

# The approximation ratio of $OM_k$ to $UM_{OM\_1}$ , is unbounded.

To prove the theorem, we only need to find one example that satisfies the unbounded situation. To simplify the complex situation, we assume that the Owner has only two items to submit. Then we compare the Profit outcomes of different mechanisms for the Collector.

$t=0.5$

$v=[0,0.333,0.666,1]$

$d(v): [0.2645, 0.5386, 0.1861, 0.0109]$

The matrix  $r(v,s)$  is constructed as follows:

```
[[0.522 0.232 0.145 0.101]
 [0.022 0.708 0.221 0.049]
 [0.004 0.427 0.515 0.054]
 [0.066 0.113 0.27  0.551]]
```

The resulting objectives of collector are 0.0 for  $UM_{OM\_1}$  and 0.0085264 for  $OM_2$ . Thus, we can conclude that there is no multiplicative approximation relationship between  $UM_{OM\_1}$  and  $OM_k$ .

## The result for $UM_{OM\_1}$ : Obj=0

### The first paper $X_{UM_{\{OM\_1\}}}(v_1,v_2,s_1,s_2)$ :

paper: 1

$v\_1$  value: 0.0

$v\_2$  value: 0.0

$[s_1,s_2]$  value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

$v\_1$  value: 0.0

$v\_2$  value: 0.3333333333333333

$[s_1,s_2]$  value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

## The second paper $X_{UM_{\{OM_1\}}}(v_1, v_2, s_1, s_2)$ :

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 2  
v\_1 value: 0.6666666666666666  
v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 2  
v\_1 value: 1.0  
v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 2  
v\_1 value: 1.0  
v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 2  
v\_1 value: 1.0  
v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,  
0.0, 0.0, 0.0, 0.0,

paper: 2  
v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

**The result for OM<sub>2</sub>: Obj=0.0085264**

**The first paper  $X_{OM_2}(v_1, v_2, s_1, s_2)$ :**

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,
0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,
0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,
0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,

paper: 1

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,



0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.16636,	0.16636,	0.16636,	1.0,
0.16636,	0.16636,	0.16636,	1.0,
0.16636,	0.16636,	0.16636,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.14059,	0.14059,	0.14059,
0.0,	0.14059,	0.14059,	0.14059,
0.0,	0.14059,	0.14059,	0.14059,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
------	------	------	------

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.32211,	0.32211,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.51192,	1.0,
0.0,	0.0,	0.51192,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.84317,	0.84317,	0.84317,	0.84317,
1.0,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.69957,	1.0,	1.0,	1.0,
1.0,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.15305,	0.15305,
0.0,	0.0,	0.61033,	0.61033,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,
0.0,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 1

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 1.0

[s1,s2] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,
0.59787,	0.83617,	1.0,	1.0,

## The second paper $X_{OM\_2}(v1,v2,s1,s2)$ :

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,
0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,
0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,
0.0,	0.0,	0.45378,	0.45378,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.16636,	0.16636,	0.16636,	1.0,
0.16636,	0.16636,	0.16636,	1.0,
0.16636,	0.16636,	0.16636,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.14059,	0.14059,	0.14059,
0.0,	0.14059,	0.14059,	0.14059,
0.0,	0.14059,	0.14059,	0.14059,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.3333333333333333

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,
0.82291,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.32211,	0.32211,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 0.6666666666666666

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.51192,	1.0,
0.0,	0.0,	0.51192,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.0

v\_2 value: 1.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.84317,	0.84317,	0.84317,	0.84317,
1.0,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.3333333333333333

v\_2 value: 1.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.69957,	1.0,	1.0,	1.0,
1.0,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 0.6666666666666666

v\_2 value: 1.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.15305,	0.15305,
0.0,	0.0,	0.61033,	0.61033,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,
0.0,	1.0,	1.0,	1.0,

paper: 2

v\_1 value: 1.0

v\_2 value: 1.0

[s2,s1] value:

0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	0.0,	0.0,
0.0,	0.0,	1.0,	1.0,
0.59787,	0.83617,	1.0,	1.0,