

Ordenamiento de colores RGB basado en métricas asociadas a la imagen

José Luis Vázquez Noguera · Christian E. Schaerer · Jacques Facon ·
Horacio Legal Ayala

Received: date / Revised: date

Resumen El orden lexicográfico y sus variantes son los más utilizados en la literatura para el ordenamiento de colores. Un problema usual de este tipo de ordenamiento es el establecimiento a priori del componente de color más importante y el resultado de las comparaciones lexicográficas casi siempre se deciden en los primeros componentes. La norma o la distancia a un color de referencia es también bastante utilizado como estrategia de ordenamiento, pero en las imágenes a color RGB dos colores visuales distintos pueden tener la misma norma, o distancia a un color de referencia. Debido a que no existe un orden natural entre los colores RGB sería de utilidad encontrar una estrategia de ordenamiento que sea dependiente de la imagen y de la aplicación. En este artículo se propone un ordenamiento en el cuál se asigna una ponderación a cada componente de color de acuerdo a métricas asociadas a los mismos. Las aplicaciones utilizadas y que requieren un ordenamiento de color, son el filtrado de imágenes, mejora de contraste y caracterización texturas para su posterior clasificación. Los resultados obtenidos utilizando el ordenamiento propuesto en las diferentes aplicaciones son mejores en la mayoría de los casos en comparación a diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte. Las métricas asociadas a cada componente con buenos resultados varían de acuerdo a la aplicación seleccionada.

José Luis Vázquez Noguera · Christian E. Schaerer
Polytechnic Faculty, National University of Asuncion - San Lorenzo, Paraguay
E-mail: {jlvezquez,hlegal,cschaer}@pol.una.py

Jacques Facon
PPGIIa - PUCPR-Pontifícia Universidade Católica do Paraná - Curitiba - Pr, Brazil
E-mail: facon@ppgia.pucpr.br

1. Introducción

El procesamiento digital de imágenes a color tiene semejanza [56] con la visión humana, que es cromática, y basa su importancia por el acrecentamiento de la información que aporta al análisis de las imágenes, en contrapartida con las imágenes en escala de grises que aportan menos información al trabajar solo con intensidades o imágenes binarias que pueden tener solo dos valores posibles, blanco o negro. En sus inicios, los algoritmos de procesamiento digital de imágenes fueron desarrollados para imágenes binarias o imágenes en escala de grises. Durante bastante tiempo solo se trabajaba con estos dos tipos de imágenes debido a la limitación de la infraestructura computacional, ya que los elevados tiempos de cómputo de los algoritmos de procesamiento digital de imágenes obligaba a reducir la información visual a solo un plano bidimensional [53].

Información importante puede ser distinguida en imágenes en escala de grises, como los bordes que se dan en los lugares que existen cambios bruscos de niveles de intensidades. Por medio del cálculo del gradiente se puede extraer los bordes y de esa manera obtener los contornos de los objetos que lo separan del fondo. En ocasiones, los reflejos en las imágenes afectan la intensidad luminosa de los objetos produciendo errores en la detección de las fronteras o contornos de los mismos. Estos efectos de la iluminación, reflejos, y la pérdida de información cromática, hacen que muchos algoritmos de procesamiento de imágenes en escala de grises no sean tan eficientes [53]. Bajo esta perspectiva, y con el avance actual de los recursos o infraestructuras computacionales, con procesadores destinados a algoritmos de procesamiento digital de imágenes, muchos algoritmos de imágenes en escala de grises se están extendiendo a imágenes a color, aprovechando la mayor cantidad de

información que puede brindar de una escena capturada [53].

Los espacios de color son formalismos que permiten la definición de colores, y establecen propiedades para su manipulación [35, 47].

El espacio de color más conocido y comunmente utilizado por los monitores es el RGB, que está cimentado en el modelo triestímulo y síntesis aditiva de color [22]. En el espacio de color RGB los colores son representados como vectores de 3 componentes, el rojo, el verde y el azul. La cantidad asociada a cada componente indica cuánto interviene dicho color primario para la mezcla y representación del color [65]. En el espacio de color CMY los colores cyan, amarillo y magenta representan la síntesis sustractiva de color [57]. Estos colores son conocidos como colores secundarios. El espacio de color CMYK está representado por 4 componentes, donde el componente K (componente de tinta negra) representa el valor máximo entre los 3 colores secundarios [65]. Las impresoras utilizan este espacio de color [57].

A causa de que ciertos colores solo pueden representarse con un valor negativo de estímulo fue introducido el espacio de color XYZ, que es obtenido por una transformación lineal del sistema RGB [53]. El espacio de color XYZ se utiliza cuando la representación del color es independiente del hardware.

El espacio de color $L^*a^*b^*$ es un espacio tridimensional, en donde L^* representa la luminosidad de negro a blanco, a^* codifica la sensación rojo-verde, y b^* codifica la sensación amarillo-azul [40]. Los espacios de color CIELAB y CIELUV representan el color de manera que sea uniformemente lineal, es decir, un cambio de color debe producir el mismo cambio o importancia visual [44]. Se utiliza para aplicaciones industriales, donde se busca medir el color de los objetos. Por otra parte están los espacios de color utilizados en la radifusión de la señal de televisión, estos son el YIQ, y el YUV [49].

Por último podemos mencionar los espacios de color HSI, HLS, HSV y sus variantes que son los que más se asemejan a la visión humana, por tener en cuenta los atributos de percepción de luminancia, saturación y matriz [79].

Los filtros de orden son operaciones de vecindad no lineal que se utilizan para diversas aplicaciones en imágenes en escala de grises [55]. Muchos algoritmos utilizan estos filtros para eliminación de ruido, estiramiento de contraste, detección de bordes y segmentación [53]. Debido a que las imágenes a color son representados por vectores *multi*-dimensionales y que no existe un orden natural para los mismos, la extensión de los filtros de orden para imágenes a color no es trivial.

En este trabajo se pretende establecer una nuevo ordenamiento de colores RGB basada en métricas aso-

ciadas a cada componente de la imagen. Esta forma de ordenamiento sería comparada con diferentes métodos de orden del estado del arte en las aplicaciones de eliminación de diferentes ruidos, estiramiento de contraste y caracterización de texturas para poder clasificarlas.

El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta los trabajos relacionados. En la Sección 3 se presenta los fundamentos de filtrado de imagen a color, donde se explican los conceptos de filtrado de imágenes, ordenamiento y matemática morfológica. En la Sección 4 se presenta el ordenamiento propuesto. En la Sección 5 se presenta los resultados experimentales de la estrategia del ordenamiento en comparación con las del estado del arte en las aplicaciones de eliminación de ruido, estiramiento de contraste y caracterización de texturas para su posterior clasificación. Por último en la Sección 6 se presentan las conclusiones junto a los trabajos futuros.

2. Trabajos Relacionados

La extensión de los filtros de orden a imágenes a color requiere, por una parte seleccionar el espacio color en el que se procesa la imagen y por otra, establecer un orden en éste espacio de color. Para establecer un ordenamiento se han trabajado en diferentes espacios de color, entre los que podemos citar, los espacios de color $L^*a^*b^*$ [31], HLS [29], CIELAB [30], HSI [66], HSV [39] y el espacio de color RGB [78, 26, 76].

La erosión y la dilatación son las operaciones básicas de la matemática morfológica, donde se busca establecer un retículo completo [34]. La erosión es el mínimo y la dilatación es el máximo dentro de una ventana llamada elemento estructurante. A partir de estas dos operaciones básicas se extiende toda la matemática morfológica. Para poder extender la matemática morfológica a color es necesario establecer un orden, de manera a poder encontrar el mínimo y el máximo dentro del elemento estructurante.

El artículo [7] incluye más de 70 referencias distintas de métodos de morfología matemática a color, mostrando así, aparte de una revisión del estado del arte, que el área es reciente. Se han propuesto una gran cantidad de métodos para realizar la extensión de morfología matemática a color; entre los artículos recientes podemos citar [37, 28, 73, 41, 71, 21, 72, 33, 4, 10, 36, 70]. Específicamente para el espacio de color RGB el ordenamiento mediante el entrelazado de bits se ha mostrado eficiente para el filtrado de imágenes a color [23].

De manera general, es decir para muchos espacios de color, el ordenamiento lexicográfico es uno de los más utilizados en la literatura [7, 11], ya que posee propiedades teóricas deseables y permite personalizar fácilmente

la manera que se van a comparar los componentes de la imagen.

Un ejemplo de ordenamiento lexicográfico en el espacio de color HSV se puede encontrar en [43], mientras que [42] y [69] utilizan el mismo orden, respectivamente, para el filtro de la mediana y el cálculo de granulometría en imágenes a color. Por supuesto, también puede haber situaciones específicas donde la información cromática es más significativa, por ejemplo, en [51] la matiz se compara por primera vez en la cascada lexicográfica. En [52] la eliminación de ruido se consigue por medio del ordenamiento lexicográfico en el espacio HSI, utilizando la intensidad en la primera posición en la cascada lexicográfica. El espacio $L^*a^*b^*$ [30] ha sido también utilizado con un ordenamiento lexicográfico. Por otra parte, un estudio a fondo del potencial de este orden en el espacio HLS se proporciona en [29], mientras que en [5] el uso del ordenamiento lexicográfico en el espacio HLS mejorado (IHLS) ha sido explorado.

El ordenamiento lexicográfico sufre de un serio inconveniente. Más precisamente, el resultado de la gran mayoría de las comparaciones lexicográficas, se decide casi siempre en los primeros componentes del vector que se comparan, mientras que la contribución de las dimensiones restantes puede considerarse insignificante [30].

Con el fin de mejorar la sintonización del grado de influencia de cada componente del vector en el resultado de comparación, fueron propuestos variaciones del ordenamiento lexicográfico. Un grupo de variantes es basado en el uso de un componente adicional durante la comparación. Los trabajos [2] y [58], ubican en la primera posición de la cascada lexicográfica una medida de distancia a un vector de referencia. En el espacio de color RGB pueden dos colores visuales prácticamente iguales tener diferente norma, o distancia a un color de referencia, así como dos colores distintos tener la misma norma, por lo que no es recomendable utilizar esta estrategia. Otros ejemplos en el espacio de color RGB incluyen el uso del máximo y el mínimo de los componentes comparados, así como sus combinaciones ponderadas [6]. El problema de esta estrategia es que produce extraños efectos visuales, que son solucionados con las combinaciones ponderadas. Cabe resaltar que los valores de ponderación no son fáciles de encontrar, y dependen de la imagen utilizada.

Otros tipos de ordenamiento que buscan la extensión del ordenamiento lexicográfico consiste en utilizar un parámetro α definido por el usuario de manera a modificar el grado de influencia del primer componente [1, 3]. Aún con las variaciones del ordenamiento lexicográfico, los criterios de la elección de cuál componente tendrá mayor prioridad en la comparación, y del va-

lor α son en su mayoría arbitrarios. En [26] se trata de solucionar este problema presentando un enfoque de ordenamiento lexicográfico adaptativo. Con el objetivo de evitar al máximo la intervención subjetiva del usuario, sería de gran importancia que los criterios arbitrarios del orden lexicográfico y sus variantes puedan ser eliminados o disminuidos.

El trabajo [20] utiliza lógica difusa de manera que los 3 componentes de color tengan la misma ponderación en el ordenamiento, aunque es deseable que la prioridad de los componentes del vector que representa la imagen estén dictaminados por información propia de la imagen, no siendo exactamente igual en todos los casos. En [18] se presenta un método de ordenamiento que es dependiente de la imagen y que ordena los colores de acuerdo a la densidad de probabilidad de la aparición de colores de la imagen.

La diferencia principal de esta propuesta, con los presentados en el estado del arte, radica en la extracción de información de cada componente del color RGB en un dominio específico de la imagen. Esta información se extrae por medio de un vector de pesos, que son calculados previamente por una función aplicada a cada uno de los componentes del color RGB.

3. Fundamentos de filtrado de imagen a color

En esta sección se explicarán brevemente los conceptos teóricos detrás de la extensión de los filtros de orden para imágenes a color, ordenamiento vectorial y la matemática morfológica.

3.1. Imágenes RGB

Una imagen es una función $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}^n$. Cada par $(u, v) \in \mathbb{Z}^2$ es un pixel, y $f(u, v) \in \mathbb{Z}^n$ es el color de la imagen en el pixel (u, v) . Para k bits, $f(u, v) = (R, G, B)$, y $R \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad del componente rojo en el pixel (u, v) , $G \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad del componente verde en el pixel (u, v) , $B \in \{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ es la intensidad del componente azul en el pixel (u, v) y $f(u, v)$ es el color resultante de mezclar estos componentes en el pixel (u, v) . La imagen f es una imagen RGB. La imagen f puede representarse de manera digital como un arreglo $M \times N \times 3$, donde cada pixel (u, v) tiene como valor una tripleta (R, G, B) [27]. Una imagen RGB puede ser vista como una “pila” de tres imágenes en escala de grises (ver Figura 1) que, cuando se alimenta a las entradas de color rojo, verde y azul del monitor de color, produce una imagen de color en la pantalla [27].

