

A közzététel időpontja: 2021. július 16.  
Az alkalmazás kezdő dátuma: 2022. január 1.

## MATEMATIKA

### RÉSZLETES ÉRETTSÉGI VIZSGAKÖVETELMÉNY

Az érettségi követelményei két szinten kerülnek meghatározásra:

- *középszinten* a mai társadalomban tájékozódni és alkotni tudó ember matematikai ismereteit kell megkövetelni, ami elsősorban a matematikai fogalmak, tételek gyakorlati helyzetekben való ismeretét és alkalmazását jelenti;
- az *emelt szint* tartalmazza a középszint követelményeit, de az azonos módon megfogalmazott követelmények körében az emelt szinten nehezebb, több ötletet igénylő feladatok szerepelnek. Ezen túlmenően az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatók, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló hallgatók felkészítése történik.

#### A) KOMPETENCIÁK

*Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok*

- A vizsgázó legyen képes adott szövegben rejlő matematikai problémákat észrevenni, szükség esetén matematikai modellt alkotni, a modell alapján számításokat végezni, és a kapott eredményeket értelmezni.
- Legyen képes kijelentéseket szabatosan megfogalmazni, azokat összekapcsolni, kijelentések igazságtartalmát megállapítani.
- Lássa az eltéréseket, illetve a kapcsolatokat a matematikai és a mindennapi nyelv között.
- A matematika minden területén és más tantárgyakban is tudja alkalmazni a halmaz fogalmát, illetve a halmazműveleteket.
- Legyen jártas alapvető kombinatorikus gondolatmenetek alkalmazásában, és legyen képes ennek segítségével gyakorlati sorbarendezési és kiválasztási feladatok megoldására.
- Ismerje a gráfok jelentőségét, sokoldalú felhasználhatóságuk néhány területét, és legyen képes további felhasználási lehetőségek felismerésére a gyakorlati életben és más tudományágakban.
- Az *emelt szinten* érettségiző vizsgázó ismerje a halmazelmélet alapvető szerepét a mai matematika felépítésében.

*Számelmélet, algebra*

- A vizsgázó legyen képes betűs kifejezések értelmezésére, ismerje fel használatuk szükségességét, tudja azokat kezelni, lássa, hogy mi van a „betűk mögött”.
- Ismerje az egyenlet és az egyenlőtlenség fogalmát, megoldási módszereit (pl. algebrai, grafikus, közelítő).
- Legyen képes egy adott probléma megoldására felírni egyenleteket, egyenletrendszereket, egyenlőtlenségeket, egyenlőtlenségrendszereket.

- Tudja az eredményeket előre megbecsülni, állapítsa meg, hogy a kapott eredmény reális-e.
- Az *emelt szinten* érettségiző vizsgázónak legyen jártassága az összetettebb algebrai átalakításokat igénylő feladatok megoldásában is.

#### *Függvények, az analízis elemei*

- A vizsgázó legyen képes a körülötte levő világ egyszerűbb összefüggéseinek függvényszerű megjelenítésére, ezek elemzéséből tudjon következtetni valóságos jelenségek várható lefolyására.
- Legyen képes a változó mennyiségek közötti kapcsolat felismerésére, a függés értelmezésére. Értse, hogy a függvény matematikai fogalom, két halmaz elemeinek egymáshoz rendelése. Ismerje fel a hozzárendelés formáját, tudja elemezni a halmazok közötti kapcsolatokat.
- Lássa, hogy a sorozat diszkrét folyamatok megjelenítésére alkalmas matematikai eszköz, a pozitív egész számok halmazán értelmezett függvény. Ismerje a számtani és mértani sorozatot.
- Az *emelt szinten* érettségiző vizsgázó ismerje az analízis néhány alapelemét, amelyekre más szaktudományokban is (pl. fizika) szüksége lehet. Ezek segítségével tudjon függvényvizsgálatokat végezni, szélsőértéket, görbe alatti területet számolni.

#### *Geometria, koordináta geometria, trigonometria*

- A vizsgázó tudjon síkban, illetve térben tájékozódni, térbeli viszonyokat elképzelni, tudja a háromdimenziós valóságot - alkalmas síkmetszetekkel - két dimenzióban vizsgálni.
- Vegye észre a szimmetriákat és az arányokat, tudja ezek egyszerűsítő hatásait problémák megfogalmazásában, bizonyításokban, számításokban kihasználni.
- Tudjon a feladatok megoldásához megfelelő ábrát készíteni.
- Tudjon hosszúságot, területet, felszínt, térfogatot mérni és számolni, legyen tisztában a mérési pontosság fogalmával.
- Ismerje a geometria szerepét a műszaki életben és bizonyos képzőművészeti alkotásokban.
- Az *emelt szinten* érettségiző vizsgázó tudja szabatosan megfogalmazni a geometriai bizonyítások gondolatmenetét.

#### *Valószínűség-számítás, statisztika*

- A vizsgázó értse a statisztikai kijelentések és gondolatmenetek sajátos természetét.
- Ismerje a statisztikai állítások igazolására felhasználható adatok gyűjtésének lehetséges formáit, és legyen jártas a kapott adatok áttekinthető szemléltetésében, különböző statisztikai mutatókkal való jellemzésében.
- Az *emelt szinten* érettségiző vizsgázó tudjon egyszerűbb véletlenszerű jelenségeket modellezni és a valószínűségi modellben számításokat végezni.
- Az *emelt szinten* érettségiző vizsgázó ismerje a véletlen szerepét egyszerű statisztikai mintavételi eljárásokban.

## B) VIZSGAKÖVETELMÉNYEK

Az emelt szintű vizsga tartalmi követelményeibe beletartoznak a középszintű vizsga tartalmi követelményei.

### 1. Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok

| TÉMAK   | VIZSGASZINTEK   |   |
|---|---|---|
|   | Középszint  | Emelt szint   |
| <b>1.1 Halmazok</b><br><br>1.1.1 Halmazműveletek<br><br>1.1.2 Számosság, részhalmazok | <p>Ismerje és használja a halmazok megadásának különböző módjait, a halmaz elemének fogalmát. Definiálja és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő fogalmakat: halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, komplementer halmaz.</p> <p>Ismerje és alkalmazza gyakorlati és matematikai feladatokban a következő műveleteket: unió, metszet, különbség.</p> <p>Tudjon koordináta-rendszerben ábrázolni egyszerűbb pont-halmazokat.</p> <p>Tudja meghatározni véges halmazok elemeinek a számát.</p> <p>Tudja alkalmazni a logikai szita elvét két-három halmaz esetében.</p> | <p>Ismerje és alkalmazza a de Morgan azonosságokat.</p> <p>Ismerjen példát véges, megszámlálhatóan végtelen és nem megszámlálhatóan végtelen halmazra. Ismerje a megszámlálhatóan végtelen halmaz definícióját.</p> <p>Bizonyítsa egyszerűbb esetekben, hogy egy halmaz számossága megszámlálhatóan végtelen.</p> |
| <b>1.2 Matematikai logika</b>   | <p>Tudjon egyszerű matematikai szövegeket értelmezni. Értse és egyszerű feladatokban alkalmazza a tagadás műveletet.</p> <p>Ismerje az „és”, a „megengedő vagy” és a „kizáró vagy” logikai jelentését, tudja használni és összekapcsolni azokat a halmazműveletekkel.</p> <p>Tudja a „ha...akkor...” és az „akkor és csak akkor”</p>  |   |

