УДК 66.01.011

Теплообмен смесей

Геворкян Р. С., Цирлин А.М.

tsirlin@sarc.botik.ru, ruben.gevorkyan.99@mail.ru Институт программных систем им. А. К. Айламазяна РАН, Переславль-Залесский

10 июля 2025 г.

Аннотация

В работе рассмотрены математические модели двухпоточного теплообмена для случая, когда один или оба контактирующих потока представляют собой смеси нескольких компонентов, меняющих свое фазовое состояние при различных температурах. Получены формулы и алгоритм расчета для коэффициента теплопередачи теплообменника и производства энтропии, определяющего необратимость процесса, для различных ограничений на температуры потоков и тепловую нагрузку.

Введение

Методы расчета двухпоточного теплообмена тщательно изучены [1]—[4]. В том числе хорошо известны методы расчета для случая, когда один из контактирующих потоков изменяет свое фазовое состояние (холодный испаряется, а горячий конденсируется полностью или частично). Несколько сложнее провести расчет параметров теплообменника, когда каждый из потоков представляет собою смесь нескольких компонентов, имеющих разные температуры кипения/конденсации. В этом случае параметры теплообменника зависят от состава потоков, теплоемкостей, теплот парообразования и температур кипения каждого из составляющих эти потоки компонентов. Ниже изложен алгоритм и расчетные формулы для этого случая. Для определенности мы будем рассматривать только закон теплообмена, линейный относительно разности температур (ньютоновский).

Будем называть поток, состоящий из одного компонента, однородным и приведем соотношения, использующиеся для расчета теплообменника при контакте однородных потоков. Переменные, относящиеся к горячему и холодному потоку, будем отмечать индексами «+» и «-» соответственно.

Уравнения энергетического баланса имеют форму:

1. Для холодного потока

$$\frac{dT_{-}}{dl} = k \frac{(T_{+} - T_{-})}{W_{-}}, T_{-}(0) = T_{-}^{in}, \quad T_{-}(L) = T_{-}^{in} + \frac{\overline{Q}}{W_{-}} = T_{-}^{out}. \tag{1}$$

Здесь W_- – теплоемкость потока, равная произведению его расхода g_- [кг/сек] на удельную теплоемкость C_- [Кдж/кг K]. Так что теплоемкость потока имеет размерность [Квт/K]. Q - тепловая нагрузка [Квт], подводимая к холодному потоку от момента его входа до текущей температуры $T_-(Q)$ и меняющаяся от нуля до полной тепловой нагрузки \overline{Q} . Ее изменение вдоль поверхности контакта определяется уравнением

$$dQ/dl = k(T_{+} - T_{-}), \quad Q(0) = 0.$$

2. Для горячего потока совершенно аналогично получим

$$\frac{dT_{+}}{dl} = -k\frac{z(T_{+}, T_{-})}{W_{-}}, T_{+}(0) = T_{+}^{in}, \quad T_{+}(L) = T_{+}^{in} - \frac{\overline{Q}}{W_{+}} = T_{+}^{out}.$$
 (2)

Тепловая нагрузка монотонно зависит от l, поэтому может быть использована в качестве независимой переменной. В этом случае с учётом противотока

$$T_{+}(Q) = T_{+}^{in} - \frac{\overline{Q} - Q}{W_{\perp}}, \quad T_{-}(Q) = T_{-}^{in} + \frac{Q}{W_{-}}, T_{+}(\overline{Q}) = T_{+}^{out}, T_{-}(\overline{Q}) = T_{-}^{out}.$$
 (3)

Коэффициент теплопередачи теплообменника K удовлетворяет уравнению $dK=k(Q)dQ=\frac{dQ}{T_+(Q)-T_-(Q)},$ так что

$$\overline{K} = \int_0^{\overline{Q}} \frac{dQ}{T_+(Q) - T_-(Q)}.$$
(4)

Таким образом переменные

$$T_{+}^{in}, T_{+}^{out}, T_{-}^{in}, T_{-}^{out}, \overline{Q}, W_{+}, W_{-}$$

связаны друг с другом двумя уравнениями теплового баланса, так что могут быть выбраны независимо только пять из них.

Теплоемкости однородных потоков можно считать постоянными, если не меняется их фазовое состояние. При этом допущении расчет производства энтропии в противоточном теплообменнике производится по формуле

$$\sigma = W_{+} \ln \frac{T_{+}^{out}}{T_{+}^{in}} + W_{-} \ln \frac{T_{-}^{out}}{T_{-}^{in}}.$$
 (5)

Первое слагаемое в этом выражении отрицательно, но сумма положительна.

