



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO

DIPARTIMENTO DI FISICA
Facoltà di Scienze e Tecnologie

Corso di LABORATORIO DI MISURE NUCLEARI

Relazione di Laboratorio: Effetto Compton

Studenti:
Gianluca Fugante
Elisa Radaelli
Silvia Zanolì

Docente del corso:
Emanuela Meroni

Anno Accademico 2017/2018

Indice

1	Fisica dell'esperimento	4
2	Apparato sperimentale	6
2.1	Sorgente	6
2.2	Strumentazione	7
3	Operazioni Preliminari	8
3.1	Tensione di alimentazione	8
3.2	Shaping-time	11
3.3	Calibrazione energetica	12
3.4	Fondo ambientale	13
4	Studio dell'efficienza	14
5	Disposizione dell'apparato	17
5.1	Verifica della calibrazione energetica	17
5.2	Disposizione del banco	19
6	Esperimento	21
6.1	Premessa teorica: sezione d'urto	21
6.2	Dati sperimentali	23
6.2.1	Angolo 20°	23
6.2.2	Angolo 30°	25
6.2.3	Angolo 45°	28
6.2.4	Angolo 60°	29
6.3	Analisi dati	31
6.3.1	Sezione d'urto e legge di Klein-Nishina	31
6.3.2	Verifica della legge Compton	33
6.3.3	Misura della massa dell'elettrone	34
6.3.4	Misura del raggio dell'elettrone	35

Introduzione

L'esperienza descritta consiste in una verifica sperimentale dell'effetto Compton utilizzando una sorgente di ^{22}Na che decade β^+ . Sfruttando la coincidenza di due fotoni emessi *back-to-back*, è stata verificata la legge che mette in relazione l'energia del fotone scatterato con l'angolo di diffusione ed è stata misurata la sezione d'urto differenziale per diversi angoli. Nella prima fase dell'esperienza, sono state determinate le condizioni ottimali per il lavoro, fissando il voltaggio di lavoro, lo shaping-time e calibrando in energia il sistema. Successivamente si è proceduto con le misure vere e proprie: dopo aver scelto come disporre le apparecchiature, sono stati analizzati gli spettri ottenuti a diversi angoli. I dati ricavati ci hanno permesso di verificare la legge Compton e la legge Klein-Nishina. E' stato poi possibile misurare il raggio e la massa dell'elettrone.

Capitolo 1

Fisica dell'esperimento

I fotoni sono particelle neutre di massa nulla che non risentono dell'interazione coulombiana. A differenza delle particelle cariche che interagiscono con la materia principalmente tramite ionizzazione, i fotoni danno vita a tre fenomeni distinti: effetto Compton, produzione di coppie e effetto fotoelettrico. L'importanza relativa dei tre fenomeni è funzione dell'energia del fotone incidente e del numero atomico Z del materiale considerato.

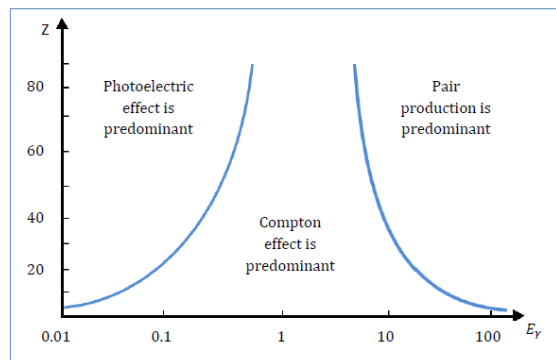


Figura 1.1: Interazione dei fotoni con la materia

Con “effetto Compton” si intende lo scattering elastico di un fotone su un elettrone del materiale. Il fenomeno consiste nel trasferimento di un tetramomento all'elettrone, considerato inizialmente in quiete e libero. Que-

sto determina la diffusione ad un angolo θ del fotone incidente e il rinculo dell'elettrone.

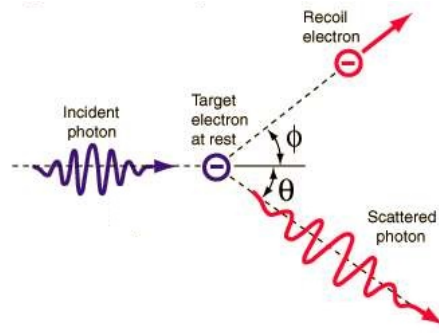


Figura 1.2: Schema dell'effetto Compton

Ciò che caratterizza questo fenomeno è una relazione univoca tra l'angolo di diffusione del fotone incidente e la sua energia dopo l'urto secondo la legge:

$$\frac{E'}{E} = \frac{1}{1 + \frac{E}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)} \quad (1.1)$$

dove E rappresenta l'energia del fotone incidente, E' l'energia del fotone dopo l'interazione e θ l'angolo di deflessione del fotone. La relazione sopra presentata si ricava imponendo la conservazione del tetramomento nell'interazione.

$$\begin{aligned} p_\gamma &= (E_\gamma \quad \vec{p}_\gamma) & p'_\gamma &= (E'_\gamma \quad \vec{p}'_\gamma) \\ p_e &= (m_e \quad 0) & p'_e &= (E'_e \quad \vec{p}'_e) \end{aligned}$$

dove p_γ e p'_γ rappresentano il tetramomento del fotone prima e dopo l'urto mentre p_e e p'_e rappresentano il momento dell'elettrone. Si impone quindi

$$p_\gamma + p_e = p'_\gamma + p'_e$$

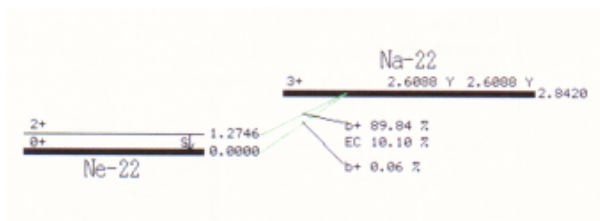
e si ricava la relazione (1.1).

Capitolo 2

Apparato sperimentale

2.1 Sorgente

La sorgente radioattiva utilizzata è un campione di ^{22}Na . Questa decade tramite β^+ con una probabilità del 89,90% in un nucleo eccitato di Ne, con produzione di un positrone e di un neutrino elettronico. Allo stesso livello eccitato del Neon si arriva tramite cattura elettronica con un branching ratio del 10,10%. Il Neon eccitato Ne^* decade quasi istantaneamente nel livello fondamentale emettendo un fotone da 1274 keV. Nel restante 0,06% dei casi si ha un ulteriore decadimento β^+ che porta la sorgente di Na direttamente nel ground state di Ne.



Il positrone emesso nei decadimenti β^+ forma uno stato legato con gli elettroni del materiale attraversato, detto positronio. Questo si annichila emettendo due fotoni *back-to-back* che trasportano un'energia di 511keV. Questa proprietà di emissione dei fotoni in direzioni opposte viene sfruttata analizzando il segnale in coincidenza rivelato dai due scintillatori posti lungo la stessa direzione.

2.2 Strumentazione

L'apparato è costituito da due scintillatori che indicheremo con A (NaI, ioduro di Sodio) e B ($CeBr_3$, bromuro di Cerio). Sono apparecchi in grado di trasformare l'energia di eccitazione del materiale causata dal passaggio del fotone incidente in luce visibile che viene poi fatta convogliare nel fotocatodo di un fotomoltiplicatore, il quale permette di convertire il segnale luminoso in un segnale elettrico. Per acquisire correttamente il segnale del rivelatore al $CeBr_3$, abbiamo collegato a quest'ultimo un preamplificatore e un amplificatore: il preamplificatore permette di allungare temporalmente il segnale mentre l'amplificatore modifica la forma e lo *shaping-time* (tempo di formazione) del segnale. Gli impulsi in uscita sono stati poi inviati ad un ADC (analizzatore multicanale) che li converte in digitale per poi fornirli al computer. I due rivelatori sono alimentati separatamente da due generatori di tensione che sono stati regolati nella prima fase dell'esperienza. L'analisi dati è stata effettuata mediante il programma *Maestro* che fornisce un istogramma mettendo in relazione canali (convertiti in energia nella calibrazione dell'apparato) e numero di interazioni rivelate. Tutti i fit presentati sono stati eseguiti con il programma *Root*. Nello studio degli spettri è stato necessario analizzare il fondo ambientale, così da poter distinguere i decadimenti interni al rivelatore e quelli dipendenti da fattori esterni. A tal proposito in prima approssimazione è stato possibile rimuovere il fondo con root per poi effettuare un'analisi precisa acquisendo dati senza sorgente per circa una settimana.

Capitolo 3

Operazioni Preliminari

Prima di procedere con le misure, è stato necessario definire i parametri ottimali di voltaggio e shaping-time con cui operare. Successivamente è stata effettuata una calibrazione energetica per mettere in relazione i bin individuati dal programma *Maestro* con le energie dei fotoni rivelati.

