Combinaison de nogoods extraits au redémarrage

Gaël Glorian* Frédéric Boussemart Jean-Marie Lagniez Christophe Lecoutre Bertrand Mazure

CRIL-CNRS UMR 8188, Université d'Artois, F-62307 Lens, France {glorian, boussemart, lagniez, lecoutre, mazure}@cril.fr

Résumé

Dans cet article, nous nous intéressons à l'enregistrement de nogoods, instanciations partielles globalement incohérentes, pouvant être extraits systématiquement lors du redémarrage d'un algorithme complet (avec retour-arrière) de résolution CSP (problème de satisfaction de contraintes). Plus précisément, dans ce contexte, nous proposons plusieurs techniques de simplification et de combinaison de nogoods, dans le but d'accroître leur capacité de filtrage. La base de notre approche est une généralisation des nld-nogoods correspondant au concept introduit récemment d'increasing-nogoods. Nous proposons plusieurs algorithmes portant sur des combinaisons de sous-ensembles de nogoods identifiés de manière dynamique. Les similarités entre les différents increasing-nogoods permettent un meilleur élagage de l'arbre de recherche, notamment grâce à l'exploitation d'équivalences entre décisions. Nous proposons aussi quelques pistes d'amélioration, notamment un système de sentinelles et la génération de nld-nogoods à la volée. Nos résultats préliminaires montrent l'intérêt de notre approche pour certains problèmes.

Abstract

In this paper, we exploit nogoods, partial unsatisfiable instantiations, extracted from a restart-based search engine at the end of each run when the current cutoff value is reached. More precisely, in that context, we propose several simplification and combination techniques related to nogoods, in order to increase the filtering efficiency. The root of our approach is a generalization of nld-nogoods corresponding to the concept newly introduce of increasing-nogoods. We propose various algorithms relating to dynamically identified nogoods subsets combinations. Therefore, the search tree benefits from a better pruning thanks to similarities existing between *increasing-nogoods*, especially the equivalence between decisions. We also suggest some improvements tracks, in particular a sentinel system and on the fly nld-nogoods production. Our preliminary results show that our approach works well for several problems

1 Introduction

L'apprentissage de *nogoods* est un thème qui a été introduit dans les années 90 [2, 15, 4] pour la résolution de problèmes de satisfaction de contraintes. Les *nogoods* classiques, dits standards, sont des instanciations partielles ne pouvant mener à aucune solution. Ils ont été assez rapidement utilisés pour gérer l'explication [5, 7] de valeurs supprimées au cours de la recherche et de la propagation de contraintes. Ils ont ensuite été généralisés [8] en permettant la combinaison d'assignations de variables (décisions positives) et de réfutations de valeurs (décisions négatives). L'intérêt pratique des *nogoods* (généralisés) a été revisité par les travaux portant sur la génération paresseuse de clauses [3].

Les *nogoods* peuvent également être utiles dans un contexte de redémarrage régulier d'un algorithme de recherche arborescent. Il est en effet possible d'identifier [10] sur la dernière branche (celle qui est la plus à droite) un ensemble de *nogoods* représentant la partie de l'espace de recherche qui vient d'être explorée. Par le fait de simplement enregistrer ces *nogoods*, appelés *nld-nogoods* (réduits), on a la garantie de ne jamais explorer de nouveau les mêmes sous-arbres. Certaines extensions de ces travaux ont porté sur l'élimination de symétries [11, 13] et l'exploitation du caractère croissant des *nld-nogoods* [12], appelés de ce fait *increasing-nogoods*.

Dans cet article, nous proposons plusieurs techniques de simplification et de combinaison d'*increasing-nogoods*, nous permettant d'accroître leur capacité de filtrage. En analysant dynamiquement certaines combinaisons de sous-ensembles de *nogoods*, et en exploitant des formes d'équivalence entre décisions, nous montrons que l'arbre de recherche peut être mieux élagué. Nous identifions également quelques pistes prometteuses permettant de renforcer l'efficacité du processus de détection.

^{*}Papier doctorant : Gaël Glorian est auteur principal.

Cet article est structuré comme suit. Dans un premier temps, nous présentons les nld-nogoods ainsi que les increasing-nogoods. Puis, nous introduisons quelques 80 techniques de combinaisons (avec leurs algorithmes) : combinaisons de décisions négatives, combinaisons par équivalence d'alpha, et combinaisons par équivalence de décisions négatives. Après avoir présenté quelques résultats expérimentaux, nous concluons et évoquons quelques 85 pistes prometteuses.

Préliminaires

Un réseau fini de contraintes P est un couple (X, C), où X est un ensemble de variables et C un ensemble de contraintes. À chaque variable $x \in X$ est associé un domaine, noté dom(x) qui contient un ensemble fini de valeurs. Chaque contrainte $c \in \mathcal{C}$ porte sur un nombre fini de variables appelé la portée de c, noté scp(c) et est définie formellement par une relation notée rel(c) qui contient les tuples autorisés pour les variables de la portée, c'est-à-dire 95 les combinaisons qui satisfont c. L'arité d'une contrainte c correspond au nombre de variables sur lesquelles la contrainte porte (|scp(c)|). Une solution de P est une instanciation de toutes les variables de P satisfaisant toutes les contraintes de P. Le problème CSP est un problème de décision qui consiste à déterminer si un réseau de contraintes donné admet une solution.

Un nogood est une instanciation partielle qui ne peut être prolongée vers une solution. L'intérêt des nogoods est d'éviter le phénomène de thrashing, c'est-à-dire d'explorer de manière répétée les mêmes sous-arbres incohérents. Deux approches classiques existent pour les identifier et les enregistrer : au cours de la recherche, ou au redémarrage. Dans cet article, nous allons nous placer dans le contexte d'un algorithme complet de résolution avec retour-arrière à branchement binaire et enregistrement de nogoods au redémarrage.

2.1 Nogood recording from restart

Les nld-nogoods [9] (negative last decision nogoods) sont extraits au redémarrage à partir de la dernière branche Σ de l'arbre de recherche. $\Sigma = \langle \delta_1, ..., \delta_m \rangle$ avec δ_i une décision positive, c'est-à-dire une assignation (x = a), ou ₁₄₅ **2.2** Increasing nogoods négative, une réfutation $(x \neq a)$. Ils représentent tous les conflits obtenus au cours du run précédent (i.e., depuis le dernier redémarrage). Une nld-sous-séquence est une séquence de décisions $\langle \delta_1, ..., \delta_j \rangle$ où δ_j est une décision négative. Pour toute nld-sous-séquence $\Sigma' = \langle \delta_1, ..., \delta_j \rangle$ de Σ , l'ensemble $\{\delta_1,...,\neg\delta_j\}$ est un nld-nogood et l'ensemble 150 $pos(\Sigma') \cup \{\neg \delta_i\}$, où $pos(\Sigma')$ correspond aux décisions positives de Σ' , est un *nld-nogood* réduit. Il est connu que

tous les *nld-nogoods* réduits extraits de la dernière branche de l'arbre de recherche subsument tous les nld-nogoods réduits qui pourraient être extraits des branches précédemment explorées.

130 **Exemple.** Considérons que l'algorithme soit sur le point d'effectuer un redémarrage, et que nous ayons l'arbre de recherche illustré par la figure 1.

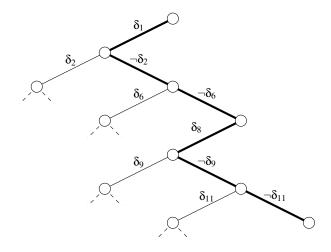


FIGURE 1 – Arbre de recherche avant redémarrage

La dernière branche de l'arbre de recherche est $\Sigma =$ $\{\delta_1, \neg \delta_2, \neg \delta_6, \delta_8, \neg \delta_9, \neg \delta_{11}\}$. Nous pouvons en extraire les 135 nld-nogoods suivants (à gauche ci-dessous) ainsi que les nld-nogoods réduits associés (à droite ci-dessous) :

$$\begin{split} &\Delta_{1} = \{\delta_{1}, \delta_{2}\} & \Delta_{1r} = \{\delta_{1}, \delta_{2}\} \\ &\Delta_{2} = \{\delta_{1}, \neg \delta_{2}, \delta_{6}\} & \Delta_{2r} = \{\delta_{1}, \delta_{6}\} \\ &\Delta_{3} = \{\delta_{1}, \neg \delta_{2}, \neg \delta_{6}, \delta_{8}, \delta_{9}\} & \Delta_{3r} = \{\delta_{1}, \delta_{8}, \delta_{9}\} \\ &\Delta_{4} = \{\delta_{1}, \neg \delta_{2}, \neg \delta_{6}, \delta_{8}, \neg \delta_{9}, \delta_{11}\} \Delta_{4r} = \{\delta_{1}, \delta_{8}, \delta_{11}\} \end{split}$$

Nous pouvons remarquer qu'il existe des similitudes entre les différents nld-nogoods extraits lors d'un même redémarrage, ils sont dits croissants. Les increasing-nogoods [12, 13] présentés dans la section suivante exploitent ce caractère croissant et permettent de représenter les nldnogoods réduits extraits à la fin d'un run sous la forme d'une (seule) contrainte globale.

Les increasing-nogoods (IncNG) [12, 13] sont une extension des *nld-nogoods* réduits. À chaque redémarrage une seule contrainte globale IncNG est ajoutée au réseau. Celle-ci représente tous les *nld-nogoods* réduits qui auraient pu être extraits lors de la recherche. L'idée est de mettre à disposition une structure compacte ainsi qu'un filtrage supérieur aux nld-nogoods réduits traités indépendamment.

Pour passer d'un ensemble de *nld-nogoods* réduits à une contrainte *IncNG*, il faut commencer par les transformer en *nld-nogoods* réduits *dirigés*. Soit un *nld-nogood* réduit $\{\delta_i, \delta_j\}$, le *nld-nogood* réduit dirigé correspondant s'écrit 175 $\delta_i \Rightarrow \neg \delta_j$.