Зависимость коэффициента теплопередачи от тепловой нагрузки различна для каждого типа кинетики и каждого сочетания гидродинамики потоков. Иногда задана бывает тепловая нагрузка, в других случаях ее надо найти для заданного коэффициента теплопередачи. В Приложении 1 в Таблице 1 для кинетики Ньютона приведены выражения, для коэффициента теплопередачи в зависимости от \overline{K} и тепловой нагрузки в зависимости от \overline{K} и теплоемкостей потоков для различных сочетаний их гидродинамики.

Коэффициент теплопередачи после взятия интеграла в (4) рассчитывается как:

$$\overline{K} = \frac{1}{A} \ln \frac{T_{+}^{out} - T_{-}^{in} + A\overline{Q}}{T_{+}^{out} - T_{-}^{in}}.$$
 (6)

где А и В рассчитывается по формулам:

$$A = \frac{W_{-} - W_{+}}{W_{+}W_{-}}, \quad B = \frac{W_{-} + W_{+}}{W_{+}W_{-}}.$$

Если в противоточном теплообменнике вытеснения теплоемкости потоков одинаковы $W_{-}=W_{+}=W_{+}$, после раскрытия неопределенности имеем

$$\overline{K} = \frac{\overline{Q}}{T_{+}^{in} - T_{-}^{in} - \frac{\overline{Q}}{W}}, \quad \overline{Q} = \frac{W(T_{+}^{in} - T_{-}^{in})\overline{K}}{W + \overline{K}}.$$
 (7)

Однородный поток с испарением/конденсацией

В этом случае часть тепловой нагрузки $Q_b = gr$ передается от горячего потока холодному при постоянной температуре T_b конденсации горячего потока. Производство энтропии равно

$$\sigma = W_{+} \ln \frac{T_{+}^{out}}{T_{+}^{in}} + W_{-} \ln \frac{T_{-}^{out}}{T_{-}^{in}} - \frac{Q_{b}}{T_{b}}.$$
 (8)

При этом T_{-}^{out} зависит от полученной теплоты конденсации.

Например, когда холодный поток поступает в форме жидкости с температурой T_-^{in} и с теплоемкостью W_-^{in} , испаряется при температуре T_{-b} , используя для этого поток теплоты $Q_{-b}=g_-r_-$, затем образовавшийся пар, имеющий теплоемкость W_-^{out} , перегревается до температуры T_-^{out} , то производство энтропии, соответствующее изменению параметров холодного потока, равно

$$\sigma_{-} = W_{-}^{in} \ln \frac{T_{-b}}{T_{-b}^{in}} + \frac{Q_{-b}}{T_{-b}} + W_{-}^{out} \ln \frac{T_{-}^{out}}{T_{-b}}.$$
(9)

Аналогично для горячего потока, поступающего в форме перегретого пара с теплоемкостью W_+^{in} , конденсирующегося с отдачей теплоты $Q_{+b}=g_+r_+$, а затем охлаждающемся в форме жидкости до температуры T_-^{out} , производство энтропии

$$\sigma_{+} = W_{+}^{in} \ln \frac{T_{+b}}{T_{+}^{in}} - \frac{Q_{+b}}{T_{+} - b} + W_{+}^{out} \ln \frac{T_{+}^{out}}{T_{+b}}.$$
 (10)

Общее производство энтропии равно $\sigma = \sigma_+ + \sigma_-$.

Многокомпонентные потоки

Поток (для определенности горячий), представляющий собой смесь нескольких компонентов (i=1,2,...), характеризуют следующие параметры:

$$T_{+}^{in}, T_{+}^{out}, W_{+}(T_{+}), g_{+i} = g_{+}, \gamma_{+i}, C_{+i}(T_{+}), r_{+i}, T_{b+i}, P_{+}.$$

Здесь γ_{+i} -доля i-го компонента [кг/кг], r_{+i} – удельная теплота парообразования [кДж/кг], T_{b+i} – температура кипения i-го компонента, P_+ – давление потока, $\sum_i \gamma_{+i} = 1$. Теплоемкость

$$C_{+i}(T_+) = C_{+i}^p \text{ при } T_+ > T_{b+i}, \quad C_{+i}(T_+) = C_{+i}^f \text{ при } T_+ < T_{b+i},$$
 (11)

