Отчёт по лабораторной работе №3

дисциплина: Математическое моделирование

Разважный Георгий Геннадиевич

Содержание

Цель работы

Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решенить уравнения гармонического осциллятора.

Задание

Вариант 24
Задача: ППостройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $x'' + 9x = 0$
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $x'' + x' + 4.9x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $x'' + x' + 9.9x = 0{,}2sin(3.5t)$

На интервале t = [0;49] (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = -0.5$, $y_0 = -1$

Выполнение лабораторной работы

1. Теоритические сведения

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором. Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$x'' + 2yx' + w_0^2 x = 0$$

где x – переменная, описывающая состояние системы (смещение грузика, заряд конденсатора и т.д.), y – параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), w_0 – собственная частота колебаний, t – время.

Предыдущее уравнение - линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

При отсутствии потерь в системе ($y = 0$ получаем уравнение консервативного осциллятора энергия колебания которого сохраняется во времени: $x'' + w_0^2 x = 0$. Для однозначной разрешимости уравнения второго порядка необходимо задать два начальных условия $x(t_0) = x_0$ и $x'(t_0) = y_0$.

Уравнение второго порядка можно представить в виде системы двух уравнений первого порядка: $x' = y$ и $y' = -w_0^2 x$; и тогда начальные условия примут вид: $x(t_0) = x_0$ и $y(t_0) = y_0$.

2. Построение графиков

2.1. Написал программу на Scilab:

```
w = sqrt(5.9);
g = 1;
function f=f(t)
f = 9.9*sin(t); //sin 0 = 0
endfunction
function dx=y(t, x)
dx(1) = x(2);
dx(2) = -w.* w.* x(1) - g.* x(2) - f(t);
endfunction
t0 = 0;
x0 = [-0.5;1];
t = [0:0.05:49];
x = ode(x0, t0, t, y);
n = size(x, "c");
for i = 1: n
y1(i) = x(1, i);
y2(i) = x(2, i);
end
plot(y1, y2);
xgrid();
```

Получил следующие графики (см. рис. -@fig:001, -@fig:002, -@fig:003).

