OPERACIONES DE PÍXEL

Por operaciones de píxel se refiere a aquellas operaciones realizadas sobre imágenes en donde solo es tomado en cuenta el valor del píxel en cuestión de la imagen. Cada nuevo valor del píxel calculado $p' = I'(x,y)$ es dependiente del valor del píxel original $p = I(x,y)$ en la misma posición y con ello independiente de los valores de otros píxel como podrían ser sus vecinos. El nuevo valor del píxel es determinado a través de una función $f(I(x,y))$, es decir:

$$f(I(x,y)) \rightarrow I'(x,y) \qquad (4.1)$$

La figura 4.1 muestra una representación de este tipo de operaciones. Si como en el caso anterior la función $f(\cdot)$ es independiente de las coordenadas de la imagen, por lo que su valor es igual no depende de la posición del píxel, la función es llamada homogénea. Ejemplos de operaciones homogéneas típicas son:

- Cambios de contraste y de iluminación en la imagen
- Aplicación de determinadas curvas de iluminación
- La inversión o complemento de una imagen
- La segmentación por umbral de una imagen
- La corrección gama de una imagen
- La transformación de color de una imagen

En este capitulo se tratara en detalle algunos de los ejemplos anteriormente citados.

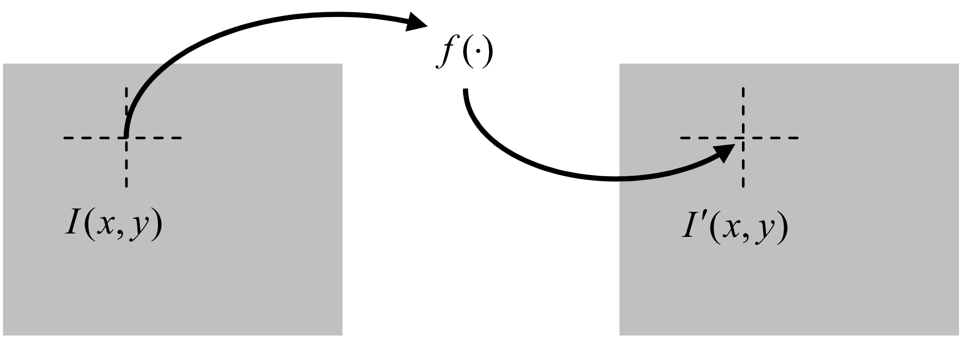


Figura 4.1 Representación de las operaciones de píxel, en las cuales el píxel resultado depende únicamente del valor de la función que opera sobre el píxel original.

Las operaciones de píxel no homogéneas consideran por el contrario no solamente el valor del píxel en cuestión sino también su posición relativa en la imagen, es decir

$$g(I(x,y),x,y) \rightarrow I'(x,y) \tag{4.2}$$

Una operación frecuente realizada en imágenes utilizando operaciones no homogéneas es el del cambio selectivo del contraste o iluminación de una imagen dependiendo de la posición que guarda el píxel en la imagen, de tal forma que algunos píxeles de la imagen se han considerado poco o nada en la adaptación.

4.1 CAMBIO DEL VALOR DE LA INTENSIDAD DELPÍXEL

4.1.1 Contraste e Iluminación o brillo

Por contraste en una imagen podemos definirlo como la relación existente entre los diferentes valores de intensidad presentes en la imagen. La iluminación o brillo por su parte se relaciona con la forma en que los valores de intensidad se distribuyen, de tal forma que si estos se concentran mas hacia valores pequeños de intensidad la imagen se apreciara mas obscura, por el contrario si los valores de intensidad se concentran hacia valores altos de intensidad la imagen se apreciara brillante o iluminada. Para ejemplificar estas operaciones puede ser citado los ejemplos de aumentar el contraste en un 50% de una imagen, que equivaldría a tener una función homogénea que multiplique al píxel por 1.5, o bien elevar la iluminación o brillo en 10 niveles, que equivaldría a tener una función que le sume 10 al píxel en cuestión. Con lo que las funciones homogéneas quedarían definidas como:

$$f_c(I(x,y)) = I(x,y)\cdot 1.5 \text{ y } f_h(I(x,y)) = I(x,y)+10 \tag{4.3}$$

El operador genérico $f(\cdot)$ que se utiliza para modificar el contraste o la iluminación en una imagen puede ser definido como:

$$I(x,y) = f(x,y) = c\cdot I(x,y)+b \tag{4.4}$$

Donde *c* modifica el valor del contraste mientras que *b* el del brillo o iluminación. La figura 4.2 muestra gráficamente las diferentes modificaciones realizadas por la manipulación de *c* y *b*.

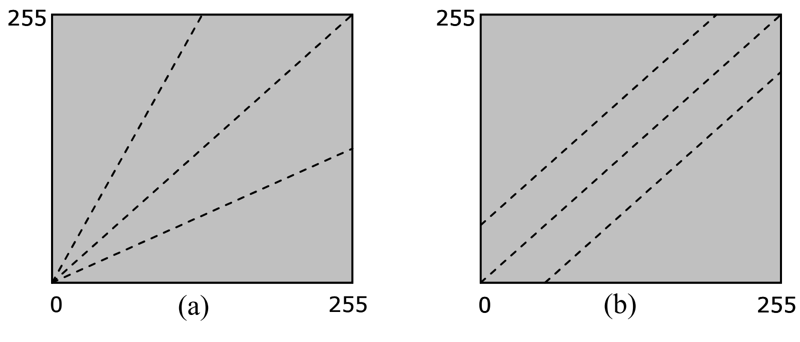


Figura 4.2. Representación grafica del mapeo que se genera en el píxel resultado $I'(x,y)$ al modificar los valores de la ecuación 4.4 para (a) c *y (b)* b.

La figura 4.3 muestra el efecto de haber aplicado las anteriores operaciones homogéneas sobre una imagen.

(a)

(b)

(d)

Figura 4.3 Ejemplos de aplicar operaciones de píxel homogéneas. (a) imagen original, (b) imagen con el aumento de contraste del 50%, y (c) imagen elevando la iluminación en 10 niveles.

4.1.2 Delimitación de los resultados por operaciones de Píxel

En la utilización de operaciones homogéneas es posible que el valor del píxel calculado exceda el valor límite que tienen definido las imágenes a escala de grises de 8-bits, por lo que valores nuevos de píxeles quedarían fuera del intervalo de 0 a 255. Este problema cuando se utiliza MatLAB, recae en que el tipo de dato de la imagen cambia automáticamente de entero (`uint8`) a flotante (`double`), sin embargo si se escriben programas en otro lenguaje como por ejemplo C, es necesario eliminar este exceso. Para evitar este exceso es necesario proteger el programa añadiendo la instrucción:

```
If (Ixy> 255)
Ixy=255;
```

La cual tendrá el efecto de eliminar cualquier exceso producido por la aplicación de la operación homogénea sobre la imagen. Este efecto es llamado frecuentemente en la literatura como "Clamping". Otro problema en la utilización de las operaciones homogéneas realizadas sobre píxeles sucede cuando el valor calculado del nuevo píxel es menor al límite inferior definido para una imagen a escala de gris de 8-bits, esto puede suceder cuando el valor de la iluminación es reducido en algunos niveles, produciendo así valores negativos. Este problema al igual que el anterior es evitado si se protege el programa con la siguiente instrucción:

```
If (Ixy<0)
Ixy=0;
```

4.1.3 Complemento de la imagen

La inversión de imágenes es considerada una operación de píxel, en la cual se altera por un lado el valor del píxel en sentido contrario (a través de la multiplicación del valor del píxel por -1) mientras que por el otro se añade un valor constante de intensidad, de tal forma que el resultado quede dentro del intervalo permitido de valores para la imagen en cuestión. Para un píxel $p = I(x, y)$ con intervalo de valores $[0, p_{\max}]$ se define la operación de complemento o inversión como:

$$f_{inv}(p) = p_{\max} - p \tag{4.5}$$

La figura 4.4 muestra el efecto de haber aplicado el complemento sobre una imagen.