где C_{+i}^f , C_{+i}^p -теплоемкости i-го компонента для жидкого и для парообразного состояния. Температуры кипения компонентов зависят от давления потока. Теплоемкость потока $W_+ = \sum_i g_{+i} C_{+i}(T_+)$ в силу (11) изменяется в зависимости от температуры потока и температур кипения компонентов. При температуре кипения теплоемкость i-го компонента, а значит, и потока равна бесконечности. Тепловая нагрузка, передаваемая при температуре кипения $\Delta Q_{bi} \leq \gamma_i g_+ r_{+i}$, причем знак « < » относится только к случаю, когда поток поступает в теплообменник или покидает его в форме паро-жидкостной смеси.

Тот же перечень переменных относится и к холодному потоку.

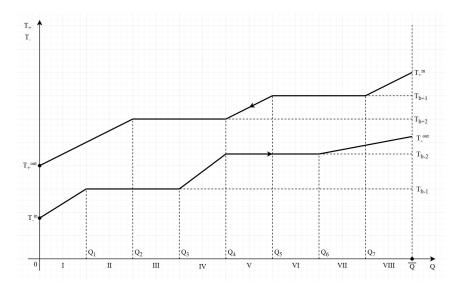


Рис. 1: Зависимость температур потоков от текущей тепловой нагрузки в режиме противотока

На рис. (1) показаны зависимости температур потоков от текущей тепловой нагрузки в режиме противотока.

Они представляют собой монотонные функции. Горизонтальным участкам соответствуют температуры кипения компонентов холодного и температуры конденсации компонентов горячего потока. Между такими участками каждый поток обменивается теплотой в режиме вытеснения и его теплоемкость в таком режиме можно считать постоянной и равной (для горячего и холодного потока)

$$W_{+}(T_{+}) = g_{+} \sum_{i} \gamma_{+i} C_{+i}(T_{+}), W_{-}(T_{-}) = g_{-} \sum_{i} \gamma_{-i} C_{-i}(T_{-}).$$

$$(12)$$

На оси абсцисс рис. (1) нужно выделить участки, на которых тепловая нагрузка передается с различным типом контактов:

- -Вытеснение горячий, вытеснение холодный (dd).
- -Вытеснение горячий, кипение холодный (db).
- -Конденсация горячий, кипение холодный (cb).
- -Конденсация горячий, вытеснение холодный (cd).

Ниже для каждого типа контакта приведем формулы расчета коэффициента теплопроводности и производства энтропии. Будем обозначать через $\Delta Q_j^{()}$ прирост тепловой нагрузки, соответствующий одному из перечисленных типов контакта, ставя тип контакта в качестве верхнего индекса.

Расчетные соотношения для каждого типа контакта

1. Контакт dd. Производство энтропии при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, аналогично (5), равно

$$\sigma_j^{dd} = W_{+j} \ln \frac{T_{+j}^{in} - \frac{\Delta Q_j^{dd}}{W_{+j}}}{T_{+j}^{in}} + W_{-j} \ln \frac{T_{-j}^{in} + \frac{\Delta Q_j^{dd}}{W_{-j}}}{T_{-j}^{in}}.$$
(13)

j-я составляющая коэффициента теплопередачи при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, аналогично (6), равна

$$K_j^{dd} = \frac{1}{A_j} \ln \frac{T_{+j}^{in} - \frac{\Delta Q_j^{dd}}{W_{+j}} - T_-^{in} + A_j \Delta Q_j^{dd}}{T_{+j}^{in} - \frac{\Delta Q_j^{dd}}{W_{+j}} - T_-^{in}}.$$
(14)

Здесь
$$A_j = \frac{W_{-j} - W_{+j}}{W_{-j} + W_{+j}}.$$

2. Контакт db. Производство энтропии при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, равно

$$\sigma_j^{db} = W_{+j} \ln \frac{T_{+j}^{in} - \frac{\Delta Q_j^{db}}{W_{+j}}}{T_{+i}^{in}} + \frac{\Delta Q_{ji}^{db}}{T_{b-i}}, \tag{15}$$

где $\Delta Q_{ji}^{db} \leq \gamma_i g_- r_{-i}$. Если контакт не соответствует входу или выходу холодного потока, то неравенство нужно заменить на равенство.

