

ネットワーク構造を利用した スポーツのランキングシステム (文献紹介)

波多野卓磨
指導教員: 鈴木秀幸 准教授

2013 年 12 月 6 日

Reference

- ① Park, N and Newman, M.E.J, *A network-based ranking system for US college football*, J. Stat. Mech. Theor. Exp., 10(2005), P10014.
- ② Filippo Radicchi, *Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis*, PloS one, 6(2011), e17249.
- ③ Shun Motegi and Naoki Masuda, *A network-based dynamical ranking system for competitive sports*, Sci. Rep., 2(2012), 904.

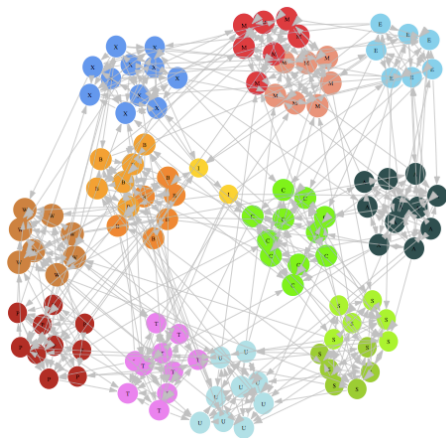
- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

少数の参加者, 対等なスケジュール... 勝率, 勝ち数で OK

セ・リーグ							
順	チーム	試	勝	負	分	率	差
1	 巨人	144	86	43	15	.667	優勝
2	 中日	144	75	53	16	.586	10.5
3	 ヤクルト	144	68	65	11	.511	9.5
4	 広島	144	61	71	12	.462	6.5
5	 阪神	144	55	75	14	.423	5.0
6	 DeNA	144	46	85	13	.351	9.5

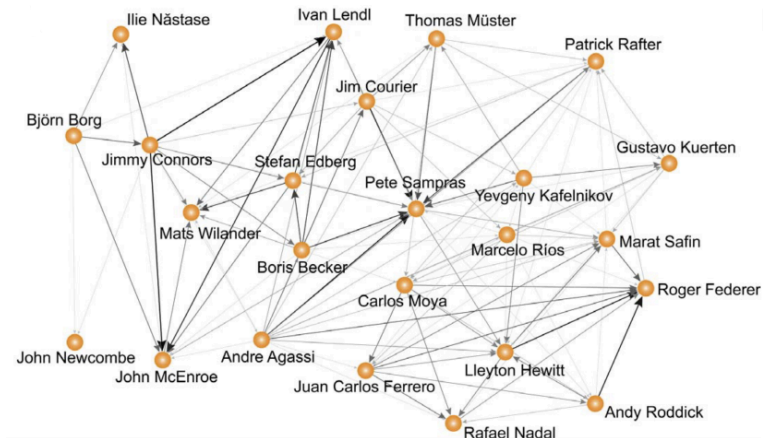
<http://baseball-data.com/12/>

多数の参加者, 空間的隔たり... 勝率, 勝ち数では不十分



A network-based ranking system for US college football
(J. Park and M. E. H. Newman, 2005)

多数の参加者, 時間的隔たり... 勝率, 勝ち数では不十分



Radicchi, F. Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis. PLoS ONE 6, e17249 (2011)

部分的な勝敗関係から チーム/選手のランキング

→ 最強のチーム/選手は?

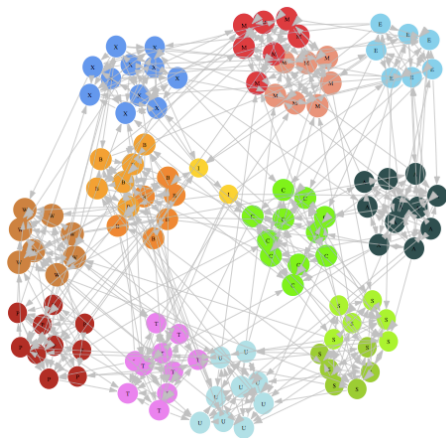
→ 同程度の強さのチーム/選手は?

不完全な勝敗関係から全体のランキング...

- Bradley-Terry model
- True Skill model
- PageRank ← 今回
- Network-based Ranking System ← 今回
- etc...

- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

多数の参加者, 空間的隔たり... 勝率, 勝ち数では不十分



A network-based ranking system for US college football
(J. Park and M. E. H. Newman, 2005)

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

– US college football ... BCS ランキングシステム

BCS ランキング ← コーチによる投票
+ メディア関係者による投票
+ 元監督, 選手による投票
+ 閤のコンピュータランキング × 6

– 唯一の全勝校がプレーオフに進出できない例

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

W_{ij} : j が i に勝った回数, $L = W^T$

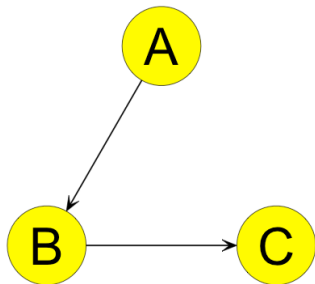
$$\begin{aligned} W_{\infty} &= W + \alpha W^2 + \alpha^2 W^3 + \alpha^3 W^4 + \dots \\ &= W(I - \alpha W)^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\infty} &= L + \alpha L^2 + \alpha^2 L^3 + \alpha^3 L^4 + \dots \\ &= L(I - \alpha L)^{-1} \end{aligned}$$

$W_{\infty} - L_{\infty}$ の列和が各チームの Win score

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

試合結果を表す行列 W : $W_{ij} = (j \text{ が } i \text{ に勝った回数})$

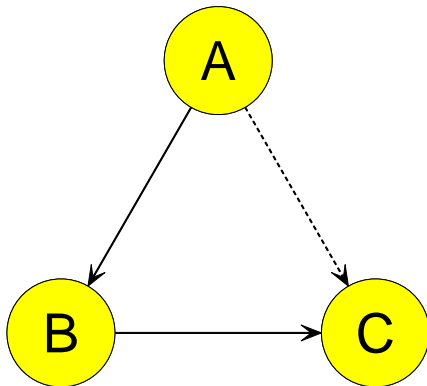


勝ち行列

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

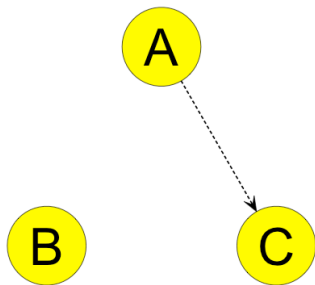
ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

A は B に勝利, B は C に勝利 \rightarrow A は C に間接勝利



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

行列の累乗 → 間接勝利



勝ち行列

$$W^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

間接勝利には重み α をかける ($0 < \alpha < 1$)

$$W + \alpha W^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

列和をとる

$$(A, B, C \text{ のスコア}) = (1 + \alpha, 1, 0)$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

繰り返して win-score を計算

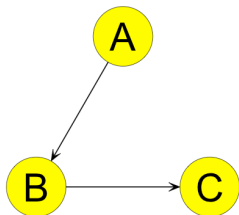
$$W_{\infty} = W + \alpha W^2 + \alpha^2 W^3 + \alpha^3 W^4 + \dots$$

λ を W のスペクトル半径として, $\alpha < \lambda^{-1}$ なら

$$W_{\infty} = W + \alpha W^2 + \alpha^2 W^3 + \alpha^3 W^4 + \dots = W(I - \alpha W)^{-1}.$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

敗北関係のグラフ → 行列



負け行列

$$L = W^T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

敗北関係についても同様に計算する.

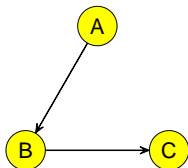
$$L_{\infty} = L + \alpha L^2 + \alpha^2 L^3 + \alpha^3 L^4 + \dots$$

λ を W のスペクトル半径として, $\alpha < \lambda^{-1}$ なら

$$L_{\infty} = L + \alpha L^2 + \alpha^2 L^3 + \alpha^3 L^4 \dots = L(I - \alpha L)^{-1}$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

勝敗関係のグラフ → Win-Lose score



勝ち- 負け → Win-Lose score

$$W_{\infty} - L_{\infty} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -\alpha \\ 1 & 0 & -1 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

A : $1 + \alpha$ 点, B: 0 点 , C: $-1 - \alpha$ 点

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

勝ち関係, 負け関係から総合成績を計算

$$\text{WinLoseScore}_i = (W_{\infty}^{\top} \mathbf{1} - L_{\infty}^{\top} \mathbf{1})_i$$

列和が各チームのスコア

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

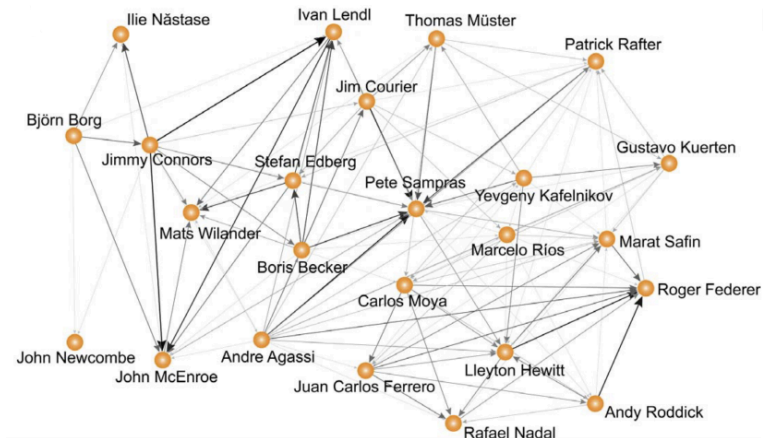
性能評価... Win-Lose score ランキングと BCS ランキングの比較

