

Transporte de calor por conducción

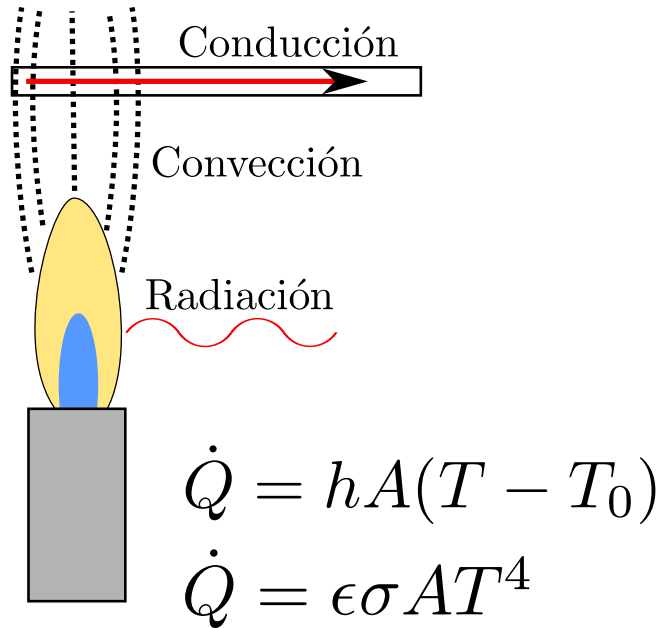
J.E. Rodríguez

Departamento de Física

Materiales Termoeléctricos

Universidad Nacional de Colombia

Abril 2021



En un gas la velocidad promedio de las moléculas es proporcional a la raíz cuadrada de su temperatura y por lo tanto **un incremento en su energía cinética causa un incremento en su temperatura**. Entonces, la temperatura del gas resulta proporcional a su energía cinética.

$$T \propto \frac{mv^2}{2} \quad (1)$$

Ley de Fourier

Fourier en 1822 hace la primera proposición clara acerca de la proporcionalidad entre el flujo de calor y el gradiente de temperatura. Esta proporcionalidad es válida únicamente en procesos de **conducción**.

$$\dot{Q} \propto \Delta T \quad (2)$$

Si tenemos en cuenta tanto la variación del espesor como del área de la muestra, se tiene que:

$$\dot{Q} \propto A \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (3)$$

Esta relación puede entonces ser utilizada para definir la conductividad térmica κ como:

$$\dot{Q} = -\kappa A \frac{\Delta T}{\Delta x} \Rightarrow \kappa = \left| \frac{\dot{Q}}{\Delta T} \frac{\Delta x}{A} \right| \quad (4)$$

Sus unidades en el SI serán: $\frac{Wm}{Km^2}$ ó $WK^{-1}m^{-1}$

Generalizando se tiene:

$$\vec{U} = -\kappa \nabla T \quad (5)$$

Es necesario tener en cuenta que:

- Si la conductividad térmica es una función de la temperatura, el gradiente de temperatura debe ser lo suficientemente pequeño para que la ecuación 5 sea válida.
- Algunos materiales son *anisotrópicos* con respecto a la conducción de calor, por lo tanto es necesario generalizar la expresión 5 como:

$$U_i = - \sum_j \kappa_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad (6)$$

Procesos de transporte

Cond. Térmica	Fourier	$\vec{U} = -\kappa \nabla T$
Cond. Eléctrica	Ohm	$\vec{J} = -\sigma \nabla V$
Difusión	Fick	$\vec{J} = -D \nabla \phi$
Viscosidad	Newton	$\vec{P} = -\eta \nabla v$

La difusividad térmica

La ley lineal que relaciona el flujo de calor y el gradiente de temperatura da únicamente una descripción parcial de los procesos térmicos involucrados en los sólidos. Particularmente ésta es adecuada solamente para fenómenos en *estado estacionario* sin la presencia de fuentes internas de calor.

En condiciones más generales es necesario utilizar la *ecuación de conducción de calor*, la cual abre la posibilidad de describir el comportamiento térmico en sistemas en donde κ varía con la posición, estos cambios están dados por:

- El gradiente de temperatura.
- Inhomogeneidades de la muestra.

