Ordenamiento de colores RGB basado en métricas asociadas a la imagen

José Luis Vázquez Noguera · Christian E. Schaerer · Jacques Facon · Horacio Legal Ayala

Received: date / Revised: date

Resumen El orden lexicográfico y sus variantes son los más utilizados en la literatura para el ordenamiento de colores. Un problema usual de este tipo de ordenamiento es el establececimiento a priori del componente de color más importante y el resultado de las comparaciones lexicográficas casi siempre se deciden en los primeros componentes. En este artículo se propone un ordenamiento de colores RGB, en el cuál se asigna una ponderación a cada componente de color (R,G o B) de acuerdo a métricas aplicadas a cada componente. Con esto se busca que la prioridad de los componentes de color sean dictaminados por información extraida de la propia imagen y no sea definida de manera arbitraria. Las aplicaciones utilizadas para la validación de la propuesta: son el filtrado de imágenes, mejora de contraste y caracterización texturas para su posterior clasificación. Los resultados utilizando el ordenamiento propuesto en las diferentes aplicaciones son mejores en la mayoría de los casos en comparación a diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte.

1. Introducción

El procesamiento digital de imágenes a color tiene semejanza con la visión humana [53], que es cromática, y basa su importancia por el acrecentamiento de la

José Luis Vázquez Noguera · Horacio Legal Ayala · Christian E. Schaerer

Polytechnic Faculty, National University of Asuncion - San Lorenzo, Paraguay

E-mail: {jlvazquez,hlegal,cschaer}@pol.una.py

Jacques Facon

PPGIa - PUCPR-Pontifícia Universidade Catolica do Paraná -

Curitiba - Pr, Brazil

E-mail: facon@ppgia.pucpr.br

se puede extraer los bordes y de esa manera obtener los contornos de los objetos que lo separan del fondo. En ocasiones, los reflejos en las imágenes afectan la intensidad luminosa de los objetos produciendo errores en la detección de las fronteras o contornos de los mismos. Estos efectos de la iluminación, reflejos, y la perdida de información cromática, hacen que muchos algoritmos de procesamiento de imágenes en escala de grises no sean tan eficientes [51]. Bajo esta perspectiva, y con el avance actual de los recursos o infraestructuras computacionales, con procesadores destinados a algoritmos de procesamiento digital de imágenes, muchos algorit-

Los espacios de color son formalismos que permiten la definición de colores, y establecen propiedades para su manipulación [34, 46].

mos de imágenes en escala de grises se están extendien-

do a imágenes a color, aprovechando la mayor cantidad

de información que puede brindar de una escena cap-

turada [51].

información que aporta al análisis de las imágenes, en contrapartida con las imágenes en escala de grises que aportan menos información al trabajar solo con intensidades o imágenes binarias que pueden tener solo dos valores posibles, blanco o negro. En sus inicios, los algoritmos de procesamiento digital de imágenes fueron desarrollados para imágenes binarias o imágenes en escala de grises. Durante bastante tiempo solo se trabajaba con estos dos tipos de imágenes debido a la limitación de la infraestructura computacional, ya que los elevados tiempos de cómputo de los algoritmos de procesamiento digital de imágenes obligaba a reducir la información visual a solo un plano bidimensional [51].

Información importante puede ser distinguida en

imágenes en escala de grises, como los bordes que se

dan en los lugares que existen cambios bruscos de nive-

les de intensidades. Por medio del cálculo del gradiente

El espacio de color más conocido y comunmente utilizado por los monitores es el RGB, que está cimentado en el modelo triestímulo y síntesis aditiva de color [20]. En el espacio de color RGB los colores son representados como vectores de 3 componentes, el rojo, el verde y el azul. La cantidad asociada a cada componente indica cuánto interviene dicho color primario para la mezcla y representación del color [62]. En el espacio de color CMY los colores cyan, amarillo y magenta representan la síntesis sustractiva de color [54]. Estos colores son conocidos como colores secundarios. El espacio de color CMYK está representado por 4 componentes, donde el componente K (componente de tinta negra) representa el valor máximo entre los 3 colores secundarios [62]. Las impresoras utilizan este espacio de color [54].

A causa de que ciertos colores solo pueden representarse con un valor negativo de estímulo fue introducido el espacio de color XYZ, que es obtenido por una trasformación lineal del espacio de color RGB [51]. El espacio de color XYZ se utiliza cuando la representación del color es independiente del hardware.

El espacio de color L*a*b* es un espacio tridimensional, en donde L* representa la luminosidad de negro a blanco, a* codifica la sensación rojo-verde, y b* codifica la sensación amarillo-azul [39]. Los espacios de color CIELAB y CIELUV representan el color de manera que sea uniformente lineal, es decir, un cambio de color debe producir el mismo cambio o importancia visual [43]. Se utiliza para aplicaciones industriales, donde se busca medir el color de los objetos. Por otra parte están los espacios de color utilizados en la radifusión de la señal de televisión, estos son el YIQ, y el YUV [48].

Por último podemos mencionar los espacios de color HSI, HLS, HSV y sus variantes que son los que más se asemejan a la visión humana, por tener en cuenta los atributos de percepción de luminancia, saturación y matiz [77].

Muchas aplicaciones como la utilización de filtros para eliminación de ruido, estiramiento de contraste, detección de bordes y segmentaciónen imágenes de color necesitan de ordenamiento de colores [51]. Debido a que las imágenes a color son representados por vectores multi-dimensionales y que no existe un orden natural para los mismos, la extensión de los filtros de orden para imágenes a color no es trivial.

En este trabajo se establece una nuevo ordenamiento de colores RGB basada en métricas asociadas a cada componente de la imagen. El ordenamiento propuesto es comparada con diferentes métodos de orden del estado del arte en las aplicaciones de eliminación de diferentes ruidos, estiramiento de contraste y caracterización de texturas para poder clasificarlas. El resto del artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se presenta el estado del arte. En la Sección 3 se presenta los fundamentos de filtrado de imagen a color, donde se explican los conceptos de filtrado de imágenes, ordenamiento y matemática morfológica. En la Sección 4 se presenta el ordenamiento propuesto. En la Sección 5 se pueden observar los resultados experimentales del ordenamiento propuesto en comparación con las del estado del arte en las aplicaciones de eliminación de ruido, estiramiento de contraste y caracterización de texturas para su posterior clasificación. Por último en la Sección 6 se presentan las conclusiones junto a los trabajos futuros.

2. Estado del arte

La extensión de los filtros de orden a imágenes a color requiere, por una parte seleccionar el espacio color en el que se procesa la imagen y por otra, establecer un orden en éste espacio de color. Para establecer un ordenamiento se han trabajado en diferentes espacios de color, entre los que podemos citar, los espacios de color L*a*b*[30], HLS [28], CIELAB [29], HSI [63], HSV [38] y el espacio de color RGB [76, 25, 74].

La matemática morfológica nació en 1964 de la colaboración de Georges Matheron y Jean Serra en la Ecole des Mines de Paris, Francia [56]. Actualmente, el ámbito y alcance de los procesamientos morfológicos es tan amplio como el propio procesamiento de imágenes. Se pueden encontrar aplicaciones tales como la segmentación, restauración, detección de bordes, aumento de contraste, análisis de texturas, compresión, entre otros [51]. La erosión y la dilatación son las operaciones básicas de la matemática morfológica, donde se busca establecer un retículo completo [33]. La erosión es el mínimo y la dilatación es el máximo dentro de una ventana llamada elemento estructurante. A partir de estas dos operaciones básicas se extiende toda la matemática morfológica. Para extender la matemática morfológica a color es necesario establecer un orden, de manera a poder encontrar el mínimo y el máximo dentro del elemento estructurante.

Varias publicaciones recientes han propuesto extensiones de matemática morfológica a imagenes de color [36, 27, 71, 40, 69, 19, 70, 32, 3, 8, 35, 68]. Específicamente para el espacio de color RGB el ordenamiento mediante el entrelazado de bits se ha mostrado eficiente para el filtrado de imágenes a color [21]. Para una revisión más detallada sobre métodos de morfología matemática a color, sugerimos ver el artículo de Aptoula y Lefevre [5].

De manera general, es decir para muchos espacios de color, el ordenamiento lexicográfico es uno de los más utilizados en la literatura [5, 9], ya que posee propiedades teóricas deseables y permite personalizar fácilmente la manera que se van a comparar los componentes de la imagen.

Louverdis et. al. [42] y Vardavoulia et. al. [67] presentan un ordenamiento lexicográfico en el espacio de color HSV para el procesamiento de morfológico de imágenes a color, mientras que Louverdis et. al [41] utiliza el mismo orden y espacio de color para presentar una nueva técnica de morfológica para el analisis de forma y tamaño de imágenes granulares. Angulo y Serra [4] discuten el uso del ordenamiento lexicográfico en los espacios de color RGB y HLS para la compresión imágenes a color JPEG. Ortiz et. al. [50] utilizan el ordenamiento lexicográfico I \rightarrow H \rightarrow S (Href=0) para la eliminación de ruido gaussiano.

El ordenamiento lexicográfico sufre de un serio inconveniente. Más precisamente, el resultado de la gran mayoría de las comparaciones lexicográficas, se decide casi siempre en los primeros componentes del vector que se comparan, mientras que la contribución de las dimensiones restantes puede considerarse insignificante [29].