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK  |   |
|---|--|---|
|   | Középszint   | Emelt szint   |
| 1.2.1 Fogalmak, tételek és bizonyítások a matematikában | <p>típusú állítások igazságértékét megállapítani. Használja helyesen a „minden” és a „van olyan” kifejezéseket.</p> <p>Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni, valamint egyszerű állításokat, tételeket bizonyítani.</p> <p>Képes legyen egy egyszerű állításról eldönteni, hogy igaz vagy hamis.</p> <p>Tudja megfogalmazni egy állítás megfordítását.</p> | <p>Ismerje az alábbi bizonyítási típusokat és tudjon példát mondani alkalmazásukra: direkt és indirekt bizonyítás, skatulyaelv, teljes indukció.</p> <p>Használja és alkalmazza feladatokban helyesen a szükséges, az elégséges, és a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.</p> <p>Tudja megfogalmazni konkrét esetekben tételek megfordítását.</p>   |
| <b>1.3 Kombinatorika</b>                                | <p>Tudjon egyszerű sorbarendezeési, kiválasztási és egyéb kombinatorikai feladatokat megoldani.</p> <p>Tudja a kedvező esetek számát meghatározni a komplementer esetek segítségével is.</p> <p>Tudja kiszámolni a binomiális együtthatókat.</p>   | <p>Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a permutációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), variációk (ismétlés nélkül és ismétléssel), kombinációk (ismétlés nélkül) kiszámítására vonatkozó képleteket.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a binomiális tételt.</p> <p>Ismerje a Pascal-háromszöget és alapvető tulajdonságait.</p>  |
| <b>1.4 Gráfok</b>                                       | <p>Tudjon konkrét szituációkat szemléltetni, és egyszerű feladatokat megoldani gráfok segítségével.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a következő fogalmakat: pont, él, fokszám.</p> <p>Ismerje és alkalmazza gyakorlati feladatokban a gráf pontjainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggést.</p>   | <p>Definiálja és alkalmazza a következő fogalmakat: többszörös él, hurokél, séta, körséta, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráfok.</p> <p>Ismerje az <math>n</math> pontú teljes gráf éleinek a számát.</p> <p>Ismerje a fa pontjai és élei száma közötti összefüggést.</p> <p>Bizonyítsa, hogy bármely (legalább kétpontú) egyszerű gráfban létezik két azonos fokszámú pont.</p> |

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK  |   |
|---|--|---|
|   | Középszint   | Emelt szint   |
| <b>2.1 Alapműveletek</b>  | Tudjon alapműveleteket biztonságosan elvégezni (zsebszámológéppel is).<br>Ismerje és használja feladatokban az alapműveletek műveleti azonosságait (kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás).  |   |
| <b>2.2 A természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek</b> | Ismerje, tudja definiálni és alkalmazni az oszthatóság alapvető fogalmait (osztó, többszörös, prímszám, összetett szám).<br>Tudjon természetes számokat prímtényezőkre bontani, tudja adott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét kiszámítani; tudja mindezeket egyszerű szöveges (gyakorlati) feladatok megoldásában alkalmazni.<br>Definiálja és alkalmazza feladatokban a relatív prím számpár fogalmát. | Tudja megfogalmazni a számelmélet alaptételét.<br>Bizonyítsa, hogy végtelen sok prímszám van.   |
| 2.2.1 Oszthatóság   | Ismerje a 10 hatványaira, illetve a 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 számokra vonatkozó oszthatósági szabályokat, tudjon egyszerű oszthatósági feladatokat megoldani.   | Tudjon összetett oszthatósági feladatokat megoldani.<br>Tudja meghatározni természetes számok pozitív osztóinak számát.   |
| 2.2.2 Számrendszerek  | Tudja a számokat átírni 10-es alapú számrendszerből $n$ alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerbe és viszont. Ismerje a helyiértékes írásmódot.  | Tudjon $n$ alapú ( $n \leq 9$ ) számrendszerben felírt számokat összeadni és kivonni.   |
| <b>2.3 Racionális és irracionális számok</b>                    | Tudja definiálni a racionális és irracionális számokat, és ismerje ezek kapcsolatát a tizedestörtekkel.  | Adott $n$ ( $n \in \mathbb{N}$ ) esetén tudja eldönteni, hogy $\sqrt{n}$ irracionális szám-e.<br>Bizonyítsa, hogy $\sqrt{2}$ irracionális szám.<br>Tudja meghatározni tizedestört alakban megadott racionális szám közönséges tört alakját. |
| <b>2.4 Valós számok</b>   | Ismerje a valós számkör felépítését ( $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}^*, \mathbb{R}$ ), valamint a valós számok és a számegyenes kapcsolatát.<br>Tudjon ábrázolni számokat a számegyenesen.  | Tudja, hogy mit értünk adott műveletekre zárt számhalmazokon.   |

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK  |   |
|---|--|---|
|   | Középszint   | Emelt szint   |
|   | <p>Ismerje és használja a nyílt és zárt intervallum fogalmát és jelölését.</p> <p>Ismerje az abszolútérték definícióját.</p> <p>Ismerje adott szám normálalakjának felírási módját, tudjon számolni a normálalakkal.</p> <p>Tudjon adott helyiértékre vonatkozóan helyesen kerekíteni.</p>   |   |
| <b>2.5 Hatvány, gyök, logaritmus</b>                          | <p>Tudja értelmezni a hatványozást racionális kitevő esetén.</p> <p>Ismerje és használja a hatványozás azonosságait.</p> <p>Bizonyítsa a hatványozás azonosságait konkrét alap és pozitív egész kitevő esetén.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a négyzetgyökvonás azonosságait.</p> <p>Definiálja és használja az <math>\sqrt[n]{a}</math> fogalmát.</p> <p>Definiálja és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát.</p> <p>Tudja kiszámolni tetszőleges alapú logaritmus értékét 10-es alapú logaritmus segítségével.</p> | <p>Ismerje a permanencia elvet.</p> <p>Tudja szemléletesen értelmezni az irracionális kitevőjű hatványt.</p> <p>Bizonyítsa a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.</p> <p>Bizonyítsa a négyzetgyökvonás azonosságait.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a gyökvonás azonosságait.</p> <p>Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a szorzat, a hányados és a hatvány logaritmusára vonatkozó azonosságokat.</p> <p>Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a más alapú logaritmusra való áttérés szabályát.</p> |
| <b>2.6 Betűkifejezések</b><br><br>2.6.1 Nevezetes azonosságok | <p>Tudja alkalmazni feladatokban a következő kifejezések kifejtését, illetve szorzattá alakítását: <math>(a + b)^2</math>, <math>(a - b)^2</math>, <math>a^2 - b^2</math>.</p> <p>Tudjon algebrai kifejezésekkel egyszerű műveleteket végrehajtani, algebrai kifejezéseket egyszerűbb alakra hozni (összevonás, szorzás, osztás, szorzattá alakítás kiemeléssel, nevezetes azonosságok alkalmazása).</p>   | <p>Ismerje a polinom fokszámát, fokszám szerint rendezett alakját.</p> <p>Tudja alkalmazni feladatokban az <math>a^n - b^n</math>, illetve az <math>a^{2n+1} + b^{2n+1}</math> kifejezés szorzattá alakítását.</p>  |
| <b>2.7 Arányosság</b>   | <p>Tudja az egyenes és a fordított arányosság definícióját és grafikus ábrázolásukat.</p>  |   |

