(KEMNA0302) Alkalmazott lineáris algebra gyakorló feladatok
(ENKEMNA0302) Applied Linear Algebra exercises

VI. MÁTRIXOK / MATRICES

7. Adja meg az alábbi mátrixok nyomát! / What is the trace of the matrices below?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

8. Melyik mátrix (szemi)ortogonális? Számolja ki az ortogonális mátrixok inverzét! / Which matrix is (semi)orthogonal? Calculate the inverse of the orthogonal matrices.

$$\mathbf{A} = \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \frac{1}{5}\begin{pmatrix} 6 & -2 & 3 \\ 3 & 6 & -2 \\ -2 & 3 & 6 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

9. Melyik mátrix önadjungált (Hermitikus), melyik unitér? / Which matrix is Hermitian or unitary?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 3-2i \\ 3+2i & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2+i & 5-4i \\ 2-i & 4 & 6i \\ 5+4i & -6i & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ i & -i \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} i & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 \\ 0 & 0 & i \end{pmatrix}$$

10. Mi az $(1, 1, i)$ és $(0, i, 1)$ pontok távolsága? / What is the distance between the points $(1, 1, i)$ and $(0, i, 1)$?

VII. MÁTRIXOK LU-FELBONTÁSA / LU DECOMPOSITION

11. Adja meg az alábbi mátrixok LU-felbontását! / What is the LU decomposition of the matrices below?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 2 \\ -3 & -8 & 0 \\ 4 & 9 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 0 \\ 9 & -1 & 1 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & -6 & -3 \\ 2 & 0 & 6 \\ -4 & 7 & 4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

12. Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket a mátrixok LU-felbontását használva! / Solve the following systems of linear equations using LU decomposition.

a.)

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

b.)

$$\begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ -1 & 5 & 2 \end{pmatrix}\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

c.)

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix}\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

13. Számítsa ki az **A**, **B**, **C**, **D** és **E** mátrixok, illetve a 12. feladatbeli egyenletrendszerek együtthatómátrix az inverzét! / Calculate the inverse of matrices **A**, **B**, **C**, **D**, and **E**, as well as the coefficient matrices of Exercise 12..

VIII. DIAGONALIZÁLÁS / DIAGONALIZATION

14. Adja meg az alábbi mátrixok sajátértékeit és a saját altereket, majd diagonalizálja a mátrixokat! / Calculate the eigenvalues and eigenspaces. Diagonalize the matrices.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \; \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \; \mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Facskó Gábor / Gabor FACSKO
facskog@gamma.ttk.pte.hu

Pécs, 2025. május 5. / May 5. 2025