Con el fin de mejorar la sintonización del grado de influencia de cada componente del vector en el resultado de comparación fueron propuestos variaciones del ordenamiento lexicográfico. Un grupo de variantes es basado en el uso de un componente adicional durante la comparación.

Angulo [1] y Sartor et. al. [55] ubican en la primera posición de la cascada lexicográfica una medida de distancia a un vector de referencia. Comer et. al. [23] emplean la norma euclidea como método de ordenación de pixeles, es decir el píxel de referencia es el color negro (0,0,0) en RGB. Dos colores RGB pueden ser prácticamente iguales visualmente pero ser diferente en valor de norma, o distancia a un color de referencia, así como dos colores distintos tener la misma norma, por lo que no es recomendable utilizar esta estrategia. En el espacio L*a*b existe una medida de distancia definida, respecto al origen L=0, a=0 y b=0 que es muy utilizada para evaluación de la calidad de la reproducción en color, o en técnicas de comprensión de imágenes a color [64].

Otros tipos de ordenamiento que buscan la extensión del ordenamiento lexicográfico consiste en utilizar un parámetro α definido por el usuario de manera a modificar el grado de influencia del primer componente [51, 2]. Aún con las variaciones del ordenamiento lexicográfico, los criterios de la elección de cuál componente tendrá mayor prioridad en la comparación, y del valor α son en su mayoria arbitrarios. Gao et. al. [25] trata de solucionar este problema presentando un enfoque

de ordenamiento lexicográfico adaptativo. Con el objetivo de evitar al máximo la intervención subjetiva del usuario, sería de gran importancia que los criterios arbitrarios del orden lexicográfico y sus variantes puedan ser eliminados o disminuidos.

Bouchet et. al. [18] utiliza lógica difusa de manera que los 3 componentes de color tengan la misma ponderación en el ordenamiento, aunque es deseable que la prioridad de los componentes del vector que representa la imagen esten dictaminados por información propia de la imagen, no siendo exactamente igual en todos los casos. Benavent et. al. [16] presenta un método de ordenamiento que es dependiente de la imagen y que ordena los colores de acuerdo a la densidad de probabilidad de la aparición de colores de la imagen.

La diferencia principal de esta propuesta, con los presentados en el estado del arte, radica en la extracción de información de cada componente del color RGB en un dominio específico de la imagen. Esta información se extrae por medio de un vector de pesos, que son calculados previamente por una función aplicada a cada uno de los componentes del color RGB.

3. Fundamentos de filtrado de imagen a color

En esta sección se presentan las formulaciones formales de los conceptos teóricos detrás de la extensión de los filtros de orden para imágenes a color, ordenamiento vectorial y la matemática morfológica.

3.1. Imágenes RGB

En general, una imagen es una función $f: \mathbb{Z}^2 \to \mathbb{Z}^n$. Cada par $(u,v) \in \mathbb{Z}^2$ es un pixel, y $f(u,v) \in \mathbb{Z}^n$ es el color de la imagen en el pixel (u,v). En particular, una imagen RGB (rojo, verde y azul, por sus siglas en inglés) con una profundidad de color de k bits es, f(u,v)=(R,G,B), donde $R,G,B \in \{0,1,...,2^k-1\}$ es la intensidad del componente y f(u,v) es el color resultante de mezclar estos componentes en el pixel (u,v). La imagen f puede representarse de manera digital como un arreglo $M \times N \times 3$, donde cada pixel (u,v) tiene como valor una tripleta (R,G,B) [26]. Una imagen RGB puede ser vista como una "pila" de tres imágenes en escala de grises (ver Figura 1) que, cuando se alimenta a las entradas de color rojo, verde y azul del monitor de color, produce una imagen de color en la pantalla [26].

3.2. Filtrado de imágenes

El filtrado de imágenes abarca todas las técnicas dentro del procesamiento de imágenes, que a partir de

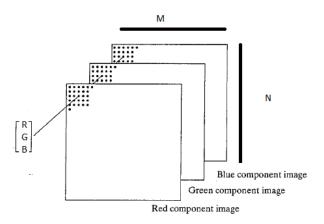


Figura 1: RGB Image

una imagen de entrada, se obtenga otra imagen donde se elimine, se enfatice o resalte algunas características de la imagen de entrada. Un filtro F de una imagen digital a color f se puede expresar como:

$$g(u,v) = F\{f(u,v)\}\tag{1}$$

donde f(u, v) es un color de la imagen de entrada, g(u, v) es un color de la imagen de salida y F es el filtro definido sobre una ventana del pixel (u, v).

Los filtros de orden son operaciones de vecindad no lineal, donde una función es aplicada al vecindario de cada pixel. La idea es mover una ventana centrada en el pixel, ya sea un rectangulo (usualmente un rectangulo con lados impares) o otra forma sobre una imagen dada. Al hacer esto, creamos una nueva imagen cuyo píxeles son el resultado de obtener un valor de los los colores bajo la máscara previamente ordenados (Figura 2).

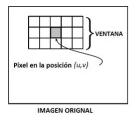




Figura 2: Filtrado de la imagen digital.

Por ejemplo un pixel de la nueva imagen puede ser resultado de obtener la mediana, el mínimo o máximo de los colores ordenados en la ventana de la imagen procesada. La combinación de la ventana y la función es llamada filtro.

3.3. Ordenamiento

El concepto de orden juega un rol fundamental para utilizar un filtro de orden, o poder definir las operaciones básicas de la matemática morfológica. Para un estudio profundo de la teoría de orden el lector puede ver [58].

De acuerdo con el artículo [15] las técnicas de ordenamiento vectorial se pueden clasificar en los siguientes grupos:

- Ordenamiento marginal (Ordenamiento M): El ordenamiento marginal compara cada componente del color de manera independiente.
- Ordenamiento condicional (Ordenamiento C): Los vectores son ordenados por medio de algun componente marginal, seleccionado secuencialmente de acuerdo con diferentes condiciones. El orden lexicográfico es un ejemplo bastante conocido de Ordenamiento C que emplea todos los componentes disponibles de los vectores dados.
- Ordenamiento Parcial (Ordenamiento P): Este ordenamiento está basado en la partición de los vectores en grupos de equivalencia, tal que entre los grupos existe un orden. En este caso, "parcial" es un abuso de terminología, ya que hay ordenamientos totales que pertenecen a esta clase en particular.
- Ordenamiento Reducido (Ordenamiento R): Los vectores se reducen primeramente a valores escalares y luego clasificados de acuerdo a su orden escalar natural. Por ejemplo, un ordenamiento R en Zⁿ podría consistir en definir primero una transformación T: Zⁿ → R y luego ordenar los colores con respecto al orden escalar de su proyección en Zⁿ por T.

En la práctica hay dos métodos generales de procesamiento para imágenes a color: marginal y vectorial.

El procesamiento marginal consiste en el procesamiento por separado de cada componente de la imagen. A pesar de su sencillez, el procesamiento marginal tiene dos desventajas [5]:

- La correlación entre los componentes es totalmente ignorado.
- Crea falsos colores después de su procesamiento.

La utilización del procesamiento marginal es inadecuado para imágenes con componentes altamente correlacionados (por ejemplo, imágenes de color RGB) [11]. Por tal motivo este trabajo se concentrará en el procesamiento vectorial que se explicará a continuación.

El procesamiento vectorial procesa todos los componentes disponibles globalmente y de forma simultánea. Dado que los vectores (forma en que se representa un color) son considerados como los nuevas unidades de

procesamiento, la correlación entre los diferentes componentes ya no es ignorada. Sin embargo, en comparación con su contraparte marginal, el inconveniente más importante del enfoque vectorial es principalmente la necesidad de adaptar los algoritmos existentes con el fin de acomodar a datos vectoriales [5].

El procesamiento vectorial puede tener dos enfoques:

- El enfoque basado en relación de pre-orden.
- El enfoque basado en relación de orden.

El enfoque basado en relación de pre-orden, es el conjunto de enfoques que no cumplen la propiedad antisimétrica. Así colores distintos eventualmente pueden llegar a ser equivalentes. De manera a resolver las ambiguedades existentes, es necesario medidas adicionales. El método principal de ordenamiento de este enfoque está basado en el Ordenamiento Reducido (Ordenamiento R), donde los colores son reducidos a valores escalares correspondientes a su norma, o distancia a algún color de referencia.

El enfoque basado en relación de orden, a su vez puede ser parcial o total. Si la relación es parcial, existirán colores que no podrán ser comparados.

La relación de orden total presenta dos principales ventajas. Primero, todos los colores son comparables, y segundo, no existen colores distintos que pueden ser equivalentes. Debido a esto, la mayoría de los trabajos están basados en enfoques de relación de orden total [5]. En particular, el orden lexicográfico (Ordenamiento C), junto con sus variantes se encuentra entre las opciones más implementadas.

3.4. Matemática morfológica

Las operaciones de matemática morfológica están basadas en dos operadores básicos: erosión y dilatación. Ambos operadores son filtros que se pueden definir a partir del mínimo y el máximo dentro de una ventana llamada elemento estructurante [57]. A partir de la erosión y la dilatación se puede extender toda la matemática morfológica. Los operadores morfológicos deben de cumplir ciertas propiedades de manera teórica, como ser anti-extensivo o extensivo, idempotentes, homotópicos y crecientes [57].

