$$E_n = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & & \\ 0 & 1 & 0 & & \\ 0 & 0 & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$tr(E_n) = n$$

$$[a]_\times \cdot \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a_3 b_2 + a_3 b_3 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ -a_2 b_1 + a_1 b_2 \end{pmatrix} = \underline{a} \times \underline{b}$$

Megjegyzés: A ferdén szimmetrikus mátrixok nyoma 0, mert a főátlóban 0-k állnak.

Áll. 3 egymást követő term. szám szorzata 6-tal osztható.

$$tr(A) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii}$$

Biz.: $x, x+1, x+2$

$$6 \mid x \cdot (x+1) \cdot (x+2) =$$

$$tr \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} = 1+5+9 = 15$$

⇓

2 és 3 is osztható

$x \Rightarrow$ páros $\rightarrow$ osztható 2-vel
$x \Rightarrow$ páratlan $\rightarrow$ $x+1$ $\rightarrow$ osztható 2-vel
$\Rightarrow$ szorzat osztható 2-vel

$x \Rightarrow$ osztható 3-mal $\Longrightarrow$ szorzat osztható 3-mal
x 3-mas maradéka 1 $\Rightarrow$ $x+2$ osztható 3-mal $\Rightarrow$ szorzat osztható 3-mal
2 $\Rightarrow$ $x+1$ ‖
$\Rightarrow$ szorzat mindig osztható 3-mal

$\Rightarrow$ a szorzat osztható 6-tal

$\square$

Áll. $\forall A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

$$\underline{\mathrm{I}}\quad tr(\underline{A}+\underline{B}) = tr(\underline{A}) + tr(\underline{B})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow tr(\underline{A}) = tr(\underline{A}^T)$$

Biz.:

$$tr(\underline{A}+\underline{B}) = \sum_{i=1}^{n} (a_{ii}+b_{ii}) = \sum_{i=1}^{n} a_{ii} + \sum_{i=1}^{n} b_{ii} = tr(\underline{A}) + tr(\underline{B})$$

q.e.d.

a_{ij} b_{ij}

$\sum_{i=1}^{n} a_{ii}$ $\sum_{i=1}^{n} b_{ii}$

(II) $tr(\lambda \underline{A}) = \lambda tr(\underline{A})$

$$tr(\lambda \underline{A}) = \sum_{i=1}^{n} \lambda a_{ii} = \lambda \underbrace{\boxed{\sum_{i=1}^{n} a_{ii}}}_{} = \lambda \cdot tr(\underline{A})$$

$tr(\underline{A})$

q.e.d.

2.