② Dada la siguiente transferencia

$$T(S) = \frac{V_2}{V_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{k(S+1)}{(S+2)(S+4)}$$

ⓐ Obtener la topología circuital que respeta la transferencia solicitada, utilizando parámetros Z e Y.

ⓑ Calcular el valor de los componentes y el parámetro k

Ⓘ Utilizo parámetros Z

Sintetizo Z_{RC}

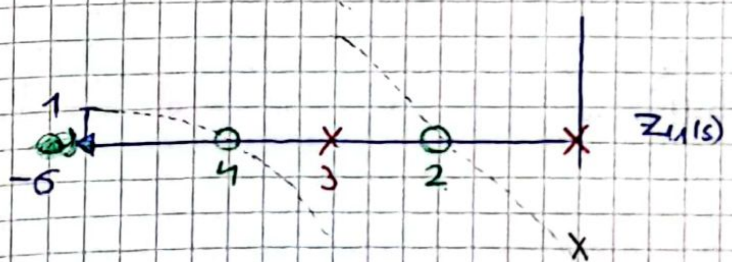
$$T(S) = \frac{V_2}{V_1}\bigg|_{I_2=0} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{\frac{Z_{21}(S)}{A(S)}}{\frac{Z_{11}(S)}{A(S)}}$$

Debo elegir un denominador que me garantice que $Z_{11}(s)$ sea FRP. Debo asegurarme la alternancia de singularidades y que el valor en $\sigma = \infty$ sea un cero o un valor constante positivo.

Se propone $A(S) = S(S+3)$

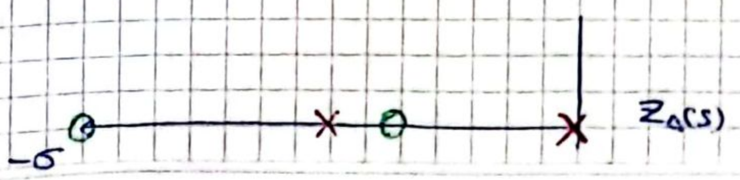
Entonces se tiene ~~que~~

$$Z_{21}(S) = \frac{k(S+1)}{S(S+3)} \quad ; \quad Z_{11}(S) = \frac{(S+2)(S+4)}{S(S+3)} = \frac{S^2+6S+8}{S^2+3S}$$



$Z_{21}(s)$ me impone ceros de transmisión en $\sigma = -1$ y $\sigma \to -\infty$. Entonces debo realizar remociones en esos puntos.

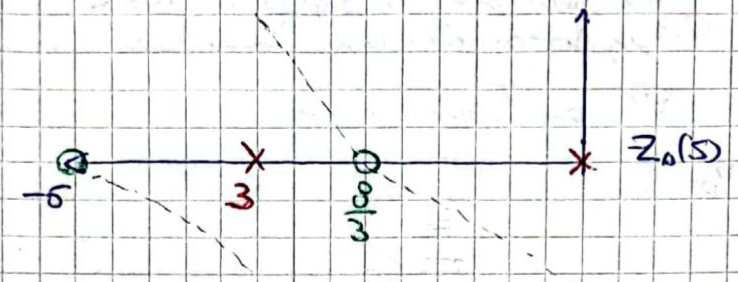
Estoy excitando con un generador de tensión, por lo que el primer elemento a remover será un elemento serie.



Remuevo un valor constante de $Z_{11}(s)$

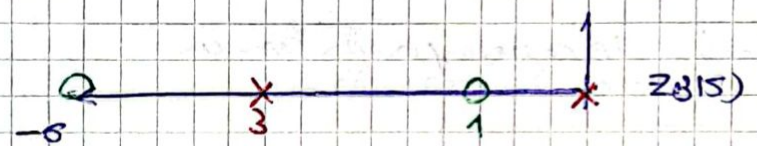
1
R_1

$$Z_A(s) = \frac{s^2+6s+8}{s^2+3s} - 1 = \frac{3(s+\frac{8}{3})}{s^2+3s}$$



Ahora busco realizar una remoción parcial que ajuste un cero en $\sigma = -1$. Remuevo parte del polo en $\sigma = 0$