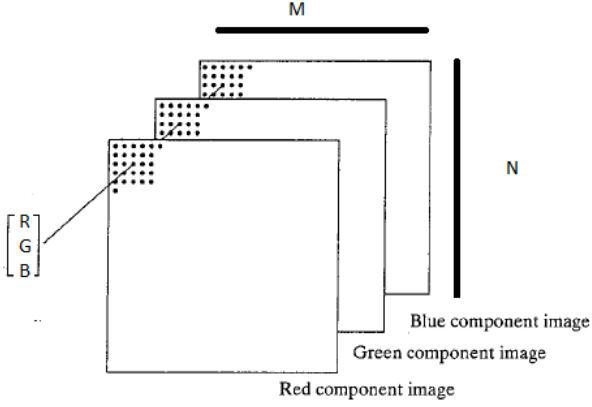


Figura 1: RGB Image

3.2. Histogramas

A partir de la imagen RGB se define la función *histograma*, la cual corresponde a la distribución de frecuencia de los valores que puede tomar una imagen f , ya sea en un plano o en 3 dimensiones (R, G, B). Se diferencian los siguientes tipos de histograma:

3.2.1. Histograma de un componente

El histograma del j -ésimo componente de la imagen a color f (R, G o B) es una función discreta $h_{f_j}^D$ definida como:

$$h_{f_j}^D(i) = n_i, \quad (1)$$

donde i representa el i -ésimo nivel de intensidad en el rango $\{0, 1, \dots, 2^k - 1\}$ del componente j , y n_i es el número de píxeles en la imagen f cuyo nivel de intensidad es i en el componente j dentro del dominio D (subconjunto de píxeles (u, v) dentro de la imagen f).

La probabilidad de aparición $p_{f_j}^D(i)$ de cada nivel de intensidad i en el componente j de la imagen f dentro del dominio D es definida como:

$$p_{f_j}^D(i) = \frac{h_{f_j}^D(i)}{n}, \quad (2)$$

Donde $n = n_0 + n_1 + \dots + n_{255}$, es decir la cantidad total de píxeles de la imagen f dentro del dominio D .

3.2.2. Histograma de color

El histograma a color de una imagen f en un dominio D es una función discreta definida como sigue:

$$H_f^D(C) = n_C, \quad (3)$$

donde $C = (C_1, C_2, C_3)$, $C_i \in \{0, \dots, 2^k - 1\}$ y n_C es la cantidad de veces que aparece el color C en el dominio D de la imagen f .

Etiquetemos a cada color dentro del espacio discreto con los superíndices a y b . El color C^a es menor al color C^b si $C_1^a < C_1^b$, $C_2^a < C_2^b$ y $C_3^a < C_3^b$.

El objetivo es fijar un orden de colores en el espacio de color discreto, normalmente utilizando el orden natural ascendente (Cuadro 1).

Cuadro 1: Orden natural de colores

a	C^a
0	(0, 0, 0)
1	(0, 0, 1)
2	(0, 0, 2)
3	(0, 0, 3)
\vdots	\vdots
$2^{3k} - 2$	$(2^k - 2, 2^k - 2, 2^k - 2)$
$2^{3k} - 1$	$(2^k - 1, 2^k - 1, 2^k - 1)$

El histograma de color acumulado \bar{H}_f^D de la imagen f un dominio D es definido en términos del histograma a color H_f^D :

$$\bar{H}_f^D(C^b) = \sum_{C^a \leq C^b} H_f^D(C^a) \quad (4)$$

El filtrado de imágenes abarca todas las técnicas dentro del procesamiento de imágenes, que a partir de una imagen de entrada, se obtenga otra imagen donde se elimine, se enfatice o resalte algunas características de la imagen de entrada. A continuación se explicará brevemente en que consiste el filtrado de imágenes a color.

3.3. Filtrado de imágenes

Un filtro F de una imagen digital a color f se puede expresar como:

$$g(u, v) = F\{f(u, v)\} \quad (5)$$

donde $f(u, v)$ es un color de la imagen de entrada, $g(u, v)$ es un color de la imagen de salida y F es el filtro definido sobre una ventana del píxel (u, v) .

Los filtros de orden son operaciones de vecindad no lineal, donde una función es aplicada al vecindario de

cada pixel. La idea es mover una ventana centrada en el pixel, ya sea un rectángulo (usualmente un rectángulo con lados impares) o otra forma sobre una imagen dada. Al hacer esto, creamos una nueva imagen cuyo píxeles son el resultado de obtener un valor de los los colores bajo la máscara previamente ordenados (Figura 2).

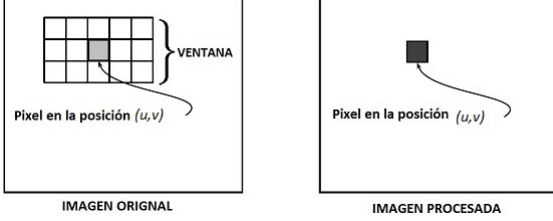


Figura 2: Filtrado de la imagen digital.

Por ejemplo un pixel de la nueva imagen puede ser resultado de obtener la mediana, el mínimo o máximo de los colores ordenados en la ventana de la imagen procesada. La combinación de la ventana y la función es llamada filtro.

3.4. Matemática morfológica

La extensión de la matemática morfológica imágenes a color es todavía un problema abierto [9], principalmente por el inconveniente de que no existe un orden natural entre los vectores, y que los colores pueden representarse de diversas formas (formando distintos espacios de color). Los operadores básicos de erosión y dilatación se pueden definir a partir del mínimo y el máximo dentro de una ventana llamada elemento estructurante. A partir de la erosión y la dilatación se puede extender toda la matemática morfológica. De manera teórica los operadores morfológicos deben de cumplir ciertas propiedades, como ser anti-extensivo o extensivo, idempotentes, homotópicos y crecientes [59].

Dada una imagen digital f y una ventana B , llamada elemento estructurante. La erosión (ε) y la dilatación (δ) de la imagen f por B puede expresarse como:

$$\varepsilon(f, B)(u, v) = \min_{(s,t) \in B} \{f(u-s, v-t) + B(s, t)\} \quad (6)$$

$$\delta(f, B)(u, v) = \max_{(s,t) \in B} \{f(u+s, v+t) - B(s, t)\} \quad (7)$$

Denotamos $\delta(f, B)$ y $\varepsilon(f, B)$ como la dilatación y la erosión respectivamente para todos los píxeles (u, v) de la imagen f .

La apertura \circ y el cierre \bullet de f por B son definidas basadas en dilatación y erosión como sigue:

$$f \circ B = \delta(\varepsilon(f, B), B), \quad (8)$$

$$f \bullet B = \varepsilon(\delta(f, B), B). \quad (9)$$

Basado en la apertura y el cierre, la transformada top-hat, incluyendo la transformada top-hat clara (WTH) y la transformada top-hat oscura (BTH) de la imagen f son definidas como sigue:

$$WTH(f) = f - f \circ B, \quad (10)$$

$$BTH(f) = f \bullet B - f. \quad (11)$$

La apertura suaviza las regiones brillantes de la imagen. El cierre suaviza las zonas oscuras de la imagen. Luego, WTH podría extraer regiones brillantes de la imagen, mientras que BTH podría extraer zonas oscuras.

3.5. Ordenamiento

El concepto de orden juega un rol fundamental para utilizar un filtro de orden, o poder definir las operaciones básicas de la matemática morfológica. Para un estudio profundo de la teoría de orden el lector puede ver [60].

De acuerdo con el artículo [17] las técnicas de ordenamiento vectorial se pueden clasificar en los siguientes grupos:

- Ordenamiento marginal (Ordenamiento M): El ordenamiento marginal compara cada componente del color de manera independiente.
- Ordenamiento condicional (Ordenamiento C): Los vectores son ordenados por medio de algún componente marginal, seleccionado secuencialmente de acuerdo con diferentes condiciones. El orden lexicográfico es un ejemplo bastante conocido de Ordenamiento C que emplea todos los componentes disponibles de los vectores dados.
- Ordenamiento Parcial (Ordenamiento P): Este ordenamiento está basado en la partición de los vectores en grupos de equivalencia, tal que entre los grupos existe un orden. En este caso, “parcial” es un abuso de terminología, ya que hay ordenamientos totales que pertenecen a esta clase en particular.

- **Ordenamiento Reducido (Ordenamiento R):** Los vectores se reducen primeramente a valores escalares y luego clasificados de acuerdo a su orden escalar natural. Por ejemplo, un ordenamiento R en \mathbb{Z}^n podría consistir en definir primero una transformación $T : \mathbb{Z}^n \rightarrow \mathbb{R}$ y luego ordenar los colores con respecto al orden escalar de su proyección en \mathbb{Z}^n por T .

En la práctica hay dos métodos generales de procesamiento para imágenes a color: marginal y vectorial.

3.5.1. Procesamiento marginal

Consiste en el procesamiento por separado de cada componente de la imagen. A pesar de su sencillez, el procesamiento marginal tiene dos desventajas [7]:

- La correlación entre los componentes es totalmente ignorado.
- Crea falsos colores después de su procesamiento.

La utilización del procesamiento marginal es inadecuado para imágenes con componentes altamente correlacionados (por ejemplo, imágenes de color RGB) [13]. Por tal motivo este trabajo se concentrará en el procesamiento vectorial que se explicará a continuación.

3.5.2. Procesamiento vectorial

Como su nombre lo indica, procesa todos los componentes disponibles globalmente y de forma simultánea. Dado que los vectores (forma en que se representa un color) son considerados como las nuevas unidades de procesamiento, la correlación entre los diferentes componentes ya no es ignorada. Sin embargo, en comparación con su contraparte marginal, el inconveniente más importante del enfoque vectorial es principalmente la necesidad de adaptar los algoritmos existentes con el fin de acomodar a datos vectoriales [7].

El procesamiento vectorial puede tener dos enfoques:

- El enfoque basado en relación de pre-orden.
- El enfoque basado en relación de orden.

El enfoque basado en relación de pre-orden, es el conjunto de enfoques que no cumplen la propiedad antisimétrica. Así colores distintos eventualmente pueden llegar a ser equivalentes. De manera a resolver las ambigüedades existentes, es necesario medidas adicionales. El método principal de ordenamiento de este enfoque está basado en el Ordenamiento Reducido (Ordenamiento R), donde los colores son reducidos a valores escalares correspondientes a su norma, o distancia a algún color de referencia.

El enfoque basado en relación de orden, a su vez puede ser parcial o total. Si la relación es parcial, existirán colores que no podrán ser comparados.

La relación de orden total presenta dos principales ventajas. Primero, todos los colores son comparables, y segundo, no existen colores distintos que pueden ser equivalentes. Debido a esto, la mayoría de los trabajos están basados en enfoques de relación de orden total [7]. En particular, el orden lexicográfico (Ordenamiento C), junto con sus variantes se encuentra entre las opciones más implementadas.

En la siguiente sección se presenta una estrategia de ordenamiento de colores RGB, teniendo en cuenta métricas extraídas de cada componente de color, de manera a establecer ponderaciones de los componentes a partir de información propia de la imagen.

4. Ordenamiento propuesto

De manera a evitar darle la mayor prioridad a un componente del vector que representa el color, se ubica un nuevo valor en la primera posición de la cascada lexicográfica correspondiente a una transformación obtenida a partir de métricas asociadas a cada componente (R, G, B) . Los colores RGB son reducidos a un valor escalar. Para tal efecto, se define primero una transformación $T : \mathbb{Z}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ y luego se ordena los colores con respecto al orden escalar de su proyección en \mathbb{Z}^3 por T . La reducción de un color $C = (C_1, C_2, C_3)$ se consigue por medio del producto interno del color C con un vector de pesos $w = (w_1, w_2, w_3)$, es decir:

$$T(C) = \sum_{l=1}^3 (w_l \cdot C_l) \quad (12)$$

donde l es el índice del componente del color C y $w_l \in \mathbb{R}$.

Dos colores, $C = (C_1, C_2, C_3)$ e $C' = (C'_1, C'_2, C'_3)$, con $C \neq C'$, pueden tener la misma transformación, es decir $T(C) = T(C')$. Por lo tanto, la transformación se utiliza como primer componente del orden lexicográfico:

$$C \leq C' \Leftrightarrow [T(C), C_1, C_2, C_3] \leq_L [T(C'), C'_1, C'_2, C'_3] \quad (13)$$

donde \leq_L indica la relación \leq según el orden lexicográfico.

Oportunamente, después de la transformación se podría variar el orden de prioridad de los componentes de color. Los valores del vector w son obtenidos de aplicar una función $\phi \in \mathbb{R}$ sobre el histograma de cada

componente en un dominio D de la imagen f , es decir $w_1 = \phi(h_{f_1}^D)$, $w_2 = \phi(h_{f_2}^D)$, $w_3 = \phi(h_{f_3}^D)$, con $f_1 =$ componente R , $f_2 =$ componente G y $f_3 =$ componente B .

La función ϕ puede ser obtenida a través de aplicarle cualquier métrica (por ejemplo estadística) al histograma de cada componente (R, G, B) , de manera de darle mayor peso a aquel componente cuya métrica tenga mayor valor en un dominio D específico (puede ser toda la imagen o parte de la misma).

5. Resultados experimentales

En esta sección se llevará a cabo una serie de pruebas comparativas, con el fin de medir los rendimientos relativos de diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte junto al ordenamiento propuesto, en tres aplicaciones de procesamiento de imágenes. Las aplicaciones seleccionadas fueron la eliminación de ruido, estiramiento de contraste y caracterización texturas para su posterior clasificación. Más precisamente los métodos de ordenamiento que participaron de las diferentes pruebas fueron: el ordenamiento lexicográfico clásico, el ordenamiento α -lexicográfico [79], el ordenamiento α -modulo lexicográfico [6], ordenamiento lexicográfico en el espacio HSI, comparando primero la I, luego la S, y por último la H (propuesto en [52]), la distancia euclidiana al color $(0, 0, 0)$ en el espacio de color $L^*a^*b^*$ y RGB [53], y el entrelazado de bits [23]. Todas las imágenes utilizadas en las diferentes pruebas fueron de 8 bits.

