

Лекции по математическому анализу для 1 курса ФН2, 3

Власова Елена Александровна

2024-2025 год.

Contents

1	Введение	3
1.1	Элементы теории множеств	3
1.2	Кванторные операции	3
1.3	Метод математической индукции	3
2	Множество действительных чисел	3
2.1	Аксиоматика действительных чисел	3
2.2	Геометрическая интерпретация \mathbb{R}	3
2.3	Числовые промежутки	3
2.4	Бесконечные числовые промежутки	3
2.5	Окрестности точки	3
2.6	Принцип вложенных отрезков (Коши-Кантора)	3
2.7	Ограниченные и неограниченные числовые множества	3
2.8	Точные грани числового множества	3
3	Функции или отображения	3
3.1	Понятие функции	3
3.2	Ограниченные и неограниченные числовые множества	3
3.3	Обратные функции	3
3.4	Чётные и нечётные функции	3
3.5	Периодические функции	3
3.6	Сложная функция (композиция)	3
3.7	Основные элементарные функции	3

4	Числовые последовательности и их пределы	3
4.1	Ограниченные и неограниченные числовые последовательности	4
4.2	Предел числовой последовательности	4
4.3	Бесконечные пределы	4
4.4	Свойства сходящихся последовательностей	4
4.5	Монотонные числовые последовательности	4
4.6	Число e	4
4.7	Гиперболические функции	4
4.8	Предельные точки числового множества	4
4.9	Предельные точки числовых последовательностей	4

Элементарные функции и их пределы

1 Введение

1.1 Элементы теории множеств

1.2 Кванторные операции

1.3 Метод математической индукции

2 Множество действительных чисел

2.1 Аксиоматика действительных чисел

2.2 Геометрическая интерпретация \mathbb{R}

2.3 Числовые промежутки

2.4 Бесконечные числовые промежутки

2.5 Окрестности точки

2.6 Принцип вложенных отрезков (Коши-Кантора)

2.7 Ограниченные и неограниченные числовые множества

2.8 Точные грани числового множества

2.9 Принцип Архимеда

3 Функции или отображения

3.1 Понятие функции

3.2 Ограниченные и неограниченные числовые множества

3.3 Обратные функции

3.4 Чётные и нечётные функции

3.5 Периодические функции

3.6 Сложная функция (композиция)

3.7 Основные элементарные функции

4 Числовые последовательности и их пределы

Определение 1. $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ - *числовая последовательность*, т.е. $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, $x_n \in \mathbb{R}$.

4.1 Ограниченные и неограниченные числовые последовательности

Определение 2. Числовая последовательность $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ называется

- 1) ограниченной сверху, если $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : x_n \leq M$;
- 2) ограниченной снизу, если $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : x_n \geq M$;
- 3) ограниченной, если $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : |x_n| \leq M$;
- 4) неограниченной, если $\exists M \in \mathbb{R} : \forall n \in \mathbb{N} : |x_n| > M$;

4.2 Предел числовой последовательности

Определение 3. Число $a \in \mathbb{R}$ называется пределом числовой последовательности, если $\forall \varepsilon > 0$ существует такой номер n , зависящий от ε , что \forall натурального числа $N > n$ верно неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

4.3 Бесконечные пределы

4.4 Свойства сходящихся последовательностей

4.5 Монотонные числовые последовательности

4.6 Число e

4.7 Гиперболические функции

4.8 Предельные точки числового множества

4.9 Предельные точки числовых последовательностей