BCS	School	Our method	BCS computers
1	Southern California	2	2
2	Oklahoma	1	1
3	Auburn	3	3
4	Texas	4	4
5	California	8	6
6	Utah	5	5
7	Georgia	16	8
8	Virginia Tech	6	T-9
9	Boise State	7	7
10	Louisville	11	13

A network-based ranking system for US college football
(J. Park and M. E. H. Newman, 2005)
2004 年の大学アメフト... パラメータは $\alpha = 0.20$ (実験的に)

- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

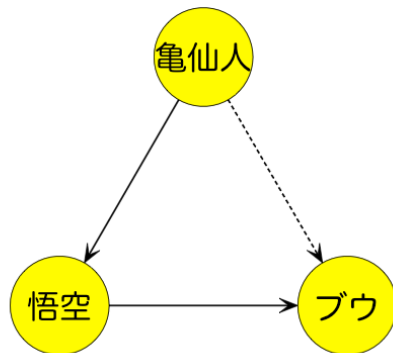
多数の参加者, 時間的隔たり... 勝率, 勝ち数では不十分



Radicchi, F. Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis. PLoS ONE 6, e17249 (2011)

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Park & Newman, 2005)

問題点: 亀仙人が不当に強く評価 ... 時間経過, 試合の順序



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

順序を考慮, 過去の勝利/敗北の影響は指数的に減少

$$\begin{aligned} W_{t_n} = & A_{t_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} \sum_{m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_n} A_{t_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-2})} \sum_{m_{n-1}, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_{n-1} + m_n} A_{t_{n-2}} A_{t_{n-1}}^{m_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + \dots \\ & + e^{-\beta(t_n - t_1)} \sum_{m_2, \dots, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{\sum_{i=2}^n m_i} A_{t_1} A_{t_2}^{m_2} \dots A_{t_n}^{m_n} \end{aligned}$$

where

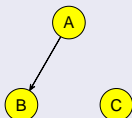
W_{t_n} : t_n 日目の勝ち行列

A_{t_n} : t_n 日目の試合結果行列

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

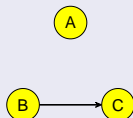
時間の考慮 ... t_n 日目の試合結果行列を A_{t_n} とする

t_1 日目



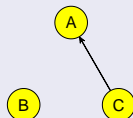
$$A_{t_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

t_2 日目



$$A_{t_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

t_3 日目



$$A_{t_3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

順序を考慮, 過去の勝利/敗北の影響は指数的に減少

$$\begin{aligned} W_{t_n} = & A_{t_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} \sum_{m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_n} A_{t_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-2})} \sum_{m_{n-1}, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_{n-1} + m_n} A_{t_{n-2}} A_{t_{n-1}}^{m_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + \dots \\ & + e^{-\beta(t_n - t_1)} \sum_{m_2, \dots, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{\sum_{i=2}^n m_i} A_{t_1} A_{t_2}^{m_2} \dots A_{t_n}^{m_n} \end{aligned}$$

where

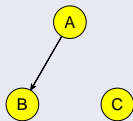
W_{t_n} : t_n 日目の勝ち行列

A_{t_n} : t_n 日目の試合結果行列

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

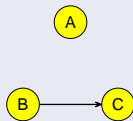
この例で計算してみる

t_1 日目



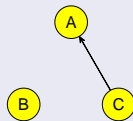
$$A_{t_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

t_2 日目



$$A_{t_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

t_3 日目



$$A_{t_3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

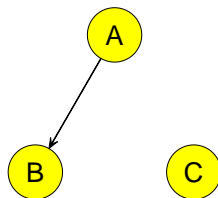
ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

t_1 日目の行列...

$$W_{t_1} = A_{t_1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

W_{t_1} : t_1 日目の勝ち行列

A_{t_1} : t_1 日目の試合結果行列



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

t_2 日目の行列... $0 < \alpha < 1, \beta > 0$

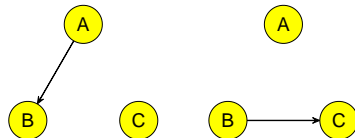
$$W_{t_2} = A_{t_2} + e^{-\beta(t_2-t_1)} (A_{t_1} + \alpha A_{t_1} A_{t_2})$$