Dada una imagen digital f y una ventana B, llamada elemento estructurante. La erosión (ε) y la dilatación (δ) de la imagen f por B puede expresarse como:

$$\varepsilon(f,B)(u,v) = \min_{(s,t)\in B} \{f(u-s,v-t) + B(s,t)\}$$
 (2)

$$\delta(f, B)(u, v) = \max_{(s, t) \in B} \{ f(u + s, v + t) - B(s, t) \}$$
 (3)

Denotamos $\delta(f,B)$ y $\varepsilon(f,B)$ como la dilatación y la erosión respectivamente para todos los pixeles (u,v) de la imagen f. La combinación de la erosión y dilatación produce otros operadores como la apertura y el cierre. La apertura suaviza las regiones brillantes de la imagen. El cierre suaviza las zonas oscuras de la imagen. La apertura \circ y el cierre \bullet de f por B son definidas basadas en dilatación y erosión como sigue:

$$f \circ B = \delta(\varepsilon(f, B), B), \tag{4}$$

$$f \bullet B = \varepsilon(\delta(f, B), B). \tag{5}$$

Basado en la apertura y el cierre, se define la transformada top-hat. La transformada top-hat clara (WTH) podría extraer regiones brillantes de la imagen y la transformada top-hat oscura (BTH) podría extraer zonas oscuras. Las transformadas WTH y BTH son definidas para una imagen f como sigue:

$$WTH(f) = f - f \circ B, (6)$$

$$BTH(f) = f \bullet B - f. \tag{7}$$

La extensión de la matemática morfológica imágenes a color es todavía un problema abierto [7], principalmente por el incoveniente de que no existe un orden natural entre los vectores, y que los colores pueden representarse de diversas formas (formando distintos espacios de color). Al no exister un orden natural entre los colores, no es sencillo definir los operadores básicos de erosión y dilatación.

En la siguiente sección se presenta una estrategia de ordenamiento de colores RGB, teniendo en cuenta métricas extraidas de cada componente de color, de manera a establecer ponderaciones de los componentes a partir de información propia de la imagen.

4. Ordenamiento propuesto

A partir de la imagen RGB se define la función histograma, la cual corresponde a la distribución de frecuencia de los valores que puede tomar una imagen f, ya sea en un plano o en 3 dimensiones (R, G, B). El histograma del j-ésimo componente de la imagen a color f (R, G o B) es una función discreta $h_{f_i}^D$ definida como:

$$h_{f_i}^D(i) = n_i, (8)$$

donde i representa el i-esimo nivel de intensidad en el rango $\{0,1,...,2^k-1\}$ del componente j, y n_i es el número de pixeles en la imagen f cuyo nivel de intensidad es i en el componente j dentro del dominio D (subconjunto de pixeles (u,v) dentro de la imagen f).

La probabilidad de aparición $p_{f_j}^D(i)$ de cada nivel de intensidad i en el componente j de la imagen f dentro del dominio D es definida como:

$$p_{f_j}^D(i) = \frac{h_{f_j}^D(i)}{n},\tag{9}$$

Donde $n = n_0 + n_1 + ... + n_{255}$, es decir la cantidad total de pixeles de la imagen f dentro del dominio D.

De manera a evitar darle la mayor prioridad a un componente del vector que representa el color, se ubica un nuevo valor en la primera posición de la cascada lexicográfica correspondiente a una transformación obtenida a partir de métricas asociadas a cada componente (R, G, B). Los colores RGB son reducidos a un valor escalar. Para tal efecto, se define primero una transformación $T: \mathbb{Z}^3 \to \mathbb{R}$ y luego se ordena los colores con respecto al orden escalar de su proyección en \mathbb{Z}^3 por T. La reducción de un color $C = (C_1, C_2, C_3)$ se consigue por medio del producto interno del color C con un vector de pesos $w = (w_1, w_2, w_3)$, es decir:

$$T(C) = \sum_{l=1}^{3} (w_l \times C_l)$$
 (10)

donde l es el índice del componente del color C y $w_l \in \mathbb{R}$

Dos colores, $C = (C_1, C_2, C_3)$ y $C' = (C'_1, C'_2, C'_3)$, con $C \neq C'$, pueden tener la misma transformación, es decir T(C) = T(C'). Por lo tanto, la transformación se utiliza como primer componente del orden lexicográfico:

$$C \le C' \Leftrightarrow [T(C), C_1, C_2, C_3] \le_L [T(C'), C_1', C_2', C_3']$$
(11)

donde \leq_L indica la relación \leq según el orden lexicográfico.

Oportunamente, después de la transformación se podría variar el orden de prioridad de los componentes de color. Los valores del vector w son obtenidos de aplicar una función $\phi \in \mathbb{R}$ sobre el histograma de cada componente en un dominio D de la imagen f, es decir $w_1 = \phi(h_{f_1}^D), \ w_2 = \phi(h_{f_2}^D), \ w_3 = \phi(h_{f_3}^D), \ \text{con } f_1 = \text{componente } R, \ f_2 = \text{componente } G \ \text{y} \ f_3 = \text{componente } R$

La función ϕ puede ser obtenida a tráves de aplicarle cualquier métrica (por ejemplo estadística) al histograma de cada componente (R,G,B), de manera de darle mayor peso a aquel componente cuya métrica tenga mayor valor en un dominio D específico (puede ser toda la imagen o parte de la misma).

5. Resultados experimentales

En esta sección se llevará a cabo una serie de pruebas comparativas, con el fin de medir los rendimientos relativos de diferentes métodos de ordenamiento del estado del arte junto al ordenamiento propuesto, en tres aplicaciones de procesamiento de imágenes. Las aplicaciones seleccionadas fueron la eliminación de ruido, estiramiento de contraste y caracterización texturas para su posterior clasificación. Más precisamente los métodos de ordenamiento que participaron de las diferentes pruebas fueron: el ordenamiento lexicográfico clásico, el ordenamiento α -lexicográfico [77], el ordenamiento α -modulo lexicográfico [4], ordenamiento lexicográfico $I \rightarrow H \rightarrow S$, (Href = 0) [50], la distancia euclidiana al color (0,0,0) en el espacio de color L*a*b* y RGB [51], y el entrelazado de bits [21]. Todas las imágenes utilizadas en las diferentes pruebas fueron de 8 bits.

La función ϕ aplicada al histograma de cada componente j de la imagen f en todas las pruebas son:

 Promedio (Me): Es la sumatoria de todos los niveles de intensidades i que aparecen en el dominio D sobre la cantidad total n de pixeles que se encuentran en D:

$$Me(h_{f_j}^D) = \sum_{i=0}^{255} \frac{i \times h_{f_j}^D(i)}{n},$$
 (12)

Donde $n = n_0 + n_1 + ... + n_{255}$.

■ Mínimo(Min): es el menor nivel de intensidad i en el dominio D:

$$Min(h_{f_j}^D) = \min\{i | h_{f_j}^D(i) > 0\}$$
 (13)

■ Máximo(Max): es el mayor nivel de intensidad i en el dominio D:

$$Max(h_{f_i}^D) = \max\{i | h_{f_i}^D(i) > 0\}$$
 (14)

■ Moda Minimo $(minM_o)$: es el menor nivel de intensidad i que aparece más veces en el dominio D, es decir el menor nivel de intensidad i que tiene mayor $p_{f_i}^D(i)$:

$$minM_o(h_{f_j}^D) = min\{i|h_{f_j}^D(i) \ge h_{f_j}^D(i'), \forall i \ne i'\}$$
 (15)

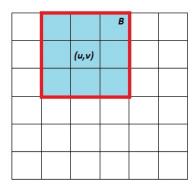


Figura 3: Vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el pixel (u, v)

■ Moda Máximo $(maxM_o)$: es el mayor nivel de intensidad i que aparece más veces en el dominio D, es decir el mayor nivel de intensidad i que tiene mayor $p_{f_i}^D(i)$:

$$max M_o(h_{f_j}^D) = \max\{i | h_{f_j}^D(i) \ge h_{f_j}^D(i'), \forall i \ne i'\}$$
(16)

 Varianza (Var): es la varianza de los niveles de intensidad i en el dominio D:

$$Var(h_{f_j}^D) = \sum_{i=0}^{255} \frac{h_{f_j}^D(i) \times (i - Me(h_{f_j}^D))^2}{n}$$
 (17)

 Suavidad(R): Medida de suavidad relativa de la intensidad en el dominio D:

$$R(h_{f_j}^D) = 1 - \frac{1}{1 + Var(h_{f_j}^D)}$$
(18)

Un parámetro a ser definido es el dominio a ser tenido en cuenta para el cálculo de los pesos w_l . Las distribuciones de dominio que fueron empleadas para las diferentes aplicaciones son explicadas a continuación.

5.1. Vecindario como Dominio

El dominio D donde se aplica la función ϕ aplicada al histograma de cada componente $h_{f_j}^D$ es la propia ventana B (llamado elemento estructurante para matemática morfolólogica) donde se hace la operación del filtro no lineal. En la Figura 3 se puede observar un dominio D correspondiente a un vecindario B de tamaño 3×3 centrado en el pixel (u,v).

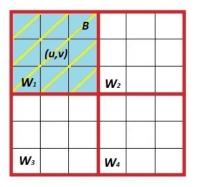


Figura 4: Dominio cuando la ventana toca una subregión

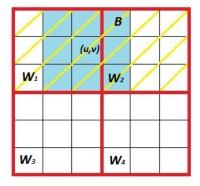


Figura 5: Dominio cuando la ventana toca más de una sub-región.