(a) (b)

Figura 4.4 Resultado de aplicar la operación de píxel complemento sobre una imagen. (a) Imagen original y (b) complemento.

4.1.4 Segmentación por umbral

La segmentación por la utilización de un umbral puede ser considerada como una forma especial de cuantificación en la cual los píxeles de la imagen son divididos en dos clases, dependiendo de un umbral ("threshold") predefinido p_{th}. Todos los píxeles de la imagen asumen dos diferentes valores p_0 o p_1 dependiendo de la relación que guarden con el umbral, definido formalmente como:

$$f_{th}(p) = \begin{cases} p_0 & \text{si } p < p_{th} \\ p_1 & \text{si } p \geq p_{th} \end{cases} \tag{4.6}$$

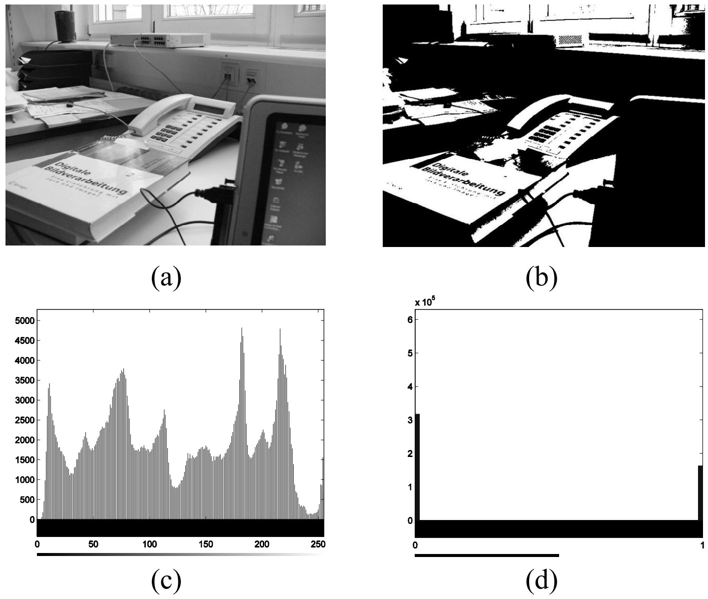
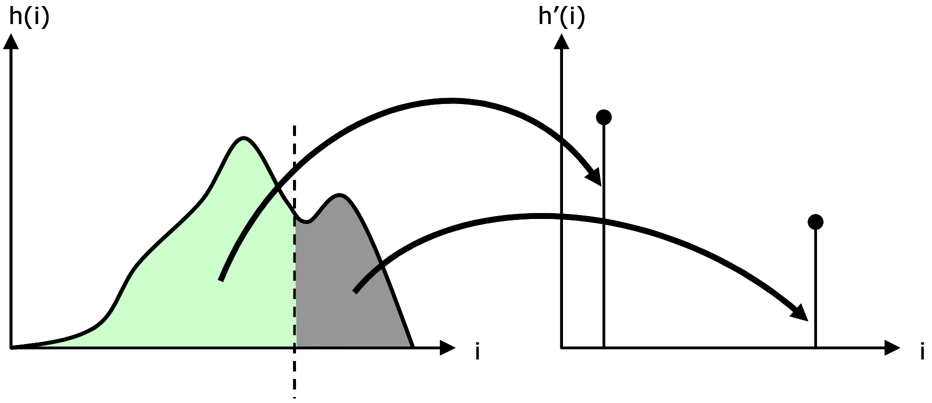


Figura 4.5. Ejemplo que muestra la aplicación de la segmentación por la utilización de umbral sobre una imagen, considerando $p_0 = 1$, $p_1 = 1$ y $p_{th} = 170$. Además en (c) y (d) se muestran los respectivos histogramas de (a) y (b).

Donde $0 < p_{th} < p_{\max}$. Una aplicación frecuente de esta operación es la binarización de una imagen a escala de grises considerando a $p_0 = 0$ y $p_1 = 1$. Un ejemplo de aplicar la segmentación por la utilización de umbral sobre una imagen es mostrado en la figura 4.5. El efecto de la binarización puede observarse claramente en el histograma resultante de la imagen, donde la distribución completa es dividida en dos partes p_0 y p_1 considerando como la frontera de la división p_{th}, tal y como es representado en la figura 4.6.

4.2 HISTOGRAMA Y OPERACIONES DE PÍXEL

Ya ha sido visto en el capitulo 3 como en algunos casos los efectos de las operaciones de píxel pueden ser fácilmente detectables a través del histograma. Un aumento en la iluminación de la imagen desplaza el histograma completo hacia la derecha, a través de un aumento en el contraste de la imagen su respectivo histograma se ensancha en el intervalo de intensidades, mientras que el complemento de una imagen o inversión produce que el histograma se refleje pero en sentido opuesto al de la imagen original. Aunque los casos anteriores parecen sencillos (inclusive triviales), podría ser útil tratar detalladamente las relaciones existentes entre las operaciones de píxel y los histogramas resultantes de tales operaciones.



(a) (b)

Figura 4.6. Efecto de la operación de binarización en el histograma. El valor del umbral es p_{th}. *(a) Histograma original y (b) histograma resultado de la operación, concentrado sus valores en dos diferentes puntos* p_0 *y* p_1.

Como muestra la figura 4.7, a cada región de intensidad homogénea de la imagen le pertenece un lugar i en el histograma, al cual le corresponden todos los píxeles que tengan el valor i de intensidad.

A consecuencia de una operación un determinado valor del histograma puede desplazarse, teniendo como efecto que todos los píxeles pertenecientes a este valor de intensidad cambien. Pero, ¿que sucede cuando a razón de una operación dos valores de intensidad diferentes coinciden?

En ese caso ambos conjuntos de píxeles se unen y la cantidad completa de ambos es sumada para generar un solo valor de intensidad para el histograma. A partir de este momento en el nuevo conjunto de elementos no es posible diferenciar los subconjuntos de píxeles que le dieron origen ni mucho menos dividirlos. De lo anterior podemos concluir que este a este proceso u operaciones se encuentra vinculado una perdida en la dinámica y en la información de la imagen.

4.3 ADAPTACIÓN AUTOMÁTICA DEL CONTRASTE

El objetivo de la adaptación automática del contaste es que de manera automática los valores de los píxeles de una imagen sean cambiados de tal manera que el intervalo completo de valores de la intensidad sea cubierto. Con ello lo que se realiza es que el píxel mas oscuro es considerado el valor mas pequeño permisible en el intervalo de valores de intensidad, así también el píxel mas brillante el valor mas grande permisible, mientras que todos los píxeles que están entres estos dos valores son interpolados linealmente dentro del intervalo, de tal forma que sea completamente cubierto.

