

## 非参数统计课程第四次课程作业

October 12, 2020

1.12 设 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 为独立同分布的样本，服从分布 $F(x)$ ，记最小次序统计量 $X_{(1)}$ 的分布函数为 $F_{(1)}(x)$ ，求最小次序统计量的分布。用R中的geyser数据里的duration变量，每次不放回抽取20个数据，计算最小值，一共重复50次，得到最小值的观测样本50个，由50个数据计算次序统计量的经验分布函数，请问这个经验分布函数和理论分布函数比较差距有多大，请用图示法来说明你的观察结果。

1.13 设 $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ 为独立同分布的样本，服从连续分布 $F(x)$ 。证明： $h(X_1, X_2, X_3) = \text{sgn}(2X_1 - X_2 - X_3)$ 是概率 $\theta(F) = P(X_1 > \frac{X_2 + X_3}{2}) - P(X_1 < \frac{X_2 + X_3}{2})$ 的无偏估计，这里符号函数 $\text{sgn}(x)$ 是符号函数：

$$\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

1.证明： $F(x)$ 是对称的，那么 $\theta(F) = 0$ 。

2.从 $N(0,1)$ 中选取随机数 $a$ ，经 $x = \exp(a)$ 变换成一个新的变量 $x$ ，请计算由 $x$ 所形成的 $\theta(F)$ 的 $U$ 统计量的观察值，根据 $U$ 统计量的观察，用图示法来观察 $X$ 的分布是不是对称的。