5.2. División de la imagen en sub-regiones

La imagen f se divide en sub-regiones $W_1, W_2, \dots W_x$, de manera a obtener información local de la imagen.

Sea B una ventana o elemento estructurante, el dominio D correspondiente a la ventana B centrada en (u,v) es el conjunto de sub-regiones $W_{\{1,2,\ldots,x\}}$, que tocan algún pixel de B.

En la Figura 4 la imagen se divide en 4 sub-regiones: W_1, W_2, W_3, W_4 . La región delimitada por la ventana B se encuentra sombreada. Como puede verse, el dominio D sobre el cual se calcularán los pesos w_l para B será la zona correspondiente a la sub-region W_1 .

Cabe destacar que la ventana del filtro no tiene por qué ser de igual tamaño que las sub-regiones, como en este caso. En la Figura 5 se puede observar como el dominio D de donde se calcularán los pesos pertenece a la unión de las sub-regiones W_1 y W_2 , ya que la ventana B toca ambas. Esto se realiza para evitar que en el momento de la comparación dos colores iguales puedan tener distintos valores, afectados por los pesos que vengan de dos sub-regiones distintas.

En el caso que el usuario solo seleccione tener una sub-región, es decir no dividir la imagen f, los pesos serán calculados teniendo en cuenta toda la imagen f como dominio D.

En nuestros pruebas, las imágenes de entradas de tamaño $M \times N$ pixeles, son divididas en sub-regiones $W_{\{1,2,...,x\}}$ de $\left\lfloor \frac{M}{M'} \right\rfloor$ filas y $\left\lfloor \frac{N}{N'} \right\rfloor$ columnas, donde $\left\lfloor . \right\rfloor$ denota la función piso. De esta forma, tenemos una nueva matriz de M' filas y N' columnas, cuyo elemento es una sub-region W_l .

5.3. Aplicación 1: Eliminación de ruido

Ruido es un término utilizado para denominar a las modificaciones indeseadas que puede sufrir una señal de cualquier naturaleza durante su captura, almacenamiento, transmisión, procesamiento o conversión [65].

El ruido en imágenes es un producto indeseable que agrega información errónea y ajena a las mismas. El ruido se presenta en las imágenes digitales en forma de variaciones aleatorias en el brillo o información de color. Varios modelos matemáticos han sido desarrollados de modo a simular la generación de los distintos tipos de ruido existentes.

5.3.1. Ruidos Utilizados

Dadas una imagen de entrada f, la imagen f' resultante de contaminar a f con cierto tipo de ruido y un vector $z = (z_1, z_2, z_3)$ en el que cada elemento z_l corresponde a una variable aleatoria; se define a los principales modelos de ruido como sigue:

 Ruido gaussiano: es un ruido estadístico aditivo con función de densidad de probabilidad gaussiana [24].
 El ruido gaussiano se expresa de la siguiente forma:

$$f'(x,y) = f(x,y) + z \tag{19}$$

donde cada componente z_l es una variable aleatoria con distribución normal, promedio μ , varianza σ^2 y representa al valor de ruido agregado.

Ruido speckle: es un ruido multiplicativo con función de densidad de probabilidad uniforme, definido como sigue:

$$f'(x,y) = f(x,y) + z * f(x,y)$$
(20)

donde el operador * simboliza el producto Hadamard o elemento a elemento. Cada elemento z_l es una variable aleatoria uniformemente distribuida con promedio μ y varianza σ^2 .

• Ruido sal y pimienta: este ruido, a diferencia de los ruidos gaussiano y speckle, no es aditivo ni multiplicativo con respecto a los valores de la imagen original. En las imágenes afectadas con ruido sal y pimienta los valores originales son reemplazados por valores brillantes (sal) o valores oscuros (pimienta), que corresponden a impulsos dentro de la señal. Los píxeles sal poseen el mínimo valor posible (cero) y los valores de los píxeles pimienta el máximo valor posible $(2^k-1, donde k es la cantidad de bits utiliza$ dos para representar la intensidad de cada componente de color). El ruido sal y pimienta no afecta a todos los píxeles dentro de una imagen, como sucede con los ruidos gaussiano y speckle. La cantidad de píxeles de una imagen que son afectados por el ruido sal y pimienta depende del parámetro de probabilidad de ruido p, el cual se encuentra en el intervalo

El ruido sal y pimienta se modela de la siguiente forma:

$$f'(x,y) = \begin{cases} s & \text{, con probabilidad } p/2 \\ r & \text{, con probabilidad } p/2 \\ f(x,y) & \text{, con probabilidad } 1-p \end{cases} \tag{21}$$

donde:

[0, 1].

s=(0,0,0) representa al ruido sal, $r=(2^k-1,2^k-1,2^k-1)$ representa al ruido pimienta.

En la Figura 6(a) se puede observar una imagen que es contaminada con ruido gaussiano (6(b)), ruido speckle (6(c)), con ruido sal y pimienta (6(d)).

De manera a evaluar el filtro con los diferentes tipos de ordenamiento, se propone utilizar una métrica utilizada en estadística para medir que tan cerca están los pronósticos o predicciones de los resultados reales [75].

Dadas una imagen f y su imagen filtrada g de dimensiones $M \times N$, el error absoluto promedio de la imagen filtrada está dado por:

$$MAE(f,g) = \frac{1}{3 \times M \times N} \sum_{j=1}^{3} d_j$$
 (22)

donde:

$$d_{j} = \sum_{\substack{u \in \{1,\dots,M\}\\v \in \{1,\dots,N\}}} |[f(u,v)]_{j} - [g(u,v)]_{j}|$$
(23)

5.3.2. Resultados

A continuación se listan los códigos utilizados para abreviar los nombres de los métodos de ordenamiento que fueron objeto de experimentación:

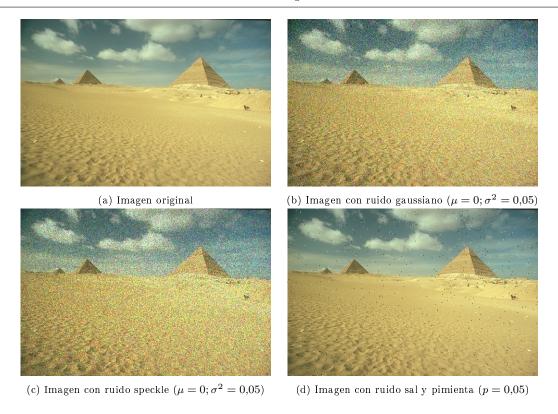


Figura 6: Imagen con diferentes tipos de ruidos.

- ED: Se utiliza la Distancia Euclidiana RGB como método de ordenamiento de los colores [51].
- BM: Se utiliza el Entrelazado de Bits RGB como método de ordenamiento de los colores [21].
- LEX: Se utiliza el ordenamiento lexicográfico RGB para ordenar los colores .
- ALEX: Se utiliza el ordenamiento α-lexicográfico RGB [77] para ordenar los colores.
- AMLEX: Se utiliza el α-modulo lexicográfico RGB
 [4] para ordenar los colores.
- HLEX, se utiliza el ordenamiento Lexicográfico $I\rightarrow H\rightarrow S$ para ordenar los colores.
- DLAB, se utiliza la Distancia en L*a*b* como método de ordenamiento [51].
- MIN: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde: $w = (Min(h_{f_1}^D), Min(h_{f_2}^D), Min(h_{f_3}^D)).$
- MAX: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
- $$\begin{split} w &= (Max(h_{f_1}^D), Max(h_{f_2}^D), Max(h_{f_3}^D)). \\ \bullet & \text{MO1: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta} \\ & \text{transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:} \\ & w &= (minM_o(h_{f_1}^D), minM_o(h_{f_2}^D), minM_o(h_{f_3}^D)). \end{split}$$

- MO2: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde:
- $w = (maxM_o(h_{f_1}^D), maxM_o(h_{f_2}^D), maxM_o(h_{f_3}^D)).$ SMO: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde: $w = (R(h_{f_1}^D), R(h_{f_2}^D), R(h_{f_3}^D)).$
- MEAN: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde: $w = (Me(h_{f_1}^D), Me(h_{f_2}^D), Me(h_{f_3}^D)).$
- VAR: se utiliza la ecuación 10 para agregar esta transformación como primer componente de la cascada lexicográfica RGB, donde: $w = (Var(h_{f_1}^D), Var(h_{f_2}^D), Var(h_{f_3}^D))$.

El filtro utilizado para eliminar los diferentes tipos de ruido fue la mediana. Este filtro consiste en ordenar los colores dentro de la ventana del filtro, y seleccionar el valor del medio para remplazar en la imagen de salida. De manera a evitar tener un falso color, el tamaño de la ventana del filtro suele ser impar (en nuestras pruebas de 3×3). Las pruebas fueron realizadas con 100 imágenes diferentes (imágenes de prueba de [10]), contaminándolas con los ruidos: gaussiano, speckle, sal y pimienta. En el caso de los ruidos gaussiano y speckle se



Figura 7: Ruido gaussiano ($\mu = 0; \sigma^2 = 0.105$)

mantuvo el parámetro $\mu=0$ y se varió el parámetro σ^2 entre 0,005 y 0,165, con incrementos de 0,02. En el caso del ruido sal y pimienta, el parámetro de probabibilidad p se varió con los mismos valores del parámetro σ^2 de los ruidos gaussiano y speckle.