3.1 Tensione di alimentazione

In questa fase è stato scelto il voltaggio di alimentazione di entrambi i rivelatori. Si studia quindi la dipendenza del numero di interazioni osservate nel picco di 511keV in funzione del voltaggio, a parità di live time. Il voltaggio ottimale è quello per cui l'area sottesa dalla gaussiana rappresentante il picco risulta costante al variare della tensione (*plateau*). In questo modo si riescono a mantenere le prestazioni del rivelatore approssimativamente indipendenti dalle fluttuazioni del voltaggio nel tempo. Le misure sono state effettuate variando il voltaggio del rivelatore e acquisendo l'area del fotopicco osservato; ognuna è stata della durata di 300s. I dati sono stati analizzati in prima approssimazione con il programma *Maestro* e successivamente con *Root*. Ogni spettro è stato fittato con una gaussiana, che rappresenta il fotopicco a 511keV, e con un polinomio di primo grado, che permette di rimuovere il fondo ambientale. Da qui sono state ricavate le aree delle gaussiane e la relativa incertezza. Abbiamo operato allo stesso modo con i due rivelatori, ottenendo due grafici $\text{area}(\text{Canali}^2)\text{-voltaggio(V)}$.

- NaI

Il voltaggio scelto è 750V.

$\Delta V(V)$	Picco(Ch)	$\sigma_{picco}(Ch)$	Area
600	2392	123	14154 \pm 364
620	1676	97	12731 \pm 346
640	3841	190	13171 \pm 379
660	4982	238	13501 \pm 238
680	3190	164	13856 \pm 345
700	4206	213	12528 \pm 386
720	4768	224	13000 \pm 337
740	6324	287	12824 \pm 344
760	5486	230	12926 \pm 248
780	6556	270	12783 \pm 245

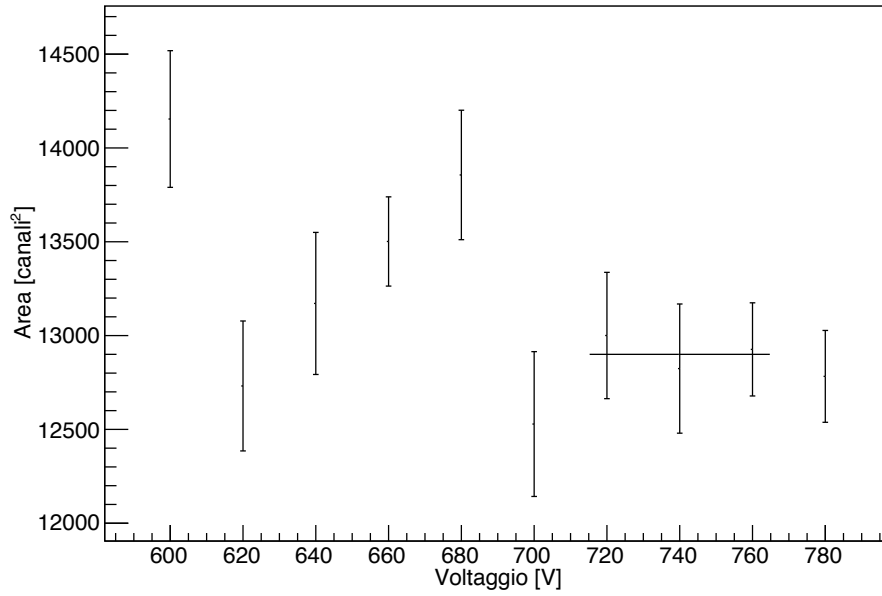


Figura 3.1: Dati e grafico plateau scintillatore NaI

- $CeBr_3$

Il voltaggio scelto è 740V.

$\Delta V(V)$	Picco(Ch)	$\sigma_{picco}(Ch)$	Area
640	1046	54	13874 ± 535
660	1039	53	13680 ± 304
680	1019	52	138896 ± 312
700	1025	53	13822 ± 360
720	1016	52	13743 ± 384
740	1014	51	13782 ± 400
760	1013	50	12996 ± 398
780	1009	52	13798 ± 436
800	1006	52	13935 ± 337

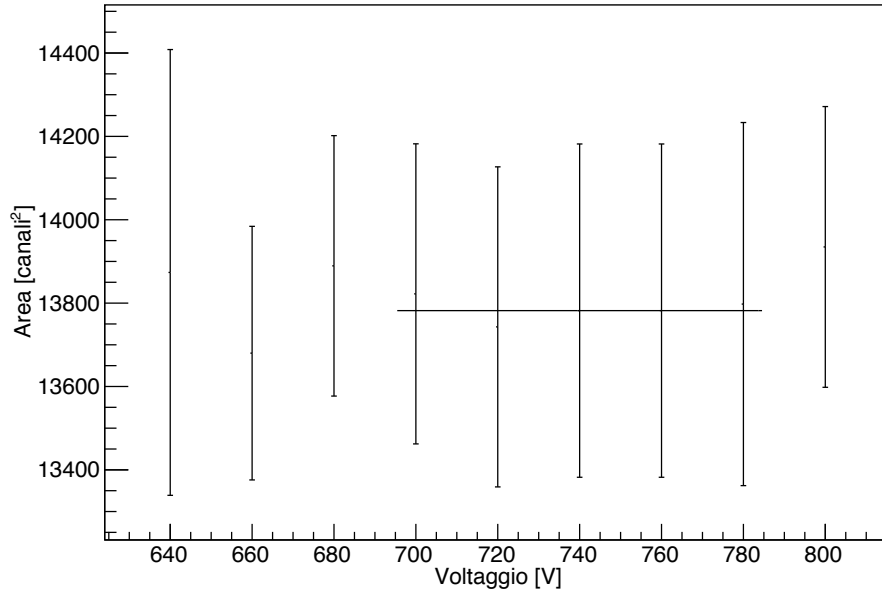


Figura 3.2: Dati e grafico plateau scintillatore $CeBr_3$

3.2 Shaping-time

Il segnale in entrata all'amplificatore ha nella sua ampiezza (o nel suo integrale) l'informazione sull'energia depositata. In una situazione ideale, il tempo di formazione dell'amplificatore deve essere maggiore del tempo di salita del segnale. Per avere una soluzione ottimale, si fissa lo shaping-time (tempo di formazione del segnale) scegliendo il rapporto più piccolo tra FWHM e altezza della gaussiana risultanti dal fit. Il tempo di misura è 300s live time.

- NaI: per questo rivelatore abbiamo a disposizione solo due shaping-time, $2\mu s$ e $0,5\mu s$.

Shaping-Time(μs)	$\frac{FWHM}{mean}$
0,5	0,0446
2	0,0477

Per questo scintillatore abbiamo scelto uno shaping-time di $0,5\mu s$.

- $CeBr_3$: per questo rivelatore è possibile ottenere combinazioni differenti di tempi di integrazione e differenziazione del segnale.

Intervallo integrazione(μs)	Intervallo derivazione(μs)	$\frac{FWHM}{mean}$
0,5	0,5	0,0218
0,5	1,0	0,0198
0,5	1,5	0,0191
0,5	2,0	0,0172
1,0	0,5	0,0202
1,0	1,0	0,0203
1,0	1,5	0,0187
1,0	2,0	0,0189
1,5	0,5	0,0226
1,5	1,0	0,0192
1,5	1,5	0,0191
1,5	2,0	0,0176
2,0	0,5	0,0200
2,0	1,0	0,0215
2,0	1,5	0,0182
2,0	2,0	0,0171

Per questo rivelatore abbiamo scelto una combinazione di $1,5\mu s$ di integrazione e $2\mu s$ di differenziazione.

3.3 Calibrazione energetica

Questa operazione permette di stabilire una relazione tra il canale dell'istogramma in cui viene contato un segnale in input e l'energia del fotone γ osservato. Sono state utilizzate sorgenti differenti di cui è nota l'energia dei fotoni emessi: è stato quindi studiato il variare del valor medio del canale della gaussiana osservata in funzione dell'energia del fotone tabulata. I dati sono stati analizzati con *Root* ed è stato poi ottenuto un fit lineare.

Elemento	$Energia_{\gamma}(\text{keV})$	Picco (Ch)	$\sigma_{picco}(\text{Ch})$
^{241}Am	59,54	607	36
Pb	72,87	740	40
^{133}Ba	80,99	808	49
^{133}Ba	276,40	2949	60
^{133}Ba	302,85	3243	73
^{133}Ba	356,01	3834	82
^{22}Na	511,00	5799	113
^{137}Cs	661,66	7241	133

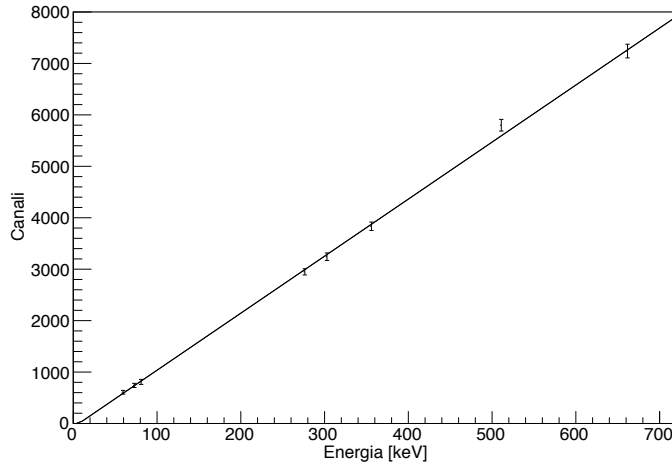


Figura 3.3: Grafico della retta di calibrazione energetica

La retta di calibrazione ottenuta è:

$$N_{Ch} = E_{\gamma}(11,09 \pm 0,14) - (72,91 \pm 29,05)$$

Il χ^2 ridotto risulta pari a 0,69: si ha una buona compatibilità tra i dati e il fit ottenuto.