La función ϕ aplicada al histograma de cada componente j de la imagen f en todas las pruebas son:

- Promedio (Me): Es la sumatoria de todos los niveles de intensidades i que aparecen en el dominio D sobre la cantidad total n de pixeles que se encuentran en D :

$$Me(h_{f_j}^D) = \sum_{i=0}^{255} \frac{i \times h_{f_j}^D(i)}{n}, \quad (14)$$

Donde $n = n_0 + n_1 + \dots + n_{255}$.

- Mínimo (Min): es el menor nivel de intensidad i en el dominio D :

$$Min(h_{f_j}^D) = \min\{i | h_{f_j}^D(i) > 0\} \quad (15)$$

- Máximo (Max): es el mayor nivel de intensidad i en el dominio D :

$$Max(h_{f_j}^D) = \max\{i | h_{f_j}^D(i) > 0\} \quad (16)$$

- Moda Mínimo ($minM_o$): es el menor nivel de intensidad i que aparece más veces en el dominio D , es decir el menor nivel de intensidad i que tiene mayor $p_C^D(i)$:

$$minM_o(h_{f_j}^D) = \min\{i | h_{f_j}^D(i) \geq h_{f_j}^D(i'), \forall i \neq i'\} \quad (17)$$

- Moda Máximo ($maxM_o$): es el mayor nivel de intensidad i que aparece más veces en el dominio D , es decir el mayor nivel de intensidad i que tiene mayor $p_C^D(i)$:

$$maxM_o(h_{f_j}^D) = \max\{i | h_{f_j}^D(i) \geq h_{f_j}^D(i'), \forall i \neq i'\} \quad (18)$$

- Varianza (Var): es la varianza de los niveles de intensidad i en el dominio D :

$$Var(h_{f_j}^D) = \sum_{i=0}^{255} \frac{h_{f_j}^D(i) \times (i - Me(h_{f_j}^D))^2}{n} \quad (19)$$

- Suavidad (R): Medida de suavidad relativa de la intensidad en el dominio D :

$$R(h_{f_j}^D) = 1 - \frac{1}{1 + Var(h_{f_j}^D)} \quad (20)$$

Un parámetro a ser definido es el dominio a ser tenido en cuenta para el cálculo de los pesos w_i . Las distribuciones de dominio que fueron empleadas para las diferentes aplicaciones son explicadas a continuación.

5.1. Vecindario como Dominio

El dominio D donde se aplica la función ϕ aplicada al histograma de cada componente $h_{f_j}^D$ es la propia ventana B (llamado elemento estructurante para matemática morfológica) donde se hace la operación del filtro no lineal. En la Figura 3 se puede observar un dominio D correspondiente a un vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el pixel (u, v) .

5.2. División de la imagen en sub-regiones

La imagen f se divide en sub-regiones W_1, W_2, \dots, W_x , de manera a obtener información local de la imagen.

Sea B una ventana o elemento estructurante, el dominio D correspondiente a la ventana B centrada en (u, v) es el conjunto de sub-regiones $W_{\{1,2,\dots,x\}}$, que tocan algún pixel de B .

En la Figura 4 la imagen se divide en 4 sub-regiones: W_1, W_2, W_3, W_4 .

La región delimitada por la ventana B se encuentra sombreada. Como puede verse, el dominio D sobre el

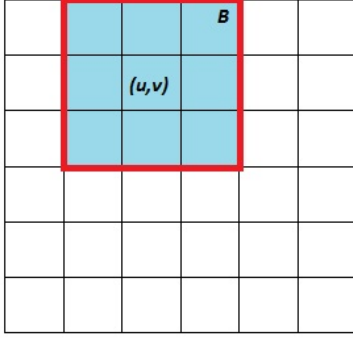


Figura 3: Vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el pixel (u, v)

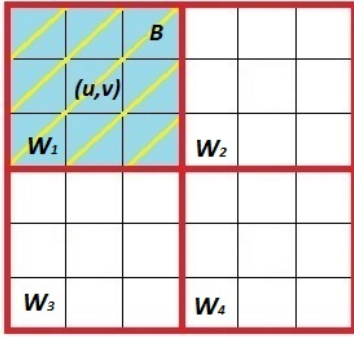


Figura 4: Dominio cuando la ventana toca una sub-región

cual se calcularán los pesos w_l para B será la zona correspondiente a la sub-region W_1 . Cabe destacar que la ventana del filtro no tiene por qué ser de igual tamaño que las sub-regiones, como en este caso.

En la Figura 5 se puede observar como el dominio D de donde se calcularán los pesos pertenece a la unión de las sub-regiones W_1 y W_2 , ya que la ventana B toca ambas. Esto se realiza para evitar que en el momento de la comparación dos colores iguales puedan tener distintos valores, afectados por los pesos que vengan de dos sub-regiones distintas.

En el caso que el usuario solo seleccione tener una sub-región, es decir no dividir la imagen f , los pesos serán calculados teniendo en cuenta toda la imagen f como dominio D .

En nuestras pruebas, las imágenes de entradas de tamaño $M \times N$ píxeles, son divididas en sub-regiones $W_{\{1,2,\dots,x\}}$ de $M \times N$ píxeles, de $\lfloor \frac{M}{M'} \rfloor$ filas y $\lfloor \frac{N}{N'} \rfloor$ columnas, donde $\lfloor \cdot \rfloor$ denota la función piso. De esta forma, una nueva matriz de M' filas y N' columnas, cuyo elemento es una sub-region W_l .

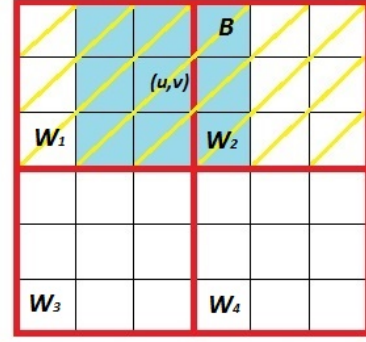


Figura 5: Dominio cuando la ventana toca más de una sub-región.

5.3. Aplicación 1: Eliminación de ruido

Ruido es un término utilizado para denominar a las modificaciones indeseadas que puede sufrir una señal de cualquier naturaleza durante su captura, almacenamiento, transmisión, procesamiento o conversión [67].

El ruido en imágenes es un producto indeseable que agrega información errónea y ajena a las mismas. El ruido se presenta en las imágenes digitales en forma de variaciones aleatorias en el brillo o información de color. Varios modelos matemáticos han sido desarrollados de modo a simular la generación de los distintos tipos de ruido existentes.

5.3.1. Ruidos Utilizados

Los principales modelos de ruidos y utilizados en las pruebas de este trabajo son [25]:

- Ruido gaussiano: es un ruido estadístico aditivo con función de densidad de probabilidad gaussiana.
- Ruido speckle: es un ruido multiplicativo con función de densidad de probabilidad uniforme.
- Ruido sal y pimienta: no es un ruido aditivo ni multiplicativo con respecto a los valores de la imagen original. Los valores originales son reemplazados por valores brillantes (sal) u oscuros (pimienta), que corresponden a impulsos dentro de la señal.

En la Figura 6(a) se puede observar una imagen que es contaminada con ruido gaussiano (6(b)), ruido speckle (6(c)), con ruido sal y pimienta (6(d)).

5.3.2. Métricas Utilizadas

En este apartado son detalladas las métricas MAE y CDS, las cuales fueron utilizadas para evaluar el desempeño de los distintos filtros utilizados para eliminación de ruido.

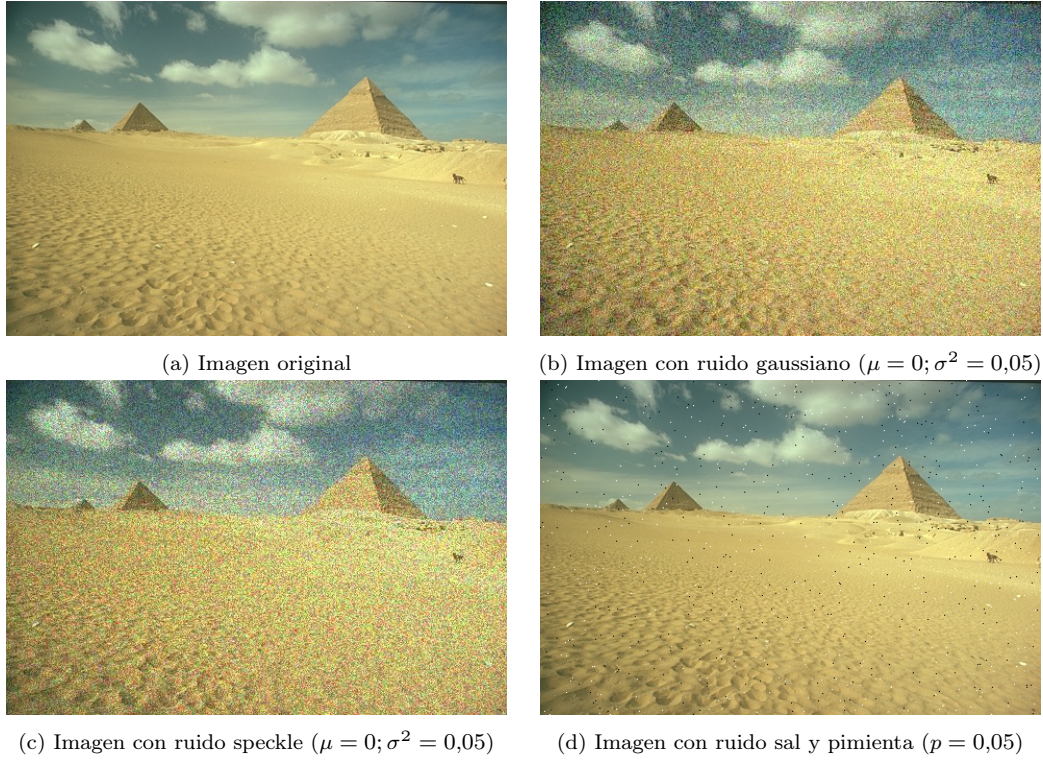


Figura 6: Imagen con diferentes tipos de ruidos.

MAE (Mean Absolute Error, *Error Absoluto Promedio*): es una métrica utilizada en estadística para medir que tan cerca están los pronósticos o predicciones de los resultados reales [77]. Dadas una imagen f de dimensiones $M \times N$ y su imagen filtrada correspondiente g , el error absoluto promedio de la imagen filtrada está dado por:

$$MAE(f, g) = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 d_j \quad (21)$$

donde:

$$d_j = \sum_{\substack{u \in \{1, \dots, M\} \\ v \in \{1, \dots, N\}}} |[f(u, v)]_j - [g(u, v)]_j| \quad (22)$$

La métrica MAE resulta ser una métrica de naturaleza marginal porque no tiene en cuenta a los vectores de colores como una unidad, sino que realiza el cálculo del error por componente y lo promedia.

De modo a validar el filtro se ha considerado la inclusión de otra métrica además de MAE, para evaluar los resultados desde una perspectiva vectorial, es decir, que procese a los colores como un conjunto.

CDS (*Color Distribution Similarity, Similitud de Distribuciones de Color*): es una medida de similitud

para imágenes digitales a color basada en la diferencia de histogramas acumulados [63]. La principal mejora de la diferencia de histogramas a color acumulado con respecto a la diferencia de histogramas a color radica; en que la diferencia de histograma a color acumulado obtiene todas las imágenes con similitud perceptual a sus histogramas a color y de esta manera disminuye la probabilidad de obtener falsos negativos.

Para determinar la similitud de dos imágenes f y g , con histogramas acumulados a color \bar{H}_f^D y \bar{H}_g^D en un dominio D , se calcula la diferencia entre \bar{H}_f^D y \bar{H}_g^D :

$$CDS(f, g) = \sqrt{\sum_{\substack{u \in \{1, \dots, M\} \\ v \in \{1, \dots, N\}}} (\bar{H}_f^D(f(u, v)) - \bar{H}_g^D(g(u, v)))^2} \quad (23)$$

5.3.3. Resultados

A continuación se listan los códigos utilizados para abreviar los nombres de los métodos de ordenamiento que fueron objeto de experimentación:

- ED: Se utiliza la Distancia Euclidiana RGB como método de ordenamiento de los colores [53].
- BM: Se utiliza el Entrelazado de Bits RGB como método de ordenamiento de los colores [23].

