Guillermo Betancourt, carnet 11-10103 Gabriel Giménez, carnet 12-11006

## Proyecto - BOT

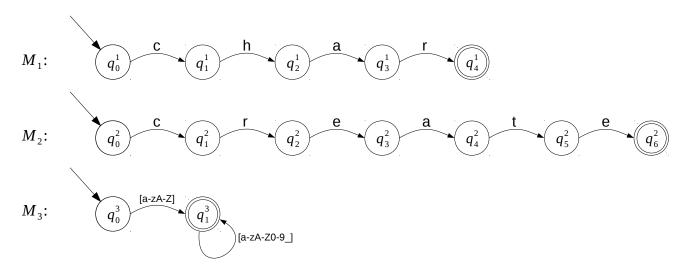
Revisión teórico-práctica

1. Dé tres expresiones regulares  $E_1$  ,  $E_2$  y  $E_3$  que correspondan respectivamente al reconocimiento de la palabra clave create , de la palabra clave char y de identificadores:

Dado un alfabeto  $\sum$  que está formado por todos los caracteres ASCII, podemos decir que  $E_1$ = create,  $E_2$ = char y  $E_3$ =  $[a-zA-Z][a-zA-Z0-9_]*$  son expresiones regulares que reconocen la palabra clave create, de la palabra clave char y los identificadores de nuestro lenguaje, respectivamente.

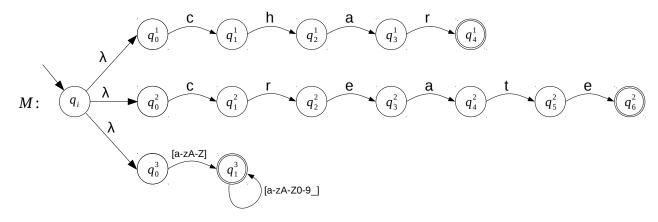
2. Dé los diagramas de transición (i.e. representación gráfica) de los tres automatas finitos (posiblemente no-determinísticos)  $M_1$ ,  $M_2$  y  $M_3$  que reconocen respectivamente a los lenguajes denotados por  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$ , esto corresponde al paso (1) del algoritmo A, con  $R_i$  y  $R_i$  refiriéndose a nuestras  $E_i$ :

Podemos representar gráficamente los autómatas finitos determinísticos  $M_1$ ,  $M_2$  y al autómata finito no-determinístico  $M_3$  que reconocen las expresiones  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$  mediante digrafos de la siguiente manera:



3. Construya un autómata finito no-determinístico M que reconozca la unión de los lenguajes  $L(M_1)$  ,  $L(M_2)$  y  $L(M_3)$  tal como se indica en el paso (2) de A.

El siguiente autómata M es un autómata finito no-determinístico y reconoce la unión de los lenguajes  $L(M_1)$  ,  $L(M_2)$  y  $L(M_3)$  :



Donde se representa la frase vacía con el símbolo  $\lambda$ , que nos permite unir los tres autómatas obtenidos anteriormente en un único autómata que reconozca los tres lenguajes dados.

Nótese que el no-determinismo de M no está dado únicamente por el no-determinismo de  $M_3$ , al unir  $M_1$  y  $M_2$ , ambos reconocen frases cuya primera letra empieza por "c".

4. Note que, a efectos de implementar un analizador lexicográfico, es importante que el autómata M sepa reportar a cuál de los tres lenguajes pertenece cada palabra que él reconozca. Esto significa que M debe poder identificar a cuál de los tres lenguajes corresponde cada estado final. Indique a qué lenguaje corresponde cada uno de los estados finales de su autómata M:

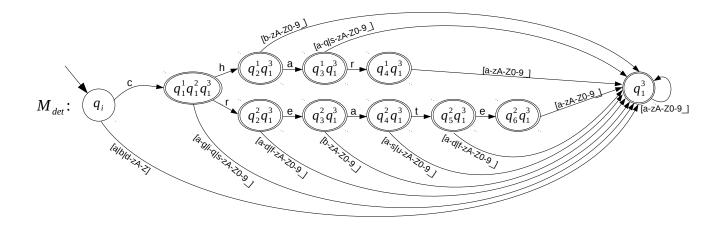
Los estados finales  $q_4^1$  ,  $q_6^2$  y  $q_1^3$  corresponden a los lenguajes  $L(M_1)$  ,  $L(M_2)$  y  $L(M_3)$  , respectivamente.

