

# NIS2312-1 2022-2023 Fall

## 信息安全的数学基础 (1)

### Assignment 14

2022 年 11 月 7 日

---

#### Problem 1

设  $R = \mathbb{Z}$  为整数集. 对任意的  $x, y \in R$ , 规定

$$x \oplus y = x + y + 1, \quad x \odot y = xy + x + y.$$

- (1) 证明:  $(R, \oplus, \odot)$  构成一个环;
- (2) 证明:  $R$  与整数环  $\mathbb{Z}$  同构.

#### Problem 2

设  $m$  与  $n$  是互素的正整数. 证明: 存在环同构  $\mathbb{Z}_{mn} \cong \mathbb{Z}_m \oplus \mathbb{Z}_n$ .

#### Problem 3

设  $S$  为  $R$  的子环,  $I$  为  $R$  的理想, 则  $S \cap I$  是  $S$  的理想且

$$\frac{S}{S \cap I} \cong \frac{S + I}{I}.$$

#### Problem 4

设  $R$  是一个没有单位元的环, 则存在一个有单位元的环  $R'$ , 使得  $R$  为  $R'$  的子环.