Exemple. Revisitons l'arbre de recherche de l'exemple précédent en précisant les décisions (assignations et réfutations). Sur la branche $\Sigma = \langle x_2 = 1, x_3 \neq 0, x_4 \neq 1, x_5 = 2, x_1 \neq 1, x_6 \neq 2 \rangle$ avec $dom(x_i) = \{0, 1, 2\}$, nous pouvons extraire l'ensemble suivant de nld-nogoods réduits :

$$ng_0 \equiv \neg ($$
 $x_2 = 1 \land x_3 = 0)$
 $ng_1 \equiv \neg ($ $x_2 = 1 \land x_4 = 1)$
 $ng_2 \equiv \neg ($ $x_2 = 1 \land x_5 = 2 \land x_1 = 1)$
 $ng_3 \equiv \neg ($ $x_2 = 1 \land x_5 = 2 \land x_6 = 2)$

qui sous forme dirigée s'écrivent :

$$ng_0 \equiv$$
 $x_2 = 1 \Rightarrow x_3 \neq 0$
 $ng_1 \equiv$ $x_2 = 1 \Rightarrow x_4 \neq 1$
 $ng_2 \equiv$ $x_2 = 1 \land x_5 = 2 \Rightarrow x_1 \neq 1$
 $ng_3 \equiv$ $x_2 = 1 \land x_5 = 2 \Rightarrow x_6 \neq 2$

Dans [12], les auteurs ont montré que l'ensemble des nld-nogoods réduits dirigés extraits d'une branche sont croissants (increasing), c'est-à-dire que $LHS(ng_i) \subseteq LHS(ng_{i+1})$ où LHS ($left\ hand\ side$) désigne la partie gauche de l'implication (similairement RHS désigne la partie droite).

$$ng_0 \equiv x_2 = 1 \Rightarrow x_3 \neq 0$$
 $ng_1 \equiv LHS(ng_0) \Rightarrow x_4 \neq 1$
 $ng_2 \equiv LHS(ng_1) \land x_5 = 2 \Rightarrow x_1 \neq 1$
 $ng_3 \equiv LHS(ng_2) \Rightarrow x_6 \neq 2$

Les *nld-nogoods* réduits dirigés ainsi obtenus peuvent s'écrire sous forme de séquence de décisions en éliminant les parties gauches redondantes :

$$\Sigma = \langle x_2 = 1, x_3 \neq 0, x_4 \neq 1, x_5 = 2, x_1 \neq 1, x_6 \neq 2 \rangle$$

Nous remarquons que cela correspond à la séquence de décision initiale, celle extraite de l'arbre de recherche. Pour construire un *IncNG* il suffit donc de retenir la dernière branche avant le redémarrage.

Soit $\Lambda = \langle ng_0, \dots, ng_t \rangle$ une séquence composée de *nld-nogoods* croissants. Si *LHS*(ng_i) contient deux décisions positives pouvant encore être falsifiées alors les *nogoods* ng_j tel que $j \geq i$ sont nécessairement arc-cohérents (ou GAC pour Generalized Arc Consistency) car les parties

gauches des *nogoods* plus grands subsument celles des plus petits.

Pour filtrer la contrainte IncNG, deux indices α et β sont utilisés. Ils correspondent aux deux décisions positives non assignées les plus à gauche dans la séquence (pouvant encore être falsifiées). Celles-ci sont surveillées ainsi que toutes les décisions négatives se situant entre α et β .

$$\Sigma = \langle \underbrace{\overbrace{\delta_1}^{Watched}}_{\Omega}, \neg \delta_2, \underbrace{\delta_3}_{\beta}, \ \delta_4, \neg \delta_5, \neg \delta_6 \rangle$$

Il existe trois situations principales d'appel à l'algorithme de filtrage (algorithme 1) :

- 1. une décision négative contenue entre α et β est falsifiée, cela force δ_{α} à être faux, par conséquent tous les nogoods contenus dans la contrainte sont falsifiés;
- 2. la décision positive désignée par α est satisfaite : nous forçons toutes les parties droites qui ne contiennent que δ_{α} dans leur partie gauche à être vraies c'est-à-dire toutes les décisions négatives contenues entre α et β et nous recherchons la prochaine décision positive non assignée;
- 3. la décision positive désignée par β est satisfaite : ceci est semblable au cas précédent, nous recherchons la prochaine décision positive non assignée.

Algorithme 1 : FilterIncNG(Σ)

Data : $m = |\Sigma|$ where Σ is an *IncNG*

- 1 UpdateAlpha();
- 2 if $m \neq 0 \land \beta \neq m$ then UpdateBeta();
- 3 if m = 0 then delete constraint;

Les algorithmes 2 et 3 qui ont été proposés par [12] ont un fonctionnement relativement similaire. Si δ_{α} est satisfait, un nouvel α est trouvé, l'algorithme est appelé de nouveau pour voir si δ_{α} est satisfaite jusqu'à arriver à un point fixe ou que la contrainte soit entièrement traitée (de la même manière pour β). La fonction watchFollowDec permet de trouver la prochaine décision positive à partir de β si elle existe et de surveiller toutes les décisions négatives rencontrées. Si une décision négative falsifiée est rencontrée, m, qui représente la taille de l'IncNG traité, est mis à zéro, ce qui correspond à la désactivation de cet IncNG.

3 Combinaison d'increasing-nogoods

Les techniques existantes de traitement de *nogoods*, que ce soient les *nld-nogoods* ou les *increasing-nogoods*, se

205

185

Algorithme 2: UpdateAlpha()

```
1 if \delta_{\alpha} is satisfied then
         unsubscribe \delta_{\alpha};
 2
         for i \in [\alpha + 1, \beta) do
 3
              if Neg(\delta_i) then // true if \delta_i is negative
 4
                   satisfy \delta_i;
 5
                    unsubscribe \delta_i;
 6
              end
 7
         end
 8
         if \beta = m then m \leftarrow 0; return;
10
11
         watchFollowDec();
         if m \neq 0 then UpdateAlpha();
12
   else
13
         for i \in [\alpha + 1, \beta) do
14
              if Neg(\delta_i) \wedge \delta_i is falsified then
15
                    falsify \delta_{\alpha};
16
                    m \leftarrow 0;
17
                    return;
18
19
              end
         end
20
21
   end
```

Algorithme 3: UpdateBeta()

```
1 if \delta_{\beta} is satisfied then
       unsubscribe \delta_{\beta};
       watchFollowDec();
       if m \neq 0 then UpdateBeta();
4
5 end
```

limitent à elles-mêmes. Ces méthodes ne tirent pas partie des autres informations disponibles, à savoir l'état des variables (c'est-à-dire, leur domaine) ainsi que les autres nogoods. Nous proposons donc dans cette section trois méthodes utilisant à bon escient ces informations. La première permet de continuer à traiter les increasing-nogoods indépendamment mais les fait toutefois interagir sur la base des domaines des variables qui les composent. Les deux autres regroupent les increasing-nogoods par sousensembles, soit en fonction de leurs décisions positives 220 qui sont comprises entre alpha et beta).

3.1 Combinaison de décisions négatives

Le but de la combinaison de décisions négatives est de sécuriser le fait qu'une assignation ou une suppression 225 ne cause pas de conflit direct avec la base de nogoods, c'est-à-dire avant que l'IncNG relatif à la combinaison entre en conflit. Cela permet de déceler les conflits en 265

amont et par conséquent d'augmenter le pouvoir de filtrage des increasing-nogoods.

Exemple. Soit le *IncNG* suivant :

$$ng_i = \langle x_2 = 1, x_3 \neq 2, x_3 \neq 4, x_5 = 3 \rangle$$

Supposons qu'il soit dans son état initial, c'est-à-dire $\alpha \leftarrow x_2 = 1$ et $\beta \leftarrow x_5 = 3$ et que les variables aient toutes le même domaine $dom(x_i) = \{1, 2, 3, 4\}$. Si x_2 est assigné à 1, alors il est possible de supprimer les valeurs 2 et 4 du domaine de x_3 (voir la situation 2 de l'algorithme 1). Si le domaine de x_3 ne contenait plus que ces deux valeurs alors il y a conflit. Ce conflit aurait pu être détecté avant, voire évité, si la valeur 1 avait été supprimée du domaine de x2 lorsque le domaine de x_3 a été réduit à $\{2,4\}$.

Par souci de simplicité, nous considérons que pour ng, un IncNG donné, les valeurs de alpha et beta sont accessibles par $\alpha(ng)$ et $\beta(ng)$. Nous pouvons alors définir diffValues(ng,x), la fonction qui retourne les valeurs impliquées dans une décision négative de ng impliquant x et située entre $\alpha(ng)$ et $\beta(ng)$. De même, diffVars(ng)est la fonction qui retourne l'ensemble des variables impliquées dans une décision négative de ng située entre $\alpha(ng)$ et $\beta(ng)$. Par exemple, si nous considérons 250 1'IncNG $ng_{ex} = \langle x_2 = 1, x_3 \neq 2, x_3 \neq 4, x_5 = 3 \rangle$ avec $\alpha(ng_{ex}) = x_2 \text{ et } \beta(ng_{ex}) = x_5, \text{ alors diffVars}(ng_{ex}) = \{x_3\}$ et diffValues $(ng_{ex}, x_3) = \{2, 4\}.$

Algorithme 4: checkNegativeDecisions(ng)

```
Data: Let ng be an IncNG
1 foreach x \in diffVars(ng) do
      if diffValues(ng,x) \supseteq dom(x) then
2
          falsify \alpha(ng);
4
      end
5 end
```

L'algorithme 4 réalise ce filtrage qui consiste donc à (δ_{α}) , soit en fonction de leurs décisions négatives (celles 255 effectuer une inférence (réfuter la valeur impliquée dans $\alpha(ng)$) chaque fois qu'un conflit est susceptible de se produire. Notre approche, bien que se limitant à l'analyse des increasing-nogoods de manière indépendante, offre une capacité de filtrage renforcée. Dans la section suivante, nous proposons une nouvelle variation de ce principe par analyse de la base complète d'increasing-nogoods. L'algorithme 4 a une complexité dans le pire cas en O(sn) où s est la taille du plus grand *IncNG* (majoré par *dn* où *d* est la taille du plus grand domaine) et n le nombre de variables.

3.2 Combinaison par équivalence d'alpha

Dans cette partie, nous étendons le principe présenté précédemment à des ensembles d'increasing-nogoods. Pour cela, nous partitionnons l'ensemble des increasing-nogoods en fonction des valeurs des δ_{α} : les increasing-nogoods de même valeur se situent dans le même groupe. Il faut donc maintenir ces groupes de manière dynamique, c'est-à-dire les mettre à jour à chaque modification d'un alpha, lors d'un filtrage ou d'un retour-arrière. En raisonnant avec ces groupes, nous obtenons une capacité de filtrage renforcée (englobant le cas précédent).