W_{t_2} : t_2 日目の勝ち行列

A_{t_2} : t_2 日目の試合結果行列

α : 間接勝利の影響

β : 時間経過の影響

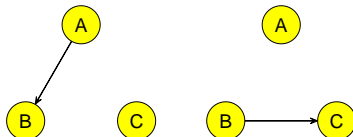


ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

t_2 日目の行列... $0 < \alpha < 1, \beta > 0$

$$\begin{aligned} W_{t_2} &= A_{t_2} + e^{-\beta(t_2-t_1)} (A_{t_1} + \alpha A_{t_1} A_{t_2}) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} + e^{-\beta(t_2-t_1)} \left[\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ e^{-\beta(t_2-t_1)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Win score: $(e^{-\beta(t_2-t_1)}, 1, 0)$



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

順序を考慮, 過去の勝利/敗北の影響は指数的に減少

$$\begin{aligned} W_{t_n} = & A_{t_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} \sum_{m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_n} A_{t_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-2})} \sum_{m_{n-1}, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_{n-1} + m_n} A_{t_{n-2}} A_{t_{n-1}}^{m_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + \dots \\ & + e^{-\beta(t_n - t_1)} \sum_{m_2, \dots, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{\sum_{i=2}^n m_i} A_{t_1} A_{t_2}^{m_2} \dots A_{t_n}^{m_n} \end{aligned}$$

where

W_{t_n} : t_n 日目の勝ち行列

A_{t_n} : t_n 日目の試合結果行列

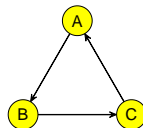
ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

t_3 日目の行列...

$$\begin{aligned} W_{t_3} &= A_{t_3} + e^{-\beta(t_3-t_2)} (A_{t_2} + \alpha A_{t_2} A_{t_3}) \\ &\quad + e^{-\beta(t_3-t_1)} (A_{t_1} + \alpha A_{t_1} A_{t_2} + \alpha A_{t_1} A_{t_3} + \alpha^2 A_{t_1} A_{t_2} A_{t_3}) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ e^{-\beta(t_3-t_1)} & 0 & \alpha e^{-\beta(t_3-t_1)} \\ 0 & e^{-\beta(t_3-t_2)} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Win score:

$$(e^{-\beta(t_3-t_1)}, e^{-\beta(t_3-t_2)}, 1 + \alpha e^{-\beta(t_3-t_1)})$$



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

順序を考慮, 過去の勝利/敗北の影響は指数的に減少

$$\begin{aligned} W_{t_n} = & A_{t_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} \sum_{m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_n} A_{t_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + e^{-\beta(t_n - t_{n-2})} \sum_{m_{n-1}, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{m_{n-1} + m_n} A_{t_{n-2}} A_{t_{n-1}}^{m_{n-1}} A_{t_n}^{m_n} \\ & + \dots \\ & + e^{-\beta(t_n - t_1)} \sum_{m_2, \dots, m_n \in \{0,1\}} \alpha^{\sum_{i=2}^n m_i} A_{t_1} A_{t_2}^{m_2} \dots A_{t_n}^{m_n} \end{aligned}$$

where

W_{t_n} : t_n 日目の勝ち行列

A_{t_n} : t_n 日目の試合結果行列

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

$(I + \alpha A_{t_n})$ を括り出す

$$\begin{aligned} W_{t_n} &= A_{t_n} \\ &+ e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} (A_{t_{n-1}} + e^{-\beta(t_{n-1} - t_{n-2})} \sum_{m_{n-1} \in \{0,1\}} \alpha^{m_{n-1}} A_{t_{n-2}} A_{t_{n-1}}^{m_{n-1}} + \dots \\ &+ e^{-\beta(t_{n-1} - t_1)} \sum_{m_2, \dots, m_{n-1} \in \{0,1\}} \alpha^{\sum_{i=2}^{n-1} m_i} A_{t_1} A_{t_2}^{m_2} \dots A_{t_{n-1}}^{m_{n-1}}) (I + \alpha A_{t_n}) \\ &= A_{t_n} + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} W_{t_{n-1}} (I + \alpha A_{t_n}) \end{aligned}$$

勝ち, 負け行列の更新式 ($n \geq 2$):

