

(ONFIZ1-0401) Elemi lineáris algebra 1. zárthelyi dolgozat

1. Adottak a következő vektorok: $\mathbf{a} = (-2, 0, -1)$, $\mathbf{b} = (0, -3, 1)$ és $\mathbf{c} = (2, 1, 1)$. Határozza meg a következő összefüggéseket:

- $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \mathbf{c}$
- $(\mathbf{b} + \mathbf{c}) \times \mathbf{a}$
- $(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c})$
- Mennyi az \mathbf{a} és \mathbf{b} vektorok által közbezárt szög?
- Egy síkban vannak-e az \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} vektorok?
- Adjon meg egy vektort, mely merőleges az \mathbf{b} vektorra.

(8 pont)

2. Számítsa ki a következő mátrixok determinánsát!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 4 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -2 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(10 pont)

3. Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket!

a.)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= -2 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 0 \end{aligned}$$

b.)

$$\begin{aligned} -x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 &= 0 \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 &= 1 \end{aligned}$$

(12 pont)

4. Lineárisan függetlenek-e az $\mathbf{a} = (-1, 2, 1, 3)$, a $\mathbf{b} = (0, 5, -2, 2)$ és a $\mathbf{c} = (1, 1, 3, 1)$ vektorok? (8 pont)
5. Altér -e az \mathbb{R}^3 -on az $U = \{(x_1 + x_2, -x_1 - x_2, 4x_2) \mid x_1, x_2 \in \mathbb{R}\}$? (4 pont)
6. Adja meg meg az $\mathbf{a} = (-1, 0, 0)$ vektort az $(-1, 1, 1)$; $(0, 1, 0)$; $(1, 2, 1)$ bázisban. (8 pont)

Facska Gábor
facskog@gamma.ttk.pte.hu