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK   |   |
|---|---|---|
|   | Középszint  | Emelt szint   |
| 2.7.1 Százalékszámítás  | Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni az arányosság fogalmát.<br>Ismerje és tudja feladatokban alkalmazni a százalék fogalmát.   |   |
| <b>2.8 Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek, egyenlőtlenség-rendszerek</b>  | Ismerje az alaphalmaz és a megoldáshalmaz fogalmát.<br>Alkalmazza a különböző egyenletmegoldási módszereket:<br>mérlegelv, grafikus megoldás, ekvivalens átalakítások, következményegyenletre vezető átalakítások, új ismeretlen bevezetése, értelmezési tartomány és értékkészlet vizsgálata.<br>Tudja meghatározni szöveges feladatban szereplő változók értelmezési tartományát, és a feladat eredményét összevetni a feladat szövegével.  |   |
| 2.8.1. Algebrai egyenletek, egyenletrendszerek<br>2.8.1.1. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek<br><br>2.8.1.2. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek | Alkalmazza az egyenleteket, egyenletrendszereket szöveges feladatok megoldásában.<br><br>Tudjon elsőfokú, egyismeretlenes egyenleteket és elsőfokú, kétismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.<br><br>Ismerje az egyismeretlenes másodfokú egyenlet általános alakját. Ismerje a másodfokú egyenlet diszkriminánsának fogalmát, és a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggést.<br>Ismerje és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.<br>Használja a teljes négyzetté alakítás módszerét.<br>Alkalmazza feladatokban a gyöktényező alakot. | Tudjon értelmezési tartomány, illetve értékkészlet-vizsgálattal, valamint szorzattá alakítással megoldható összetett feladatokat megoldani.<br>Tudjon paraméteres elsőfokú egyenleteket megoldani.<br>Tudjon elsőfokú, háromismeretlenes egyenletrendszereket megoldani.<br>Igazolja a másodfokú egyenlet megoldóképletét.<br>Igazolja és alkalmazza a gyökök és együtthatók közötti összefüggéseket.<br>Tudjon másodfokú paraméteres egyenleteket megoldani.<br>Tudjon törtes egyenleteket megoldani.<br>Tudjon egyszerű másodfokú egyenletrendszereket megoldani. |

| TÉMÁK  | VIZSGASZINTEK  |  |
|--|--|--|
|  | Középszint   | Emelt szint  |
| 2.8.1.3. Magasabb fokú egyenletek<br>2.8.1.4. Négyzetgyökös egyenletek   | Tudjon másodfokú egyenltre vezető szöveges feladatokat megoldani.<br>Tudjon egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenleteket megoldani.<br>Tudjon $\sqrt{x+b} = cx + d$ típusú egyenleteket megoldani.   | Tudjon másodfokúra visszavezethető egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani.<br>Tudjon legfeljebb két négyzetre emeléssel megoldható egyenleteket megoldani.   |
| 2.8.2 Nem algebrai egyenletek<br>2.8.2.1. Abszolútértékes egyenletek<br>2.8.2.2. Exponenciális egyenletek<br><br>2.8.2.3. Logaritmusos egyenletek<br>2.8.2.4. Trigonometrikus egyenletek<br><br>2.8.3 Egyenlőtlenségek, egyenlőtlenségrendszerek | Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket megoldani.<br>Tudjon exponenciális folyamatokkal kapcsolatos problémákat felismerni, modellezni és megoldani.<br><br>Tudjon egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségeket megoldani. | Tudjon egyszerű abszolútértékes egyenleteket algebrai úton megoldani.<br><br>Tudjon exponenciális egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani.<br><br>Tudjon egyszerű logaritmusos egyenleteket megoldani.<br>Tudjon definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő, és másodfokúra visszavezethető trigonometrikus egyenleteket megoldani.<br>Tudjon első és másodfokú egyenlőtlenségrendszereket megoldani.<br>Tudjon egyszerű négyzetgyökös, abszolútértékes, törtes, exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani. |
| <b>2.9 Középértékek, egyenlőtlenségek</b>  |  | Ismerje két pozitív szám számított középértékeit (számtani, mértani, négyzetes, harmonikus), valamint a nagyságrendi viszonyaikra vonatkozó  |



| TÉMÁK | VIZSGASZINTEK |  |
|-------|---------------|--|
|       | Középszint    | Emelt szint  |
|       |               | <p>tételeket.</p> <p>Bizonyítsa, hogy <math>\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}</math>, ha <math>a, b \in \mathbb{R}^+</math>.</p> <p>Tudjon megoldani feladatokat számtani és mértani közép közötti összefüggés alapján.</p> |