j-я составляющая коэффициента теплопередачи при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, равна [7]

$$K_j^{db} = W_{+j} \ln \frac{T_{+j}^{in} - T_{b-i}}{T_{+j}^{in} - T_{b-i} - \Delta Q_{ji}^{db} / W_{+j}}.$$
 (16)

3. Контакт cb. Производство энтропии при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, когда на j-ом интервале ν -й компонент горячего потока конденсируется, а i-й компонент холодного потока кипит, равно

$$\sigma_j^{cb} = \Delta Q_j^{cb} \left(\frac{1}{T_{b-\nu}} - \frac{1}{T_{b+i}} \right). \tag{17}$$

Здесь $\Delta Q_j^{cb} = \min(g_-\gamma_i r_{-i}; g_+\gamma_\nu r_{+\nu}).$

j-я составляющая коэффициента теплопередачи при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, равна

$$K_j^{cd} = \frac{\Delta Q_j^{cb}}{T_{b+i} - T_{b-\nu}}. (18)$$

4. Контакт cd. Производство энтропии при изменении тепловой нагрузки, когда конденсируется i-й компонент горячего потока и нагревается холодный поток в режиме вытеснения, равно

$$\sigma_j^{cd} = W_{-j} \ln \frac{T_{-j}^{in} + \frac{\Delta Q_j^{cd}}{W_{-j}}}{T_{-j}^{in}} - \frac{\Delta Q_{ji}^{cd}}{T_{b+i}},\tag{19}$$

где $\Delta Q_{ji}^{cd} \leq \gamma_i g_+ r_{+i}$. Если контакт не соответствует входу или выходу горячего потока, то неравенство нужно заменить на равенство.

j-я составляющая коэффициента теплопередачи при изменении тепловой нагрузки, соответствующем этой форме контакта, равна

$$K_{j} = W_{-j} \ln \frac{T_{b+i} - T_{j-}^{in}}{T_{b+i} - T_{j-}^{in} - \Delta Q_{j}^{cd}/W_{-}}.$$
 (20)

Алгоритм расчета теплообменника для многокомпонентных потоков

1 шаг. Для каждого потока упорядочивают компоненты по величине их температур кипения, так что для холодного потока первым считают компонент с самой низкой, а для горячего с самой высокой температурой кипения.

2 шаг. Рассчитывают зависимость $T_-(Q)$, считая входную температуру холодного потока T_-^{in} заданной. Наклон этой зависимости в точке, где холодный поток в режиме вытеснения, постоянен и равен величине, рассчитанной в соответствии с равенством (12). Его температура повышается с этим наклоном до достижения температуры кипения первого компонента. Если первый холодный поток поступает в систему в состоянии пара или парожидкостной смеси при температуре кипения, то его температура не изменяется до полного испарения на протяжении $\Delta Q_1^b = g_-\gamma_1 r_{-1}$. После этого температура вновь повышается в режиме вытеснения до достижения температуры кипения второго компонента и т.д. до того момента пока тепловая нагрузка не достигнет \overline{Q} , если она задана, или T_-^{out} , если фиксирована выходная температура потока. В последнем случае \overline{Q} находят из уравнения $T_-(\overline{Q}) = T_-^{out}$.

3 шаг. Размечают весь интервал $[0,\overline{Q}]$ на под интервалы, соответствующие режимам вытеснения d и режимам кипения b холодного потока, запоминают границы этих под интервалов и значения температур и теплоемкостей холодного потока на входе в каждый под интервал.

4 шаг. Рассчитывают зависимость $T_+(\overline{Q}-Q)$, считая входную температуру горячего потока T_+^{in} заданной. Наклон этой зависимости в точке, где холодный поток в режиме вытеснения, постоянен и равен величине, рассчитанной в соответствии с равенством (12). Его температура снижается с этим наклоном до достижения температуры конденсации первого компонента. Если первый горячий поток поступает в систему в состоянии пара или парожидкостной смеси при температуре конденсации, то его температура не изменяется до полной конденсации на протяжении $\Delta Q_1^b = g_+ \gamma_1 r_{+1}$. После этого температура вновь снижается в режиме вытеснения до достижения температуры конденсации второго компонента и т.д. до того момента пока тепловая нагрузка не достигнет \overline{Q} .

