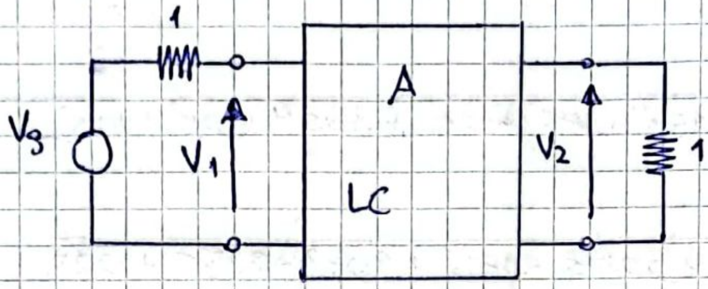
TRABAJO SEMANAL N° 13

Diseñar el cuadripolo A para que se comporte como:

- filtro pasa bajos Bessel de 3er orden
- no disipativo
- normalizado en frecuencia e impedancia

Respetando la siguiente topología:



Busco la expresión de una transferencia Bessel de 3er orden.

$$T(s) = \frac{1}{\operatorname{senh}(s) + \cosh(s)}$$

Para hallar la transferencia, se sabe que

$$\operatorname{cotgh}(s) = \frac{\cosh(s)}{\operatorname{senh}(s)}$$ → admite expansión en fracciones simples

$$\operatorname{cotgh}(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{1}{\frac{5}{s}}} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3}{s} + \frac{s}{5}}$$

$$\operatorname{cotgh}(s) = \frac{1}{s} + \frac{1}{\frac{3 \cdot 5 + s^2}{5s}} = \frac{1}{s} + \frac{5s}{15 + s^2}$$

$$\operatorname{cotgh}(s) = \frac{15 + s^2 + 5s^2}{s^3 + 15s} = \frac{6s^2 + 15}{s^3 + 15s} = \frac{\cosh(s)}{\operatorname{senh}(s)}$$

Luego

$$T(s) = \frac{\overset{\text{grado de libertad}}{k}}{s^3 + 15s + 6s^2 + 15}$$ → Para que en $s = 0$, $T(s) = 1 \Rightarrow k = 15$

$$\boxed{T(s) = \frac{15}{s^3 + 6s^2 + 15s + 15}}$$ //

Para realizar la síntesis del dispositivo, utilizo el método de Darlington

$$|S_{21}|^2 + |S_{11}|^2 = 1$$

Donde $|S_{21}|^2$ será de la forma $T(s).T(-s)$

$$T(s).T(-s) = |S_{21}|^2 = \frac{15}{s^3+6s^2+15s+15} \cdot \frac{15}{-s^3+6s^2-15s+15}$$

$$|S_{21}|^2 = \frac{225}{-s^6 + 6s^5 - 15s^4 \cancel{+15s^3} \cancel{-6s^5} + 36s^4 \cancel{-90s^3} + 90s^2 \ldots - 15s^4 \cancel{+90s^3} - 225s^2 \cancel{+225s} \cancel{+15s^3} + 90s^2 \cancel{-225s} + 225}$$

$$|S_{21}|^2 = \frac{225}{-s^6 + 6s^4 - 45s^2 + 225}$$

Luego

$$|S_{11}|^2 = 1 - |S_{21}|^2 = \frac{-s^6+6s^4-45s^2+225 - 225}{-s^6+6s^4-45s^2+225}$$

$$|S_{11}|^2 = \frac{s^6 - 6s^4 + 45s^2}{s^6 - 6s^4 + 45s^2 - 225}$$

Para obtener S_{11} utilizo la ayuda de Python

$$S_{11}(s) = \frac{s\left(s^2 + 2\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{5}\cos\left(\frac{\operatorname{atan}(2)}{2}\right)s + 3\sqrt{5}\right)}{s^3+6s^2+15s+15}$$

$$S_{11}(s) = \frac{s^3 + 4,406\,s^2 + 6,708\,s}{s^3+6s^2+15s+15}$$

Además, se sabe que

$$S_{11}(s) = \frac{Z_1 - 1}{Z_1 + 1} \Rightarrow Z_1 = \frac{1 + S_{11}(s)}{1 - S_{11}(s)}$$

$$Z_1 = \frac{1 + \dfrac{S^3 + 4{,}406S^2 + 6{,}708S}{S^3 + 6S^2 + 15S + 15}}{1 - \dfrac{(S^3 + 4{,}406S^2 + 6{,}708S)}{S^3 + 6S^2 + 15S + 15}}$$

$$Z_1 = \frac{S^3 + 6S^2 + 15S + 15 + S^3 + 4{,}406S^2 + 6{,}708S}{S^3 + 6S^2 + 15S + 15 - S^3 - 4{,}406S^2 - 6{,}708S}$$

$$Z_1 = \frac{2S^3 + 10{,}406S^2 + 21{,}708S + 15}{1{,}594S^2 + 8{,}292S + 15}$$

b

Se pode sintetizar como un cuadripolo escalera. Sintetizo por Cauer removendo en infinito, al final deberio tener la R de carga.

$$\begin{array}{r|l} 2S^3 + 10{,}406S^2 + 21{,}708S + 15 & 1{,}594S^2 + 8{,}292S + 15 \\ -\ 2S^3 + 10{,}406S^2 + 18{,}820S + 0 & \overline{1{,}2547S} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}594S^2 + 8{,}292S + 15 & 2{,}888S + 15 \\ -\ 1{,}594S^2 + 8{,}292S + 0 & \overline{0{,}552S} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2{,}888S + 15 & 15 \\ -\ 2{,}888S + 0 & \overline{0{,}1925S} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 15 \\ 0 & \overline{1} \end{array}$$

La red correspondiente resulta