Se asume que p_{low} y p_{high} son los valores de intensidad actuales que corresponden al mas pequeño y mas grande de los píxeles de una imagen I, la cual dispone de un conjunto de valores de intensidad definido por el intervalo $[p_{\min}, p_{\max}]$. Para cubrir toda la escala de valores de intensidad de la imagen se considera el píxel de menor intensidad contenido en la imagen como el menor del intervalo permisible (cero para una imagen a escala de grises de 8-bits), elevando después el contraste (véase figura 4.8) por el factor:

$$\frac{p_{\max} - p_{\min}}{p_{high} - p_{low}} \tag{4.7}$$

Por lo que la función más sencilla de adaptar el contraste queda definida como:

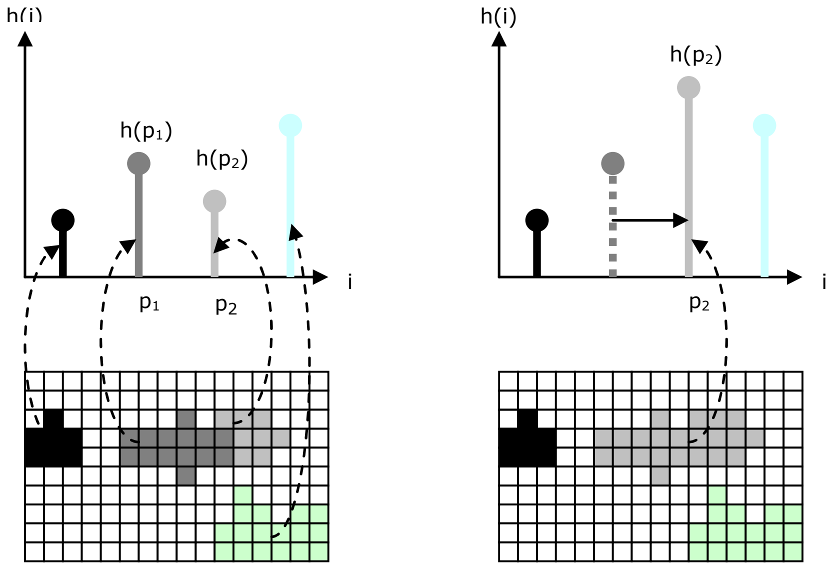


Figura 4.7. Valores del histograma que corresponden a conjuntos de píxeles en la imagen. Si una línea del histograma a razón de una operación de píxel es desplazada, entonces todos los píxeles del correspondiente conjunto serán modificados de igual manera. Tan pronto dos líneas del histograma h(a1) y h(a2) se juntan, se suman sus correspondientes conjuntos de píxeles y serán de esta manera no separables.

$$f_{ac} = (p - p_{low}) \cdot \left(\frac{p_{\max} - p_{\min}}{p_{high} - p_{low}} \right) \tag{4.8}$$

Para una imagen a escala de grises de 8-bits donde $p_{\min} = 0$ y $p_{\max} = 255$ la función puede simplificarse a:

$$f_{ac} = (p - p_{low}) \cdot \left(\frac{255}{p_{high} - p_{low}} \right) \tag{4.9}$$

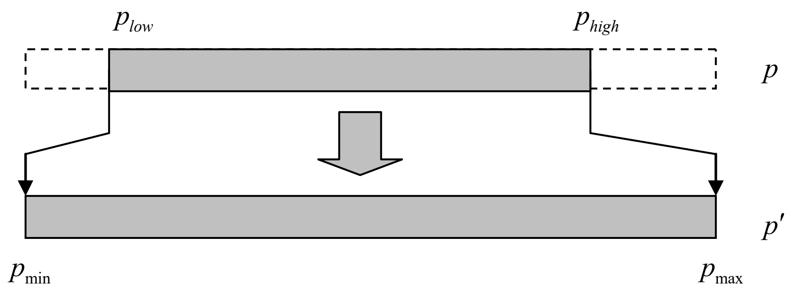


Figura 4.8. Operación de auto-contraste, en la cual a partir de la ecuación 4.9 el valor del píxel p es linealmente interpolado del intervalo $[p_{low}, p_{high}]$ al intervalo $[p_{\min}, p_{\max}]$.

El valor del intervalo $[p_{\min}, p_{\max}]$ no debe de significar siempre que se trate del intervalo máximo permisible de representación de la imagen, si no que pudiera representar cualquier intervalo con la condicionante de que se encuentre dentro del permisible de representación de la imagen. Con esto es entendible que este método originalmente planeado para aumentar el contraste si $p_{\min} > p_{low}$ y $p_{\max} < p_{high}$ lo reduciría. La figura 4.9 muestra el efecto de la operación del auto-contraste.

(a) (b)

Figura 4.9. Efecto de la operación de auto-contraste. (a) Imagen original y su correspondiente histograma y (b) imagen resultado de la operación y su histograma.

En la práctica el auto-ajuste de contraste realizado por la utilización de la ecuación 4.9 puede conducir a que valores extremos de los píxeles presentes en la imagen o cambien radicalmente o muy poco la distribución completa del histograma resultante, debido a que los valores de p_{low} y p_{high} corresponden en el histograma original a un número de píxeles muy pequeño que no representan significativamente a la distribución completa. Para evitar este problema se toman porcentajes (s_{low}, s_{high}) fijos de píxeles a partir de los cuales se considera la distribución como significativa tanto para el inicio (píxeles oscuros) como para el final (píxeles claros) de la misma. A partir de estos porcentajes se calculan las fronteras a partir de los cuales se considera la distribución como significativa, para ello se considera como la frontera inferior a_{low} el valor de intensidad en el cual el número de píxeles de intensidades inferiores sumados es mayor o igual al definido en s_{low}, de igual manera se considera como la frontera superior a_{high} el valor de intensidad en el cual el número de píxeles de intensidades superiores sumados es menor o igual al definido en s_{high}. Para una ilustración del proceso véase la figura 4.10. Los valores a_{low} y a_{high} dependen del contenido de la imagen y pueden ser fácilmente calculados a partir del histograma acumulativo[1] $\mathrm{H}(i)$ de la imagen I, tal que:

$$a_{low} = \min\left\{ i \middle| \mathrm{H}(i) \geq M \cdot N \cdot s_{low} \right\} \tag{4.10}$$

$$a_{high} = \max\left\{ i \middle| \mathrm{H}(i) \leq M \cdot N \cdot (1 - s_{high}) \right\} \tag{4.11}$$

Donde $M \cdot N$ es el número de píxeles de la imagen I. Todos los valores fuera del intervalo a_{low} y a_{high} no son considerados para la mejora del contraste mientras que los valores dentro de este intervalo son escalados linealmente para ocupar el intervalo permisible por la imagen $\left[p_{\min}, p_{\max} \right]$. Con ello la adaptación de partes relevantes de la distribución. La operación de píxel desempeñada para realizar la operación de auto-contraste según lo anterior quedaría como:

$$f_{mac} = \begin{cases} p_{\min} & \text{si } p \leq a_{low} \\ (p - a_{low}) & \text{si } a_{low} < p < a_{high} \\ p_{\max} & \text{si } p \geq a_{high} \end{cases} \tag{4.12}$$

En la práctica es fija s_{low} y s_{high} a un mismo valor s, con valores dentro del intervalo [0.5, 1.5]. Un ejemplo comercial de esta operación lo representa el popular programa para el tratamiento de imágenes Photoshop donde para la realizar esta el auto-ajuste del contraste en imágenes el valor de s es configurado a 0.5.