3.4 Fondo ambientale

La misura del fondo ambientale è stata effettuata per una settimana operando senza sorgente ad un angolo θ di 0° . In questo modo è stato possibile ottenere lo spettro di fondo dovuto principalmente all'emissione di fotoni da parte delle mattonelle di piombo utilizzate per schermare l'intero apparato. Riportiamo di seguito l'istogramma ottenuto.

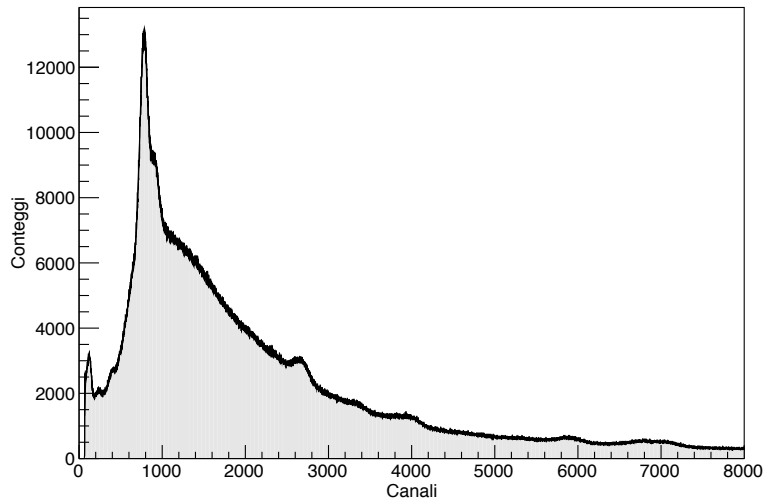


Figura 3.4: Fondo ambientale (tempo di misura: 7 giorni)

Capitolo 4

Studio dell'efficienza

Usando la tecnica delle misure in coincidenza è possibile studiare le efficienze dei due rivelatori. Mettere in coincidenza i due rivelatori A e B significa selezionare tra tutti i fotoni rivelati dal primo solo quelli derivanti da annichilazione elettrone-positrone, i quali hanno quindi un corrispettivo fotone γ rivelato dal secondo scintillatore. Analizzando i segnali con l'oscilloscopio, si va a studiare il rivelatore A facendo un trigger su se stesso: si collega il rivelatore al modulo TISCA, così da avere il segnale osservato come input. In uscita si avranno due cavi output: il primo, convertito in segnale logico grazie alla funzione SCA, permette di ottenere una funzione quadra, mentre il secondo risulta essere il segnale amplificato. Il segnale logico viene generato solamente se il segnale amplificato cade all'interno di una finestra energetica $[E, E+\Delta E]$ (gate) che viene impostata manualmente in modo da racchiudere l'intero fotopicco da 511keV. Per avere il segnale amplificato esattamente all'interno del segnale logico, è stato necessario ritardare il segnale di $3.30\mu s$. Dopo aver studiato NaI triggerato su se stesso, si è proceduto a mettere in coincidenza i due rivelatori: il rivelatore A definisce il segnale logico mentre il rivelatore B fornisce quello amplificato. Il segnale non aveva bisogno di alcun ritardo. Il segnale in uscita, tramite il modulo ADC, genera un segnale rivelato da Maestro solamente se si trova all'interno del gate energetico fissato. Successivamente sono state prese misure anche senza coincidenza. Questo ha permesso lo studio dell'efficienza intrinseca dei due strumenti. Definendo infatti con

- $n(A)$ il numero di fotoni da 511keV rivelati da A
- $n(B)$ il numero di fotoni da 511keV rivelati da B

- $n(A:B)$ il numero di fotoni rivelati da B in coincidenza con A (A funge da trigger)
- $n(B:A)$ il numero di fotoni rivelati da A in coincidenza con B (B funge da trigger)

Valgono allora le seguenti relazioni:

$$n(A) = 2S\Delta t \cdot e(A, E) \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$$

$$n(B) = 2S\Delta t \cdot e(B, E) \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$$

$$n(A : B) = n(B : A) = 2S\Delta t \cdot e(A, E) \cdot e(B, E) \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$$

dove S rappresenta l'attività della sorgente in Bq, Δt il tempo di misura, $e(A,E)$ e $e(B,E)$ le efficienze intrinseche dei due rivelatori, $\frac{\Delta\Omega}{4\pi}$ l'angolo solido sotteso dai rivelatori (uguale per entrambi). Il fattore due indica che a ogni disintegrazione corrispondono due fotoni. Si ottengono quindi le efficienze intrinseche dei due rivelatori:

$$e(A, E) = \frac{n(A : B)}{n(B)}$$

$$e(B, E) = \frac{n(B : A)}{n(A)}$$

Le misure relative sono state effettuate individuando la distanza dalla sorgente tale per cui si ha uno stesso angolo solido sotteso dai rivelatori, facendo una proporzione tra il diametro dei rivelatori e la distanza dalla sorgente stessa. La scelta delle distanze tra i rivelatori e la sorgente risulta essere il compromesso tra un buon tasso di conteggio, che porterebbe ad avvicinare la sorgente allo scintillatore, e una buona precisione della misura dell'energia del fotone al variare dell'angolo di diffusione, che porterebbe alla scelta opposta.

diámetro A	$3,80 \pm 0,05 \text{cm}$
diámetro B	$4,20 \pm 0,05 \text{cm}$
distanza massima	$62,0 \pm 0,1 \text{cm}$

Le distanze tra rivelatori e sorgente tali da sottendere uno stesso angolo solido sono $l_{As}=24,6 \text{cm}$ e $l_{Bs}=37,4 \text{cm}$.

Una volta individuata la posizione ideale si avvicina la sorgente al rivelatore di cui si vuole misurare l'efficienza, in modo che il cono di angolo solido corrispondente ai fotoni che hanno interagito nell'altro rivelatore investa solo la porzione centrale del rivelatore stesso. In questo modo si rende massima la probabilità di totale contenimento di un'eventuale interazione.

- Rivelatore A

Rivelatore A		Rivelatore B
segnale	analogico	logico
gate	-	$E_0=3,30 \Delta E=1,30$

$l_{As}(\text{cm})$	$l_{Bs}(\text{cm})$	n(B)	n(A:B)	e(A)
23	39	9747 ± 690	2293 ± 271	$0,24 \pm 0,03$
21	41	8278 ± 903	1493 ± 272	$0,18 \pm 0,04$
19	43	8449 ± 828	1668 ± 237	$0,20 \pm 0,03$

Il valore ottenuto tramite media pesata è $e(A)=(20,1 \pm 2,0)\%$.

- Rivelatore B

Rivelatore A		Rivelatore B
segnale	logico	analogico
gate	$E_0=3,40 \Delta E=1,70$	-

$l_{As}(\text{cm})$	$l_{Bs}(\text{cm})$	n(A)	n(B:A)	e(B)
25	37	9819 ± 442	2241 ± 47	$0,23 \pm 0,01$
27	35	10439 ± 547	2223 ± 130	$0,20 \pm 0,02$
29	33	12083 ± 356	2126 ± 140	$0,18 \pm 0,13$

Il valore ottenuto tramite media pesata è $e(B)=(20,5 \pm 0,8)\%$.

Capitolo 5

Disposizione dell'apparato

5.1 Verifica della calibrazione energetica

Prima di procedere con le misure, è stata verificata la corretta calibrazione dei dispositivi perchè, per motivi tecnici, è stato necessario staccare la corrente all'intero impianto. Osservando il segnale del fotone rivelato e il segnale logico del trigger, abbiamo deciso di ritardare il segnale in ingresso di $1\mu s$ perchè non si aveva più una sovrapposizione tra i due impulsi. Questo ha portato alla necessità di fare una nuova calibrazione in energia per avere una corretta relazione tra bin rivelato e energia del fotone. Riportiamo di seguito le misure ottenute.

Elemento	$Energia_{\gamma}(\text{keV})$	Picco (Ch)	$\sigma_{picco}(\text{Ch})$
^{241}Am	59,54	579	38
Pb	72,87	748	44
^{133}Ba	276,40	2999	92
^{133}Ba	302,85	3288	70
^{133}Ba	356,01	3885	91
^{22}Na	511,00	5679	109
^{137}Cs	661,66	7412	129

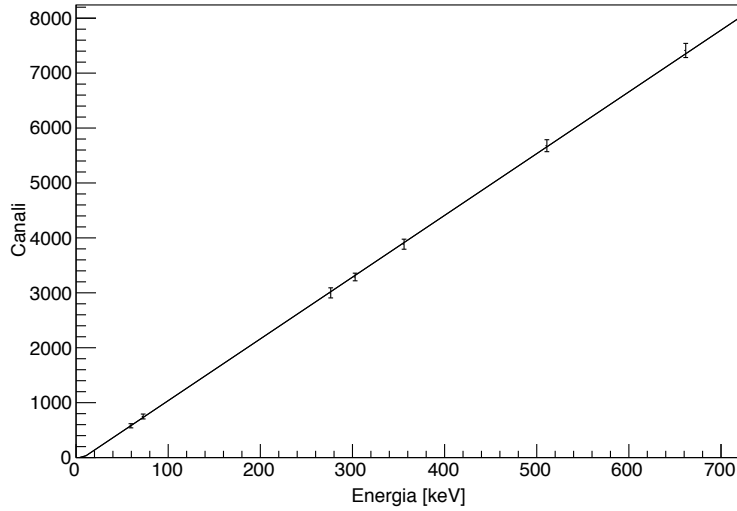


Figura 5.1: Grafico della retta di calibrazione energetica

La nuova retta di calibrazione è:

$$N_{Ch} = E_{\gamma}(11, 24 \pm 0, 15) - (87, 91 \pm 33, 92)$$

Il χ^2 ridotto risulta pari a 0,14.

