1 Lavoro ed Energia

1.1 Introduzione

L'energia è presente nell'Universo in **varie forme**. **Ogni** processo fisico nell'Universo coinvolge *energia e trasferimenti* o *trasformazioni ed energia*.

Sfortunatamente, però, essa **non è facile da definire**.

Per parlare di energia occorre definire il concetto di **sistema** e il concetto di **ambiente**.

1.2 Sistemi e Ambienti

Si definisce **sistema** un modello secondo il quale la nostra attenzione viene concentrata su una **piccola regione dell'Universo**, ignorando i dettagli del resto.

Occorre quindi *saper identificare il sistema corretto*. Un sistema può:

- Essere un singolo oggetto o particella
- Essere un insieme di oggetti o particelle
- Essere una regione dello spazio
- Variare in dimensioni e forma

Si definisce **contorno del sistema** la superificie **immaginaria**, che potrebbe anche coincidere con una superificie fisica, che **divide** il sistema dall'ambiente

Si definisce **ambiente** l'area che agisce sul sistema attraverso il suo contorno

1.3 Lavoro

Il **lavoro** fatto su un sistema da una causa che esercita una forza costante sul sistema è il prodotto del modulo della forza F, del modulo dello spostamento Δr del punto di applicazione della forza e di *cos* θ, essendo θ l'angolo compreso tra il vettore forza ed il vettore spostamento.

$$W = F\Delta r cos\ \theta$$

- È una **grandezza scalare**
- Il **segno** dipende dalla direzione di F relativamente a Δr
- L'**unità di misura è il** J $[N \cdot m]$

Il lavoro rappresenta un **trasferimento di energia**

- *dal* sistema se **negativo**
- *al* sistema se **positivo**

Lavoro con forza variabile È la sommatoria di tutte le aree sottese del grafico Forza-spostamento con spostamento infinitesimale

$$\int_{x_i}^{x_f} F_x\ dx$$

Se su un sistema agisce **più di una forza** ed esso **può essere assimilato ad una particella**, il lavoro compiuto è il lavoro compiuto dalla **forza risultante**.

1.4 Energia Cinetica

Si definisce **energia cinetica** la forma di energia conseguente ad un **lavoro compiuto su un sistema**, relativa ad un suo **cambio di velocità**.

Segue l'equazione

$$W_{est} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2$$

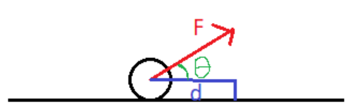
Quest'equazione ci dice che il **lavoro svolto dalla forza risultante su un particella di massa m è uguale alla differenza fra i valori finale e iniziale della grandezza** $\frac{1}{2}mv^2$

Si deduce quindi che il lavoro compiuto dalla forza risultante è pari alla **variazione di energia cinetica** della particella

$$W_{est} = K_f - K_i = \Delta K$$

Quest'equazione è nota come **teorema dell'energia cinetica**, ovvero: Quando viene svolto un lavoro su un sistema e la **sola** variazione nel sistema è il modulo della sua velocità, il lavoro compiuto dalla forza risultante è uguale alla variazione di energia cinetica del sistema

Dimostrazione:



- Trovo $F_x = F \cdot cos\ \theta = ma_x$
- Se F_x è **constante** anche a lo è, quindi posso ricavare la velocità da $v_f^2 = v_i^2 + 2ad \rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$
- Sostituendo a_x ottengo $F_x = m\frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$
- $F_x d = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \Delta K$

1.5 Lavoro della forza gravitazionale

La forza di gravità

- Esegue lavoro **resistente** quando il corpo sale
- Esegue lavoro **a favore** quando il corpo scende

Applicando il teorema dell'energia cinetica si ha:

- $\Delta K = K_f - K_i = L_f + L_g$
- Se $K_f = K_i$ allora si ha che $\Delta K = 0 = L_f + L_g$
- Quindi $L_f = -L_g$

Ovvero **la forza di gravità toglie tanta energia quanta ne ha fornita F per far salire il corpo**

1.6 Lavoro svolto da una molla

Legge di Hook:

$$F_m = -kx$$

dove x è la posizione del blocco rispetto all'equilibrio

- Da $x_i = 0$ a $x_f = +x_{max} \rightarrow$ Lavoro **negativo**
- Da $x_i = -x_{max}$ a $x_f = +x_{max} \rightarrow$ Lavoro **nullo**
- Da $x_i = +x_{max}$ a $x_f = 0 \rightarrow$ Lavoro **positivo**

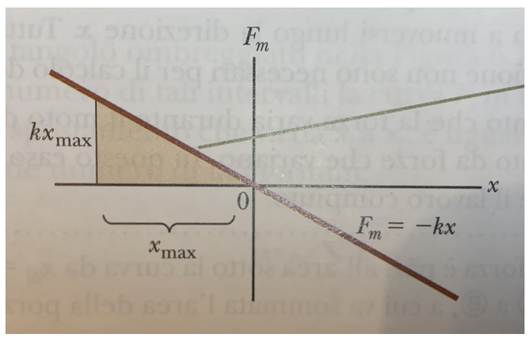


Figura 1: Il lavoro corrisponde all'area del triangolo, quindi $W = -\frac{1}{2}kx^2$