[1] Véase sección 3.5 del capitulo 3

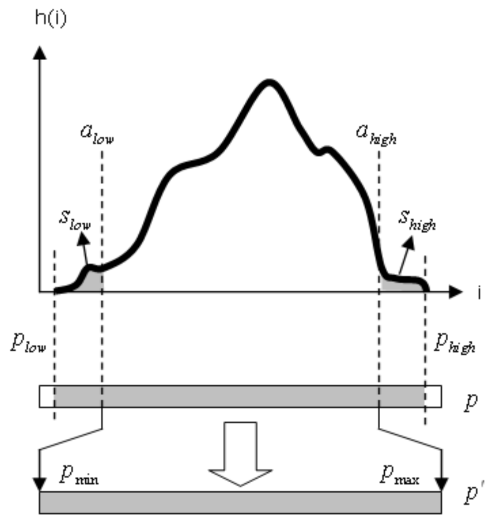


Figura 4.10. Operación de auto-contraste considerando valores de porcentaje que generan una frontera para tomar en cuenta en el ajuste solo valores significativos de la distribución. Todos los valores entre 0 y a_{low} así como a_{high} y 255 son ignorados en el ajuste de forma que la imagen resultante permite reflejar una mejoría en el contraste.

4.4 ECUALIZACIÓN LINEAL DEL HISTOGRAMA

Un problema frecuente es la adaptación de diferentes imágenes a una misma distribución de niveles de intensidad, ya sea para mejorar su calidad en la impresión o bien para poderlas comparar adecuadamente. Equilibrar un histograma significa, cambiar mediante la utilización de una operación de píxel la imagen de tal forma que muestre un histograma en la mejor medida distribuido a lo largo de todos los niveles de intensidad (véase figura 4.11). Debido a que se tratan de distribuciones discretas esto solo es posible a nivel de aproximación, por que como ya fue tratado anteriormente las operaciones homogéneas solo pueden o bien desplazar o juntar grupos de píxeles que pertenezcan a un determinado nivel de intensidad, mas sin embargo una vez juntos no es posible separarlos. En particular no es posible eliminar los picos del histograma de la distribución, por ello no es posible producir un a partir del histograma original un *verdadero* histograma igualmente distribuido para todos sus niveles de gris. En lugar de ello es posible solo trasformar a la imagen tanto que el histograma muestre una *aproximación* a la distribución equilibrada de niveles de gris. Las preguntas que surgen en este punto son: ¿Qué significa una buena aproximación en el contexto de ecualización del histograma? y ¿Cuál es la operación de píxel que conduce a esa buena aproximación?.

Una solución a este problema la aporta el histograma acumulativo (sección 3.5) el cual dentro de sus propiedades esta el que representa una distribución equilibrada. Evidentemente la anterior aseveración es solo una aproximación, sin embargo es posible de esta manera utilizar una operación de píxel que desplace las líneas del histograma de tal forma que el histograma acumulativo de la imagen muestre como mínimo de manera aproximada una función lineal creciente tal como lo ejemplifica la figura 4.12.

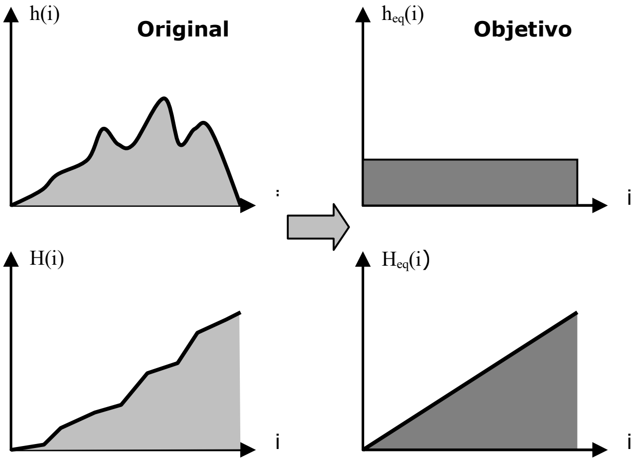


Figura 4.11. Representación del proceso de ecualización de un histograma. A través de una operación de píxel sobre una imagen con el histograma original h(i) debe de lograrse la aproximación equilibrada representada por heq(i), las representaciones de los histogramas acumulados muestran como queda transformado el histograma acumulativo original H(i) al equilibrado representado por Heq(i) por efecto de la misma operación.

La operación de píxel que se requiere $f_{eq}\left(p\right)$ para equilibrar el histograma de una imagen se calcula a partir del su histograma acumulativo. Para una imagen de una resolución $M \cdot N$ píxeles en el intervalo de $\left[0 ... K-1\right]$ quedaría la operación definida como:

$$f_{eq}(p) = \left\lfloor \mathrm{H}(p) \cdot \frac{K-1}{MN} \right\rfloor \tag{4.13}$$

La función definida en 4.13 es monótona creciente debido a que también lo es la función correspondiente al histograma acumulativo H(p) y a que los demás parámetros *K, M* y *N* son solo constantes. Una imagen cuyo histograma ya se encuentra bien distribuido a lo largo de todos sus niveles de intensidad no representaría ningún cambio al aplicarle la operación de píxel que equilibra el histograma. En la figura 4.13 se muestra el resultado en una imagen después de haber ecualizado su histograma linealmente.

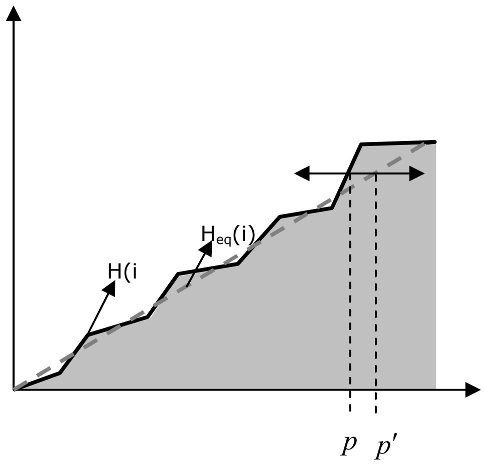


Figura 4.12. A través del uso de la correcta operación de píxel f_{eq} el valor de intensidad p es desplazado a p' de tal forma que aproxime de la mejor manera al histograma acumulativo $H_{eq}(i)$.

Debe observarse que los píxeles inactivos (aquellos valores de intensidad que no existen en la imagen original) cuando son tratados en el histograma acumulativo tienen el mismo valor que su vecino anterior por lo que si no existen píxeles en la imagen original de nivel de intensidad 10, su valor en el histograma será h(10)=0, pero su valor en el histograma acumulativo será H(10)=H(9). Esto aunque parecería ser una consecuencia negativa que de acuerdo a la operación de píxel utilizada (ecuación 4.11) para equilibrar el histograma valores de intensidad de la imagen original serán mapeados a valores de intensidad de sus vecinos inmediatos anteriores, no resulta ya que el hecho es de que estos píxeles no existen en la imagen original por lo que no aparecerán en la imagen equilibrada.