Exemple. Soit
$$dom(x_i) = \{0, 1, 2, 3\}$$
, $IncNG_0 \equiv \dots, x_6 \neq 2, \underbrace{x_2 = 1}_{\alpha}, x_1 \neq 3, \underbrace{x_3 \neq 1}_{\alpha}, \dots$ $IncNG_1 \equiv \dots, x_2 \neq 0, x_1 \neq 2, \underbrace{x_2 = 1}_{\alpha}, \underbrace{x_3 \neq 0}_{\alpha}, \dots$ $IncNG_2 \equiv \dots, \underbrace{x_2 = 1}_{\alpha}, \underbrace{x_3 \neq 2}_{\alpha}, x_6 \neq 1, x_8 \neq 3, \dots$

Sur l'exemple, nous pouvons constater que $x_2=1$ est le δ_{α} commun à un groupe de trois *increasing-nogoods*. En regardant les décisions négatives qui suivent ces trois occurrences de δ_{α} (la valeur de beta n'est pas importante pour notre illustration), nous remarquons que trois <u>valeurs</u> différentes pour x_3 apparaissent dans les décisions négatives surveillées (avant le beta qui n'est pas représenté). Cela signifie que si x_2 venait à être assigné à 1 la seule valeur restante dans le domaine de x_3 serait 3. De ce fait, si la valeur 3 a déjà été retirée du domaine de x_3 , il faut alors absolument empêcher x_2 de pouvoir être assignée à 1. Pour empêcher cela, tous les *increasing-nogoods* du groupe vont être désactivés (car forcées à être toujours vérifiés après avoir supprimé la valeur 1 du domaine de x_2). L'algorithme 5 réalise ce filtrage.

Algorithme 5 : checkNegativeDecGroup(ngGroup)

```
\begin{array}{c|c} \textbf{Data}: \text{Let ngGroup be a set of } increasing\text{-}nogoods \\ & \text{with a common } \delta_{\alpha} \\ \textbf{1} \quad \textbf{X} = \bigcup \left\{x_i \in \text{diffVars}(ng_j) \mid ng_j \in \text{ngGroup}\right\}; \\ \textbf{2} \quad \textbf{foreach } x \in \textbf{X} \quad \textbf{do} \\ \textbf{3} \quad | \quad \textbf{V} = \bigcup \{v_i \in \text{diffValues}(ng_j, x) | ng_j \in \text{ngGroup}\}; \\ \textbf{4} \quad \text{if } \textbf{V} \supseteq dom(x) \quad \textbf{then} \\ \textbf{5} \quad | \quad \text{falsify } \alpha(\text{ngGroup}); \\ \textbf{6} \quad | \quad \textbf{end} \\ \textbf{7} \quad \textbf{end} \end{array}
```

L'algorithme 5 crée en premier lieu l'ensemble X qui 295 contient toutes les variables apparaissant entre alpha et

beta du groupe passé en paramètre de l'algorithme. De plus, il constitue pour chaque variable contenue dans X un ensemble de valeurs V. L'ensemble de valeurs V ainsi constitué est comparé au domaine de la variable relative, si ceux-ci sont équivalents, la décision pointée par alpha du groupe ngGroup est falsifié en vue d'éviter un conflit possible dans la suite de la recherche. L'algorithme 5 a une complexité dans le pire cas en O(nsg) où n le nombre de variables total, s est la taille du plus grand IncNG et g le nombre d'increasing-nogoods dans la base.

Nous allons voir qu'il est possible de traiter les *increasing-nogoods* ayant la même variable pointée par alpha mais avec des valeurs différentes et ainsi extraire des sous-groupes ayant des décisions négatives communes de ces ensembles.

3.3 Combinaison par équivalence de décisions négatives

De la même manière que précédemment, les *increasing-nogoods* sont ici aussi traités par ensemble. La différence réside dans le fait que nous regroupons ceux qui ont un alpha de variable commune et surveillent une même décision négative (que nous appelons pivot) située entre les alphas et betas courants. Si toutes les valeurs restantes dans le domaine de la variable commune des alphas sont présentes dans le groupe, alors la décision négative pivot doit être vérifiée.

Exemple. Soit
$$\forall i \in \mathbb{N}, \ dom(x_i) = \{0, 1, 2, 3\},$$

$$IncNG_0 \equiv \dots, x_6 \neq 2, \ \underbrace{x_2 = 1}_{\alpha}, \ x_1 \neq 3, \ \underbrace{x_3 \neq 1}_{\alpha}, \dots$$

$$IncNG_1 \equiv \dots, x_7 \neq 0, \ x_1 \neq 2, \ \underbrace{x_2 = 0}_{\alpha}, \ \underbrace{x_3 \neq 1}_{\alpha}, \dots$$

$$IncNG_2 \equiv \dots, \underbrace{x_2 = 2}_{\alpha}, \ \underbrace{x_3 \neq 1}_{\alpha}, \ x_6 \neq 1, \ x_8 \neq 3, \dots$$

$$IncNG_3 \equiv \dots, x_4 \neq 3, \underbrace{x_2 = 3}_{\alpha}, \ \underbrace{x_3 \neq 1}_{\alpha}, \ x_1 \neq 1, \dots$$

Sur l'exemple nous pouvons voir que $x_3 \neq 1$ est une décision négative surveillée commune à l'ensemble d'*increasing-nogoods*. En regardant les alphas nous remarquons que les quatre valeurs possibles pour x_2 apparaissent. C'est-à-dire que peu importe la valeur que prend x_2 alors x_3 est toujours différent de 1 à ce stade de la recherche.

En considérons cela, nous pouvons minimiser indirectement les *increasing-nogoods* selon les scénarios de recherche, voire directement si toutes les valeurs de l'alpha

Algorithme 6 : checkAlphaAndNegDec()

```
1 foreach x \in \text{alphaSet do}

2 | if diffValuesAlpha(x) \supseteq dom(x) then

3 | \Delta = \bigcap \{\delta_i \in ng_j | j \in \text{alphaToNG}(x)\};

4 | foreach \delta \in \Delta do

5 | | satisfy \delta;

6 | end

7 | end

8 end
```

Soit alphaSet, un ensemble dynamique des différentes variables pointées par alpha dans chaque *IncNG*, l'algorithme 6 permet de rechercher les décisions négatives communes dans les groupes qui portent sur la même variable pointée par alpha (la valeur peut être différente). Dans ce but, nous utilisons deux fonctions :

- diffValuesAlpha(x) qui permet de retourner l'ensemble de valeurs différentes prises pour une même décision x pointée par alpha dans la base globale d'increasing-nogoods,
- alphaToNG qui utilise un ensemble de correspondances entre la variable de l'alpha et les increasing-nogoods où elle apparaît.

Ces fonctions permettent de construire l'ensemble Δ qui contient les décisions négatives communes à un groupe où toutes les valeurs d'une même variable pointée par alpha apparaissent. L'algorithme 6 a une complexité dans le pire cas en $O(ndg^2)$ où n est le nombre de variables total, d la taille du plus grand domaine et g le nombre d'*increasing-nogoods* dans la base.

4 Expérimentations

345

Les expériences présentées ci-après sont réalisées sur des machines équipées d'un processeur *Intel Xeon X5550* 415 cadencé à 2,67 GHz ainsi que de 8 Go de mémoire, avec un *timeout* réglé à 15 minutes. Nous avons sélectionné un panel représentatif de 3744 problèmes provenant des compétitions CP de 2006 et de 2008. Les résultats sont présentés sous forme de tableaux où les familles sont 420 regroupées.

Pour ces expérimentations, nous avons utilisé une moins agressive est souhaitable lorsque nous considérons version simplifiée du solveur *rclCSP* présenté dans [6] les *nld-nogoods* ou les *increasing-nogoods* seuls. Dans utilisant l'heuristique *dom/wdeg* [1]. Étant donnée la 425 le cas de notre méthode α, une stratégie plus agressive complexité de l'algorithme 6 et le fait que l'algorithme 4 soit subsumé par l'algorithme 5, nous avons choisi de ne reporter que ce dernier. Dans la suite, il est référencé par le

Afin de montrer la corrélation entre le nombre et la taille des *nogoods*, nous utilisons différentes stratégies de redémarrage basées sur le nombre de conflits. Celles-ci sont, soit basées sur la suite de Luby [14] (1,1,2,1,1,2,4,...), soit sur une suite géométrique. Pour ces expérimentations, nous avons utilisé les politiques suivantes :

- P50 suite géométrique de premier terme 50 et de raison 1.5;
- P10 suite géométrique de premier terme 10 et de raison 1.1;
- L100 suite de luby dont les termes sont multipliés par 100.

Le tableau 1 reporte une comparaison entre les increasing-nogoods avec et sans α_{\Leftrightarrow} sur la famille de problème QCP-20. Dans ce tableau, nous reportons le nombre total de nld-nogoods apparaissant dans les increasingnogoods (#nld), le nombre total de suppressions induites par les increasing-nogoods (#del), en parenthèse apparaît le nombre de suppressions dues à α_{\Leftrightarrow} (ce nombre est inclus dans le total). Ce tableau reporte aussi le nombre de conflits imputés par la révision des increasing-nogoods (#fail), ainsi que le temps de résolution, exprimé en secondes (cpu). Sur ce tableau, nous pouvons remarquer que sur cette famille d'instances l'ajout d'α⇔ permet de résoudre une instance de plus. Nous pouvons aussi remarquer que de nombreuses suppressions de valeurs sont induites par l'ajout de notre méthode. Finalement, nous observons que pour la majorité des problèmes de cette famille, le nombre de conflits obtenus dans les increasing-nogoods est plus faible. Cela peut être s'expliquer par le fait que les conflits sont détectés plus tôt et donc que l'arbre de recherche est plus petit.

Le tableau 2 permet d'évaluer l'impact de la stratégie de redémarrage sur les performances des méthodes considérées. Pour cela nous avons comparé trois méthodes, increasing-nogoods avec et sans α_{\Leftrightarrow} ainsi que les *nld-nogoods*. Cette table reporte, pour l'ensemble des problèmes considérés dans cette expérience, le nom de la famille considérée (Family name) ainsi que le nombre de problèmes dans celle-ci (#prob). Pour chacune des méthodes, nous reportons la stratégie de redémarrage considérée ainsi que le nombre d'instances résolues (#sol) et le temps moyen de résolution (cpu). Comme nous pouvons voir sur ce tableau, une stratégie de redémarrage moins agressive est souhaitable lorsque nous considérons les nld-nogoods ou les increasing-nogoods seuls. Dans permet d'utiliser pleinement la puissance des increasingnogoods. Cela peut en partie s'expliquer par le fait d'une base plus importante de nogoods permet d'induire un

410

nombre plus important de suppressions.