Ecuación de conducción de calor

$$\underbrace{\kappa(\nabla^2 T)}_1 + \underbrace{q_G}_2 = \underbrace{\rho c \frac{\partial T}{\partial t}}_3 \quad (7)$$

1. Cantidad neta de calor que entra en el volumen de control por conducción en la unidad de tiempo y por unidad de volumen.
2. Cantidad de energía generada en la unidad de tiempo y por unidad de volumen en el interior del volumen de control.
3. Aumento de la energía interna en la unidad de tiempo en el interior del volumen de control.

La ecuación de conducción de calor es esencial en la descripción de los fenómenos térmicos que varían con el tiempo en medios homogéneos. En el caso *estacionario* esta ecuación se reduce a $\nabla^2 T = 0$.

donde:

$$\alpha = \frac{\kappa}{c\rho} \quad (8)$$

Aquí α es la *difusividad térmica*, ésta representa la rapidez con la que el calor se difunde a través de un material, sus unidades son m^2/s .

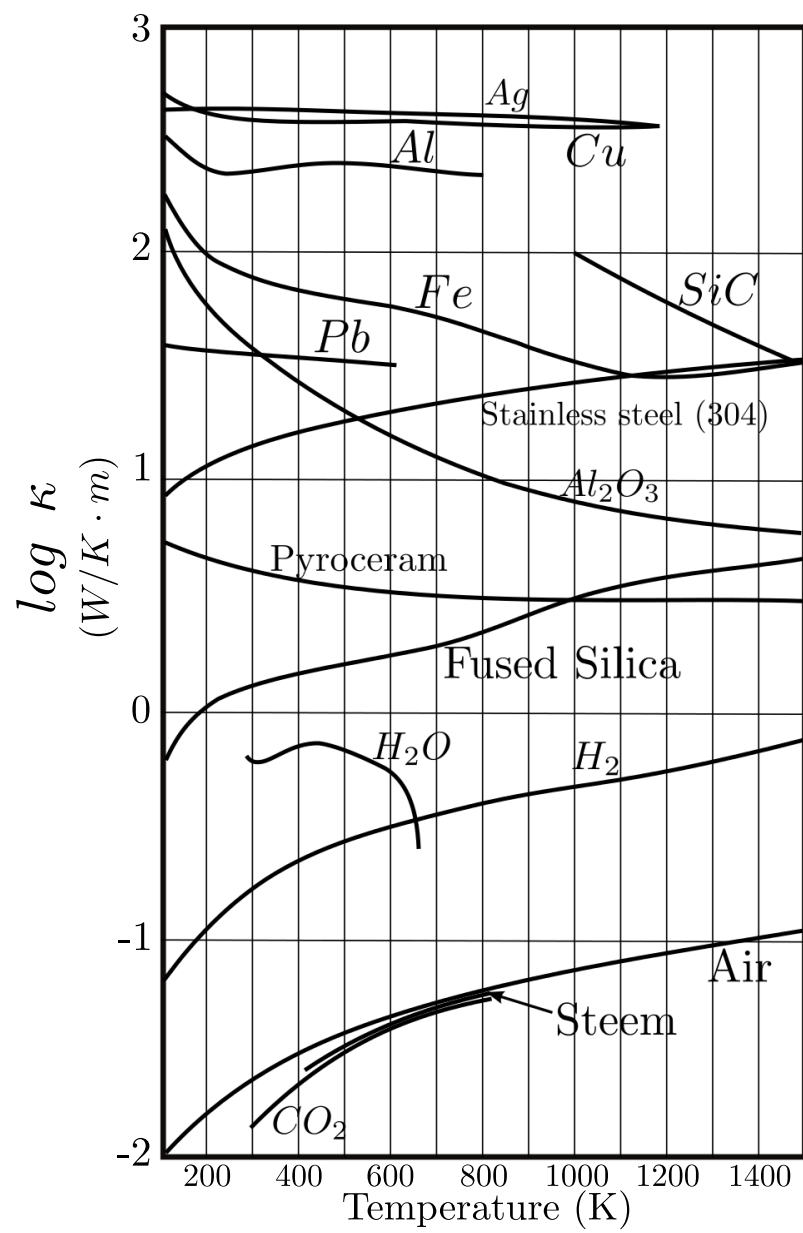
Mecanismos físicos de la conducción de calor en sólidos

El problema de la conductividad térmica es doble:

- Conocer cuales son las entidades que transportan el calor. En este sentido la conductividad térmica tiene dos contribuciones una de naturaleza electrónica y otra fonónica de tal manera que:

$$\kappa_{tot} = \kappa_e + \kappa_{ph} \quad (9)$$

- Conocer que agentes limitan el flujo térmico.



