

NIS2312-1 2022-2023 Fall

信息安全的数学基础 (1)

Assignment 10

2022 年 10 月 24 日

Problem 1

把下列置换写成不相交轮换的乘积, 并计算置换的奇偶性:

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix};$$

$$(2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 6 & 5 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 2 & 4 & 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Problem 2

计算置换的乘积, 把结果写成不相交轮换的乘积, 并计算置换的奇偶性:

$$(4\ 9\ 6\ 7\ 8)(2\ 6\ 4)(1\ 8\ 7)(3\ 5).$$

Problem 3

设 $\sigma = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6) \in S_6$, 求 $\langle \sigma \rangle$.

Problem 4

证明: $(i_1\ i_2\ \cdots\ i_r)^{-1} = (i_r\ i_{r-1}\ \cdots\ i_1)$.

Problem 5

设 $\sigma \in S_n$. 证明:

$$\sigma(i_1\ i_2\ \cdots\ i_k)\sigma^{-1} = (\sigma(i_1)\ \sigma(i_2)\ \cdots\ \sigma(i_k)).$$

Problem 6

设 σ 为一个 n 阶置换, 集合 $X = \{1, 2, \dots, n\}$. 在 X 中, 规定关系 “ \sim ”:

$$k \sim l \iff \text{存在 } r \in \mathbb{Z}, \text{ 使 } \sigma^r(k) = l.$$

- (1) 证明: \sim 是 X 的一个等价关系;
- (2) 证明: $k \sim l$ 的充分必要条件是 k 与 l 属于 σ 的同一个轮换;
- (3) 对于置换

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 2 & 6 & 8 & 9 & 1 & 7 & 10 & 4 & 5 \end{pmatrix},$$

试确定集合 $X = \{1, 2, \dots, 10\}$ 的所有等价类.