

Estrategia de ordenamiento de color RGB basada en métricas asociadas a la imagen

José Luis Vázquez Noguera · Horacio Legal Ayala · Christian E. Schaerer · Jacques Facon

Received: date / Revised: date

Abstract El orden lexicográfico y sus variantes son los más utilizados en la literatura para el ordenamiento de colores. Un problema usual de este tipo de ordenamiento es el establecimiento a priori del componente de color más importante y el resultado de las comparaciones lexicográficas casi siempre se deciden en los primeros componentes. La norma o la distancia a un color de referencia es también es bastante utilizado como estrategia de ordenamiento, pero en las imágenes a color RGB dos colores visuales distintos pueden tener la misma norma, o distancia a un color de referencia. Debido a que no existe un orden natural entre los colores RGB sería de mucha utilidad encontrar una estrategia de ordenamiento que sea dependiente de la imagen y de la aplicación. En este artículo se propone una estrategia de ordenamiento en el cuál se asigna una ponderación a cada componente de color de acuerdo a métricas asociadas al histograma de los mismos. Las aplicaciones utilizadas y que requieren un ordenamiento de color, son el filtrado de imágenes, mejora de contraste y clasificación de textura. Los resultados obtenidos utilizando la estrategia propuesta son mejores en comparación a diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte. Las métricas asociadas al histograma de cada componente con buenos resultados varían de acuerdo a la aplicación seleccionada.

José Luis Vázquez Noguera · Horacio Legal Ayala · Christian E. Schaerer
Polytechnic Faculty, National University of Asuncion - San Lorenzo, Paraguay
E-mail: {jlvazquez,hlegal,cschaer}@pol.una.py

Jacques Facon
PPGIA - PUCPR-Pontificia Universidade Catolica do Parana - Curitiba - Pr, Brazil
E-mail: facon@ppgia.pucpr.br

1 Introducción

El procesamiento digital de imágenes a color tiene semejanza con la visión humana, que es totalmente cromática, y basa su importancia por el acrecentamiento de la información que aporta al análisis de las imágenes, en contrapartida con las imágenes en escala de grises que aportan menos información al trabajar solo con intensidades o imágenes binarias que pueden tener solo dos valores posibles, blanco o negro. En sus inicios, los algoritmos de procesamiento digital de imágenes fueron desarrollados para imágenes binarias o imágenes en escala de grises. Durante bastante tiempo solo se trabajaba con estos dos tipos de imágenes debido a la limitación de la infraestructura computacional, ya que los elevados tiempos de cómputo de los algoritmos de procesamiento digital de imágenes obligaba a reducir la información visual a solo un plano bidimensional [38].

Información importante puede ser distinguida en imágenes en escala de grises, como los bordes que se dan en los lugares que existen cambios bruscos de niveles de intensidades. Por medio del cálculo del gradiente se puede extraer los bordes y de esa manera obtener los contornos de los objetos que lo separan del fondo. En ocasiones, los reflejos en las imágenes afectan la intensidad luminosa de los objetos produciendo errores en la detección de las fronteras o contornos de los mismos. Estos efectos de la iluminación, reflejos, y la pérdida de información cromática, hacen que muchos algoritmos de procesamiento de imágenes en escala de grises no sean tan eficientes [38]. Bajo esta perspectiva, y con el avance actual de los recursos o infraestructuras computacionales, con procesadores destinados a algoritmos de procesamiento digital de imágenes, muchos algoritmos de imágenes en escala de grises se están extendiendo a imágenes a color, aprovechando la mayor cantidad

de información que puede brindar de una escena capturada [38].

Los espacios de color son formalismos que permiten la definición de colores, y establecen propiedades para su manipulación [25, 34].

El espacio de color más conocido y comunmente utilizado por los monitores es el RGB, que está cimentado en el modelo triestímulo y síntesis aditiva de color [15]. En el espacio de color RGB los colores son representados como vectores de 3 componentes, el rojo, el verde y el azul. La cantidad asociada a cada componente indica cuánto interviene dicho color primario para la mezcla y representación del color [44].

En los espacios de color CMY los colores cyan, amarillo y magenta representan la síntesis sustractiva de color [40]. Estos colores son conocidos como colores secundarios. El espacio de color CMYK está representado por 4 componentes, donde el componente K (componente de tinta negra) representa el valor máximo entre los 3 colores secundarios [44]. Las impresoras utilizan este espacio de color [40].

