Előjeles műveletel egyjegyű számokkal:

$-2+2=0$

$-2+(-2)=-4$

$-2-2=-4$

$-2-(-2)=-2+2=0$

$-1\cdot 1=-1$

$-1\cdot(-1)=1$

$\frac{-2}{2}=-1$

$\frac{-2}{-2}=1$

$\frac{+2}{-2}=1$

Azonos előjelek estén az eredmény pozitív.
Különböző előjelek estén, az eredmény negatív.

Sarrus szabály 2x2-es mátrixra:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 = 0$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = (-1) \cdot 1 - 2(-2) = -1 - (-4) = -1 + 4 =$$

$$= 3$$

$$=$$

Kifejtési tétel:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = -1 \cdot \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= -\left[\overset{0}{0 \cdot 3 \cdot 1} + \overset{2}{2 \cdot 2 \cdot 1} + \overset{3}{1 \cdot 3 \cdot 1} - (\overset{3}{1 \cdot 3 \cdot 1} + \overset{6}{2 \cdot 3 \cdot 1} + \overset{0}{0 \cdot 2 \cdot 1})\right] +$$

$$+ \left[\overset{3}{1 \cdot 3 \cdot 1} + \overset{0}{0 \cdot 3 \cdot 1} + \overset{2}{2 \cdot 2 \cdot 1} - (\overset{6}{2 \cdot 3 \cdot 1} + \overset{0}{0 \cdot 2 \cdot 1} + \overset{3}{1 \cdot 3 \cdot 1})\right] =$$

$$= -\overset{-4}{(5-9)} + \overset{-4}{(5-9)} = 4 - 4 = \underline{\underline{0}}$$

Radián

sin (0) = 0
cos (0) = 1

Az 1 radián (rad) az r ívhosszhoz tartozó szög, kb. 57 fok.

pi (3.14) radián 180 fok
2 pi radián 360 fok
pi/2 radian 90 fok
pi/4 radián 45 fok

Vektorok skaláris szorzata

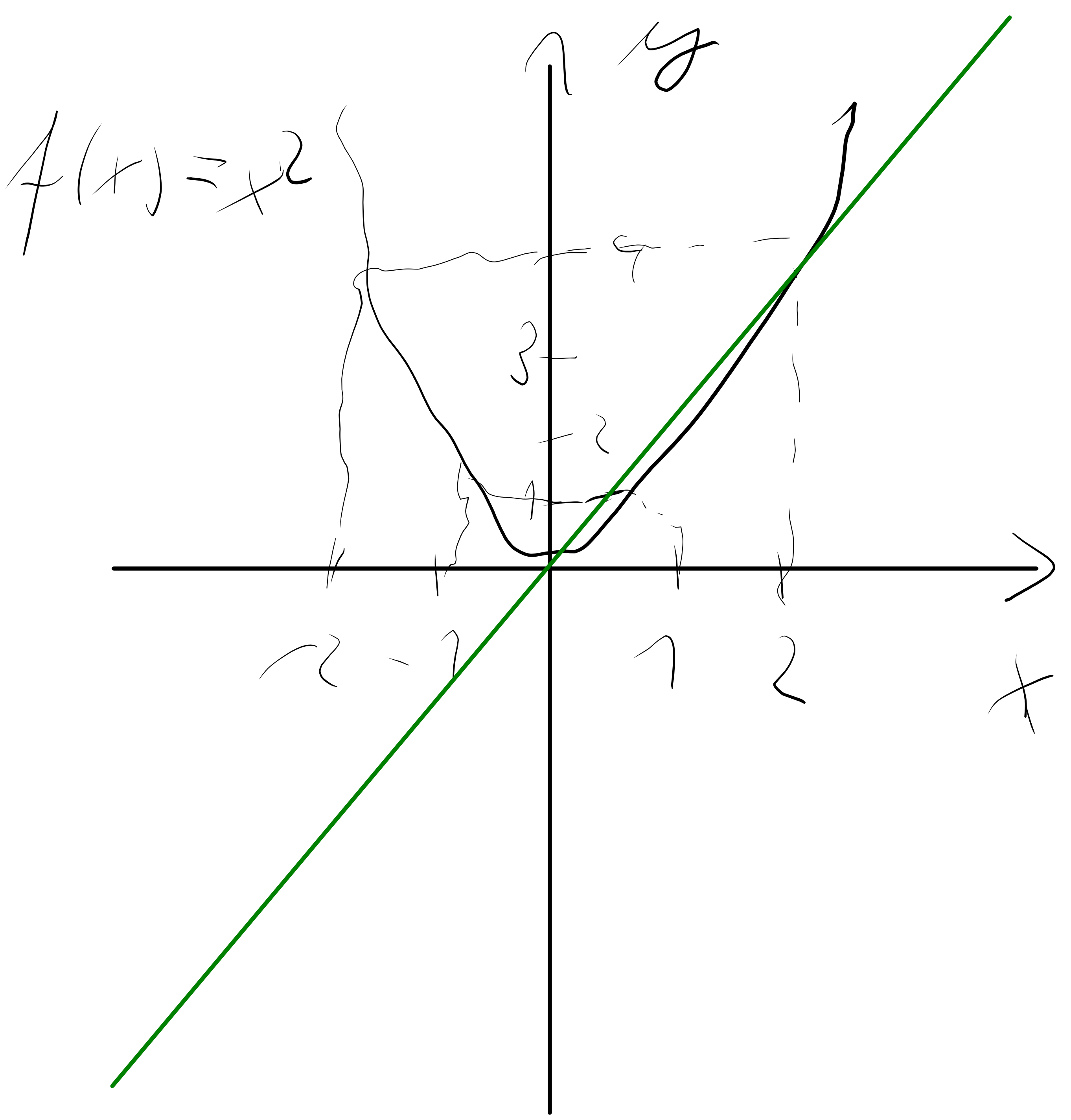
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 = 4 + 10 + 18 = \underline{\underline{30}}$$

