Lineáris algebra 2 - A csoport

1. Adottak a következő mátrixok:

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{D}} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \underline{\underline{F}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Végezd el az alábbiak közül az elvégezhető műveleteket!

a.)
$$\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{A}}$$
 b.) $\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{B}}$ c.) $\underline{\underline{A}}^T + \underline{\underline{F}}$ d.) $\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{E}}^T$ e.) $\underline{\underline{E}} \cdot \underline{\underline{B}}$ f.) $\underline{\underline{A}}^{-1}$ g.) $\underline{\underline{C}}^{-1}$

2. Írd fel az $\vec{a} = (-5, -1, 2, 4)^T$ vektort a

$$\begin{pmatrix} -2\\0\\1\\1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3\\-2\\0\\2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4\\-1\\1\\5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2\\1\\0\\0 \end{pmatrix}$$
 (1)

bázisban.

3. Oldd meg az alábbi mátrixegyenleteket!

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{C}} = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 21 \\ -8 & 4 & 0 \\ -4 & -12 & -14 \end{pmatrix}$$

a.)
$$\underline{\underline{X}} \cdot \underline{\underline{A}} - 3\underline{\underline{B}} = \underline{\underline{C}}$$

b.)
$$\underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{X}}^{-1} + \underline{\underline{B}}^{-1} = 2\underline{\underline{X}}^{-1}$$

4. Add meg az alábbi mátrix sajátértékeit és egy-egy, a sajátértékhez tartozó sajátvektort

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Az alábbi leképzések közül melyik lineáris? Add meg a leképzés mátrixát is!

a.)
$$f(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 2x_1 - x_2 \\ -x_1 + x_2 \\ x_3 + 5x_2 \\ -x_3 \end{pmatrix}$$
 $(\vec{x} \in \mathbb{R}^3)$

a.)
$$g(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 4x_1 \\ -2x_1x_2 \\ x_2 \\ -x_1 \end{pmatrix} \quad (\vec{x} \in \mathbb{R}^2)$$