### 3. Függvények, az analízis elemei

| TÉMÁK                                   | VIZSGASZINTEK   |   |
|---|---|---|
|   | Középszint  | Emelt szint   |
| <b>3.1 A függvény</b>                   | <p>Ismerje a függvény matematikai fogalmát és az alapvető függvénytani fogalmakat (értelmezési tartomány, hozzárendelés, képhalmaz, helyettesítési érték, értékkészlet).</p> <p>Tudjon szövegesen megfogalmazott függvényt képlettel megadni.</p> <p>Tudjon helyettesítési értéket számítani, illetve tudja egyszerű függvények esetén <math>f(x) = c</math> alapján az <math>x</math>-et meghatározni.</p> <p>Ismerje a kölcsönösen egyértelmű megfeleltetés fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvényeket gyakorlati problémák megoldásánál.</p> <p>Tudjon kölcsönösen egyértelmű hozzárendelést megfordítani, és a megfordított hozzárendelést ábrázolni.</p> | <p>Ismerje az alapvető függvénytani fogalmak pontos definícióját.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a függvények összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának a fogalmát. Ismerje és alkalmazza a függvények megszorításának (leszűkítésének) és kiterjesztésének fogalmát.</p> <p>Ismerje és alkalmazza az inverzfüggvény fogalmát.</p> <p>Ismerje az összetett függvény fogalmát, képzésének módját.</p> |
| <b>3.2 Egyváltozós valós függvények</b> | <p>Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:</p> <p><math>x \mapsto ax + b</math>,</p> <p><math>x \mapsto x^2</math>,</p> <p><math>x \mapsto ax^2 + bx + c</math>,</p> <p><math>x \mapsto \sqrt{x}</math>,</p>   | <p>Ismerje, tudja ábrázolni és jellemezni az alábbi hozzárendeléssel megadott függvényeket:</p> <p><math>x \mapsto x^n</math> (<math>n \in \mathbb{N}^+</math>),</p> <p><math>x \mapsto  x </math>,</p> <p><math>x \mapsto \frac{a}{x}</math>,</p> <p><math>x \mapsto \sin x</math>,</p>  |

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK  |   |
|---|--|---|
|   | Középszint   | Emelt szint   |
|   | $x \mapsto \frac{1}{x}$ ,<br>$x \mapsto a^x$ .   | $x \mapsto \cos x$ ,<br>$x \mapsto \operatorname{tg} x$ ,<br>$x \mapsto \log_a x$ .<br>Tudjon a felsorolt függvényekből összetett függvényeket képezni.   |
| 3.2.1 A függvények grafikonja, függvénytranszformációk<br><br>3.2.2 A függvények jellemzése | Tudjon értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni, illetve adatokat leolvasni a grafikonról.<br>Tudjon néhány lépéses transzformációt igénylő függvényeket függvénytranszformációk segítségével ábrázolni:<br>$f(x) + c, f(x + c), c \cdot f(x),  f(x) $ .<br>Tudjon egyszerű függvényeket jellemezni grafikon alapján értékkészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték szempontjából. | Tudja ábrázolni az alapvető függvények (3.2) transzformáltjainak grafikonját ( $c \cdot f(x + b) + d$ , illetve $c \cdot f(ax) + d$ ).<br><br>Tudja jellemezni a függvényeket periodicitás, paritás, korlátosság szempontjából.<br>Tudja meghatározni a függvények tulajdonságait az alapfüggvények ismeretében, transzformációk segítségével.<br>Ismerje és alkalmazza a konvexitás és konkavitás fogalmát.<br>Tudjon másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatokat megoldani. |
| <b>3.3 Sorozatok</b><br><br>3.3.1 Számtani és mértani sorozatok                             | Ismerje a számsorozat fogalmát és használja a különböző megadási módjait (utasítás, képlet, rekurzív definíció).<br><br>Ismerje a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket.<br>Bizonyítsa a számtani és a mértani sorozat   | Tudjon sorozatot jellemezni (korlátosság, monotonitás).<br>Ismerje a konvergencia szemléletes fogalmát, valamint ismerje és alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozat definícióját.<br>Alkalmazza egyszerű sorozatokban a konvergens sorozatok összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó tételeket.<br>Vezesse le a számtani és a mértani sorozat általános tagjára vonatkozó összefüggéseket  |

| TÉMÁK  | VIZSGASZINTEK   |   |
|--|---|---|
|  | Középszint  | Emelt szint   |
| <p>3.3.2 Végtelen mértani sor</p> <p>3.3.3 Kamatos kamat, járadékszámítás</p>  | <p>összegképletét.</p> <p>Tudjon olyan feladatokat megoldani a számtani és mértani sorozatok témaköréből, ahol a számtani, illetve mértani sorozat fogalmát és az <math>a_n</math>-re, illetve az <math>S_n</math>-re vonatkozó összefüggéseket kell használni.</p> <p>Tudja a kamatos kamat számítására vonatkozó képletet használni, s abból bármelyik ismeretlen adatot kiszámolni.</p> <p>Tudjon gyűjtőjáradékot és törlesztőrészt számolni.</p> <p>Tudjon megtakarítási, befektetési és hitelfelvételi lehetőségekkel és azok kockázati tényezőivel kapcsolatos feladatokat megoldani.</p> | <p>Ismerje és alkalmazza egyszerű feladatokban a végtelen mértani sor fogalmát, összegét.</p>   |
| <p><b>3.4. Az egyváltozós valós függvények analízisének elemei</b></p> <p>3.4.1 Határérték, folytonosság</p> <p>3.4.2 Differenciálszámítás</p> |   | <p>Ismerje a végesben vett véges, a végtelenben vett véges és a tágabb értelemben vett határérték szemléletes fogalmát.</p> <p>Ismerje a folytonosság szemléletes fogalmát.</p> <p>Tudja a differencia- és differenciálhányados definícióját. Alkalmazza az összeg-, a különbség-, a konstansszoros, a szorzat- és a hányadosfüggvény deriválási szabályait.</p> <p>Alkalmazza egyszerű esetekben az összetett függvény deriválási szabályát.</p> <p>Tudja bizonyítani, hogy <math>(x^n)' = nx^{n-1}</math> (<math>n \in \mathbb{N}</math> esetén). Ismerje a trigonometrikus függvények deriváltját.</p> |

| TÉMÁK                  | VIZSGASZINTEK |   |
|------------------------|---------------|---|
|                        | Középszint    | Emelt szint   |
| 3.4.3 Integrálszámítás |               | <p>Alkalmazza a differenciálszámítást érintő egyenletének felírására, szélsőérték-feladatok megoldására és polinomfüggvények vizsgálatára (monotonitás, szélsőérték, konvexitás).</p> <p>Ismerje folytonos függvényekre a határozott integrál szemléletes fogalmát és tulajdonságait.</p> <p>Ismerje a kétoldali közelítés módszerét, az integrálfüggvény fogalmát, a primitív függvény fogalmát, valamint a Newton-Leibniz-tételt.</p> <p>Tudja polinomfüggvények, illetve a szinusz- és koszinuszfüggvény grafikonja alatti területet kiszámolni.</p> |