La Figura 7 corresponde a la imagen original de la Figura 6 con $\sigma^2=0{,}105$ y $\mu=0$. El resultado de aplicar los filtros de orden propuestos y el resto de los filtros evaluados sobre la imagen contaminada puede verse en la Figura 8.

Cabe resaltar que las imágenes filtradas con el orden propuesto y con los diferentes pesos son mejores visualmente a los del estado del arte, pero son perceptualmente muy parecidas entre si, la diferencia entre ellas se evidencia en los resultados numéricos expuestos más adelante en esta sección.

Por cada ruido y métrica se presenta una tabla de resultados y un gráfico de curvas de tendencia de cada filtro con respecto a la variación del parámetro de ruido (σ^2 para ruido gaussiano y speckle, y p para ruido sal y pimienta). Cada punto representa al promedio de métrica obtenido por ese filtro para un cierto valor de parámetro de ruido (σ^2, MAE) o (p, MAE). La curva correspondiente a un filtro se obtiene uniendo a cada par de puntos sucesivos de dicho filtro con la línea (recta) que pasa por ambos puntos. Esto se hace de forma a poder visualizar la tendencia como una función continua. Las tablas de resultados ordenan a los filtros según la suma total de todos los puntos en el gráfico de curvas. Los filtros que aparecen en los primeros lugares de las tablas son aquellos que poseen los menores valores de la sumatoria total de MAE obtenida por cada filtro. En algunos casos, los filtros del estado del arte se comportan mejor para menores valores de parámetro de ruido pero se ven superados por los filtros propuestos para mayores valores de parámetro de ruido.

Los resultados de esta sección diferencian a los filtros de orden de cada peso de acuerdo a su configuración de dominio. Como referencia, a los códigos de los filtros propuestos se les agrega el sufijo "WX", donde X es un número que representa la cantidad de sub-regiones en que fue dividida la imagen, con $M' = \sqrt{X}$ y $N' = \sqrt{X}$. Cuando el vecindario (marcado por la ventana del filtro) es el dominio, se utiliza el sufijo "B".

Cuadro 1: Ruido gaussiano. Sumatoria de MAE por σ^2

Filtro	Suma
SMOW9	204,1807
MAXW9	204,182
VARW9	204,2071
MEANB	204,2333
MEANW9	204,2333
MAXB	204,3576
SMOB	204,5693
ED	204,7305
VARB	204,9878
MO2B	205,3976
$_{ m BM}$	208,4018
MINB	208,5482
MO1B	208,5818
HLEX	211,6824
AMLEX	212,1728
MO2W9	212,1857
MO1W9	212,196
ALEX	212,9069
LEX	214,813
MINW9	215,2299
DLAB	226,3062

Cuadro 2: Ruido sal y pimienta. Sumatoria de MAE por p

Filtro	Suma
ED	52,1052
MAXB	52,2144
SMOB	52,2207
VARW9	52,2314
VARB	52,234
MEANB	52,235
MEANW9	52,235
MO2B	52,2349
MAXW9	52,2361
SMOW9	52,2365
BM	52,3259
MO1B	52,336
MINB	52,3643
MO2W9	52,3724
MO1W9	52,3742
MINW9	52,6715
ALEX	52,6865
LEX	52,725
HLEX	52,9079
DLAB	53,5125
AMLEX	53,5607

En la Figura 9 se observan las curvas de tendencia de los filtros aplicados sobre imágenes contaminadas con ruido gaussiano. Como puede observarse, para el ruido

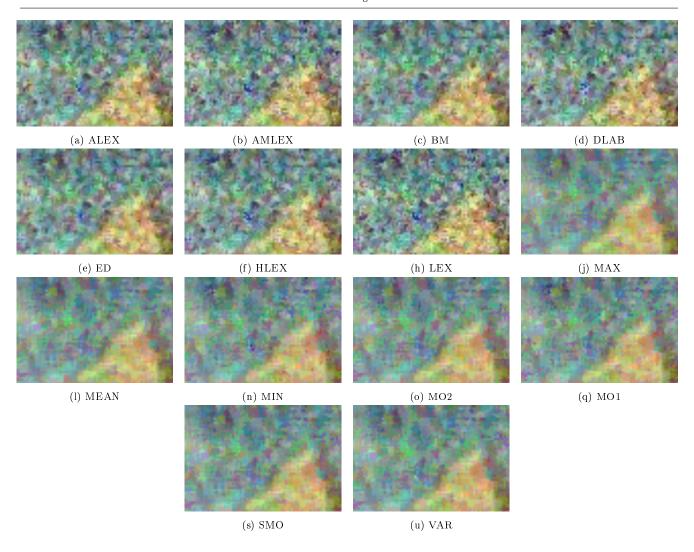


Figura 8: Resultados de aplicar los distintos filtros evaluados sobre la imagen de la Figura 7. La imagen fue dividida en sub-regiones de 5×5 .

gaussiano, el mejor filtro resultó la propuesta utilizando SMO, MAX, VAR y MEAN para el cálculo de vector de pesos. El Cuadro 1 contiene la suma total de los puntos en la curva de tendencia por método de ordenamiento.

La Figura 10 muestra las curvas de tendencia de los filtros aplicados sobre imágenes contaminadas con ruido sal y pimienta. En este caso el filtro que obtuvo el menor promedio general y cuya curva se ubicó debajo de todas las demás fue ED. Los filtros MAX, SMO, VAR y MEAN obtuvieron mejor rendimiento después de ED. En el Cuadro 2 contiene la suma total de los puntos en la curva de tendencia por método de ordenamiento.

En la Figura 11 se encuentran las curvas de tendencia de los filtros aplicados sobre imágenes contaminadas con ruido speckle. Los filtros SMO, MAX y VAR obtuvieron los mejores resultados. El filtro SMOW9 obtuvo los mejores resultados para todos los puntos de la cur-

va. El filtro ED resultó el mejor filtro del estado del arte. El Cuadro 3 contiene la suma total de los puntos en la curva de tendencia por método de ordenamiento ordenados de manera ascendente.

Las dos siguientes aplicaciones utilizan matemática morfológica. Los operadores no son puramente morfológicos, ya que no se puede garantizar sus propiedades teóricas, como la idempotencia para la apertura y el cierre. En la Figura 12 se puede observar un contraejemplo, donde el operador apertura no es idempotente $(f \circ B \neq (f \circ B) \circ B)$. A la imagen sintética en la Figura 12(a) se le aplica una apertura con un elemento estructurante 3 x 3, donde el dominio D de la imagen es el propio vecindario del elemento estructurante, y la función aplicada a cada componente de color es el promedio dentro de D, dando como resultado la imagen en la Figura 12(b). A la imagen de la Figura 12(b) se le

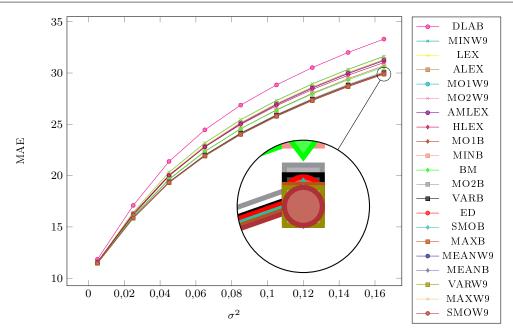


Figura 9: Ruido gaussiano. MAE por σ^2

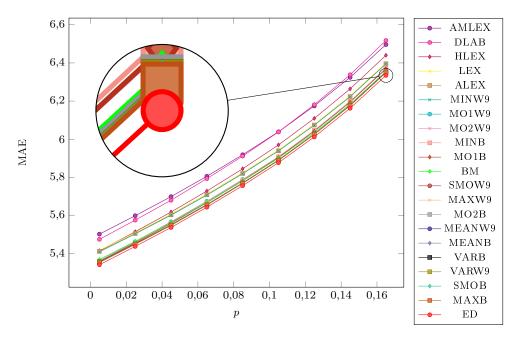


Figura 10: Ruido sal y pimienta. MAE por p

aplica de nuevo el operador apertura con el mismo elemento estructurante y donde el dominio D es también el propio vecindario del elemento estructurante, dando como resultado la imagen en la Figura 12(c). La imagen resultante no es igual a la anterior, esto se puede visualizar en la imagen 12(c), que es el resultado de realizar la diferencia entre ambas imágenes. De esta manera se demuestra que el operador apertura no es idempotente, sucediendo lo mismo para el operador cierre.

Esto se debe que un color puede ser mayor o menor a otro color en un dominio D, pero no serlo en otro dominio, debido a que la información extraida en forma de pesos (resultado de aplicarle una función) puede ser distinta. Incluso en el mismo dominio pero en la siguiente iteración (producto de aplicarle de nuevo el mismo operador) pueden varian los pesos, ya que también la información extraida varia de una iteración a otra. En la literatura estos operadores son llamados pseudo-operadores [32, 7, 8, 3, 22].

