em malha fechada com os ganhos projetados na seção anterior. As condições iniciais podem ser deixadas com as pequenas perturbações de antes. Observe que o controle deverá ser dado por

$$\begin{aligned}u(t) &= u_{\text{ref}} + \delta u(t) = u_{\text{ref}} - K\delta x(t) = u_{\text{ref}} - K(x(t) - x_{\text{ref}}) \\&= u_{\text{ref}} - k_1(h(t) - h_{\text{ref}}) - k_2v(t)\end{aligned}$$

Mostre novamente, em gráficos, o comportamento dinâmico do sistema, com um gráfico separado para o esforço de controle $u(t)$. A planta deveria ser capaz de retornar ao ponto de equilíbrio em menos de 1 segundo.

2.7 Projeto de observador de estados

No levitador magnético real, não se tem medida de velocidade, apenas posição. Assim sendo, é necessário fazer uso de um observador de estados.

Verifique que o sistema (A, C) é observável, supondo $C = [1 \ 0]$. Projete, usando a ferramenta computacional que quiser, o observador de estados para o sistema. Os polos do observador devem ser alocados em $s = -100$ e $s = -110$. Reporte os ganhos $L = [l_1 \ l_2]^T$ do observador projetado. Responda: por que alocar os polos do observador (muito) mais à esquerda dos polos do controlador?

2.8 Simulação em malha fechada com observador de estados

Nesta etapa final, simule o sistema (3) completo, com observador de estados. Relembrando, o controle será:

$$u(t) = u_{\text{ref}} + \delta u(t) = u_{\text{ref}} - K\hat{\delta x}(t) = u_{\text{ref}} - k_1\hat{\delta h}(t) - k_2\hat{\delta v}(t)$$

sendo $\hat{\delta x}$ o estado observado (na verdade, a perturbação de estado observada). A dinâmica do observador é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\delta x}} &= (A - LC)\hat{\delta x} + B\delta u + LC\delta x \\&= (A - LC)\hat{\delta x} + B(u - u_{\text{ref}}) + LC(x - x_{\text{ref}})\end{aligned}$$

O erro de estimação de estados inicial não pode ser mantido em zero (estado estimado idêntico ao estado verdadeiro), do contrário não haverá dinâmica

de estimação. Deixe, portanto, $\hat{\delta}x(0) = 0$, significando que o estimador de estados não conhece a perturbação inicial que será dada (hipótese realista!). Mostre o comportamento dinâmico do sistema com os mesmos gráficos de antes e novos gráficos dos estados estimados $(\hat{\delta}x + x_{\text{ref}})$, que devem ir para os estados verdadeiros $x(t)$; ou dos erros de estimação $(\hat{\delta}x)$, que devem ir para zero, como preferir.

Novamente, para identificar mais rapidamente possíveis erros no código, recomenda-se fazer antes da simulação principal um teste da dinâmica do observador: fazer $u(t) \equiv u_{\text{ref}}$, $x(0) = x_{\text{ref}}$ e chutar $\hat{\delta}x(0)$ em algum vetor 2×1 não-nulo. Como o sistema é inicializado na posição de equilíbrio, ele deverá permanecer lá. Os estados estimados devem acompanhar o estado real, isto é, o erro de estimação deverá ir para zero sempre, antes de 0.2 s.