*4. Geometria, koordináta geometria, trigonometria*

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK   |  |
|---|---|--|
|   | Középszint  | Emelt szint  |
| <b>4.1 Elemi geometria</b><br><br>4.1.1 Térelemek<br><br><br><br><br><br><br><br><br>4.1.2 A távolságfogalom segítségével definiált | <p>Ismerje és használja megfelelően az alapfogalom, axióma, definiált fogalom, bizonyított tétel fogalmát.</p> <p>Ismerje a térelemeket és a szög fogalmát.</p> <p>Ismerje a szögek nagyság szerinti osztályozását és a nevezetes szögpárokat.</p> <p>Tudja a térelemek távolságára és szögére (pont és egyenes, pont és sík, párhuzamos egyenesek, párhuzamos síkok távolsága; két egyenes, egyenes és sík, két sík hajlásszöge) vonatkozó meghatározásokat.</p> <p>Ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát.</p> <p>Használja a fogalmakat feladatmegoldásokban.</p> | <p>Tudja kitérő egyenesek távolságát és hajlásszögét meghatározni.</p> <p>Ismerje a parabola fogalmát.</p> |

| TÉMÁK  | VIZSGASZINTEK  |  |
|--|--|--|
|  | Középszint   | Emelt szint  |
| ponthalmazok   |  |  |
| <b>4.2 Geometriai transzformációk</b><br>4.2.1 Egybevágósági transzformációk<br><br>4.2.2 Hasonlósági transzformációk<br><br>4.2.3 Egyéb transzformációk | <p>Ismerje a síkbeli egybevágósági transzformációk (eltolás, tengelyes tükrözés, középpontos tükrözés, pont körüli forgatás) leírását, tulajdonságait, és alkalmazza ezeket feladatokban.</p> <p>Tudjon végrehajtani transzformációkat konkrét esetekben.</p> <p>Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek egybevágósági alapeseteit.</p> <p>Ismerje fel és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.</p> <p>Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció leírását, tulajdonságait.</p> <p>Alkalmazza a középpontos nagyítást, kicsinyítést egyszerű, gyakorlati feladatokban.</p> <p>Ismerje és tudja alkalmazni feladatokban a háromszögek hasonlósági alapeseteit.</p> <p>Ismerje fel a hasonló alakzatokat, tudja felírni a hasonlóság arányát.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a hasonló síkidomok területének arányáról és a hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket.</p> | <p>Ismerje a geometriai transzformációk és a függvények kapcsolatát.</p> <p>Tudja pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk definícióit, a síkidomok egybevágóságának fogalmát, valamint a sokszögek egybevágóságának feltételét.</p> <p>Ismerjen példákat a térbeli egybevágósági transzformációkra.</p> <p>Ismerje a középpontos hasonlósági transzformáció és a hasonlósági transzformáció definícióját.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét, a tétel megfordítását és a párhuzamos szelőszakaszok tételét.</p> <p>Bizonyítsa és alkalmazza a belső szögfelező tételt.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a merőleges vetítést.</p> |
| <b>4.3 Síkbeli és térbeli alakzatok</b><br>4.3.1 Síkbeli alakzatok   | <p>Ismerje a síkidomok, testek csoportosítását különböző szempontok szerint.</p>   |  |

| TÉMÁK                  | VIZSGASZINTEK   |   |
|------------------------|---|---|
|                        | Középszint  | Emelt szint   |
| 4.3.1.1<br>Háromszögek | <p>Tudja csoportosítani a háromszögeket oldalak és szögek szerint.</p> <p>Ismerje és alkalmazza az alapvető összefüggéseket háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között (háromszög-egyenlőtlenség, belső, illetve külső szögek összege, nagyobb oldallal szemben nagyobb szög van).</p> <p>Ismerje és alkalmazza speciális háromszögek tulajdonságait.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó definíciókat, tételeket (oldalfelező merőleges, szögfelező, magasságvonal, magasságpont, súlyvonal, súlypont, középvonal, körülírt, illetve beírt kör).</p> <p>Bizonyítsa az oldalfelező merőlegesek metszéspontjára illetve a belső szögfelezők metszéspontjára vonatkozó tételt.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Pitagorasz-tételt.</p> | <p>Bizonyítsa a háromszög nevezetes vonalaira, pontjaira és köreire vonatkozó tételeket.</p>  |
| 4.3.1.2 Négyszögek     | <p>Ismerje a speciális négyszögek fajtáit (trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap, négyzet) és tulajdonságaikat, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p> <p>Ismerje a konvex négyszög belső és külső szögeinek összegére vonatkozó tételeket, alkalmazza ezeket egyszerű feladatokban.</p>   | <p>Bizonyítsa a Pitagorasz-tétel megfordítását. Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza a magasság- és a befogótételt.</p> <p>Bizonyítsa a húrnégyszögek és az érintőnégyszögek tételét, ismerje a tételek megfordítását. Ismereteit alkalmazza feladatok megoldásában.</p> |
| 4.3.1.3 Sokszögek      | <p>Ismerje, bizonyítsa és alkalmazza konvex sokszögeknél az átlók számára, a belső és külső szögösszegre vonatkozó tételeket. Ismerje a szabályos sokszögek definícióját.</p>   |   |

| TÉMÁK                                | VIZSGASZINTEK  |  |
|--------------------------------------|--|--|
|                                      | Középszint   | Emelt szint  |
| 4.3.1.4 Kör                          | <p>Ismerje a kör részeit, ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p> <p>Tudja és használja, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, és hogy külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p> <p>Tudjon szöget mérni fokban.</p> <p>Tudja és alkalmazza feladatokban, hogy a középponti szög arányos a körívvel és a hozzá tartozó körívk területével.</p>   | <p>Bizonyítsa, hogy a kör érintője merőleges az érintési pontba húzott sugárra, valamint hogy a külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.</p>   |
| 4.3.2 Térbeli alakzatok              | <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a Thalész-tételt és megfordítását. Bizonyítsa a Thalész-tételt.</p> <p>Ismerje a következő testeket és azok részeit, alkotóelemeit: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp. Ismereteit alkalmazza egyszerű feladatokban.</p>  | <p>Tudjon szöget mérni radiánban.</p> <p>Bizonyítsa és alkalmazza feladatokban a kerületi és középponti szögek tételét és a kerületi szögek tételét.</p> <p>Ismerje és használja a látókör fogalmát.</p> <p>Bizonyítsa a Thalész-tétel megfordítását.</p>  |
| <b>4.4 Vektorok síkban és térben</b> | <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vektor fogalma, abszolútértéke,</li> <li>- nullvektor, ellentett vektor,</li> <li>- vektorok összege, különbsége, vektor skalárszorosa.</li> </ul> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a következő definíciókat, tételeket:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- vektor koordinátái,</li> <li>- vektorok összegének, különbségének, skalárral való szorzatának koordinátái.</li> </ul> | <p>Ismerje és alkalmazza a vektorműveletekre vonatkozó műveleti azonosságokat.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a skaláris szorzat definícióját, tulajdonságait.</p> <p>Tudja koordinátaikkal adott vektorok hajlásszögét meghatározni.</p> <p>Ismerje az egyértelmű vektorfelbontás tételét.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a vektor <math>90^\circ</math>-os elforgatottjának koordinátáit, valamint a skalárszorzat kiszámítását vektorok koordinátaiból.</p> <p>Ismerje és bizonyítsa a skalárszorzat koordinátákból való kiszámítására vonatkozó tételt.</p> |

