DEPARTAMENTO DE COMPUTACION

Trabajo Práctico

Final

Investigación Operativa

Primer Cuatrimestre de 2018

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Integrante	LU	Correo electrónico
Gian Franco Lancioni	234/15	gianflancioni@gmail.com

Índice

1. Introducción

2. Modelado

En esta parte presentamos las variables, restricciones y función objetivo de cada problema modelado en términos de programas lineales.

2.1. Ejercicio 12.1

2.1.1. Variables

- $X_{i,j}^R$ Cantidad refinada del aceite de tipo j el mes i
- $X_{i,j}^C$ Cantidad comprada del aceite de tipo j para el mes i
- $X_{i,j}^A$ Cantidad almacenada del aceite de tipo j el mes i

Asumo que todo lo refinado se vende.

2.1.2. Función objetivo

Buscamos maximizar la producción refinada descontando costos de almacenamiento y compra:

$$\text{máx} \quad 150 * (\sum_{i,j} X_{i,j}^R) - \sum_{i,j}(Precio(i,j) * X_{i,j}^C) - 5 * (\sum_{i,j} X_{i,j}^A)$$

2.1.3. Restricciones

- No se puede refinar más de 200 toneladas de cada aceite vegetal y 250 de cada aceite común:

$$X_{i,j}^R \leq 200 \quad \forall j \ vegetal$$

$$X_{i,j}^R \leq 250 \quad \forall j \ comun$$

- No se puede almacenar más de 1000 toneladas por cada aceite:

$$X_{i,j}^A \leq 1000 \quad \forall i,j$$

- Dureza por mes [1]:

$$3 \leq \frac{\sum_j dureza(j) * X_{i,j}^R}{\sum_j X_{i,j}^R} \leq 6 \quad \forall i$$

[1] se puede reescribir en forma estandard de LP

- 500 de cada aceite almacenado el último día:

$$X^A_{5,j} = 500 \quad \forall j$$

- 500 de cada aceite almacenado al comenzar:

$$X^A_{0,j} + X^R_{0,j} - X^C_{0,j} = 500 \quad \forall j$$

- Lo que sobra el resto de los meses se almacena necesariamente:

$$X^A_{i,j} - X^A_{i-1,j} + X^R_{i,j} - X^C_{i,j} = 0 \quad \forall i, j$$

2.2. Ejercicio 12.2

2.2.1. Variables

Se agregan las variables booleanas que indican si se usó o no cierto aceite un mes dado:

$$X^U_{i,j}$$

2.2.2. Función objetivo

Permanece igual que en el ejercicio anterior

2.2.3. Restricciones

- Forzamos $X^U_{i,j} = 0 \Rightarrow X^R_{i,j} = 0$ usando la cota superior para cantidad refinada de cualquier aceite posible (máximo entre la cota superior de los vegetales y no vegetales) en un mes:

$$X^R_{i,j} \leq 250 * X^U_{i,j} \quad \forall i, j$$

- Ahora $X^U_{i,j} = 0 \Leftarrow X^R_{i,j} = 0$ restringiendo que si se usa un aceite, entonces se usan al menos 20 toneladas para refinar:

$$20 * X^U_{i,j} \leq X^R_{i,j} \quad \forall i, j$$

- Por último, usar aceites vegetales implica usar el último tipo de aceite:

$$X^U_{i,veg1} + X^U_{i,veg2} \leq X^U_{i,oil3} \quad \forall i$$

2.3. Ejercicio 12.06

2.3.1. Variables

- Cantidad destilada de cada crudo: X_1^D y X_2^D
- Cantidad destinada del producto i al blend de petroleo regular:

  X_i^{RP} con $i \in$ *[light nafta, medium nafta, heavy nafta, reformed gasoline, cracked gasoline]*
- Cantidad destinada del producto i al blend de petroleo premium:

  X_i^{PP} con $i \in$ *[light nafta, medium nafta, heavy nafta, reformed gasoline, cracked gasoline]*
- Cantidad destinada del producto i al blend de jet fuel:

  X_i^{JF} con $i \in$ *[light oil, heavy oil, cracked oil, residium]*
- Cantidad producida de fuel oil: X^{FO}
- Cantidad producida de lube oil: X^{LUBE}
- Cantidad destinada del producto i al proceso de cracking:

  X_i^{CR} con $i \in$ *[light oil, heavy oil]*
- Cantidad destinada del producto al proceso de reforming:

  X_i^{REF} $i \in$ *[light nafta, medium nafta, heavy nafta]*

2.3.2. Función objetivo

$$\text{máx} \quad 700 * (\sum_i X_i^{PP}) + 600 * (\sum_i X_i^{RP}) + 400 * (\sum_i X_i^{JF}) + 350 * X^{FO} + 150 * X^{LUBE}$$

2.3.3. Restricciones

- Cantidad acotada de destilación diaria:

$$X_1^D \leq 20000$$

$$X_2^D \leq 30000$$

- Cantidad acotada de producción de lube oil diaria:

$$500 \leq X^{LUBE} \leq 1000$$

- Cantidad acotada de destilación total diaria:

$$X_1^D + X_2^D \leq 100000$$

- A lo sumo 10000 barriles de nafta reformados:

$$\sum_i (X_i^{REF}) \leq 10000$$

- A lo sumo 8000 barriles de aceite para cracking:

$$\sum_i (X_i^{CR}) \leq 8000$$

- La producción de petroleo premium es más del 40 % del de regular:

$$\sum_i (X_i^{PP}) \geq 0{,}4 * \sum_i (X_i^{RP})$$

- La cantidad utilizada de cada nafta y aceite es menor igual a la del producto de destilación:

$$X_{LN}^{REF} + X_{LN}^{PP} + X_{LN}^{RP} - 0{,}1 X_1^D - 0{,}15 X_2^D \leq 0$$

$$X_{MN}^{REF} + X_{MN}^{PP} + X_{MN}^{RP} - 0{,}2 X_1^D - 0{,}25 X_2^D \leq 0$$

$$X_{HN}^{REF} + X_{HN}^{PP} + X_{HN}^{RP} - 0{,}2 X_1^D - 0{,}18 X_2^D \leq 0$$

$$X_{LO}^{JF} + 10/18 * X^{FO} + X_{LO}^{CR} - 0{,}12 X_1^D - 0{,}08 X_2^D \leq 0$$

$$X_{HO}^{JF} + 3/18 * X^{FO} + X_{HO}^{CR} - 0{,}2 X_1^D - 0{,}19 X_2^D \leq 0$$

$$X_{RES}^{JF} + 1/18 * X^{FO} + X^{LUBE} - 0{,}13 X_1^D - 0{,}12 X_2^D \leq 0$$

- Idem para cantidades utilizadas de *reformed gasoline* y *cracked oil/gasoline*:

$$X_{RG}^{PP} + X_{RG}^{PP} - 0{,}6 * X_{LN}^{REF} - 0{,}52 * X_{MN}^{REF} - 0{,}45 * X_{HN}^{REF} \leq 0$$

$$X_{CG}^{PP} + X_{CG}^{PP} - 0{,}68 * X_{LO}^{CR} - 0{,}28 * X_{HO}^{CR} \leq 0$$

$$X_{CO}^{JF} + 4/18 * X^{FO} - 0{,}75 * X_{LO}^{CR} - 0{,}2 * X_{HO}^{CR} \leq 0$$

- Control de octanajes:

$$\sum_i (Octanaje(i) - 94) * X_i^{PP} \geq 0$$

$$\sum_i (Octanaje(i) - 84) * X_i^{RP} \geq 0$$

- Control de presión:

$$\sum_i (presion(i) - 1) * X_i^{JF} \geq 0$$

2.4. Ejercicio 12.13

2.4.1. Variables

- Variable booleana X_i^1 que representa asignar el retailer i-ésimo a la *división 1*. Si es 0 significa que se asigna a la *división 2*.
- Variable continua t que representa cualquier valor numérico mayor al máximo corrimiento respecto de la proporción 40/60.

2.4.2. Función objetivo

$$\text{mín} \quad t$$

Al minimizar t, esta se convierte en el máximo valor absoluto de las diferencias entre la proporción buscada y la obtenida por la solución en cada ïtem”de criterios de partición. Buscamos la partición con la mínima desviación máxima entre todos los criterios.