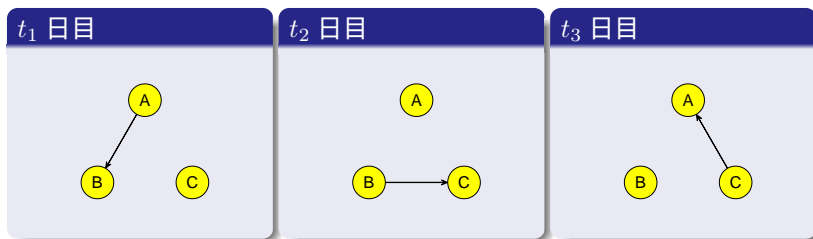
$$\begin{aligned} W_{t_n} &= A_{t_n} + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} W_{t_{n-1}} (I + \alpha A_{t_n}) \\ L_{t_n} &= A_{t_n}^T + e^{-\beta(t_n - t_{n-1})} L_{t_{n-1}} (I + \alpha A_{t_n}^T) \end{aligned}$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

勝ち関係, 負け関係から総合成績を計算

$$\text{DynamicWinLoseScore}_i = (W_{t_n}^T \mathbf{1} - L_{t_n}^T \mathbf{1})_i$$

具体例:

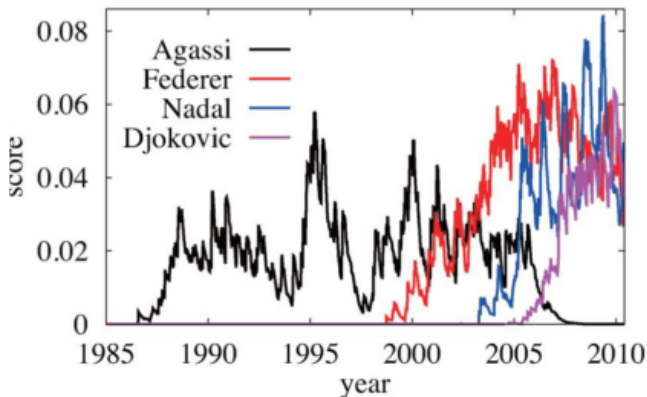


(A,B,C のスコア)

$$= \left((1 - \alpha^2)e^{-\beta(t_3-t_1)} - \alpha e^{-\beta(t_3-t_2)} - 1, e^{-\beta(t_3-t_1)} - e^{-\beta(t_3-t_2)}, 1 - e^{-\beta(t_3-t_2)} \right)$$

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

(各時点で) 最強のテニスプレイヤーは?



1984 年 7 月 23 日から 2011 年 8 月 15 日の計 137,842 試合
 $\alpha = 0.13$, $\beta = 1/365$ (実験的に定める)

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

ランキングはパラメータに依存する?

→ ケンドールの順位相関係数 (補足) の変化を確認

例:

ランキング 1

- 1 巨人
- 2 阪神
- 3 広島
- 4 中日
- 5 横浜
- 6 ヤク

ランキング 2

- 1 巨人
- 2 阪神
- 3 広島
- 4 中日
- 5 ヤク
- 6 横浜

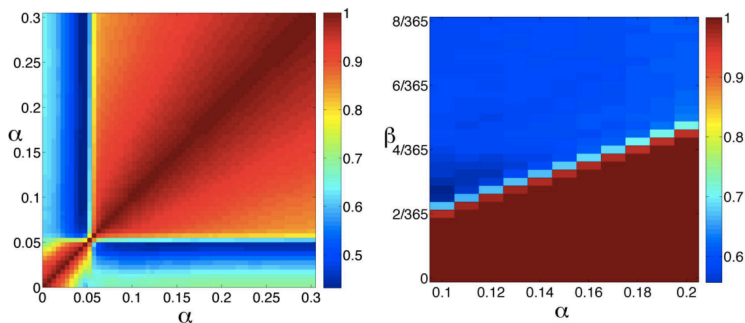
順位相関

横浜とヤクの順位が違う...

(相関係数) = 0.944

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

ランキング上位 300 人... ランキングはパラメータに対してロバスト



左 $\beta = 1/365$ として, α を動かした時のランキング変化

右 $\beta = 1/365$ から動かした時のランキング変化

- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (PageRank)

Web ページの重要度 ... PageRank アルゴリズム (Google 検索)



The screenshot shows a Google search interface. The search bar contains the text 'ap2011'. Below the search bar, there are navigation links: 'ウェブ' (Web), '画像' (Images), '地図' (Maps), 'ショッピング' (Shopping), 'アプリ' (Apps), 'もっと見る' (More), and '検索ツール' (Search Tools). The search results show approximately 519,000 results in 0.22 seconds. The first result is titled 'AP2011-FrontPage - PukiWiki - K2yt.com' with a green URL 'ap2011.k2yt.com/wiki/'. Below the title, there is a message in Japanese stating that the page is not displayed due to the site's robots.txt file and that it was accessed on 13/11/16. The second result is titled '@panishi/ap2011 on Twitter' with a green URL 'https://twitter.com/panishi/ap2011'. Below the title, there is a message in English stating 'Instantly connect to what's most important to you. Follow your friends, experts, favorite celebrities, and breaking news.' and that it was accessed on 13/11/16. The third result is titled 'Amazon.co.jp: アポロ 電気柵 エリアシステム本体 AP-2011: DIY・工具'.