430

Lors de nos expérimentations nous avons remarqué que plus nous utilisons une politique de redémarrage agressive plus les combinaisons sont efficaces d'un point de vue suppressions mais la complexité ¹, dépendant de la taille de 435 la base, augmente. Nous avons donc lancé quelques simu-485 lations pour mesurer l'impact en temps de calcul sur une politique relativement agressive, à savoir $luby \times 10$. Nous avons empêché les algorithmes relatifs aux increasingnogoods ainsi qu'à α⇔ de faire le moindre changement sur 440 le réseau mais ils continuent à être appelés normalement. 490 Le résultat est le suivant sur l'instance scen11-f5 le temps de résolution est de 120 secondes dont 85 de calcul d'équivalence d'alpha et 2,5 secondes de gestion des increasingnogoods. Cette même instance est résolue en 17,45 se-445 condes (dont 3,9 secondes de combinaisons) si nous activons les suppressions. De ces résultats, nous envisageons quelques pistes d'amélioration dans la section suivante.

Travaux futurs

À la vue des résultats encourageants nous avons décidé 450 d'améliorer les algorithmes présentés précédemment grâce à diverses méthodes. Dans cette section nous allons présenter une première méthode, à savoir un système de sentinelles.

Les sentinelles peuvent s'apparenter à un système de 1-watch appliqué à des domaines relatifs à des increasingnogoods. Nous allons pouvoir les utiliser dans deux des trois méthodes de combinaison présentées, la combinaison de décisions négatives (présentée section 3.1) ainsi que 460 la combinaison par équivalence de décisions négatives (présentée section 3.3).

Dans le cas de la combinaison de décisions négatives, la théorie est la suivante : dans les décisions négatives 465 contenues entre alpha et beta par un IncNG, c'est-à-dire là où nous espérons avoir des valeurs supprimées, nous 500 commun (même variable, valeur différente) arrive à la pouvons ajouter un certain nombre de sentinelles. Une sentinelle marque une valeur que nous ne regardons pas normalement dans le domaine de la variable associée. Tant 470 que celle-ci existe nos suppressions ne créeront pas de conflits. De plus, grâce à ce système de sûreté de domaine $_{_{505}}$ nous n'avons plus à nous soucier des valeurs négatives lors du filtrage d'un *IncNG* dans le cas où δ_{α} n'est pas assigné, nous pouvons, par conséquent, supprimer les lignes 13 à ⁴⁷⁵ 21 de l'algorithme 2.

Nous proposons de mettre en place un système de sentinelles qui, associé à chaque IncNG, regarde si une valeur

différente de celle apparaissant dans le *IncNG* existe. Tant qu'il reste un élément autre que ceux apparaissant dans le *IncNG*, les suppressions pourront se faire sans conflit si δ_{α} venait à être satisfaite. Si la sentinelle venait à être supprimée sans possibilité d'en trouver une nouvelle, il faudrait alors supprimer la valeur pointée par α. Cela peut se faire en utilisant soit des 1-watch, soit de manière paresseuse en vérifiant la taille des domaines concernés par rapport aux nombres de valeurs qui apparaissent négativement dans le *IncNG*, cette dernière étant beaucoup moins précise.

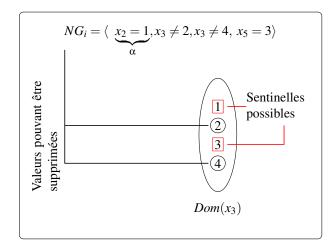


FIGURE 2 – Exemple de fonctionnement des sentinelles

Nous pouvons voir, dans la figure 2, qu'il est possible de choisir deux sentinelles, les valeurs 1 et 3 du domaine de x_3 . Tant qu'au moins une de ces valeurs est dans le domaine, nous n'avons pas besoin de falsifier la décision 495 pointée par alpha.

Dans le cas de la combinaison par équivalence de décisions négatives, nous pouvons utiliser une sentinelle pour détecter lorsque la taille du domaine de l'alpha taille du sous-groupe.

Toujours dans le but d'étendre les interactions entre nogoods nous proposons une méthode alternative, voire complémentaire, aux combinaisons proposées dans cet article. Nous considérons toujours des groupes avec décisions négatives équivalentes mais avec des alphas quelconques. Grâce à ceux-ci, nous générons des nldnogoods réduits composés des prémices, c'est-à-dire les décisions positives avant l'alpha courant, ainsi que des alphas. Cette méthode peut se généraliser aux combinaisons par équivalence de décisions négatives ainsi qu'aux combinaisons par équivalence d'alpha.

^{1.} O(nsg) où n est le nombre de variables, s la taille du plus grand IncNG et g la taille de la base d'IncNG.

P10		eNG + α⇔	IncNG					
110	cpu	#nld	#del (dont α_{\Leftrightarrow})	#fail	cpu	#nld	#del	#fail
qcp-20-187-0	222,61	671	38	1	208,05	671	38	1
qcp-20-187-1	176,41	806	11033(708)	289	31,75	569	2287	107
qcp-20-187-2	timeout	1019	57232(2088)	6665	timeout	1007	54728	6980
qcp-20-187-3	timeout	770	33255(2027)	1881	timeout	844	53057	5043
qcp-20-187-4	timeout	818	39867(2548)	1905	timeout	862	47013	3692
qcp-20-187-5	0,7	121	15	0	0,7	121	15	0
qcp-20-187-6	634,87	835	5177(1)	573	597,85	835	5177	573
qcp-20-187-7	258,52	679	1267(17)	40	timeout	847	1582	90
qcp-20-187-8	32,94	462	807(116)	6	205,33	667	5286	350
qcp-20-187-9	15,54	396	72	2	15,62	396	72	2
qcp-20-187-10	timeout	921	21082(667)	1362	timeout	892	43964	3780
qcp-20-187-11	0,27	63	44(22)	3	0,3	62	38	8
qcp-20-187-12	timeout	880	21178(540)	1524	timeout	926	34894	6362
qcp-20-187-13	timeout	863	102101(2906)	8127	timeout	946	191009	33687
qcp-20-187-14	timeout	983	137251(13389)	6261	timeout	930	30693	1819

TABLE 1 – Résultats expérimentaux détaillés sur quelques problèmes.

515 6 Conclusion

Cet article a mis en évidence qu'il était possible de 545 combiner les informations entre les *increasing-nogoods* et la structure du problème afin d'augmenter significativement le pouvoir de filtrage. Plus précisément, nous avons d'abord proposé une approche qui, étant donné un *nogood*, prend en considération les informations relatives aux domaines des variables afin d'identifier de nouvelles valeurs à supprimer. Ensuite, nous avons montré qu'il est possible d'étendre ce processus à la base entière d'*increasing-nogoods* de deux manières, soit en fonction de leurs décisions positives, soit en fonction de leurs décisions négatives.

Nous avons montré sur un large panel d'instances que ces algorithmes de filtrage permettent de supprimer de nombreuses valeurs lors du processus de propagation. Cependant, l'utilisation de ces algorithmes a deux inconvénients. Le premier est que le fait de détecter les conflits en amont à un impact sur l'heuristique de choix de variables. En effet, puisque l'heuristique utilisée est ajustée en fonction des conflits, les éviter ne permet pas d'augmenter la pondération des contraintes, et donc de choisir la meilleure variable. L'autre inconvénient est la complexité des algorithmes présentés, qui dépend de la taille de la base d'increasing-nogoods. Comme énoncé dans la section 5 cette situation peut être améliorée en considérant des mécanismes de mise à jour basés sur l'utilisation d'un système de sentinelles ou d'ensembles persistant backtrack-ready.

Références

- [1] F. Boussemart, F. Hemery, C. Lecoutre, and L. Sais. Boosting systematic search by weighting constraints. In *Proceedings of ECAI'04*, pages 146–150, 2004.
- [2] R. Dechter. Enhancement schemes for constraint processing: backjumping, learning and cutset decomposition. *Artificial Intelligence*, 41:273–312, 1990.
- [3] T. Feydy and P. Stuckey. Lazy clause generation reengineered. In *Proceedings of CP'09*, pages 352–366, 2009.
- [4] D. Frost and R. Dechter. Dead-end driven learning. In *Proceedings of AAAI'94*, pages 294–300, 1994.
- [5] M.L. Ginsberg. Dynamic backtracking. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 1:25–46, 1993.
- [6] E. Gregoire, J.M. Lagniez, and B. Mazure. A CSP solver focusing on fac variables. In *Proceedings of CP'11*, pages 493–507, 2011.
- [7] N. Jussien, R. Debruyne, and P. Boizumault. Maintaining arc-consistency within dynamic backtracking. In *Proceedings of CP'00*, pages 249–261, 2000.
- [8] G. Katsirelos and F. Bacchus. Unrestricted nogood recording in CSP search. In *Proceedings of CP'03*, pages 873–877, 2003.
- [9] C. Lecoutre, L. Sais, S. Tabary, and V. Vidal. Nogood recording from restarts. In *Proceedings of IJCAI'07*, pages 131–136, 2007.

- 570 [10] C. Lecoutre, L. Sais, S. Tabary, and V. Vidal. Recording and minimizing nogoods from restarts. *Journal on Satisfiability, Boolean Modeling and Computation (JSAT)*, 1:147–167, 2007.
- [11] C. Lecoutre and S. Tabary. Symmetry-reinforced nogood recording from restarts. In *Proceedings of Sym-Con'11*, pages 13–27, Perugia, Italy, 2011.
 - [12] J. H. M. Lee, C. Schulte, and Z. Zhu. Increasing nogoods in restart-based search. In *Proceedings of AAAI'16*, pages 3426–3433, 2016.
- 580 [13] J. H. M. Lee and Z. Zhu. An increasing-nogoods global constraint for symmetry breaking during search. In *Proceedings of CP'14*, pages 465–480, 2014.
 - [14] M. Luby, A. Sinclair, and D. Zuckerman. Optimal speedup of las vegas algorithms. *Inf. Process. Lett.*, 47(4):173–180, 1993.
 - [15] T. Schiex and G. Verfaillie. Nogood recording for static and dynamic constraint satisfaction problems. *International Journal of Artificial Intelligence Tools*, 3(2):187–207, 1994.