Dato che il segnale risultava particolarmente lungo rispetto al segnale logico, è stata valutata l'ipotesi di ricalibrare il sistema variando i valori di integrazione e differenziazione del segnale del $CeBr_3$. Abbiamo quindi preso misure sia in coincidenza che non (sempre utilizzando NaI come trigger) con i valori di integrazione e differenziazione di 1,5-2 (come scelto in precedenza) e di 1-1 (in cui si ha un segnale più alto e stretto). Abbiamo quindi misurato le aree dei fotopicchi da 511keV.

Misura	Integrazione	Differenziazione	Area fotopicco
Coincidenza	1,5	2,0	2235±47
Coincidenza	1,0	1,0	2284±47
Non coincidenza	1,5	2,0	9521±488
Non coincidenza	1,0	1,0	9602±426

Le aree ottenute risultano praticamente uguali: questo implica che non vengono persi eventi con le impostazioni 1,5-2 nonostante la coda del segnale non sia pienamente contenuta nel segnale logico.

5.2 Disposizione del banco

In questa fase dell'esperimento abbiamo scelto in che modo disporre la strumentazione. Come bersaglio tramite cui deviare i fotoni emessi si utilizza una targhetta di piombo dello spessore di $2,4 \pm 0,3 \text{ mm}$.

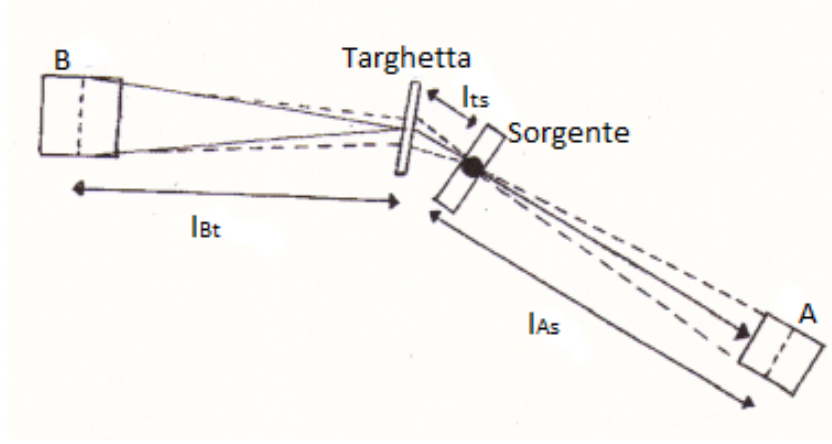


Figura 5.2: Disposizione del banco

La distanza ottimale tra sorgente, targhetta e rivelatori risulta essere il compromesso tra la necessità di avere sorgente e rivelatore vicini per avere un numero significativo di eventi e distanze maggiori tra gli stessi per avere una buona precisione nella misura dell'energia ad un determinato angolo. Abbiamo analizzato un fotopicco a 511keV facendo un fit con root e abbiamo ottenuto una risoluzione $\frac{\Delta E}{E}$ del 4%. Dalla relazione (1.1) si ottiene l'equazione differenziale

$$d\theta = \frac{2 - \cos(\theta)}{\sin\theta} \frac{dE'}{E'}$$

che ammette un minimo per $\theta = \frac{\pi}{3}$. Al minimo, con la risoluzione trovata prima, si ottiene una distanza tra rivelatore B e targhetta $l_{Bt} = 54 \text{ cm}$. Per avere un maggior numero di eventi rivelati a parità di tempo, abbiamo scelto di ridurre questa distanza. A livello teorico, questa distanza risulta essere data dalla relazione

$$l_{Bt} \tan \frac{\theta}{2} = \frac{d_B}{2}$$

dove d_B è il diametro del rivelatore B. Per ottenere poi la distanza tra la sorgente e il rivelatore A si impone semplicemente un'uguaglianza tra gli angoli solidi sottesi dai due rivelatori rispetto alla sorgente. Per avere un numero maggiore di eventi, abbiamo fissato la distanza $l_{Bt}=30\text{cm}$ e la distanza $l_{ts}=10\text{cm}$ tra targhetta e sorgente (quest'ultima può essere scelta arbitrariamente). Per avere uno stesso angolo solido sotteso dai due rivelatori considerando la sorgente puntiforme, si ottiene una distanza tra rivelatore A e sorgente di $l_{As}=26\text{cm}$. La targhetta è stata disposta lungo la bisettrice dell'angolo di diffusione, in modo che tutti i fotoni deviati di un angolo θ attraversino lo stesso spessore D.

l_{Bt}	$30,0 \pm 0,1 \text{cm}$
l_{ts}	$10,0 \pm 0,1 \text{cm}$
l_{As}	$26,0 \pm 0,1 \text{cm}$

Capitolo 6

Esperimento

6.1 Premessa teorica: sezione d'urto

La sezione d'urto differenziale relativa all'effetto Compton è data dalla legge di Klein-Nishina

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2\theta \right) \quad (6.1)$$

dove E è l'energia del fotone incidente, E' quella del fotone diffuso e $r_e = 2,8179 \cdot 10^{-13}$ è il raggio classico dell'elettrone.

Dobbiamo ora trovare un'espressione che ci consenta, attraverso i dati raccolti, di calcolare la sezione d'urto differenziale. Noi possiamo solo misurare il numero di fotoni contati dal rivelatore nella zona del picco per il fotone scatterato, ossia l'area della gaussiana fittata. Sia dn il numero di fotoni interagenti in uno spessore dx della targhetta immerso a profondità x nel bersaglio e poi contati dal rivelatore B; si ottiene

$$dn = nN \frac{d\sigma}{d\Omega_B} d\Omega_B e(B, E') f(x, D, \theta) dx \quad (6.2)$$

dove $n = n(A) = 2Se(A, E)t \frac{\Delta\Omega_A}{4\pi}$ è il numero di fotoni incidenti sulla targhetta corrispondenti ai fotoni con $E=511$ keV contati dal rivelatore A; $N = \rho N_A \frac{Z}{A}$ è il numero di elettroni per centimetro cubo del bersaglio (per il Pb $N=2,707 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^{-3}$); $f(x, D, \theta)$ è il fattore di attenuazione per eventi di diffusione a un angolo θ che avvengono a profondità x nel bersaglio. Riguardo al fattore di attenuazione teniamo conto della configurazione scelta per il bersaglio (lungo la bisettrice), che è la più semplice per il calcolo del fattore f ; poniamo $D' = \frac{D}{\cos\theta/2}$ e calcoliamo

$$f(x, D', \theta) = P(x, \lambda)P(D' - x, \lambda') \quad (6.3)$$

dove $P(x, \lambda) = \exp(-x/\lambda)$ rappresenta la probabilità che un fotone incidente arrivi a profondità x nel bersaglio; invece $P(D' - x) = \exp[-(D' - x)/\lambda']$ è la probabilità che un fotone diffuso riesca ad attraversare il rimanente spessore $D' - x$ di bersaglio; λ e λ' sono i coefficienti di attenuazione per fotoni di energia rispettivamente E ed E' .

Possiamo ora definire il coefficiente di attenuazione Compton come

$$\lambda_C = \left(N \frac{d\sigma}{d\Omega_B} d\Omega_B \right)^{-1} \quad (6.4)$$

ed essendo $\frac{dx}{\lambda_C}$ la probabilità di interazione dei fotoni tra x e $x+dx$ otteniamo

$$dn = ne(B, E') \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \frac{dx}{\lambda_C} \exp\left(-\frac{D' - x}{\lambda'}\right) \quad (6.5)$$

Integrando otteniamo il numero di fotoni contati dal rivelatore B

$$\Delta n = nN \frac{d\sigma}{d\Omega_B} d\Omega_B e(B, E') \lambda \int_0^{D'} \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right) \frac{dx}{\lambda} \exp\left(-\frac{D' - x}{\lambda'}\right) \quad (6.6)$$

Indicando ora con K

$$K = \int_0^{D'} e^{(-\frac{x}{\lambda})} \frac{dx}{\lambda} e^{(-\frac{D' - x}{\lambda'})} = \lambda'' e^{(-\frac{D'}{\lambda'})} \left[1 - e^{(-\frac{D'}{\lambda''})} \right] \quad (6.7)$$

dove

$$\lambda'' = \frac{\lambda\lambda'}{\lambda - \lambda'} \quad (6.8)$$

Otteniamo quindi la seguente espressione di cui sono note tutte le variabili per misurare la sezione d'urto differenziale:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\Delta n}{nN d\Omega_B e(B, E') K} \quad (6.9)$$

6.2 Dati sperimentali

Riportiamo gli spettri acquisiti per diversi angoli e i valori ottenuti.

