

(MATNA1901) Lineáris algebra vizsgatematika

~~Skálár és vektor mennyiségek. A vektorok más meghatározásai. Vektorok koordináta-reprezentációi. Vektorok egyenlősége és hossza. A null vektor. Vektorok összeadása, kivonása és skalárral való szorzása. A vektorműveletek tulajdonságai. Inverz vektor. Egységvektor. Normálvektor. Felezőpont, pontok távolsága, gömb-egyenlete. Vektorok skaláris szorzása és tulajdonságai. Vektoriális szorzat és tulajdonságai. Vegyes szorzat.~~

Operátorok és mátrixok. Halmaz, pár, rendezet pár, reláció. Injekció, szürjekció, bijekció, függvény. Lineáris leképezés. Operátor, példák operátorokra. Mátrixok. Mátrix főátlója, sora, oszlopa. Műveletek mátrixokkal, a mátrix rangja. Mátrix rangjának meghatározása. Transzponálás. Sortér, oszloptér.

Négyzetes mátrix determinánsa. A determináns kétféle definíciója. A determináns kiszámítása kifejtési tétellel. Sarrus szabály. Vegyes szorzat kifejezése determináns segítségével. A Gauss-elimináció módszere determinánsok kiszámítására.

Mátrix inverze. Reguláris és szinguláris mátrixok. Inverz mátrix kiszámítása elemi átalakítással. Inverz mátrix kiszámítása algebrai aldeterminánssal.

Lineáris kombináció, lineáris egyenletrendszerek. A lineáris egyenletrendszer alapmátrixa (együtthatómátrix). Gauss-féle eliminációs módszer lineáris egyenletrendszerek megoldására. Cramèr szabály.

Vektortér. Lineáris függetlenség. Altér, generátorrendszer, végedsen generált altér, bázis, dimenzió, affin altér. Halmazok (Minkowski-)összege. Alterek összege és metszete. Direkt összeg.

Lineáris transzformációk. Lineáris leképezés. Mátrixreprezentáció. Lineáris forma, bilineáris forma. Szimmetrikus és kvadratikus bilineáris forma. Izomorfizmus. Dimenziók. Képtértér, magtér. Dimenziótétel (rang-nullitási tétel).

Transzformációs mátrixok. Forgási mátrix 2D-ben és 3D-ben. Vektorok tükrözése egyenesre és síkra. Merőleges projekció egyenesre és síkra. Eltolás síkban és térben.

Sajátérték, sajátvektor, sajátaltér. Sajátértékek meghatározása, karakterisztikus polinom. Sajátvektorok alterei. Lineáris transzformációk sajátértéke és sajátaltere: a sík vektorainak tükrözése egy egyenesre, a sík vektorainak merőleges vetítése egy egyenesre, a tér vektorainak elforgatása egy egyenes körül a 180° egész számú többszörösétől különböző szöggel, a tér vektorainak merőleges vetítése egy síkra; és a tér vektorainak tükrözése egy síkra.

Mátrix diagonalizálása. Mátrixok hasonlósága. Hasonlóságra invariáns tulajdonságok. Kvadratikus alak. Sajátértékhez kapcsolódó invariánsok. Diagonalizálhatóság. Diagonalizálhatóság szükséges és elégséges feltétele.

Gram-Schmidt féle ortogonalizáció. Euklideszi, ortogonális, ortonormált vektortér. Ortogonalizációs eljárás.

Facskó Gábor
facskog@gamma.ttk.pte.hu

Pécs, 2025. április 29.