- LEX: Se utiliza el ordenamiento lexicográfico RGB para ordenar los colores .
- ALEX: Se utiliza el ordenamiento α -lexicográfico RGB [79] para ordenar los colores.
- AMLEX: Se utiliza el α -modulo lexicográfico RGB [6] para ordenar los colores.
- HLEX, se utiliza el ordenamiento Lexicográfico HSI para ordenar los colores.
- DLAB, se utiliza la Distancia en $L^*a^*b^*$ como método de ordenamiento [53].
- MIN: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (Min(h_{f_1}^D), Min(h_{f_2}^D), Min(h_{f_3}^D)).$
- MAX: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (Max(h_{f_1}^D), Max(h_{f_2}^D), Max(h_{f_3}^D)).$
- MO1: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (minM_o(h_{f_1}^D), minM_o(h_{f_2}^D), minM_o(h_{f_3}^D)).$
- MO2: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (maxM_o(h_{f_1}^D), maxM_o(h_{f_2}^D), maxM_o(h_{f_3}^D)).$
- SMO: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (R(h_{f_1}^D), R(h_{f_2}^D), R(h_{f_3}^D)).$
- MEAN: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (Me(h_{f_1}^D), Me(h_{f_2}^D), Me(h_{f_3}^D)).$
- VAR: se utiliza la ecuación 12 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
 $w = (Var(h_{f_1}^D), Var(h_{f_2}^D), Var(h_{f_3}^D)).$

El filtro utilizado para eliminar los diferentes tipos de ruido fue la mediana. Este filtro consiste en ordenar los colores dentro de la ventana del filtro, y seleccionar el valor del medio para remplazar en la imagen de salida. De manera a evitar tener un falso color, el tamaño de la ventana del filtro suele ser impar (en nuestras pruebas de tamaño 3×3). Las pruebas fueron realizadas con 100 imágenes diferentes (imágenes de prueba de [12]), contaminándolas con los ruidos sal y pimienta, gaussiano y speckle. En el caso de los ruidos gaussiano y speckle se mantuvo el parámetro $\mu = 0$ y se varió el parámetro σ^2 entre 0,005 y 0,165, con incrementos de 0,02. En el caso del ruido sal y pimienta, el parámetro de probabilidad p se varió con los mismos valores del parámetro σ^2 de los ruidos gaussiano y speckle.

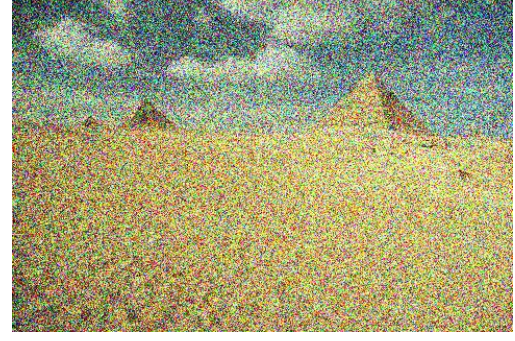


Figura 7: Ruido gaussiano ($\mu = 0; \sigma^2 = 0,105$)

La Figura 7 corresponde a la imagen original de la Figura 6 con $\sigma^2 = 0,105$ y $\mu = 0$. El resultado de aplicar los filtros de orden propuestos y el resto de los filtros evaluados sobre la imagen contaminada puede verse en la Figura 8.

Cabe resaltar que las imágenes filtradas con el orden propuesto y con los diferentes pesos son mejores visualmente a los del estado del arte, pero son perceptualmente muy parecidas entre si, la diferencia entre ellas se evidencia en los resultados numéricos expuestos más adelante en esta sección.

Por cada ruido y métrica se presenta una tabla de resultados y un gráfico de curvas de tendencia. Las tablas de resultados ordenan a los filtros según el promedio total que obtuvieron para todos los parámetros de ruido. Los filtros que aparecen en los primeros lugares de las tablas son aquellos que poseen los menores valores de área bajo la curva. En algunos casos, los filtros del estado del arte se comportan mejor para menores valores de parámetro de ruido pero se ven superados por los filtros propuestos para mayores valores de parámetro de ruido.

Cada gráfico posee curvas de tendencia que representan a cada uno de los filtros evaluados. En el eje de ordenadas se ubican los valores de la métrica correspondiente (MAE y CDS). En el eje de abscisas se ubican los valores de parámetro de ruido variados. En una curva correspondiente a un filtro, cada punto representa al promedio de métrica obtenido por ese filtro para un cierto valor de parámetro de ruido.

Los resultados de esta sección diferencian a los filtros de orden de cada peso de acuerdo a su configuración de dominio. Como referencia, a los códigos de los filtros propuestos se les agrega el sufijo "WX", donde X es un número que representa la cantidad de sub-regiones en que fue dividida la imagen. Cuando el vecindario (marcado por la ventana del filtro) es el dominio, se utiliza el sufijo "W0".

En la Figura 9 se observan las curvas de tendencia de los filtros aplicados sobre imágenes contamina-

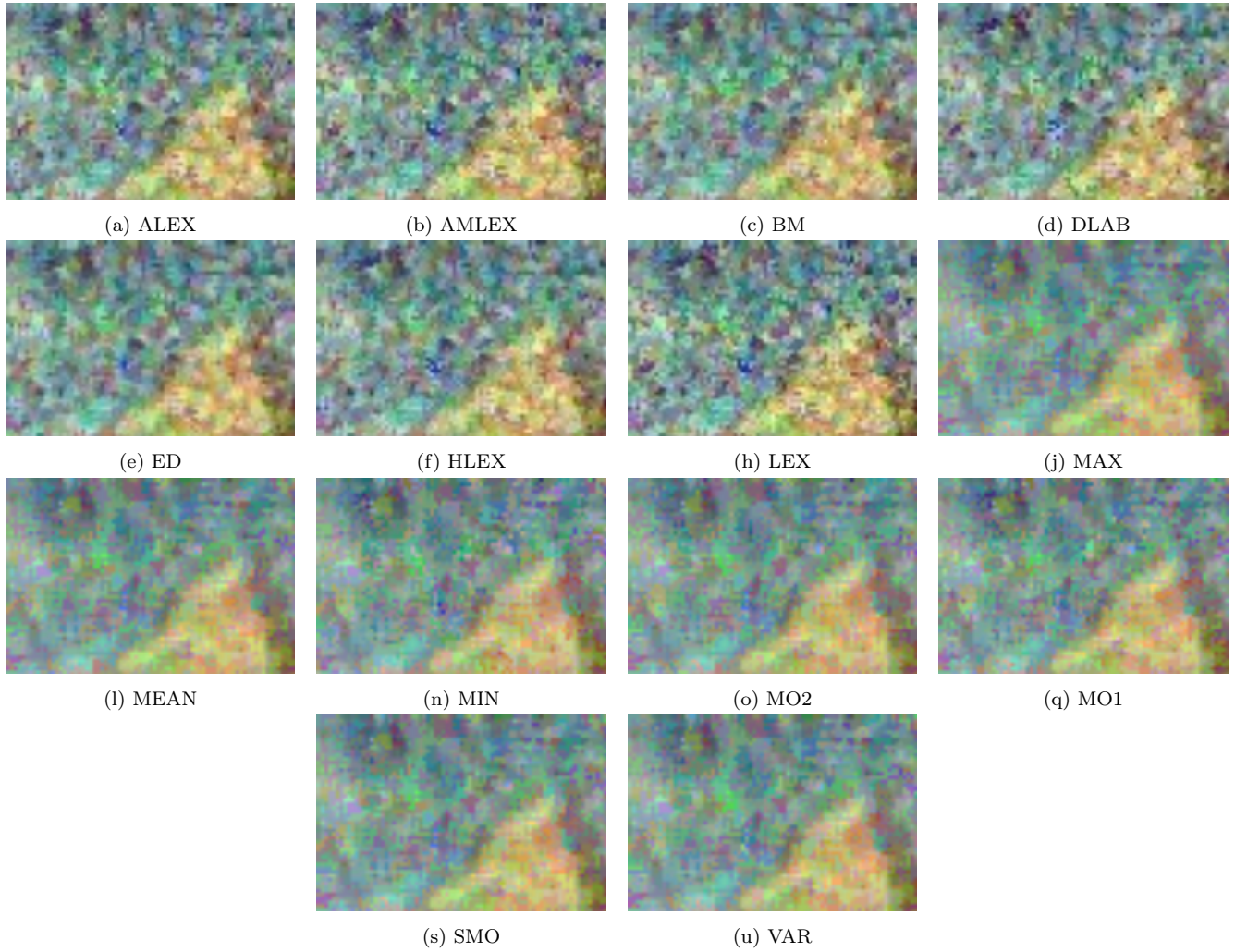


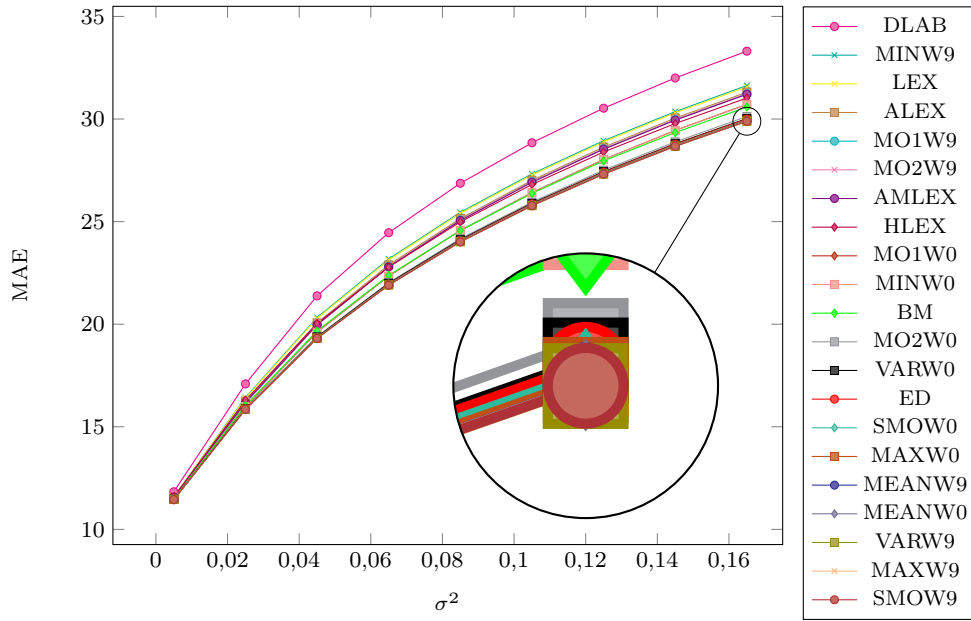
Figura 8: Resultados de aplicar los distintos filtros evaluados sobre la imagen de la Figura 7. La imagen fue dividida en sub-regiones de 5 x 5.

das con ruido gaussiano, según la métrica MAE. Como puede observarse, para el ruido gaussiano en la métrica MAE, el mejor filtro resultó la propuesta utilizando SMO, MAX, VAR y MEAN para el cálculo de vector de pesos. En cada punto, los filtros con los mejores resultados alternaron entre SMOW9 y MAXW9, solo en un punto el filtro VARW9 obtuvo el mejor resultado. El Cuadro 2 contiene los valores promedio por método de ordenamiento.

La Figura 10 muestra las curvas de tendencia de los filtros aplicados sobre imágenes contaminadas con ruido sal y pimienta. En este caso el filtro que obtuvo el menor promedio general y cuya curva se ubicó debajo de todas las demás fue ED. Los filtros MAX, SMO, VAR y MEAN obtuvieron mejor rendimiento después de ED. En el Cuadro 3 se encuentran los valores numéricos en los que está basada la Figura 10.

En la Figura 11 se encuentran las curvas de tendencia de los filtros aplicados sobre imágenes contaminadas con ruido speckle, para la métrica MAE. Los filtros SMOW9, MAXW9, VARW9 y MAXW0 obtuvieron los mejores resultados. El filtro SMOW9 obtuvo los mejores resultados para todos los puntos de la curva. El filtro ED resultó el mejor filtro del estado del arte. El Cuadro 4 posee los valores numéricos correspondientes a dichas Figuras.

Desde la Figura 12 en adelante se ilustran los resultados para la métrica CDS. La Figura 12 muestra los resultados para el ruido gaussiano en la mencionada métrica. Los mejores filtros resultaron ser nuevamente los propuestos (SMO, MAX, VAR, MEAN) excepto MO1, MO2 y MIN que fueron superados por el mejor filtro del estado del arte, ED. En el zoom se hace visible la diferencia entre los filtros propuestos y el filtro ED.