A causa de que ciertos colores solo pueden representarse con un valor negativo de estímulo fue introducido el espacio de color XYZ, que es obtenido por una transformación lineal del sistema RGB [38]. El espacio de color XYZ se utiliza cuando la representación del color es independiente del hardware.

El espacio de color $L^*a^*b^*$ es un espacio tridimensional, en donde L^* representa la luminosidad de negro a blanco, a^* codifica la sensación rojo-verde, y b^* codifica la sensación amarillo-azul [29]. Los espacios de color CIELAB y CIELUV representan el color de manera que sea uniformemente lineal, es decir, un cambio de color debe producir el mismo cambio o importancia visual [33]. Se utiliza para aplicaciones industriales, donde se busca medir el color de los objetos. Por otra parte están los espacios de color utilizados en la radifusión de la señal de televisión, estos son el YIQ, y el YUV [35].

Por último podemos mencionar los espacios de color HSI, HLS, HSV y sus variantes que son los que más se asemejan a la visión humana, por tener en cuenta los atributos de percepción de luminancia, saturación y matriz [53].

Los filtros de orden son operaciones de vecindad no lineal que se utilizan para diversas aplicaciones en imágenes en escala de grises [39]. Muchos algoritmos utilizan estos filtros para eliminación de ruido, reconstrucción, estiramiento de contraste, detección de bordes y segmentación [38]. Debido a que las imágenes a color son representados por vectores n dimensionales y que no existe un orden natural para los mismos, la extensión de los filtros de orden para imágenes a color no es trivial.

La extensión de los filtros de orden a imágenes a color requiere, por una parte seleccionar el espacio color en el que se procesa la imagen y por otra, establecer un orden en éste espacio de color. Para establecer un ordenamiento se han trabajado en diferentes espacios de color, entre los que podemos citar, los espacios de color $L^*a^*b^*$ [22], HLS [20], CIELAB [21], HSI [45], HSV [28] y el espacio de color RGB [52, 17, 51].

La erosión y la dilatación son las operaciones básicas de la matemática morfológica, donde se busca establecer un retículo completo [24]. La erosión es el mínimo y la dilatación es el máximo dentro de una ventana llamada elemento estructurante. A partir de estas dos operaciones básicas se extiende toda la matemática morfológica. Para poder extender la matemática morfológica a color es necesario establecer un orden, de manera a poder encontrar el mínimo y el máximo dentro del elemento estructurante.

El artículo [7] incluye más de 70 referencias distintas de métodos de morfología matemática a color, mostrando así, aparte de una revisión del estado del arte, que el área es reciente. Se han propuesto una gran cantidad de métodos para realizar la extensión de morfología matemática a color; entre los artículos recientes podemos citar [27, 19, 50, 30, 48, 14, 49, 23, 4, 9, 26, 47].

El ordenamiento lexicográfico es uno de los más utilizados en la literatura [7, 10], ya que posee propiedades teóricas deseables y que permite personalizar fácilmente la manera que se van a comparar los componentes de la imagen.

Un ejemplo de ordenamiento lexicográfico en el espacio de color HSV se puede encontrar en [32], mientras que [31] y [46] utilizan el mismo orden, respectivamente, para el filtro de la mediana y el cálculo de granulometría en imágenes a color. Por supuesto, también puede haber situaciones específicas donde la información cromática es más significativa, por ejemplo, en [36] la matiz se compara por primera vez en la cascada lexicográfica. En [37] la eliminación de ruido se consigue por medio del ordenamiento lexicográfico en el espacio HSI, utilizando la intensidad en la primera posición en la cascada lexicográfica. El espacio $L^*a^*b^*$ [21] ha sido también utilizado con un ordenamiento lexicográfico. Por otra parte, un estudio a fondo del potencial de este orden en el espacio HLS se proporciona en [20], mientras que en [5] el uso del ordenamiento lexicográfico en el espacio HLS mejorado (IHLS) ha sido explorado.

El ordenamiento lexicográfico sufre de un serio inconveniente. Más precisamente, el resultado de la gran mayoría de las comparaciones lexicográficas, se decide sólo en los primeros componentes del vector que se comparan, mientras que la contribución de las dimensiones restantes puede considerarse insignificante [21].