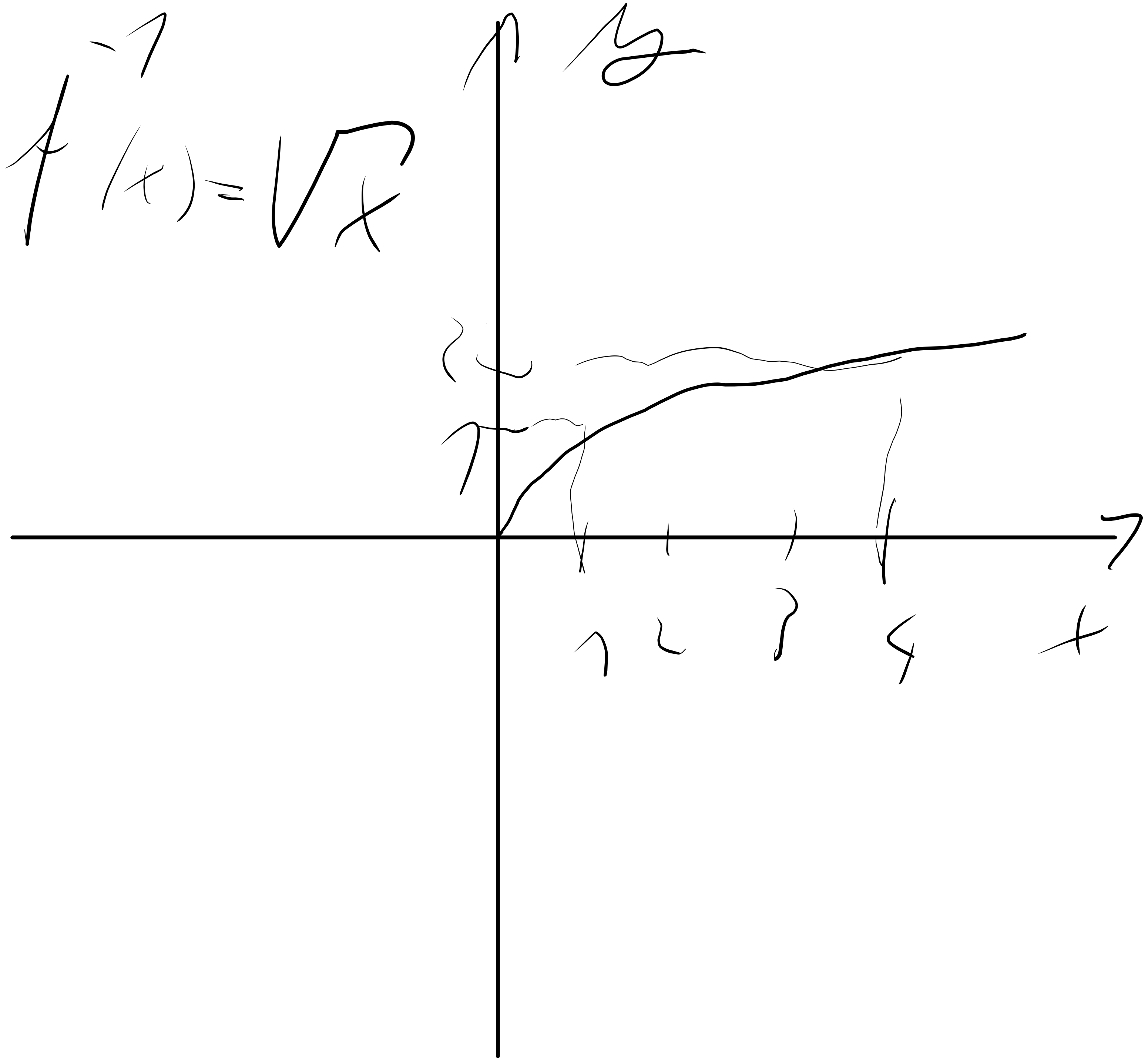
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \end{pmatrix} = 1 \cdot 2 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot 5 = \underline{\underline{5}}$$

Vektorok vektoriális szorzata

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \cdot 1 - (-1)(-3) \\ -1 \cdot 0 - (-2) \cdot 1 \\ -2(-3) - 0 \cdot 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Függvény inverze





Adottak a következő mátrixok:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \quad B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad C=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \quad D=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Végezze el az alábbi műveleteket, amennyiben lehetséges:

(a) A+B, B+C, C+D, 2A-B
(b) AB, AC, BC, BD
(c) A^T, D^T
(d) $\rho(A)$, $\rho(C)$
(e) A^{-1}, D^{-1}

(a) A+B Nem lehet összeadni őket, mert más a méretük.
B+C Nem lehet összeadni őket, mert más a méretük.
C+D Nem lehet összeadni őket, mert más a méretük.
2A-B Nem lehet elvégezni a műveleteket, mert más a méretük.

