

# Лекции по математическому анализу для 1 курса ФН2, 3

Власова Елена Александровна

2024-2025 год.

## Contents

# Элементарные функции и их пределы

## 1 Введение

### 1.1 Элементы теории множеств

### 1.2 Кванторные операции

### 1.3 Метод математической индукции

## 2 Множество действительных чисел

### 2.1 Аксиоматика действительных чисел

**Определение 1.** *Множество  $\mathbb{R}$  называется множеством действительных чисел, если элементы этого множества удовлетворяют следующему комплексу условий:*

- 2.2 Геометрическая интерпретация  $\mathbb{R}$
- 2.3 Числовые промежутки
- 2.4 Бесконечные числовые промежутки
- 2.5 Окрестности точки
- 2.6 Принцип вложенных отрезков (Коши-Кантора)
- 2.7 Ограниченные и неограниченные числовые множества
- 2.8 Точные грани числового множества
- 2.9 Принцип Архимеда

### 3 Функции или отображения

- 3.1 Понятие функции
- 3.2 Ограниченные и неограниченные числовые множества
- 3.3 Обратные функции
- 3.4 Чётные и нечётные функции
- 3.5 Периодические функции
- 3.6 Сложная функция (композиция)
- 3.7 Основные элементарные функции

### 4 Числовые последовательности и их пределы

**Определение 2.**  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$  - числовая последовательность, т.е.  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ ,  $x_n \in \mathbb{R}$ .

#### 4.1 Ограниченные и неограниченные числовые последовательности

**Определение 3.** Числовая последовательность  $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$  называется

- 1) ограниченной сверху, если  $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : x_n \leq M$ ;
- 2) ограниченной снизу, если  $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : x_n \geq M$ ;
- 3) ограниченной, если  $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : |x_n| \leq M$ ;
- 4) неограниченной, если  $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : |x_n| > M$ ;

## 4.2 Предел числовой последовательности

**Определение 4.** Число  $a \in \mathbb{R}$  называется пределом числовой последовательности, если  $\forall \varepsilon > 0$  существует такой номер  $n$ , зависящий от  $\varepsilon$ , что  $\forall$  натурального числа  $N > n$  верно неравенство  $|x_n - a| < \varepsilon$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

## 4.3 Бесконечные пределы

## 4.4 Свойства сходящихся последовательностей

## 4.5 Монотонные числовые последовательности

## 4.6 Число $e$

## 4.7 Гиперболические функции

## 4.8 Предельные точки числового множества

## 4.9 Предельные точки числовых последовательностей