C_1



Calculo el residuo K_0'

$$K_0' = \lim \frac{s\,3(s+\frac{8}{3})}{s(s+3)}\Big|_{s=-1} = \frac{3(-1+\frac{8}{3})}{-1+3} = \frac{5}{2}$$

$$C_1 = \frac{1}{K_0} = \frac{2}{5}$$

$$Z_B(s) = Z_A(s) - \frac{K_0}{s} = \frac{3(s+\frac{8}{3})}{s(s+3)} - \frac{5}{2s}$$

$$Z_B(s) = \frac{3(s+\frac{8}{3}) - \frac{5}{2}(s+3)}{s(s+3)} = \frac{3s+8-\frac{5}{2}s-\frac{15}{2}}{s(s+3)}$$

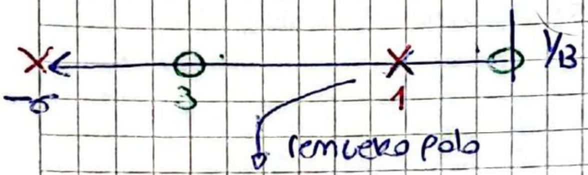
$$\cancel{Z_B(s) = \frac{\frac{13}{5}s + \frac{34}{5}}{s(s+3)} = \frac{13}{5}\ 84}$$

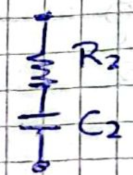
$$Z_B(s) = \frac{\frac{1}{2}s + \frac{1}{2}}{s(s+3)} = \frac{1}{2}\cdot\frac{(s+1)}{s(s+3)}$$

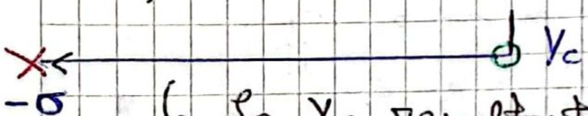
Ahora invierto para poder realizar una remoción en el polo en $\sigma = -1$ de Y_B

$$Y_B = \frac{2\,s(s+3)}{(s+1)}$$

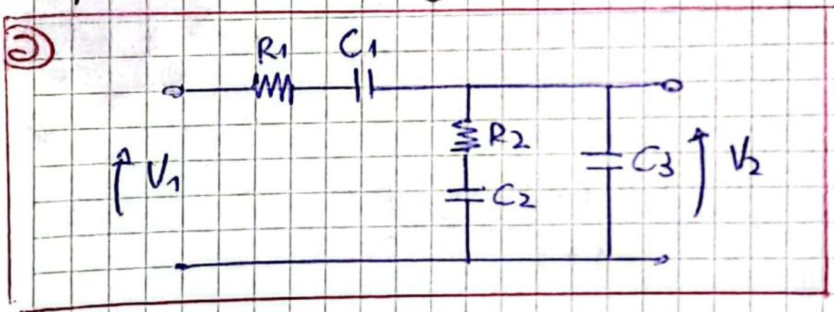
Al remover el polo en $\sigma = -1$ estoy sacando un tanque RC en derivación







b La Y_C resultante se corresponde con un capacitor por lo que el circuito resulta



Para completar el punto b se deben hallar los valores para R_2, C_2 y C_3

Calculo el residuo en $s = -1$

$$K_1 = \lim_{s \to -1} \frac{(s+1)}{s}\,\frac{2s(s+3)}{s+1} = 2(-1+3) = 4$$

Entonces
$$Y_{\sigma_1} = \frac{sK_i}{s+\sigma_i} = \frac{1}{\underbrace{\frac{1}{K_i}}_{R} + \frac{1}{s\underbrace{\frac{K_1}{\sigma_1}}_{C}}}$$

