

VII. MÁTRIXOK

17. Adottak a következő mátrixok:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Végezze el a következő műveleteket!

- a.) $\mathbf{F} \cdot \mathbf{A}$
- b.) $\mathbf{C} \cdot \mathbf{B}$
- c.) $\mathbf{A}^T + \mathbf{F}$
- d.) $\mathbf{C} \cdot \mathbf{E}^T$
- e.) $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$
- f.) \mathbf{A}^{-1}
- g.) \mathbf{C}^{-1}

18. Adottak a következő mátrixok:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Végezze el a következő műveleteket!

- a.) $\mathbf{D} \cdot \mathbf{A}$
- b.) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{C}$
- c.) $\mathbf{A}^T + \mathbf{F}$
- d.) $\mathbf{C} \cdot \mathbf{E}^T$
- e.) $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$
- f.) \mathbf{E}^{-1}
- g.) \mathbf{F}^{-1}

VIII. BÁZISTRANSZFORMÁCIÓK

19. Írja fel az $\mathbf{a} = (5, 1, 2, 4)^T$ vektort az

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

bázisban.

20. Írja fel az $\mathbf{a} = (2, 1, 2, 1)^T$ vektort az

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

bázisban.

IX. MÁTRIXEGYENLETEK

21. Oldja meg az alábbi mátrixegyenleteket!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 21 \\ 8 & 4 & 0 \\ 4 & 12 & 14 \end{pmatrix}$$

a.) $\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} - 3\mathbf{B} = \mathbf{C}$

b.) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X}^{-1} + \mathbf{B}^{-1} = 2\mathbf{X}^{-1}$

22. Oldja meg az alábbi mátrixegyenleteket!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

a.) $\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} - 2\mathbf{B} = \mathbf{C}$

b.) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{X}^{-1} + \mathbf{C}^{-1} = \mathbf{X}^{-1}$

X. SAJÁTÉRTÉKPROBLÉMA

23. Adja meg az alábbi mátrix sajátértékeit és egy-egy, a sajátértékhez tartozó sajátvektort!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

24. Adja meg az alábbi mátrix sajátértékeit és egy-egy, a sajátértékhez tartozó sajátvektort!

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

XI. LINEÁRIS LEKÉPEZÉSEK

25. Az alábbi leképezések közül melyik lineáris? Adja meg a leképezés mátrixát is!

a.)

$$f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 2x_1 + x_2 \\ x_1 + x_2 \\ x_3 + 3x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3)$$

b.)

$$f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 3x_1 \\ x_1x_2 \\ 2x_2 \\ x_1 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2)$$

26. Az alábbi leképezések közül melyik lineáris? Adja meg a leképezés mátrixát is!

a.)

$$f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 + 2x_2 \\ x_3 + 2x_2 \\ 2x_3 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3)$$

b.)

$$f(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} x_1 \\ 2x_1x_2 \\ 3x_2 \\ 2x_1 \end{pmatrix} \quad (\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2)$$