allIntervalSeries 25	#sol 10 35 3 3 3 3 3 3 3 3	cpu 13,45 30,49 25,4 0,85 4,87 88,95 1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 47,33 8,5 23,06 85,85 25,60 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 37,04 65,69 73,22 36,13	#sol 11 35 4 4 4 4 5 5 6 6 6 4 2 10 10 10 10 10 10 10 10 10 5 0 5 0 5 0	cpu	#sol 11 35 35 35 2 3 3 3 8 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 6 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	P10 cpu 19,39 33,15 25,65 2,43 5,29 41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 794,87 51,36 59,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 30,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	1 #sol 1 10 35 35 35 2 4 3 3 10 24 15 22 9 8 8 18 25 3 3 43 10 10 10 10 10 19 5 44 4 63 6 6 10 4 4 9 9 22 40 3 3 20 22 22 30 30 30 35 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	.100 cpu cpu 13,93 30,56 25,3 1,27 4,39 180,02 1,37 12,78 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 248 0,79 77,1 54,27 77,1 54,27 70,10 0,69 77,01	#sol 11 35 35 4 4 4 3 3 10 22 14 15 22 10 10 10 19 10 10 19 40 63 6 6 10 4 4 9 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	P50 cpu	#sol 11 35 2 3 35 2 3 3 8 23 24 15 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	P10 cpu cpu cpu cpu cpu system cpu system cpu system cpu system cpu system cpu system cpu
allIntervalSeries 25 10 15,77 12 45,12 11 15,48 bddLarge 35 35 60,3 35 52,26 35 128,88 bddSmall 35 35 109,52 35 43,35 35 113,69 bibd10-11 6 3 3,88 3 32,16 1 0,21 bibd12-13 7 5 10,09 3 1,78 4 1,97 bibd8 7 3 166,18 3 95,17 3 58,05 bibd9 10 10 1,46 10 2,47 10 4,53 bibd9 10 10 1,46 10 2,47 10 4,53 bibdVariousK 29 23 7,22 23 60,36 22 28,68 bmc 24 24 8,19 24 14,32 24 30,47 chessboardColoration 20 15 6,76 15 7,82 15 21,81 compet08 16 9 85,22 9 107,12 9 132,69 costasArray 11 7 52,19 9 78,21 9 133,82 dag-half 25 1 898,31 6 631,48 0 NaN dag-rand 25 24 448,24 25 163,81 25 282,27 dubois 13 0 NaN 6 275,72 4 261,5 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb35-17 10 10 5,22 10 2,75 10 3,13 frb40-19 10 10 210,05 10 31,11 10 39,64 frb45-21 10 1 398,13 10 248,76 9 265,95 graphColring 458 188 18 15,28 10 61,76 graphColring 458 18 18 19 13,82 and and and 44,81 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexHerald 47 39 33,22 47 39,32 47 47 47 47 47 47 47 4	10 35 35 2 4 4 3 10 25 24 15 22 28 8 8 17 25 4 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	13,45 30,49 25,4 0,85 4,87 88,95 1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 23,06 85,85 25,66 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	11 35 35 4 4 4 3 10 21 24 15 16 25 6 42 25 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	7,31 30,54 25,2 25,2 175,44 10,63 61,82 2,41 15,11 5,67 3,48 71,13 370,99 132,93 135,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	11 35 35 2 3 3 8 23 24 15 22 9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 22 22 23 24 25 25 26 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27	19,39 33,15 25,65 2,43 5,29 41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 59,36 59,17 27,81 59,36 59,17 27,81 59,36 59,17 27,81 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	10 35 2 4 3 10 24 24 24 15 22 9 8 18 18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	13,93 30,56 25,3 1,27 4,39 180,02 1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 248 0,79 7,71 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	111 355 4 4 3 10 22 24 15 6 42 10 8 16 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	7,34 30,74 24,99 178,82 11,36 63,5 2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 1,91 27,25 251,02 850,63 33,47 28,36 68,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	11 35 35 2 3 3 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	35,81 33,16 25,48 2,31 5,12 44,52 4,31 7,53 20,82 5,76 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
bddLarge	35 35 35 3 10 25 24 15 22 24 15 25 22 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	30,49 25,4 0,85 4,87 88,95 1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 2246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 23,66 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 37,04 65,69 73,22 36,13	35 35 36 4 4 3 10 21 22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	30,54 25,2 175,44 10,63 61,82 2,41 4,44 15,11 5,67 3,48 151,98 71,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 56,24 66,24 27,55 66,24 67,26 67,27 67,2	35 35 35 3 3 8 8 224 115 222 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 22 23 33 36 36 36 37 37 37 37 37 37 37 37 37 37 37 37 37	33,15 25,65 2,43 5,29 41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 40,70 61,02 3,07 0,71 63,24 8,84 28,69 4,07	35 35 36 24 3 10 24 24 24 15 22 9 8 18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	30,56 25,3 1,27 4,39 180,02 1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,74 89,71 24,82 454,2 454,4 56,17 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69	35 35 34 4 4 3 10 22 24 15 22 10 8 16 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	30,74 24,99 178,82 11,36 63,5 2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 123,79 28,56 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 60,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	35 35 35 2 2 3 3 8 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 11 10 10 10 10	33,16 25,48 2,31 5,12 44,52 4,31 7,53 20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 20,5 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 30,58 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
biddSmall 35 35 109,52 35 43,35 35 113,69 bibid10-11 6 3 3,88 3 322,16 1 0,21 bibd12-13 7 5 10,09 3 1,78 4 1,97 bibd8 7 3 166,18 3 95,17 3 58,05 bibd9 10 10 1,46 10 2,47 10 4,53 bibdVariousK 29 23 7,22 23 60,36 22 28,68 bmc 24 24 8,19 24 14,32 24 30,47 chessboardColoration 20 15 6,76 15 7,82 15 21,81 coloring 22 21 0,58 22 4,37 22 8,51 compet08 16 9 85,22 9 107,12 9 132,69 costasArray 11 7 52,19 9 78,21 9 133,82 dag-half 25 1 898,31 6 631,48 0 NaN dag-rand 25 24 448,24 25 163,81 25 282,27 dubois 13 0 NaN 6 275,72 4 261,5 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb45-21 10 10 398,13 10 248,76 9 265,95 frb50-23 10 0 NaN 2 487,53 1 456,36 golombRulerArity4 14 8 78,86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 exetrariad 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexVg 63 62 50,3 63 32,6 63 44,45 marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 marc 10 10 31,98 3 15,46 4 102,44 os-taillard-10 30 22 22,73 5 11,91 os-taillard-10 30 22 23,38 24 91,26 os-taillard-10 30 22 24,33 7 49,31 6 93,76 QGP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QGG 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QGG 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QGG 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 rand-2-23 10 10 10,30,0 10 33,17 10 38,01	35 2 4 3 10 25 15 22 24 15 22 8 8 8 17 25 4 4 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 4 4 4 4 3 3 6 6 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	25,4 0,85 4,87 1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,38 32,34 6,94 22,18 65,69 37,04 65,69 37,04 65,69 37,04 65,69 37,04 65,69 37,04 36,69 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,04 37,06 37,04 37,09 37,04 37,09 37,04 37,09 37,09 37,04 37,09 37,09 37,09 37,04 37,09	35 4 4 3 10 21 15 22 10 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	25,2 175,44 10,63 61,82 2,41 4,44 15,11 5,67 3,48 151,98 71,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 29,61 29,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 89,78 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 56,09 6,68 24,66 0,69 28,33	35 2 3 3 8 8 23 24 15 22 9 9 9 17 25 6 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 22 23 24 24 25 26 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27	25,65 2,43 5,29 41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	35 2 4 3 10 24 15 22 9 8 8 18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	25,3 1,27 4,39 180,02 1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,48 0,79 122,79 24,80 7,71 26,90 7,71 26,90 7,90 7,90 7,90 7,90 7,90 7,90 7,90 7	35 4 4 3 10 22 24 15 22 10 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	24,99 178,82 11,36 63,5 2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 251,02 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	35 2 3 3 3 8 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 11 10 10 10 10 10 10 10 43 43 43 43 43 43 43 43 43 43 43 43 43	25,48 2,31 5,12 44,52 4,31 7,53 20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
bibd10-11	2 4 4 3 10 10 10 10 10 10 10 10 10 44 4 9 9 10 10 10 4 4 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	0.85 4.87 88.95 1.41 31,27 7.99 3.66 9.44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0.87 1.95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0.84 74,33 32,34 6,94 22,18 0.59 37,04 65,69 37,04 65,69 73,22 36,13	4 4 4 4 3 10 21 24 15 22 10 8 8 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 4 4 9 5 6 6 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	175,44 10,63 61,82 2,41 4,44 15,11 5,67 3,48 151,98 71,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	2 3 8 23 24 15 22 9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	2,43 5,29 41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 59,16 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 30,7 0,7 4 8,8 4 30,7 4 4,07 4 8,4 3 4,6 4,6 4,6 4,6 4,6 4,6 4,6 4,6 4,6 4,6	2 4 3 10 24 24 15 22 9 8 8 18 25 3 3 43 10 10 10 10 10 19 5 44 45 63 6 10 10 10 22 23 43 43 44 44 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45 45	1,27 4,39 180,02 1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 24,8 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69	4 4 3 10 22 24 15 22 10 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	178,82 11,36 63,5 2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	2 3 3 8 23 24 15 22 9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 22 23 24 42 42 42 42 42 43 43 44 44 44 44 44 44 44 44 44 44 44	2,31 5,12 44,52 4,31 7,53 20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 8,02 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
bibd12-13	4 3 10 25 24 15 22 8 8 8 17 25 4 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4,87 88,95 1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 23,06 84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	4 3 10 21 24 15 22 10 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 41 41 43 6 6 6 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	10,63 61,82 2,41 4,44 15,11 5,67 3,48 71,13 370,99 132,93 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	3 8 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5,29 41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 29,57 233,17 794,87 59,36 59,17 27,81 59,36 59,17 27,81 59,36 61,02 3,07 0,71 63,24 63,24 63,24 64,07	4 3 10 24 24 15 22 9 8 18 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4,39 180,02 1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 69,71 62,57 30,54 69,71 22,72 248 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	4 3 10 22 24 15 22 21 10 8 16 25 6 42 10 9 1 10 19 10 19 40 40 40 40 40 40 40 40 40 40	11,36 63,5 2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 1,91 27,25 28,66 33,47 28,36 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	3 3 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5,12 44,52 4,31 7,53 20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 80,75 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
bibd8	3 10 25 24 15 22 8 8 8 8 8 17 25 25 4 4 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	88,95 1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 37,04 65,69 73,22 36,13	3 10 21 24 15 22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 41 41 63 6 6 10 42 42 42 42 42 42 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41 41	61,82 2,41 4,44 15,11 5,67 3,48 151,98 171,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	3 8 23 24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	41,97 4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 3,07 0,71 63,24 8,43 8,43 8,44 28,69 4,07	3 10 24 24 15 22 9 8 18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 50 22 40 3 20 21 30	180,02 1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 454,4 56,77 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	3 10 22 24 15 22 10 8 16 25 6 42 10 10 10 19 1 10 19 4 4 4 9 1 10 10 10 4 4 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	63,5 2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 22,74 79,23 26,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24	3 8 23 24 15 22 9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 11 10 10 10 10 4 4 7 10 4 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	44,52 4,31 7,53 20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 20,5 214,52 224,52 283,14 858,43 49,83 30,58 63,28 30,58 8,90 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