Métodos de medición

Los métodos de medición de la conductividad térmica pueden ser clasificados en dos categorías:

1. Métodos estáticos.

- Mayor exactitud.
- Tiempos de medición prolongados.
- Grandes pérdidas por radiación.
- Se utiliza la ecuación de Fourier.

2. Métodos dinámicos.

- Cortos tiempos de medición.
- Bajas pérdidas por radiación.
- Menor exactitud.
- Se utiliza la ecuación de conducción de calor.

Escoger el método de medida a utilizar implica tener en cuenta:

- El orden de magnitud de la conductividad térmica.
- El rango de temperatura en el que se piensa medir.
- El tamaño de la muestra.
- Las propiedades de la muestra, etc.

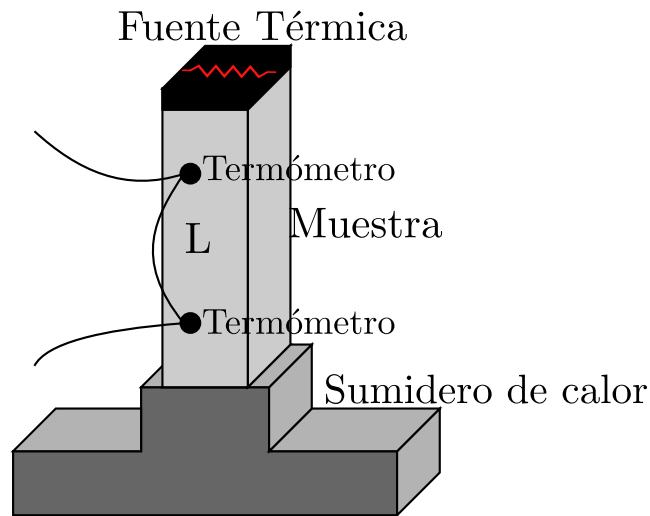
Métodos estáticos

La conductividad térmica se obtiene a partir la ley de Fourier,

$$\kappa = \left| -\frac{\dot{Q}}{\Delta T} \frac{L}{A} \right| \quad (10)$$

Por tanto es necesario conocer:

- El flujo de calor a través de la muestra.
- El gradiente de temperatura.
- La geometría de la muestra.



En este caso, **todo el calor** aplicado es conducido a lo largo de la muestra de sección uniforme A , con una distancia L entre los termómetros.

Las pérdidas por radiación están dadas por:

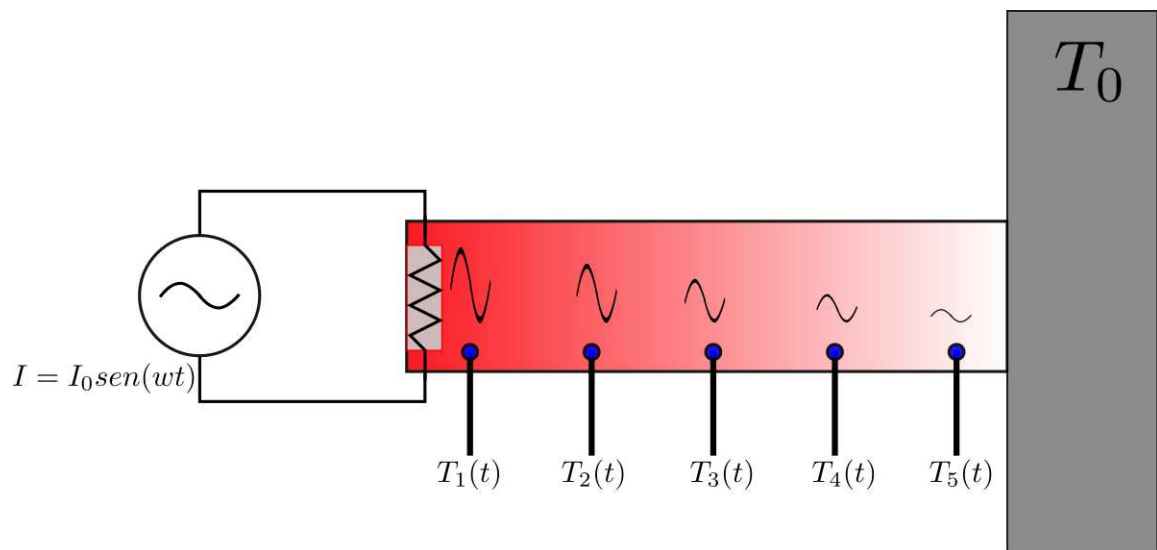
$$\dot{Q} = \epsilon \sigma A (T_{sam}^4 - T_{surr}^4) \quad (11)$$