Se il blocco compie uno spostamento arbitrario da x_i a x_f allora il lavoro sarà dato da

$$W_{est} = \int_{x_i}^{x_f} kx\ dx = \frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2$$

1.7 Forze conservative

Una forza è detta **conservativa** se:

- Il **lavoro totale** che compie **su una particella** è **NULLO**
- Il **lavoro** compiuto su una particella cge si muove tra due punti qualsiasi **non dipende dal percorso seguito**

1.8 Energia potenziale

Con energia potenziale ci si riferisce all'energia **associata alla disposizione di due o più corpi** (configurazione di un sistema)

$$\Delta U = -L$$

Ad ogni forza conservativa è associata un'energia potenziale

1.8.1 Energia potenziale gravitazionale

Consideriamo uno spostamento verticale $\Delta y = y_f - y_i$

- $\Delta U = -L = -(F_g \cdot \Delta y \cdot cos 90°) = F_g \cdot \Delta y = mg \cdot \Delta y$
- Cosiderando $y_i = 0 \rightarrow \Delta U = mgh$

1.8.2 Energia potenziale elastica

$$\Delta U = -L \rightarrow \Delta U = -(-\frac{1}{2}kx^2) \rightarrow \Delta U = \frac{1}{2}kx^2$$

1.9 Principio di conservazione dell'energia meccanica

L'**energia meccanica** è definita come

$$E = U + K$$

Da questa equazione otteniamo che

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K$$

$$\Delta E = -L + L = 0$$

Di conseguenza

- $\Delta E = 0$ per delle **forze conservative**
- $\Delta E = L_{forzenoncons}$ per delle **forze non conservative**

In pratica si possono mettere in relazione energia cinetica ed energia potenziale **senza aver bisogno di conoscere gli stati intermedi**

1.10 Curva dell'energia potenziale

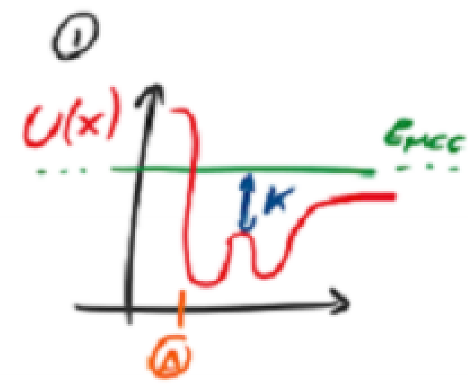
Data la definizione di energia potenziale, è possibile trovare la definizione analitica della forza F

$$\Delta U(x) = -F(x) \cdot \Delta x$$

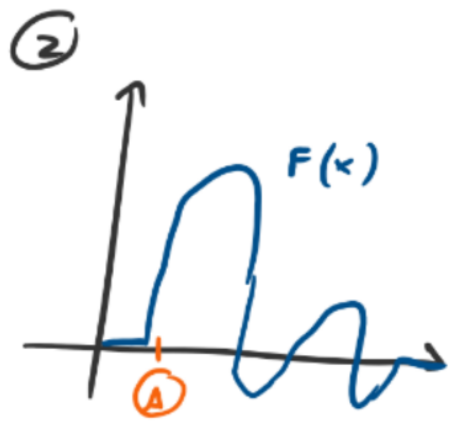
$$F(x) = -\frac{\Delta U(x)}{\Delta x}$$

$$\lim_{x \to 0} -\frac{\Delta U(x)}{\Delta x} = -\frac{dU(x)}{dx}$$

Viene data una curva $U(x)$ che rappresenta la variazione di energia potenziale in relazione allo spostamento e una retta $y = 5J$ che rappresenta l'energia meccanica in relazione allo spostamento



Posso trovare $K(x)$ facendo $E_m - U(x)$



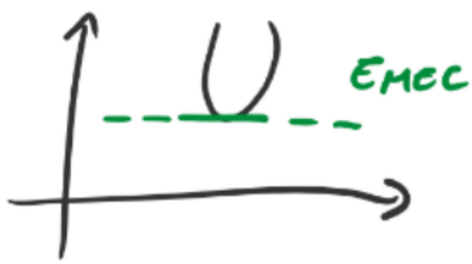
Posso trovare $F(x)$ derivando $U(x)$ e ruotandola rispetto all'asse x come da definizione precedente

I punti in cui $K = 0$ sono detti **punti di inversione**, dove il corpo si accinge a cambiare direzione. I punti di inversione *possono creare situazioni di* ***equilibrio***:

- **Equilibrio indifferente**: per ogni punto in cui $E_m = U(x)$ la particella è **ferma** e può andare sia a sinistra che a destra con la stessa facilità

- **Equilibrio instabile**: la particella è **ferma**, ma con una **minima variazione di forza** può muoversi a destra o a sinistra

- **Equilibrio stabile**: la particella è **ferma e non si può muovere** in quanto $K(x)$ sarebbe *negativa*



1.11 Conservazione dell'energia

In un **sistema isolato** l'energia interna non può cambiare

$$\Delta E_m = \Delta E_{th} + \Delta E_{int} = 0$$

In un sistema isolato L = 0