5. La asignación de estados finales a lenguajes de su respuesta a la pregunta 4 debe crear conflictos, pues hay elementos que pertenecen a más de uno de los tres lenguajes  $L(M_1)$ ,  $L(M_2)$  y  $L(M_3)$ . Cada conflicto corresponde a una palabra w que pertenece a más de un lenguaje, digamos  $L_x$  y  $L_y$ . Indique cuáles son los conflictos de su autómata M, especificando las palabras que lo generan, y los lenguajes y estados finales involucrados:

Podemos observar que la frase  $w_1$ =char pertenece tanto al lenguaje  $L(M_1)$  como a  $L(M_3)$ . De manera similar, la frase  $w_2$ =create pertenece tanto al lenguaje  $L(M_2)$  como a  $L(M_3)$ . Esto sucede debido a que  $sem(E_1) \cup sem(E_2) \subset sem(E_3)$ , luego  $L(M_3)$  contendrá las mismas frases de  $L(M_1)$  y  $L(M_2)$ .

6. Construya un autómata finito determinístico  $M_{det}$  equivalente a M , i.e. que reconozca el mismo lenguaje M (viz.  $L(M_1) \cup L(M_2) \cup L(M_3)$  ). Esto corresponde al paso (3) de A:

Aplicando el paso (3) del algoritmo A, obtenemos un autómata finito determinístico equivalente a M , que llamaremos  $M_{det}$  , el cual reconoce el lenguaje  $L=L(M_1)\cup L(M_2)\cup L(M_3)$  .



7. ¿Cómo se reflejan los conflictos de su respuesta a la pregunta 5 en su autómata  $\,M_{\it det}\,$  ?:

Básicamente, en el autómata  $M_{\rm det}$  todos los estados son de aceptación excepto el estado  $q_i$ , dado que la frase vacía no es reconocida por la unión de los tres lenguajes dados. Los estados  $q_4^1q_1^3$  y  $q_6^2q_1^3$  reconocen las frases  $w_1=char$  y  $w_2=create$ , respectivamente, por lo que el conflicto de saber a qué lenguaje pertenecen las frases  $w_1$  y  $w_2$  persiste en  $M_{\rm det}$ , sabiendo que solamente pueden pertenecer a un lenguaje.

8. Los conflictos deben ser resueltos mediante un orden lineal que priorice a los lenguajes involucrados. En nuestro caso, establecemos que el orden de prioridad viene dado por la secuencia  $\langle L(E_1), L(E_2), L(E_3) \rangle$  de manera decreciente, i.e. el primer lenguaje tiene más prioridad que los otros dos y el segundo más que el tercero. De acuerdo con esto, asocie un lenguaje (solo uno) a cada estado final de  $M_{det}$  tal como lo hizo en la pregunta 4 para M:

Dado el orden de prioridad anterior, podemos asociar los lenguajes  $L(E_1)$  y  $L(E_2)$  a los estados de aceptación  $q_4^1q_1^3$  y  $q_6^2q_1^3$ , respectivamente, mientras que el resto de los estados de aceptación del autómata  $M_{det}$  les asociamos al lenguaje  $L(E_3)$ .