Métodos dinámicos

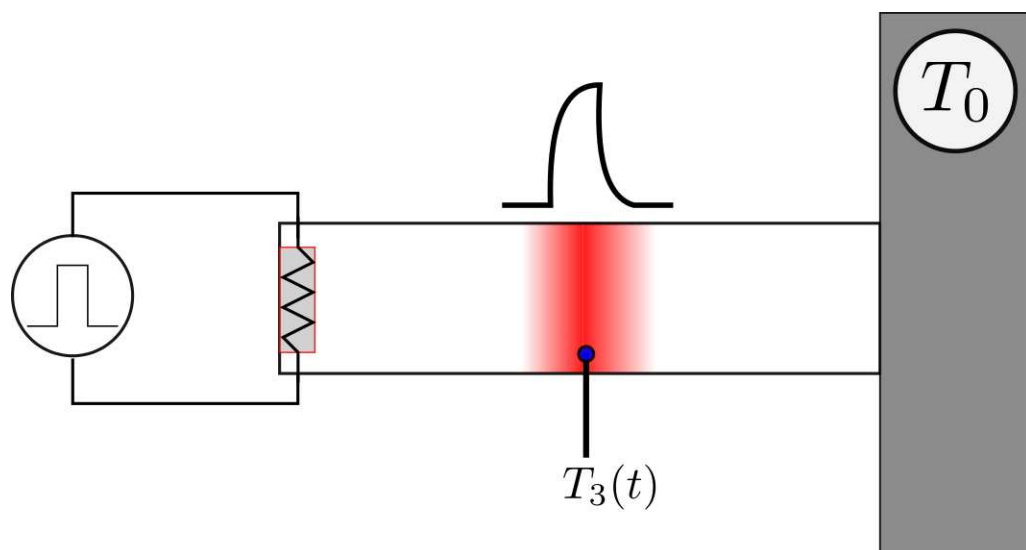
- La distribución de temperatura a través de la muestra varía con el tiempo.
- Es necesario resolver la ecuación diferencial de flujo de calor.
- Se mide la *difusividad térmica*.
- Para hallar la conductividad térmica es necesario el conocimiento del calor específico y la densidad de la muestra $\kappa = \alpha c \rho$.
- En este caso las medidas se realizan durante cortos periodos de tiempo, por tanto, las perdidas de calor tienen poca influencia en comparación con los métodos estacionarios.

Los métodos dinámicos se pueden dividir en dos grandes categorías:

- Métodos periódicos.



- Métodos transitorios.



Análisis de datos experimentales

La teoría de la conductividad térmica debe ser vista como una herramienta para la interpretación de los resultados experimentales y si es posible para su predicción.

Material	Contribución
Metales	Electrones
Semiconductores abaja tempertura	Fonones
Aislantes	Fonones
Aleaciones	Mixto
Semiconductores	Mixto

Referencias

1. J. M. Ziman, *Principles of the theory of solids*, Cambridge University Press, Bristol, 1965.
2. J. M. Ziman, *Electrons and Phonons*,
3. C. Kittel, *Introduction to solid state physics*, John Wiley and Sons, New York, 1996.
4. Alan J. Chapman, *Transmisión de Calor*, Madrid, 1984.
5. H. S. Carslow and J. C. Jaeger, *Conduction of heat in solids*, OUP Oxford, 1986.
6. Thermal Conductivity, Edited by Terry M. Tritt, Clemson University, Clemson, Springer, 2004.