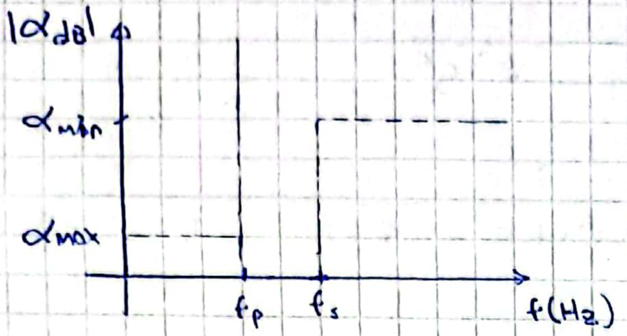
FECHA

Trabajo Semanal 3



$\alpha_{max}dB = 1$

$\alpha_{min}dB = 12$

$f_p = 1500\,Hz$

$f_s = 3000\,Hz$

$\Omega_\omega = 2\pi f_p$

$\omega_p = 1$

$\omega_s = 2$

① Transferencia para máxima planicidad

$$|T(j\omega)|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2\omega^{2n}}$$

Busco ε:

$$\alpha_{MAX}dB = 10\log(1+\varepsilon^2\omega_p^{2n}) = 10\log(1+\varepsilon^2)$$

$$\cancel{\varepsilon = 10\log}\quad \varepsilon^2 = 10^{\frac{\alpha_{MAX}dB}{10}} - 1$$

$$\varepsilon^2 = 0{,}2589 \simeq 0{,}25$$

Lo redondeo hacia abajo y me aseguro de no pasarme de α_{MAX}, y además trabajo más cómodo por ser

$$\varepsilon = \frac{1}{2}$$

Ahora busco cual será el órden del filtro

$$\alpha_{min_n}dB = 10\log(1+\varepsilon^2\omega_s^{2n})$$

Para $n = 1$

$$\alpha_{min_1}dB = 3{,}01$$

Para $n = 2$

$$\alpha_{min_2}dB = 6{,}989$$

Para $n = 3$

$$\alpha_{min_3}dB = 12{,}3$$

El filtro a diseñar será de tercer órden.

NOTA

Escaneado con CamScanner

$$|T(s)|^2 = |T(\omega)|^2\Big|_{\omega=\frac{s}{j}} = \frac{1}{1+\varepsilon^2\left(\frac{s}{j}\right)^{2\cdot 3}}$$

$$|T(s)|^2 = T(s).T(-s) = \frac{1}{1-\varepsilon^2 s^6}$$

$$|T(s)|^2 = \frac{1}{as^3+bs^2+cs+1}\cdot\frac{1}{-as^3+bs^2-cs+1} = \frac{1}{1-\varepsilon^2 s^6}$$

$$\begin{cases} -\varepsilon^2 s^6 = -a^2 s^6 \Rightarrow a = \varepsilon \quad // (1) \\ 0s^5 = abs^5 - abs^5 = 0 \\ 0s^4 = -acs^4 + b^2 s^4 - acs^4 \Rightarrow 2ac = b^2 \quad // (2) \\ 0s^3 = as^3 - bcs^3 + bcs^3 - as^3 = 0 \\ 0s^2 = bs^2 - c^2 s^2 + bs^2 \Rightarrow 2b = c^2 \quad // (3) \\ 0s^1 = cs - cs = 0 \end{cases}$$

Reemplazo (3) en (2)

$$2a.c = \left(\frac{c^2}{2}\right)^2 = \frac{c^4}{4}$$

$$c^3 = 8a \Rightarrow c = 2a^{\frac{1}{3}}$$

Entonces

$$a = \varepsilon \quad ; \quad c = 2\varepsilon^{\frac{1}{3}} \quad ; \quad b = 2\varepsilon^{\frac{2}{3}}$$

$$T(s) = \frac{1}{\varepsilon s^3 + 2\varepsilon^{\frac{2}{3}} s^2 + 2\varepsilon^{\frac{1}{3}} s + 1} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{1}{2}$$

$$T(s) = \frac{\frac{1}{\varepsilon}}{s^3 + s^2\cdot\frac{2}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}} + s\cdot\frac{2}{\varepsilon^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{\varepsilon}}$$

Escaneado con CamScanner

HOJA N°

FECHA

$$\boxed{T(s) = \frac{\frac{1}{\varepsilon}}{s^3 + s^2 \cdot \frac{2}{\varepsilon^{\frac{1}{3}}} + s \cdot \frac{2}{\varepsilon^{\frac{2}{3}}} + \frac{1}{\varepsilon}} \quad ; \quad \varepsilon = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{2}{s^3 + s^2\, 2^{\frac{4}{3}} + s \cdot 2^{\frac{5}{3}} + 2}}$$

② Diagrama de polos y ceros, y respuesta en frecuencia

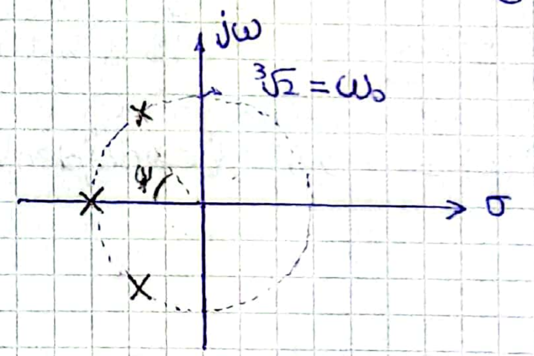
Para obtener los polos de la función transferencia, uso la calculadora.