Google

ap2011

ウェブ 画像 地図 ショッピング アプリ もっと見る 検索ツール

約 519,000 件 (0.22 秒)

[AP2011-FrontPage - PukiWiki - K2yt.com](#)
[ap2011.k2yt.com/wiki/](#) ▾ このページを訳す
この結果の説明は、このサイトの robots.txt により表示されません - 詳細
13/11/16 にこのページにアクセスしました。

[@panishi/ap2011 on Twitter](#)
[https://twitter.com/panishi/ap2011](#) ▾
Instantly connect to what's most important to you. Follow your friends, experts, favorite celebrities, and breaking news.
13/11/16 にこのページにアクセスしました。

[Amazon.co.jp: アポロ 電気柵 エリアシステム本体 AP-2011: DIY・工具](#)

ネットワーク構造を利用したランキングシステム

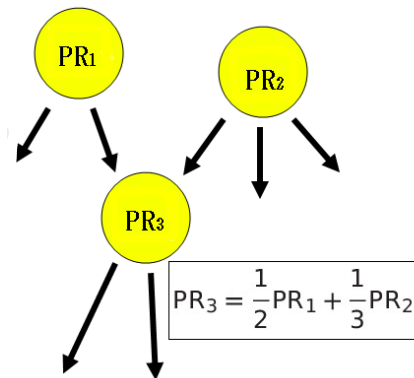
PageRank

リンクを等確率で選択...

PageRank: 存在確率

- ・ 被リンクが多い
- ・ 重要なサイトからのリンク
- ・ 貴重なリンク

=> Rank up!



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (PageRank)

PageRank の導出 (ノード数: N)

$$\text{PR}_i = (1 - q) \sum_{j \in V_i} \frac{\text{PR}_j}{s_j^{\text{out}}} + \frac{q}{N}$$

where

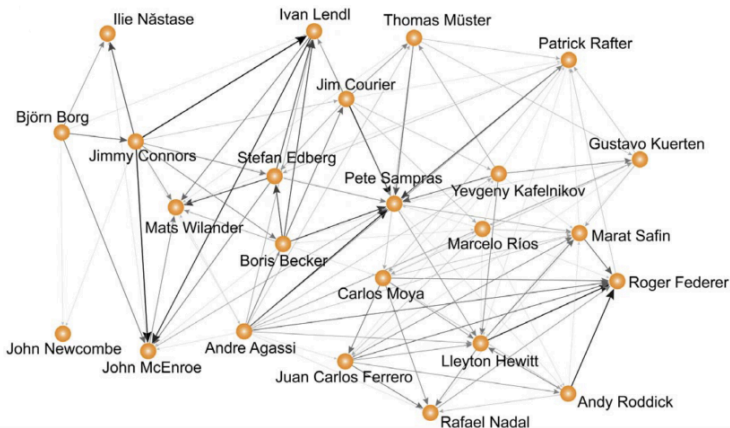
PR_i : 要素 i の PageRank ($\sum \text{PR}_i = 1$)

q : パラメータ ($= 0.15$)

s_j^{out} : 要素 j が張るリンクの総数

V_i : 要素 i にリンクを張っている要素の集合

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Radicchi, 2011)



Radicchi, F. Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis. PLoS ONE 6, e17249 (2011)

ネットワーク構造を利用したランキングシステム

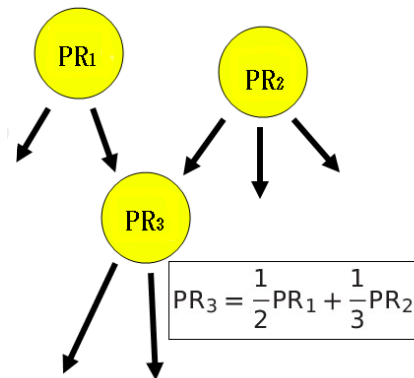
PageRank

リンクを等確率で選択...

PageRank: 重要度 → 強さ

- ・ 被リンク → 勝ち数
- ・ 重要なサイト → 強い相手
- ・ 貴重なリンク → 負けない相手

=> Rank up!