| TÉMÁK   | VIZSGASZINTEK  |  |
|---|--|--|
|   | Középszint   | Emelt szint  |
| <b>4.5 Trigonometria</b>  | <p>Tudja hegyesszögek szögfüggvényeit derékszögű háromszög oldalarányaival definiálni, ismereteit alkalmazza feladatokban.</p> <p>Tudja származtatni tompaszögek szögfüggvényeit a kiegészítő szögek szögfüggvényeiből.</p> <p>Tudja és alkalmazza a szögfüggvényekre vonatkozó alapvető összefüggéseket: pótszögek, kiegészítő szögek,</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}.$ <p>Ismerje és alkalmazza a nevezetes szögek (<math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math>) szögfüggvényeit.</p> <p>Szögfüggvény értékének ismeretében tudja a szöget meghatározni számológép segítségével.</p> <p>Ismerje és alkalmazza feladatokban a szinusz- és a koszinusztételt.</p> <p>Bizonyítsa a szinusztételt.</p> | <p>Ismerje a szögfüggvények általános definícióját, és alkalmazza forgásszögekre a középszinten szereplő összefüggéseket.</p> <p>Függvénytáblázat segítségével tudja alkalmazni egyszerű feladatokban az addíciós összefüggéseket (<math>\sin(\alpha + \beta)</math>, <math>\cos(\alpha + \beta)</math>, <math>\operatorname{tg}(\alpha + \beta)</math>, <math>\sin 2\alpha</math>, <math>\cos 2\alpha</math>, <math>\operatorname{tg} 2\alpha</math>).</p> <p>Bizonyítsa a koszinusztételt.</p> |
| <b>4.6 Koordinátageometria</b><br>4.6.1 Pontok, vektorok<br><br>4.6.2 Egyenes | <p>Tudja kiszámítani <math>\overrightarrow{AB}</math> vektor koordinátáit, abszolútértékét</p> <p>Tudja kiszámítani két pont távolságát.</p> <p>Tudja kiszámítani szakasz felezőpontjának koordinátáit, és alkalmazza ezt feladatokban.</p> <p>Tudja felírni egyenesek egyenletét <math>y = mx + b</math>, illetve <math>x = c</math> alakban.</p> <p>Tudja kiszámítani egyenesek metszéspontjának koordinátáit.</p> <p>Ismerje meredekséggel megadott egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.</p> <p>Tudjon megoldani egyszerű geometriai feladatokat</p>   | <p>Igazolja a szakasz felezőpontja és harmadoló pontjai koordinátáinak kiszámítására vonatkozó összefüggéseket.</p> <p>Igazolja és alkalmazza a háromszög súlypontjának koordinátáira vonatkozó összefüggést.</p> <p>Tudja többféle alakban felírni és levezetni az egyenes egyenletét a síkban különböző kiindulási adatokból.</p> <p>Ismerje egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordinátageometriai feltételeit.</p> <p>Tudja síkbeli egyenesek hajlásszögét meghatározni.</p>   |



| TÉMÁK                                  | VIZSGASZINTEK  |   |
|--|--|---|
|  | Középszint   | Emelt szint   |
| <p>4.6.3 Kör</p> <p>4.6.4 Parabola</p> | <p>koordinátageometriai eszközökkel.<br/>Tudja felírni adott középpontú és sugarú kör egyenletét.</p>  | <p>Tudja levezetni a kör egyenletét.<br/>Ismerje a kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet kapcsolatát.<br/>Tudja meghatározni kétismeretlenes másodfokú egyenletből a kör középpontját és sugarát.<br/>Tudja meghatározni kör és egyenes metszéspontját.<br/>Tudja felírni a kör adott pontjában húzott érintő egyenletét.<br/>Tudja meghatározni két kör kölcsönös helyzetét, metszéspontjait.<br/>Tudja levezetni a parabola <math>x^2 = 2py</math> alakú egyenletét.<br/>Tudjon feladatokat megoldani az y tengellyel párhuzamos tengelyű parabolákkal.</p> |
| 4.7 Kerület, terület                   | <p>Ismerje a kerület és a terület szemléletes fogalmát.<br/>Tudja kiszámítani a háromszög területét különböző adatokból: <math>t = \frac{a \cdot m}{2} = \frac{ab \cdot \sin \gamma}{2}</math></p> <p>Tudja kiszámítani nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, továbbá kör, körcikk, körszelet és körgyűrű kerületét és területét.</p> | <p>Bizonyítsa a háromszög területének kiszámítására használt képleteket, továbbá ismerje és alkalmazza az alábbi összefüggéseket:<br/><math>t = sr</math> (bizonyítással),<br/><math>t = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}</math>.<br/>Bizonyítsa nevezetes négyszögek és szabályos sokszögek területképleteit.</p>   |
| 4.8 Felszín, térfogat                  | <p>Ismerje a felszín és a térfogat szemléletes fogalmát.<br/>Tudja kiszámítani hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla és csonkakúp felszínét és térfogatát egyszerű esetekben.</p>   | <p>Bizonyítsa a csonkagúla és a csonkakúp térfogatképletét.</p>   |

## 5. Valószínűség-számítás, statisztika



| TÉMÁK                                     | VIZSGASZINTEK  |   |
|---|--|---|
|   | Középszint   | Emelt szint   |
| <b>5.2 A valószínűség-számítás elemei</b> | <p>Ismerje és alkalmazza konkrét példák esetén a következő fogalmakat: esemény, eseménytér, elemi esemény, események összege és szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a klasszikus (Laplace-)modellt. Tudja meghatározni esemény komplementerének a valószínűségét.</p> <p>Ismerje a szemléletes kapcsolatot a relatív gyakoriság és a valószínűség között.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a geometriai valószínűség modelljét.</p> <p>Tudjon valószínűséget számítani visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel esetén.</p> <p>Ismerje és alkalmazza a várható érték fogalmát.</p> | <p>Definiálja és alkalmazza a középszinten felsorolt fogalmakat. Definiálja és alkalmazza a feltételes valószínűség fogalmát.</p> <p>Tudja értelmezni a binomiális eloszlást (visszatevéses modell) és a hipergeometriai eloszlást (visszatevés nélküli modell). Tudjon ezek alkalmazásával konkrét valószínűségeket kiszámítani.</p> |

### C) VIZSGALEÍRÁS

#### A vizsga részei

| Középszint      |                | Emelt szint     |                |
|-----------------|----------------|-----------------|----------------|
| Írásbeli vizsga | Szóbeli vizsga | Írásbeli vizsga | Szóbeli vizsga |
| 180 perc        | 15 perc        | 240 perc        | 20 perc        |
| 100 pont        | 50 pont        | 115 pont        | 35 pont        |