4.5 ADAPTACIÓN DEL HISTOGRAMA POR ESPECIFICACIÓN.

En ocasiones en lugar de buscar una ecualización lo que se requiere es realzar la imagen de manera que le corresponda un histograma específico. Al proceso de trasformar los niveles de intensidad de una imagen de tal manera que su histograma se aproxime a uno especificado anteriormente, es denominado adaptación del histograma por especificación.

Aunque se hablo mucho acerca de la forma de poder equilibrar un histograma en realidad esta técnica es poco utilizada en la practica, es mas razonable en contraposición la llamada adaptación del histograma por especificación. Esta técnica hace posible trasformar una imagen de tal forma que se su histograma parezca a una distribución o histograma especifico. Esta operación es especialmente de ayuda cuando se tienen imágenes tomadas en diferentes condiciones o bien provenientes de diferentes cámaras y lo que se pretende es reproducirlas de tal forma que luzcan igual.

El proceso de adaptación en esta técnica al igual que en el de ecualización lineal del histograma se basa en una operación homogénea que considera en el cálculo el histograma acumulativo de la imagen. Para poder ser independientes del tamaño de la imagen (numero de píxeles) en los cálculos y las definiciones se definirá mas adelante el concepto de distribución normalizada el cual será utilizado en lo sucesivo como sinónimo de histograma.

(a) (b)

(c) (d)

(a) (b)

(e) (f)

Figura 4.13. Ecualización lineal del histograma de una imagen. (a) Imagen original, (b) imagen modificada por la ecualización lineal de su histograma, (c) histograma de la imagen original, (d) histograma resultante de la imagen equilibrada linealmente, (e) histograma acumulado de la imagen original (a) el cual se pretende equilibrar y (f) el histograma acumulado equilibrado según la ecuación 4.13.

4.5.1 Probabilidades e histogramas de frecuencias

Cada valor observado de un histograma describe la correspondiente frecuencia de los valores de intensidad en la imagen, es por ello que el histograma puede ser considerado una distribución de frecuencias de los valores de intensidad. La suma de todos los valores de un histograma h(i) para una imagen I de tamaño $M \cdot N$ es igual al numero de píxeles, siendo:

$$\mathrm{Sum}(\mathrm{h}) = \sum_i \mathrm{h}(i) = M \cdot N \qquad (4.14)$$

Para el cual su correspondiente histograma normalizado quedaría definido como:

$$\mathrm{hN}(i) = \frac{\mathrm{h}(i)}{\mathrm{Sum(h)}} \text{ para } 0 \le i < K \tag{4.15}$$

El cual puede ser interpretado también como su distribución de probabilidad[2], donde $\mathrm{hN}(i)$ representa la probabilidad de que aparezca un píxel de valor *i*. La probabilidad de que se presente un píxel no importando su valor debe, como es definido en las distribuciones de probabilidad ser igual a 1, por lo que se cumple que:

$$\sum_i \mathrm{hN}(i) = 1 \tag{4.16}$$

La contraparte del histograma acumulativo H(i) (véase ecuación 3.1) es la función de distribución discreta[3]:

$$\begin{aligned} fdD(i) &= \frac{\mathrm{H}(i)}{\mathrm{H}(K-1)} = \frac{\mathrm{H}(i)}{\mathrm{Sum(h)}} = \sum_{j=0}^{i} \frac{\mathrm{h}(j)}{\mathrm{Sum(h)}} \\ &= \sum_{j=0}^{i} \mathrm{hN}(i) \text{ para } 0 \le i < K \end{aligned} \tag{4.17}$$

La función $fdD(i)$ es (como el histograma acumulativo) monótona creciente por lo que se cumple que:

$$fdD(0) = \mathrm{hN}(0) \text{ y } fdD(K-1) = \sum_{i=0}^{K-1} \mathrm{hN}(i) = 1 \tag{4.18}$$

A través de esta formulación estadística es posible modelar a la imagen como un proceso aleatorio. El proceso es considerado normalmente como homogéneo (es decir independiente de la posición en la imagen), es decir cada píxel en la imagen $I(x, y)$ es el resultado de un experimento aleatorio con la variable aleatoria i.

4.5.2 Principio del ajuste del histograma por especificación

El objetivo del ajuste de histograma por especificación es manipular una imagen I_A a través de una operación de píxel de tal manera que su función de distribución fdD_A coincida en la medida de lo posible con la función de distribución fdD_R de una imagen considerada como referencia I_R. Por lo que se busca una función:

$$p' = f_{hs}(p) \tag{4.19}$$

La cual es una operación de píxel, que opera sobre el píxel p de la imagen I_A y genera un nuevo píxel p' en la imagen $I_{A'}$, de tal forma que la función de distribución fdD_A se aproxime con la función de referencia fdD_R. Esto formalmente descrito seria:

[2] También conocida como función de densidad de probabilidad.
[3] También conocida como función de distribución acumulativa.

$$fdD_{A'}(i) \approx fdD_R(i) \tag{4.20}$$

Como se representa en la figura 4.14, la función f_{hs} se encuentra a partir de una combinación de las funciones de distribución fdD_A y fdD_R, en donde para un píxel p perteneciente a la imagen I_A se produce un píxel p' considerando:

$$p' = fdD_R^{-1}(fdD_A(p)) \tag{4.21}$$

De tal forma que la función f_{hs} queda definida como:

$$f_{hs}(p) = fdD_R^{-1}(fdD_A(p)) \text{ para } 0 \le p < K \tag{4.22}$$

Naturalmente se condiciona a que fdD_R sea invertible.

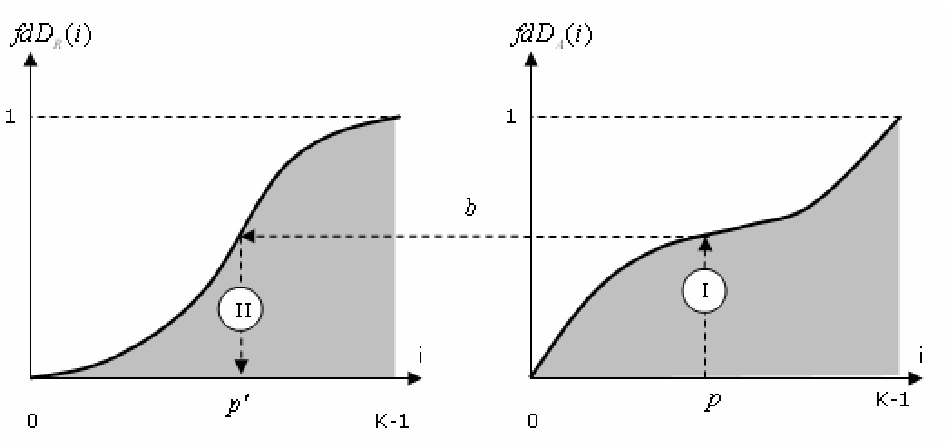


Figura 4.14 Principio del ajuste de histograma por especificación. Dada una distribución de referencia fdD_R y la distribución de una determinada imagen fdD_A, se busca una función $f_{hs}: p \rightarrow p'$, la cual trasforme un píxel p de la imagen I_A a p'. El proceso se realiza en dos pasos: (I) Se determina el valor $b = fdD(p)$ de la distribución para el valor de píxel p. (II) Se produce p' a través de la inversa de la distribución de referencia, tal que $p' = fdD_R^{-1}(b)$.