Por lo tanto estamos modelando la propuesta *(ii)* del enunciado para decidir entre particiones posibles. La propuesta *(i)* se modelaría de forma equivalente pero definiendo un t_j específico (en lugar de un único t global) para cada criterio de partición j y minimizando su suma.

2.4.3. Restricciones

Dado el modelo booleano de la asignación de divisiónes, restringir a una partición del 40 % para $D1$ implica necesariamente respetar una proporción 40/60 entre ambas divisiones. Así que todas las restricciones son sobre la *división 1*.

Por un lado tenemos las restricciones que aseguran que la partición sea una partición factible:

- Número total de *delivery points*:

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_i delivery\_points(i) * X_i^1}{\sum_i delivery\_points(i)} \leq 0{,}45$$

- Control del *spirit market*:

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_i spirits\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_i spirits\_mkt(i)} \leq 0{,}45$$

- Control del *oil_market* por región:

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_{i \in Reg_1} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_1} oil\_mkt(i)} \leq 0{,}45$$

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_{i \in Reg_2} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_2} oil\_mkt(i)} \leq 0{,}45$$

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_{i \in Reg_3} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_3} oil\_mkt(i)} \leq 0{,}45$$

- Cantidad de *retailers* en el grupo A:

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_{i \in A} X_i^1}{|A|} \leq 0{,}45$$

- Cantidad de *retailers* en el grupo B:

$$0{,}35 \leq \frac{\sum_{i \in B} X_i^1}{|B|} \leq 0{,}45$$

Las siguientes restricciones acotan la t para que sea mayor al valor absoluto de cada desviación respecto del 40 %:

-
$$t \geq \frac{\sum_i delivery\_points(i) * X_i^1}{\sum_i delivery\_points(i)} - 0{,}40$$
$$-t \leq \frac{\sum_i delivery\_points(i) * X_i^1}{\sum_i delivery\_points(i)} - 0{,}40$$

- $$t \geq \frac{\sum_i spirits\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_i spirits\_mkt(i)} - 0{,}40$$
  $$-t \leq \frac{\sum_i spirits\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_i spirits\_mkt(i)} - 0{,}40$$

- $$t \geq \frac{\sum_{i \in Reg_1} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_1} oil\_mkt(i)} - 0{,}40$$
  $$-t \leq \frac{\sum_{i \in Reg_1} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_1} oil\_mkt(i)} - 0{,}40$$

  $$t \geq \frac{\sum_{i \in Reg_2} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_2} oil\_mkt(i)} - 0{,}40$$
  $$-t \leq \frac{\sum_{i \in Reg_2} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_2} oil\_mkt(i)} - 0{,}40$$

  $$t \geq \frac{\sum_{i \in Reg_3} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_3} oil\_mkt(i)} - 0{,}40$$
  $$-t \leq \frac{\sum_{i \in Reg_3} oil\_mkt(i) * X_i^1}{\sum_{i \in Reg_3} oil\_mkt(i)} - 0{,}40$$

- $$t \geq \frac{\sum_{i \in A} X_i^1}{|A|} - 0{,}40$$
  $$-t \leq \frac{\sum_{i \in A} X_i^1}{|A|} - 0{,}40$$

- $$t \geq \frac{\sum_{i \in B} X_i^1}{|B|} - 0{,}40$$
  $$-t \leq \frac{\sum_{i \in B} X_i^1}{|B|} - 0{,}40$$

2.5. Ejercicio 12.15

2.5.1. Variables

- Cantidad de megawatts producidos por el generador g durante el periodo p: $X_{p,g}^{MW}$
- Variables booleanas $X_{p,g}^{S}$ que representan si se **encendió** un generador g durante el periodo p

- Variables booleanas $X^{U}_{p,g}$ que representan si se **usó** un generador g durante el periodo p

2.5.2. Función objetivo

$$\begin{aligned} \text{mín} \quad & \sum_{p,g} CostoDeArranque(g) * X^{S}_{p,g} \\ & + \sum_{p,g} X^{U}_{p,g} * CostoHoraMinimo(g) * CantHoras(p) \\ & + \sum_{p,g} X^{MW}_{p,g} * CostoMWExtraPorHora(g) * CantHoras(p) \\ & - \sum_{p,g} X^{U}_{p,g} * MinimoMW(g) * CostoMWExtraPorHora(g) * CantHoras(p) \end{aligned}$$

Para el costo de producción sobre el nivel mínimo de cada generador multiplicamos cada megawatt producido por la cantidad de horas y el precio por hora de cada megawatt por encima del umbral mínimo pero, como nos interesan solo los megawatts sobre el minimo, restamos los megawatts anteriores a cruzar el umbral.