Figura 9: Ruido gaussiano. MAE por σ^2 Cuadro 2: Ruido gaussiano. MAE por σ^2

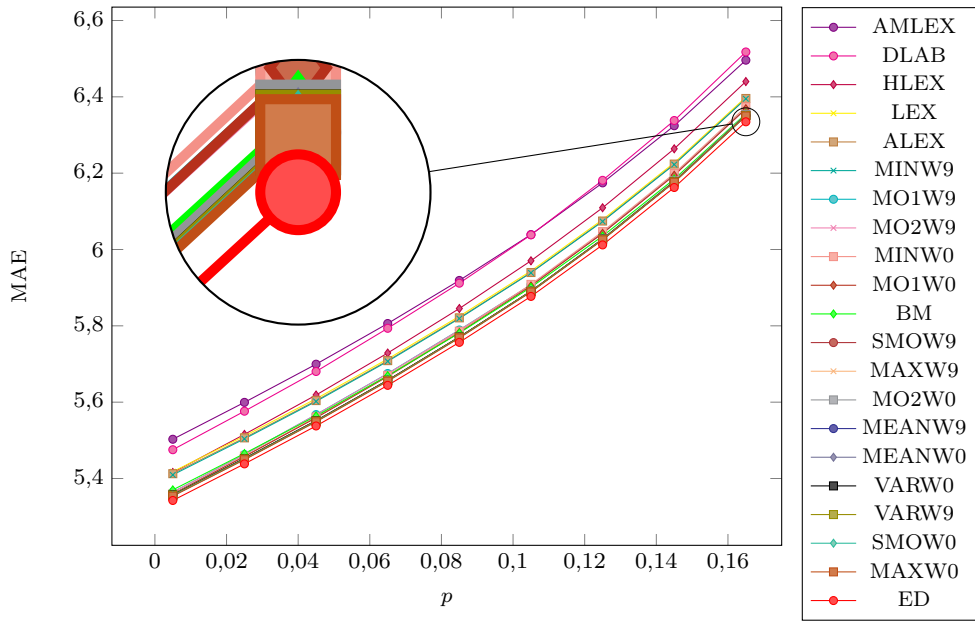
Filtro	0.005	0.025	0.045	0.065	0.085	0.105	0.125	0.145	0.165
SMOW9	11,453	15,8509	19,3075	21,9044	24,0124	25,7748	27,3138	28,6723	29,8914
MAXW9	11,4531	15,8511	19,3074	21,9043	24,0123	25,7751	27,3143	28,6726	29,8919
VARW9	11,4567	15,8579	19,3148	21,9094	24,0162	25,7764	27,3138	28,6718	29,89
MEANW0	11,4552	15,8571	19,3166	21,9134	24,0206	25,7806	27,3197	28,6758	29,8943
MEANW9	11,4552	15,8571	19,3166	21,9134	24,0206	25,7806	27,3197	28,6758	29,8943
MAXW0	11,4555	15,8583	19,322	21,9232	24,0354	25,7994	27,3413	28,7006	29,9219
SMOW0	11,4598	15,8696	19,3423	21,9478	24,0631	25,8294	27,3724	28,732	29,953
ED	11,4463	15,8582	19,3426	21,9601	24,0841	25,8584	27,4086	28,7732	29,999
VARW0	11,4658	15,8894	19,3778	21,9944	24,1165	25,8902	27,434	28,7983	30,0213
MO2W0	11,4605	15,8868	19,3895	22,0237	24,1647	25,9519	27,5124	28,8868	30,1213
BM	11,4905	16,0378	19,6699	22,3773	24,564	26,3752	27,9593	29,3402	30,5875
MINW0	11,4757	15,9802	19,6064	22,3444	24,5642	26,4141	28,0202	29,4377	30,7052
MO1W0	11,4752	15,9795	19,6072	22,3448	24,5672	26,4192	28,0275	29,4451	30,716
HLEX	11,5858	16,2952	20,0315	22,7828	24,985	26,8083	28,3915	29,7795	31,0227
AMLEX	11,5801	16,1833	19,9757	22,7924	25,0511	26,9149	28,5264	29,9425	31,2064
MO2W9	11,4935	16,1484	19,961	22,8124	25,083	26,9433	28,5471	29,9679	31,2291
MO1W9	11,4937	16,1493	19,9613	22,8139	25,083	26,945	28,5514	29,9693	31,2291
ALEX	11,5609	16,2531	20,0633	22,8882	25,148	27,0144	28,6284	30,0447	31,3059
LEX	11,5821	16,3938	20,2828	23,1311	25,4016	27,2703	28,8844	30,3009	31,5659
MINW9	11,5819	16,4258	20,3258	23,1807	25,4538	27,3264	28,9428	30,3598	31,6329
DLAB	11,8329	17,0894	21,3801	24,4597	26,8681	28,8418	30,5281	31,9999	33,3063

El Cuadro 5 proporciona los valores numéricos a partir de los cuales se formaron las gráficas mencionadas; en el mismo puede observarse que el filtro SMOW9 obtuvo los mejores resultados hasta el punto 0,105, desde el punto 0,125 en adelante MAXW9 obtuvo los mejores resultados.

La Figura 13 proporciona los resultados de la métrica CDS para el ruido sal y pimienta. Nuevamente, tal y como ocurrió con la métrica MAE, los filtros propuestos no resultaron tan eficaces para este ruido. En

la figura se puede ver la marcada ventaja que el filtro DLAB posee por sobre los demás. El Cuadro 5 brinda los valores numéricos utilizados en la construcción de las curvas mencionadas. Cabe resaltar que para la métrica MAE el ordenamiento ED fue el mejor filtro, no así en la métrica CDS, que resultó ser el filtro con ordenamiento DLAB.

Por último, la Figura 14 posee los valores de la métrica CDS para filtros aplicados sobre imágenes contaminadas con el ruido speckle. El Cuadro 7 posee los

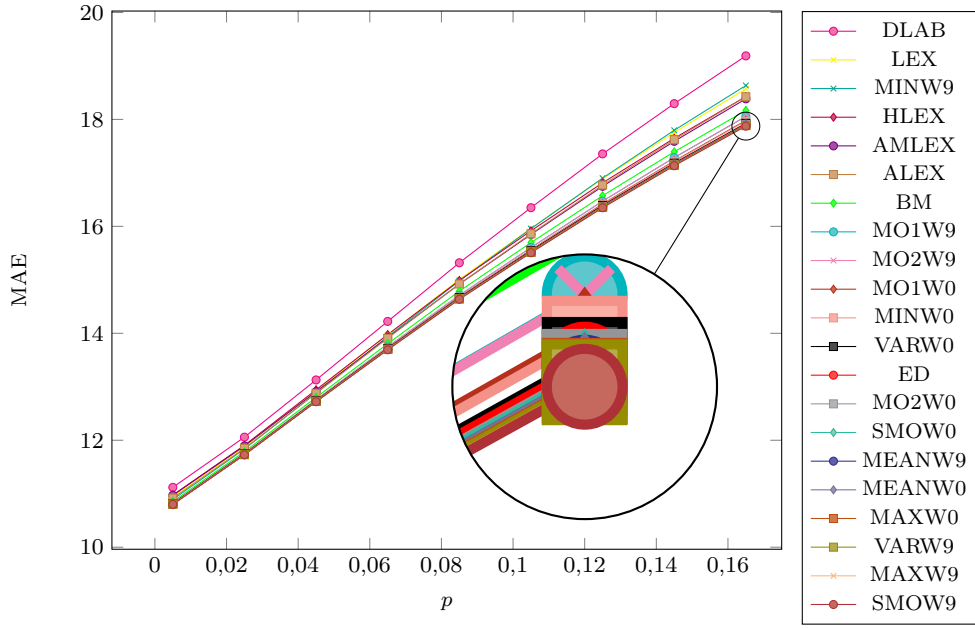
Figura 10: Ruido sal y pimienta. MAE por p Cuadro 3: Ruido sal y pimienta. MAE por p

Filtro	0.005	0.025	0.045	0.065	0.085	0.105	0.125	0.145	0.165
ED	5,3424	5,4383	5,5376	5,6441	5,7567	5,8771	6,012	6,1624	6,3346
MAXW0	5,3538	5,4492	5,5485	5,6548	5,7683	5,8887	6,0251	6,1762	6,3498
SMOW0	5,3549	5,4502	5,5494	5,6556	5,769	5,8892	6,0257	6,1766	6,3501
VARW9	5,3565	5,4515	5,5507	5,6568	5,7702	5,8904	6,0267	6,1776	6,3511
VARW0	5,3569	5,4521	5,5511	5,6571	5,7705	5,8904	6,0271	6,1777	6,3511
MEANW0	5,3575	5,4525	5,5515	5,6573	5,7705	5,8905	6,0269	6,1776	6,3509
MEANW9	5,3575	5,4525	5,5515	5,6573	5,7705	5,8905	6,0269	6,1776	6,3509
MO2W0	5,3549	5,4504	5,5498	5,6565	5,7702	5,8911	6,0282	6,18	6,3538
MAXW9	5,3578	5,4527	5,5516	5,6574	5,7707	5,8906	6,0267	6,1775	6,351
SMOW9	5,3575	5,4525	5,5515	5,6574	5,7707	5,8908	6,027	6,1778	6,3513
BM	5,3703	5,4654	5,5638	5,6692	5,7812	5,9009	6,035	6,1843	6,3557
MO1W0	5,3594	5,4574	5,559	5,6674	5,7826	5,9044	6,0425	6,1945	6,3689
MINW0	5,3597	5,4587	5,561	5,6702	5,786	5,9087	6,0469	6,1992	6,3739
MO2W9	5,3644	5,4627	5,5673	5,6747	5,7887	5,9073	6,0426	6,1963	6,3684
MO1W9	5,3644	5,4627	5,5675	5,6751	5,7891	5,9074	6,0428	6,1965	6,3687
MINW9	5,4095	5,5039	5,6019	5,7069	5,8192	5,9389	6,0735	6,2226	6,395
ALEX	5,4126	5,5064	5,6041	5,7088	5,8208	5,9397	6,0746	6,2238	6,3957
LEX	5,4179	5,5114	5,609	5,7132	5,8251	5,9438	6,0783	6,2272	6,3991
HLEX	5,4157	5,5156	5,6187	5,7287	5,8454	5,9704	6,1094	6,2639	6,4401
DLAB	5,4754	5,5763	5,6804	5,7936	5,9117	6,0383	6,1812	6,338	6,5176
AMLEX	5,5028	5,5995	5,6995	5,8061	5,9189	6,0391	6,1745	6,3243	6,4961

resultados numéricos de dichos gráficos de curvas. En este caso se puede observar nuevamente un solapamiento de las curvas correspondientes a los filtros propuestos (MAX, SMO, VAR, MEAN), pero a una distancia evidente de las curvas correspondientes al estado del arte, de entre las cuales el mejor fue ED. El filtro SMOW9 obtuvo los mejores resultados en todos los puntos de σ^2 .

Las dos siguientes aplicaciones utilizan matemática morfológica. Cabe resaltar que los operadores no son puramente morfológicos, ya que no se puede garanti-

zar sus propiedades teóricas, como la idempotencia para la apertura y el cierre. Esto se debe que un color puede ser mayor a otro color al aplicarle una operación, pero al volver a hacerlo, esto puede cambiar, ya que los pesos extraídos de la imagen ya fueron modificados. En la literatura estos operadores son llamados pseudo-operadores [33, 9, 10, 4, 24]. La transformada top-hat es ampliamente utilizada en diferentes aplicaciones [62, 48, 61, 15, 16, 14]. Como mencionamos anteriormente la transformada top-hat blanca extrae las

Figura 11: Ruido speckle. MAE por σ^2 Cuadro 4: Ruido speckle. MAE por σ^2

Filltro	0.005	0.025	0.045	0.065	0.085	0.105	0.125	0.145	0.165
SMOW9	10,8005	11,7279	12,7212	13,692	14,637	15,5069	16,3476	17,1333	17,8739
MAXW9	10,8008	11,7281	12,7215	13,6923	14,6373	15,5072	16,3481	17,1337	17,8743
VARW9	10,8051	11,7318	12,7255	13,6973	14,643	15,5141	16,3551	17,142	17,8826
MAXW0	10,8043	11,7316	12,726	13,6975	14,644	15,5151	16,358	17,1442	17,8857
MEANW0	10,8042	11,7316	12,7263	13,699	14,6461	15,518	16,3615	17,1491	17,8918
MEANW9	10,8042	11,7316	12,7263	13,699	14,6461	15,518	16,3615	17,1491	17,8918
SMOW0	10,8088	11,7361	12,7309	13,7039	14,6514	15,524	16,3682	17,1562	17,8985
MO2W0	10,807	11,7345	12,7298	13,7032	14,6517	15,5247	16,3698	17,1592	17,9033
ED	10,8045	11,7347	12,7324	13,708	14,6582	15,5335	16,3801	17,1711	17,9175
VARW0	10,8166	11,744	12,7403	13,7165	14,6673	15,5434	16,3909	17,1817	17,9268
MINW0	10,8142	11,7428	12,7407	13,7188	14,6739	15,5555	16,4108	17,2116	17,9685
MO1W0	10,8141	11,7431	12,7414	13,7211	14,6772	15,5615	16,4188	17,2214	17,9801
MO2W9	10,824	11,7538	12,7575	13,7454	14,7101	15,6024	16,471	17,2848	18,0539
MO1W9	10,8241	11,7538	12,7578	13,7455	14,7107	15,6028	16,4712	17,2853	18,0558
BM	10,8534	11,7852	12,8006	13,8045	14,7877	15,696	16,573	17,3938	18,1669
ALEX	10,9188	11,8488	12,8787	13,9083	14,9221	15,8609	16,7723	17,6219	18,4237
AMLEX	10,9712	11,8931	12,908	13,9208	14,9197	15,848	16,7482	17,5898	18,3844
HLEX	10,9738	11,9052	12,9436	13,9762	14,9878	15,916	16,8136	17,6462	18,4272
MINW9	10,8916	11,8358	12,8829	13,9362	14,9808	15,9561	16,9019	17,7962	18,634
LEX	10,9466	11,8784	12,9225	13,9727	15,0074	15,9646	16,8905	17,7559	18,5691
DLAB	11,119	12,0581	13,1281	14,2223	15,3184	16,3488	17,3547	18,2944	19,1874

regiones brillantes de la imagen y la transformada top-hat extrae las zonas oscuras de la imagen

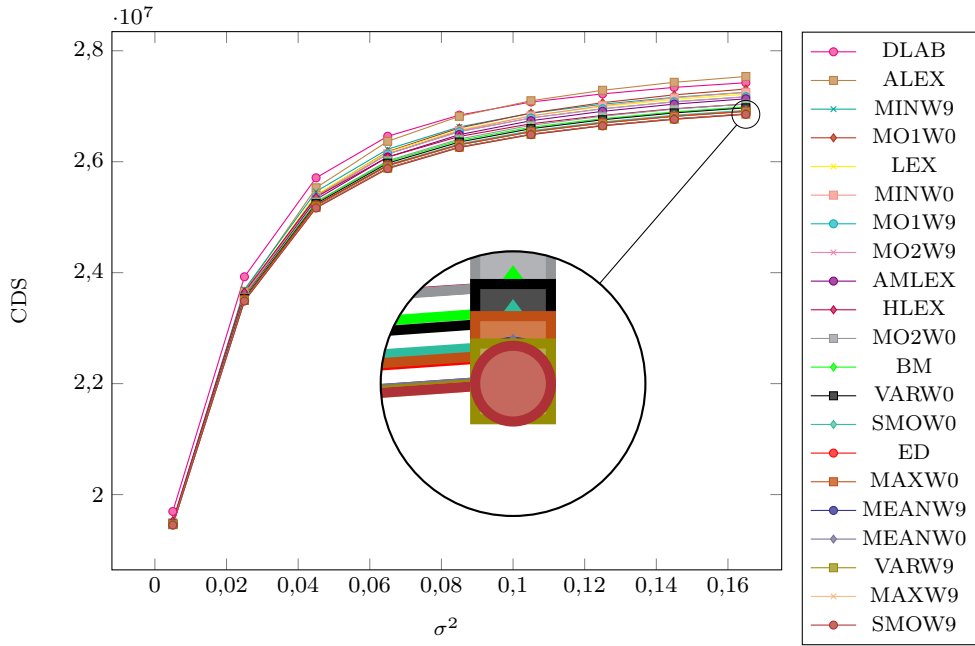
sigue [62]:

$$\text{Contraste}(f) = f + WTH(f) - BTH(f) \quad (24)$$

5.4. Aplicación 2: Mejoramiento de contraste

Una idea básica de mejoramiento de contraste de la imagen f es añadir las regiones brillantes de la imagen f y sustraer las regiones oscuras de la imagen f como

De manera a evaluar y comparar la mejora de contraste de la imagen f con los diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte, y la propuesta a continuación se explica la métrica de mejora de contraste a imágenes a color utilizada en el trabajo.

Figura 12: Ruido gaussiano. CDS por σ^2 Cuadro 5: Ruido gaussiano. $CDS \times 10^7$ por σ^2

Filtro	0.005	0.025	0.045	0.065	0.085	0.105	0.125	0.145	0.17
SMOW9	1,94517	2,34888	2,51654	2,58757	2,62548	2,64877	2,66465	2,67639	2,68538
MAXW9	1,94522	2,34894	2,5166	2,58764	2,62552	2,6488	2,66463	2,67638	2,68537
VARW9	1,94581	2,34989	2,51732	2,58832	2,62609	2,64914	2,66509	2,67679	2,68581
MEANW0	1,9456	2,34973	2,5176	2,58861	2,62639	2,64947	2,66532	2,67713	2,6861
MEANW9	1,9456	2,34973	2,5176	2,58861	2,62639	2,64947	2,66532	2,67713	2,6861
MAXW0	1,946	2,35096	2,52039	2,59244	2,63022	2,65395	2,66989	2,68202	2,691
ED	1,94627	2,35249	2,52178	2,59347	2,63055	2,65388	2,66985	2,68163	2,69056
SMOW0	1,94672	2,35236	2,52217	2,59457	2,63209	2,65582	2,67172	2,68379	2,69265
VARW0	1,94661	2,35368	2,52436	2,59741	2,63548	2,65952	2,67559	2,6879	2,69709
BM	1,94687	2,3552	2,52668	2,59995	2,63827	2,66212	2,67763	2,68979	2,69906
MO2W0	1,9469	2,35504	2,52755	2,60184	2,64088	2,66561	2,68208	2,69469	2,70392
HLEX	1,95281	2,36505	2,53627	2,60841	2,64555	2,66841	2,68336	2,69553	2,70391
AMLEX	1,94682	2,35667	2,532	2,60834	2,64876	2,6739	2,69084	2,70377	2,71339
MO2W9	1,94769	2,36149	2,53701	2,61397	2,65421	2,67883	2,69536	2,70796	2,71704
MO1W9	1,94769	2,36153	2,53703	2,61398	2,6542	2,67888	2,69545	2,70798	2,71704
MINW0	1,94894	2,35935	2,53603	2,61406	2,65588	2,68252	2,70103	2,71503	2,72502
LEX	1,94913	2,36369	2,54034	2,61711	2,65741	2,68264	2,69927	2,71218	2,72173
MO1W0	1,94805	2,36089	2,53922	2,61814	2,66082	2,68767	2,70642	2,72048	2,73094
MINW9	1,95023	2,36965	2,54622	2,62253	2,66271	2,68734	2,70365	2,71604	2,72513
ALEX	1,94858	2,36636	2,55298	2,63676	2,68181	2,7099	2,7287	2,74312	2,75361
DLAB	1,96955	2,39258	2,57096	2,64592	2,68397	2,70758	2,72222	2,73398	2,74234

5.4.1. Color Enhancement Factor - CEF

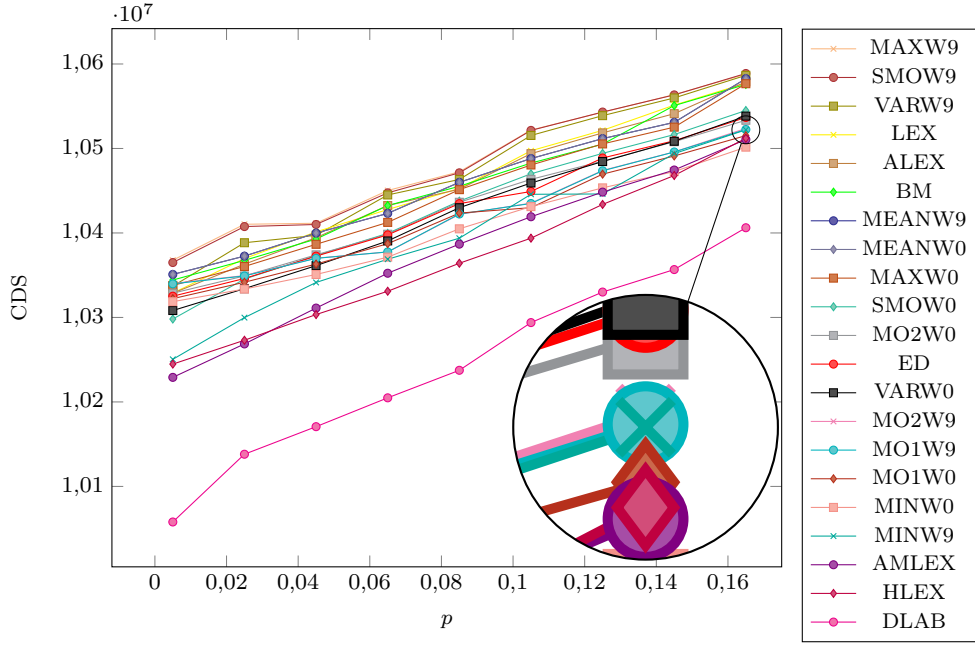
La efectividad de la aplicación del mejoramiento del contraste se determina utilizando el método denominado Color Enhancement Factor (CEF) que cuantifica el nivel de mejora del contraste de una imagen cómo se menciona en [64]. Este método aplicado a la imagen f esta basado en la media y la desviación estandar de dos ejes de una sencilla representación de color contrario con $\gamma = f_1 - f_2$ y $\beta = \frac{1}{2}(f_1 + f_2) - f_3$. La ecuación 25

representa el nivel de mejora del contraste de la imagen f de la siguiente forma:

$$CM(f) = \sqrt{\sigma_\gamma^2 + \sigma_\beta^2} + \sqrt{\mu_\gamma^2 + \mu_\beta^2} \quad (25)$$

Donde σ_γ y σ_β corresponden a la desviación estándar de γ y β respectivamente. De manera similar, μ_γ y μ_β corresponde a la media respectivamente.

Entonces el CEF se calcula por medio de la razón entre la imagen f' y la imagen original f :

Figura 13: Ruido sal y pimienta. CDS por p Cuadro 6: Ruido sal y pimienta. $CDS \times 10^7$ por p

Filtro	0.005	0.025	0.045	0.065	0.085	0.105	0.125	0.145	0.17
DLAB	1,0058	1,0138	1,0171	1,0205	1,0237	1,0294	1,033	1,0357	1,0406
HLEX	1,0245	1,0273	1,0303	1,0331	1,0364	1,0394	1,0434	1,0468	1,0512
AMLEX	1,0229	1,0269	1,0311	1,0352	1,0387	1,0419	1,0448	1,0475	1,0511
MINW9	1,025	1,03	1,0341	1,0369	1,0394	1,0446	1,0446	1,0494	1,0522
MINW0	1,0319	1,0334	1,0351	1,0371	1,0405	1,0431	1,0453	1,0473	1,0502
MO1W0	1,0322	1,0342	1,0363	1,0387	1,0424	1,043	1,047	1,0491	1,0515
MO1W9	1,034	1,0349	1,037	1,0378	1,0422	1,0435	1,0474	1,0496	1,0522
MO2W9	1,034	1,035	1,037	1,0378	1,0422	1,0435	1,0474	1,0496	1,0524
VARW0	1,0308	1,0334	1,0361	1,0391	1,043	1,0459	1,0484	1,0509	1,0538
ED	1,0325	1,0346	1,0373	1,0398	1,0435	1,0449	1,0489	1,0509	1,0537
MO2W0	1,0329	1,0349	1,0374	1,0399	1,0436	1,0463	1,0485	1,0508	1,0533
SMOW0	1,0298	1,0345	1,0373	1,04	1,0438	1,047	1,0494	1,0516	1,0545
MAXW0	1,0338	1,036	1,0387	1,0413	1,0451	1,048	1,0505	1,0525	1,0577
MEANW0	1,0351	1,0373	1,04	1,0423	1,046	1,0488	1,0512	1,0531	1,0583
MEANW9	1,0351	1,0373	1,04	1,0423	1,046	1,0488	1,0512	1,0531	1,0583
BM	1,0344	1,0368	1,0393	1,0432	1,0455	1,0483	1,0505	1,0551	1,0576
ALEX	1,0329	1,0363	1,0394	1,0432	1,0452	1,0494	1,0518	1,0541	1,0579
LEX	1,0329	1,037	1,0401	1,0428	1,0453	1,0497	1,0521	1,0551	1,0577
VARW9	1,0337	1,0388	1,0397	1,0445	1,0463	1,0515	1,0539	1,056	1,0587
SMOW9	1,0365	1,0408	1,041	1,0447	1,0471	1,0521	1,0543	1,0563	1,0589
MAXW9	1,0368	1,041	1,0411	1,045	1,0472	1,0522	1,0543	1,0564	1,0588

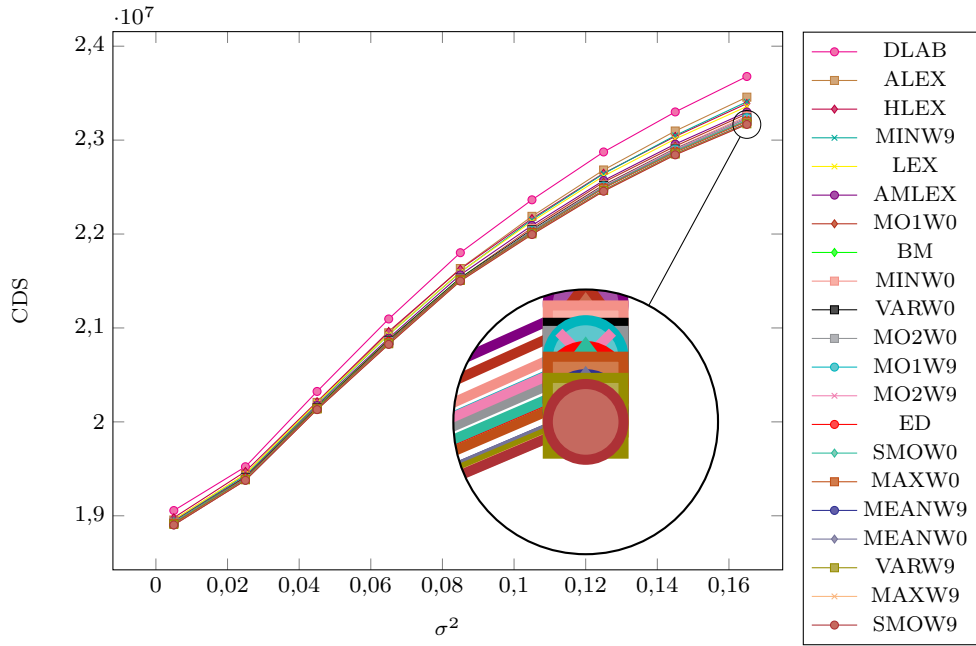
contraste de lo contrario, la métrica indica que no hay una mejora del contraste.

$$CEF = \frac{CM(f')}{CM(f)} \quad (26)$$

Donde $CM(f')$ es el valor obtenido de la imagen contrastada f' producto de aplicar la ecuación 25 y $CM(f)$ representa el resultado de aplicar la ecuación 25 a la imagen original f . Si el resultado es > 1 entonces la métrica de la ecuación 26 indica una mejora en el

5.4.2. Resultados

Las pruebas fueron realizadas con 100 imágenes diferentes (imágenes de prueba de [12]) y se utilizaron las mismas abreviaciones que en el experimento anterior para diferenciar los métodos de ordenamiento con diferente descomposición de dominio. En el Cuadro 8

Figura 14: Ruido speckle. CDS por σ^2 Cuadro 7: Ruido speckle. $CDS \times 10^7$ por σ^2