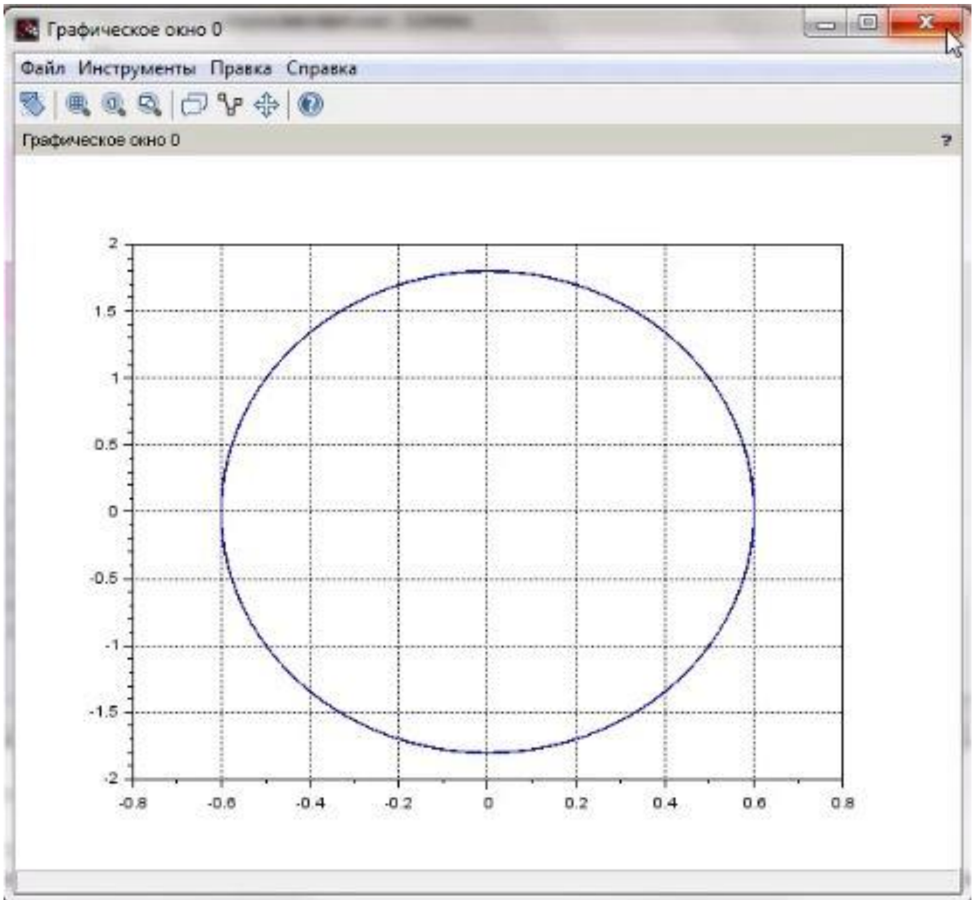

Рис. 1. График для 1 случая

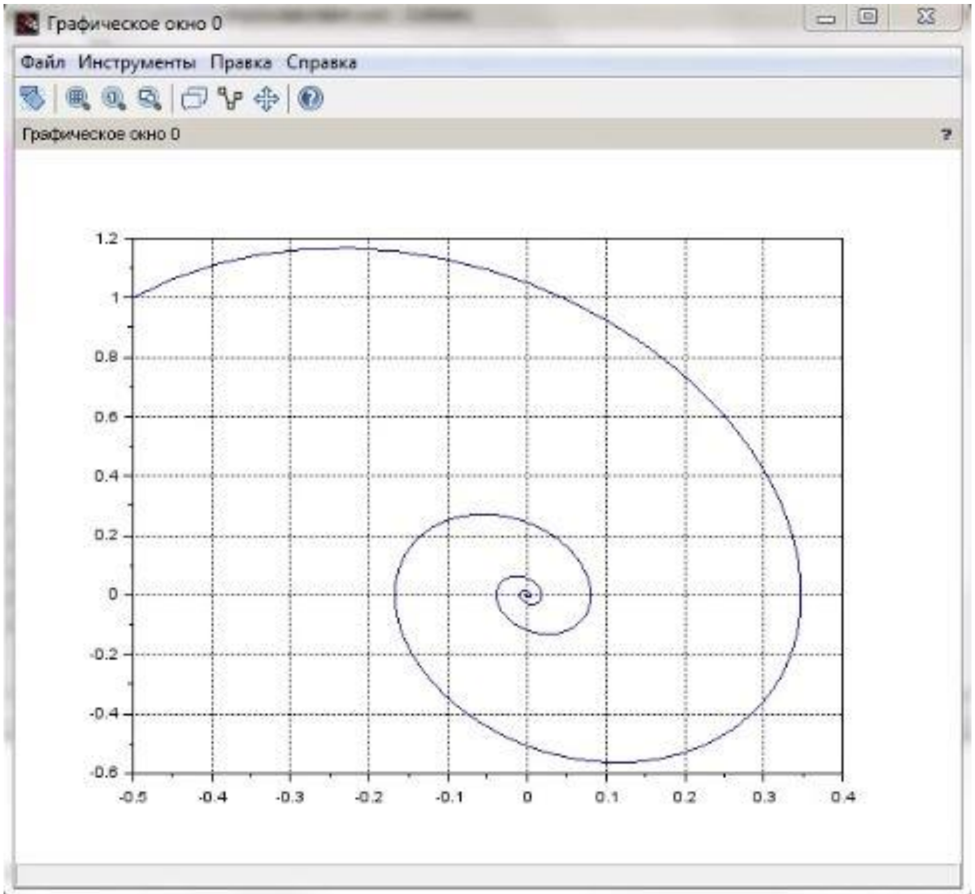

Рис. 2. График для 2 случая

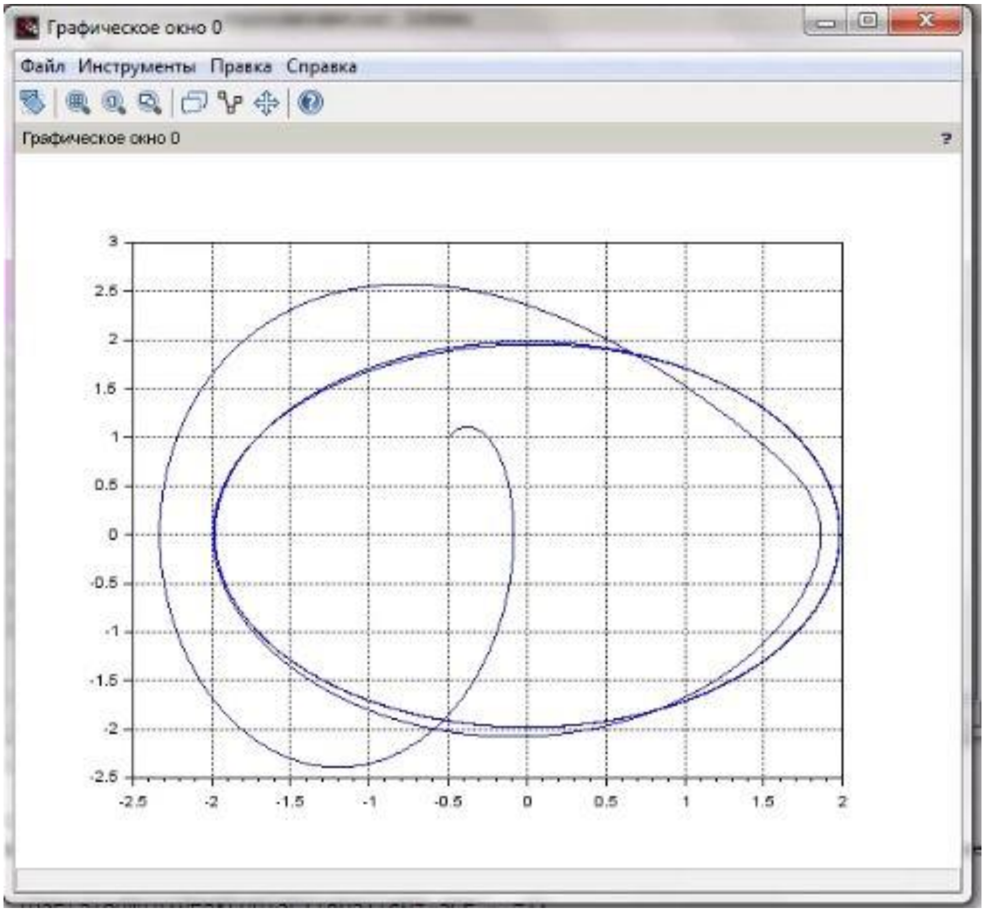

Рис. 3. График для 3 случая

Выводы

Построил фазовый портрет гармонического осциллятора и решенил уравнения гармонического осциллятора.