bibd9	10 25 24 115 22 8 8 17 25 4 43 10 10 10 10 9 0 10 10 10 44 44 9 10 10 44 43 33 6 6 10 10 22 22 23 43 43 43 43 43 43 43 44 43 44 44	1,41 31,27 7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 21 24 15 22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 41 41 63 6 6 10 42 39 39 3 3 39 39 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	2,41 4,44 15,11 5,67 3,48 151,98 71,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	8 23 24 15 22 9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 9 9 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	4,3 6,47 22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 59,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,7 4,07 3,07 0,7 4,07 3,07 0,7 4,07 3,07 0,7 4,07 4,07 4,07 4,07 4,07 4,07 4,	10 24 24 15 22 9 8 18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 44 44 63 6 10 4 9 5 2 2 2 2 3 3 4 3 4 3 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	1,37 12,78 7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 24,82 45,42 7,71 24,82 45,72 89,71 24,82 69,71 24,82 89,71 26,82 89,71	10 22 24 15 22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 10 11 10 40 63 6 10 4 9 9 50 4 9 10 4 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	2,2 42,04 16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	8 23 24 15 22 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 11 10 10 10 10 10 10 10	4,31 7,53 20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
ChessboardColoration 20	24 15 22 8 8 8 17 25 4 43 10 10 10 10 10 10 19 6 6 6 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	7,99 3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 1246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	24 15 22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 4 4 9 9 3 3 16 25 39 39 31 18 20 21 30 21 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	15,11 5,67 3,48 71,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 197 43 7 10 9 9 50 22 23 39 20 21 22 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	22,57 6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 3,07 0,71 63,24 61,02 3,07 0,71 63,24 8,84 28,69 4,07	24 15 22 9 8 18 10 10 10 10 19 5 44 46 3 6 10 4 9 9 1 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 1	7,94 3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	24 15 22 10 8 16 25 6 42 10 10 19 1 10 197 40 63 6 10 4 4 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16,06 5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24	24 15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 22 43 43 43 43 43 44 45 45 46 47 47 47 48 47 48 47 48 48 48 48 48 48 48 48 48 48 48 48 48	20,82 5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
ChessboardColoration 20	15 22 8 8 8 17 25 4 4 43 10 10 10 9 0 0 10 10 19 6 44 4 63 6 10 10 22 22 22 22 20 21 22 22 23 20 20 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21 21	3,66 9,44 70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 37,04 65,69 73,22 36,13	15 22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 198 41 63 6 10 4 9 9 3 3 18 20 21 30 22 28 17	5,67 3,48 151,98 171,13 370,99 132,93 155,64 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 44 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9	6,4 3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 8,43 63,43 63,43 64,67 63,44 8,84 8,84 28,69 4,07	15 22 9 8 18 25 3 43 10 10 10 9 1 10 10 10 10 10 10 4 4 4 4 4 5 5 5 6 10 10 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4	3,65 16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69	15 22 10 8 16 25 6 42 10 10 9 1 10 197 40 40 4 9 50 23 6 6 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	5,67 4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	15 22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 11 10 10 10 10 10 10 10	5,76 4,85 87,2 64,41 373,83 129,97 20,5 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
coloring 22 21 0,58 22 4,37 22 8,51 compet08 16 9 85,22 9 107,12 9 132,69 costasArray 11 7 52,19 9 78,21 9 133,82 dag-half 25 1 898,31 6 631,48 0 NaN dag-rand 25 24 448,24 25 163,81 25 282,27 dubois 13 0 NaN 6 275,72 4 261,5 fapp11-15 55 41 80,75 41 41,49 42 46,44 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb40-19 10 10 5,22 10 2,75 10 3,13 frb40-19 10 10 248,76 9 265,95 65 45 456,36 golombRulerArity3 14 9 5	22 8 8 17 25 4 43 10 10 10 9 0 10 10 10 10 44 4 9 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	9,44 70,17 104,29 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	22 10 8 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 41 41 63 6 6 10 44 9 9 3 3 3 3 18 20 22 22 22 22 22 22 22 22 22 22 22 22	3,48 151,98 171,13 370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	22 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 43 43 43 44 9 50 22 22 33 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	3,89 81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	22 9 8 18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	16,64 157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 105,37 8,41 22,72 89,71 24,8 0,79 777,1 54,27 32,69 7,01 20,47	22 10 8 16 25 6 42 10 10 10 11 11 10 9 1 11 10 63 6 10 40 40 40 40 40 40 40 40 40 4	4,28 157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	22 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 4 9 50 22 40 20 21 22 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	4,85 87,2 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,68 62,68
compet08 16 9 85,22 9 107,12 9 132,69 costasArray 11 7 52,19 9 78,21 9 133,82 dag-half 25 1 898,31 6 631,48 0 NaN dag-rand 25 24 448,24 25 163,81 25 282,27 dubois 13 0 NaN 6 275,72 4 261,5 fapp11-15 55 41 80,75 41 41,49 42 46,44 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb35-17 10 10 52,2 10 2,75 10 3,13 frb40-19 10 10 210,05 10 31,11 10 39,64 frb50-23 10 NaN 2 457,53 1 456,36 golombRulerArity3 14 9 57,76 11 <t< td=""><td>8 8 8 8 17 25 4 4 43 10 10 10 10 10 10 196 44 4 44 40 22 41 22 81 15</td><td>70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13</td><td>10 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 4 41 63 6 6 42 22 39 3 18 20 21 30 21 30 21 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31</td><td>151,98 71,13 370,99 71,13 370,99 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33</td><td>9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 43 9 50 22 22 30 30 20 30 20 30 20 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30</td><td>81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 59,16 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07</td><td>9 8 18 25 3 43 10 10 10 10 9 9 1 10 10 10 10 10 44 63 6 6 10 4 9 9 50 22 22 25 25 25 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26</td><td>157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69</td><td>10 8 16 25 6 42 10 10 11 11 10 197 40 63 6 10 4 9 9 20 3 18 20 3</td><td>157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58</td><td>9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 44 9 5 50 22 24 40 22 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23</td><td>87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,911 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44</td></t<>	8 8 8 8 17 25 4 4 43 10 10 10 10 10 10 196 44 4 44 40 22 41 22 81 15	70,17 104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 8 16 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 4 41 63 6 6 42 22 39 3 18 20 21 30 21 30 21 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31	151,98 71,13 370,99 71,13 370,99 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 43 9 50 22 22 30 30 20 30 20 30 20 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	81,72 62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 59,16 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	9 8 18 25 3 43 10 10 10 10 9 9 1 10 10 10 10 10 44 63 6 6 10 4 9 9 50 22 22 25 25 25 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26 26	157,09 96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69	10 8 16 25 6 42 10 10 11 11 10 197 40 63 6 10 4 9 9 20 3 18 20 3	157,34 68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	9 9 9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 44 9 5 50 22 24 40 22 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23 23	87,2 64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,911 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
costasArray 11 7 52,19 9 78,21 9 133,82 dag-half 25 1 898,31 6 631,48 0 NaN dubois 13 0 NaN 6 275,72 4 261,5 fapp11-15 55 41 80,75 41 41,49 42 46,44 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb30-17 10 10 5,22 10 2,75 10 31,11 frb40-19 10 10 210,05 10 31,11 10 39,64 frb40-21 10 1 398,13 10 248,76 9 265,95 frb40-23 10 0 NaN 2 457,53 1 456,36 golombRulerArity3 14 9 57,76 11 131,92 10 61,76 golombRulerArity3 14 8 78,86	8 17 25 4 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	104,29 412,64 136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	8 16 25 6 42 10 10 10 9 1 10 10 10 10 10 10 4 4 4 9 9 3 3 3 18 20 21 30 21 30 21 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	71,13 370,99 132,93 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 197 43 7 10 4 9 50 22 21 22 30	62,42 385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	8 18 25 3 443 10 10 10 10 10 10 195 44 40 40 22 20 21 30	96,51 408,44 134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	8 16 25 6 42 10 10 10 9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 20 3 18 20 21 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	68,77 406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	9 17 25 6 42 10 10 10 10 10 11 10 10 10 10 10 10 10	64,41 373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
dag-half 25	17 25 4 4 43 10 10 10 9 0 10 10 19 6 44 4 4 9 9 22 22 22 21 22 22 21 22 29 16 16 19 16 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	412,64 136,01 246,52 62,34 0.87 1.95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0.84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0.59 37,04 65,69 73,22 36,13	16 25 6 42 10 10 10 10 9 9 1 10 10 198 41 63 6 10 4 9 9 3 3 3 18 20 21 30 21 30 21 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	370,99 132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 44 9 50 22 22 39 39 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	385,25 131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	18 25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	408,44 134,59 319,68 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69	16 25 6 42 10 10 10 10 11 10 10 11 10 40 63 6 6 10 4 9 9 5 5 0 0 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	406,4 132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	17 25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	373,83 129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
dag-rand 25	25 4 43 10 10 10 9 0 10 10 10 10 10 10 10 44 44 9 10 44 9 22 22 21 22 22 16 16 17 20 20 21 21 22 23 24 25 26 27 27 27 27 27 27 27 27 27 27	136,01 246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 69,4 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 41 63 6 6 41 9 9 3 3 3 3 2 2 2 1 8 2 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3	132,93 155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 43 63 7 10 44 9 9 3 20 22 39 30 20 21 22 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	131,57 174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	25 3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10	134,59 319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 24,8 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47	25 6 42 10 10 10 9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	132,27 166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	25 6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 197 7 10 43 63 7 10 22 24 20 21 22 30 30 30	129,97 214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 59,15 28,68 63,28 89,02 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
dubois 13 0 NaN 6 275,72 4 261,5 fapp11-15 55 41 80,75 41 41,49 42 46,44 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb35-17 10 10 5,22 10 2,75 10 3,13 frb40-19 10 10 210,05 10 31,11 10 39,64 frb50-23 10 0 NaN 2 457,53 1 456,36 golombRulerArity3 14 9 57,76 11 131,92 10 61,76 golombRulerArity4 14 8 78,86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lex Wg 63 62 50,3<	4 43 10 10 10 9 0 10 10 10 10 10 10 4 4 4 4 4 4 5 5 0 22 22 20 21 12 22 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	246,52 62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 44 41 43 49 50 22 39 3 3 18 20 21 30 21 31 30 31 30 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31 31	155,64 52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 7 10 4 4 9 22 39 3 20 21 22 30	174,93 128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 59,16 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	3 43 10 10 10 10 10 10 10 10 195 44 44 63 6 6 10 4 9 9 22 40 22 22 30	319,69 61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	6 42 10 10 10 9 1 11 10 9 40 63 6 10 4 4 9 50 22 40 3 18 18	166,99 53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	6 42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 197 7 10 43 63 7 10 44 9 50 22 24 20 21 22 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	214,52 37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
