

# Tópico 08 – Funções

Prof. André Gustavo Hochuli

# Plano de Aula

- Definição de Função
- Implementações de Funções
- Exercícios



# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times F(1)$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times F(1)$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times F(0)$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times F(1)$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times F(0)$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times F(1)$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$



# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times 2 \rightarrow 6$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

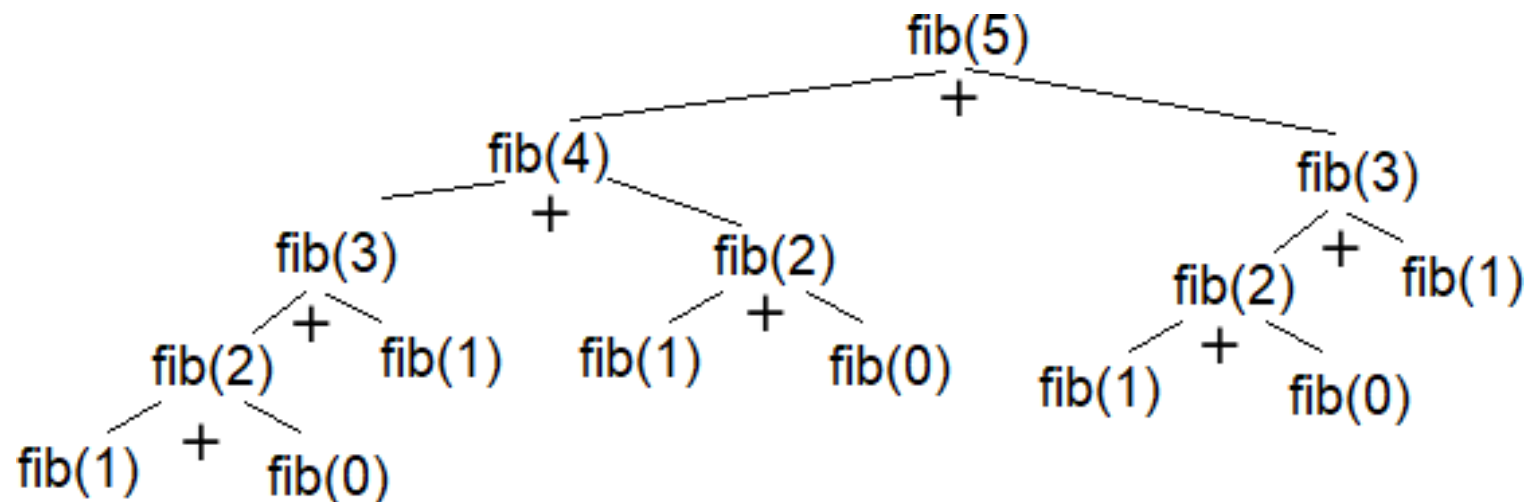
- Uma função recursiva é aquela que faz referência a si própria na sua definição
- Um exemplo clássico é o cálculo fatorial:
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times 3 \rightarrow 12$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times 2 \rightarrow 6$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

# Recursão

- Outro exemplo é a série de Fibonacci:

$$\begin{cases} 0 & \text{se } n = 0 \\ 1 & \text{se } n = 1 \\ F(n-1) + F(n-2) & \text{se } n > 1 \end{cases}$$



# Recursão

- E na programação?
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

```
def fatorial(n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    else:  
        return n * fatorial(n - 1)
```

# Recursão

- E na programação?
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

```
def fatorial(n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    else:  
        return n * fatorial(n - 1)
```

- Ao implementar recursão deve-se atentar:
  - Problema Base (Critério de Parada)
  - Convergência para o problema base (sub-problema, ex:  $(n-1)$  )

# Recursão

- E na programação?
- $(!4) = (4 \times 3 \times 2 \times 1) \rightarrow 24$ 
  - $F(4) \rightarrow 4 \times F(3)$
  - $F(3) \rightarrow 3 \times F(2)$
  - $F(2) \rightarrow 2 \times 1 \rightarrow 2$
  - $F(1) \rightarrow 1 \times 1 \rightarrow 1$
  - $F(0) \rightarrow 1$

$$\begin{cases} 1 & \text{se } n = 0 \\ n \times (n - 1)! & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

```
def fatorial(n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    else:  
        return n * fatorial(n - 1)
```

- Ao implementar recursão deve-se definir:
  - Problema Base (Critério de Parada)
  - Convergência para o problema base (sub-problema, ex:  $(n-1)$  )

# Recursão

- Vamos codificar alguns exercícios:
  - Print N até 0 (Avaliar print antes e depois do return)
  - Soma de N até 0
  - Soma dos dígitos de um Número
  - Soma de um vetor
  - Fatorial/Fibonacci
  - Selection Sort
  
- Siga o roteiro
  - Encontrar o problema base
  - Definir a convergência



# Recursão

- Outro exemplo é a série de Fibonacci: