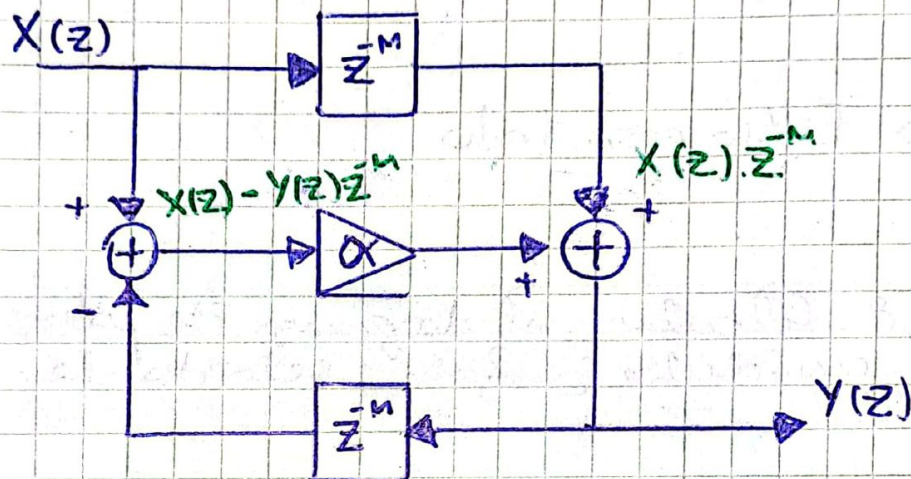


Ejercicio 2:

Se dispone del siguiente filtro digital:



Obtengo transferencia genérica

$$Y(z) = X(z) z^{-M} + \alpha X(z) - \alpha Y(z) z^{-M}$$

$$Y(z) (1 + \alpha z^{-M}) = X(z) (z^{-M} + \alpha)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + \alpha z^{+M}}{\alpha + z^{+M}} = \frac{z^{-M} + \alpha}{\alpha z^{-M} + 1}$$

$$H(z) = \frac{z^{-M} + \alpha}{\alpha z^{-M} + 1}$$

~~$$H(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)}$$~~

~~$$P(z) = \alpha + z^M$$~~

~~$$Q(z) = \alpha z^{-M} + 1$$~~

$$|H(e^{j\omega})|^2 = \frac{e^{-j\omega} + \alpha}{\alpha e^{-j\omega} + 1} \cdot \frac{e^{j\omega} + \alpha}{\alpha e^{j\omega} + 1}$$

$$|H(e^{j\omega})|^2 = \frac{1 + \alpha e^{-j\omega} + \alpha e^{j\omega} + \alpha^2}{\alpha^2 + \alpha e^{-j\omega} + \alpha e^{j\omega} + 1}$$

$$|H(e^{j\omega})| = 1 \Rightarrow \text{Filtro paso todo}$$

② Para $M=2$ y $\alpha=0,8$ calcular el diagrama de polos y ceros; respuesta de módulo y fase; retardo de grupo.

$$H(z) = \frac{1 + 0,8z^2}{z^2 + 0,8}$$

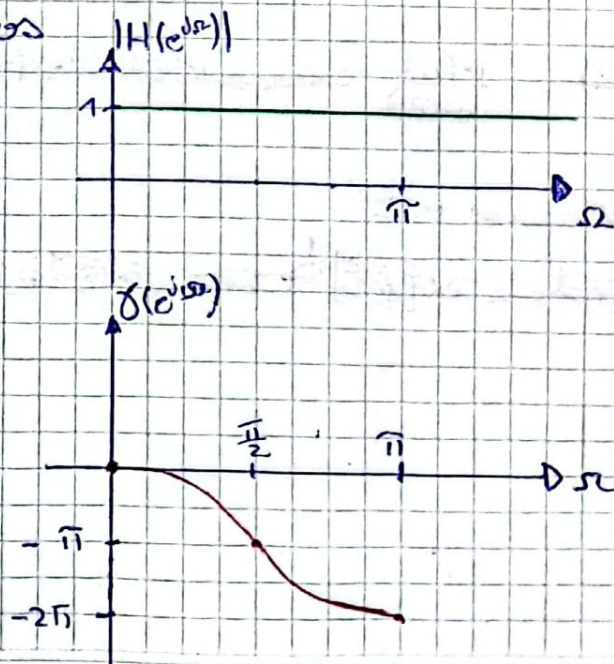
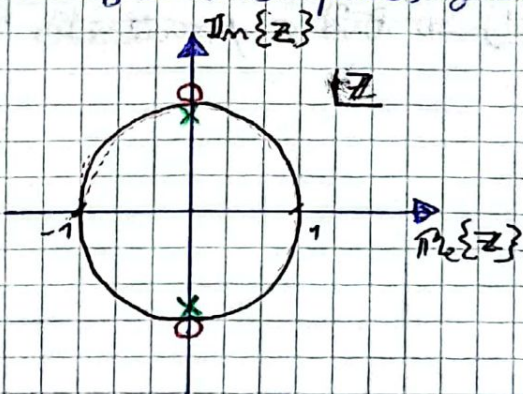
Ceros en:

$$z^2 = -\frac{1}{0,8} = -\frac{5}{4} \Rightarrow z = \pm j \frac{\sqrt{5}}{2} \approx \pm j 1,118$$

Polos en

$$z^2 = -0,8 = -\frac{4}{5} \Rightarrow z = \pm j \frac{2}{\sqrt{5}} \approx \pm j 0,894$$

Diagrama de polos y ceros



b) Si quisiéramos anular una señal interferente de 125 Hz y su segundo armónico ¿cómo se dispone de un sumador y el filtro de 4º orden con $n=4$. Propiamente un esquema de la solución y calcule los parámetros del filtro que sería necesario seleccionar.

Con $M=4$:

$$H(z) = \frac{1 + 0,8z^4}{z^4 + 0,8}$$

Ceros:

$$z^4 = -\frac{5}{4} \Rightarrow z_k = \sqrt[4]{\frac{5}{4}} e^{j \frac{\pi + 2k\pi}{4}} \quad \text{Con } k = 0, 1, 2, 3$$

$$z_{z0} = 1,057 e^{j \frac{\pi}{4}} ; \quad z_{z1} = 1,057 e^{j \frac{3\pi}{4}}$$

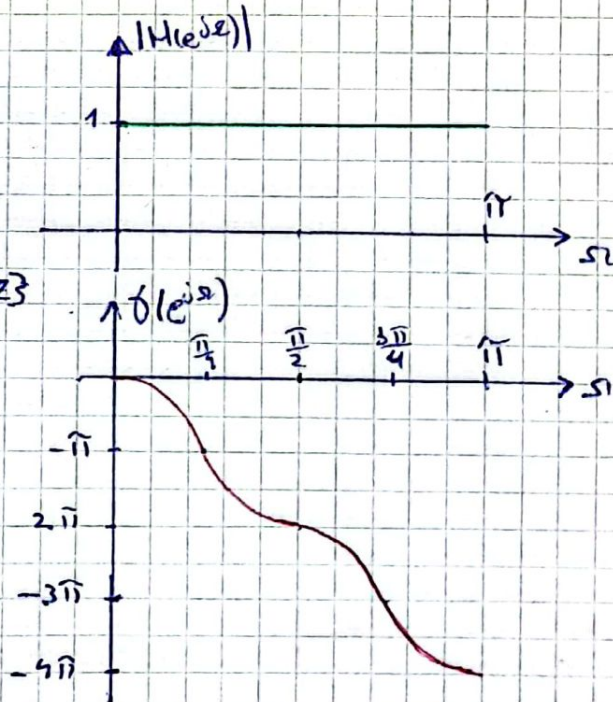
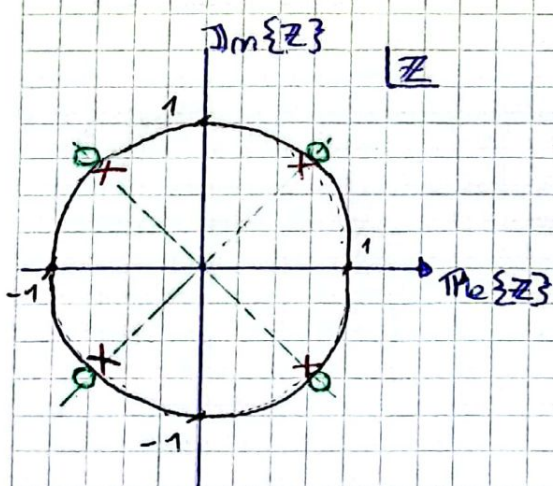
$$z_{z2} = 1,057 e^{j \frac{5\pi}{4}} ; \quad z_{z3} = 1,057 e^{j \frac{7\pi}{4}}$$

Polos

$$z^4 = -\frac{4}{5} \Rightarrow z_k = \sqrt[4]{\frac{4}{5}} e^{j \frac{\pi + 2k\pi}{4}}$$

$$z_{p1} = 0,946 e^{j \frac{\pi}{4}} ; \quad z_{p2} = 0,946 e^{j \frac{3\pi}{4}}$$

$$z_{p3} = 0,946 e^{j \frac{5\pi}{4}} ; \quad z_{p4} = 0,946 e^{j \frac{7\pi}{4}}$$



Señal de o eliminar

Fundamental : 125 Hz

Primer armónico : 250 Hz

Tercer armónico : 375 Hz

$$S_L \quad 125 \text{ Hz} \rightarrow \frac{\pi}{4} \quad \text{Entonces} \quad 375 \text{ Hz} \rightarrow \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{f_s}{2} \rightarrow \pi \quad \text{Entonces} \quad 125 \text{ Hz}$$

$$f_s = \frac{2\pi \cdot 125 \text{ Hz}}{\frac{\pi}{4}} = 8 \cdot 125 \text{ Hz} = 1 \text{ KHz}$$

La frecuencia de muestreo f_s debe ser de 1 KHz

El diagrama del sistema debe ser

