Lineárisan függetlenek-e az a = (−1, 2, 1, 3), a b = (0, 5, −2, 2) és a c = (1, 1, 3, 1) vektorok?

l1*a+l2*b+l3*c=0

-l1 +l3=0 => l1=l3
2*l1+5*l2 +l3=0
l1 -2*l2+3*l3=0
3*l1+2*l2 +l3=0
------------------------ (l3 helyére behelyettesítem l1-et.)
2*l1+5*l2+l1=0
l1-2*l2+3*l1=0
3*l1+2*l2+l1=0
------------------- (Ezt kaptam.)
3*l1+5*l2=0
4*l1-2*l2=0
4*l1+2*l2=0
---------------- (II)+(III)
3*l1+5*l2=0
8*l1=0

3*l1+5*l2=0
l1=0(=l3)
-------------- l1=0
5*l2=0 -> l2=0 l1=l2=l3=0

A vektorok együtthatói nullák, tehát ezek a vektorok lineárisan függetlenek.

Altér-e az R^3-on az U={(x1+x2,-x1-x2,4*x2)|x1,x2 eleme R-nek} halmaz?

(I) additivitás: minden a(a1,a2,a3), b(b1,b2,b3) U-beli elemre, a+b(a1+b1,a2+b2,a3+b3) is eleme az U-nak.

(a1+a2,-a1-a2,4*a2)+(b1+b2,-b1-b2,4*b2)=(a1+a2+b1+b2,-a1-a2-b1-b2,4*a2+4*b2)=[(a1+b1)+(a2+b2),-(a1+b1)-(a2+b2),4*(a2+b2)]=(c1+c2,-c1-c2,4*c2) elem U-nak, q.e.d

ci=ai+bi

(II) homogenitás: minden l valós számra és a(a1,a2,a3) U-beli elemre, l*a(l*a1,l*a2,l*a3) is eleme az U-nak.

l*(a1+a2,-a1-a2,4*a2)=(l*a1+l*a2,-l*a1-l*a2,4*l*a2)=(d1+d2,-d1-d2,4*d2) eleme az U-nak. q.e.d

di=l*ai

A kétfeltétel teljesült, így az U altére a R^3.

Tk 33/12: Lineárisan független-e az a(6,4,-1), a b(2,1,6) és a c(1,0,4) vektor?

```
l1*a+l2*b+l3*c=0

6*l1+2*l2+   l3=0
4*l1+   l2        =0  -> l2=-4*l1
  -l1+6*l2+4*l3=0
----------------------
6*l1-8*l1+l3=0
-l1-24*l1+4*l3=0
---------------------
-2*l1+l3=0    -> l3=2*l1
-25*l1+4*l3=0
--------------------
-25*l1+8*l1=0
-------------------
-17*l1=0
------------------
l1=0=l2=l3
```

Ezek a vektorok lineárisan függetlenek, mert l1, l2, és l3 mind zérus.

Tk 29/2a

x1+2*x2+5*x3=-9
x1-x2+3*x3=2
3*x1-6*x2-x3=25
---------------------- (II)-(I), (III)-3(I)
x1+2*x2+5*x3=-9
-3*x2-2*x3=11
-12*x2-16*x3=52
---------------------- (III)-4(II)
x1+2*x2+5*x3=-9
-3*x2-2*x3=11
-8*x3=8
----
x3=-1
x2=-1/3*(11+2*x3)=-1/3*(11-2)=-3
x1=-9-2*x2-5*x3=-9+2*3+5=2

Tk 29/2a

$$x1+2*x2+5*x3=-9$$
$$x1-x2+3*x3=2$$
$$3*x1-6*x2-x3=25$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & -6 & -1 \end{vmatrix}=1+18-30+15+2+18=24$$

$$x1=1/24*\begin{vmatrix} -9 & 2 & 5 \\ 2 & -1 & 3 \\ 25 & -6 & -1 \end{vmatrix}=1/24*(-9+150-60+125+4-162)=48/24=2$$

$$x2=1/24*\begin{vmatrix} 1 & -9 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 25 & -1 \end{vmatrix}=1/24*(-2-81+125-30-9-75)=-72/24=-3$$

$$x3=1/24*\begin{vmatrix} 1 & 2 & -9 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -6 & 25 \end{vmatrix}=1/24*(-25+12+54-27-50+12)=-24/24=-1$$

Tk 29/2a

x1+2*x2+5*x3=-9
x1-x2+3*x3=2
3*x1-6*x2-x3=25

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -1 & 3 \\ 3 & -6 & -1 \end{pmatrix} \quad b=\begin{pmatrix} -9 \\ -2 \\ 25 \end{pmatrix}$$

A*x=b /A^-1*

x=A^-1*b

$$A^{-1}=1/24\begin{pmatrix} 19 & -28 & 11 \\ 10 & -16 & 2 \\ -3 & 12 & -3 \end{pmatrix}$$

$$x=\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$