

(MATNA1902) Alkalmazott lineáris algebra 2. zárthelyi dolgozat
(ENKEMNA0302) Applied Linear Algebra Test 2

6. Mátrixok / Matrices

a.) Adja meg az alábbi mátrixok nyomát! / What is the trace of the matrices below?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 8 & 1+i \\ 1-i & 5 \end{pmatrix} \mathbf{C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 2+3i & 4i \\ 2-3i & 0 & 6-7i \\ -4i & 6+7i & 3 \end{pmatrix} \mathbf{F} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i & -1+i \\ i & 1 & 1+i \\ 1+i & -1+i & 0 \end{pmatrix}$$

b.) Melyik mátrix (szemi)ortogonális? Melyik mátrix önadjungált (Hermitikus), melyik unitér? / Which matrix is (semi)orthogonal? Which matrix is Hermitian or unitary?

c.) Számolja ki az ortogonális (de nem hermitikus, vagy unitér) mátrixok inverzét! / Calculate the inverse of the orthogonal (but neither Hermitian nor unitary) matrices.

d.) Mi az $(1, 1, 0)$ és $(0, i, i)$ pontok távolsága? / What is the distance between the points $(1, 1, 0)$ and $(0, i, i)$? (20 pont)

7. LU-felbontás / LU decomposition

a.) Adja meg az alábbi mátrix LU-felbontását! / What is the LU decomposition of the matrix below?

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

b.) Oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert az \mathbf{A} mátrix LU-felbontását használva! / Solve the following system of linear equations using LU decomposition.

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

c.) Számítsa ki az \mathbf{A} mátrix az inverzét LU felbontással! / Calculate the inverse of matrix \mathbf{A} using LU decomposition. (20 pont)

8. Adja meg az alábbi mátrix sajátértékeit és a saját altereket, majd diagonalizálja a mátrixot! / Calculate the eigenvalues and eigenspaces. Diagonalize the matrices.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

(10 pont)

A zárthelyi osztályozása: 0-20 pont: elégtelen (1), 21-27 pont: elégséges (2), 28-35 pont: közepes (3), 36-42 pont: jó (4) és 43-50 pont: jeles (5). / Grades: 0-20 points: Fail (1), 21-27 points: Pass (2), 28-35 points: Satisfactory (3), 36-42 points: Good (4) és 43-50 points: Excellent (5).

Facskó Gábor / Gabor FACSKO
facskog@gamma.ttk.pte.hu

Pécs, 2025. május 8. / May 8, 2025