9. Tal como se indica en el paso (4) de A, construya un autómata finito determinístico mínimo  $M_{\it min}$  equivalente a M (y, por lo tanto, también equivalente a  $M_{\it det}$  ). Explique por qué se debe usar la partición inicial de estados especificada en el paso (4) de A, e indique a cuál de los tres lenguajes corresponde cada estado final de  $M_{\it min}$ :

Para hallar el autómata  $\,M_{\it min}\,$  debemos tomar inicialmente una partición del conjunto de estados del autómata  $\,M_{\it det}\,$  , la cual será

$$\Pi_{0} \; = \; \left\{ \, \{ \, q_{i} \} \right. \; , \; \left\{ \, q_{1}^{1} q_{1}^{2} q_{1}^{3} \right. \; , \; q_{2}^{1} q_{1}^{3} \; , \; q_{3}^{1} q_{1}^{3} \; , \; q_{1}^{3} \; q_{1}^{3} \; , \; q_{2}^{2} q_{1}^{3} \; , \; q_{3}^{2} q_{1}^{3} \; , \; q_{4}^{2} q_{1}^{3} \; , \; q_{5}^{2} q_{1}^{3} \; \right\} \; , \; \left\{ \, q_{4}^{1} q_{1}^{3} \right\} \; , \; \left\{ \, q_{6}^{2} q_{1}^{3} \right\} \; \right\}$$

En lugar de tomar la partición inicial como el conjunto de estados finales y el conjunto de estados no finales, tomamos  $\Pi_0$  dado que queremos saber a qué lenguaje  $L(E_1)$ ,  $L(E_2)$  o  $L(E_3)$  pertenece cada frase que reconoce  $M_{det}$ , dado el orden de prioridad establecido anteriormente.

Aplicando clases de equivalencia obtenemos que

$$\begin{split} \Pi_1 &= \left\{ \left\{ q_i \right\} \;,\; \left\{ q_1^1 q_1^2 q_1^3 \;,\; q_2^1 q_1^3 \;,\; q_1^2 \;,\; q_2^2 q_1^3 \;,\; q_3^2 q_1^3 \;,\; q_4^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_4^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_6^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_3^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_5^2 q_1^3 \right\} \right\} \\ \Pi_2 &= \left\{ \left\{ q_i \right\} \;,\; \left\{ q_1^1 q_1^2 q_1^3 \;,\; q_1^3 \;,\; q_2^2 q_1^3 \;,\; q_3^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_4^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_6^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_3^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_5^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_2^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_4^2 q_1^3 \right\} \right\} \right] \\ \Pi_3 &= \left\{ \left\{ q_i \right\} \;,\; \left\{ q_1^3 \;,\; q_2^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_4^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_6^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_3^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_5^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_4^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_1^1 q_1^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_3^2 q_1^3 \right\} \right\} \right] \\ \Pi_4 &= \left\{ \left\{ q_i \right\} \;,\; \left\{ q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_2^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_4^1 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_6^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_3^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_2^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_1^2 q_1^2 \right\} \;,\; \left\{ q_3^2 q_1^3 \right\} \;,\; \left\{ q_3^2 q_1^3 \right\} \right\} \right\} \end{split}$$

Finalmente, obtenemos que  $\Pi_4$  es la partición de los singletones de los estados del autómata  $M_{\it det}$ , por lo tanto el autómata finito determinístico mínimo  $M_{\it min}$  es  $M_{\it det}$ .

## 10. ¿Cómo relaciona usted el desarrollo de las preguntas 1-9 a la implementación de su analizador lexicográfico construido con la herramienta escogida?:

El algoritmo A anteriormente utilizado, también conocido como Algoritmo de Hopcroft, nos permite obtener un autómata finito determinístico mínimo dada una expresión regular, generando a partir de esta última un autómata finito no-determinístico, luego convirtiéndolo en determinístico y finalmente minimizándolo.

Este algoritmo es el que implementa la herramienta Flex, para C y C++, que es básicamente un generador de analizadores lexicográficos, donde toma como entrada un texto escrito en los lenguajes anteriormente mencionados, y tokeniza dicho texto dadas ciertas expresiones regulares aplicando el Algoritmo de Hopcroft.