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Radicchi, 2011)

Prestige score ... PageRank のスポーツ版

$$P_i = (1 - q) \sum_{j \notin V} \frac{w_{ji}}{s_j^{\text{lose}}} P_j + \frac{q}{N} + (1 - q) \sum_{j \in V} \frac{P_j}{N}$$

where

P_i : i 番目の要素のスコア ($\sum P_i = 1$)

q : パラメータ ($= 0.15$)

w_{ij} : j が i に負けた回数

V : 負けたことがない要素の集合

s_j^{lose} : 要素 j の総負け数

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Radicchi, 2011)

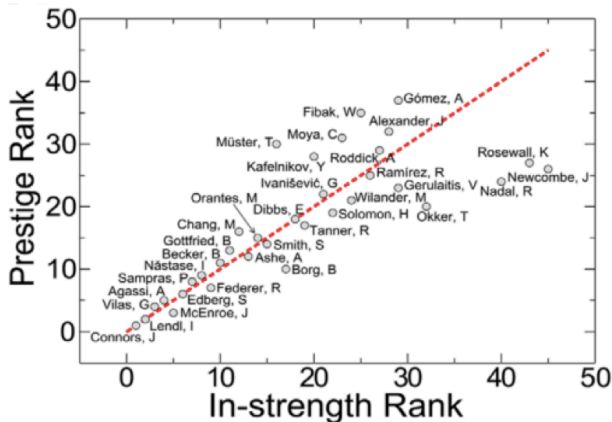
男子プロテニス試合結果でランキング → 歴代最強は?

Rank	Player	Country	Hand	Start	End
1	Jimmy Connors	United States	L	1970	1996
2	Ivan Lendl	United States	R	1978	1994
3	John McEnroe	United States	L	1976	1994
4	Guillermo Vilas	Argentina	L	1969	1992
5	Andre Agassi	United States	R	1986	2006
6	Stefan Edberg	Sweden	R	1982	1996
7	Roger Federer	Switzerland	R	1998	2010
8	Pete Sampras	United States	R	1988	2002
9	Ilie Năstase	Romania	R	1968	1985
10	Björn Borg	Sweden	R	1971	1993
11	Boris Becker	Germany	R	1983	1999

Radicchi, F. Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis. PLoS ONE 6, e17249 (2011)

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Radicchi, 2011)

Prestige score と 通算勝利数

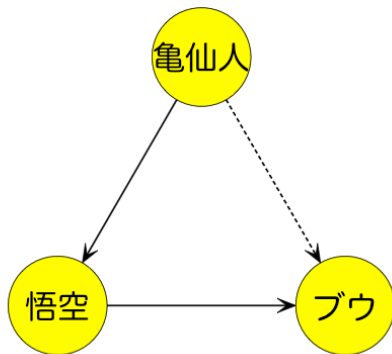


Radicchi, F. Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis. PLoS ONE 6, e17249 (2011)

- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

ネットワーク構造を利用したランキングシステム (再掲)

亀仙人が強い



ネットワーク構造を利用したランキングシステム (Motegi & Masuda, 2012)

Dynamic Prestige score ... 時間経過を考慮

$$P_i(t) = (1 - q) \sum_{j \notin V} \frac{\tilde{w}_{ji}(t)}{\sum_k \tilde{w}_{jk}(t)} P_j + \frac{q}{N} + (1 - q) \sum_{l \in V} \frac{P_l}{N}$$

where

P_i : i 番目の要素のレート

$\tilde{w}_{ji}(t)$: $\sum_n (A_{t_n})_{ji} e^{-\beta(t-t_n)}$... 時間経過を反映

q : パラメータ

V : 負けたことがない要素の集合

ランキングまとめ

Win-Lose score

勝敗関係の行列を累乗して間接勝利/敗北を算入

Dynamic Win-Lose score

Win-Lose score で時間経過, 順序を考慮.

Prestige score

PageRank を試合結果のネットワークに応用

Dynamic Prestige score

Prestige score で時間経過を考慮

- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

ランキングシステムの比較

(Motegi & Masuda, 2012)

ランキングから試合結果の予想... 上位が勝つとする → 正答率は?

具体例:

ある日のランキング

- 1 位 巨人
- 2 位 阪神
- 3 位 T 広島
- 3 位 T 中日
- 5 位 横浜
- 6 位 ヤクルト

正解

巨人 17 - 1 横浜

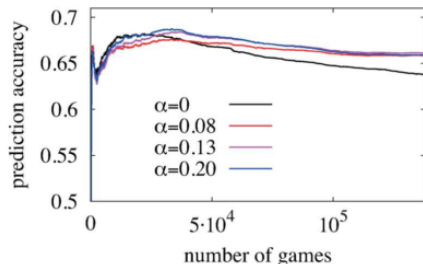
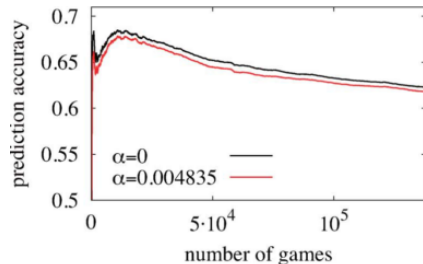
不正解

巨人 10 - 12 横浜

ランキングシステムの比較

(Motegi & Masuda, 2012)

男子プロテニスのデータで予想... 正答率は?