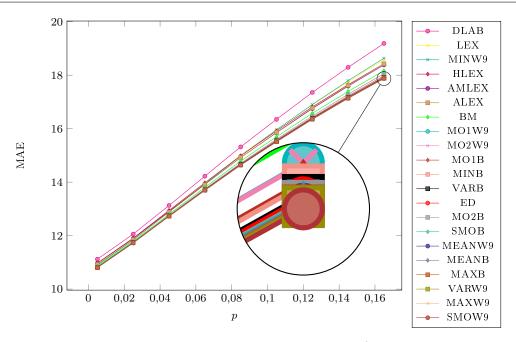


Figura 11: Ruido speckle. MAE por σ^2

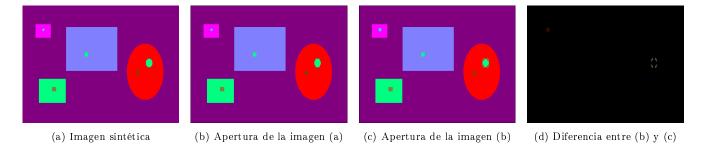


Figura 12: Un contra-ejemplo que demuestra que la apertura no es idempotente con el ordenamiento propuesto.

La transformada top-hat es ampliamente utilizada en diferentes aplicaciones [60, 47, 59, 13, 14, 12]. Como mencionamos anteriormente la transformada top-hat blanca extrae las regiones brillantes de la imagen y la transformada top-hat extrae las zonas oscuras de la imagen

5.4. Aplicación 2: Mejoramiento de contraste

Una idea básica de mejoramiento de contraste de la imagen f es añadir las regiones brillantes de la imagen f y sustraer las regiones oscuras de la imagen f como sigue [60]:

$$Contraste(f) = f + WTH(f) - BTH(f)$$
 (24)

La efectividad de la aplicación del mejoramiento del contraste se determina utilizando el método denominado Color Enhancement Factor (CEF) que cuantifica el nivel de mejora del contraste de una imagen cómo se menciona en [61]. Este método aplicado a la imagen f esta basado en la media y la desviación estandar de dos ejes de una sencilla representación de color contrario con $\gamma = f_1 - f_2$ y $\beta = \frac{1}{2}(f_1 + f_2) - f_3$. La ecuación 25 representa el nivel de mejora del contraste de la imagen f de la siguiente forma:

$$CM(f) = \sqrt{\sigma_{\gamma}^2 + \sigma_{\beta}^2} + \sqrt{\mu_{\gamma}^2 + \mu_{\beta}^2}$$
 (25)

Donde σ_{γ} y σ_{β} corresponden a la desviación estándar de γ y β respectivamente. De manera similar, μ_{γ} y μ_{β} corresponde a la media respectivamente.

Entonces el CEF se calcula por medio de la razón entre la imagen f' y la imagen original f:

$$CEF = \frac{CM(f')}{CM(f)} \tag{26}$$

Cuadro 3: Ruido speckle. Sumatoria de MAE por σ^2

Filtro	Suma
SMOW9	204,1807
MAXW9	204,182
VARW9	204,2071
MEANB	204,2333
MEANW9	204,2333
MAXB	204,3576
$_{\mathrm{SMOB}}$	204,5693
$_{ m ED}$	204,7305
VARB	204,9878
MO2B	205,3976
$_{ m BM}$	208,4018
MINB	208,5482
MO1B	208,5818
HLEX	211,6824
AMLEX	212,1728
MO2W9	212,1857
MO1W9	212,196
ALEX	212,9069
LEX	214,813
MINW9	215,2299
DLAB	226,3062

Donde CM(f') es el valor obtenido de la imagen contrastada f' producto de aplicar la ecuación 25 y CM(f) representa el resultado de aplicar la ecuación 25 a la imagen original f. Si el resultado es > 1 entonces la métrica de la ecuación 26 indica una mejora en el contraste, de lo contrario, la métrica indica que no hay una mejora del contraste.

5.4.1. Resultados

Las pruebas fueron realizadas con 100 imágenes de prueba de [10] y se utilizaron las mismas abreviaciones que en el experimento anterior para diferenciar los métodos de ordenamiento con diferente descomposición de dominio. En el Cuadro 4 se puede ver los resultados de las distintas iteraciones (iter) del algoritmo de mejora de contraste (aplicar varias veces la ecuación 24 a la misma imagen). Se observa que SMOB tiene mejores resultados en todas la iteraciones, le sigue la Varianza VARB y luego siguen los demas métodos. La mejora utilizando SMOB a medida que crece la cantidad de iteraciones es aproximademente del 3 % y la diferencia con el segundo y el tercero del 0,30 % y 2,25 % en promedio en cada una de la iteraciones. Se puede constatar que a medida que se aumenta la cantidad de iteraciones tambien mejora más el contraste según la métrica mencionanda, siendo también importante el dominio y el método de ordenamiento utilizado.

En la Figura 13 se puede ver un ejemplo de mejora de contraste de una imagen, a la cual se le aplicó 4 iteraciones de la ecuación 24 con el método de ordenamiento propuesto utilizando SMO para el cálculo de

Cuadro 4: Mejora de Contraste

METODO	iter1	it er2	it er3	it er4
SMOB	1,03482	1,03482	1,06084	1,08889
VARB	1,0329	1,0329	1,05798	1,0852
MO2W9	1,02047	1,02047	1,03668	1,05426
MO1W9	1,02045	$1,\!02045$	1,03664	1,05421
SMOW9	1,0203	1,0203	1,03639	1,05369
MAXW9	1,02023	1,02022	1,03629	1,05364
BM	1,01997	1,01997	1,03576	1,05273
MINW9	1,01992	1,01991	1,03573	1,05295
ED	1,01989	1,01989	1,0356	1,05265
AMLEX	1,01988	1,01987	1,0352	1,05159
MEANW9	1,01986	1,01986	1,03567	1,05277
MO1B	1,01937	1,01937	1,03497	1,05197
MAXB	1,01928	1,01928	1,03493	1,05199
MO2B	1,01922	1,01922	1,03481	1,05182
MEANB	1,01912	1,01912	1,03461	1,0514
LEX	1,01909	1,01909	1,03369	1,04908
ALEX	1,01909	1,01909	1,03369	1,04908
MINB	1,01908	1,01908	1,03448	1,05128
DLAB	1,01756	1,01756	1,03049	1,04426
HLEX	1,00743	1,00743	1,0128	1,01863
VARW3	0,99727	0,99725	0,98268	0,98489

los pesos. La imagen resultante claramente es mucho más contrastada que la imagen original.

5.5. Aplicación 3: Clasificación de texturas

El problema de caracterización y clasificación de textura consta de dos pasos. En una primera instancia, se calculan características de una imagen que permitan describir numéricamente sus propiedades de textura por medio de un vector de características o descriptor. Posteriormente es asignada una clase de textura de acuerdo criterios de similaridad entre los descriptores [31].

La granulometría y la covarianza morfológica son las principales herramientas morfológicas de caracterización de textura, ambas utilizan distribuciones de intensidad para describir las propiedades de las texturas [37].

La manera en que la información de color y textura es incorporada al descriptor es estudiada en [52, 66]. En este trabajo las herramientas morfológicas utilizan el enfoque integrativo donde la información de color y textura son procesadas conjuntamente.

La granulometría fue propuesta en [45] y es aplicado en la extracción de características y la estimación de tamaño [73, 60]. Consiste en una familia de aperturas $f \circ \lambda B$ de n+1 elementos incluyendo la imagen de entrada. Está parametrizada por el tamaño λ creciente del elemento estructurante $(0 \le \lambda \le n)$. Los valores son recolectados por una medida de evaluación que usualmente es el volumen (Vol):





Figura 13: (a) Imagen con mejora de contraste aplicando 4 veces la ecuación 24 con el método de ordenamiento propuesto

(b) Imagen Mejorada

$$G_i^n(f,\lambda) = \text{Vol}([f \circ \lambda B]_i) / \text{Vol}(f_i)$$
 (27)

Donde j es el j-ésimo componente de la imagen a color f y el volumen está definido como:

$$Vol(f_j) = \sum_{\substack{u \in \{1, \dots, M\} \\ v \in \{1, \dots, N\}}} [f(u, v)]_j$$
(28)

La covarianza morfológica propuesta en [45, 44] denotada por K de una imagen f, está definida como el volumen de la imagen f, luego de aplicarse la erosión ε a partir de un par de pixeles (u,v) y (u',v') separados por un vector \mathbf{v} denotado por $P_{2,\mathbf{v}}$.

En la práctica K es calculado aplicando la erosión ε a la imagen original f con el elemento estructurante $P_{2,\mathbf{v}}$ variando orientaciones y longitudes de \mathbf{v} , donde n es el número de variaciones de \mathbf{v} . Su versión normalizada está dada por :

$$K_i^n(f, P_{2, \mathbf{v}}) = \text{Vol}([\varepsilon(f, P_{2, \mathbf{v}})]_j) / \text{Vol}(f_j)$$
(29)

Permite obtener una distribución de orientación y distancia de una imagen de textura [6].

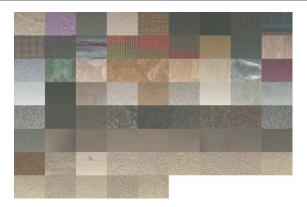


Figura 14: Muestras de textura OutexTC13

El método de ordenamiento utilizado para dar soporte a las herramientas morfológicas de caracterización de textura, inciden en los porcentajes de clasificación. Esto es debido a que las distribuciones de intensidad utilizadas como descritores de textura, varían de acuerdo a las imágenes intermedias. Estas imágenes intermedias son resultado de la aplicación de un filtro morfológico.