Con el fin de mejorar la sintonización del grado de influencia de cada componente del vector en el resultado de comparación, fueron propuestas variaciones del ordenamiento lexicográfico. Un grupo de variantes es basado en el uso de un componente adicional durante la comparación. Los trabajos [2] y [41], ubican en la primera posición de la cascada lexicográfica una medida de distancia a un vector de referencia. En el espacio de color RGB pueden dos colores visuales prácticamente iguales tener diferente norma, o distancia a un color de referencia, así como dos colores distintos tener la misma norma, por lo que no es recomendable utilizar esta estrategia. Otros ejemplos en el espacio de color RGB incluyen el uso del máximo y el mínimo de los componentes comparados, así como sus combinaciones ponderadas [6]. El problema de esta estrategia es que produce extraños efectos visuales, que son solucionados con las combinaciones ponderadas. Cabe resaltar que los valores de ponderación no son fáciles de encontrar, y dependen de la imagen utilizada.

Otros tipos de ordenamiento que buscan la extensión del ordenamiento lexicográfico consiste en utilizar un parámetro α definido por el usuario de manera a modificar el grado de influencia del primer componente [1, 3]. Aún con las variaciones del ordenamiento lexicográfico, los criterios de la elección de cuál componente tendrá mayor prioridad en la comparación, y del valor α siguen siendo arbitrarios. Con el objetivo de evitar al máximo la intervención subjetiva del usuario, sería de gran importancia que los criterios arbitrarios del orden lexicográfico y sus variantes puedan ser eliminados o disminuidos.

El trabajo [13] utiliza lógica difusa de manera que los 3 componentes de color tengan la misma ponderación en el ordenamiento, aunque es deseable que la prioridad de los componentes del vector que representa la imagen estén dictaminados por información propia de la imagen, no siendo exactamente igual en todos los casos.

En este trabajo se pretende establecer una nueva estrategia de ordenamiento de color RGB basada en métricas asociadas a cada componente de la imagen. Esta estrategia de ordenamiento sería comparada con diferentes métodos de orden del estado del arte en las aplicaciones de eliminación de ruido, estiramiento de contraste y clasificación de texturas.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta el marco teórico, donde se explican los conceptos de filtrado de imágenes, ordenamiento y matemática morfológica. En la Sección 3 se presenta la estrategia de ordenamiento propuesta. En la Sección 4 se presentan los resultados experimentales de la estrategia del ordenamiento en comparación con las del estado del arte en las aplicaciones de

eliminación de ruido, estiramiento de contraste y clasificación de texturas. Por último en la Sección 5 se presentan las conclusiones junto a los trabajos futuros.

2 Marco teórico

En esta sección se explicarán brevemente los conceptos teóricos detrás de la extensión de los filtros de orden para imágenes a color, ordenamiento vectorial y la matemática morfológica.

2.1 Imágenes RGB

Una imagen es una función $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^n$. Cada par $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ es un pixel, y $f(u, v) \in \mathbb{Z}^n$ es el color de la imagen en el pixel (u, v) . Para k bits, $f(u, v) = (R, G, B)$, y $R \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad del componente rojo, $G \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad del componente verde, $B \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad del componente azul y $f(u, v)$ es el color resultante de mezclar estos componentes en el pixel (u, v) . La imagen f es una imagen RGB. Una imagen RGB puede representarse de manera digital como un arreglo $M \times N \times 3$, donde cada pixel (u, v) tiene como valor una tripleta (R, G, B) [18]. Una imagen RGB puede ser vista como una “pila” de tres imágenes en escala de grises (ver Fig. 1) que, cuando se alimenta a las entradas de color rojo, verde y azul del monitor de color, produce una imagen de color en la pantalla [18].