4.5.3 Distribuciones de referencia lineal por partes

Si se dispone de una distribución de referencia fdD_R cuyas características sean de importancia para el procesamiento y además la distribución es invertible entonces aplicando la ecuación 4.20 podemos calcular la función que permite trasformar una imagen de interés, para que su distribución coincida en la medida de lo posible con la de la referencia. En la práctica las distribuciones de referencia son definidas frecuentemente como una secuencia de $N+1$ pares ordenados $(\langle i_0, q_0\rangle, \langle i_1, q_1\rangle, \ldots \langle i_k, q_k\rangle, \ldots \langle i_N, q_N\rangle)$, los cuales constan del valor de intensidad i_k y su correspondiente valor de la distribución q_k. Para lo que debe cumplirse que $0 \le i_k < K$ y $i_k < i_{k+1}$ así como también que $0 \le q_k < 1$. Para asegurar además que la distribución sea invertible se debe cumplir $q_k < q_{k+1}$ que implica que la secuencia de datos defina una función monótona creciente.

Adicionalmente se fijan los puntos terminales de la secuencia tal que $i_0 = 0$, $i_N = K - 1$, y $q_N = 1$. La figura 4.15 muestra un ejemplo de la definición por puntos de tales distribuciones, considerando N =5.

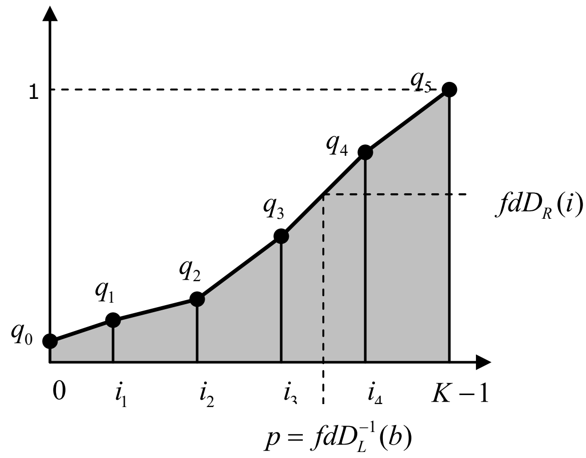


Figura 4.15 Distribución lineal por partes. $fdD_L(i)$ *es la distribución especificada a través de pares ordenados* $\langle i,q \rangle$*, que van desde* $\langle 0,q_0 \rangle$ *hasta* $\langle K-1,1 \rangle$*. De la figura se observa como es posible obtener el valor inverso si se utiliza interpolación lineal entre los puntos que definen la distribución.*

Los puntos continuos de la distribución $fdD_L(i)$ se producen a través de la interpolación de sus puntos utilizando:

$$fdD_L(i) = \begin{cases} q_m + (i - i_m) \cdot \dfrac{(q_{m+1} - q_m)}{(i_{m+1} - i_m)} & \text{para } 0 \le i < K - 1 \\ 1 & \text{para } i = K - 1 \end{cases} \tag{4.23}$$

Donde $m = \max\left\{ j \in \{0, \ldots N-1\} \middle| i_j \le i \right\}$ es el índice de cada segmento de línea cuyos extremos son $\langle i_m, q_m \rangle$ y $\langle i_{m+1}, q_{m+1} \rangle$ la cual cubre la posición i. En el ejemplo mostrado en la figura 4.13 el punto b se encuentra cubierto por el segmento que tiene su punto inicial en $\langle i_2, q_2 \rangle$ por lo que $m = 2$.

Para el ajuste del histograma tal y como lo hace evidente la ecuación 4.22 es necesario conocer la inversa de la función de distribución $fdD_L^{-1}(b)$ para $b \in [0,1]$. Puede además observarse que para la condición $b < fdD_L(0)$ la función es no invertible ya que no existe otro punto que pueda servir de referencia para realizar la interpolación. Para evitar esta situación se realiza:

$$fdD_L(b) = 0 \text{ si } 0 \le b < fdD(0) \tag{4.24}$$

Por lo que trabajando con la ecuación 4.23 e incorporando la condición anterior, tendríamos como la función quasi-invertida de la distribución la expresión:

$$fdD_L^{-1}(b) = \begin{cases} 0 & \text{para } 0 \le b < fdD_L(0) \\ i_n + (b - q_n) \cdot \dfrac{(i_{n+1} - i_n)}{(q_{n+1} - q_n)} & \text{para } fdD_L(0) \le b < 1 \\ K - 1 & \text{para } b \ge 1 \end{cases} \qquad (4.25)$$

Donde $n = \max\left\{ j \in \{0,...N-1\} \mid q_j \le b \right\}$ es el índice de cada segmento de línea cuyos extremos son $\langle i_n, q_n \rangle$ y $\langle i_{n+1}, q_{n+1} \rangle$ la cual cubre la posición b.

4.5.4 Ajuste a un histograma en concreto

Un problema para el ajuste de un histograma en concreto es que la función de distribución de referencia (sobre la cual se pretende aproximar distribución de la imagen fuente) no es continua y por lo tanto no invertible. A continuación se describe un método para ajustar un histograma el cual a diferencia del propuesto en la ecuación 4.22 considera una distribución discreta. La idea fundamental del método es ilustrada en la figura 4.16. En este método el cálculo de la función f_{hs} no se realiza a través de la inversión de fdD_R sino que por un proceso iterativo se encuentra la correspondencia mutua entre la distribución de la imagen a procesar fdD_A y la considerada como referencia fdD_R. Resulta evidente que la suma de todos los valores del histograma normalizad hN_A es igual a 1 y que a su vez el valor máximo la imagen de la distribución de referencia fdD_R es 1, considerando lo anterior todos los valores de hN_A se encuentran cubiertos dentro de fdD_R. De la figura 4.16 puede observarse que el valor en el lugar p' corresponde a la probabilidad acumulativa $fdD_A(p)$, a consecuencia de ello bastaría con encontrar el punto mínimo p' en el cual $fdD_A(p) \le fdD_R(p')$, se cumple. Por lo anterior podemos definir a la función que define a la operación de píxel como:

$$f_{hs}(p) = \min\left\{ j \middle| (0 \le j < K) \wedge (fdD(p) \le fdD(j)) \right\} \qquad (4.26)$$

4.6 CORRECCIÓN GAMMA

A lo largo de este libro se ha utilizado la palabra “intensidad” o luminosidad con el entendido de que los valores de los píxeles de una imagen de alguna forma se relacionan con estos conceptos. Sin embargo como se relaciona realmente el valor de un píxel con la cantidad de luz en un monitor, o bien con el número de partículas de toner que la impresora láser necesita para formar un determinado valor de intensidad en el papel. Por lo general la relación existente entre el valor de intensidad de un píxel y sus respectivas medidas físicas es compleja y en todos los casos no lineal. Por todo lo anterior resulta importante conocer mínimo en forma de aproximación la naturaleza de estas relaciones y con ello poder predecir la apariencia de imágenes en los diferentes medios.

La corrección gama es una operación de píxel que permite compensar las diferentes características de captación y despliegue de imágenes mediante la utilización de un espacio general de intensidades.