5.5.1. Resultados

Las pruebas fueron realizadas con la base de datos OutexTC13 compuesta por 1360 imágenes de dimensiones 128×128 píxeles, con 68 clases de texturas de superficies (Figura 14) con 20 muestras de cada clase, donde el 50 % de cada clase es el conjunto de entrenamiento. Totalizan 680 imágenes de entrenamiento y prueba respectivamente [49]. El clasificador utilizado fue el k-nn (k-nearest neighbors) utilizando distancia euclídea con k=1.

La finalidad del experimento fue obtener los porcentajes de clasificación utilizando los métodos de ordenación expuestos. Se evaluaron varios parámetros estadísticos en la estrategia de orden propuesta en este trabajo. En las pruebas de granulometría se han utilizado elementos estructurantes de forma cuadrada de tamaño λ y de lado $2\lambda + 1$ píxeles, variando λ de 1 a 15. Para cada elemento de la serie se calculan 15 valores para cada canal que posteriormente se concatenan. La elección del incremento simple de λ , está basado en que los incrementos menores proveen mejores resultados de clasificación [72]. Con respecto a la configuración de los parámetros de la propuesta, cada muestra de textura fue dividida en 2×2 sub-regiones y denotado por el sufijo W4. Esta división permite que cada muestra de textura sea dividida en partes iguales y perceptualmente similares. Se denota con el sufijo B cuando el dominio de la imagen es el propio elemento estructurante.

Cuadro 5: Resultados de clasificación por Métodos de Ordenamiento

	% Clasificados correctamente			
Ordenación	Covarianza	Granulometría		
$_{\mathrm{BM}}$	$79,\!56$	77,79		
ED	81,91	84,11		
LEX	79,74	80,15		
ALEX	76,32	69,12		
AMLEX	81,62	81,30		
HLEX	83,97	77,35		
DLAB	84,26	72,35		
MEANW4	81,47	78,97		
SMOW4	82,50	85,44		
MO1W4	81,76	82,65		
MO2W4	80,44	80,01		
MAXW4	81,62	81,32		
MINW4	81,47	83,38		
$\overline{\text{VAR}}$	81,76	83,97		
MEANB	81,91	78,82		
SMOB	83,82	84,71		
MO1B	82,01	83,23		
$\overline{\text{MO2B}}$	81,21	81,36		
MAXB	81,32	81,06		
MINB	81,05	83,12		
VARB	83,09	82,21		

La covarianza morfológica requiere la variación de la dirección y la distancia entre el par de puntos que componen el elemento estructurante. Las direcciones utilizadas fueron 0°, 45°, 90°, 135°, en la práctica sólo estas direcciones son de importancia y perceptiblemente reconocibles [31]. Las distancias de separación utilizadas para cada dirección fueron desde 1 a 20 píxeles. Utilizando estas 4 direcciones y las 20 distancias se han generado 80 valores para cada canal, finalmente estos valores son concatenados para obtener el vector de características de la muestra de textura.

En el Cuadro 5 los tres mejores resultados de cada método fueron marcados en negrita. La Covarianza Morfológica con los ordenamientos HLEX y DLAB tienen rendimientos superiores de $\approx 1\%$ con respecto a SMOW4 que presenta el mejor rendimiento en el espacio RGB. Los resultados son consistentes con los experimentos realizados en [31] donde se obtienen mejores resultados en el espacio L*a*b en comparación al espacio RGB utilizando elementos estructurantes de longitud variante. Esto se debe a que en esos espacios de color la información cromática está separada de la luminosidad o intensidad. En experimentos mencionados en [17] sobre la percepción de la textura indican que la textura y el color se perciben de manera independiente. Con la granulometría el espacio RGB presenta mejores resultados con los ordenamientos SMOW4 y SMOB, ambos superiores al ordenamiento ED en ($\approx 1, 33\%$). Por otra

parte el ordenamiento ED provee resultados muy superiores a los ordenamientos BM, LEX, ALEX y AMLEX.

Los ordenamientos SMOW4 y SMOB (85,44%,84,71%) muestran los mejores resultados de clasificación (con granulometría) con respecto a los métodos de ordenamiento del estado del arte implementados. La división en 2×2 sub-regiones (W4) conducen a mejores resultados que usando B.

6. Conclusiones y Trabajo Futuro

En este trabajo se presenta una nueva estrategia de ordenamiento de colores RGB que es dependiente de la imagen. El ordenamiento se realiza por medio de extraer información del histograma de cada componente de color en cierto dominio de la imagen. Se presentaron dos estrategias de descomposición de dominios para extraer dicha información, una es extrayendo información de la misma ventana del filtro, y otra consiste en dividir la imagen en sub-regiones de mismo tamaño, tomando la unión de ellos para cuando la ventana del filtro toma más de una sub-región. Fueron realizadas pruebas para 3 aplicaciones de procesamiento de imágenes: Eliminación de ruido, estiramiento de contraste y caracterización texturas para su posterior clasificación. Para estas dos últimas aplicaciones se utiliza matemática morfológica. Los operadores morfologicos en este caso son pseudo-operadores, ya que se no puede garantizar ciertas propiedades teóricas, como la idempotencia. El filtro mediana fue utilizado para la eliminación de ruido, consiguiendo mejores resultados con algunos pesos extraidos a diferentes métodos del estado del arte, tanto para ruido gaussiano, como speckle. Para el ruido sal y pimienta la distancia euclidiana al origen en el espacio de color RGB en la métrica MAE dió mejores resultados al método propuesto con las diferentes informaciones extraidas de cada componente. Esto se debe a que el ruido sal está expresada por el valor mínimo en cada componente de color, y el ruido pimienta está expresado como el valor máximo en cada componente. De esta manera, si los colores de los pixeles se ordena por la distancia euclidiana, es bastante improbable que el filtro mediana seleccione un pixel que sea ruido. Para la aplicación de mejora de contraste el método propuesto se mostró más eficiente según la métrica CEF con diferentes pesos extraidos a partir de información de la imagen. Para la caracterización de texturas utilizando la Covarianza Morfológica con el ordenamiento lexicográfico $I \rightarrow H \rightarrow S$ [50] y la distancia euclidiana al color (0,0,0) en el espacio de color L*a*b* [51] tienen mejores rendimientos a la propuesta, demostrado en su mejor clasificación. El método propuesto utilizando la suavidad como peso para cada componente consigue mejores

resultados utilizando la granulometría como caracterización de texturas. Como trabajo futuro se propone hacer un análisis de la importancia de descomposición de dominios para extraer información de cada componente de color. Se podrían hacer más experimentos en diferentes aplicaciones como segmentación o fusión de imágenes a color. Se podrían extraer otro tipo de información por cada componente como la Entropía o la Energía.

Referencias

- Angulo J (2005) Morphological color processing based on distances. application to color denoising and enhancement by centre and contrast operators. In: Proc. of VIIP, pp 314–319
- Angulo J (2005) Unified morphological color processing framework in a lum/sat/hue representation. In: Mathematical Morphology: 40 Years On, Springer, pp 387–396
- Angulo J (2010) Pseudo-morphological image diffusion using the counter-harmonic paradigm. In: Advanced Concepts for Intelligent Vision Systems, Springer, pp 426–437
- Angulo J, Serra J (2003) Morphological coding of color images by vector connected filters. In: Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings. Seventh International Symposium on, IEEE, vol 1, pp 69–72
- 5. Aptoula E, Lefevre S (2007) A comparative study on multivariate mathematical morphology. Pattern Recognition 40(11):2914–2929
- Aptoula E, Lefèvre S (2007) On morphological color texture characterization. In: International Symposium on Mathematical Morphology (ISMM), pp 153–164
- 7. Aptoula E, Lefevre S (2007) Pseudo multivariate morphological operators based on α -trimmed lexicographical extrema. In: Image and Signal Processing and Analysis, 2007. ISPA 2007. 5th International Symposium on, IEEE, pp 367–372
- 8. Aptoula E, Lefevre S (2008) α -trimmed lexicographical extrema for pseudo-morphological image analysis. Journal of Visual Communication and Image Representation 19(3):165–174
- 9. Aptoula E, Lefevre S (2008) On lexicographical ordering in multivariate mathematical morphology. Pattern Recognition Letters 29(2):109–118
- Arbelaez P, Fowlkes C, Martin D (2007) The berkeley segmentation dataset and benchmark. see http://www eecs berkeley edu/Research/Projects/CS/vision/bsds

- 11. Astola J, Haavisto P, Neuvo Y (1990) Vector median filters. Proceedings of the IEEE 78(4):678–689
- 12. Bai X, Zhou F (2010) Analysis of different modified top-hat transformations based on structuring element construction. Signal Processing 90(11):2999–3003
- 13. Bai X, Zhou F (2010) Analysis of new top-hat transformation and the application for infrared dim small target detection. Pattern Recognition 43(6):2145–2156
- 14. Bai X, Zhou F (2010) Infrared small target enhancement and detection based on modified top-hat transformations. Computers & Electrical Engineering 36(6):1193–1201
- Barnett V (1976) The ordering of multivariate data.
 Journal of the Royal Statistical Society Series A (General) pp 318–355
- Benavent X, Dura E, Vegara F, Domingo J (2012) Mathematical morphology for color images: An image-dependent approach. Mathematical Problems in Engineering 2012
- Bianconi F, Harvey R, Southam P, Fernández A (2011) Theoretical and experimental comparison of different approaches for color texture classification. Journal of Electronic Imaging 20(4):043,006–043,006
- Bouchet A, Alonso P, Pastore JI, Montes S, Díaz I (2016) Fuzzy mathematical morphology for color images defined by fuzzy preference relations. Pattern Recognition
- Burgeth B, Kleefeld A (2013) Morphology for color images via loewner order for matrix fields. In:
 Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing, Springer, pp 243–254
- Busin L, Vandenbroucke N, Macaire L (2008) Color spaces and image segmentation. Advances in imaging and electron physics 151(1):1
- 21. Chanussot J, Lambert P (1997) Bit mixing paradigm for multivalued morphological filters. In: IEE conference publication, Institution of Electrical Engineers, vol 2, pp 804–808
- 22. Chen T, Wu Q, Rahmani-Torkaman R, Hughes J (2002) A pseudo top-hat mathematical morphological approach to edge detection in dark regions. Pattern Recognition 35(1):199–210
- 23. Comer ML, Delp EJ (1999) Morphological operations for color image processing. Journal of electronic imaging 8(3):279–289
- 24. Davenport WB, Root WL (1958) Random signals and noise. McGraw-Hill New York
- 25. Gao CJZXH, Hu XY (2013) An adaptive lexicographical ordering of color mathematical morphology. Journal of Computers 24(3)