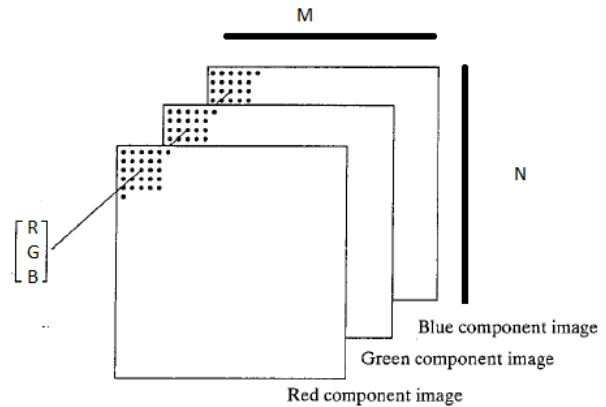


Fig. 1 RGB Image

El histograma de un componente (R, G o B) con un total de 2^k niveles de intensidad posibles en el rango $\{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es una función discreta h_C^D definida como:

$$h_C^D(i) = n_i, \quad (1)$$

donde i representa el i -ésimo nivel de intensidad en el rango $\{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ del componente C , y n_i es el número de píxeles en la imagen cuyo nivel de intensidad es i en el dominio D .

2.2 Filtrado de imágenes

El filtrado de imágenes abarca todas las técnicas dentro del procesamiento de imágenes, que a partir de una imagen de entrada, se obtenga otra imagen donde se elimine, se enfatice o resalte algunas características de la imagen de entrada.

Un filtro F de una imagen digital a color f se puede expresar como:

$$g(u, v) = F\{f(u, v)\} \quad (2)$$

donde $f(u, v)$ es un color de la imagen de entrada, $g(u, v)$ es un color de la imagen de salida y F es el filtro definido sobre una ventana del píxel (u, v) .

Los filtros de orden son operaciones de vecindad no lineal, donde una función es aplicada al vecindario de cada píxel. La idea es mover una ventana centrada en el píxel, ya sea un rectángulo (usualmente un rectángulo con lados impares) o otra forma sobre una imagen dada. Al hacer esto, creamos una nueva imagen cuyo píxeles son el resultado de obtener un valor de los colores bajo la máscara previamente ordenados (Fig. 2).

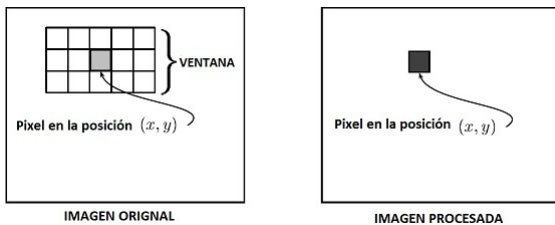


Fig. 2 Filtrado de la imagen digital.

Por ejemplo un píxel de la nueva imagen puede ser resultado de obtener la mediana, el mínimo o máximo de los colores ordenados en la ventana de la imagen procesada. La combinación de la ventana y la función es llamada filtro.

2.3 Ordenamiento

El concepto de orden juega un papel fundamental para utilizar un filtro de orden, por lo que se recuerdan las definiciones relativas al ordenamiento. Para un estudio profundo de la teoría de orden el lector puede ver [43].

Una relación binaria \leq en un conjunto A se llama:

1. reflexiva si $x \leq x, \forall x \in A$
2. antisimétrica si $x \leq y \wedge y \leq x \Rightarrow x = y, \forall x, y \in A$
3. transitiva si $x \leq y \wedge y \leq z \Rightarrow x \leq z, \forall x, y, z \in A$
4. total si $x \leq y \vee y \leq x, \forall x, y \in A$

Una relación binaria \leq es llamada de *pre-orden* si cumple con 1 y 3; si a su vez cumple con 2 se convierte en una relación de *orden*. Si adicionalmente cumple con 4, es denotada como *total*, si no lo hace como *parcial*.

La estructura en un espacio de color está dada por un retículo completo. Un retículo completo \mathcal{L} es un conjunto no vacío con orden parcial \mathcal{R} tal que cualquier subconjunto no vacío \mathcal{P} de \mathcal{L} tiene un ínfimo y tiene un supremo.

