

Skalár és vektor mennyiségek. A vektorok más meghatározásai. Vektorok koordináta reprezentációi. Vektorok egyenlősége és hossza. Vektorok összeadása, kivonása és skalárral való szorzása, továbbá ezen műveletek tulajdonságai. Egységvektor, normál vektor. Felezőpont, pontok távolsága, gömb egyenlete. Vektorok skaláris szorzása és tulajdonságai. Vektoriális szorzat és tulajdonságai. Vegyes szorzat.

Operátorok. Halmaz, pár, rendezett pár, relációk. Injekció, szürjekció, bijekció, függvények. Lineáris vektor-vektor függvények. Mátrixok. Mátrix főátlója. Műveletek mátrixokkal, a mátrix rangja. Transzponálás. Egységmátrix. Négyzetes mátrixok hatványozása. Vektorrendszer rangja és meghatározása. Képfeldolgozási példa, háttér hozzáadása képhez. Impulzus momentum.

Különleges mátrixok-I. Transzformációs mátrixok: forgatás egyenes körül, tükrözés, vetítés egyenesre és síkra. Diagonális mátrixok, műveletek diagonális mátrixokkal. Permutáló mátrixok, kigyók, előállításuk, műveletek permutáló mátrixokkal. Háromszög mátrixok és műveleteik. Szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrixok. Felbontás szimmetrikus és ferdén szimmetrikus mátrix összegére.

Különleges mátrixok-II. Műveletek blokkmátrixokkal. Hipermaátrixok. Kronecker-szorzat és a vektorfüggvény. Mátrix nyoma. A nyom lineáris leképezés. A nyom tulajdonságai.

Négyzetes mátrixok determinánsa. A determináns kétféle definíciója. Determináns kiszámítása kifejtési tétel szerint. A vegyes szorzat kifejezése determináns segítségével. A determináns elemi tulajdonságai. Kifejtési tétel. Gauss-elimináció módszere determinánsok kiszámítására.

Mátrix inverze. Az inverz mátrix kiszámítása elemi átalakításokkal. Az inverz mátrix kiszámítása algebrai aldeteminánsal. ~~Sherman-Morrison-Woodbury elmélet.~~

Sajátérték, sajátvektor, sajátaltér. A sajátértékek meghatározása. Karakterisztikus polinom, karakterisztikus gyök. A sajátvektorok alterei. Sajátaltér. Háromszögmátrixok sajátértékei. Determináns, nyom és a sajátértékek. A 2×2 -es szimmetrikus mátrixok sajátalterei. Mátrix összes sajátértékének és sajátvektorának meghatározása. Mátrix invertálhatósága és a 0 sajátérték. Speciális mátrixok sajátértéke. ~~Le Verrier-Souriau algoritmus.~~ Lineáris transzformáció sajátértéke és a sajátaltere.

Diagonizálás. Hasonlóság. Hasonlóságra invariáns tulajdonságok. Kvadratikus alak. sajátértékhez kapcsolódó invariánsok. Lineáris transzformációk diagonizálása: a sík vektorainak tükrözése egy egyenesre, a sík vektorainak merőleges vetítése egy egyenesre, a tér vektorainak elforgatása egy egyenes körül a 180° egész számú többszörösétől különböző szöggel, a tér vektorainak merőleges vetítése egy síkra, a tér vektorainak tükrözése egy síkra.

LU-felbontás. Egyenletrendszer megoldása LU-felbontással. Mátrix invertálása LU-felbontással.

Ortonormált bázis – ortogonális mátrix. Ortogonális mátrixok ekvivalens definíciói. Ortogonális mátrixhoz tartozó mátrixleképezés. Ortogonális mátrixok tulajdonságai. Minden $O(2)$ -be eső ortogonális mátrix vagy egy forgatás, vagy egy egyenesre való tükrözés mátrixa. ~~Gram-Schmidt-ortogonalizáció.~~ A QR-felbontás, szöveges leírás.

Komplex és véges test feletti terek. Komplex vektorok és terek, komplex vektorok skaláris szorzata. Komplex mátrix adjungáltja, Hermite-féle transzponált. Komplex vektorok skaláris szorzata. Az adjungált tulajdonságai. A komplex skaláris szorzás tulajdonságai. Önadjungált, vagy unitér mátrixok. Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz-egyenlőtlenség. ~~Maldenbrot és Julia halmaz.~~

Diszkrét Fourier-transzformált. A Fourier-sorok komplex alakja. A Fourier-mátrixok tulajdonságai. Diszkrét Fourier-transzformáció (DFT). A DFT tulajdonságai. Inverz Diszkrét Fourier-transzformáció (IDFT). Szűrés DFT és IDFT segítségével. Vektorok konvolúciója.

Szinguláris érték, szinguláris vektor, SVD. Szinguláris érték. Szinguláris felbontás (Singular Value Decomposition, SVD). Az SVD létezése és Σ egyértelműsége. Főkomponens analízis (Principal Component Analysis, PCA), csak szövegesen. Kovariancia és kovariancia mátrix csak szövegesen.

Facska Gábor

facskog@gamma.ttk.pte.hu