(b) AB Nem lehet elvégezni a műveletet, mert az A mátrix oszlopainak a száma és a B mátrix sorainak a száma különbözik.

$$AC=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1\cdot 0+0\cdot(-2)+2\cdot 3 & -1\cdot 1+0\cdot(-5)+2\cdot 7 \\ 0\cdot 0+2\cdot(-2)+1\cdot 3 & 0\cdot 1+2\cdot(-5)+1\cdot 7 \\ -2\cdot 0+2(-2)+5\cdot 3 & -2\cdot 1+2\cdot(-5)+5\cdot 7 \end{pmatrix}=$$

$$=\underline{\underline{\begin{pmatrix} 6 & 13 \\ -1 & -3 \\ 11 & 23 \end{pmatrix}}}$$

$$BC=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1*0+1(-2)+2*3 & 1*1+1(-5)+2*7 \\ -2*0+2(-2)+0*3 & -2*1+2(-5)+0*7 \end{pmatrix}=\underline{\underline{\begin{pmatrix} 4 & 10 \\ -4 & -12 \end{pmatrix}}}$$

BD Nem lehet elvégezni a műveletet, mert az B mátrix oszlopainak a száma és a D mátrix sorainak a száma különbözik.

(c)

$$A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \qquad A^T=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \qquad D^T=\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$\rho(C) = ?$ $\qquad \rho(C) = \underline{\underline{2}}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ -2 & -5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow[3(II)]{2(I)} \begin{pmatrix} 6 & 14 \\ -6 & -15 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{(II)+(I)} \begin{pmatrix} 6 & 14 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(III)+(II)} \begin{pmatrix} 6 & 14 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(d) $\rho(A) = ?$

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix} \xrightarrow{(III)-2(I)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{(III)-(II)} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$\rho(A) = 2$

(e)

-10 0 0 +8 0 +2

$A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ $A^{-1} = ?$ det(A)=-1*2*5+0*1(-2)+0*1(-2)-2*2(-2)-0*0*5-(-1)1*2=-10+8+2=0

Az A mátrix determinánsa nulla, így nem invertálható.

A D mátrix nem invertálható, mert nem négyzetes mátrix.

Adja meg az X mátrix elemeit, ha

$$X\underbrace{\begin{pmatrix}1&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}}_{\underline{A}}=\underbrace{\begin{pmatrix}1&-1&3\\4&3&2\\1&-2&5\end{pmatrix}}_{\underline{B}}$$

$$\underline{X}\cdot\underline{A}=\underline{B}\quad /\cdot\underline{A}^{-1}$$

$$\underline{X}\cdot\underbrace{\underline{A}\cdot\underline{A}^{-1}}_{\underline{E}}=\underline{B}\cdot\underline{A}^{-1}$$

$$\underline{X}=\underline{B}\cdot\underline{A}^{-1}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\2&1&0&0&1&0\\1&-1&1&0&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[(III)-(I)]{(II)-2(I)}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&-1&1&0&0\\0&+1&-2&+2&-1&0\\0&-2&+2&-1&0&1\end{array}\right)\xrightarrow[(III)+2(II)]{(I)-(II)}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&1&-1&1&0\\0&1&-2&2&-1&0\\0&0&-2&3&-2&1\end{array}\right)-\frac{1}{2}(III)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&1&-1&1&0\\0&1&-2&2&-1&0\\0&0&1&-\frac{3}{2}&1&-\frac{1}{2}\end{array}\right)\xrightarrow[(II)+2(III)]{(I)-(III)}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&\frac{1}{2}&0&+\frac{1}{2}\\0&1&0&-1&1&-1\\0&0&1&-\frac{3}{2}&1&-\frac{1}{2}\end{array}\right)$$

$$\underline{A}^{-1}=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&0&\frac{1}{2}\\-1&1&-1\\-\frac{3}{2}&1&-\frac{1}{2}\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0&1\\-2&2&-2\\-3&2&-1\end{pmatrix}$$

$$\underline{X}=\underline{B}\cdot\underline{A}^{-1}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-1&3\\4&3&2\\1&-2&5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0&1\\-2&2&-2\\-3&2&-1\end{pmatrix}=\ldots=\underline{\underline{\begin{pmatrix}-3&2&0\\-4&5&-2\\-5&3&0\end{pmatrix}}}$$