#### A vizsgán használható segédeszközök

|                                       | Középszint   |  | Emelt szint  |   |
|---------------------------------------|--|--|--|---|
|                                       | Írásbeli vizsga  | Szóbeli vizsga   | Írásbeli vizsga  | Szóbeli vizsga  |
| A vizsgázó biztosítja                 | függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő | függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő | függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő | szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő |
| A vizsgaszervező intézmény biztosítja | NINCS  | NINCS  | NINCS  | a tételsorban szereplő feladatokhoz kapcsolódó összefüggéseket tartalmazó képlettár                 |

### Közzé kell tenni

|          | Középszint                                       |                | Emelt szint     |  |
|----------|--|----------------|-----------------|--|
|          | Írásbeli vizsga                                  | Szóbeli vizsga | Írásbeli vizsga | Szóbeli vizsga   |
| Anyag    | NINCS  | NINCS          | NINCS           | tételcímek, képlettár  |
| Határidő | NINCS  | NINCS          | NINCS           | május-júniusi vizsgaidőszak kezdete előtt legalább hatvan nappal |
| Felelős  | A vizsgaanyagok elkészítéséért felelős intézmény |                |                 |  |

## KÖZÉPSZINTŰ VIZSGA

### A vizsga részei

| Írásbeli vizsga |          | Szóbeli vizsga                     |
|-----------------|----------|------------------------------------|
| 180 perc        |          | 15 perc                            |
| 45 perc         | 135 perc |                                    |
| Feladatsor      |          | Definíció, illetve tétel kimondása |
| I. rész         | II. rész | Definíció közvetlen alkalmazása    |
| 30 pont         | 70 pont  | Feladatmegoldás                    |
| 100 pont        |          | 50 pont                            |

## Írásbeli vizsga

### Általános szabályok

Az írásbeli vizsgán a vizsgázóknak egy központi feladatsort kell megoldaniuk.

A vizsgázó az I. (45 perc) és a II. (135 perc) feladatlapon belül a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az egyes feladatok között és megoldásuk sorrendjét is meghatározhatja. A vizsgázó először az I. feladatlapot oldja meg. A vizsgadolgozatokat a 45 perc leteltével a felügyelő tanár összegyűjti. Ezután kerülhet sor a II. feladatlap kiosztására és megoldására.

Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

### Az írásbeli feladatlap formai jellemzői

A feladatsor két, jól elkülönülő feladatlapból áll.

Az I. feladatlap 10-12 feladatot tartalmaz, amely az alapfogalmak, definíciók, egyszerű összefüggések ismeretét hivatott ellenőrizni. Ebben a feladatlapban előfordulhat néhány igaz-hamis állítást tartalmazó vagy egyszerű feleletválasztós feladat is, de a feladatok többsége nyílt végű. Az első feladatlap megoldására 45 perc áll rendelkezésre, vagyis ezen idő eltelte után e feladatok megoldására nincs tovább mód.

A II. feladatlap megoldási időtartama 135 perc. Ez további két részre oszlik, melynek megoldása folyamatos, az adott időn belül nem korlátozott.

A II. A rész három, egyenként 9-14 pontos feladatot tartalmaz. A feladatok több részkérdésből állnak.

A II. B rész három, egyenként 17 pontos feladatot tartalmaz, amelyből a vizsgázó választása szerint kettőt kell megoldani, és csak ez a kettő értékelhető. A feladatok a középszintű követelmények keretein belül összetett feladatok, általában több témakört is érintenek és több részkérdésből állnak.

A II. feladatlap megoldására fordított időt a vizsgázó szabadon használhatja fel.

### Az írásbeli feladatlap tartalmi jellemzői

#### Irányadó tartalmi arányok

|   |     |
|---|-----|
| Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok | 20% |
| Számelmélet, algebra  | 25% |
| Függvények, az analízis elemei                                  | 15% |
| Geometria, koordináta geometria, trigonometria                  | 25% |
| Valószínűség-számítás, statisztika                              | 15% |

### **A feladatlap felépítése**

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes vizsgázók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. Az első témakörbe tartozik a feladatoknak minden olyan részeleme, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modell megalkotását igényli. A feladatsor feladatainak 30-50%-a szöveges, a hétköznapi élethelyzetekhez kapcsolódó, esetenként egyszerű modellalkotást igénylő feladat.

### **Az írásbeli feladatlap értékelése**

Az írásbeli vizsgadolgozatokat a szaktanár javítja és értékeli. Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik. A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldását, esetenként több változatot is, valamint az egyes megoldási lépésekre adható részpontszámokat.

A középszintű feladatlap II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázónak az erre a célra szolgáló négyzetben meg kell jelölnie annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ezt a felügyelő tanárnak a vizsgadolgozat beszedésekor ellenőriznie kell. Amennyiben ez nem történt meg, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

### **Szóbeli vizsga**

#### **Általános szabályok**

A szóbeli tételek nem hozhatók nyilvánosságra.

A szóbeli vizsgára kétszer annyi tételt kell készíteni, mint amennyien a szóbeli vizsgázók vannak, de a tételek száma nem lehet 10-nél kevesebb vagy 20-nál több.

Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

#### **A szóbeli tételek tartalmi jellemzői**

A tétel tartalmazzon három egyszerű, az elméleti anyag elsajátítását számon kérő kérdést (definíció, tétel kimondása, tétel bizonyítása, vagy ezek közvetlen alkalmazását megkívánó egyszerű feladat), valamint 3 feladatot.

A tétel egyes elemeiben jelenjen meg mind az öt nagyobb témakör.

#### **A szóbeli vizsgarész értékelése**

Az értékelés szempontjai:

- Az elméleti kérdések összesen: 15 pont
- A három feladat összesen: 30 pont
- Önálló teljesítményre való képesség, a feladatok logikus előadása, illetve a matematikai kommunikációs képesség: 5 pont

Azt, hogy a harmadik szempont szerinti 5 pontból mennyit kap a vizsgázó, annak a mérlegelésével kell eldönteni, hogy a vizsgázó milyen mértékben tudta önállóan megválaszolni a kérdéseket, illetve megoldani a feladatokat; ha segítő kérdésekre volt szüksége, azokat megértette-e, és a feleletében fel tudta-e használni.

A szóbeli vizsgát is tett vizsgázó végső értékelése az írásbeli és a szóbeli vizsga együttes pontszáma alapján történik.

## EMELT SZINTŰ VIZSGA

### A vizsga részei

| Írásbeli vizsga |          | Szóbeli vizsga  |
|-----------------|----------|---|
| 240 perc        |          | 20 perc   |
| Feladatsor      |          | Egy téma összefüggő kifejtése megadott szempontok szerint |
| I. rész         | II. rész |   |
| 51 pont         | 64 pont  |   |
| 115 pont        |          | 35 pont   |

### Írásbeli vizsga

#### Általános szabályok

Az írásbeli vizsgán a vizsgázóknak egy központi feladatsort kell megoldaniuk.