5 шаг. Размечают весь интервал $[0,\overline{Q}]$ на под интервалы, соответствующие режимам вытеснения d и режимам конденсации b горячего потока, запоминают границы этих под интервалов и значения температур и теплоемкостей горячего потока на входе в каждый под интервал.

6 шаг. Выделяют на интервале $[0,\overline{Q}]$ «интервалы однородности» . Каждый из них соответствует одному из четырех перечисленных выше типов контакта. При этом на первом месте стоит индекс состояния d или b горячего потока, а на втором месте аналогичный индекс для холодного потока в зависимости от того, в каком режиме находится соответствующий поток при выбранной тепловой нагрузке.

Число интервалов однородности естественно больше, чем число под интервалов, выделяющих состояние каждого из потоков. Так, если для каждого потока имеется два интервала разного типа и их границы не совпадают, то число интервалов однородности равно трем. Наклон зависимости $T_-(Q)$ с ростом Q увеличивается, так как с ростом температуры все больше компонентов переходит в пар, а теплоемкость пара обычно меньше теплоемкости жидкости. Для горячего потока в режиме противотока с ростом Q все больше компонентов превращаются из пара в жидкость, теплоемкость потока растет и наклон $T_+(Q)$ с изменением Q от \overline{Q} до нуля уменьшается.

7. Шаг. Для каждого j-го интервала однородности, определяющем тип контакта, рассчитывают по приведенным выше формулам по известному значению $\delta Q_j^{()}$, температурам и теплоемкостям потоков значения σ_j, K_j , а по ним производство энтропии и коэффициент теплопроводности теплообменника как

$$\sigma = \sum_{j} \sigma_{j}, \quad \overline{K} = \sum_{j} K_{j}. \tag{21}$$

Интерфейс программы и расчет примера

Интерфейс программы рассчитан на расчет параметров двухпоточного теплообменника и содержит следующие основные блоки:

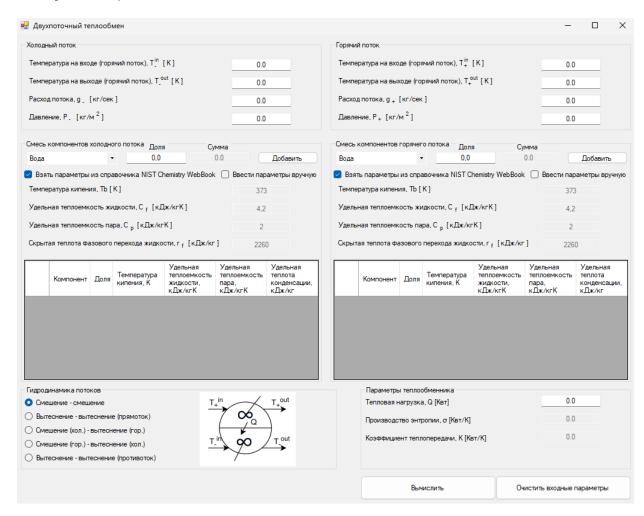


Рис. 2: Интерфейс программы

• Гидродинамика потоков

Выбор типа режимов движения теплоносителей: смещение, вытеснение и их комбинации (горячий/холодный поток, прямоток, противоток и т.д.).

• Параметры холодного потока

Вводятся значения температуры на входе и выходе, расход потока и давление.

• Параметры горячего потока

Аналогично, задаются температура на входе и выходе, расход и давление.

• Смесь компонентов

Таблица для задания состава среды (например, вода), с указанием долей, температуры кипения, удельной теплоемкости и теплоты конденсации компонентов. Можно добавлять новые компоненты.

• Параметры теплообменника

Автоматически рассчитываются: тепловая нагрузка, необратимость, коэффициент теплопередачи.

• Управляющие кнопки

Кнопка для очистки всех входных параметров.

Программа визуально разделена для удобства ввода исходных данных и отображения результатов расчета.

Данные для примера часть 1

Гидродинамика аппарата: Вытеснение-противоток

Горячий поток. Число компонентов 2, температура входа $400~\mathrm{K}$, температура выхода $320~\mathrm{K}$.

Компонент 1: Доля 0.6. Температура кипения/конденсации 380 К. Теплоемкость пара $C_{p+}=10$ кдж/кг. Теплоемкость жидкости $C_{f+}^1=10$ кдж/кг. Теплота парообразования $r_{+1}=80$ кдж/кг.

