

# Lissage De Crédits Immobiliers

Arouna GANOU\*

M2 IMOI MF, Université de Lorraine, France

ISN 3A, ENSEM, France

8 novembre 2017

## 1 Lissage de crédits

### Amortissement Wikipedia

Dans certaines opérations financières, notamment les prêts immobiliers, il est fréquent de recourir à plusieurs prêts, par exemple des prêts aidés à bas taux, de durée différentes. Typiquement un des prêts, qu'il est possible de qualifier de « principal », correspondra à un capital emprunté et à une durée plus longue que tous les autres prêts, dits « secondaires » : dans le cas d'un achat immobilier ce prêt sera l'emprunt immobilier proprement dit, d'une durée typique de 15 à 25 ans, par opposition aux prêts aidés ou financiers classique, dont la durée n'excède pas 5 à 10 ans au plus.

Il est possible de rembourser tous ces différents prêts de façon indépendante, et le calcul des différentes mensualités est aisé en utilisant la formule précédente, et en tenant compte des éventuels frais annexes (assurances de crédit, normalement obligatoires pour l'obtention d'un prêt immobilier). Toutefois cette façon de faire est généralement peu intéressante, car d'une part la somme des mensualités des différents prêts, calculés indépendamment, peut excéder les capacités de remboursement de l'emprunteur (souvent fixées à 33 % des revenus nets en France), et d'autre part il n'est au contraire pas possible d'augmenter la mensualité pour bénéficier des capacités de remboursement nouvellement dégagées aux échéances des prêts secondaires courts.

Il est ainsi souvent intéressant de *lisser* entre eux les différents prêts, c'est-à-dire d'ajuster la mensualité de remboursement du prêt principal au fur et à mesure du remboursement des différents prêts secondaires. Il convient dès lors de distinguer plusieurs phases de remboursement du prêt principal, la première ayant une mensualité plus réduite, qui s'accroît dans les phases suivantes du montant des mensualités des différents prêts secondaires lorsque ceux-ci viennent à échéance.

Le calcul des mensualités « ajustées » devient plus compliqué, mais utilise la formule précédente. Par exemple pour un crédit principal de capital emprunté  $K_p$ , au taux fixe annuel  $T_p$  correspondant au taux mensuel  $r_p$ , d'une durée totale de  $N$  mois, remboursable en deux phases : la première de durée  $n_1$  mois durant lequel l'emprunt est lissé avec un prêt secondaire de capital  $K_s$ , de taux annuel fixe  $T_s$  correspondant au taux mensuel  $r_s$ , et la seconde de durée  $n_2 = N - n_1$ , le calcul s'effectue de la façon suivante.

La mensualité de remboursement du prêt secondaire se calcule directement à partir de la formule précédente, soit :

$$M_s = K_s \frac{r_s}{1 - (1 + r_s)^{-n_1}}$$

(dans le cas d'un prêt aidé à taux zéro, cette relation se réduit à  $M_s = K_s/n_1$ ). Les mensualités de remboursement de chacune des phases du crédit principal sont notées respectivement  $M_{p1}$  et  $M_{p2}$ , respectivement. Par définition du lissage, la relation suivante doit être vérifiée entre les trois mensualités :

$$M_{p1} + M_s = M_{p2}$$

Par ailleurs, si  $K_{p2}$  est le capital restant dû à la fin de la première phase, le montant  $M_{p2}$  de la mensualité de remboursement de la deuxième phase est également donné par la formule de calcul précédente :

$$M_{p2} = K_{p2} \frac{r_p}{1 - (1 + r_p)^{-n_2}}$$

Il reste dès lors à exprimer le capital restant dû  $K_{p2}$  au début de la deuxième phase. En notant  $K_{p,j}$  le capital restant dû après paiement de la  $j$ -ième mensualité, avec  $j = 1, \dots, N$ , il est évident que  $K_{p2} = K_{p,n_1}$  et que comme dans la

---

\*Courriel: arouna.ganou5@etu.univ-lorraine.fr

démonstration de la partie précédente il est possible d'écrire pour les différentes échéances de la première phase de remboursement du prêt principal, de mensualité  $M_{p1}$  :

$$K_{p,1} = K_p(1 + r_p) - M_{p1},$$

$$K_{p,2} = K_{p,1}(1 + r_p) - M_{p1} = K_p(1 + r_p)^2 - M_{p1}(1 + r_p) - M_{p1}$$

, etc., il vient alors facilement par récurrence :

$$K_{p,n_1} = K_{p2} = K_p(1 + r_p)^{n_1} - M_{p1} \sum_{j=0}^{n_1-1} (1 + r_p)^j = K_p(1 + r_p)^{n_1} + M_{p1} \frac{1 - (1 + r_p)^{n_1}}{r_p}$$

Il est alors possible de substituer cette expression dans celle donnant  $M_{p2}$  en fonction de  $K_{p2}$  et en éliminant  $M_{p1}$  de par la relation entre les différentes mensualités, il vient tout calcul fait :

$$M_{p2} = \frac{K_p r_p (1 + r_p)^{n_1} + M_s ((1 + r_p)^{n_1} - 1)}{(1 + r_p)^{n_1} - (1 + r_p)^{-n_2}}$$

## Exemple

Soit un ménage dont la capacité d'emprunt (hors frais d'assurance et annexes) est limitée à environ 1000 euros. Ce ménage nécessite un financement de 120000 répartis en deux emprunts : un prêt aidé à 0% de capital  $K_s = 20000$  euros sur  $n_1 = 60$  mois, de mensualité  $M_s = 333,34$  euros, et un prêt immobilier classique de taux annuel fixe nominal  $T_p = 3,6\%$  soit un taux mensuel  $r_p = 0,30\%$ , d'un montant  $K_p = 100000$  euros, sur  $n$  mois. Si les deux prêts ne sont pas lissés, avec la contrainte de limiter le total des deux mensualités à environ 1000 euros, le montant maximal pouvant être consacré au remboursement du prêt immobilier est donc de l'ordre de 670 euros. D'après la formule liant capital et mensualité, il faudra allonger la durée du crédit immobilier à prêt de  $n = 198$  mois (soit 16 ans et demi, pour une mensualité de 670,55 euros, soit une mensualité totale de 1003 euros avec le prêt aidé) pour effectuer le financement, avec un coût total du crédit hors assurance de 32 768 euros. En effectuant en lissage des deux crédits, impliquant deux phases de remboursement pour le prêt immobilier principal, il est possible en utilisant les formules précédentes d'obtenir une mensualité globale fixe sur toute la période, de l'ordre de 1012 euros, en ramenant la durée totale du crédit principal à  $n = 142$  mois, soit 12 ans. Il vient  $M_{p1} = 679,41$  euros et  $M_{p2} = 1012,74$  euros, le coût total du crédit hors assurance est alors de 25 834,79 euros. Cet exemple montre que le lissage de crédits permet de réduire de façon appréciable la durée de l'emprunt principal et donc son coût, pour un montant de financement égal et une mensualité globale quasi-identique, par rapport à des crédits indépendants.