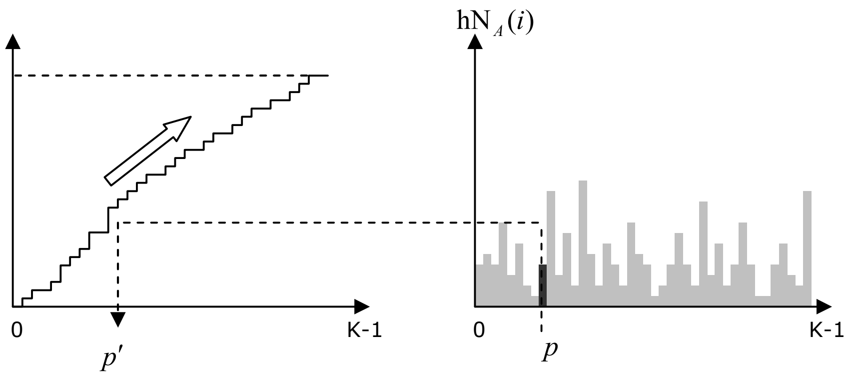


Figura 4.16 Ajuste del histograma considerándolo como función discreta. Donde el valor de hN_A *iterativamente se compara de izquierda a derecha con el valor de* fdD_R *hasta encontrar el punto* p' *sobre el cual* $fdD_A(p) \leq fdD_R(p')$.

La expresión gama proviene originalmente de la fotografía clásica, donde existe una relación aproximadamente logarítmica entre la cantidad de iluminación y la densidad resultante de de la película fotográfica. La llamada función de iluminación representa esta relación y se dispersa sobre una región relativamente grande en forma de una línea ascendente (véase figura 4.17). La pendiente de la función de iluminación dentro de su región de dispersión es tradicionalmente definida como la ***gamma*** de la película fotográfica. Después en la industria de la televisión se confronto con el problema de la distorsión de la imagen debida a la no linealidad del tubo de rayos catódicos y se asumió el concepto gamma para describirla. Por ello la señal de televisión es corregida por la televisora antes de enviarla al aparato receptor a lo que se llama corrección gamma, de tal forma que esta corrección compense la distorsión realizada por el aparato.

4.6.1 La función Gamma

El fundamento para la corrección gamma es la función gamma, la cual es definida como:

$$b = f_\gamma(a) = a^\gamma \text{ para } a \in \mathbb{R},\ \gamma > 0, \tag{4.27}$$

Donde el parámetro γ es el llamado factor gamma. La función gamma es utilizada solo dentro del intervalo [0,1] y la función realiza su recorrido de (0,0) a (1,1). Como muestra la figura 4.18, cuando $\gamma = 1$ tenemos que $f_\gamma(a) = a$ (identidad), marcando una línea de (0,0) a (1,1). Para valores de $\gamma < 1$ la función aparece arriba de la línea marcada para el caso $\gamma = 1$, mientras que si $\gamma > 1$ la función se dispersa debajo, donde la curvatura de la función se incrementa en ambos sentidos (arriba y debajo de la línea) en la medida de que γ sea diferente de 1.

Densidad D

ΔD $\gamma = \frac{\Delta D}{\Delta B}$

ΔB

Iluminación B

Figura 4.17 Función de iluminación para fotografía. La función relaciona la magnitud logarítmica de la iluminación con la densidad de la película fotográfica resultante, en una región relativamente grande. La pendiente de el aumento de la función es definida como Gamma (γ) de la película fotográfica.

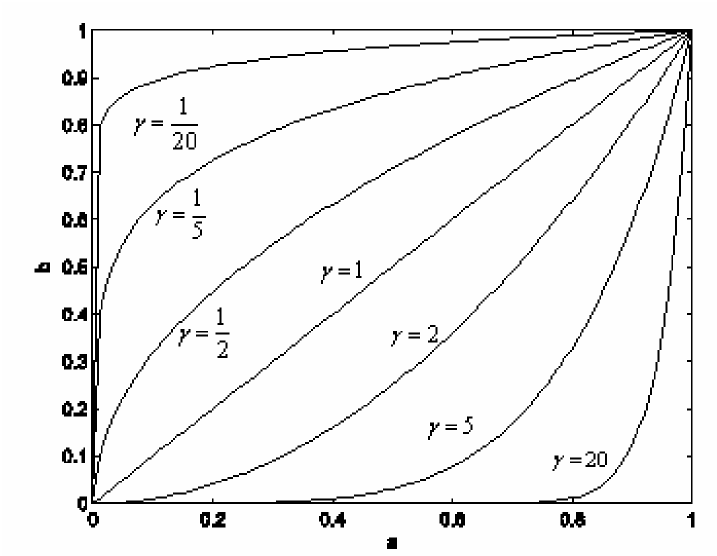


Figura 4.18 Función gamma $b = a^{\gamma}$ para $\in$ [0,1] y diferentes valores de γ .

La función Gamma es controlada solo por el parámetro γ y se comporta monótona creciente en el intervalo [0,1], por lo que es invertible, tal que:

$$a = f_{\gamma}^{-1}(b) = b^{1/\gamma} = f_{\bar{\gamma}}(b) \qquad (4.28)$$

Lo mismo es aplicable para el caso de el valor de Gamma donde $\bar{\gamma} = \frac{1}{\gamma}$.

Los valores concretos de γ para los diferentes dispositivos son normalmente especificados por el fabricante y obtenidos a partir de mediciones. Por ejemplo los valore nominales de γ de un tubo de rayos catódicos estándar esta entre 1.8 y 2.8, siendo su valor típico 2.4. Un monitor de LCD.

4.6.2 Utilización de la corrección Gamma

Si se supone que se tiene una cámara que distorsiona la imagen con un valor γ_c, lo cual supone que la señal de salida s de la cámara tiene a consecuencia de la incidencia de un valor de iluminación la siguiente relación:

$$s = B^{\gamma_c} \tag{4.29}$$

Para compensar la distorsión de tal manera que se obtenga un valor en la medida de lo posible aproximado al original B, aplicaremos a la señal de salida de la cámara una corrección Gamma inversa $\overline{\gamma}_c$ que nos permitirá recuperar el formato original. Así se tiene que:

$$b = f_{\overline{\gamma}_c}(s) = s^{1/\gamma_c} \tag{4.30}$$

Donde puede observarse que:

$$b = s^{1/\gamma_c} = (B^{\gamma_c})^{1/\gamma_c} = B^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c}} = B^1 = B \tag{4.31}$$

La señal corregida b es idéntica a la intensidad de luz, eliminando de esta manera la distorsión agregada por la cámara. La figura 4.19 muestra un esquema de este proceso. La regla general es encontrar la distorsión γ_D realizada por el dispositivo en cuestión y compensarla a través de la corrección Gamma $\overline{\gamma}_D$.

Todo lo tratado anteriormente supone que todos los valores se encuentran en el intervalo [0,1]. Evidentemente esto no siempre es el caso, particularmente cuando se trata de imágenes digitales en el intervalo [0,255]. Considerando esto, para aplicar la corrección Gamma, lo único que hay que hacer es escalar el intervalo de la imagen a valores entre 0 y 1, una vez realizado esto se aplica la corrección Gamma tal y como fue tratada en esta sección.