Filtro	0.005	0.025	0.045	0.065	0.085	0.105	0.125	0.145	0.165
SMOW9	1,89021	1,93776	2,01308	2,08254	2,14991	2,19948	2,24558	2,28432	2,31669
MAXW9	1,89022	1,93778	2,01309	2,08261	2,14994	2,19949	2,24562	2,28434	2,31673
VARW9	1,8908	1,93836	2,01369	2,08317	2,1506	2,20022	2,24638	2,2852	2,31737
MEANW0	1,89048	1,93808	2,01342	2,08304	2,15058	2,20035	2,24659	2,28532	2,31778
MEANW9	1,89048	1,93808	2,01342	2,08304	2,15058	2,20035	2,24659	2,28532	2,31778
MAXW0	1,89206	1,93876	2,01443	2,08406	2,1518	2,20168	2,24876	2,28701	2,31975
SMOW0	1,89323	1,93958	2,01427	2,08481	2,15166	2,2028	2,24983	2,28828	2,32108
ED	1,8926	1,94015	2,01436	2,0856	2,15169	2,20268	2,24978	2,28826	2,32094
MO2W9	1,89203	1,93959	2,01419	2,08504	2,15113	2,20356	2,25124	2,29025	2,32374
MO1W9	1,89202	1,93956	2,0142	2,08498	2,15115	2,20359	2,25124	2,29026	2,32384
MO2W0	1,89318	1,94002	2,01438	2,08592	2,15233	2,20355	2,25078	2,28948	2,32264
VARW0	1,89214	1,94078	2,01505	2,0868	2,15299	2,20449	2,25178	2,29055	2,32355
MINW0	1,89276	1,94041	2,01479	2,08654	2,15202	2,2059	2,25236	2,29131	2,32549
BM	1,89336	1,94077	2,01591	2,08737	2,15328	2,20465	2,25179	2,29021	2,3231
MO1W0	1,89285	1,94072	2,01514	2,08722	2,15307	2,20666	2,25511	2,29355	2,32794
AMLEX	1,89432	1,94155	2,01742	2,08911	2,1565	2,20913	2,25698	2,29577	2,32991
LEX	1,89569	1,94452	2,0202	2,09302	2,15963	2,21331	2,26169	2,30121	2,33581
MINW9	1,89444	1,94309	2,0189	2,09279	2,15936	2,21515	2,26418	2,30496	2,34083
HLEX	1,89795	1,94718	2,0215	2,09625	2,16264	2,21645	2,26471	2,30389	2,33892
ALEX	1,89554	1,94429	2,02072	2,09484	2,16328	2,21883	2,26821	2,30969	2,34574
DLAB	1,90559	1,95222	2,03239	2,10957	2,18013	2,23643	2,28737	2,33001	2,36775

se puede ver los resultados de las distintas iteraciones (iter) del algoritmo de mejora de contraste (aplicar varias veces la ecuación 24 a la misma imagen). Se observa que SMOW0 tiene mejores resultados en todas la iteraciones, le sigue la Varianza VARW0 y luego siguen los demás métodos. La mejora utilizando SMOW0 a medida que crece la cantidad de iteraciones es aproximadamente del 3% y la diferencia con el segundo y el tercero del 0,30% y 2,25% en promedio en cada una de la iteraciones. Se puede constatar que a medida que

se aumenta la cantidad de iteraciones también mejora más el contraste según la métrica mencionada, siendo también importante el dominio y el método de ordenamiento utilizado.

En la Figura 15 se puede ver un ejemplo de mejora de contraste de una imagen, a la cual se le aplicó 4 iteraciones de la ecuación 24 con el método de ordenamiento propuesto utilizando SMO para el cálculo de los pesos. La imagen resultante claramente es mucho más contrastada que la imagen original.

Cuadro 8: Mejora de Contraste

METODO	iter1	iter2	iter3	iter4
SMOW0	1,03482	1,03482	1,06084	1,08889
VARW0	1,0329	1,0329	1,05798	1,0852
MO2W9	1,02047	1,02047	1,03668	1,05426
MO1W9	1,02045	1,02045	1,03664	1,05421
SMOW9	1,0203	1,0203	1,03639	1,05369
MAXW9	1,02023	1,02022	1,03629	1,05364
BM	1,01997	1,01997	1,03576	1,05273
MINW9	1,01992	1,01991	1,03573	1,05295
ED	1,01989	1,01989	1,0356	1,05265
AMLEX	1,01988	1,01987	1,0352	1,05159
MEANW9	1,01986	1,01986	1,03567	1,05277
MO1W0	1,01937	1,01937	1,03497	1,05197
MAXW0	1,01928	1,01928	1,03493	1,05199
MO2W0	1,01922	1,01922	1,03481	1,05182
MEANW0	1,01912	1,01912	1,03461	1,0514
LEX	1,01909	1,01909	1,03369	1,04908
ALEX	1,01909	1,01909	1,03369	1,04908
MINW0	1,01908	1,01908	1,03448	1,05128
DLAB	1,01756	1,01756	1,03049	1,04426
HLEX	1,00743	1,00743	1,0128	1,01863
VARW3	0,99727	0,99725	0,98268	0,98489



(a) Imagen original



(b) Imagen Mejorada

Figura 15: (a) Imagen con mejora de contraste aplicando 4 veces la ecuación 24 con el método de ordenamiento propuesto

5.5. Aplicación 3: Clasificación de texturas

El problema de caracterización y clasificación de textura consta de dos pasos. Primeramente se calculan características de una imagen que permitan describir numéricamente sus propiedades de textura por medio de un vector de características o descriptor. Posteriormente es asignada una clase de textura de acuerdo criterios de similitud entre los descriptores [32].

La granulometría y la covarianza morfológica son las principales herramientas morfológicas de caracterización de textura, ambas utilizan distribuciones de intensidad para describir las propiedades de las texturas [38].

La manera en que la información de color y textura es incorporada al descriptor es estudiada en [54, 68]. En este trabajo las herramientas morfológicas utilizan el enfoque integrativo donde la información de color y textura son procesadas conjuntamente.

La granulometría fue propuesta en [46] y es aplicado en la extracción de características y la estimación de tamaño [75, 62]. Consiste en una familia de aperturas $f \circ \lambda B$ de $n + 1$ elementos incluyendo la imagen de entrada. Está parametrizada por el tamaño λ creciente del elemento estructurante, donde $0 \leq \lambda \leq n$. Los valores son recolectados por una medida de evaluación que usualmente es el volumen Vol:

$$G_j^n(f, \lambda) = \text{Vol}([f \circ \lambda B]_j) / \text{Vol}(f_j) \quad (27)$$

Donde j es el j -ésimo componente de la imagen a color f y el volumen está definido como:

$$\text{Vol}(f_j) = \sum_{\substack{u \in \{1, \dots, M\} \\ v \in \{1, \dots, N\}}} [f(u, v)]_j \quad (28)$$

La covarianza morfológica propuesta en [46, 45] denotada por K de una imagen f , está definida como el volumen de la imagen f , luego de aplicarse la erosión ε a partir de un par de píxeles (u, v) y (u', v') separados por un vector \mathbf{v} denotado por $P_{2, \mathbf{v}}$.

En la práctica K es calculado aplicando la erosión ε a la imagen original f con el elemento estructurante $P_{2, \mathbf{v}}$ variando orientaciones y longitudes de \mathbf{v} , donde n es el número de variaciones de \mathbf{v} . Su versión normalizada está dada por :

$$K_j^n(f, P_{2, \mathbf{v}}) = \text{Vol}([\varepsilon(f, P_{2, \mathbf{v}})]_j) / \text{Vol}(f_j) \quad (29)$$

Permite obtener una distribución de orientación y distancia de una imagen de textura [8].



Figura 16: Muestras de textura OutexTC13

El método de ordenamiento utilizado para dar soporte a las herramientas morfológicas de caracterización de textura, inciden en los porcentajes de clasificación. Esto es debido a que las distribuciones de intensidad utilizadas como descriptores de textura, varían de acuerdo a las imágenes intermedias. Estas imágenes intermedias son resultado de la aplicación de un filtro morfológico.

5.5.1. Resultados

Las pruebas fueron realizadas con la base de datos OutexTC13 compuesta por 1360 imágenes de dimensiones 128×128 píxeles, con 68 clases de texturas de superficies (Figura 16) con 20 muestras de cada clase, donde el 50 % de cada clase es el conjunto de entrenamiento. Totalizan 680 imágenes de entrenamiento y prueba respectivamente [50]. El clasificador utilizado fue el k-nn (k-nearest neighbors) utilizando distancia euclídea con $k=1$.

La finalidad del experimento fue obtener los porcentajes de clasificación utilizando los métodos de ordenación expuestos. Se evaluaron varios parámetros estadísticos en la estrategia de orden propuesta en este trabajo. En las pruebas de granulometría se han utilizado elementos estructurantes de forma cuadrada de tamaño λ y de lado $2\lambda + 1$ píxeles, variando λ de 1 a 15. Para cada elemento de la serie se calculan 15 valores para cada canal que posteriormente se concatenan. La elección del incremento simple de λ , está basado en que los incrementos menores proveen mejores resultados de clasificación [74]. Con respecto a la configuración de los parámetros de la propuesta, cada muestra de textura fue dividida en 2×2 sub-regiones y denotado por el sufijo W4. Esta división permite que cada muestra de textura sea dividida en partes iguales y perceptualmente similares. Se denota con el sufijo W0 cuando el dominio de la imagen es el propio elemento estructurante.

Cuadro 9: Resultados de clasificación por Métodos de Ordenamiento

Ordenación	% Clasificados correctamente	
	Covarianza	Granulometría
BM	79,56	77,79
ED	81,91	84,11
LEX	79,74	80,15
ALEX	76,32	69,12
AMLEX	81,62	81,30
HLEX	83,97	77,35
DLAB	84,26	72,35
MEANW4	81,47	78,97
SMOW4	82,50	85,44
MO1W4	81,76	82,65
MO2W4	80,44	80,01
MAXW4	81,62	81,32
MINW4	81,47	83,38
VAR	81,76	83,97
MEANW0	81,91	78,82
SMOW0	83,82	84,71
MO1W0	82,01	83,23
MO2W0	81,21	81,36
MAXW0	81,32	81,06
MINW0	81,05	83,12
VARW0	83,09	82,21

La covarianza morfológica requiere la variación de la dirección y la distancia entre el par de puntos que componen el elemento estructurante. Las direcciones utilizadas fueron 0° , 45° , 90° , 135° , en la práctica sólo estas direcciones son de importancia y perceptiblemente reconocibles [32]. Las distancias de separación utilizadas para cada dirección fueron desde 1 a 20 píxeles. Utilizando estas 4 direcciones y las 20 distancias se han generado 80 valores para cada canal, finalmente estos valores son concatenados para obtener el vector de características de la muestra de textura.

En el Cuadro 9 los tres mejores resultados de cada método fueron marcados en negrita. La Covarianza Morfológica con los ordenamientos HLEX y DLAB tienen rendimientos superiores de $\approx 1\%$ con respecto a SMOW4 que presenta el mejor rendimiento en el espacio RGB. Los resultados son consistentes con los experimentos realizados en [32] donde se obtienen mejores resultados en el espacio L^*a^*b en comparación al espacio RGB utilizando elementos estructurantes de longitud variante. Esto se debe a que en esos espacios de color la información cromática está separada de la luminosidad o intensidad. En experimentos mencionados en [19] sobre la percepción de la textura indican que la textura y el color se perciben de manera independiente. Con la granulometría el espacio RGB presenta mejores resultados con los ordenamientos SMOW4 y SMOW0, ambos superiores al ordenamiento ED en ($\approx 1,33\%$). Por otra parte el ordenamiento ED provee resultados

muy superiores a los ordenamientos BM, LEX, ALEX y AMLEX.

Los ordenamientos SMOW4 y SMOW0 (85,44 %, 84,71 %) exhiben los mejores resultados de clasificación (con granulometría) con respecto a los métodos de ordenamiento del estado del arte implementados. La división en 2×2 sub-regiones (W4) conducen a mejores resultados que usando W0.

6. Conclusiones y Trabajo Futuro

En este trabajo se presenta una nueva estrategia de ordenamiento de colores RGB que es dependiente de la imagen. El ordenamiento se realiza por medio de extraer información del histograma de cada componente de color en cierto dominio de la imagen, y de esta manera poder asignar un peso a cada uno de ellos por medio de una transformación. Se presentaron dos estrategias simples de descomposición de dominios para extraer dicha información, una es extrayendo información de la misma ventana del filtro, y otra consiste en dividir la imagen en sub-regiones de mismo tamaño, tomando la intersección de ellos para cuando la ventana del filtro toma más de una sub-región. Se realizaron pruebas para 3 aplicaciones de procesamiento de imágenes: Eliminación de ruido, estiramiento de contraste y caracterización texturas para su posterior clasificación. Para estas dos últimas aplicaciones se utiliza matemática morfológica. Los operadores morfológicos en este caso son pseudo-operadores, ya que se no puede garantizar ciertas propiedades teóricas, como la idempotencia. Para la eliminación de ruido se utilizó el filtro mediana, consiguiendo mejores resultados con algunos pesos extraídos a diferentes métodos del estado del arte, tanto para ruido gaussiano, como speckle. Para el ruido sal y pimienta la distancia euclidiana al origen en el espacio de color RGB en la métrica MAE y la distancia euclidiana al origen en el espacio de color $L^*a^*b^*$ en la métrica CDS dieron mejores resultados al método propuesto con las diferentes informaciones extraídas de cada componente. Para la aplicación de mejora de contraste el método propuesto se mostró más eficiente según la métrica CEF a los diferentes métodos del estado del arte. En la última aplicación para caracterización de texturas utilizando la Covarianza Morfológica con los ordenamientos lexicográfico en el espacio de color HSI, comparando primero la I, luego la S, y por último la H (propuesto en [52]), la distancia euclidiana al color (0,0,0) en el espacio de color $L^*a^*b^*$ [53] tienen rendimientos superiores a la propuesta. El método propuesto utilizando la suavidad como peso para cada componente consigue mejores resultados utilizando la granulometría como caracterización de texturas. Como

trabajo futuro se propone hacer un análisis exhaustivo de la importancia de descomposición de dominios para extraer información de cada componente de color. Se podrían hacer más experimentos en diferentes aplicaciones como segmentación o fusión de imágenes a color. Se podrían extraer otro tipo de información por cada componente como la Entropía o la Energía.