Компонент 2: Доля 0.4. Температура кипения/конденсации 340 К. Теплоемкость пара $C_{p+}=7$ кдж/кг. Теплоемкость жидкости $C_{f+}^2=10$ кдж/кг. Теплота парообразования $r_{+1}=60$ кдж/кг.

Холодный поток. Число компонентов 2, температура входа 300 K, температура выхода 380 K.

Компонент 1: Доля 0.5. Температура кипения/конденсации 350 К. Теплоемкость пара $C_{p-}=10$ кдж/кг. Теплоемкость жидкости $C_{f-}^1=12$ кдж/кг. Теплота парообразования $r_{-1}=80$ кдж/кг.

Компонент 2: Доля 0.5. Температура кипения/конденсации 360 К. Теплоемкость пара $C_{p-}=8$ кдж/кг. Теплоемкость жидкости $C_{f-}^2=10$ кдж/кг. Теплота парообразования $r_{-1}=60$ кдж/кг.

Данные для примера часть 2

При тех же исходных данных доля первого компонента горячего потока меняется от 0.2 до 0.8 (соответственно у второго компонента от 0.8 до 0.2). Построить зависимости согласованной тепловой нагрузки в Квт, производства энтропии в Квт/К, коэффициента теплопередачи в Квт/К от состава горячего потока.

Расчет примера 1 представлен на Рисунке 3.

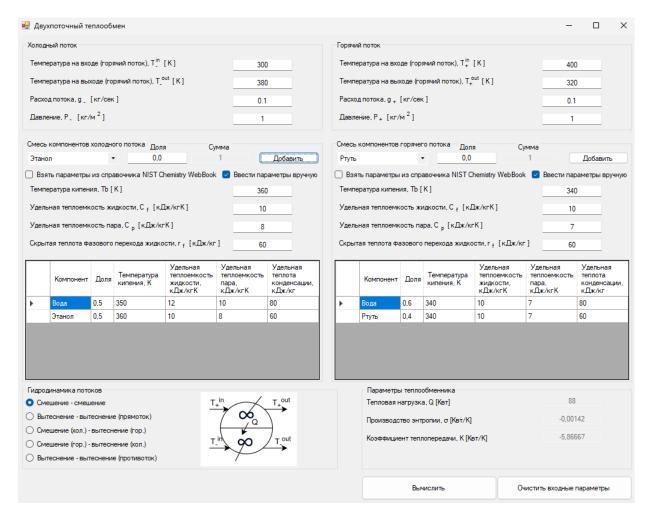


Рис. 3: Расчет примера №1

Заключение

Приведены расчетные соотношение и алгоритм расчета двухпоточного теплообмена для случая, когда контактируют потоки, состоящие из нескольких компонентов с различными температурами кипения/конденсации. Дан иллюстрирующий пример и вид интерфейса программы для таких расчетов.

Приложение 1

Таблица 1: Термодинамические показатели двухпоточных теплообменников

Гидродинамика	\overline{Q}	\overline{K}
потоков		
Смешение-	$\overline{K}(T_{+}^{out} - T_{-}^{out})$	$rac{\overline{Q}}{T_+^{out}-T^{out}}$
смешение		$T_{+}^{out} - T_{-}^{out}$ $T_{+}^{in} - T_{-}^{in} > B\overline{Q}$
Вытеснение-		
вытеснение	$\frac{1}{B}(T_{+}^{in} - T_{-}^{in})(1 - e^{-\overline{K}B})$	$\frac{1}{B} \ln \frac{T_{+}^{in} - T_{-}^{in}}{T_{+}^{in} - T_{-}^{in} - B\overline{Q}}$
(прямоток)		,
Смешен. (хол.)	$W_{+}(T_{+}^{in} - T_{-}^{out})(1 - e^{-\frac{\overline{K}}{W_{+}}})$	$W_{+} \ln \frac{T_{+}^{in} - T_{-}^{out}}{T_{+}^{in} - T_{-}^{out} - \overline{Q}/W_{+}}$
вытеснен.(гор.)		
Смешен.(гор.)	$W_{-}(T_{+}^{out} - T_{-}^{in})(1 - e^{-\frac{\overline{K}}{W_{-}}})$	$W_{-} \ln \frac{T_{+}^{out} - T_{-}^{in}}{T_{+}^{out} - T_{-}^{in} - \overline{Q}/W_{-}}$
вытеснен. (хол.)		·
Вытеснение-		
вытеснение	$\frac{1}{A}(T_+^{out} - T^{in})(e^{\overline{K}A} - 1)$	$\frac{1}{A} \ln \frac{T_{+}^{out} - T_{-}^{in} + A\overline{Q}}{T_{+}^{out} - T_{-}^{in}}$
(противоток)		'