fapp11-15 55 41 80,75 41 41,49 42 46,44 frb30-15 10 10 0,91 10 0,68 10 1,02 frb35-17 10 10 5,22 10 2,75 10 3,13 frb40-19 10 10 210,05 10 31,11 10 39,64 frb40-19 10 1 210,05 10 31,11 10 39,64 frb50-23 10 0 NaN 2 457,53 1 456,36 golombRulerArity3 14 9 57,76 11 31,92 10 61,76 golombRulerArity4 14 8 78,86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexHerald 47 39 <	43 10 10 10 9 0 10 10 10 196 44 44 63 6 6 10 22 22 22 20 21 22 22 21 29 16 16 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19 19	62,34 0,87 1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 10 10 10 10 10 10 10 10 10 63 6 6 10 22 22 39 20 21 30 28 17	52,14 0,78 1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	42 10 10 10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 9 22 39 3 20 21 22 30	128,43 0,84 1,97 29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	43 10 10 10 9 1 10 10 10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 24 20 21 30	61,48 0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	42 10 10 10 9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 9 22 40 3 18 20 21 30	53,05 0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	42 10 10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 4 9 50 22 24 0 21 22 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30 30	37,93 0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
First Firs	10 10 10 9 0 10 10 196 44 44 63 6 10 4 9 9 22 22 22 21 22 22 22 21 16 22 29 16 16 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	0,87 1,95 33,4 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 10 10 9 1 10 10 10 10 44 41 43 6 6 10 22 22 39 39 18 20 21 30 21 7	0,78 1,81 29,61 29,61 29,63 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	10 10 10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	0,84 1,97 29,57 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	10 10 10 9 1 10 10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22	0,84 2,24 33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,69	10 10 10 9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	0,83 1,91 27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	10 10 10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	0,87 2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
frb35-17 10 10 5,22 10 2,75 10 3,13 frb40-19 10 10 210,05 10 31,11 10 39,64 frb45-21 10 1 398,13 10 248,76 9 265,95 frb50-23 10 0 NaN 2 457,53 1 456,36 golombRulerArity3 14 9 57,76 11 131,92 10 61,76 golombRulerArity4 14 8 78,86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexYg 63 62 50,3 63 32,6 63 44,45 magicSquare 18 5 3,0 7 114,26 6 6,51 mmra 10 10 8,1 </td <td>10 9 0 10 10 10 196 63 6 10 4 4 4 9 50 22 20 21 22 22 20 29 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16</td> <td>1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13</td> <td>10 9 1 10 10 198 41 63 6 10 4 4 9 9 22 39 3 18 20 21 30 28</td> <td>1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 33,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33</td> <td>10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30</td> <td>29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07</td> <td>10 9 1 10 10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30</td> <td>33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69</td> <td>10 9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21</td> <td>27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24</td> <td>10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30</td> <td>2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 30,58 89,02 8,22 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7</td>	10 9 0 10 10 10 196 63 6 10 4 4 4 9 50 22 20 21 22 22 20 29 16 16 16 16 16 16 16 16 16 16	1,95 33,4 222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 9 1 10 10 198 41 63 6 10 4 4 9 9 22 39 3 18 20 21 30 28	1,81 29,61 229,33 844,67 51,37 58,74 33,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	29,57 233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	10 9 1 10 10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	33,87 243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	10 9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	27,25 251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24	10 10 10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	2,05 29,02 283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 30,58 89,02 8,22 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
frb45-21 10 1 398,13 10 248,76 9 265,95 frb50-23 10 0 NaN 2 457,53 1 456,36 golombRulerArity3 14 9 57,76 11 131,92 10 61,76 golombRulerArity4 14 8 78,86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexVg 63 62 50,3 63 32,6 63 44,45 magicSquare 18 5 3,01 7 114,26 6 6,51 marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 magicSquare 18 5 3,01 7 114,26 6 6,51 marc 10 10 8,1	9 0 10 196 44 63 6 10 4 4 9 20 22 21 22 30 29 16 198 198	222,56 NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	9 1 10 10 198 41 63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	229,33 844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	10 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	233,17 794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,88 8,869	9 1 10 10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 21 22 30	243,82 454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	9 1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	251,02 850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	10 1 10 10 197 43 63 7 10 4 9 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	283,14 858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
Firb50-23	0 10 10 196 44 63 6 10 4 9 50 22 22 21 22 30 29 16 198 198 15	NaN 50,99 62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	1 10 10 198 41 63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	844,67 51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	1 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	794,87 51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 8,86 9,4,07	1 10 10 195 44 63 6 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22	454,4 56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	1 11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	850,63 123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	1 10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	858,43 49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
golombRulerArity3 14 9 57,76 11 131,92 10 61,76 golombRulerArity4 14 8 78,86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexVg 63 62 50,3 63 32,6 63 44,45 magicSquare 18 5 3,01 7 114,26 6 6,51 mknap 6 4 78,03 4 39,8 4 91,26 nengfa 10 9 123,78 8 59,26 9 79,37 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 20 7,62 22 0,76 22 0,76 22 20,76 22 20,76	10 10 196 44 63 6 10 4 9 9 20 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	50,99 62,02 27,81 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 10 198 41 63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	51,37 58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	51,36 59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 8,86 4,07	10 10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22	56,17 62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47	11 10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	123,79 58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24	10 10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	49,83 59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
golombRulerArity4 14 8 78.86 10 55,28 10 79,38 graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexVg 63 62 50,3 63 32,6 63 44,45 magicSquare 18 5 3,01 7 114,26 6 6,51 marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 mknap 6 4 78,03 4 39,8 4 91,26 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 20 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdPuzzle 22 22 20 70,6 22 0,76 22 0,78 ogdVg 65 34	10 196 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	62,02 27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 198 41 63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	58,74 32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	59,17 27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	10 195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22	62,57 30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,26 7,01 20,47	10 197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	58,96 28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	10 197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	59,15 28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7
graphColoring 458 185 19,15 196 25,86 196 30,84 lexHerald 47 39 33,22 41 39,32 41 41,51 lexVg 63 62 50,3 63 32,6 63 44,45 magicSquare 18 5 3,01 7 114,26 6 6,51 marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 mknap 6 4 78,03 4 39,8 4 91,26 nengfa 10 9 123,78 8 59,26 9 79,37 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 <	196 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	27,81 55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	198 41 63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	32,11 66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	197 43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	27,81 59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	195 44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	30,54 69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47	197 40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21 30	28,66 33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	197 43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	28,68 63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
lexHerald	44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	55,01 30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	41 63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	66,24 27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	43 63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	59,36 30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	44 63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	69,71 29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47	40 63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	33,47 28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	43 63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	63,28 30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
lexVg	63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	30,74 103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	63 6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	27,55 59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	63 7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	30,74 89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	63 6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	29,04 105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47	63 6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	28,38 59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	63 7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	30,58 89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
magicSquare 18 5 3,01 7 114,26 6 6,51 marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 mknap 6 4 78,03 4 39,8 4 91,26 mengfa 10 9 123,78 8 59,26 9 79,37 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 20 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdVg 65 34 73,9 39 93,04 35 81,07 ortholatin 9 3 31,98 3 15,46 4 102,44 os-taillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 os-taillard-20 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-3 30 22 24,23	6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	103,33 8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	6 10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	59,44 8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	7 10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	89,88 8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	6 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	105,37 8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	6 10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	59,93 8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	7 10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	89,02 8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