De acuerdo con el artículo [12] las técnicas de ordenamiento vectorial se pueden clasificar en los siguientes grupos:

- Ordenamiento marginal (Ordenamiento M): El ordenamiento marginal compara cada componente del color de manera independiente.
- Ordenamiento condicional (Ordenamiento C): Los vectores son ordenados por medio de algún componente marginal, seleccionado secuencialmente de acuerdo con diferentes condiciones. El orden lexicográfico es un ejemplo bastante conocido de Ordenamiento C que emplea todos los componentes disponibles de los vectores dados.
- Ordenamiento Parcial (Ordenamiento P): Este ordenamiento está basado en la partición de los vectores en grupos de equivalencia, tal que entre los grupos existe un orden. En este caso, “parcial” es un abuso de terminología, ya que hay ordenamientos totales que pertenecen a esta clase en particular.
- Ordenamiento Reducido (Ordenamiento R): Los vectores se reducen primeramente a valores escalares y luego clasificados de acuerdo a su orden escalar natural. Por ejemplo, un ordenamiento R en \mathbb{Z}^n podría consistir en definir primero una transformación $T: \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y luego ordenar los colores con respecto al orden escalar de su proyección en \mathbb{Z}^n por T .

2.4 Estrategias de Ordenamiento

En la práctica hay dos métodos generales de procesamiento para imágenes a color: marginal y vectorial.

2.4.1 Procesamiento marginal

Consiste en el procesamiento por separado de cada componente de la imagen. A pesar de su sencillez, el procesamiento marginal tiene dos desventajas [7]:

- La correlación entre los componentes es totalmente ignorado.
- Crea falsos colores después de su procesamiento.

La utilización del procesamiento marginal es inadecuado para imágenes con componentes altamente correlacionados (por ejemplo, imágenes de color RGB) [11]. Por tal motivo este trabajo se concentrará en el procesamiento vectorial que se explicará a continuación.

2.4.2 Procesamiento vectorial

Como su nombre lo indica, procesa todos los componentes disponibles globalmente y de forma simultánea. Dado que los vectores (forma en que se representa un color) son considerados como las nuevas unidades de procesamiento, la correlación entre los diferentes componentes ya no es ignorada. Sin embargo, en comparación con su contraparte marginal, el inconveniente más importante del enfoque vectorial es principalmente la necesidad de adaptar los algoritmos existentes con el fin de acomodar a datos vectoriales [7].

El procesamiento vectorial puede tener dos enfoques:

- El enfoque basado en relación de pre-orden.
- El enfoque basado en relación de orden.

El enfoque basado en relación de pre-orden, es el conjunto de enfoques que no cumplen la propiedad antisimétrica. Así colores distintos eventualmente pueden llegar a ser equivalentes. De manera a resolver las ambigüedades existentes, es necesario medidas adicionales. El método principal de ordenamiento de este enfoque está basado en el Ordenamiento Reducido (Ordenamiento R), donde los colores son reducidos a valores escalares correspondientes a su norma, o distancia a algún color de referencia.

El enfoque basado en relación de orden, a su vez puede ser parcial o total. Si la relación es parcial, existirán colores que no podrán ser comparados.

La relación de orden total presenta dos principales ventajas. Primero, todos los colores son comparables, y segundo, no existen colores distintos que pueden ser equivalentes. Debido a esto, la mayoría de los trabajos están basados en enfoques de relación de orden total [7]. En particular, el orden lexicográfico (Ordenamiento C), junto con sus variantes se encuentra entre las opciones más implementadas.

2.5 Matemática morfológica

La extensión de la matemática morfológica a color es todavía un problema abierto [8], principalmente por el inconveniente de que no existe un orden natural entre los vectores, y que los colores pueden representarse de diversas formas (formando distintos espacios de color). Los operadores básicos de erosión y dilatación se pueden definir a partir del mínimo y el máximo dentro de una ventana llamada elemento estructurante. A partir de la erosión y la dilatación se puede extender toda la matemática morfológica. De manera teórica los operadores morfológicos deben de cumplir ciertas propiedades, como ser anti-extensivo o extensivo, idempotentes, homotópicos y crecientes [42].

Dada una imagen digital f y una ventana B , llamada elemento estructurante. La erosión (ε) y la dilatación (δ) de la imagen f por B puede expresarse como:

$$\varepsilon(f, B)(u, v) = \inf_{(s, t) \in B} \{f(u - s, v - t) + B(s, t)\} \quad (3)$$

$$\delta(f, B)(u, v) = \sup_{(s, t) \in B} \{f(u + s, v + t) - B(s, t)\} \quad (4)$$

Denotamos $\delta(f, B)$ y $\varepsilon(f, B)$ como la dilatación y la erosión respectivamente para todos los píxeles (x, y) de la imagen f .