6.2.1 Angolo 20°

I problemi riscontrati in questa misura sono stati causati dai pochi dati raccolti a causa di uno spegnimento inatteso dell'apparato. Oltre al picco cercato era visibile anche quello a 511keV, corrispondente a fotoni non schermati. Abbiamo analizzato lo spettro acquisito utilizzando lo spettro rivelato a 0° : quest'ultimo è stato normalizzato rispetto al tempo di esecuzione della misura a 20° e, dato che questa normalizzazione non era ancora sufficiente per rendere paragonabili i due spettri, è stato fatto un riscaldamento dividendo ulteriormente per 1000. Abbiamo poi fatto la differenza tra i due spettri e i valori che risultavano negativi sono stati posti a zero (un valore negativo nell'istogramma non avrebbe avuto senso). Una volta ottenuto tale grafico abbiamo proceduto analizzando il picco osservato con Root da cui abbiamo ricavato l'area della gaussiana sottesa e il canale relativo al picco.

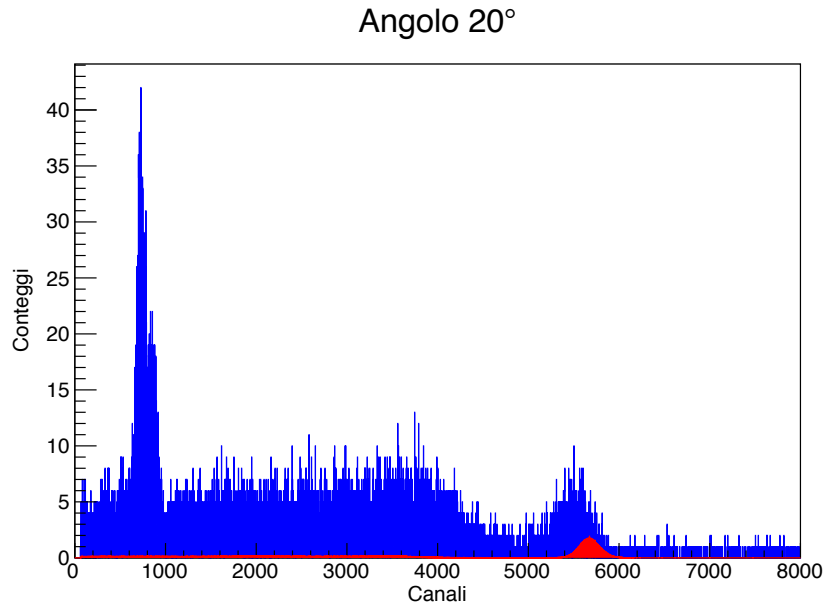


Figura 6.1: Spettro rivelato a 20° con sovrapposizione dello spettro a 0° normalizzato

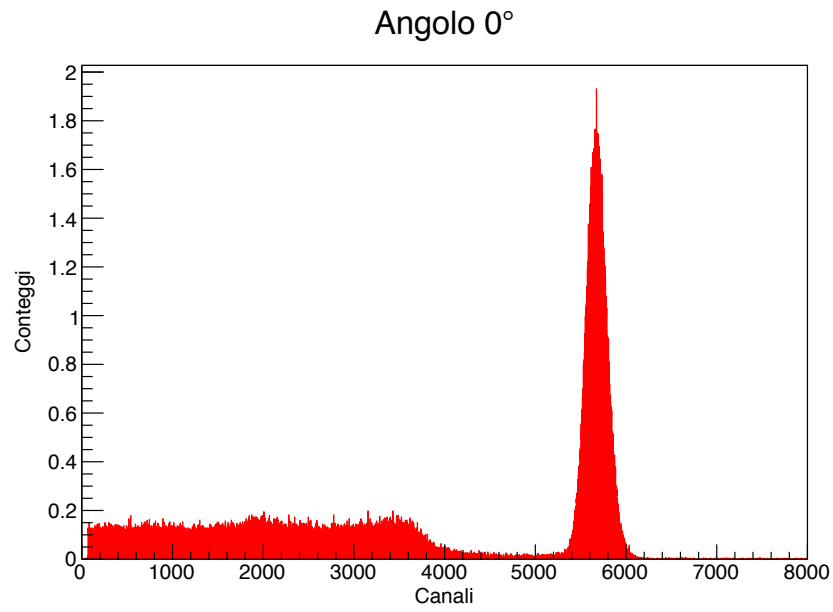


Figura 6.2: Spettro rivelato a 0°

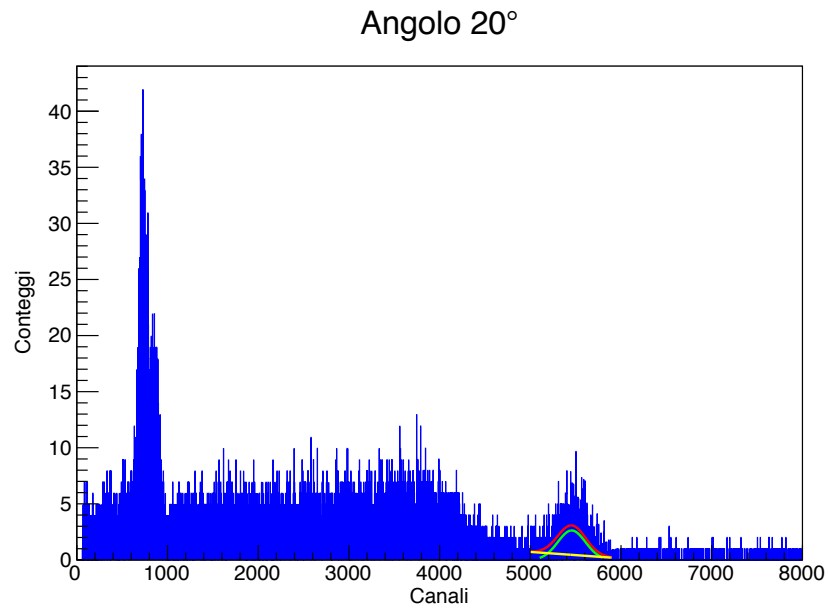


Figura 6.3: Spettro finale a 20° ottenuto dalla differenza tra lo spettro rivelato e la misura a 0° con fit gaussiano

L'ultimo grafico rappresenta il fit ottenuto dalla differenza tra i due spettri mostrati in precedenza. In rosso è rappresentata la prima gaussiana ottenuta tramite un fit dell'istogramma, in giallo un polinomio del primo grado che rappresenta il fondo e in verde la gaussiana finale data dalla differenza della due funzioni precedentemente descritte.

I valori ottenuti sono:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (7,3 \pm 1,4) \times 10^{-26} cm^2$$

$$Ch_{picco} = 5424 \pm 8$$

6.2.2 Angolo 30°

A seguito della misura a 30° abbiamo osservato la presenza di un picco non atteso nello spettro rivelato. Abbiamo quindi deciso di fare un'analisi approfondita del fondo facendo una misura di circa una settimana in assenza di targhetta. Nello spettro relativo al fondo è stato effettivamente osservato il picco cercato, probabilmente dovuto alla riflessione di fotoni su una mattonella di piombo. Lo spettro relativo ai 30° è stato quindi analizzato sottraendo il fondo rivelato. Dato che i tempi di acquisizione del segnale e del fondo erano differenti, è stato necessario normalizzare il fondo e una volta ottenuto il grafico rappresentante la differenza tra le misure e il fondo, è stato analizzato il picco osservato.

