

Телекоммуникации
Лабораторная работа №1
Исследование алгоритма построения амплитудного спектра

Цель работы: реализовать алгоритм построения амплитудного спектра, исследовать влияние количества точек преобразования Фурье, удаление среднего из сигнала, использование оконной функции на точность определения амплитудного спектра.

Задание на выполнение лабораторной работы

1. Подготовка к выполнению лабораторной работы.

1.1. Создать скрипт `lab_spec.m`, в котором реализовывать все последующие задания.

1.2. Создать функцию `lab_spectra()`, возвращающую вектор значений магнитуды одно-стороннего спектра $|X(k)|$ и вектор соответствующих частот f в Гц. Входные параметры функции: сигнал $x(n)$, количество точек N преобразования Фурье, частота дискретизации f_d в Гц и строковый параметр, указывающий какой вид предварительной обработки применить к сигналу согласно списку:

- “all” - удалять среднее из сигнала и использовать оконную функцию;
- “nowindow” - удалять только среднее из сигнала;
- “pomean” - использовать только оконную функцию.
- “none” - не удалять среднее и не использовать оконную функцию.

Примечание #1. В качестве оконной функции взять окно Кули-Тьюки, реализуемое с помощью функции `tukeywin`, с параметром 0.05.

Примечание #2. В начале функции сделать проверку на то, что входной сигнал задан в виде вектора-столбца, и если это не так, преобразовать переменную с сигналом в вектор-столбец. Убедиться, что все вычисления и формируемые векторные величины в функции вычисления амплитудного спектра являются векторами-столбцами.

1.3. Задать цифровой сигнал $x(t)$ для $f = 25$ Гц с шагом по времени $\Delta t = 10^{-2}$ секунды с $t_{min} = 0$ и до $t_{max} = 2$ с.

$$x(t) = \cos(2\pi f t) + 5$$

2. Исследование влияния количества точек N преобразования Фурье на точность определения амплитудного одностороннего спектра.

2.1. Для заданного $x(t)$ вычислить и построить односторонние амплитудные спектры при фиксированном значении $t_{max} = 2$ секунды и различных значениях количества точек $N = \{51, 201, 601\}$ преобразования Фурье, используя ранее созданную функцию `lab_spectra()`.

Примечание #1. Четвертый параметр `lab_spectra()` задать “all”, т.е. вычисляемый спектр будет наиболее “правильным”.

Примечание #2. Три кривых полученных амплитудных односторонних спектров построить на одном графике и с использованием функции `plot()`. В заголовке указать

количество точек в сигнале $x(t)$, а в легенде величину N (формат: “ $N = 1024$ ”), что реализовать через `sprintf()`.

Примечание #3. В коде необходимо сделать четкое разделение: сначала идут все необходимые вычисления и только после этого построение графиков.

2.2. На основании полученного графика сделать выводы о точности определения амплитудного одностороннего спектра при различных значениях количества точек преобразования Фурье N , объяснить полученные результаты.

3. Исследование влияния длительности сигнала (количества точек в сигнале) на точность определения амплитудного одностороннего спектра.

3.1. Для заданного $x(t)$ вычислить и построить односторонние амплитудные спектры при различных значениях $t_{max} = \{2, 10, 18\}$ секунд и величиной количества точек N преобразования Фурье во всех трех случаях равной количеству точек в соответствующей реализации сигнала $x(t)$.

Примечание #1. Четвертый параметр `lab_spectra()` задать “all”, т.е. вычисляемый спектр будет наиболее “правильным”.

Примечание #2. График построить с использованием функции `plot`.

3.2. На основании полученного графика сделать выводы о влиянии количества точек в сигнале на точность определение амплитудного одностороннего спектра, объяснить полученные результаты с использованием численно определенной величиной разрешения по частоте.

4. Исследование влияния наличия постоянной составляющей в сигнале на точность определение амплитудного одностороннего спектра.

4.1. Для заданного $x(t)$ вычислить и построить односторонний амплитудный спектр при фиксированном значении $t_{max} = 2$ секунды и величиной количества точек преобразования Фурье N равной количеству точек в сигнале.

Примечание #1. Четвертый параметр `lab_spectra()` задать “nonean”, т.е. при вычислении спектра не будет убираться постоянная составляющая.

Примечание #2. График построить с использованием функции `plot`. Вывод графика амплитудного одностороннего спектра по оси частот ограничить по частоте величиной 4 Гц. На графике дополнительно отразить кривую амплитудного одностороннего спектра с теми же условиями проведения эксперимента, но полученного при четвертом параметре `lab_spectra()` заданном “all”. Другими словами, дополнительно показать идеальный амплитудный односторонний спектр для сравнения.

4.2. На основании полученного графика сделать выводы о влиянии (и необходимости удаления) постоянной составляющей в сигнале на точность определения амплитудного одностороннего спектра.

5. Исследование влияния применения оконной функции к сигналу на точность определение амплитудного одностороннего спектра.

5.1. Для заданного $x(t)$ вычислить и построить односторонний амплитудный спектр при фиксированном значении $t_{max} = 2$ секунды и величиной количества точек преобразования Фурье N равной количеству точек в сигнале.

Примечание #1. Четвертый параметр `lab_spectra()` задать “nowindow”, т.е. при вычислении спектра сигнал не будет домножаться на оконную функцию.

Примечание #2. График построить с использованием функции `plot`. На графике дополнительно отразить кривую амплитудного одностороннего спектра с теми же условиями проведения эксперимента, но полученного при четвертом параметре `lab_spectra()` заданном “all”. Другими словами, дополнительно показать идеальный амплитудный односторонний спектр для сравнения.

5.2. На основании полученного графика сделать выводы о влиянии использования оконной функции в качестве предварительной обработки данных на точность определения амплитудного одностороннего спектра.

6. Исследование эффекта наложения частот при определении амплитудного одностороннего спектра.

6.1. Для заданного $x(t)$ вычислить и построить односторонние амплитудные спектры при фиксированном значении $t_{max} = 2$ секунды и величиной количества точек преобразования Фурье N равной количеству точек в сигнале с добавлением составляющей на различных частотах $f = \{10, 50, 100, 125, 200\}$ Гц.

Примечание #1. Четвертый параметр `lab_spectra()` задать “all”, т.е. вычисляемый спектр будет наиболее “правильным” - в каждом случае.

Примечание #2. Графики (для каждой f на отдельной канве) построить с использованием функции `plot` и на каждом дополнительно отразить кривую амплитудного одностороннего спектра с теми же условиями проведения эксперимента, но полученного для исходного сигнала без дополнительной составляющей.

6.2. На основании полученных графиков сделать выводы о эффекте наложения частот при определении амплитудного одностороннего спектра.

Вопросы для подготовки к защите лабораторной работы

1. Зачем необходимо удалять из сигнала постоянную составляющую?
2. В чем практический смысл использования оконной функции?
3. Как из `fft()` получить односторонний амплитудный спектр?
4. Зачем необходима нормировка амплитудного спектра на величину N ?
5. Почему в алгоритме построения спектра на 2 умножаются все элементы, кроме первого?
6. Каким образом связана со спектром частота Найквиста?
7. Каким образом длительность сигнала влияет на точность определения спектра?
8. Каким образом частота дискретизации влияет на точность определения спектра?
9. В чем заключается эффект наложения частот (спектров)?