2.5.3. Restricciones

- Los generadores funcionan de acuerdo a sus capacidades:

$$X^{MW}_{p,g} \leq MaximoMW(g) \quad \forall p, g$$

- Si se usa un generador, se encendió:

$$X^{U}_{0,g} \leq X^{S}_{0,g} \quad \forall g$$

$$X^{U}_{p,g} \leq X^{S}_{p,g} + X^{U}_{p-1,g} \quad \forall p, g$$

- Restringimos $X^{MW}_{p,g} = 0 \Rightarrow X^{U}_{p,g} = 0$ pidiendo que cuando se encienden se usen por encima del mínimo:

$$X^{U}_{p,g} * MinimoMW(g) \leq X^{MW}_{p,g} \quad \forall p, g$$

- Restringimos $X^{MW}_{p,g} = 0 \Leftarrow X^{U}_{p,g} = 0$ usando la *big M*:

$$X^{MW}_{p,g} \leq \mathcal{M} * M^{U}_{p,g} \quad \forall p, g$$

- Se cubren los requisitos de energía por periodo:

$$\sum_g X_{p,g}^{MW} \geq MWReq(p) \quad \forall p$$

- Todos los generadores encendidos en un periodo dado pueden cubrir un aumento del 15 % en la demanda:

$$\sum_g X_{p,g}^{U} * MaximoMW(g) \geq MWReq(p) * 1{,}15 \quad \forall p$$

  Claramente para saber cuánto se pierde por pedir el 15 % extra es necesario correr el programa de vuelta sin esta restricción.

- No se prenden generadores que no se pagaron:

$$X_{p,g}^{S} + X_{p-1,g}^{MW} \leq 1 \quad \forall g, p > 0$$

  Esta última restricción forma parte del modelo por cuestiones de correctitud respecto del espacio de soluciones, pero no forma parte del código dado que al tratarse de un problema de minimización de costos no tiene sentido que aparezca una solución óptima que prenda generadores no apagados.

2.6. Ejercicio 12.16

2.6.1. Variables

Las variables del ejercicio 12.15 se conservan y se agregan las siguientes:

- X_A^U y X_A^U que determinan si se usó o no el generador de tipo A o B.
- X_A^S y X_B^S lo mismo pero para determinar si se encendieron.
- $X_{p,g}^R$ cantidad de megawatts destinados por el generador g al reservorio a modo de 'pump' en el periodo g.
- X_p^H altura del reservorio tras el periodo p.

2.6.2. Función objetivo

La función objetivo permanece similar pero agregamos los costos asociados al uso de los hidrogeneradores

$$\begin{aligned}\text{mín} \quad & \sum_{p,g} CostoDeArranque(g) * X^S_{p,g} \\ & + \sum_{p,g} X^U_{p,g} * CostoHoraMinimo(g) * CantHoras(p) \\ & + \sum_{p,g} X^{MW}_{p,g} * CostoMWExtraPorHora(g) * CantHoras(p) \\ & - \sum_{p,g} X^U_{p,g} * MinimoMW(g) * CostoMWExtraPorHora(g) * CantHoras(p) \\ & + \sum_{p}(90 * X^U_{p,A} * CantHoras(p) + 150 * X^U_{p,B} * CantHoras(p)) \\ & + \sum_{p}(X^S_{p,A} * 1500 + X^S_{p,B} * 1200)\end{aligned}$$

2.6.3. Restricciones

Conservamos tambien las restricciones del ejercicio anterior salvo por las de requerimientos de megawatts por periodo (ahora hay que ponderar los hidrogeneradores), pero las relaciones entre variables como X^U, X^{MW}, X^S y sus cotas se mantienen. Extendemos tambien para hidrogeneradores:

- Si se usa un hidrogenerador, se encendió en algún momento:

$$X^U_{0,g} \leq X^S_{0,g} \quad g \in \{A, B\}$$

$$X^U_{p,g} \leq X^S_{p,g} + X^U_{p-1,g} \quad g \in \{A, B\}$$

- Altura final a 16 metros

$$X^H_4 = 16$$

- Altura sube y baja de acuerdo al 'pumping' y uso de hidros:

$$X^H_p = X^H_{p-1} - (0{,}31 * X^U_{p,A} + 0{,}47 * X^U_{p,B}) * CantHoras(p) + 1/3000 * \sum_g X^R_{p,g} \quad \forall p > 0$$

$$X^H_0 = 16 - (0{,}31 * X^U_{0,A} + 0{,}47 * X^U_{0,B}) * 6 + 1/3000 * \sum_g X^R_{0,g}$$

- Se cubren los requisitos de energía por periodo:

$$\sum_g (X^{MW}_{p,g} - X^R_{p,g}) + X^U_{p,A} * NivelMW(A) + X^U_{p,B} * NivelMW(B) \geq MWReq(p) \quad \forall p$$

Caso similar al anterior, pero descontamos los megawatts destinados al reservorio y agregamos la producción de los hidros.

- Si todos los generadores térmicos encendidos se dedican a producir exclusivamente (es decir, funcionan al máximo y no hacen 'pumping' para el reservorio) y además se prenden ambos hidrogeneradores se puede cubrir un aumento de 15 %:

$$\sum_g X^U_{p,g} * MaximoMW(g) + NivelMW(A) + NivelMW(B) \geq MWReq(g) * 1{,}15 \quad \forall p$$

Nuevamente es válido el mismo comentario sobre encender generadores (en este caso los hidrogeneradores) si ya estaban encendidos dado un problema de minimización de costos.

2.7. Ejercicio 12.23

2.7.1. Variables

Solamente una "familia"de variables:

- $X^1_{i,j}$ y $X^2_{i,j}$ variables booleanas que representan que después de la granja i se viaja directo a la granja j en alguno de los dos caminos respectivos.

2.7.2. Función objetivo

Queremos minimizar la distancia total de ambos caminos en conjunto

$$\text{mín} \quad \sum_{i,j} distancia(i,j) * (X^1_{i,j} + X^2_{i,j})$$

2.7.3. Restricciones

- Visitamos una vez en cada camino las granjas obligatorias:

$$\sum_i X^1_{i,j} = 1 \quad \forall j < 10$$

$$\sum_i X^2_{i,j} = 1 \quad \forall j < 10$$

- Entre los dos caminos se pasa una vez por cada granja opcional:

$$\sum_i (X^1_{i,j} + X^2_{i,j}) = 1 \quad \forall j \geq 10$$

- Si se entra a un nodo, se sale de este en el mismo camino:

$$\sum_i X^1_{i,j} = \sum_k X^1_{j,k} \quad \forall j$$

$$\sum_i X^2_{i,j} = \sum_k X^1_{j,k} \quad \forall j$$

- No existen viajes desde una granja a si misma:

$$\sum_i X^1_{i,i} = 0$$

$$\sum_i X^2_{i,i} = 0$$

- Los caminos no exceden la capacidad de recolección del camión:

$$\sum_{i,j} collect(j) * X^1_{i,j} \leq 80$$

$$\sum_{i,j} collect(j) * X^2_{i,j} \leq 80$$

Agregamos además de manera ”lazy”(por cuestión de performance, dada la naturaleza exponencial) restricciones de subtour solamente cuando encontramos un subtour que no pasa por el nodo inicial.

Este otro tipo de ciclos los recortamos .ª manoçada vez que encontramos una supuesta candidata a solución óptima (es decir, no restringimos global ni localmente sino que chequeamos puntualmente esas soluciones específicas).

Esto se debe a que una de las condiciones para que funcionen las restricciones de subtour es que el subconjunto de nodos sobre el cual predica cada una de estas restricciones no debe contener al circuito entero, de lo contrario se tiene un falso negativo en la restricción.

Por lo tanto si agregamos también de manera ”lazyrestricciones para estos subtours podríamos propagar una restricción que no es global y ni localmente válida.