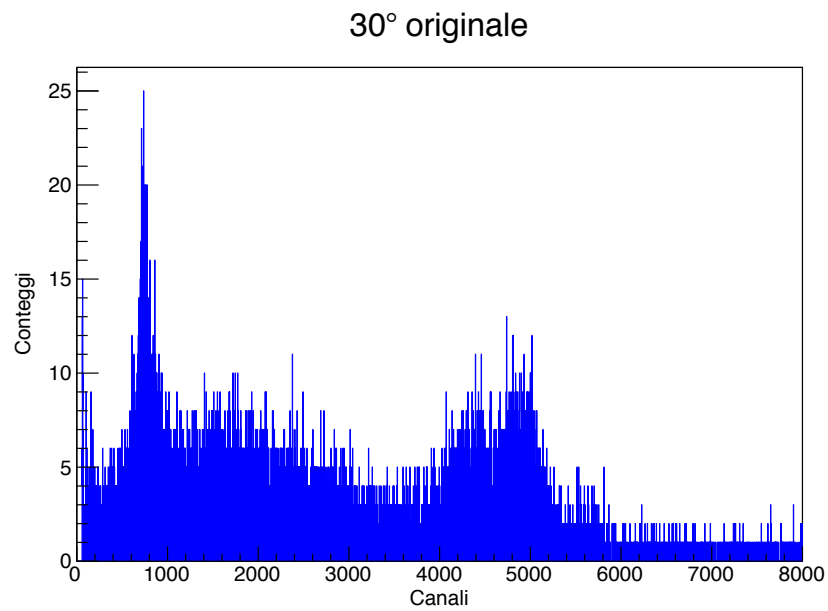


Figura 6.4: Spettro rivelato a 30°

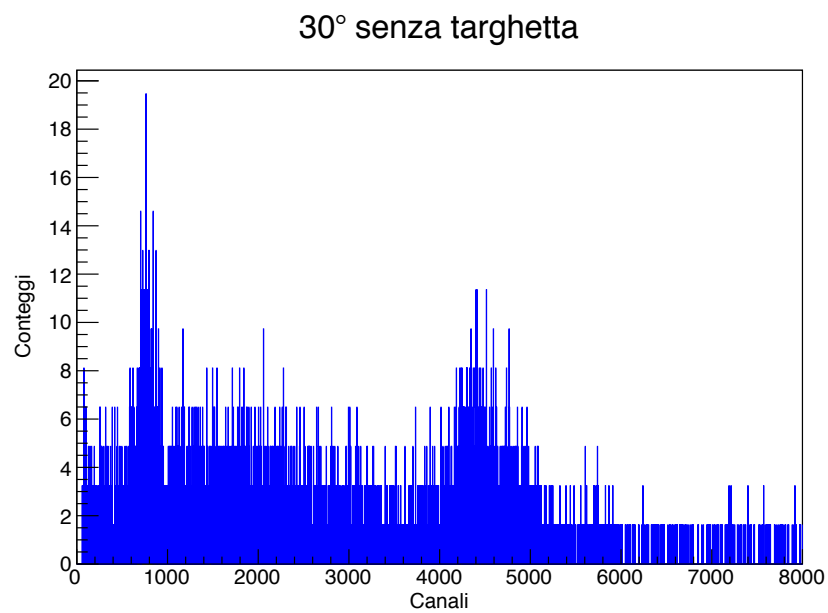


Figura 6.5: Spettro di fondo rivelato a 30°

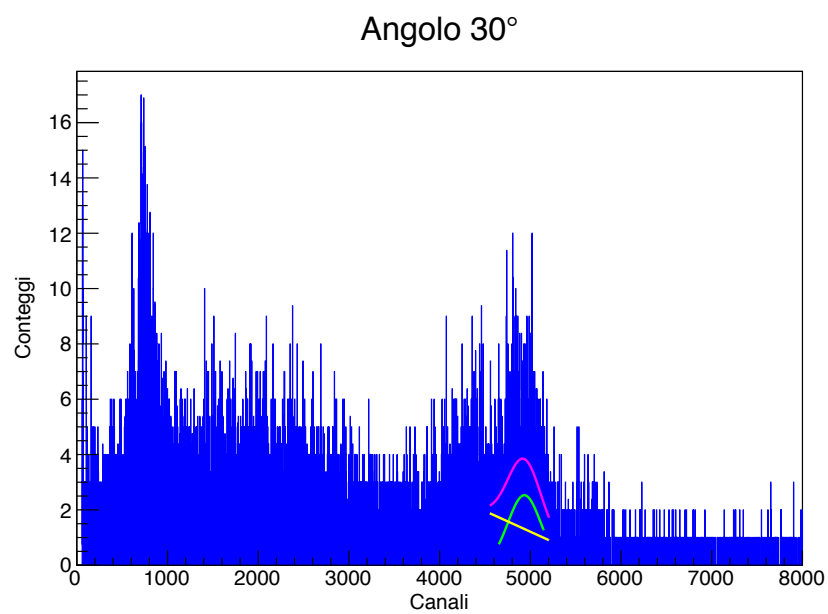


Figura 6.6: Spettro finale a 30° ottenuto dalla differenza tra lo spettro rivelato e il fondo con fit gaussiano

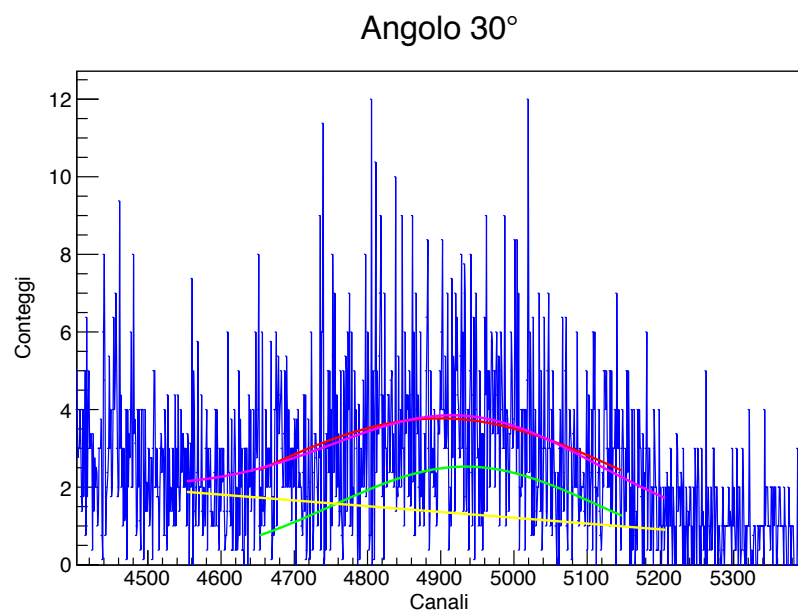


Figura 6.7: Zoom del fit finale

I valori ottenuti sono:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (5,53 \pm 0,95) \times 10^{-26} cm^2$$

$$Ch_{picco} = 4934 \pm 15$$

6.2.3 Angolo 45°

A causa di uno spegnimento inatteso dell'apparato, prima di procedere con la misurazione a 45° abbiamo verificato le impostazioni del trigger. Studiando lo spettro del trigger di NaI su se stesso abbiamo notato che la gaussiana rappresentante il picco a 511keV risultava decentrata rispetto alla finestra energetica impostata. Abbiamo quindi proceduto ad una nuova calibrazione, impostando i valori di gate a E=352 e $\Delta E=140$.

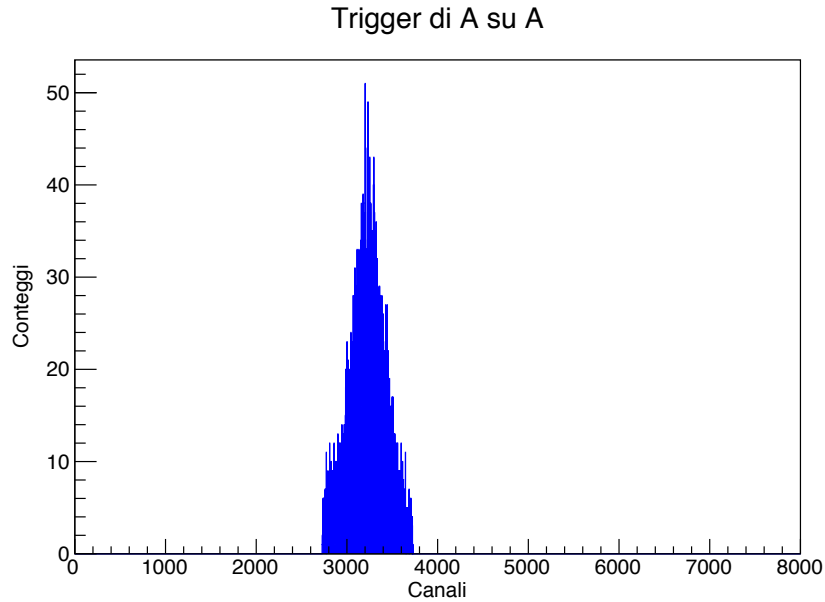


Figura 6.8: Spettro rivelato dall'NaI triggerato su se stesso

Come nella misura a 30° la misura a 45° ha rivelato due picchi, uno dei quali dovuto probabilmente alla riflessione dei fotoni su una mattonella di piombo. Non abbiamo potuto fare un'analisi approfondita del fondo per mancanza di tempo, in quanto questa è stata l'ultima misura, ma abbiamo fittato entrambi i picchi e calcolato l'area solo di quello di nostro interesse.

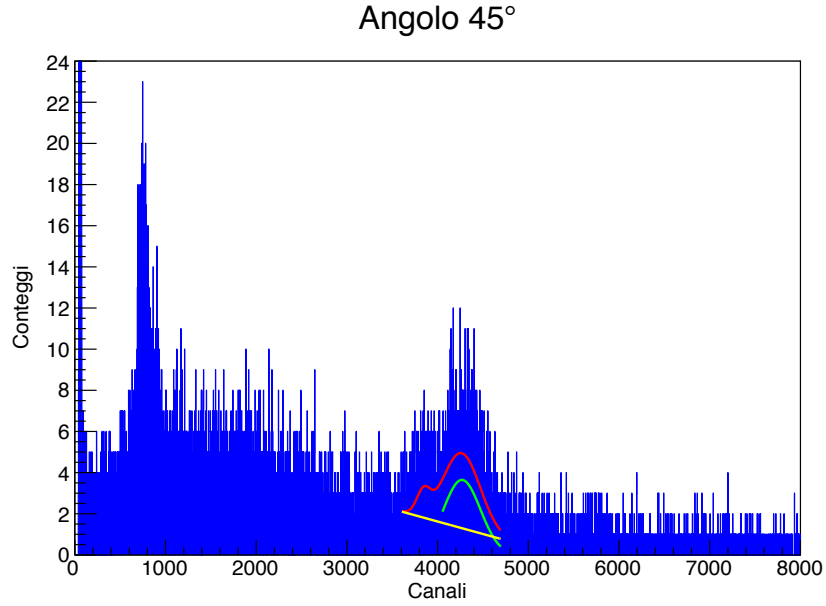


Figura 6.9: Spettro rivelato a 45° fittato con due gaussiane

I valori ottenuti sono:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (3,56 \pm 0,58) \times 10^{-26} cm^2$$

$$Ch_{picco} = 4267 \pm 11$$

6.2.4 Angolo 60°

Per questa misura abbiamo proceduto ad una analisi del fondo: abbiamo preso misure di circa quattro giorni in assenza di targhetta. Il fondo osservato è stato poi sottratto allo spettro raccolto. Facendo l'usuale analisi dati con Root risultava impossibile fittare correttamente il picco: invece che utilizzare l'usuale istogramma, abbiamo provato a fittare il picco con *TGraph* e questo ci ha permesso di ottenere una gaussiana che ben approssima il picco osservato.