Polos en: $S_0 = -2^{\frac{1}{3}}$

$S_{1,2} = -0{,}63 \pm 1{,}091\, j \Rightarrow |S_{1,2}| = \sqrt[3]{2}$

Los polos se hallan en una circunferencia de radio $\sqrt[3]{2}$

$\varphi = \frac{\pi}{3}$



Para obtener la respuesta en frecuencia, en Bode, factorizo el denominador.

Se espera que a partir de ω_0 ~~A~~ ~~respuesta~~ ~~caiga~~ el módulo de la transferencia caiga a $-60 \frac{dB}{dec}$, siendo $|T(\omega_0)|_{dB} = -3dB$

$|T(\omega_p)|_{dB} \geqq -1dB$ y $|T(\omega_S)|_{dB} \leqq -12dB$

$\omega_0 = \left(\frac{1}{\varepsilon}\right)^{\frac{1}{3}}$

$\omega_0 = \sqrt[3]{2}$

$$T(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + s\frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2} \cdot \frac{\omega_0}{s + \omega_0} \quad ; \quad Q = \frac{1}{2\cos\varphi} = 1$$

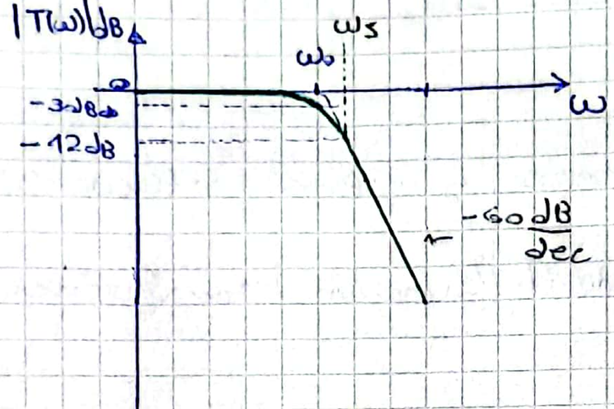
NOTA

Reemplazando valores

$$T(S) = \frac{(\sqrt[3]{2})^2}{S^2 + S.\sqrt[3]{2} + (\sqrt[3]{2})^2} \cdot \frac{\sqrt[3]{2}}{S + \sqrt[3]{2}}$$

Multiplicando se puede llegar a la expresión original, para corroborar que no se ocurrió ningún error en la factorización.

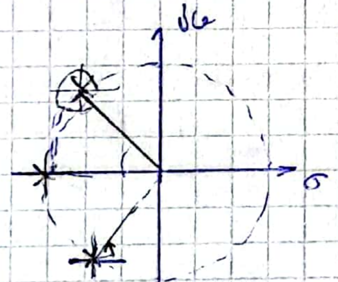
Como $Q=1$, no hay sobrepico



La respuesta de fase se puede obtener del diagrama de polos y ceros

Para $\omega = 0$

$$\phi(0) = \underbrace{0}_{\text{fase de los ceros}} - \underbrace{\left(\frac{5}{3}\pi + \frac{\pi}{3} + 0\right)}_{\text{fase de los polos}}$$



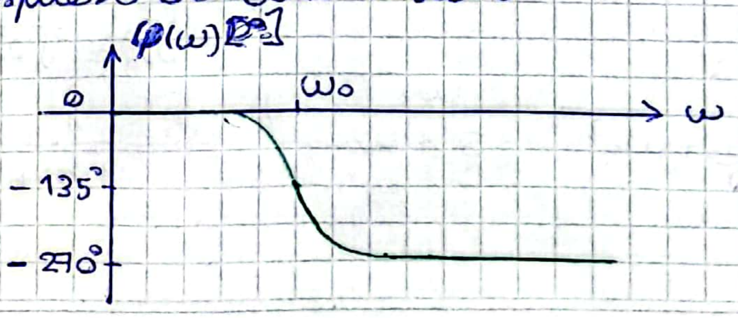
$\phi(0) = -2\pi$ (coincidente con 0)

Para $\omega \to \infty$ $\quad \lim_{\omega \to \infty} \phi(\omega) = -\left(\frac{5}{2}\pi + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{7\pi}{2}$

(Coincidente con $-\frac{3\pi}{2}$)

Y se sabe que para $\omega = \omega_0$ se desarrolla la mitad de la fase $\left(\frac{3}{4}\pi\right)$

La respuesta de fase resulta



NOTA