- Gonzales RC, Woods RE, Eddins SL (2004) Digital image processing using MATLAB. Pearson Prentice Hall
- 27. van de Gronde JJ, Roerdink JB (2013) Groupinvariant frames for colour morphology. In: Mathematical Morphology and Its Applications to Signal and Image Processing, Springer, pp 267–278
- 28. Hanbury A, Serra J (2001) Mathematical morphology in the hls colour space. In: BMVC, Citeseer, pp 1–10
- Hanbury A, Serra J (2002) Mathematical morphology in the cielab space. Image Analysis and Stereology 21(3):201–206
- 30. Hanbury A, Serra J, et al (2001) Mathematical morphology in the l* a* b* colour space. Perancis: Centre de Morphologie Mathématique Ecole des Mines de Paris
- 31. Hanbury A, Kandaswamy U, Adjeroh DA (2005) Illumination-invariant morphological texture classification. In: Mathematical Morphology: 40 Years On, Springer, pp 377–386
- 32. Hanbury AG, Serra J (2001) Morphological operators on the unit circle. Image Processing, IEEE Transactions on 10(12):1842–1850
- 33. Heijmans HJ, Ronse C (1990) The algebraic basis of mathematical morphology i. dilations and erosions. Computer Vision, Graphics, and Image Processing 50(3):245–295
- 34. Joblove GH, Greenberg D (1978) Color spaces for computer graphics. In: ACM siggraph computer graphics, ACM, vol 12, pp 20–25
- Kleefeld A, Burgeth B (2015) Processing multispectral images via mathematical morphology. In: Visualization and Processing of Higher Order Descriptors for Multi-Valued Data, Springer, pp 129–148
- 36. Ledoux A, Richard N, Capelle-Laize AS (2012) Limits and comparisons of orderings using colour distances. Traitement du Signal 29(1-2):65–82
- 37. Lefèvre S (2009) Beyond morphological size distribution. Journal of Electronic Imaging 18(1):013,010–013,010
- 38. Lei T, Wang Y, Fan Y, Zhao J (2013) Vector morphological operators in hsv color space. Science China Information Sciences 56(1):1–12
- 39. Leon K, Mery D, Pedreschi F, Leon J (2006) Color measurement in l* a* b* units from rgb digital images. Food research international 39(10):1084–1091
- Lezoray O, Charrier C, Elmoataz A (2009) Learning complete lattices for manifold mathematical morphology. In: International Symposium on Mathematical Morphology, pp 1–4
- 41. Louverdis G, Andreadis I, Tsalides P (2002) Morphological granulometries for color images. In:

- Proc. 2nd Hellenic Conf. Artificial Intelligence, Citeseer, pp 333–342
- 42. Louverdis G, Vardavoulia MI, Andreadis I, Tsalides P (2002) A new approach to morphological color image processing. Pattern recognition 35(8):1733–1741
- 43. Mahy M, Eycken L, Oosterlinck A (1994) Evaluation of uniform color spaces developed after the adoption of cielab and cieluv. Color Research & Application 19(2):105–121
- 44. Maragos P (1989) Pattern spectrum and multiscale shape representation. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence 11(7):701–716
- 45. Matheron G (1975) Random sets and integral geometry. John Wiley & Sons
- Meyer GW, Greenberg DP (1980) Perceptual color spaces for computer graphics. ACM SIGGRAPH Computer Graphics 14(3):254–261
- Mukhopadhyay S, Chanda B (2000) A multiscale morphological approach to local contrast enhancement. Signal Processing 80(4):685-696
- 48. Munson JB (1995) Color information storage and processing system. US Patent 5,465,104
- Ojala T, Maenpaa T, Pietikainen M, Viertola J, Kyllonen J, Huovinen S (2002) Outex-new framework for empirical evaluation of texture analysis algorithms. In: Pattern Recognition, 2002. Proceedings. 16th International Conference on, IEEE, vol 1, pp 701-706
- 50. Ortiz F, Torres F, Gil P (2004) Gaussian noise elimination in colour images by vector-connected filters. In: Pattern Recognition, 2004. ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on, IEEE, vol 4, pp 807–810
- 51. Ortiz Zamora FG (2002) Procesamiento morfológico de imágenes en color: aplicación a la reconstrucción geodésica
- 52. Palm C (2004) Color texture classification by integrative co-occurrence matrices. Pattern recognition 37(5):965–976
- 53. Roerdink JB, Meijster A (2000) The watershed transform: Definitions, algorithms and parallelization strategies. Fundamenta informaticae 41(1, 2):187–228
- 54. Rolleston RJ, Maltz MS, Stinehour JE (1996) Color printer calibration architecture. US Patent 5,528,386
- 55. Sartor LJ, Weeks AR (2001) Morphological operations on color images. Journal of Electronic Imaging 10(2):548-559
- 56. Serra J (1982) Image analysis and mathematical morphology, v. 1. Academic press

- 57. Serra J (1986) Introduction to mathematical morphology. Computer vision, graphics, and image processing 35(3):283–305
- 58. Serra JC (1993) Anamorphoses and function lattices. In: SPIE's 1993 International Symposium on Optics, Imaging, and Instrumentation, International Society for Optics and Photonics, pp 2–11
- Soille P (1997) A note on morphological contrast enhancement. École des Mines d'Alés-EERIE, Tech Rep RT-PS-001
- 60. Soille P (2013) Morphological image analysis: principles and applications. Springer Science & Business Media
- Susstrunk SE, Winkler S (2003) Color image quality on the internet. In: Electronic Imaging 2004, International Society for Optics and Photonics, pp 118–131
- 62. Tkalcic M, Tasic JF, et al (2003) Colour spaces: perceptual, historical and applicational background. In: Eurocon
- 63. Tobar MC, Platero C, González PM, Asensio G (2007) Mathematical morphology in the hsi colour space. In: Pattern Recognition and Image Analysis, Springer, pp 467–474
- 64. Trémeau A (1998) Analyse d'images couleur: du pixel à la scène. HDR, Université de Saint-Etienne
- 65. Tuzlukov V (2002) Signal processing noise, vol
 8. CRC Press
- 66. Van Den Broek EL, Van Rikxoort EM (2005) Parallel-sequential texture analysis. In: Pattern Recognition and Image Analysis, Springer, pp 532– 541
- 67. Vardavoulia M, Andreadis I, Tsalides P (2002) Vector ordering and morphological operations for colour image processing: fundamentals and applications. Pattern Analysis and Applications 5(3):271– 287
- 68. Vazquez Noguera JL, Legal Ayala H, Schaerer CE, Facon J (2014) A color morphological ordering method based on additive and subtractive spaces. In: Image Processing (ICIP), 2014 IEEE International Conference on, IEEE, pp 674–678
- Velasco-Forero S, Angulo J (2010) Morphological processing of hyperspectral images using krigingbased supervised ordering. In: Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on, IEEE, pp 1409–1412
- Velasco-Forero S, Angulo J (2011) Supervised ordering in: Application to morphological processing of hyperspectral images. Image Processing, IEEE Transactions on 20(11):3301–3308
- 71. Velasco-Forero S, Angulo J (2012) Random projection depth for multivariate mathematical mor-

- phology. Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of 6(7):753–763
- de Ves E, Benavent X, Ayala G, Domingo J (2006) Selecting the structuring element for morphological texture classification. Pattern Analysis and applications 9(1):48-57
- 73. Vincent L (2000) Granulometries and opening trees. Fundam Inform 41(1-2):57–90
- Wang L, Yan L (2012) Edge detection of color image using vector morphological operators. In: Computer Science and Network Technology (ICCSNT), 2012 2nd International Conference on, IEEE, pp 2211–2215
- 75. Willmott CJ, Matsuura K (2005) Advantages of the mean absolute error (mae) over the root mean square error (rmse) in assessing average model performance. Climate research 30(1):79–82
- Zaharescu E, Zamfir M, Vertan C (2003) Color morphology-like operators based on color geometric shape characteristics. In: Signals, Circuits and Systems, 2003. SCS 2003. International Symposium on, IEEE, vol 1, pp 145–148
- 77. Zamora FGO, Torres-Medina F, Lopez-Angulo J, Mendez SP (2001) Comparative study of vectorial morphological operations in different color spaces. In: Intelligent Systems and Advanced Manufacturing, International Society for Optics and Photonics, pp 259–268