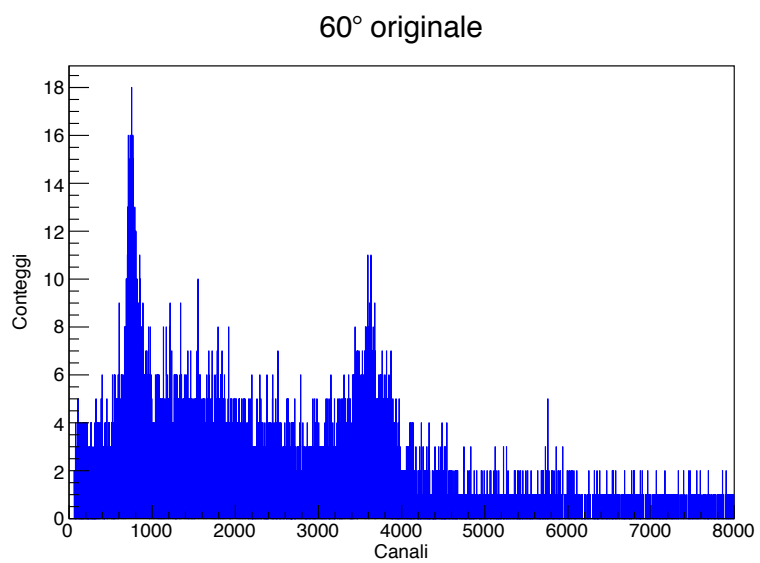


Figura 6.10: Spettro rivelato a 60°

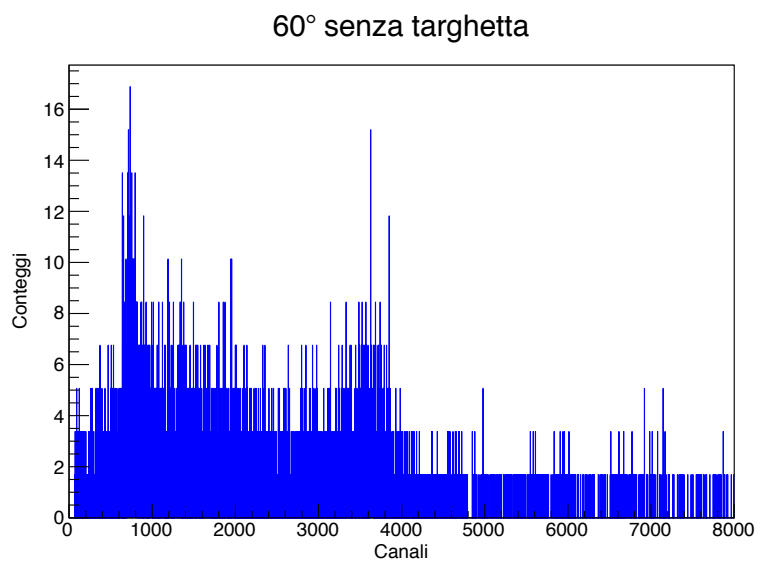


Figura 6.11: Spettro di fondo rivelato a 60°

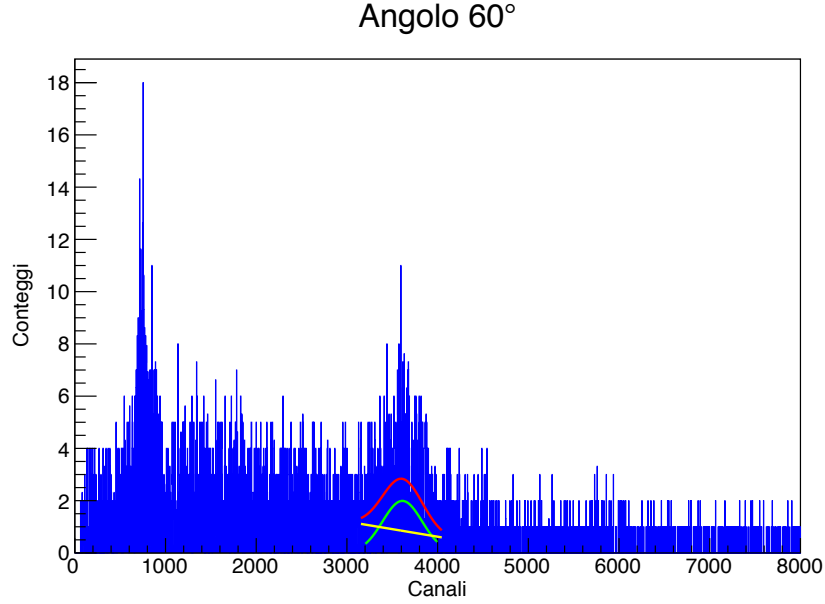


Figura 6.12: Spettro finale a 60° ottenuto dalla differenza tra lo spettro rivelato e il fondo con fit gaussiano

I valori ottenuti sono:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (3,12 \pm 0,92) \times 10^{-26} cm^2$$

$$Ch_{picco} = 3611 \pm 13$$

6.3 Analisi dati

6.3.1 Sezione d'urto e legge di Klein-Nishina

Gli errori indicati sono stati tutti ricavati tramite una propagazione degli errori. Gli errori sull'attività della sorgente e sul tempo di esecuzione sono stati considerati trascurabili. Abbiamo scelto di fissare un errore sull'angolo di scattering di 2°. Le distanze tra i vari elementi dell'apparato misurate con una riga hanno un'incertezza al millimetro, mentre i diametri dei rivelatori, essendo stati misurati col calibro, hanno un'incertezza pari a 0,05mm. Gli errori relativi a grandezza ricavate con fit sono quelle indicate dal fit stesso. I dati ricavati e analizzati nello studio della sezione d'urto sono:

$\theta(^{\circ})$	Integral	$t_{es}(s)$	Δn	$\frac{d\sigma}{d\Omega}(cm^2) \cdot 10^{-26}$
20°	973±144	162442	0,0060±0,0009	7,3±1,4
30°	2144±267	443128	0,0048±0,0006	5,53±0,95
45°	1866±211	606882	0,0031±0,0003	3,56±0,58
60°	923±250	355345	0,0026±0,0007	3,12±0,92

L'errore che ha il maggiore peso nella misura della sezione d'urto è dato dall'errore sull'integrale della gaussiana. Questo sarebbe potuto essere abbattuto da un numero maggiore di conteggi, che avrebbe comportato un fit gaussiano migliore. Tuttavia, a causa dei pochi dati raccolti, l'errore finale risulta essere piuttosto elevato. Riportiamo ora i valori tabulati per il rapporto delle efficienze $\frac{e(CeBr_3, E')}{e(CeBr_3, E)}$ del rivelatore B al variare dell'angolo utilizzati nel calcolo della sezione d'urto e i valori di K.

$\theta(^{\circ})$	$\frac{e(CeBr_3, E')}{e(CeBr_3, E)}$	K(cm)
20°	1,00	0,165
30°	1,10	0,159
45°	1,16	0,149
60°	1,27	0,131

Confrontiamo ora i valori ottenuti per le sezioni d'urto con quelli teorici:

$\theta(^{\circ})$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{teorico}(cm^2) \cdot 10^{-26}$	$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{sperimentale}(cm^2) \cdot 10^{-26}$
20°	6,66	7,3±1,4
30°	5,45	5,53±0,95
45°	3,72	3,56±0,58
60°	2,50	3,12±0,92

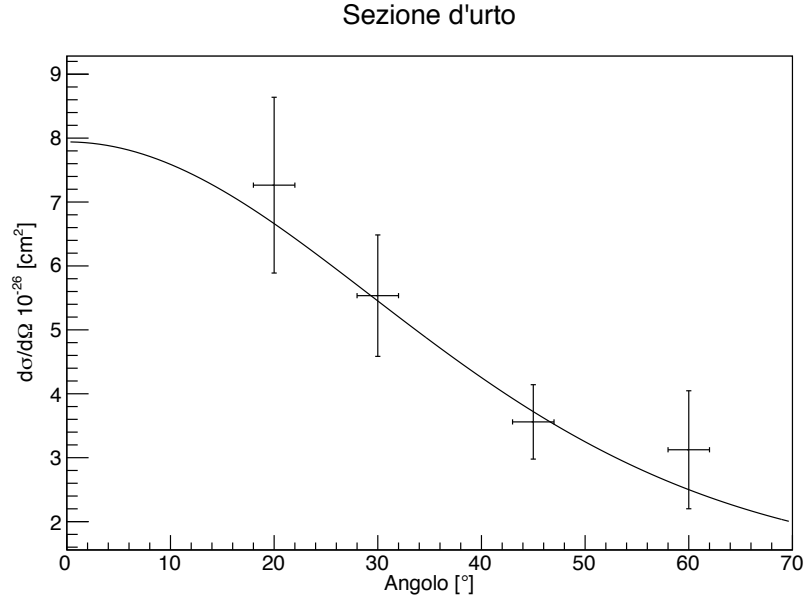


Figura 6.13: Confronto tra andamento teorico (linea) e dati sperimentali della sezione d'urto al variare dell'angolo

Il χ^2 ridotto risulta pari a 0,24, i dati sperimentali sono quindi in buono accordo con quelli teorici.