Referencias

1. Angulo J (2003) Morphologie mathématique et indexation d'images couleur: application à la microscopie en biomédecine. PhD thesis, École Nationale Supérieure des Mines de Paris
2. Angulo J (2005) Morphological color processing based on distances. application to color denoising and enhancement by centre and contrast operators. In: Proc. of VIIP, pp 314–319
3. Angulo J (2005) Unified morphological color processing framework in a lum/sat/hue representation. In: Mathematical Morphology: 40 Years On, Springer, pp 387–396
4. Angulo J (2010) Pseudo-morphological image diffusion using the counter-harmonic paradigm. In: Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems, Springer, pp 426–437
5. Angulo J, Serra J (2003) Mathematical morphology in color spaces applied to the analysis of cartographic images. Proceedings of GEOPRO 3:59–66
6. Angulo J, Serra J (2003) Morphological coding of color images by vector connected filters. In: Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings. Seventh International Symposium on, IEEE, vol 1, pp 69–72
7. Aptoula E, Lefevre S (2007) A comparative study on multivariate mathematical morphology. Pattern Recognition 40(11):2914–2929
8. Aptoula E, Lefevre S (2007) On morphological color texture characterization. In: International Symposium on Mathematical Morphology (ISMM), pp 153–164
9. Aptoula E, Lefevre S (2007) Pseudo multivariate morphological operators based on α -trimmed lexicographical extrema. In: Image and Signal Processing and Analysis, 2007. ISPA 2007. 5th International Symposium on, IEEE, pp 367–372
10. Aptoula E, Lefevre S (2008) α -trimmed lexicographical extrema for pseudo-morphological image analysis. Journal of Visual Communication and Image Representation 19(3):165–174
11. Aptoula E, Lefevre S (2008) On lexicographical ordering in multivariate mathematical morphology. Pattern Recognition Letters 29(2):109–118

12. Arbelaez P, Fowlkes C, Martin D (2007) The Berkeley segmentation dataset and benchmark. see <http://www.eecs.berkeley.edu/Research/Projects/CS/vision/bsds>
13. Astola J, Haavisto P, Neuvo Y (1990) Vector median filters. *Proceedings of the IEEE* 78(4):678–689
14. Bai X, Zhou F (2010) Analysis of different modified top-hat transformations based on structuring element construction. *Signal Processing* 90(11):2999–3003
15. Bai X, Zhou F (2010) Analysis of new top-hat transformation and the application for infrared dim small target detection. *Pattern Recognition* 43(6):2145–2156
16. Bai X, Zhou F (2010) Infrared small target enhancement and detection based on modified top-hat transformations. *Computers & Electrical Engineering* 36(6):1193–1201
17. Barnett V (1976) The ordering of multivariate data. *Journal of the Royal Statistical Society Series A (General)* pp 318–355
18. Benavent X, Dura E, Vegara F, Domingo J (2012) Mathematical morphology for color images: An image-dependent approach. *Mathematical Problems in Engineering* 2012
19. Bianconi F, Harvey R, Southam P, Fernández A (2011) Theoretical and experimental comparison of different approaches for color texture classification. *Journal of Electronic Imaging* 20(4):043,006–043,006
20. Bouchet A, Alonso P, Pastore JJ, Montes S, Díaz I (2016) Fuzzy mathematical morphology for color images defined by fuzzy preference relations. *Pattern Recognition*
21. Burgeth B, Kleefeld A (2013) Morphology for color images via loewner order for matrix fields. In: *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, Springer, pp 243–254
22. Busin L, Vandenbroucke N, Macaire L (2008) Color spaces and image segmentation. *Advances in imaging and electron physics* 151(1):1
23. Chanussot J, Lambert P (1997) Bit mixing paradigm for multivalued morphological filters. In: *IEE conference publication, Institution of Electrical Engineers*, vol 2, pp 804–808
24. Chen T, Wu Q, Rahmani-Torkaman R, Hughes J (2002) A pseudo top-hat mathematical morphological approach to edge detection in dark regions. *Pattern Recognition* 35(1):199–210
25. Davenport WB, Root WL (1958) *Random signals and noise*. McGraw-Hill New York
26. Gao CJZXH, Hu XY (2013) An adaptive lexicographical ordering of color mathematical morphology. *Journal of Computers* 24(3)
27. Gonzales RC, Woods RE, Eddins SL (2004) *Digital image processing using MATLAB*. Pearson Prentice Hall
28. van de Gronde JJ, Roerdink JB (2013) Group-invariant frames for colour morphology. In: *Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing*, Springer, pp 267–278
29. Hanbury A, Serra J (2001) Mathematical morphology in the hls colour space. In: *BMVC*, Citeseer, pp 1–10
30. Hanbury A, Serra J (2002) Mathematical morphology in the cielab space. *Image Analysis and Stereology* 21(3):201–206
31. Hanbury A, Serra J, et al (2001) Mathematical morphology in the $l^* a^* b^*$ colour space. *Perancis: Centre de Morphologie Mathématique Ecole des Mines de Paris*
32. Hanbury A, Kandaswamy U, Adjero DA (2005) Illumination-invariant morphological texture classification. In: *Mathematical Morphology: 40 Years On*, Springer, pp 377–386
33. Hanbury AG, Serra J (2001) Morphological operators on the unit circle. *Image Processing, IEEE Transactions on* 10(12):1842–1850
34. Heijmans HJ, Ronse C (1990) The algebraic basis of mathematical morphology i. dilations and erosions. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing* 50(3):245–295
35. Joblove GH, Greenberg D (1978) Color spaces for computer graphics. In: *ACM siggraph computer graphics*, ACM, vol 12, pp 20–25
36. Kleefeld A, Burgeth B (2015) Processing multispectral images via mathematical morphology. In: *Visualization and Processing of Higher Order Descriptors for Multi-Valued Data*, Springer, pp 129–148
37. Ledoux A, Richard N, Capelle-Laize AS (2012) Limits and comparisons of orderings using colour distances. *Traitement du Signal* 29(1-2):65–82
38. Lefèvre S (2009) Beyond morphological size distribution. *Journal of Electronic Imaging* 18(1):013,010–013,010
39. Lei T, Wang Y, Fan Y, Zhao J (2013) Vector morphological operators in hsv color space. *Science China Information Sciences* 56(1):1–12
40. Leon K, Mery D, Pedreschi F, Leon J (2006) Color measurement in $l^* a^* b^*$ units from rgb digital images. *Food research international* 39(10):1084–1091
41. Lezoray O, Charrier C, Elmoataz A (2009) Learning complete lattices for manifold mathematical morphology. In: *International Symposium on Mathematical Morphology*, pp 1–4

42. Louverdis G, Andreadis I, Tsalides P (2002) Morphological granulometries for color images. In: Proc. 2nd Hellenic Conf. Artificial Intelligence, Citeseer, pp 333–342
43. Louverdis G, Vardavoulia MI, Andreadis I, Tsalides P (2002) A new approach to morphological color image processing. *Pattern recognition* 35(8):1733–1741
44. Mahy M, Eycken L, Oosterlinck A (1994) Evaluation of uniform color spaces developed after the adoption of cielab and cieluv. *Color Research & Application* 19(2):105–121
45. Maragos P (1989) Pattern spectrum and multiscale shape representation. *IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence* 11(7):701–716
46. Matheron G (1975) Random sets and integral geometry. John Wiley & Sons
47. Meyer GW, Greenberg DP (1980) Perceptual color spaces for computer graphics. *ACM SIGGRAPH Computer Graphics* 14(3):254–261
48. Mukhopadhyay S, Chanda B (2000) A multiscale morphological approach to local contrast enhancement. *Signal Processing* 80(4):685–696
49. Munson JB (1995) Color information storage and processing system. US Patent 5,465,104
50. Ojala T, Maenpaa T, Pietikainen M, Viertola J, Kyllonen J, Huovinen S (2002) Outex-new framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms. In: *Pattern Recognition, 2002. Proceedings. 16th International Conference on, IEEE*, vol 1, pp 701–706
51. Ortiz F, Torres F, De Juan E, Cuenca N (2002) Colour mathematical morphology for neural image analysis. *Real-Time Imaging* 8(6):455–465
52. Ortiz F, Torres F, Gil P (2004) Gaussian noise elimination in colour images by vector-connected filters. In: *Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on, IEEE*, vol 4, pp 807–810
53. Ortiz Zamora FG (2002) Procesamiento morfológico de imágenes en color: aplicación a la reconstrucción geodésica
54. Palm C (2004) Color texture classification by integrative co-occurrence matrices. *Pattern recognition* 37(5):965–976
55. Pitas I, Venetsanopoulos AN (1992) Order statistics in digital image processing. *Proceedings of the IEEE* 80(12):1893–1921
56. Roerdink JB, Meijster A (2000) The watershed transform: Definitions, algorithms and parallelization strategies. *Fundamenta informaticae* 41(1, 2):187–228
57. Rolleston RJ, Maltz MS, Stinehour JE (1996) Color printer calibration architecture. US Patent 5,528,386
58. Sartor LJ, Weeks AR (2001) Morphological operations on color images. *Journal of Electronic Imaging* 10(2):548–559
59. Serra J (1986) Introduction to mathematical morphology. *Computer vision, graphics, and image processing* 35(3):283–305
60. Serra JC (1993) Anamorphoses and function lattices. In: *SPIE's 1993 International Symposium on Optics, Imaging, and Instrumentation, International Society for Optics and Photonics*, pp 2–11
61. Soille P (1997) A note on morphological contrast enhancement. *École des Mines d'Alès-EERIE, Tech Rep RT-PS-001*
62. Soille P (2013) Morphological image analysis: principles and applications. Springer Science & Business Media
63. Stricker MA, Orengo M (1995) Similarity of color images. In: *IS&T/SPIE's Symposium on Electronic Imaging: Science & Technology, International Society for Optics and Photonics*, pp 381–392
64. Susstrunk SE, Winkler S (2003) Color image quality on the internet. In: *Electronic Imaging 2004, International Society for Optics and Photonics*, pp 118–131
65. Tkalcic M, Tasic JF, et al (2003) Colour spaces: perceptual, historical and applicational background. In: *Eurocon*
66. Tobar MC, Platero C, González PM, Asensio G (2007) Mathematical morphology in the hsi colour space. In: *Pattern Recognition and Image Analysis, Springer*, pp 467–474
67. Tuzlukov V (2002) Signal processing noise, vol 8. CRC Press
68. Van Den Broek EL, Van Rikxoort EM (2005) Parallel-sequential texture analysis. In: *Pattern Recognition and Image Analysis, Springer*, pp 532–541
69. Vardavoulia M, Andreadis I, Tsalides P (2002) Vector ordering and morphological operations for colour image processing: fundamentals and applications. *Pattern Analysis and Applications* 5(3):271–287
70. Vazquez Noguera JL, Legal Ayala H, Schaerer CE, Facon J (2014) A color morphological ordering method based on additive and subtractive spaces. In: *Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on, IEEE*, pp 674–678
71. Velasco-Forero S, Angulo J (2010) Morphological processing of hyperspectral images using kriging-based supervised ordering. In: *Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference*

- on, IEEE, pp 1409–1412
72. Velasco-Forero S, Angulo J (2011) Supervised ordering in: Application to morphological processing of hyperspectral images. *Image Processing, IEEE Transactions on* 20(11):3301–3308
 73. Velasco-Forero S, Angulo J (2012) Random projection depth for multivariate mathematical morphology. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of* 6(7):753–763
 74. de Ves E, Benavent X, Ayala G, Domingo J (2006) Selecting the structuring element for morphological texture classification. *Pattern Analysis and applications* 9(1):48–57
 75. Vincent L (2000) Granulometries and opening trees. *Fundam Inform* 41(1-2):57–90
 76. Wang L, Yan L (2012) Edge detection of color image using vector morphological operators. In: *Computer Science and Network Technology (ICCSNT), 2012 2nd International Conference on*, IEEE, pp 2211–2215
 77. Willmott CJ, Matsuura K (2005) Advantages of the mean absolute error (mae) over the root mean square error (rmse) in assessing average model performance. *Climate research* 30(1):79–82
 78. Zaharescu E, Zamfir M, Vertan C (2003) Color morphology-like operators based on color geometric shape characteristics. In: *Signals, Circuits and Systems, 2003. SCS 2003. International Symposium on*, IEEE, vol 1, pp 145–148
 79. Zamora FGO, Torres-Medina F, Lopez-Angulo J, Mendez SP (2001) Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces. In: *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing, International Society for Optics and Photonics*, pp 259–268