marc 10 10 8,1 10 8,11 10 8,15 mknap 6 4 78,03 4 39,8 4 91,26 nengfa 10 9 123,78 8 59,26 9 79,37 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdPuzzle 22 22 20,76 22 0,76 22 0,78 ogdPuzzle 23 33 15,46 4 102,44 10 24 20 31,87 30 36 36 36 36	10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	8,5 23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	10 4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	8,23 22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	10 4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	8,35 23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	8,41 22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	10 4 9 50 22 40 3 18 20 21	8,32 22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	10 4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	8,22 22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
mknap nengfa 6 4 78,03 4 39,8 4 91,26 nengfa 10 9 123,78 8 59,26 9 79,37 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdVg 65 34 73,9 39 93,04 35 81,07 ortholatin 9 3 31,98 3 15,46 4 102,44 os-taillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 os-taillard-15 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-3 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-7 30 16 72,55 17	4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	23,06 85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	4 9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	22,67 89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	4 9 50 22 39 3 20 21 22 30	23,2 61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	4 9 50 22 40 3 20 21 22 30	22,72 89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	4 9 50 22 40 3 18 20 21 30	22,74 79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	4 9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	22,91 83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
nengfa 10 9 123,78 8 59,26 9 79,37 ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdVg 65 34 73,9 39 99,30,4 35 81,07 ortholatin 9 3 31,98 3 15,46 4 102,44 os-taillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 os-taillard-20 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-3 30 28 49,5 29 39,24 29 47,16 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudo 486 257 36,88	9 50 22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	85,85 2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	9 50 22 39 3 18 20 21 30 28	89,78 2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	9 50 22 39 3 20 21 22 30	61,02 3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	9 50 22 40 3 20 21 22 30	89,71 2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	9 50 22 40 3 18 20 21	79,23 2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	9 50 22 40 3 20 21 22 30 30	83,71 3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
ogdHerald 50 50 2,4 50 2,85 50 4,61 ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdVg 65 34 73,9 39 93,04 35 81,07 ortholatin 9 3 31,98 3 15,46 4 102,44 os-taillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 os-taillard-15 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-4 30 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 <td>22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281</td> <td>2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13</td> <td>22 39 3 18 20 21 30 28</td> <td>2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33</td> <td>22 39 3 20 21 22 30</td> <td>3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07</td> <td>22 40 3 20 21 22 30</td> <td>2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69</td> <td>22 40 3 18 20 21 30</td> <td>2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58</td> <td>22 40 3 20 21 22 30 30</td> <td>3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44</td>	22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	2,56 0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	22 39 3 18 20 21 30 28	2,58 0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	22 39 3 20 21 22 30	3,07 0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	22 40 3 20 21 22 30	2,48 0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	22 40 3 18 20 21 30	2,6 0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	22 40 3 20 21 22 30 30	3,08 0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
ogdPuzzle 22 22 0,76 22 0,76 22 0,78 ogdVg 65 34 73,9 39 93,04 35 81,07 ortholatin 9 3 31,98 3 15,46 4 102,44 ostaillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 ostaillard-15 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 ostaillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 ostaillard-3 30 0,78 30 0,67 30 0,79 ostaillard-17 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo H86 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15	22 40 3 20 21 22 30 29 16 198 281	0,84 74,33 54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	22 39 3 18 20 21 30 28	0,83 55,27 13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	22 39 3 20 21 22 30	0,71 63,24 34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	22 40 3 20 21 22 30	0,79 77,1 54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	22 40 3 18 20 21 30	0,7 81,11 13,7 64,08 6,86 24 0,58	22 40 3 20 21 22 30 30	0,75 81,09 33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
ortholatin 9 3 31,98 3 15,46 4 102,44 os-taillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 os-taillard-15 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-4 30 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-7 30 16 72,55 17 7,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12<	3 20 21 22 30 29 16 198 281	54,38 32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	3 18 20 21 30 28 17	13,77 65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	3 20 21 22 30	34,57 30,4 8,84 28,69 4,07	3 20 21 22 30	54,27 32,69 7,01 20,47 0,69	3 18 20 21 30	13,7 64,08 6,86 24 0,58	3 20 21 22 30 30	33,37 30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
os-taillard-10 30 20 33,42 17 42,09 20 31,87 os-taillard-15 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-4 30 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-5 30 28 49,5 29 39,24 29 47,16 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 <td< td=""><td>20 21 22 30 29 16 198 281</td><td>32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13</td><td>18 20 21 30 28 17</td><td>65,09 6,68 24,66 0,69 28,33</td><td>20 21 22 30</td><td>30,4 8,84 28,69 4,07</td><td>20 21 22 30</td><td>32,69 7,01 20,47 0,69</td><td>18 20 21 30</td><td>64,08 6,86 24 0,58</td><td>20 21 22 30 30</td><td>30,68 8,86 28,65 0,7 28,44</td></td<>	20 21 22 30 29 16 198 281	32,34 6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	18 20 21 30 28 17	65,09 6,68 24,66 0,69 28,33	20 21 22 30	30,4 8,84 28,69 4,07	20 21 22 30	32,69 7,01 20,47 0,69	18 20 21 30	64,08 6,86 24 0,58	20 21 22 30 30	30,68 8,86 28,65 0,7 28,44
os-taillard-15 30 21 7,49 20 7,22 21 9,39 os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-4 30 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-5 30 28 49,5 29 39,24 29 47,16 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5	21 22 30 29 16 198 281	6,94 22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	20 21 30 28 17	6,68 24,66 0,69 28,33	21 22 30	8,84 28,69 4,07	21 22 30	7,01 20,47 0,69	20 21 30	6,86 24 0,58	21 22 30 30	8,86 28,65 0,7 28,44
os-taillard-20 30 22 24,23 21 26,03 22 29,06 os-taillard-4 30 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-5 30 28 49,5 29 39,24 29 47,16 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 1,27 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG5 7 6 75,46 6	22 30 29 16 198 281 15	22,18 0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	21 30 28 17	24,66 0,69 28,33	22 30	28,69 4,07	22 30	20,47 0,69	21 30	24 0,58	22 30 30	28,65 0,7 28,44
os-taillard-4 30 30 0,78 30 0,67 30 0,79 os-taillard-5 30 28 49,5 29 39,24 29 47,16 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28	30 29 16 198 281 15	0,59 37,04 65,69 73,22 36,13	30 28 17	0,69 28,33	30	4,07	30	0,69	30	0,58	30 30	0,7 28,44
os-taillard-5 30 28 49,5 29 39,24 29 47,16 os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,78 5 2 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 </td <td>29 16 198 281 15</td> <td>37,04 65,69 73,22 36,13</td> <td>28 17</td> <td>28,33</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>30</td> <td>28,44</td>	29 16 198 281 15	37,04 65,69 73,22 36,13	28 17	28,33							30	28,44
os-taillard-7 30 16 72,55 17 72,95 19 85,25 pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenskrights 18 16 70,54 17 99,89	16 198 281 15	65,69 73,22 36,13	17	,	-50			57,02	29	1 5/.61		
pseudoGLB 384 132 310,84 187 135,54 152 296,18 pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23	198 281 15	73,22 36,13			18	133,96	17	73,57	17	55,04	18	
pseudo 486 257 36,88 268 29,1 258 35,12 QCP-15 15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenktracking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23	281 15	36,13	190	66,81	186	67,01	189	72,04	189	64,38	186	134,68 77,17
QCP-15 15 15 9,2 15 2,85 15 4,79 QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenAttacking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 87	15		272	30,34	274	26,8	278	32,09	272	31,46	274	30,61
QCP-20 15 5 137,33 7 49,31 6 93,76 QG3 7 5 2,12 5 1,71 5 2,45 QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queensknights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10	0	2,04	15	2,57	15	1,77	15	2,35	15	2,61	15	2,31
QG4 7 5 2,78 5 2 5 2,88 QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenAttacking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	8	208,02	7	133,62	7	151,93	6	55,57	7	164,33	8	168,18
QG5 7 6 75,46 6 15,97 6 22,21 QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenAttacking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	5	1,46	5	1,15	5	1,7	5	1,6	5	1,33	5	1,67
QG6 7 6 6,97 6 3,28 6 6,04 QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenAttacking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	5	1,95	5	1,53	5	2,36	5	1,58	5	1,54	5	2,31
QG7 7 4 15,62 5 7,37 5 11,91 queenAttacking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	6	13,24	6	12,6	6	12,52	6	13,96	6	12,69	6	12,62
queenAttacking 10 5 25,4 5 4,11 5 2,42 queensKnights 18 16 70,54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	6	2,06	6	2,12	6	1,12	6	2,09	6	1,97	6	1,1
queensKnights 18 16 70.54 17 99,89 17 91,62 QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	5	4,7	5	53,16	5	11,92	5 5	4,76	5	54,03	5	12,2
QWH-20 10 9 50,02 10 101,23 10 80,04 QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	5 16	2,63 57,53	5 18	50,82 105,63	5 18	3,99 116,45	16	2,37 58,46	5 18	50,75 105,68	5 18	3,74 130,59
QWH-25 10 0 NaN 1 590,09 1 875,89 rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	10	88,01	10	40,99	10	48,26	9	22,38	10	68,25	10	49.01
rand-10-20-10 20 20 2,78 20 2,81 20 2,97 rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	1	794,82	3	310,66	0	NaN	1	838,62	2	265,2	2	458,58
rand-2-23 10 10 103,09 10 33,17 10 38,01	20	2,64	20	2,84	20	2.94	20	2,66	20	2,82	20	2,89
	10	29,65	10	26,72	10	32,53	10	36,07	10	29,35	10	28,17
rand-2-24 10 10 405,85 10 82,45 10 79,37	10	81,45	10	69,53	10	67,9	10	98,83	10	71,09	10	71,03
rand-2-25 10 3 515,25 10 155,91 10 173,81	10	180,25	10	141,47	10	149,84	10	280,6	10	125,12	10	138,37
rand-2-26 10 1 55,54 10 372,33 10 397,49	10	401,18	10	339,67	10	346,05	5	161,03	10	320,91	10	392,58
rand-2-27 10 0 NaN 3 357,2 4 275,15	4	435,21	4	295,76	4	236,98	3	295,63	4	459,59	4	341,94
rand-2-30-15-fcd 50 50 0,83 50 0,72 50 0,88	50	0,74	50	0,7	50	0,77	50	0,75	50	0,79	50	0,8
rand-2-30-15 50 50 1,13 50 1 50 1,06 rand-2-40-19-fcd 50 48 194,81 50 26,88 50 41,12	50	0,94 29,1	50 50	0,98 25,52	50 50	29,75	50	1,04 32,4	50	0,99	50 50	29,92
rand-2-40-19 50 40 296,87 50 66,82 50 81,37	50	63,86	50	61,55	50	61,36	50	71,01	50	64,06	50	62,17
rand-2-40-19 30 40 290,87 30 00,82 30 81,37 rand-2-50-23-fcd 50 0 NaN 14 505,07 5 462,74	12	524,45	15	457,11	12	470.7	9	381,09	15	522,33	15	456,83
rand-2-50-23 50 0 NaN 12 514,2 4 685,69	12	473,67	12	597,81	9	539,14	8	519,13	13	568,28	9	460,74
rand-3-20-20-fcd 50 50 56,15 50 28,07 50 34,29	50	28,55	50	22,67	50	26,77	50	30,42	50	23,41	50	24,69
rand-3-20-20 50 50 104,04 50 51,46 50 56,07	50	47,14	50	45,94	50	47,82	50	48,9	50	44,71	50	47,33
rand-3-24-24-fcd 50 10 413,14 26 272,73 23 326,17	28	314,43	26	297,64	27	314,23	29	272,14	26	271,52	28	301,76
rand-3-24-24 50 6 536,52 16 467,63 14 415,31	15	425,36	14	367,36	16	401,12	16	405,91	15	478,29	18	390,44
rlfapScens11 12 10 84,9 11 103,52 11 112,19	11	98,85	11	101,48	11	103,31	10	39,88	11	98,48	11	112,5
schurrLemma 10 8 65,17 8 76,64 8 92,92	9	71,41	9	158,85	8	77,14	9	71,1	8	78,43	9	120,94
super-jobShop 46 33 12,35 35 31,83 34 15,24	36	36,12	35	24,63	33	6,68	36	26,86	34	20,62	35	45,39
tdsp 42 5 30,47 5 38,76 5 171,76	5	2,12	5	73,06	5	5,43	5	1,71	6	103,54	100	27,42
	100	4,42 6,07	100	4,07	100	4,28 6,17	100	4,54 6,57	100	4,17	100 100	4,62 6,18
	TOO	5,53	100	5,7 5,33	100	5,59	100	5,88	100	6,01 5,44	100	5,68
			100	7,19	100	7,1	100	7,24	100	6,86	100	7
	100					,,,,		4,86	100	4,82	100	4,66
		6,87 4,55	100		100	4.63	100	.,			100	4,78
	100 100	6,87		4,74 4,64		4,63 4,75	100	4,68	100	4,69	100	
TOTAL 3744 2443 2648 2571 2	100 100 100	6,87 4,55	100	4,74	100			4,68 7,11	100	7,47	100	6,66

Table 2 – Résultats expérimentaux par familles des trois méthodes : NLD, IncNG et IncNG + α_{\Leftrightarrow} sur différentes politiques de redémarrage.