## (ONFIZ1-0401) Elemi lineáris algebra vizsgatematika

Skalár és vektormennyiségek. A vektor fogalma. Vektorok egyenlősége. Sík- és térbeli vektorok. Vektorok koordinátareprezentációi. Koordinátákkal adott vektorok hossza. A nullvektor, egységvektor, inverzvektor. Vektorok összeadása, kivonása és skalárral való szorzása. Vektorok összegzésének tulajdonságai. A vektorok skalárral való szorzásának tulajdonságai. Vektor normálása vagy irányvektora. Felezőpont, pontok távolsága, gömb egyenlete.

Műveletek vektorokkal. Vektorok skaláris szorzása és tulajdonságai. A skaláris szorzás tulajdonságai. Két nemnulla vektor által közrezárt szög. Vektorok ortogonalitásának fogalma. Vektornak egy másik vektorra való merőleges projekciója (vetülete). Vektoriális szorzat. Vektorok jobbrendszere. A vektoriális szorzat tulajdonságai. Párhuzamos vektorok vektoriális szorzata. Vektor önmagával vett vektoriális szorzata. Vektorok által meghatározott paralelogramma területe vektoriális szorzattal. Vegyes szorzat. Három vektor által kifeszített paralelpipedon térfogata és a vegyes szorzat.

Operátorok és mátrixok. A halmaz, a pár, a rendezett pár és a reláció fogalma. Az injekció, a szürjekció, a bijekció és a függvény fogalma. Lineáris leképezés. Az operátor fogalma. Egységoperátor, nulloperátor, tükrözési operátor, projekciós operátor. A mátrix fogalma. A mátrix főátlója. Sorindex, oszlopindex.

Négyzetes mátrixok determinánsa. Négyzetes mátrix determinánsa. Kifejtési tétel. Sarrus-szabály. Három vektor által kifeszített paralelpipedon térfogata és a determináns. A determináns elemi tulajdonságai. A Gauss-elimináció módszere determinánsok kiszámítására. A felső trianguláris mátrix fogalma és determinánsa.

Lineáris kombináció, lineáris egyenletrendszerek. Vektorok lineáris kombinációja. Lineáris függetlenség. Vektorok lineáris függetlensége. Egyenletek lineáris kombinációja. Lineáris egyenletrendszer fogalma. A lineáris egyenletrendszer alapmátrixa (együtthatómátrixa). Gauss-féle eliminációs módszer lineáris egyenletrendszerek megoldására. Cramer-szabály.

Vektortér. A vektortér fogalma. Halmazok Descartes-féle szorzata. A polinom fogalma. Lineáris altér. Mikor lineáris altér egy vektortér nemüres részhalmaza? Egy vektortér legszűkebb részhalmaza. Generátorrendszer. Végesen generált vektortér. A vektortér bázisa. Végesen generált vektortérbeli bázisok számossága. A vektortér dimenziója. Vektor adott bázisra vonatkozó koordinátái. Egyenes egyenlete. Sík egyenlete. Affin altér. Adott normálvektorú, adott ponton átmenő sík egyenlete. Halmazok (Minkowski-)összege. Alterek összege és metszete. Direkt összeg.

Műveletek mátrixokkal, mátrix inverze, a mátrix rangja. Mátrix transzponáltja. Mátrixok összege. Mátrix szorzása skalárral. Mátrixok szorzata. Az n-ed rendű egységmátrix. Négyzetes mátrix inverze. Reguláris és szinguláris mátrix. Az inverz mátrix kiszámítása elemi átalakítással. Az inverz mátrix kiszámítása algebrai aldeterminánssal. Az inverz mátrixok tulajdonságai. Mátrixok hatványozása és azonosságaik. Vektorrendszer rangja és tulajdonságai. Mátrix rangja és meghatározása trapéz alakra hozással. A mátrix rangja és a maximális rendű el nem tűnő aldeterminánsok rangja.

Lineáris transzformációk. Lineáris leképezés. Lineáris leképezés mátrixreprezentációja. Lineáris transzformáció. Lineáris forma. Bilineáris forma. Bilineáris forma kanonikus bázisra vonatkozó mátrixa. Szimmetrikus bilineáris forma. Kvadratikus forma. Pozitív és negatív (szemi)definit formák. Belső szorzat. Izomorfizmus. Vektorterek izomorfizmusa.

**Gram-Schmidt-féle ortogonalizáció.** Euklideszi vektortér. Ortogonális vektortér. Ortonormált vektortér. Ortogonalizációs eljárás.

Sajátérték, sajátvektor. Sajátérték, sajátvektor. Sajátaltér. Négyzetes mátrix karakterisztikus polinomja. Lineáris transzformáció karakterisztikus gyöke. Tétel a sajátértékekről és a karakterisztikus gyökökről.

Facskó Gábor facskog@gamma.ttk.pte.hu