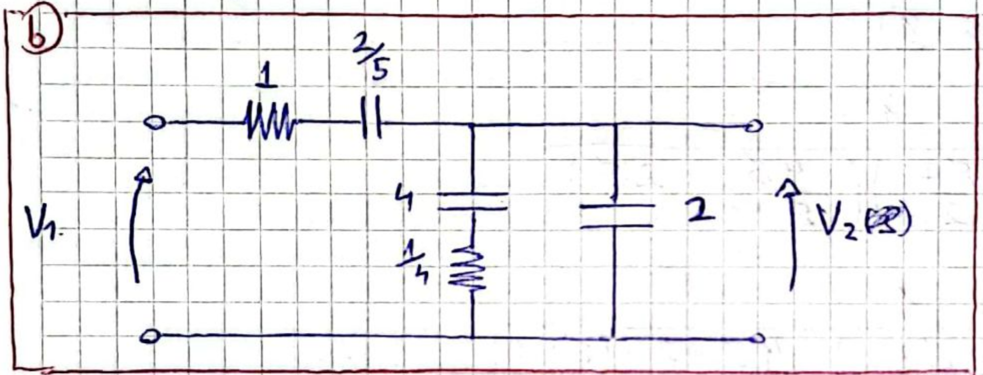
$R_2 = \frac{1}{4}$ $\quad C_2 = 4$

$$Y_C = Y_B - \frac{5.4}{(s+1)} = \frac{2s(s+3)}{s+1} - \frac{4s}{(s+1)}$$

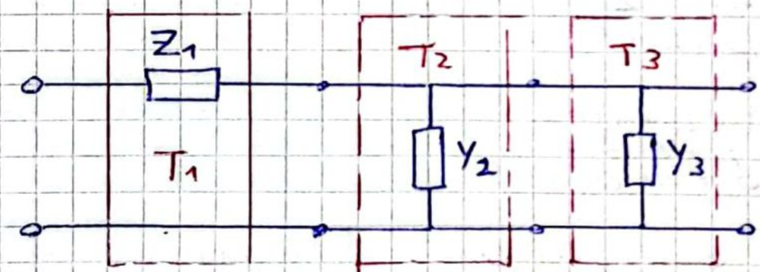
$$Y_C = \frac{2s^2+6s-4s}{(s+1)} = \frac{2s^2+2s}{s+1} = \frac{2s(s+1)}{s+1}$$

$$Y_C = 2s \rightarrow \quad 2 = C_3$$

El circuito resultante con sus valores de componentes es el siguiente



Para calcular la constante K y verificar la transferencia se piensa al circuito como tres cuadripolos en cascada



$$T_T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 = \begin{pmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ Y_3 & 1 \end{pmatrix}$$

Para calcular la transferencia de tensiones, solo importa el parámetro A_T

$$A_T = \left.\frac{V_1}{V_2}\right|_{(-I_2)=0} = 1 + Z_1(Y_2 + Y_3)$$

Entonces

$$T(s) = \frac{V_2(s)}{V_1(s)} = \frac{1}{A_T} = \frac{1}{1+Z_1(Y_2+Y_3)} \quad (1)$$

Donde

$$Z_1 = 1 + \frac{1}{s.\frac{2}{5}} = \frac{2s+5}{2s}$$

$$Y_2 = \frac{1}{\frac{1}{4}+\frac{1}{s.4}} = \frac{4s}{(s+1)}$$

$$Y_3 = s.2$$

Reemplazando en (1)

$$T(s) = \frac{1}{1+\left(\frac{2s+5}{2s}\right)\left(\frac{4s}{s+1}+2s\right)}$$

$$T(s) = \frac{1}{1+\left(\frac{2s+5}{2s}\right)\frac{4s+2s(s+1)}{(s+1)}}$$

$$T(s) = \frac{1}{1+\frac{(2s+5)\cancel{2s}(2+s+1)}{\cancel{2s}(s+1)}}$$

$$T(s) = \frac{1(s+1)}{(s+1)+(2s+5)(s+3)}$$

$$T(s) = \frac{(s+1)}{2s^2+12s+16} = \frac{\frac{1}{2}(s+1)}{s^2+6s+8}$$

$$\boxed{T(s) = \frac{\frac{1}{2}(s+1)}{(s+2)(s+4)}}$$

Se verifica la transferencia y resulta $K = \frac{1}{2}$