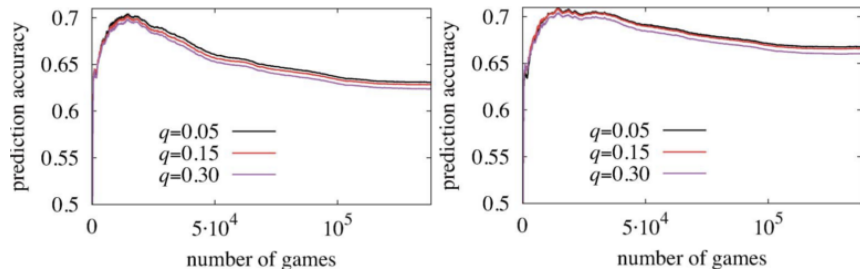


Win-Lose score(左) と Dynamic Win-Lose score(右)

ランキングシステムの比較

(Motegi & Masuda, 2012)

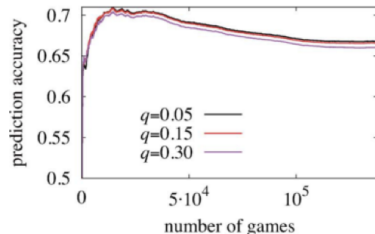
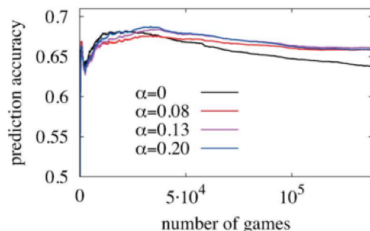
男子プロテニスのデータで予想... 正答率は?



Prestige score(左) と Dynamic Prestige score(右)

ランキングシステムの比較 (Motegi & Masuda, 2012)

男子プロテニスのデータで予想... 正答率は?



Dynamic Win-Lose score(左) と Dynamic Prestige score(右)

- ① 背景
- ② Win-Lose score, Dynamic Win-Lose score
- ③ Prestige score, Dynamic Prestige score
- ④ 比較, まとめ

ランキングまとめ

Win-Lose score

勝敗関係の行列を累乗して間接勝利/敗北を算入

Dynamic Win-Lose score

Win-Lose score で時間経過, 順序を考慮.

Prestige score

PageRank を試合結果のネットワークに応用

Dynamic Prestige score

Prestige score で時間経過を考慮

野球の安打数, 打率 \approx 勝利数, 勝率

相手の強さを踏まえた打者/投手評価 ...

→ ネットワーク構造の利用?

(応用) 他のスポーツでの攻撃力, 守備力の評価

今後の研究

- 野球の安打数, 打率 \approx 勝利数, 勝率
- 相手の強さを踏まえた打者/投手評価 ... ネットワーク構造の利用? (応用) 他のスポーツでの攻撃力, 守備力の評価など



- ① Park, N and Newman, M.E.J, *A network-based ranking system for US college football*, J. Stat. Mech. Theor. Exp., 10(2005), P10014.
- ② Filippo Radicchi, *Who is the best player ever? A complex network analysis of the history of professional tennis*, PloS one, 6(2011), e17249.
- ③ Shun Motegi and Naoki Masuda, *A network-based dynamical ranking system for competitive sports*, Sci. Rep., 2(2012), 904.

(補足) ケンドールの順位相関係数

2つのランキングの上位 k 人分を R_1, R_2 とする.

任意の要素の組 $r_1, r_2 \in R_1 \cup R_2, (r_1 \neq r_2)$ について,
 $\bar{K}_{r_1, r_2}(R_1, R_2)$ を以下のように定義する.

次の条件のいずれかを満たすとき $\bar{K}_{r_1, r_2}(R_1, R_2) = 1$, 満たさなければ
値は 0 とする.

- ① r_1, r_2 が両方のランキングに存在するが, 順位は逆.
- ② 1つのランキングで r_1 と r_2 が存在して r_1 が上の順位にあり, もう
1つのランキングに r_2 が存在して r_1 は存在しない.
- ③ r_1 が1つのランキングにのみ存在し, r_2 がもう1つのランキングに
のみ存在する.

このとき, 順位相関係数 K は

$$K = 1 - \frac{\sum_{r_1, r_2 \in R_1 \cup R_2} \bar{K}_{r_1, r_2}(R_1, R_2)}{k^2}$$

と表せる.