A vizsgázó a rendelkezésére álló időt tetszése szerint oszthatja meg az I. és a II. rész, illetve az egyes feladatok között, és megoldásuk sorrendjét is meghatározhatja.

Vizsgázónként megengedett segédeszközök: függvénytáblázat (egyidejűleg akár többféle is), szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, amelyekről a vizsgázó gondoskodik. Ezeket az eszközöket a vizsgázók a vizsga során egymás között nem cserélhetik.

#### Az írásbeli feladatsor formai jellemzői

Az I. részfeladatsor négy feladtból áll. Ezek az emelt szintű követelmények alapján egyszerűnek tekinthetők, többnyire a középszintű követelmények ismeretében is megoldhatók. A négy feladat közül legalább három több részkérdést is tartalmaz.

A II. részfeladatsor öt, egyenként 16 pontértékű feladatból áll. Ezek közül legalább kettőben a gyakorlati életben előforduló szituációból származik a probléma, így a megoldáshoz a vizsgázónak a szöveget le kell fordítania a matematika nyelvére, azaz matematikai modellt kell alkotnia, abban számításokat végeznie, s a kapott eredményeket az eredeti probléma szempontjából értelmezve kell válaszolnia a felvetett kérdésekre. A vizsgázónak az öt feladatból négyet kell kiválasztania, megoldania, és csak ez a négy értékelhető. A feladatok több részkérdést tartalmaznak, és általában több témakör ismeretanyagára támaszkodnak.

### **A feladatlap tartalmi jellemzői**

#### **Irányadó tartalmi arányok**

|   |     |
|---|-----|
| Gondolkodási módszerek, halmazok, logika, kombinatorika, gráfok | 20% |
| Számelmélet, algebra  | 25% |
| Függvények, az analízis elemei                                  | 20% |
| Geometria, koordináta geometria, trigonometria                  | 20% |
| Valószínűség-számítás, statisztika                              | 15% |

#### **A feladatlap felépítése**

Ezek az arányok természetesen csak hozzávetőlegesek lehetnek, hiszen a feladatok egy jelentős része több témakörbe is besorolható, összetett ismeretkörre épül, továbbá a feladatsor választható feladatokat tartalmazó részei miatt az egyes vizsgázók számára – a választásaiktól függően – az arányok eltolódhatnak. Az első témakörbe tartozik a feladatoknak minden olyan részeleme, amely a szöveg matematikai nyelvre való lefordítását, matematikai modellalkotást igényel.

A feladatsor feladatainak 30-40%-a szöveges, a hétköznapi élethelyzetekhez kapcsolódó, modellalkotást igénylő feladat.

#### **A feladatlap értékelése**

Az értékelés központi javítási-értékelési útmutató alapján történik. A javítási-értékelési útmutató tartalmazza a feladatok részletes megoldásait, azok lehetséges változatait, az egyes megoldási lépésekre adható részpontszámokat.

Az írásbeli feladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázónak az erre a célra szolgáló négyzetben meg kell jelölnie annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ezt a felügyelő tanárnak a vizsgadolgozat beszédeseikor ellenőriznie kell. Amennyiben ez nem történt meg, és a választás ténye a dolgozathoz sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

Az írásbeli vizsga összpontszáma 115 pont.

### **Szóbeli vizsga**



## Általános szabályok

Az emelt szintű szóbeli vizsga központi tételsor alapján zajlik.

A szóbeli vizsgára legalább húsz tételt kell készíteni. A tételsort úgy kell összeállítani, hogy tematikailag fedje le a követelményrendszert.

A tételek feladatait minden évben frissíteni kell.

Vizsgázónként szükséges segédeszköz a tételsorban szereplő feladatokhoz kapcsolódó összefüggéseket tartalmazó képlettár, melyet a vizsgaszervező intézmény biztosít, továbbá szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológép, körző, vonalzó, szögmérő, melyekről a vizsgázó gondoskodik.

Az egyes tételek egy-egy témából kerülnek ki. A tétel címében megjelölt témát logikusan, arányosan felépített, szabad előadásban kell kifejtenie a vizsgázónak. A feleletben feltétlenül szerepelniük kell az alábbi részleteknek:

- egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti definíció pontos kimondása;
- egy, a témához tartozó, a vizsgázó választása szerinti tétel pontos kimondása és bizonyítása;
- a kitűzött feladat megoldása;
- a téma matematikán belüli vagy azon kívüli alkalmazása, illetve matematikatörténeti vonatkozása (több ismertetése vagy egy részletesebb bemutatása).

A tételeket úgy kell összeállítani, hogy a nehézségük (az általuk átfogott tananyagrészek nagysága és mélysége) közel azonos legyen.

Ügyelni kell arra, hogy a tételben kitűzött feladat nehézsége az egyes tételeket tekintve körülbelül azonos legyen.

A vizsgán használható képlettárat és a tételcímeket nyilvánosságra kell hozni.

## A szóbeli vizsgarész értékelése

A szóbeli vizsgán elérhető pontszám 35. Az értékelés központi értékelési útmutató alapján történik.

## Az értékelési szempontok

|  |                      |         |
|--|----------------------|---------|
| <b>A felelet tartalmi összetétele, felépítésének szerkezete</b><br>Logikus felépítés, szerkesztettség, tartalmi gazdagság<br><i>Ebben a pontban kell értékelni a feleletben szereplő, a témához illő definícióknak, a kimondott tételnek és bizonyításának a nehézségét is.</i><br>A felelet matematikai tartalmi helyessége | 6 pont<br><br>4 pont | 10 pont |
| <b>A feleletben szereplő, a témához illő definíció helyes kimondása</b><br><i>Ha több definíciót is elmond, akkor a definícióra adható 2 ponttal a legjobbat kell értékelni.</i>   |                      | 2 pont  |
| <b>A feleletben szereplő, a témához illő tétel helyes kimondása és bizonyítása</b><br>A tétel helyes kimondása<br>A tétel helyes bizonyítása   | 2 pont<br>4 pont     | 6 pont  |

|  |                            |        |
|--|----------------------------|--------|
| <b>A kitűzött feladat helyes megoldása</b><br><i>Ha a feladatot csak a vizsgáztató segítségével tudja elkezdni, akkor maximum 5 pont adható.</i>   |                            | 8 pont |
| <b>Alkalmazások ismertetése</b><br><i>Egy, a tételhez illő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás részletes kifejtése, vagy 3-4 lényegesen eltérő alkalmazás vagy matematikatörténeti vonatkozás rövid ismertetése.</i>                |                            | 4 pont |
| <b>Matematikai nyelvhasználat, kommunikációs készség</b><br>Matematikai nyelvhasználat<br>Önálló, folyamatos előadásmód<br>Kommunikáció<br><i>Ez utóbbi 1 pont akkor is jár, ha a vizsgázó önálló felelete után nem volt szükség kérdésre.</i> | 2 pont<br>2 pont<br>1 pont | 5 pont |