La apertura \circ y el cierre \bullet de f por B son definidas basadas en dilatación y erosión como sigue:

$$f \circ B = \delta(\varepsilon(f, B), B), \quad (5)$$

$$f \bullet B = \varepsilon(\delta(f, B), B). \quad (6)$$

Basado en la apertura y el cierre, la transformada top-hat, incluyendo la transformada top-hat blanca (WTH) y la transformada top-hat negra (BTH) son definidas como sigue:

$$WTH = f - f \circ B, \quad (7)$$

$$BTH = f \bullet B - f. \quad (8)$$

La apertura suaviza las regiones brillantes de la imagen. El cierre suaviza las zonas oscuras de la imagen. Luego, WTH podría extraer regiones brillantes de la imagen, mientras que BTH podría extraer zonas oscuras correspondiente. En la siguiente sección se presenta una estrategia de ordenamiento de colores RGB,

teniendo en cuenta métricas extraídas del histograma de cada componente de color, de manera a establecer ponderaciones de los componentes a partir de información propia de la imagen.

3 Estrategia de ordenamiento propuesta

De manera a evitar darle la mayor prioridad a un componente específico del vector que representa el color, se ubica un nuevo valor en la primera posición de la cascada lexicográfica correspondiente a una transformación obtenida a partir de métricas asociadas al histograma de cada componente (R,G,B) de la imagen. Los colores RGB son reducidos a un valor escalar. Para tal efecto, se define primero una transformación $T : \mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ y luego se ordena los colores con respecto al orden escalar de su proyección en \mathbb{Z}^3 por T . La reducción de un color $x = (C_1, C_2, C_3)$ se consigue por medio del producto interno del color x con un vector de pesos $w = (w_1, w_2, w_3)$, es decir:

$$T(x) = \sum_{l=1}^3 (w_l \times C_l) \quad (9)$$

Dos colores, $x = (C_1, C_2, C_3)$ e $y = (C'_1, C'_2, C'_3)$, con $x \neq y$, pueden tener la misma transformación, es decir $T(x) = T(y)$. Por lo tanto, la transformación se utiliza como primer componente del orden lexicográfico:

$$x \leq y \Leftrightarrow [T(x), C_1, C_2, C_3] \leq_L [T(y), C'_1, C'_2, C'_3] \quad (10)$$

Oportunamente, después de la transformación se podría variar el orden de prioridad de los componentes de color. Los valores del vector w son obtenidos de aplicar una función $m \in \mathbb{R}$ sobre el histograma de cada componente en un dominio D , es decir $w_1 = m(h_R^D)$, $w_2 = m(h_G^D)$, $w_3 = m(h_B^D)$.

La función m puede ser obtenida a través de aplicarle cualquier métrica (por ejemplo estadística) al histograma, de manera de darle mayor peso a aquel componente cuya métrica tenga mayor valor en un dominio D específico (puede ser toda la imagen o parte de la misma).

4 Resultados experimentales

En esta sección se llevará a cabo una serie de pruebas comparativas, con el fin de medir los rendimientos relativos de diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte junto a la estrategia de ordenamiento propuesta, en tres tareas de procesamiento de imágenes. Más

precisamente los métodos de ordenamiento que participaron de las diferentes pruebas fueron: El ordenamiento lexicográfico clásico, el ordenamiento α -lexicográfico [53], el ordenamiento α -modulo lexicográfico [6], ordenamiento lexicográfico en el espacio HSI utilizado en [38], entrelazado de bits [16], distancia euclidiana en el espacio de color **L*a*b*** [Ver Referencia Correcta]. Todas las imágenes utilizadas en las diferentes pruebas fueron de 8 bits. Las tareas seleccionadas fueron la eliminación de ruido, estiramiento de contraste y clasificación de texturas.

La función m aplicada al histograma de cada componente h_C^D de las imágenes en todas las pruebas son:

- Promedio: sea $n = n_1 + n_2 + \dots + n_{255}$, el promedio del histograma h_C^D es igual a $(\sum_{i=1}^{255} (n_i))/n$
- Mínimo: es el menor i tal que n_i del histograma h_C^D es mayor que cero.
- Máximo: es el mayor i tal que n_i del histograma h_C^D es mayor que cero.