Список литературы

- [1] *Н. Н. Зиятдинов, Г. М. Островский, И. И. Емельянов* Построение системы теплообмена при реконструкции и синтезе оптимальных систем ректификационных колонн. // Теоретические основы химической технологии. − 2016. − Т. 50, № 2. − С. 184–193. N. N. Ziyatdinov, G. M. Ostrovskii, and I. I. Emel'yanov. Designing a Heat Exchange System upon the Reconstruction and Synthesis of Optimal Systems of Distillation Columns// Theoretical Foundations of Chemical Engineering. − 2016. − V. 50, № 2. − P. 178–187.
- [2] Г. М. Островский, Н. Н. Зиятдинов, И. И. Емельянов Синтез оптимальных систем простых ректификационных колонн с рекуперацией тепла // Доклады РАН, 2015. Т. 461, № 2. С. 189–192. G. M. Ostrovskii, N. N. Ziyatdinov, and I. I. Emel'yanov Synthesis of Optimal Systems of Simple Distillation Columns with Heat Recovery // Doklady Chemistry. 2015. V. 461, Part 1. P. 89–92.
- [3] Andresen B., Gordon J.M. Optimal heating and cooling strategies for heat exchangers design. J.Appl Phys. 1992; 1: 71-78.
- [4] Salamon P, Nitzan A, Andresen B, Berry RS. Minimum entropy production and the optimization of heat engines. Phys. Rev. 1980; 21: 2115.
- [5] *Цирлин А.М.* Оптимальное управление необратимыми процессами тепло и массопереноса, Известия АН СССР, Техническая кибернетика, 2, 171-179, 1991.

- Tsirlin A.M. Optimal control of the irreversible processes of heat and mass transfer, SOVIET JOURNAL OF COMPUTER AND SYSTEMS SCIENCES. 1991; 2: 171-179.
- [6] *Цирлин А.М., Ахременков А.А., Григоревский И.Н.* // Минимальная необратимость, оптимальное распределение поверхности и тепловой нагрузки теплообменных систем, Теоретические основы химической технологии, 42, 1-8, 2008
- [7] Tsirlin A.M. // Ideal heat exchange Systems, Journal of Engineering Physics and Thermophysics, Vol. 90, No. 5, 2017
- [8] Tsirlin A.M., Karpesh S.V., Balunov A.I., Starodumov I.O. Optimal heat transfer systems design: Models and approaches Mathematical Methods in the Applied Sciences. 2022. v. 45. N 13. p. 8151-8169.
- [9] Kafarov V.V., Meshalkin V.P., Perov V.L., Mathematical foundations of computeraided design of chemical plants. Ximiya. 1979.
- [10] Brodjanskiy VM, Fratsher V, Mikhalek K. Exergy methods and its applications. Moscow: Energoatomizdat. 1988.
- [11] Berry R.S., Kasakov V.A., Sieniutycz S., Szwast Z. and Tsirlin A.M. Themodynamic. Optimization of Finite Time Processes. Wiley Chichester. 1999.
- [12] Tsirlin A.M., Mironova W.A., Amelkin S.A., Kazakov V.A. // Finite-time thermodynamics: Conditions of minimal dissipation for thermodynamic processes with given rate, Phys.Rev. E, 58, (1998)
- [13] Петухова Б.С. Справочник по теплообменникам. Москва: Энергоатомиздат, 1987.
- [14] Кафаров В.В., Мешалкин В.П., Перов В.Л. Математические основы автоматизированного проектирования химических производств. Москва: Химия, 1979.
- [15] Linnhoff, B., Hindmarsh, E. The pinch design method for heat exchanger networks. Chemical Engineering Science, 38 (5), 745-763, 1983.
- [16] Smith, R. Chemical Process: Design and Integration. Chichester, West Sussex, UK: John Wiley and Sons, Ltd., 2005.
- [17] Kemp, I.C. Pinch Analysis and Process Integration: A User Guide on Process Integration for the Efficient Use of Energy, 2nd edition. Includes spreadsheet software. Butterworth-Heinemann. ISBN 0750682604, 2006.(1st edition: Linnhoff et al., 1982).