6.3.2 Verifica della legge Compton

I dati utilizzati nello studio dell'energia del fotone diffuso sono:

$\theta(^{\circ})$	Ch_{picco}	$E'_{sperimentale}(\text{keV})$	$E'_{teorica}(\text{keV})$
20°	5424±8	490±7	481
30°	4934±15	447±7	450
45°	4267±11	387±7	395
60°	3611±13	329±5	340

I valori dell'energia del fotone diffuso sperimentali sono stati ricavati a partire dall'equazione della retta di calibrazione trovata nelle fasi preliminari dell'esperienza.

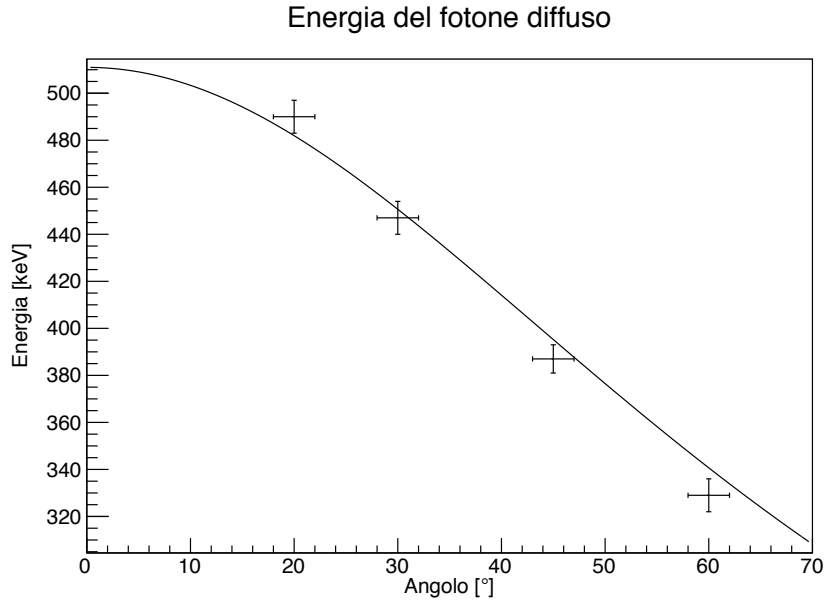


Figura 6.14: Confronto tra andamento teorico (linea) e dati sperimentali dell'energia del fotone diffuso al variare dell'angolo

Il χ^2 ridotto risulta pari a 2,75. I dati sperimentali sono compatibili con quelli teorici entro 2σ .

6.3.3 Misura della massa dell'elettrone

Dai dati mostrati in precedenza è possibile ricavare la massa dell'elettrone. Essendo $E=511\text{keV}=mc^2$, sostituendo nella legge Klein-Nishina si ottiene

$$E'_\gamma = \frac{m_e c^2}{2 - \cos\theta} \quad (6.10)$$

Eseguendo un fit lineare tra E' e $\frac{1}{2-\cos\theta}$, il coefficiente angolare della retta ottenuta risulta essere la massa dell'elettrone espressa in keV.

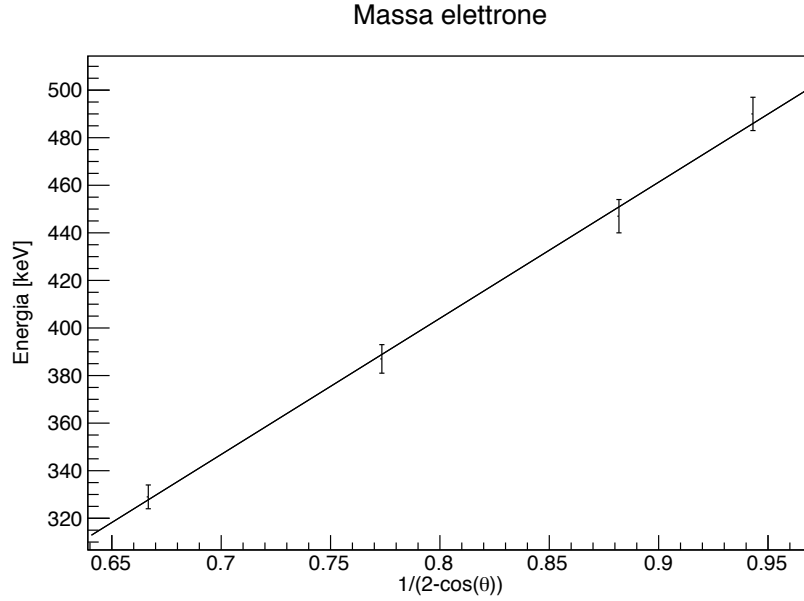


Figura 6.15: Confronto tra andamento teorico (linea) e dati sperimentali per la misura della massa dell'elettrone

La retta di fit ottenuta ha equazione $y = (572 \pm 28)x - (54 \pm 22)$, da cui si ottiene una massa dell'elettrone di $(572 \pm 28)\text{keV}$. Il valore ottenuto risulta compatibile entro $2,18\sigma$ con quello universalmente accettato di 511keV .

6.3.4 Misura del raggio dell'elettrone

Per la misura del raggio dell'elettrone, consideriamo nuovamente la relazione teorica per la sezione d'urto:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'}{E} \right)^2 \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2\theta \right) \quad (6.11)$$

Ponendo sull'asse delle ordinate $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ e sull'asse delle ascisse $\left(\frac{E'}{E}\right)^2 \left(\frac{E}{E'} + \frac{E'}{E} - \sin^2\theta\right)$, si ottiene una retta con coefficiente angolare pari a $\frac{r_e^2}{2}$.

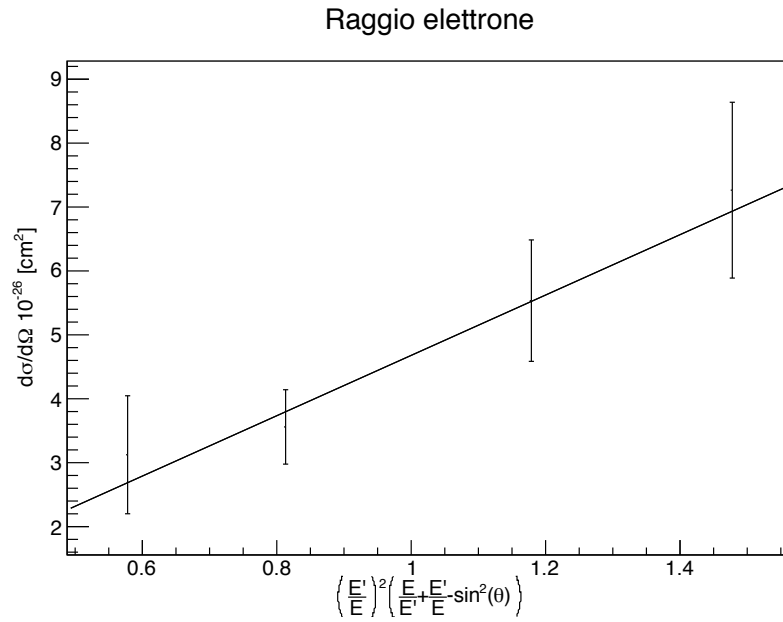


Figura 6.16: Confronto tra andamento teorico (linea) e dati sperimentali per la misura del raggio dell'elettrone

La retta ottenuta ha equazione $y = (4,7 \pm 1,6)x - (0,04 \pm 1,47)$, da cui si ricava un valore del raggio dell'elettrone pari a $(3,07 \pm 0,51) \cdot 10^{-13}\text{cm}$, compatibile con il valore tabulato di $r_e = 2,82 \cdot 10^{-13}\text{cm}$.

Capitolo 7

Conclusioni

In questa esperienza è stato possibile verificare la legge Compton e la legge Klein-Nishina, ottenendo andamenti dei dati compatibili con le previsioni teoriche. Il principale problema riscontrato è stato dato dai pochi dati raccolti per le misure: questo ha portato ad avere spettri che sono stati analizzati tutti in maniere differenti, a seconda delle diverse situazioni che si sono presentate, e ad errori piuttosto significativi. E' stato inoltre fondamentale prima della presa dati vera e propria ricalibrare l'apparato a seguito di un problema tecnico che ha portato ad una variazione della calibrazione precedentemente effettuata. Dai dati raccolti è stato inoltre possibile la misura della massa e del raggio dell'elettrone.