References

1. Angulo J (2003) Morphologie mathématique et indexation d'images couleur: application à la microscopie en biomédecine. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris
2. Angulo J (2005) Morphological color processing based on distances. application to color denoising and enhancement by centre and contrast operators. In: Proc. of VIIP, pp 314–319
3. Angulo J (2005) Unified morphological color processing framework in a lum/sat/hue representation. In: Mathematical Morphology: 40 Years On, Springer, pp 387–396
4. Angulo J (2010) Pseudo-morphological image diffusion using the counter-harmonic paradigm. In: Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems, Springer, pp 426–437
5. Angulo J, Serra J (2003) Mathematical morphology in color spaces applied to the analysis of cartographic images. Proceedings of GEOPRO 3:59–66
6. Angulo J, Serra J (2003) Morphological coding of color images by vector connected filters. In: Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings. Seventh International Symposium on, IEEE, vol 1, pp 69–72
7. Aptoula E, Lefevre S (2007) A comparative study on multivariate mathematical morphology. Pattern Recognition 40(11):2914–2929
8. Aptoula E, Lefevre S (2007) Pseudo multivariate morphological operators based on α -trimmed lexicographical extrema. In: Image and Signal Process-

- ing and Analysis, 2007. ISPA 2007. 5th International Symposium on, IEEE, pp 367–372
9. Aptoula E, Lefevre S (2008) α -trimmed lexicographical extrema for pseudo-morphological image analysis. *Journal of Visual Communication and Image Representation* 19(3):165–174
10. Aptoula E, Lefevre S (2008) On lexicographical ordering in multivariate mathematical morphology. *Pattern Recognition Letters* 29(2):109–118
11. Astola J, Haavisto P, Neuvo Y (1990) Vector median filters. *Proceedings of the IEEE* 78(4):678–689
12. Barnett V (1976) The ordering of multivariate data. *Journal of the Royal Statistical Society Series A (General)* pp 318–355
13. Bouchet A, Alonso P, Pastore JJ, Montes S, Díaz I (2016) Fuzzy mathematical morphology for color images defined by fuzzy preference relations. *Pattern Recognition*
14. Burgeth B, Kleefeld A (2013) Morphology for color images via loewner order for matrix fields. In: *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, Springer, pp 243–254
15. Busin L, Vandenbroucke N, Macaire L (2008) Color spaces and image segmentation. *Advances in imaging and electron physics* 151(1):1
16. Chanussot J, Lambert P (1997) Bit mixing paradigm for multivalued morphological filters. In: *IEEE conference publication, Institution of Electrical Engineers*, vol 2, pp 804–808
17. Gao CJZXH, Hu XY (2013) An adaptive lexicographical ordering of color mathematical morphology. *Journal of Computers* 24(3)
18. Gonzales RC, Woods RE, Eddins SL (2004) *Digital image processing using MATLAB*. Pearson Prentice Hall
19. van de Gronde JJ, Roerdink JB (2013) Group-invariant frames for colour morphology. In: *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, Springer, pp 267–278
20. Hanbury A, Serra J (2001) Mathematical morphology in the hls colour space. In: *BMVC*, Citeseer, pp 1–10
21. Hanbury A, Serra J (2002) Mathematical morphology in the cielab space. *Image Analysis and Stereology* 21(3):201–206
22. Hanbury A, Serra J, et al (2001) Mathematical morphology in the $l^* a^* b^*$ colour space. *Perancis: Centre de Morphologie Mathématique Ecole des Mines de Paris*
23. Hanbury AG, Serra J (2001) Morphological operators on the unit circle. *Image Processing, IEEE Transactions on* 10(12):1842–1850
24. Heijmans HJ, Ronse C (1990) The algebraic basis of mathematical morphology i. dilations and erosions. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 50(3):245–295
25. Joblove GH, Greenberg D (1978) Color spaces for computer graphics. In: *ACM siggraph computer graphics*, ACM, vol 12, pp 20–25
26. Kleefeld A, Burgeth B (2015) Processing multispectral images via mathematical morphology. In: *Visualization and Processing of Higher Order Descriptors for Multi-Valued Data*, Springer, pp 129–148
27. Ledoux A, Richard N, Capelle-Laize AS (2012) Limits and comparisons of orderings using colour distances. *Traitement du Signal* 29(1-2):65–82
28. Lei T, Wang Y, Fan Y, Zhao J (2013) Vector morphological operators in hsv color space. *Science China Information Sciences* 56(1):1–12
29. Leon K, Mery D, Pedreschi F, Leon J (2006) Color measurement in l a b units from rgb digital images. *Food research international* 39(10):1084–1091
30. Lezoray O, Charrier C, Elmoataz A (2009) Learning complete lattices for manifold mathematical morphology. In: *International Symposium on Mathematical Morphology*, pp 1–4
31. Louverdis G, Andreadis I, Tsalides P (2002) Morphological granulometries for color images. In: *Proc. 2nd Hellenic Conf. Artificial Intelligence*, Citeseer, pp 333–342
32. Louverdis G, Vardavoulia MI, Andreadis I, Tsalides P (2002) A new approach to morphological color image processing. *Pattern recognition* 35(8):1733–1741
33. Mahy M, Eycken L, Oosterlinck A (1994) Evaluation of uniform color spaces developed after the adoption of cielab and cieluv. *Color Research & Application* 19(2):105–121
34. Meyer GW, Greenberg DP (1980) Perceptual color spaces for computer graphics. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* 14(3):254–261
35. Munson JB (1995) Color information storage and processing system. US Patent 5,465,104
36. Ortiz F, Torres F, De Juan E, Cuenca N (2002) Colour mathematical morphology for neural image analysis. *Real-Time Imaging* 8(6):455–465
37. Ortiz F, Torres F, Gil P (2004) Gaussian noise elimination in colour images by vector-connected filters. In: *Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on*, IEEE, vol 4, pp 807–810
38. Ortiz Zamora FG (2002) Procesamiento morfológico de imágenes en color: aplicación a la reconstrucción geodésica