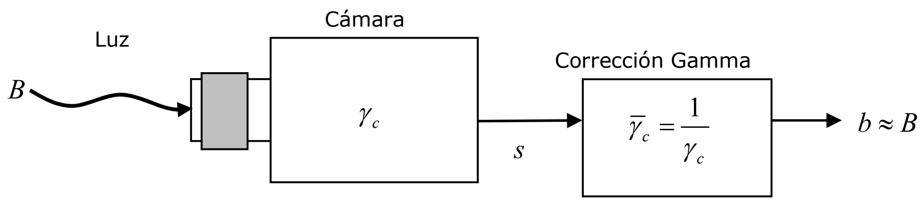


Figura 4.19Principio de la corrección Gamma. Para corregir la distorsión γ_c presentada por una cámara, es necesario aplicar la corrección gama $\overline{\gamma}_c$ de tal manera que la combinación de ambas genere la eliminación de la distorsión.

4.7 OPERACIONES DE PÍXEL EN MATLAB®

Teniendo como fundamento teórico las secciones anteriores, presentaremos en esta sección la manera en la cual podemos utilizar las herramientas de MatLAB para la realización de operaciones de píxel sobre una imagen. Estas herramientas pueden ir desde la simple utilización de MatLAB como lenguaje de programación (archivo de extensión .m) y funciones pertenecientes al toolbox de procesamiento de imagen hasta la utilización de los módulos de Simulink de procesamiento de imagen y visión artificial.

4.7.1 Cambio de Contraste e Iluminación en MatLAB

En MatLAB aumentar el contraste de una imagen se realiza mediante la multiplicación de la imagen por una constante positiva, de tal forma que el histograma de la imagen resultante se ensancha. El siguiente comando supone que `A` es una imagen y se eleva el contraste 50% por lo que la imagen se multiplica por 1.5, quedando su resultado en `B`.

```
>>B=A*1.5;
```

Para elevar la iluminación de una imagen en MatLAB solo basta en sumar a la imagen el número de niveles al que se desea elevar la iluminación. De esta manera haremos que el histograma se desplace en el sentido y el número de niveles deseado. El siguiente comando supone que a la imagen A se le desea elevar la iluminación en 10 niveles, por lo que a esta matriz se le suma 10, quedando el resultado en B.

```
>>B=A+10;
```

En MatLAB no es necesario considerar lo que pasara si la multiplicación desborda el tipo de dato permisible para la imagen, ya que MatLAB automáticamente truncara los valores que sobre pasen de 255 asignándoles el valor máximo, es decir 255.

4.7.2 Complemento de una imagen utilizando los bloques de procesamiento de imagen y video de Simulink®

La obtención del complemento de una imagen en aplicaciones de visión artificial es muy útil y de uso constante como etapa de procesamiento previo ya sea para detección de objetos o determinación de características en la imagen.

Los bloques implementados de procesamiento de imágenes y video para trabajar en el ambiente de Simulink permiten realizar operaciones directamente con imágenes o video, interconectando bloques como es la filosofía de Simulink para generar el procesamiento indicado sobre las imágenes. En el caso del complemento de imágenes la librería de Simulink implementa el bloque 'ImageComplement', el cual permite encontrar el complemento de una imagen o de Frames de Video utilizando la ecuación 4.5. La Figura 4.20 muestra el bloque 'ImageComplement' de Simulink.

Figura 4.20Bloque para calcular el complemento en imágenes o frames de video, como parte de la librería de procesamiento de imagen y video en Simulink.

El bloque no presenta ningún tipo de consideración especial en su ventanilla de configuración debido a la sencillez de la operación que implementa. Considerando un ejemplo sencillo para encontrar el complemento de una imagen utilizando la librería de bloques para el procesamiento de imagen y video de Simulink, lo único que hay que hacer es colocar en el modelo los bloques necesarios para la lectura de la imagen (utilizando para ello una Webcam, por ejemplo), para la conversión de RGB (en caso de que la imagen tenga ese formato de color) a escala de grises, el correspondiente al ‘ImageComplement’ y para el despliegue de la imagen que se tiene como resultado. La Figura 4.21 muestra un ejemplo de modelo Simulink para la determinación del complemento de una imagen a escala de grises.

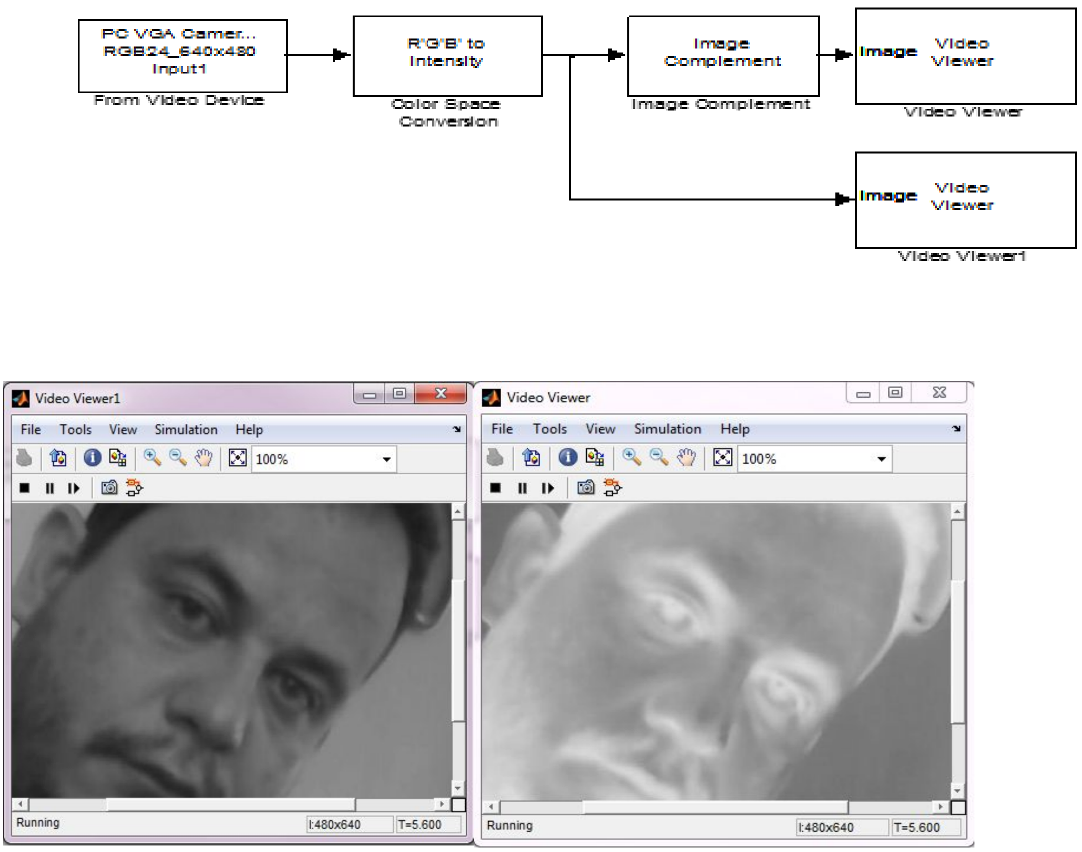


Figura 4.21(a) Diagrama de Simulink para determinar el complemento de una imagen a escala de grises y (b) resultado de ejecutar el programa de Simulink descrito en (a).