39. Pitas I, Venetsanopoulos AN (1992) Order statistics in digital image processing. *Proceedings of the IEEE* 80(12):1893–1921
40. Rolleston RJ, Maltz MS, Stinehour JE (1996) Color printer calibration architecture. US Patent 5,528,386
41. Sartor LJ, Weeks AR (2001) Morphological operations on color images. *Journal of Electronic Imaging* 10(2):548–559
42. Serra J (1986) Introduction to mathematical morphology. *Computer vision, graphics, and image processing* 35(3):283–305
43. Serra JC (1993) Anamorphoses and function lattices. In: *SPIE's 1993 International Symposium on Optics, Imaging, and Instrumentation*, International Society for Optics and Photonics, pp 2–11
44. Tkalcic M, Tasic JF, et al (2003) Colour spaces: perceptual, historical and applicational background. In: *Eurocon*
45. Tobar MC, Platero C, González PM, Asensio G (2007) Mathematical morphology in the hsi colour space. In: *Pattern Recognition and Image Analysis*, Springer, pp 467–474
46. Vardavoulia M, Andreadis I, Tsalides P (2002) Vector ordering and morphological operations for colour image processing: fundamentals and applications. *Pattern Analysis and Applications* 5(3):271–287
47. Vazquez Noguera JL, Legal Ayala H, Schaerer CE, Facon J (2014) A color morphological ordering method based on additive and subtractive spaces. In: *Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on*, IEEE, pp 674–678
48. Velasco-Forero S, Angulo J (2010) Morphological processing of hyperspectral images using kriging-based supervised ordering. In: *Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on*, IEEE, pp 1409–1412
49. Velasco-Forero S, Angulo J (2011) Supervised ordering in: Application to morphological processing of hyperspectral images. *Image Processing, IEEE Transactions on* 20(11):3301–3308
50. Velasco-Forero S, Angulo J (2012) Random projection depth for multivariate mathematical morphology. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of* 6(7):753–763
51. Wang L, Yan L (2012) Edge detection of color image using vector morphological operators. In: *Computer Science and Network Technology (ICCSNT), 2012 2nd International Conference on*, IEEE, pp 2211–2215
52. Zaharescu E, Zamfir M, Vertan C (2003) Color morphology-like operators based on color geometric shape characteristics. In: *Signals, Circuits and Systems, 2003. SCS 2003. International Symposium on*, IEEE, vol 1, pp 145–148
53. Zamora FGO, Torres-Medina F, Lopez-Angulo J, Mendez SP (2001) Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces. In: *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing, International Society for Optics and Photonics*, pp 259–268